



Das CORDIER-Diagramm unter besonderer Berücksichtigung der axialen Turboarbeitsmaschine

Diplomarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs

unter der Anleitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Reinhard Willinger

Institut für Thermodynamik und Energiewandlung

eingereicht an der

Technischen Universität Wien

Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von

Daniel Wolf

Matrikelnummer 0327632

Unterbergern im Oktober 2009

.....

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Diplomarbeit bzw. die klar gekennzeichneten Teile selbständig verfasst und in der Bearbeitung und Abfassung keine anderen als die angegebenen Quellen oder Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate als solche gekennzeichnet habe. Die vorliegende Diplomarbeit wurde noch nicht anderweitig für Prüfungszwecke vorgelegt.

Unterbergern, Oktober 2009

Daniel Wolf

GeDANKEn

In meiner Studienzeit habe ich viele Vorlesungen gehört und viel dafür und davon gelernt. Manche Gebiete haben meine Aufmerksamkeit mehr gebannt, manche weniger, doch alle haben mich in meinem Leben weitergebracht.

Die intensive Beschäftigung mit dem Cordier-Diagramm und generell mit dem Gebiet der Strömungsmaschinen hat mir viel Freude bereitet, da ich mich auf viele Details ohne Einschränkung konzentrieren konnte. Ich musste allerdings erkennen, dass dieses Thema sehr umfangreich ist und ich mich dadurch nur in ausgewählten Bereichen vertiefen konnte.

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die durch ihre fachliche und persönliche Unterstützung zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

Besonderer Dank gilt meiner Familie, die mich bei meiner Ausbildung stets unterstützt hat und mir den notwendigen Halt gegeben hat. Bedanken möchte ich mich auch bei meinen Freunden für das Verständnis, das sie während meiner Studienzeit aufbringen mussten. Ferner gilt mein Dank all jenen, die mich bei der Erstellung dieser Diplomarbeit großartig unterstützt haben.

Die größte Unterstützung trat im Frühjahr 2004 in mein Leben, als ich meine Freundin Carina kennen lernen durfte. Sie bereichert mein Leben mit wahnsinnig vielen und schönen Erlebnissen und hat mich mit ihrer inneren Kraft und ihrem Dasein immer wieder motiviert, voranzukommen.

Ebenfalls möchte ich Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. Reinhard Willinger für die Möglichkeit zur Abfassung dieser Diplomarbeit am Institut für Thermodynamik und Energiewandlung danken. Ganz besonders für die hervorragende Betreuung, die wesentlich dazu beitrug, die Arbeit in die richtigen Bahnen zu lenken und erfolgreich abzuschließen.

Unterbergern, Oktober 2009

Daniel Wolf

Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung.....	II
GeDANKEn	III
Inhaltsverzeichnis.....	IV
Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis.....	IX
Abkürzungsverzeichnis	X
Symbolverzeichnis	XI
Zusammenfassung.....	XV
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung.....	1
1.2 Zielsetzung	2
1.3 Methodisches Vorgehen.....	2
2 Grundlagen der Strömungsmaschinen	5
2.1 Definition	5
2.2 Einteilung von Strömungsmaschinen.....	8
2.3 Vergleich mit Kolbenmaschinen.....	12
3 Arbeitsweise von Strömungsmaschinen.....	15
3.1 Laufradströmung	15
3.2 Energieumsetzung in einer Strömungsmaschine.....	18
3.2.1 Strömungsmechanische Grundgleichungen	19
3.2.2 Eulersche Strömungsmaschinen-Hauptgleichung.....	20
4 Maschinenkenngrößen.....	22
4.1 Kennzahlen.....	22
4.2 Grafische Darstellungen mittels dimensionsloser Kennzahlen.....	26
4.3 Erweiterungen des Cordier-Diagramms.....	36
4.4 Zusammenfassende Darstellung der Meilensteine in der Entwicklung des Cordier-Diagramms	42
5 Belastungskriterien – Belastbarkeit von Schaufelgittern.....	47
5.1 Vorbemerkungen zu Axialverdichtern	48
5.2 Die zulässige Belastung von Schaufelgittern (Verdichtergittern).....	49

6	Auswertung der Belastungskriterien	63
6.1	Grundlagen zur Vorausberechnung des Cordier-Diagramms im Bereich der Axialverdichter.....	63
6.2	Ergebnisse der Vorausberechnung des Cordier-Diagramms im Bereich der Axialverdichter.....	66
7	Schlusswort und Ausblick	77
	Literaturverzeichnis.....	78
	Anhang	A1

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Aufbau und Gang der Untersuchung.....	4
Abb. 2: Gruppen von Fluidenergiemaschinen.....	5
Abb. 3: Prinzipbilder von Strömungsmaschinen.....	6
Abb. 4: Strömungsvorgänge in Schaufelreihen thermischer Turbomaschinen.....	7
Abb. 5: Einteilung der Strömungsmaschinen nach verschiedenen Merkmalen.....	9
Abb. 6: Kraftmaschine	11
Abb. 7: Arbeitsmaschine	12
Abb. 8: Geschwindigkeitsplan	15
Abb. 9: Geschwindigkeiten am Radialgitter	17
Abb. 10: Geschwindigkeiten am Axialgitter.....	17
Abb. 11: Darstellung des Turbomaschinenverhaltens mit Einflussgrößen als Parameter	26
Abb. 12: Darstellung des Turbomaschinenverhaltens mit dimensionslosen Kennzahlen	26
Abb. 13: Kennfeld für Lüfter, Gebläse und Pumpen	29
Abb. 14: Cordier-Diagramm ohne Streubereich	31
Abb. 15: Cordier-Diagramm mit Streubereich.....	31
Abb. 16: Energieübertragung bei einem axialen Laufrad (links) und einem radialen Laufrad (rechts)	32
Abb. 17: Übersicht über die Bauarten, geordnet nach optimalen Kennzahlen für Durchmesser (Baugröße), Drehzahl (Schnellläufigkeit) und Umfangsgeschwindigkeit.....	33
Abb. 18: Cordier-Diagramm für optimale Axialventilatoren.....	36
Abb. 19: Cordier-Diagramm: Zuordnung von Durchmesserzahl und Schnelllaufzahl sowie Radform	37
Abb. 20: N_s - D_s -Diagramm nach Balje	38
Abb. 21: Cordier-Diagramm für Turboverdichter.....	39
Abb. 22: Cordier-Diagramm für Kleinventilatoren.....	39
Abb. 23: Erweitertes Cordier-Diagramm für Fluidenergiemaschinen nach Grabow.....	40
Abb. 24: Erweitertes Cordier-Diagramm für Strömungs- und Verdrängermaschinen nach Grabow.....	41
Abb. 25: Erweitertes Cordier-Diagramm nach Fister und Grabow	41
Abb. 26: Grafische Darstellung der bedeutendsten Meilensteine in der Entwicklung bzw. Erweiterung des Cordier-Diagramms	46
Abb. 27: Umlenkdreieck eines ebenen Schaufelgitters.....	51

Abb. 28: Darstellung aller möglichen Geschwindigkeitsdreiecke einer ebenen Gitterströmung im Euler-Diagramm	52
Abb. 29: Euler-Diagramm mit Belastungsgrenzen	55
Abb. 30: Geschwindigkeitsverteilung längs der Druck- und Saugseite eines Verdichterlaufradprofils im Bereich des Auslegungszuströmwinkels, bei minimalen Verlusten	58
Abb. 31: Diffusionszahl über dem Auftriebsbeiwert, mit dem de Haller-Kriterium v_2/v_1 als Parameter	60
Abb. 32: Teilungsverhältnis t/s eines Verdichtergitters im Verlustminimum, aufgetragen über der Gitterumlenkung $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$ mit dem Zuströmwinkel β_1 bei minimalem Verlust, der Diffusionszahl D und dem Verzögerungsverhältnis v_2/v_1 als Parameter	61
Abb. 33: Cordier-Diagramm für Axialverdichter	63
Abb. 34: links: Darstellung des Schaufelblattes eines Transsonik-Verdichters im Naben-, Mittel-, und Gehäuseschnitt, mitte-rechts: Geschwindigkeitsdreiecke und Schaufelverwindung	65
Abb. 35: links: axiale Zuströmung ($\alpha_1 = 90^\circ$) rechts: Axialverdichterstufe	66
Abb. 36: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 1 des Mittelschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	68
Abb. 37: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 2 des Mittelschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	69
Abb. 38: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 3 des Mittelschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	69
Abb. 39: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 1 des Gehäuseschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	71
Abb. 40: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 2 des Gehäuseschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	71
Abb. 41: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 3 des Gehäuseschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	72
Abb. 42: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 1 des Nabenschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	73
Abb. 43: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 2 des Nabenschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	74
Abb. 44: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 3 des Nabenschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis	74

Abb. 45: Verlauf der Durchflusszahl in den drei Schnitten in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis
bei $\varphi_C = 0,2 = \text{const.}$ 76

Tabellenverzeichnis

Tab. 1: Vergleich Strömungs- und Verdrängermaschine (Hubkolbenmaschine)	14
Tab. 2: Turbinenhauptgleichung	21
Tab. 3: Zusammenhang zwischen Laufradform und Laufzahl	24
Tab. 4: Dimensionslose Kennzahlen im Überblick.....	25
Tab. 5: Zusammenfassung der bedeutendsten Meilensteine in der Entwicklung bzw. Erweiterung des Cordier-Diagramms	44
Tab. 6: Information über die drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier-Diagramm sowie den getroffenen Annahmen.....	66
Tab. 7: Ergebnisse der Belastungskriterien der drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier- Diagramm für Mittelschnitt.....	68
Tab. 8: Ergebnisse der Belastungskriterien der drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier- Diagramm für Gehäuseschnitt.....	70
Tab. 9: Ergebnisse der Belastungskriterien der drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier- Diagramm für Nabenschnitt.....	73
Tab. 10: Geschwindigkeitspläne für Kraftmaschinen	A1
Tab. 11: Geschwindigkeitspläne für Arbeitsmaschinen.....	A2

Abkürzungsverzeichnis

Abb.	Abbildung
ATZ	automobiltechnische Zeitschrift
Aufl.	Auflage
Bd.	Band
BWK	Brennstoff-Wärme-Kraft
const., konst.	konstant
Gl.	Gleichung
i. Allg.	im Allgemeinen
LA	Laufapparat, Laufrad
LE	Leitapparat, Leitrad
log	logarithmisch
max	maximal
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
opt	Optimal, aerodynamischer Optimalpunkt, d.h. mit bestem Wirkungsgrad arbeitende Maschine
Pkt.	Punkt
S.	Seite
spez.	spezifisch
T	Turbine (Kraftmaschine)
Tab.	Tabelle
tot	total
V	Verdichter (Arbeitsmaschine)
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
VDMA	Verband Deutscher Maschinen- und Anlagenbau
vgl.	vergleiche
z.B.	zum Beispiel
zul.	zulässig

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

A	Fläche
A_2	Austrittsfläche des Laufrades
A_D	fiktive durchströmte Fläche des Laufrades
b	Breite, (Laufradbreite)
b_2	Austrittsbreite
c	Geschwindigkeit, Absolutgeschwindigkeit
c_A	Auftriebsbeiwert
$c_A \cdot \frac{s}{t}$	Belastungszahl
c_m	Komponente der Geschwindigkeit senkrecht zur Umfangsrichtung (Meridiankomponente)
c_u	Komponente der Geschwindigkeit in Umfangsrichtung (Umfangskomponente)
$d=d_2$	Außendurchmesser, Läuferdurchmesser
d_N	Nabendurchmesser
D	Diffusionszahl
D_s	spezifische Drehzahl
Eu	Euler-Zahl
f_i	Komponenten der Volumenkräfte pro Masseneinheit
g	Erdbeschleunigung
h	Schaufelhöhe senkrecht zur Profilebene
H	Fallhöhe, Förderhöhe
Ha	de Haller-Zahl
h_i	Wärmestromvektoren pro Einheitsfläche
l	charakteristische Länge bzw. Länge der Profilschne
\dot{m}	Massenstrom
M	Drehmoment
Ma	Mach-Zahl
Ma_u	Machumfangszahl
n	Drehzahl

n_q	spezifische Drehzahl
N_s	spezifische Drehzahl
p	Druck
P	Leistung
P_{aero}	aerodynamische Leistung
P_{mech}	mechanische Leistung
q	skalare Wärmequellen pro Einheitsfläche
q_a	die nach außen/innen übertragene Wärmemenge
r	Radius
Re	Reynolds-Zahl
Re_u	Reynoldsumfangzahl
R	ideale Gaskonstante
R_K	Reaktionsgrad
s	Sehnenlänge
t	Teilung
$\frac{t}{s} = \frac{t}{l}$	Teilungsverhältnis
T	Temperatur
T_{ij}	Cauchy'scher Spannungstensor
u	Umfangsgeschwindigkeit
v	spezifisches Volumen
\dot{V}	(Förder)Volumenstrom
w	Relativgeschwindigkeit
w_m	Komponente der Geschwindigkeit senkrecht zur Umfangsrichtung
w_u	Komponente der Geschwindigkeit in Umfangsrichtung
$w_0, w_1, w_2, w_3,$	Relativgeschwindigkeiten
Δw_u	Änderung der Umfangskomponente
Y	Förderarbeit, spezifische Stutzenarbeit

Griechische Buchstaben

α	Winkel
β	Strömungswinkel
β_1	Schaufeleintrittswinkel, Strömungswinkel
β_2	Schaufelaustrittswinkel, Strömungswinkel
β_s	Staffelungswinkel
Δ	Differenzen
δ	Durchmesserzahl
φ	Durchflusszahl (Volumenzahl, Lieferzahl)
φ	Winkel
φ_C	Cordier-Durchflusszahl
η	(Gesamt)Wirkungsgrad
η_U	Umfangswirkungsgrad
κ	Isentropenexponent
λ	Leistungszahl, Arbeitszahl
μ	Minderleistungsfaktor
μ	dynamische Viskosität
π	Kreiszahl $\pi = 3,14159$
ρ	Dichte
ρ_m	mittlere Dichte
σ	Schnellaufzahl
$\sigma = \frac{s}{t}$	Solidity (<i>Sehnenlänge/Teilung</i>)
τ_1, τ_2	Verengungsfaktoren
τ	Schubspannung
ν	kinematische Viskosität
$\nu = \frac{d_N}{d_2}$	Nabenverhältnis
ω	Winkelgeschwindigkeit

ζ_{Γ}	Zirkulationsbeiwert
ψ	Druckzahl (Energiedifferenzzahl)
ψ_s	isentropie Druckzahl
$\psi_{s,C}$	Cordier-Druckzahl
Γ	Zirkulation

Indizes

1	(Laufrad)eintritt
2	(Laufrad)austritt
G	Gehäuseschnitt (Spitzenschnitt)
kr	kritisch
m	meridian
M	Mittelschnitt
mech	mechanisch
N	Nabenschnitt
T	Turbine
th, theor	theoretisch
u	Umfangskomponente
V	Verdichter
'	Leitrad-bezogen
''	Laufrad-bezogen

Hinweis: Die nicht in der Nomenklatur enthaltenen Formelzeichen und Abkürzungen gehen aus dem Textzusammenhang hervor.

Zusammenfassung

In dieser Diplomarbeit wird der klassische, analytische Ansatz zur Auslegung von Strömungsmaschinen basierend auf empirischen Ansätzen, zum Beispiel dem Vergleich von dimensionslosen Kennzahlen wie Durchmesserzahl und Schnellläufigkeit im Cordier-Diagramm näher untersucht. Ausgangspunkt ist der ursprüngliche Artikel von Otto Cordier in der Zeitschrift Brennstoff-Wärme-Kraft aus dem Jahr 1953 [Cordier, O. (1953), S.337ff]. Im Cordier-Diagramm wurde in der Originalfassung lediglich die Kurve der Arbeitsmaschinen definiert, erst zu einem späteren Zeitpunkt wurde durch Günther Dibelius das Cordier-Diagramm durch die Kurve der Kraftmaschinen erweitert. Zu Beginn dieser Diplomarbeit wird daher auf die Einteilung der Strömungsmaschinen eingegangen. Zusätzlich werden strömungsmechanische und strömungsmaschinenbezogene Grundlagen, die zum besseren Verständnis des Verlaufes des Cordier-Diagramms beitragen sollen, beschrieben.

Das Cordier-Diagramm wird anhand von in der Literatur erläuterten Kennzahlen auf seine empirische Entwicklung zurückgeführt und analysiert. Die Bedeutung des Cordier-Diagramms sowie der Verlauf der Kurven im Diagramm werden erläutert. Die Darstellung der Meilensteine in der Entwicklung des Cordier-Diagramms sowie die wesentlichen Erweiterungen anderer Wissenschaftler sind ebenfalls Schwerpunkte dieser Diplomarbeit.

Ein weiterer Schwerpunkt ist die Analyse der Belastungskriterien im Bereich der Axialverdichter. Zuerst werden die Belastungskriterien, wie die Haller-Zahlen und Diffusionsfaktoren erläutert und deren Belastungsgrenzen definiert. Anschließend werden drei Punkte aus dem Cordier-Diagramm im Bereich der Axialverdichter mit Hilfe der genannten Belastungskriterien untersucht und ihre Belastungsgrenzen im Gehäuse-, Mittel- und Nabenschnitt berechnet. Die Ergebnisse der drei Schnitte werden anhand von Tabellen und Diagrammen dargestellt.

1 Einleitung

Die Auslegung von Strömungsmaschinen stellt aufgrund der Komplexibilität der ablaufenden Strömungsphänomene eine anspruchsvolle Aufgabe dar. Wie in anderen Bereichen der Fluidmechanik ist eine exakte Berechnung dieser Strömungen z.B. mit dem Ziel der Optimierung einer Anlage nicht möglich bzw. stellt eine unüberwindbare mathematische Hürde dar. Aus diesem Grund haben sich zumeist empirische Verfahren und Näherungslösungen etabliert. Zur Auslegung und Berechnung, insbesondere der Beschauelung, sind folgende Methoden verfügbar:

- empirische, kennzahlenbasierte Verfahren wie beispielsweise das Cordier-Diagramm oder Ähnlichkeitsbetrachtungen,
- Stromfadentheorie, Tragflügeltheorie,
- mathematische Verfahren wie konforme Abbildungen oder Singularitätenmethoden, bis hin zu numerische Verfahren (Computational Fluid Dynamics)¹

In dieser Diplomarbeit wird der klassische, analytische Ansatz zur Auslegung von Strömungsmaschinen basierend auf empirischen Ansätzen, z.B. dem Vergleich von dimensionslosen Kennzahlen wie Durchmesserzahl und Schnellläufigkeit im Cordier-Diagramm näher untersucht und versucht den Verlauf im Diagramm mit Hilfe der sogenannten Belastungskriterien im Bereich der Axialverdichter theoretisch zu berechnen.

1.1 Problemstellung

Unter den dimensionslosen Stufenkennzahlen für Strömungsmaschinen nehmen die Laufzahl σ und die Durchmesserzahl δ einen besonderen Stellenwert ein. Die beiden Kennzahlen lassen sich auch durch die bekannten Größen Durchflusszahl φ und Druckzahl ψ ausdrücken. Für gewisse Anwendungen ist anstelle der Laufzahl auch die sogenannte spezifische Drehzahl n_q gebräuchlich, die proportional der Laufzahl ist. Trägt man nach einem von O. Cordier (1953) gemachten Vorschlag die beiden Kennzahlen σ_{opt} und δ_{opt} für „optimale“, d.h. mit bestem Wirkungsgrad arbeitende Stufen in einem doppeltlogarithmischen Diagramm ein, so erhält man einen nur gering streuenden Zusammenhang $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$. Dieser empirisch gefundene Zusammenhang wird als Cordier-Diagramm bezeichnet und kann für Auslegungszwecke verwendet

¹ Simulationswissenschaftliches Zentrum (2006), S.1

werden. Unter dem Begriff „spezifische Schnellläufigkeit“ besteht weiterhin ein Zusammenhang zwischen der Laufradform (radial, diagonal bzw. axial) und der Laufzahl σ .

Eine Turbomaschinenstufe ist üblicherweise aus einem stillstehenden Leitrad und einem rotierenden Laufrad aufgebaut. Für hohe Stufenwirkungsgrade müssen das Leit- und das Laufrad möglichst ablösungsfrei durchströmt werden. Andererseits führt die Forderung nach einer möglichst hohen spezifischen Leistung zu hohen aerodynamischen Gitterbelastungen in Leit- und Laufrad. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes bieten sich dabei unter anderem folgende aerodynamische Belastungskriterien an: Belastungszahl, Diffusionsfaktor nach Lieblein und De Haller-Kriterium, welche in dieser Diplomarbeit näher erläutert werden.

In dieser Diplomarbeit werden Punkte aus dem Cordier-Diagramm im Bereich der Axialverdichter mit Hilfe von Belastungskriterien berechnet und auf ihre Belastungsgrenzen untersucht.

1.2 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wird mit Hilfe einfacher Überlegungen (Geschwindigkeitsdreiecke, Eulergleichung usw.) eine theoretische Begründung für den Verlauf des Zusammenhanges $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$ im empirisch gefundenen Cordier-Diagramm im Bereich der Axialverdichter dargestellt. Die Ergebnisse dieser Diplomarbeit sollen zu einem besseren Verständnis des Cordier-Diagramms führen und den Auslegungsprozess für Turbomaschinenstufen vereinfachen.

1.3 Methodisches Vorgehen

Nachfolgend werden die wichtigsten Aspekte der einzelnen Kapitel kurz beschrieben:

Kapitel 2 liefert eine Einführung in das Thema indem zuerst Grundlagen der Strömungsmaschinen dargestellt, der Begriff der Strömungsmaschine abgegrenzt und ihre Bedeutung in dieser Diplomarbeit veranschaulicht wird. Danach werden das Aufgabenspektrum und die Einteilung der Strömungsmaschinen dargestellt und unter anderem die Begriffe Arbeitsmaschinen und Kraftmaschinen erläutert. Der Vergleich der Strömungsmaschinen zu den Kolbenmaschinen beschließt dieses Kapitel.

In Kapitel 3 werden einige strömungsmechanische und strömungsmaschinenbezogene Grundlagen behandelt, die zum besseren Verständnis des Cordier-Diagramms sowie der Belastungskriterien dienen.

Kapitel 4 betrachtet dimensionslose Maschinenkenngrößen, die im Gesamtfokus dieser Diplomarbeit liegen. Zu Beginn werden einige wichtige dimensionslose Kennzahlen die auch in Form

von Kennzahlenkombinationen im Cordier-Diagramm vorkommen und im Strömungsmaschinenbau von großer Bedeutung sind, dargestellt und definiert. Anhand der erläuterten Kennzahlen wird das Cordier-Diagramm auf seine empirische Entwicklung zurückgeführt und analysiert. Ausgangspunkt ist der ursprüngliche Artikel von Otto Cordier in der Zeitschrift Brennstoff-Wärme-Kraft aus dem Jahr 1953 [Cordier, O. (1953), S.337ff]. Die Bedeutung des Cordier-Diagramms sowie der Verlauf im Diagramm werden erläutert. Abschließend werden Meilensteine in der Entwicklung angeführt sowie Ergänzungen und Vervollständigungen der Idee des Cordier-Diagramms anderer Autoren angeführt. Die Ergebnisse bzw. Erkenntnisse des Cordier-Diagramms gehen in die im Kapitel 5 vorgeschlagenen Belastungskriterien ein.

In Kapitel 5 liegt das Hauptaugenmerk auf dem Gebiet der Axialverdichter. Zu Beginn dieses Kapitels werden Vorbemerkungen zu Axialverdichtern gegeben. In Abschnitt 5.2 wird die zulässige Belastung von Schaufelgittern bzw. Verdichtergittern mit Hilfe einiger Belastungskriterien wie beispielsweise das de Haller-Kriterium oder die Diffusionszahl nach S. Lieblein erläutert um im Kapitel 6 das Cordier-Diagramm für Arbeitsmaschinen im Bereich der Axialverdichter mit Hilfe der beiden oben genannten Belastungskriterien zu berechnen.

Zur Diplomarbeit gibt es einen Anhang der weiterführende Informationen, auf die in den einzelnen Kapiteln verwiesen wird, enthält. Der Anhang komplettiert diese Diplomarbeit.

Der Aufbau dieser Diplomarbeit ist in folgender Abbildung ersichtlich:

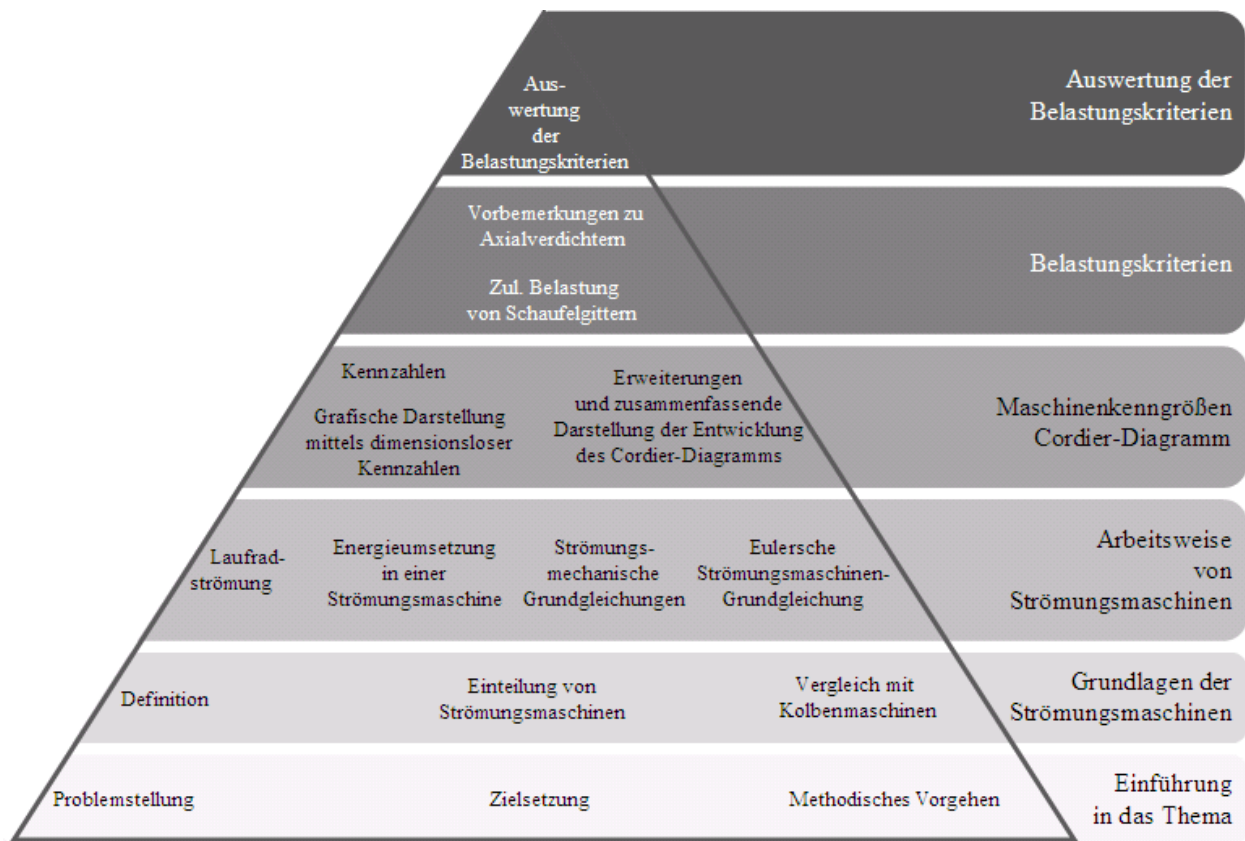


Abb. 1: Aufbau und Gang der Untersuchung²

² Quelle: eigene Darstellung (2009)

2 Grundlagen der Strömungsmaschinen

2.1 Definition

Eine Strömungsmaschine gehört neben den Verdrängungsmaschinen und den Verarbeitungsmaschinen, bei denen die zugeführte Energie zur Gestaltänderung eines Stoffes völlig aufgebraucht wird, zur Gruppe der Fluidenergiemaschinen, wie in Abb.2 ersichtlich ist. Die Verarbeitungsmaschinen werden in dieser Diplomarbeit nicht näher erläutert. Zu den Strömungsmaschinen zählen Wasserturbinen, Dampf- und Gasturbinen, Windkraftanlagen, Kreiselpumpen und Kreisverdichter, Ventilatoren sowie Propeller.

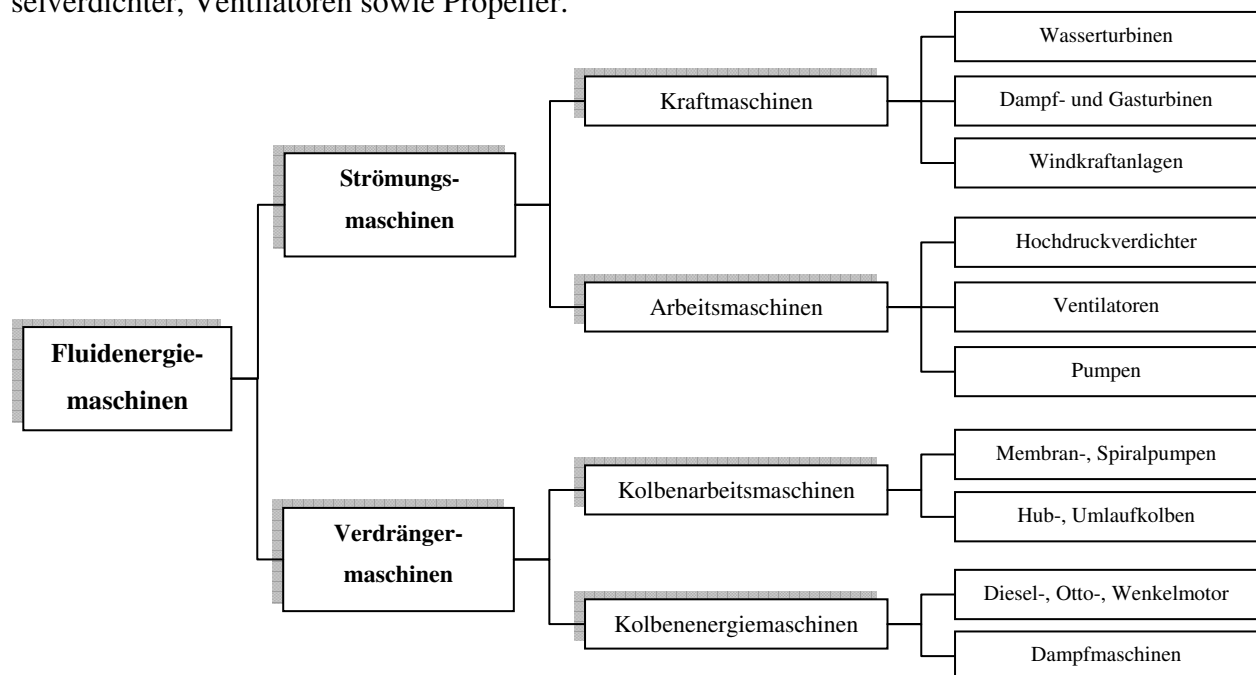


Abb. 2: Gruppen von Fluidenergiemaschinen^{3,4}

Strömungsmaschinen werden als Haupt- und Hilfsmaschinen in vielen technischen Einrichtungen der Industrie und des täglichen Lebens eingesetzt und finden beispielsweise in der Kraftwerkstechnik, der Chemischen Industrie, dem Automobil- und Flugzeugbau und in Aggregaten aus dem privaten Haushalt Anwendung. Die Funktionsweise ist entweder als Kraft- oder Arbeitsmaschine ausgeführt. Das Fördern von Fluiden (Pumpen, Gebläsen) bzw. die Erzeugung von Elektrizität (Gas-, Dampf- und Wasserturbinen) sowie speziell beim Flugzeugtriebwerk die Bereitstellung des Schubs zum Fliegen gehören unter anderem zu den Aufgabenbereichen von Strömungsmaschinen.⁵

³ Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Kameier, F. (1999), S.13

⁴ Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Brücker, C., Schwarze, R. (2007), S.4

⁵ vgl. Özdemir, H. (2006), S.1

Diese kontinuierlich arbeitenden Maschinen dienen dem Zweck, einem Fluid (es umfasst alle Flüssigkeiten, Dämpfe und Gase, die den strömungsmechanischen Gesetzen nicht fester Kontinua folgen) Energie zu entziehen, um damit eine andere Maschine anzutreiben oder umgekehrt einem Fluid Energie zuzuführen, um dessen Druck zu erhöhen, also einen statischen Druckunterschied zwischen Ein- und Auslauf aufzubauen.⁶

Der konstruktive Aufbau aller Strömungsmaschinen ist in Abb.3 ersichtlich. Je nach Verwendungszweck sind zahlreiche Varianten möglich. Die Hintereinanderanordnung von einem Leitrad und einem Laufrad wird als Stufe bezeichnet und kann mehrfach vorhanden sein. In Sonderfällen, etwa bei Propellern, Windturbinen oder einfachen Gebläsen kann auf ein Leitrad verzichtet werden.

Jede Strömungsmaschine ist durch das umlaufende, mit einem Kranz von gekrümmten Schaufeln besetzte Rad (Abb.3 Pos.4) und durch das stetige Umströmen dieser umlaufenden Schaufeln durch das Arbeitsmittel gekennzeichnet. Die Druckdifferenz, die bei der Umströmung der gekrümmten Schaufeln des rotierenden Rades entsteht, bewirkt hierbei im Verein mit der Rotationsbewegung die Energieübertragung vom Arbeitsmittel auf das Rad oder umgekehrt.⁷

Zu den weiteren Bestandteilen zählen in den meisten Fällen ein Gehäuse (1) mit den Ein- und Austrittsstutzen (2 und 8), in das die Leitschaufeln (3) eingesetzt sind. Gegen Fluidaus- bzw. -eintritt liegen Dichtungen (6) an den Stellen wo die Welle (5) durch das Gehäuse durchgeführt ist. Falls keine besonderen konstruktiven Gründe dagegen sprechen, liegt die Lagerung (7) außerhalb des vom Arbeitsfluid erfüllten Raumes.⁸

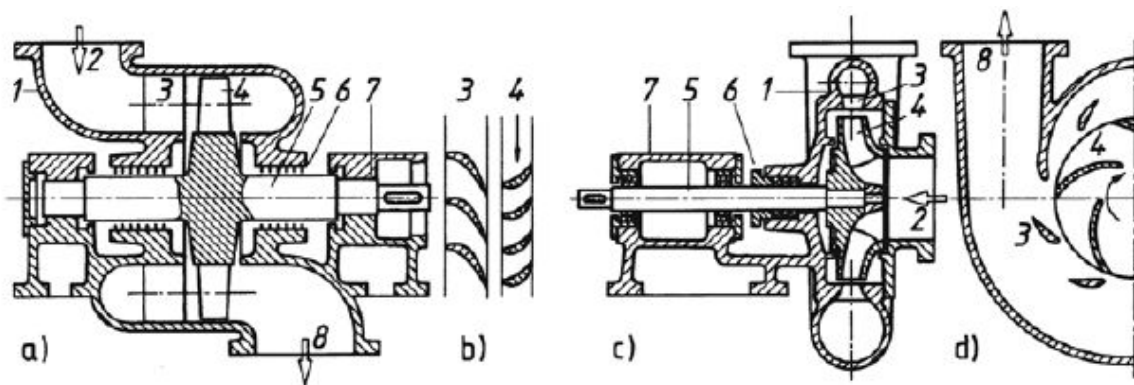


Abb. 3: Prinzipbilder von Strömungsmaschinen⁹

Axiale Turbine

a.) Längsschnitt

b.) zylindrischer Schnitt durch die Beschauflung

Radiale Pumpe

c.) Längsschnitt

d.) Querschnitt

⁶ vgl. Menny, K. (2003), S.1

⁷ Kalide, W. (2005), S.194

⁸ vgl. Menny, K. (2003), S.2

⁹ Quelle: Menny, K. (2003), S.2

Betrachtet man die Strömung durch Schaufelreihen von Lauf- und Leiträdern, so ist diese entsprechend der komplexen Geometrie dreidimensional, reibungsbehaftet, laminar, turbulent (Reynoldszahlen $\sim 10^6$) und im Fall von transsonischer Strömung auch stoßbehaftet. In Abb.4 ist ein Überblick über einige typische Strömungsvorgänge innerhalb der Schaufelreihe ersichtlich.¹⁰

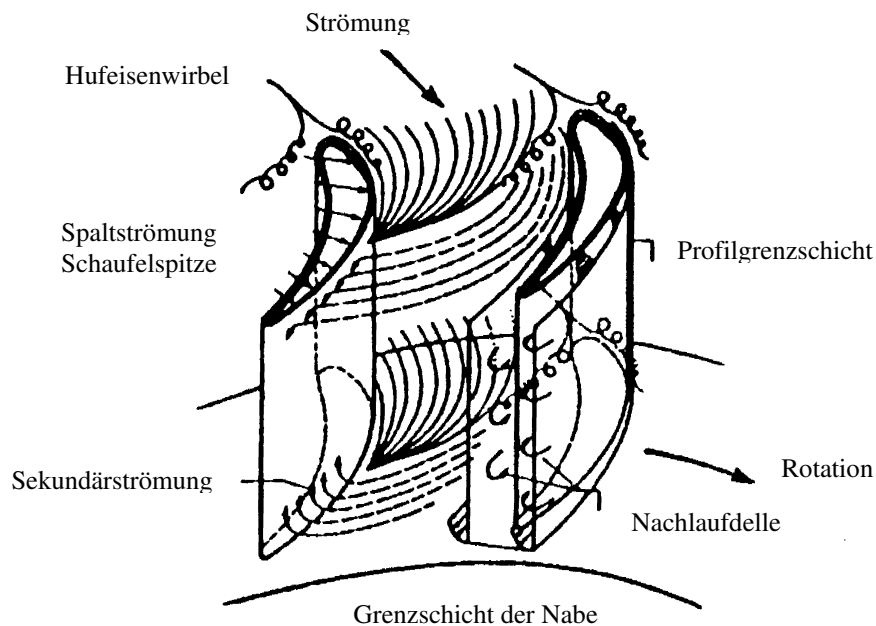


Abb. 4: Strömungsvorgänge in Schaufelreihen thermischer Turbomaschinen¹¹

Durch die Umlenkung der Strömung entstehen große Druckunterschiede in axialer, radialer und in Umfangsrichtung. Durch die Reibung entstehen an den Festkörperoberflächen der Seitenwände und der Schaufeln Grenzschichten, die stromabwärts der Schaufelhinterkante ein Nachlaufgebiet erzeugen. Die Strömung kann laminar, transsitional oder voll turbulent sein, sie kann bei großen Druckgradienten ablösen und sich gegebenenfalls wieder anlegen. Bei höheren Machzahlen entstehen Verdichtungsstöße, die zu einer un stetigen Verzögerung und Druckzunahme und damit zu Totaldruckverlusten führen. Bei komplexer Strömung bilden diese Stöße verwundene Flächen, die zu einem ungleichmäßigen Entropiefeld und damit zu einer rotationsbehafteten Strömung führen. Die Wechselwirkung von Stoß und Grenzschicht führt oftmals zu einer Ablösung der Strömung und zu zusätzlichen Verlusten.¹²

¹⁰ vgl. Gehrler, A. (1998), S.2f

¹¹ Quelle: Gehrler, A. (1998), S.2

¹² Gehrler, A. (1998), S.3

Die Ursachen für das Auftreten von Sekundärströmungen sind vielfältig. Sie entstehen durch Druckunterschiede am Gehäusespalt, durch verminderte Geschwindigkeiten in den Grenzschichten, durch eine ungleichförmige Zuströmung und durch Zentrifugalkräfte. In Turbinen sind diese Sekundärströmungen von großer Bedeutung, da sie beachtliche dreidimensionale Strömungsverzerrungen und Verluste in Wandnähe hervorrufen, die bis zu 50% der Gesamtverluste ausmachen können.¹³

Durch die Relativbewegung zwischen Leit- und Laufrad, oder durch zu starkes abweichen des Betriebszustandes vom Auslegungspunkt (rotierendes Abreißen, Pumpen, Schaufelflattern), treten instationäre Vorgänge auf. Instationäre Zustände können sich auch in den Ablösegebieten im Bereich der Schaufelvorder- und –hinterkante ergeben.¹⁴

Der Wärmeübergang zwischen Strömung und der festen Berandung spielt bei gekühlten Gasturbinenbeschaukelungen eine entscheidende Rolle, wobei im Fall von filmgekühlten Beschaukelungen die Vermischung zwischen dem kalten Kühlfilm und der heißen Hauptströmung von Bedeutung ist.¹⁵

In Kapitel 5 wird auf die Strömungsvorgänge, auf die aerodynamische Belastung(-sgrenzen) sowie auf die einzelnen Belastungskriterien im speziellen bei Axialverdichtern näher eingegangen.

2.2 Einteilung von Strömungsmaschinen

Strömungsmaschinen können nach folgenden Gesichtspunkten eingeteilt werden (siehe Abb.:5):^{16,17}

- nach dem durch die Maschine strömenden Fluid: hydraulische und thermische Maschinen
- nach der äußeren, geometrischen Form des Laufrades, insbesondere der Beschaukelung
- nach dem Arbeitsprinzip: Aktions- und Reaktionsmaschinen; Kraft- und Arbeitsmaschinen

¹³ Gehrler, A. (1998), S.3

¹⁴ vgl. Gehrler, A. (1998), S.3

¹⁵ Gehrler, A. (1998), S.3

¹⁶ Menny, K. (2003), S.2f

¹⁷ Agustin-Manzaneque, J-M. (2007), S.5

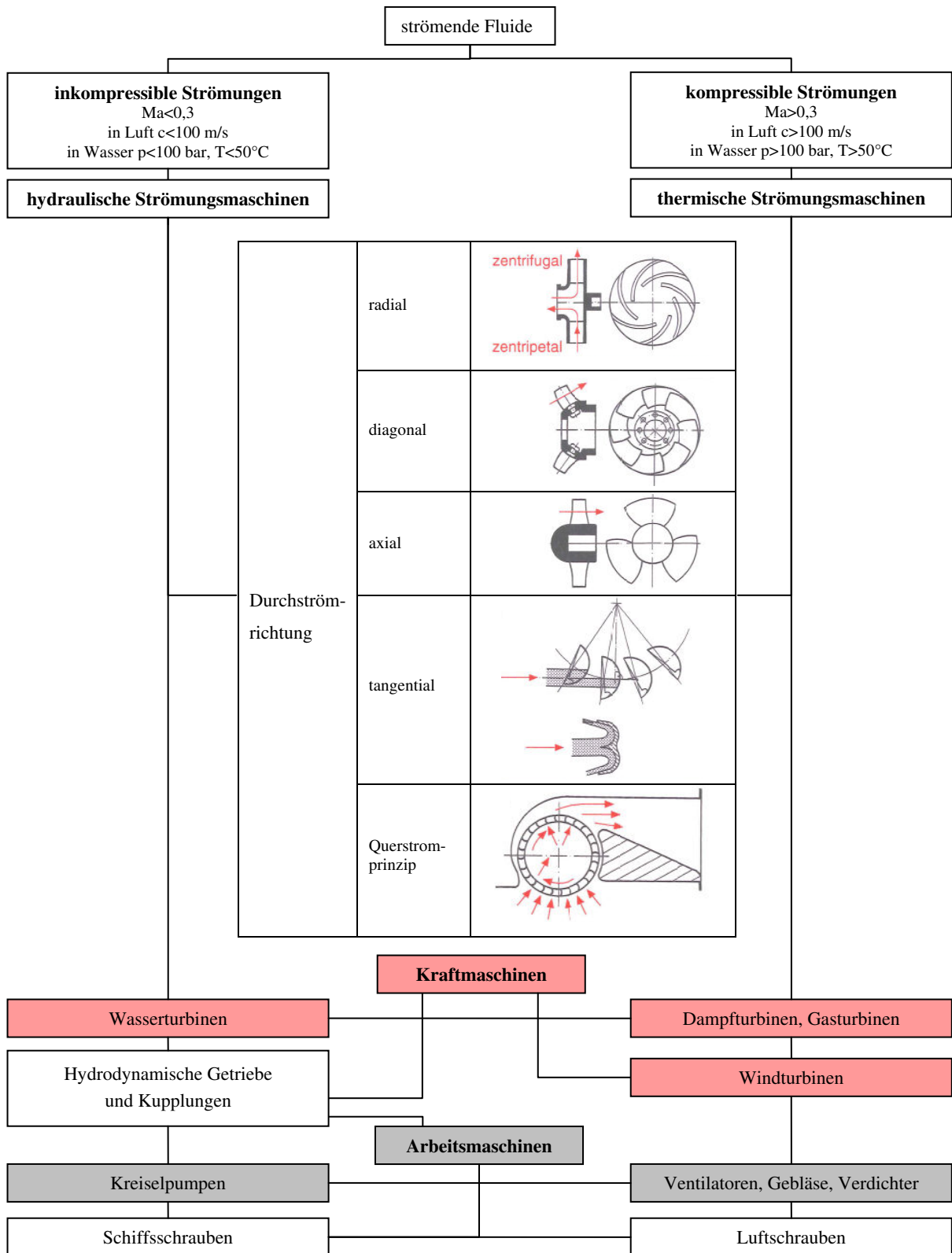


Abb. 5: Einteilung der Strömungsmaschinen nach verschiedenen Merkmalen^{18,19}

¹⁸ Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Bohl, W. (1994), S.10

¹⁹ Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Kameier, F. (1999), S.13

Hydraulische und thermische Maschinen können nach der Kompressibilität des Fluids unterschieden werden. Wasserturbinen und Kreiselpumpen sind hydraulische Maschinen, die mit inkompressiblen Flüssigkeiten arbeiten. Thermische Strömungsmaschinen, wie beispielsweise Dampfturbinen, Gasturbinen und Verdichter, arbeiten mit kompressiblen Fluiden.²⁰ Ein weiterer für die Wirkungsweise wichtiger Umstand ist der, in welcher Richtung die Maschine in der Hauptsache durchströmt wird.²¹ Zur Unterscheidung der Hauptströmrichtung im Laufrad differenziert man zwischen **Radial-, Diagonal- und Axialmaschinen**,²² wobei die Durchfluss- oder die in der Meridian-Ebene durch die Maschinenachse gelegene Geschwindigkeitskomponente für die Bezeichnung maßgebend ist: parallel zur Rotorachse Axialmaschine, senkrecht zur Rotorachse Radialmaschine, und zwar nach außen gerichtet zentrifugale Radialmaschine und nach innen gerichtet zentripetale Radialmaschine (vgl. Abb.5), schließlich unter einem beliebigen Zwischenwinkel zur Rotorachse Diagonalmaschine.²³

Je nach Anforderung werden verschiedene Radbauformen verwendet. Je größer der zu transportierende Volumenstrom und je kleiner die Druckdifferenz zwischen Saug- und Druckstutzen ist, desto flacher ist der Winkel zwischen Zu- und Abströmung.²⁴

Weiters kann nach der Art der Energieumsetzung zwischen Gleichdruck- bzw. **Aktionsprinzip**, bei dem sich die Geschwindigkeit im Laufrad nur der Richtung nach ändert, oder dem Überdruck- bzw. **Reaktionsprinzip**, bei dem auch der Betrag der Geschwindigkeit verändert wird, unterschieden werden.²⁵

Die im Folgenden angeführte Unterscheidung zwischen **Kraft- und Arbeitsmaschinen** wurde aus den Büchern Strömungsmaschinen von C. Pfeleiderer und H. Petermann (5.Auflage) sowie aus dem Buch Strömungsmaschinen 1, Aufbau und Wirkungsweise, von W. Bohl und W. Elmendorf (9.Auflage) entnommen:^{26,27}

Eine Strömungsmaschine hat die Aufgabe, entweder als Kraftmaschine eine von Natur dargebotene Energie in mechanische Arbeit umzuwandeln oder als Pumpe (Arbeitsmaschine) einem Fluid Energie zuzuführen, um es beispielsweise aus einem Raum niedrigen Druckes in einen

²⁰ vgl. Menny, K. (2003), S.2

²¹ vgl. Betz, A. (1959), S.4

²² vgl. Menny, K. (2003), S.2f

²³ Dibelius, G., Stoff, H. (2007), S.R1

²⁴ Brücker, C., Schwarze, R. (2007), Teil 2 S.17

²⁵ vgl. Menny, K. (2003), S.3

²⁶ Pfeleiderer, C., Petermann, H. (1986), S.1

²⁷ Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.13f

Raum höheren Druckes zu fördern. Arbeitet eine Strömungsmaschine als Kraftmaschine, so nennt man sie Turbine.

Die von der Natur dargebotenen Energiequellen sind sehr verschiedenartig. Deshalb gibt es verschiedene Turbinenarten. Die Wasserkräfte, d.h. die Lageenergie des Wassers, werden in Wasserturbinen in mechanische Arbeit umgewandelt. Die kinetische Energie des Windes kann in der Windturbine, die auch Windrad genannt wird, ausgenutzt werden. Die Wärmeenergie, d.h. die Energie der Brennstoffe oder die Kernenergie, wird in Wärmekraftmaschinen ausgenutzt, zu denen die Dampfturbine und die Gasturbine gehören.

Bei Strömungskraftmaschinen (siehe Abb.6) entsteht durch die Wirkung von Druck und Geschwindigkeit des Arbeitsmittels auf die Schaufeln des Rotors ein Drehmoment an der Welle, das z.B. als Antrieb eines elektrischen Generators genutzt werden kann. Das Fluid strömt vom hohen Energieniveau am Druckstutzen zum niedrigen Energieniveau am Saugstutzen.

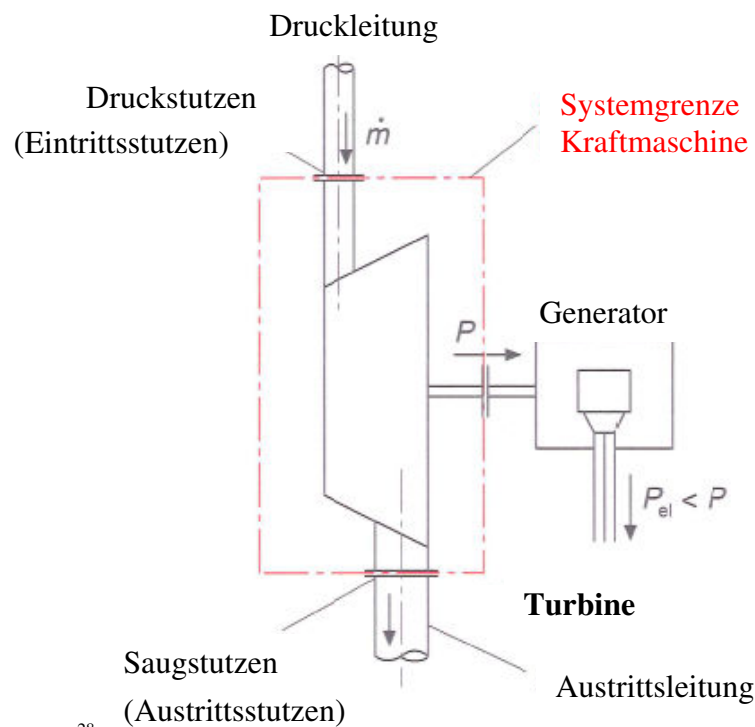


Abb. 6: Kraftmaschine²⁸

Bei den Pumpen kann das zu fördernde Fluid flüssig oder gasförmig sein. Pumpen für Flüssigkeiten werden meist als Kreiselpumpen bezeichnet. Pumpen zur Gasförderung bezeichnet man als Kreiselerdichter oder auch als Turboerdichter, wobei diese Maschinen je nach der Größe des erzeugten Druckverhältnisses auch Ventilatoren (Druckverhältnis bis etwa 1,1), Gebläse

²⁸ Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Agustin-Manzaneque, J-M. (2007), S.6

(Druckverhältnis etwa 1,1 bis 3) bzw. Turbokompressoren (Druckverhältnis größer 3) genannt werden. Bei Strömungsarbeitsmaschinen (siehe Abb.7) wird durch das an der Welle, z.B. durch einen Elektromotor aufgebrauchte Drehmoment dem Fluid über die Rotorbeschaufelung potentielle Energie und Geschwindigkeitsenergie zugeführt. Dabei strömt, wie zuvor schon erwähnt, das Arbeitsmittel vom niedrigen Energieniveau des Saugstutzens zum höheren Energieniveau des Druckstutzens.

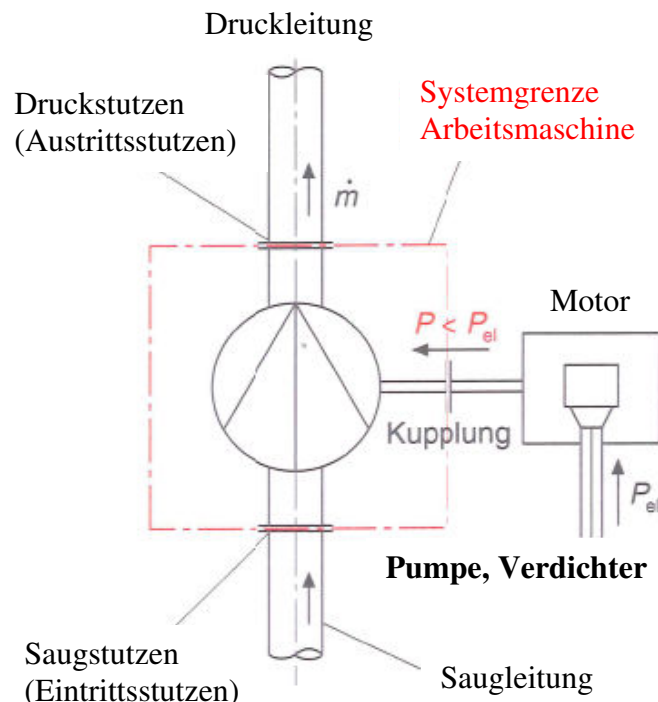


Abb. 7: Arbeitsmaschine²⁹

2.3 Vergleich mit Kolbenmaschinen

Zunächst muss erwähnt werden, dass Strömungsmaschinen im ständigen Wettbewerb mit Kolbenmaschinen stehen.³⁰ Bei einem Vergleich des Arbeitsgebietes der beiden Fluidenergiemaschinen können erhebliche Überdeckungen festgestellt werden. Beispielsweise dienen zur Verdichtung von Gasen Kolbenverdichter und Kreiseldichter, zur Wasserförderung dienen Kolbenpumpen und Kreiselpumpen. Die Gasturbine steht in Konkurrenz mit dem Verbrennungsmotor und der in einem Dampfkessel erzeugte Dampf kann sowohl in einer Kolbendampfmaschine als auch in einer Dampfturbine mechanische Arbeit leisten.³¹

²⁹ Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Agustin-Manzanaque, J-M. (2007), S.6

³⁰ vgl. Petermann, H. (1974), S.10

³¹ vgl. Pfleiderer, C., Petermann, H. (1986), S.1

Im Vergleich von Kolbenmaschinen und Strömungsmaschinen überwiegen bei großen Volumenströmen die Vorteile der Strömungsmaschinen, während bei einem kleineren durch die Maschine strömenden Volumenstrom die Kolbenmaschine der Strömungsmaschine oft überlegen ist. Nach unten ist das Arbeitsgebiet der Strömungsmaschinen durch das Arbeitsgebiet der Kolbenmaschinen begrenzt. Eine Begrenzung des Arbeitsgebietes nach oben gibt es für Strömungsmaschinen von Seiten der Konstruktion praktisch nicht. Je größer der gewünschte Volumenstrom, d.h. die gewünschte Leistung der Maschine ist, desto günstiger wird der Wirkungsgrad der Strömungsmaschine und desto geringer werden in der Regel auch die Herstellungskosten, wenn man diese auf eine Leistungseinheit bezieht. In der Praxis erfolgt die Begrenzung des Arbeitsgebietes der Strömungsmaschinen nach oben durch die Wünsche der Benutzer. Das Maschinengewicht und der Raumbedarf der Strömungsmaschinen sind im Vergleich zu Kolbenmaschinen sehr gering.³² Wenn man den Aufbau der beiden Fluidenergiemaschinen betrachtet, so ist die konstruktive Einfachheit einer Strömungsmaschine ein wesentlicher Vorteil. Hier bewegt sich der Läufer als einziges Bauteil in der einfachen, in der Technik bevorzugten rotierenden Bewegung, während bei den Kolbenmaschinen eine mehr oder weniger große Anzahl an Teilen in komplizierter Weise hin- und herlaufen und immer wieder beschleunigt und verzögert werden, was sich wiederum auf die Laufruhe und den Verschleiß nachteilig auswirken kann.³³ In Tabelle 1 werden in einem Vergleich die charakteristischen Merkmale im Prozessablauf und bei der Durchströmung der Maschine, die wirkenden Kräfte, die Bauelemente, der Wirkungsgrad, die Art der umgewandelten Energie sowie die beim Betrieb auftretenden Gefahren betrachtet.

³² vgl. Pfeleiderer, C., Petermann, H. (1986), S.1f

³³ vgl. Menny, K. (2003), S.3

	Strömungsmaschine	Hubkolbenmaschine
Prozessablauf	stetig, dadurch entfällt die Ventilsteuerung, kein Schwungrad	periodisch, somit Steuerungsventile notwendig; dadurch zusätzliche, bewegte Teile mit Massenträgheit; Störungsquellen; Schwungrad erforderlich
Durchströmung	stationär, dadurch hohe örtliche Materialbelastung möglich	instationär, periodisch, dadurch Beschleunigungs- und Verzögerungskräfte im zu- und abströmenden Arbeitsmittel, Werkstoff wird durch mittlere Materialbelastung beansprucht
Kräfte	durch dynamische Energieumwandlung treten kleine Kräfte auf, leichtere Bauart, große Leistungseinheiten möglich	durch statische Energieumformung wirken große Druckkräfte; schwere Bauart und Leistungsgrößen beschränkt
Hauptbauteile	rotierendes Laufrad, dadurch vollständiger Massenausgleich, kleine Reibungsverluste, höhere Betriebsdrehzahlen, ölfreies Arbeitsmittel (Fluid)	hin- und hergehender Kolben, dadurch Schwingungen infolge von Massenkräften, höhere Reibungsverluste, kleinere Betriebsdrehzahlen; durch Schmierung des Kolbens gelangt Öl in das Arbeitsmittel; ölfreies Fluid ist möglich, erfordert jedoch erhöhten Konstruktionsaufwand
Wirkungsgrad	leistungsabhängig, dadurch erhöhte Verluste im Teil und Überlastungsgebiet	von einer Mindestlast ab annähernd konstant
Art der umgewandelten Energie	die Arbeitsfähigkeit eines Fluids wird auf dem Wege über die kinetische Energie verändert (Energie $\sim c^2/2$)	die Veränderung erfolgt auf dem Wege über die statische Energie des Fluids
Leistung/Moment	drehzahlabhängig, dadurch ist eine Mindestdrehzahl für einen wirksamen Betrieb erforderlich	drehzahlunabhängig (Ausnahme: Verbrennungsmotoren)
Gefahren beim Betrieb	Gefahr des „Durchgehens“ bei Kraftmaschinen, deshalb ist eine Schnellschlusseinrichtung erforderlich	Gefahr des überhöhten Druckes bei Arbeitsmaschinen, deshalb ist eine Sicherheitseinrichtung notwendig

Tab. 1: Vergleich Strömungs- und Verdrängermaschine (Hubkolbenmaschine)³⁴

³⁴ Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Brücker, C., Schwarze, R. (2007), S.5 und S.13f

3 Arbeitsweise von Strömungsmaschinen

Zum besseren Verständnis des Verlaufes des Cordier-Diagramms und der Anwendung der im Kapitel 5 beschriebenen Belastungskriterien sind einige strömungsmechanische und strömungsmaschinenbezogene Grundlagen erforderlich, die in den nachfolgenden Abschnitten behandelt werden.

3.1 Laufradströmung^{35,36,37}

Die Leistungsübertragung im zentralen Element einer Strömungsmaschine, dem beschaufelten, rotierendem Laufrad, ist mit einer Geschwindigkeits- und Druckänderung des Fluids verbunden. Bei der Fluidbewegung im Laufrad muss je nach Bezugssystem zwischen der absoluten und der relativen Strömung unterschieden werden. Relativ zum rotierenden Laufrad bewegen sich die Fluidteilchen auf Bahnkurven, die im Wesentlichen durch die Form der Schaufeln vorgegeben sind. Die Absolutbewegung resultiert aus der Überlagerung dieser Relativströmung mit der Laufradrotation.

Wird die Relativgeschwindigkeit des Fluids mit w , seine Absolutgeschwindigkeit mit c und die Umfangsgeschwindigkeit mit u bezeichnet, so gilt die Vektorgleichung

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}, \quad (3.1)$$

die sich als Vektorparallelogramm oder einfacher als Geschwindigkeitsdreieck darstellen lässt (siehe Abb.8). Alle in der Berechnung vorkommenden Winkel α und β sind gemäß Abb. 8 definiert.

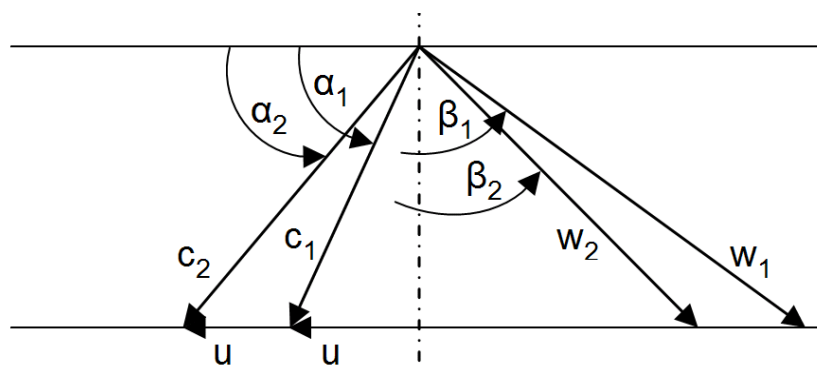


Abb. 8: Geschwindigkeitsplan³⁸

³⁵ Klemm, T. (2005), S.5

³⁶ Kalide, W. (2005), S.196ff

³⁷ Menny, K. (2003), S.19

³⁸ Quelle: eigene Darstellung (2009)

u Die Umfangsgeschwindigkeit folgt aus der Drehzahl des Laufrades n und dem Laufraddurchmesser d

$$u = \pi \cdot n \cdot d \quad (3.2)$$

w Relativgeschwindigkeit (relativ zum umlaufenden Rad)

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot c \cdot \cos \alpha \quad (3.3)$$

c Absolutgeschwindigkeit (absolut zur festen Umgebung)

$$c^2 = w^2 + u^2 + 2 \cdot u \cdot w \cdot \cos \beta \quad (3.4)$$

Komponenten der Geschwindigkeit in Umfangsrichtung (Umfangskomponente)

$$c_u = c \cdot \cos \alpha \quad (3.5)$$

$$w_u = w \cdot \cos \beta \quad (3.6)$$

$$c_u = w_u + u \quad (3.7)$$

Komponenten der Geschwindigkeit senkrecht zur Umfangsrichtung (Meridiankomponente)

$$c_m = c \cdot \sin \alpha \quad (3.8)$$

$$w_m = w \cdot \sin \beta \quad (3.9)$$

$$c_m = w_m \quad (3.10)$$

Aus den Geschwindigkeitsdreiecken und Gleichung (3.10) folgt, dass die Meridiankomponente von Relativ- und Absolutgeschwindigkeit gleich sind. Sie können aus dem Volumenstrom \dot{V} mittels des Kontinuitätssatzes berechnet werden (der Laufradeintritt wird mit Index 1, der Laufradaustritt mit Index 2 bezeichnet)

$$c_{1m} = w_{1m} = \frac{\dot{V}_1}{A_1 \cdot \tau_1} \quad c_{2m} = w_{2m} = \frac{\dot{V}_2}{A_2 \cdot \tau_2} \quad (3.11)$$

Durch die Verengungsfaktoren τ_1 und τ_2 werden die Querschnittsverengung durch die Dicke der Schaufeln und der Grenzschichteinfluss berücksichtigt.

- \dot{V} ... Volumenstrom [m³/s]
- d_1 ... Laufraddurchmesser am Eintritt [mm]
- d_2 ... Laufraddurchmesser am Austritt [mm]
- A_1 ... Querschnittsfläche am Eintritt [mm²]
- A_2 ... Querschnittsfläche am Austritt [mm²]

Die Ausbildung der Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt ist abhängig vom Einsatz als Arbeits- oder Kraftmaschine. Arbeitsmaschinen führen dem Fluid Energie zu, sodass die Absolutgeschwindigkeit beschleunigt wird. Bei Kraftmaschinen stellt sich dieser Effekt genau gegensätzlich dar.³⁹

Abb.9 und Abb.10 zeigen jeweils die Geschwindigkeitsverhältnisse an den Laufrädern einer Kraft- und einer Arbeitsmaschine, wobei die in Abb.8 definierten Winkel α und β mit den Winkeln in Abb.9 und Abb.10 nicht ident sind.

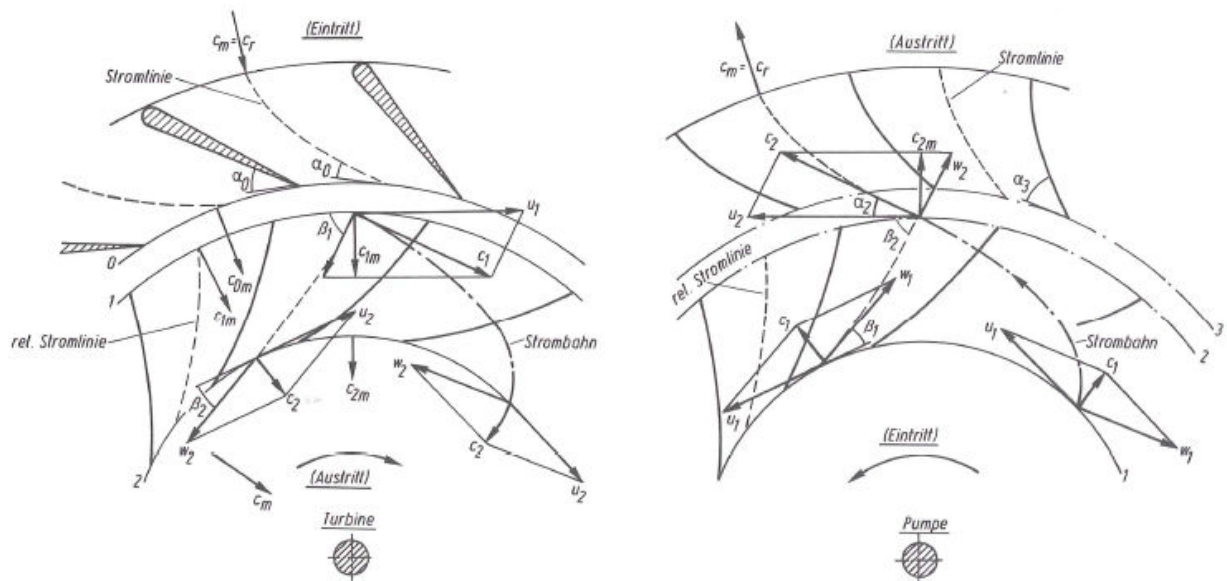


Abb. 9: Geschwindigkeiten am Radialgitter⁴⁰

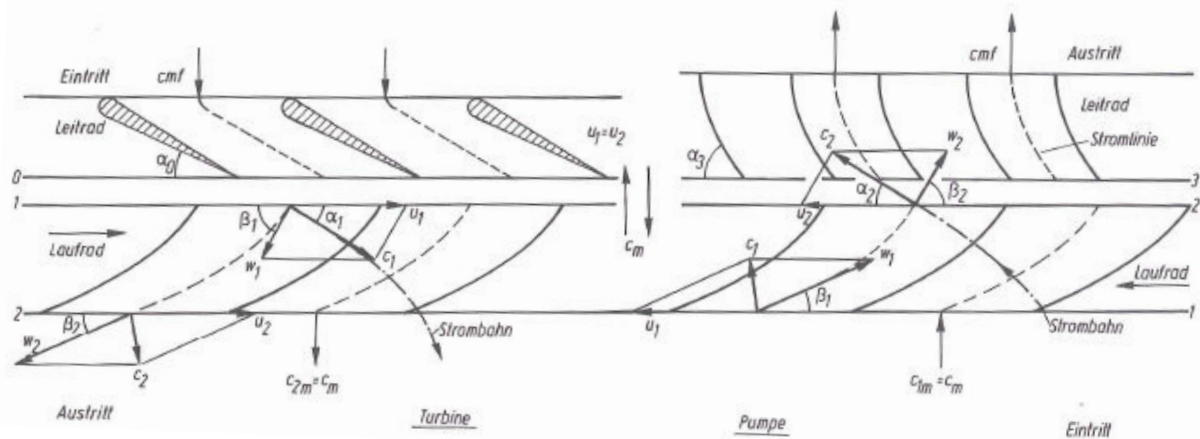


Abb. 10: Geschwindigkeiten am Axialgitter⁴¹

³⁹ Klemm, T. (2005), S.6

⁴⁰ Quelle: Kalide, W. (2005), S.197

⁴¹ Quelle: Kalide, W. (2005), S.198

3.2 Energieumsetzung in einer Strömungsmaschine

Die Energieumsetzung in einer Strömungsmaschine ist indirekt und nimmt stets den Weg über die kinetische Energie des Fluids. Im Folgenden wird dies kurz anhand einer Turbine erklärt. Das Fluid tritt am Druckstutzen in die Maschine ein und fließt zunächst durch einen Kranz feststehender Leitschaufeln. Daraus folgt die Erhöhung der Geschwindigkeit und somit wiederum die Erhöhung der kinetischen Energie des Fluids auf Kosten seines Druckes bzw. seiner potentiellen Energie. Durch die Form der Leitschaufeln entsteht zugleich eine Geschwindigkeitskomponente in der Umfangsrichtung des Laufrades.⁴²

In einer Strömungsarbeitsmaschine sind, wie im vorigen Kapitel schon erwähnt, die Vorgänge umgekehrt. Hier wird dem Fluid im Laufrad Energie zugeführt. Die Leitschaufeln sind hinter dem Laufrad angeordnet und haben den Zweck, einen Teil der kinetischen Energie durch Verzögerung der Strömung in eine Druckerhöhung umzusetzen. Der gleichen Aufgabe dient hier auch das Gehäuse, dessen Querschnitte deshalb in der Strömungsrichtung zunehmen. Die beschriebene Art der Energieumsetzung ist für alle Strömungsmaschinen typisch, sie arbeiten nach dem Prinzip der Geschwindigkeitsänderung.⁴³

Allgemein gilt für den Arbeitsumsatz in einer beliebigen Maschine je Einheit der zwischen dem Ein- und Austritt 1 und 2 durchgesetzten Masse

$$a + q_a = (u_2 - u_1) + (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) + \left(\frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2}\right) + g \cdot (z_2 - z_1). \quad (3.12)$$

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

Darin sind

- (1) die nach außen/innen übertragene Arbeit,
- (2) die nach außen/innen übertragene Wärmemenge,
- (3) die Änderung der inneren Energie,
- (4) die Verschiebungsarbeit zwischen Ein- und Austritt,
- (5) die Änderung der kinetischen Energie und
- (6) die gegen das Beschleunigungsfeld zu leistende Arbeit.

Bei hydraulischen Maschinen sind (2) und (3) gleich Null, bei thermischen Maschinen ist (6) vernachlässigbar (=Null).⁴⁴

⁴² vgl. Menny, K. (2003), S.1f

⁴³ Menny, K. (2003), S.2

⁴⁴ Müller, K. J. (1978), S.13

3.2.1 Strömungsmechanische Grundgleichungen⁴⁵

Zur Beschreibung des Verhaltens eines strömenden Fluids stehen bei Annahme kontinuumsmechanischer Gesetzmäßigkeiten die strömungsmechanischen Grundgleichungen bzw. Erhaltungssätze Kontinuität (Massenerhaltung), Kräftegleichgewicht (Impulssatz), Energiesatz und die Zustandsgleichung des Fluids (thermodynamische Verknüpfung von p , ρ , T) zur Verfügung, welche im Folgenden erläutert werden.

Die **Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung)** sagt aus, dass für stationäre Strömungen die pro Zeiteinheit strömende Masse \dot{m} durch den Querschnitt A konstant ist, also

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot c_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot c_2 \cdot A_2 = \text{konst}, \quad (3.13)$$

sofern sich zwischen 1 und 2 keine Quellen oder Senken befinden.

In differentieller Form für instationäre Strömung kann diese auch geschrieben werden als:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.14)$$

Der **Impulssatz** sagt aus, dass die zeitliche Änderung des Impulses eines Massenelements gleich der Resultierenden der äußeren Kräfte auf dieses Massenelement ist:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i, \quad (3.15)$$

mit den Komponenten T_{ij} des Cauchy'schen Spannungstensors und den Komponenten der Volumenkräfte pro Masseneinheit f_i .

Der **Energiesatz in differentieller Form** lautet:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i e)}{\partial x_i} = T_{ij} \cdot \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial h_i}{\partial x_i} + \rho q, \quad (3.16)$$

wobei q skalare Wärmequellen und h_i die Wärmestromvektoren pro Einheitsfläche sind.

Als **Zustandsgleichung des Fluids**, zur Beschreibung des Zusammenhanges zwischen der Dichte ρ und dem Druck p , wird häufig die ideale Gasgleichung verwendet:

$$p \cdot \frac{1}{\rho} = R \cdot T, \quad (3.17)$$

mit der idealen Gaskonstante R und der Temperatur T .

⁴⁵ vgl. Dornstetter, S. (2002), S.7f

Für die Beschreibung der Kräfte im Fluid wird für Luft von einem Newton'schen Fluid ausgegangen. Bei Newton'schen Fluiden ist die Schubspannung τ proportional zur Deformationsgeschwindigkeit $\frac{du}{dy}$. Newton'sche Fluide sind definiert als:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.18)$$

Der Proportionalitätsfaktor μ wird als dynamische Viskosität bezeichnet, ν ist die kinematische Viskosität.

3.2.2 Eulersche Strömungsmaschinen-Hauptgleichung⁴⁶

Der Energieumsatz einer idealisierten Strömung im Laufrad einer Strömungsmaschine kann nach der von **Leonhard Euler** 1754 aufgestellten **allgemeinen Strömungsmaschinen-Hauptgleichung** berechnet werden. Euler hat für seine auf theoretischem Wege abgeleitete Formel folgende Einschränkungen gemacht:

- das Arbeitsmittel muss inkompressibel und reibungsfrei sein,
- die Strömung muss exakt schaufelkongruent verlaufen,
- alle Stromfäden müssen die gleiche Form haben,
- der Einfluss der Schwere wird vernachlässigt und
- die Strömung muss stationär verlaufen.

Ausgehend vom Drallsatz erhält man die in Tabelle 2 dargestellten Beziehungen zwischen der spezifischen Stutzenarbeit Y und den im Laufrad vorhandenen Strömungsgeschwindigkeiten.

Die Zusammenhänge zwischen Geschwindigkeiten, Laufradabmessungen und Drehzahl einerseits und Volumenstrom und spezifischer Stutzenarbeit andererseits können aus Tabelle 10 und Tabelle 11 im Anhang entnommen werden.

⁴⁶ Bohl, W. (1994), S.28f

Kraftmaschinen		Arbeitsmaschinen	
Eintritt 1	Austritt 2	Eintritt 1	Austritt 2
<p>Das von der Strömung auf das Laufrad ausgeübte Drehmoment beträgt:</p> $M = \dot{m} \cdot (c_{u1} \cdot r_1 - c_{u2} \cdot r_2)$ <p>Die vom Laufrad theoretisch abgegebene Leistung beträgt:</p> $P_{th\infty} = M \cdot \omega$ <p>Andererseits ergibt sich die theoretische Laufradleistung aus dem Energieumsatz:</p> $P_{th\infty} = \dot{m} \cdot Y_{th\infty}$ <p>Durch Gleichsetzen erhält man:</p> $M \cdot \omega = \dot{m} \cdot Y_{th\infty}$ $\dot{m} \cdot (c_{u1} \cdot r_1 - c_{u2} \cdot r_2) \cdot \omega = \dot{m} \cdot Y_{th\infty}$ $Y_{th\infty} = \omega \cdot (c_{u1} \cdot r_1 - c_{u2} \cdot r_2)$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $Y_{th\infty} = c_{u1} \cdot u_1 - c_{u2} \cdot u_2$ </div>		<p>Das von der Strömung auf die Schaufeln des Laufrades übertragene Drehmoment beträgt:</p> $M = \dot{m} \cdot (c_{u2} \cdot r_2 - c_{u1} \cdot r_1) \tag{3.19}$ <p>Die vom Laufrad theoretisch abgegebene Leistung beträgt:</p> $P_{th\infty} = M \cdot \omega \tag{3.20}$ <p>Andererseits ergibt sich die theoretische Laufradleistung aus dem Energieumsatz:</p> $P_{th\infty} = \dot{m} \cdot Y_{th\infty} \tag{3.21}$ <p>Durch Gleichsetzen erhält man:</p> $M \cdot \omega = \dot{m} \cdot Y_{th\infty} \tag{3.22}$ $\dot{m} \cdot (c_{u2} \cdot r_2 - c_{u1} \cdot r_1) \cdot \omega = \dot{m} \cdot Y_{th\infty} \tag{3.23}$ $Y_{th\infty} = \omega \cdot (c_{u2} \cdot r_2 - c_{u1} \cdot r_1) \tag{3.24}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $Y_{th\infty} = c_{u2} \cdot u_2 - c_{u1} \cdot u_1$ </div>	

Tab. 2: Turbinenhauptgleichung⁴⁷

⁴⁷ Quelle: eigene Tabelle in Anlehnung an Bohl, W. (1994), S.29

4 Maschinenkenngrößen

Im Strömungsmaschinenbau setzt sich die Verwendung von dimensionslosen Kennzahlen bei der Darstellung von Versuchswerten und bei Auslegungsberechnungen immer mehr durch. Im vorliegenden Abschnitt werden einige wichtige dimensionslose Kennzahlen im Strömungsmaschinenbau dargestellt.

4.1 Kennzahlen

Für die Auslegung, den Vergleich und zur kritischen Beurteilung von Versuchsergebnissen von Strömungsmaschinen sind dimensionslose Kennzahlen zweckmäßig. Diese geben unabhängig von der Drehzahl und von der Maschinengröße, welche durch den Laufraddurchmesser repräsentiert wird, das für die jeweilige Maschine Typische wieder.⁴⁸

Mit Hilfe der Kennzahlen der Strömungsmaschinen lässt sich abschätzen:⁴⁹

- ob das Entwurfsziel überhaupt erreicht werden kann;
- welche Bauart (axial, diagonal, radial, ein-, mehrstufig oder –flutig) dazu notwendig ist;
- welche Hauptabmessungen (z.B. Laufraddurchmesser) und welche Drehzahl erforderlich sein werden.

Einige dimensionslose Kennzahlen sind im vorliegenden Abschnitt wie folgt definiert:

Durchflusszahl:

$$\varphi = \frac{c_m}{u} \quad (4.1)$$

Die Berechnungsformeln für die Durchflusszahl im Mittel-, Naben- und Gehäuseschnitt werden in Kapitel 6.2 näher erläutert.

Cordier-Durchflusszahl:

$$\varphi_C = \frac{4 \dot{V}}{d_G^2 \cdot \pi \cdot u_G} \quad (4.2)$$

Druckzahl (Energiedifferenzzahl):

$$\psi = \frac{2 \cdot Y_{th\infty}}{u^2} = \frac{2 \cdot \Delta h}{u^2} = 2 \cdot \lambda \quad (4.3)$$

⁴⁸ vgl. Menny, K. (2003), S.35

⁴⁹ Carolus, T. (2003), S.1

Die Berechnungsformeln für die Druckzahl im Mittel-, Naben- und Gehäuseschnitt werden in Kapitel 6.2 näher erläutert.

Isentrope Druckzahl:

$$\psi_s = \frac{2.Y}{u^2} = \frac{2.\Delta h_s}{u^2} = 2.\lambda_s \quad (4.4)$$

Cordier-Druckzahl:

$$\psi_{s,C} = \frac{2.Y}{u_G^2} = \frac{2.\Delta h_s}{u_G^2} \quad (4.5)$$

Schnelllaufzahl:⁵⁰

Durch Eliminieren des Durchmessers d aus der Kombination von Cordier-Druckzahl und Cordier-Durchflusszahl ergibt sich die Schnelllaufzahl:

$$\sigma = \frac{\varphi_C^{1/2}}{\psi_{s,C}^{3/4}} = n \cdot \frac{(4.\dot{V})^{1/2} \cdot \pi^{1/2}}{(2.Y)^{3/4}} = n \cdot \frac{\sqrt{\dot{V}} \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi}}{(2.Y)^{3/4}} \quad (4.6)$$

Diesen Proportionalitäten entspricht auch die spezifische Drehzahl:

$$n_q = n \cdot \frac{\dot{V}^{1/2}}{Y^{3/4}} \quad (4.7)$$

Die spezifische Drehzahl ist die Vergleichszahl einer geometrisch ähnlichen Strömungsmaschine, die $1 \text{ m}^3/\text{s}$ Fördervolumenstrom bei einer spezifischen Arbeit von $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ leistet.

Die spezifische Drehzahl kennzeichnet also nur die Radform; n_q ist unabhängig von der Größe der ausgeführten Maschine.⁵¹

Zwischen Schnelllaufzahl und der spezifischen Drehzahl besteht folgender Zusammenhang:

$$\sigma = \frac{n_q}{157,8} \quad (4.8)$$

Gemäß W. Bohl und W. Elmendorf (Strömungsmaschinen 1) lässt sich folgender Zusammenhang zwischen Laufradform und Laufzahl formulieren:

⁵⁰ vgl. Kameier, F. (1999), S.42f

⁵¹ vgl. Petermann, H. (1974), S.50

Laufradform	Laufzahl	Spezifische Drehzahl
radial	0,06 – 0,32	10 – 50 min ⁻¹
diagonal	0,25 – 1,0	40 – 60 min ⁻¹
axial	0,8 – 3,5	125 – 400 min ⁻¹

Tab. 3: Zusammenhang zwischen Laufradform und Laufzahl⁵²

Durchmesserzahl:⁵³

Durch Eliminieren der Drehzahl n aus der Kombination von Cordier-Druckzahl und Cordier-Durchflusszahl ergibt sich die Durchmesserzahl:

$$\delta = \frac{\psi_{s,C}^{1/4}}{\varphi_C^{1/2}} = d_G \cdot \frac{\sqrt{\pi} \cdot (2 \cdot Y)^{1/4}}{2 \cdot \sqrt{\dot{V}}} = d_G \cdot \sqrt[4]{\frac{2 \cdot Y}{\dot{V}^2}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (4.9)$$

Nach weiterer Umformung erhält man:⁵⁴

$$\delta = \frac{157,8}{\psi_s^{1/2} \cdot n_q} \quad (4.10)$$

Der spezifische Durchmesser wächst also mit abnehmender spezifischer Drehzahl.

⁵² Quelle: eigene Tabelle in Anlehnung an Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.73

⁵³ Kameier, F. (1999), S.43f

⁵⁴ Pfleiderer, C., Petermann, H. (1986), S.267

Die wichtigsten Kennzahlen lassen sich zu folgender Tabelle zusammenfassen:

Kennzahl	Formelzeichen	Berechnungsformel
Durchflusszahl	φ	$\varphi = \frac{c_m}{u}$
Cordier-Durchflusszahl	φ_C	$\varphi_C = \frac{4 \cdot \dot{V}}{d_G^2 \cdot \pi \cdot u_G}$
Druckzahl	ψ	$\psi = \frac{2 \cdot Y_{th\infty}}{u^2} = \frac{2 \cdot \Delta h}{u^2} = 2 \cdot \lambda$
Isentrope Druckzahl	ψ_s	$\psi_s = \frac{2 \cdot Y}{u^2} = \frac{2 \cdot \Delta h_s}{u^2} = 2 \cdot \lambda_s$
Cordier-Druckzahl	$\psi_{s,C}$	$\psi_{s,C} = \frac{2 \cdot Y}{u_G^2} = \frac{2 \cdot \Delta h_s}{u_G^2}$
Schnelllaufzahl	σ	$\sigma = \frac{\varphi_C^{1/2}}{\psi_{s,C}^{3/4}} = n \cdot \frac{(4 \cdot \dot{V})^{1/2} \cdot \pi^{1/2}}{(2 \cdot Y)^{3/4}} = n \cdot \frac{\sqrt{\dot{V}} \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi}}{(2 \cdot Y)^{3/4}}$
Durchmesserzahl	δ	$\delta = \frac{\psi_{s,C}^{1/4}}{\varphi_C^{1/2}} = d_G \cdot \frac{\sqrt{\pi} \cdot (2 \cdot Y)^{1/4}}{2 \cdot \sqrt{\dot{V}}} = d_G \cdot \sqrt[4]{\frac{2 \cdot Y}{\dot{V}^2} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2}}$

Tab. 4: Dimensionslose Kennzahlen im Überblick⁵⁵

⁵⁵ Quelle: eigene Tabelle in Anlehnung an Kameier, F. (1999), S.44

4.2 Grafische Darstellungen mittels dimensionsloser Kennzahlen

Die Kenngrößendarstellung des Maschinenverhaltens weist gegenüber der Darstellung mit Einflussgrößen große Vorteile auf. Dies soll am Beispiel der Abhängigkeit der Druckdifferenz von Massenstrom demonstriert werden. Die Darstellung mit dimensionslosen Kennzahlen ermöglicht, das Maschinenverhalten durch eine einzige Kurve wiederzugeben. In der Darstellung ohne dimensionslose Kenngrößen ergeben sich hingegen Kurvenscharen, die den jeweiligen Parameter berücksichtigen müssen (Abb.11 und Abb.12).⁵⁶

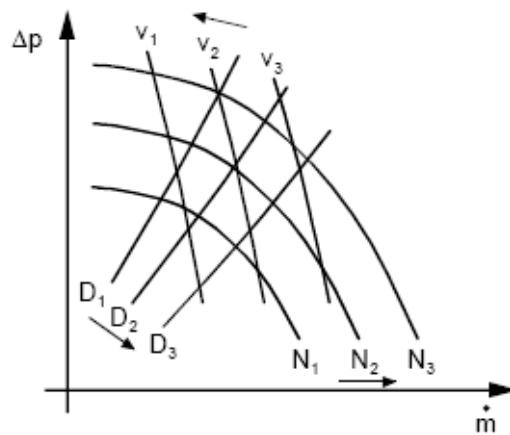


Abb. 11: Darstellung des Turbomaschinenverhaltens mit Einflussgrößen als Parameter⁵⁷

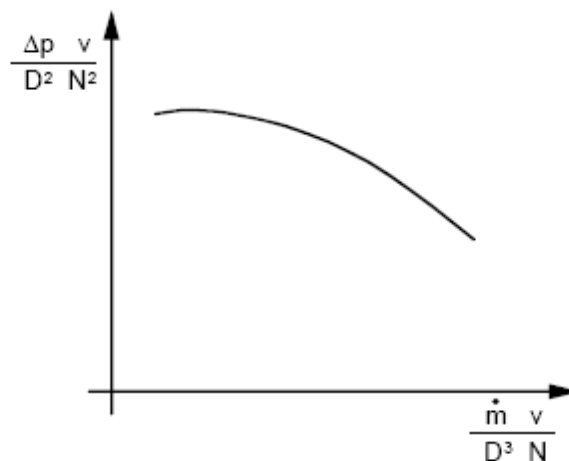


Abb. 12: Darstellung des Turbomaschinenverhaltens mit dimensionslosen Kennzahlen⁵⁸

⁵⁶ vgl. Stoff, H. (2006), S.79

⁵⁷ Quelle: Stoff, H. (2006), S.79

⁵⁸ Quelle: Stoff, H. (2006), S.79

Eine weitere bekannte grafische Darstellung, für die Zuordnung der Schnelllaufzahl und der Durchmesserzahl ausgeführter Maschinenstufen, ist das Cordier-Diagramm. Solche Kennzahlkombinationen wie sie in den Gleichungen (4.6) und (4.9) dargestellt werden, sind zulässig, da sie im Wesentlichen die Erweiterung einer bestimmten Kennzahl mit einem dimensionslosen Faktor darstellen. Eine Verminderung der Parameter einer Kenngrößenfunktion ist damit nicht verbunden.⁵⁹

Das Cordier-Diagramm wurde erstmals in einem Artikel des Magazins Brennstoff-Wärme-Kraft Band 3 Nr.10 am 10.Oktober 1953 mit dem Titel „Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen“ von Dr.Ing. **Otto Cordier** vorgestellt. Nachfolgend werden die wichtigsten Erkenntnisse des Originalartikels wiedergegeben.

Cordier versuchte in den 50er Jahren durch Zuordnung dimensionsloser Werte für Drehzahl n und Lauferdurchmesser d einen Überblick über ein großes Gebiet von Strömungsarbeits- und -kraftmaschinen zu erhalten. Aus den Betriebsdaten $\dot{V} \rightarrow \dot{V}_{opt}$ und $Y \rightarrow Y_{opt}$, sowie dem Laufraddurchmesser und der Drehzahl *optimal*, werden die Laufzahl σ_{opt} nach Gleichung (4.6) und die Durchmesserzahl δ_{opt} nach Gleichung (4.9) berechnet. Optimal bedeutet eine bei bestem Wirkungsgrad arbeitende einstufige Strömungsmaschine.^{60,61}

Trägt man die beiden Kennzahlen σ_{opt} und δ_{opt} in einem doppellogarithmischen Diagramm mit δ als Abszisse und σ als Ordinate auf, so erhält man einen nur gering streuenden Zusammenhang $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$. Dieser empirisch gefundene Zusammenhang wird als Cordier-Diagramm bezeichnet.

Cordier verwendet mit den Gleichungen von σ und δ zwei voneinander unabhängige, dimensionsfreie Ausdrücke für Drehzahl und Laufraddurchmesser. σ ist mit der von Keller (Keller, C., Axialgebläse vom Standpunkt der Tragflügeltheorie, Zürich 1934) entwickelten Schnelllaufzahl identisch. Cordier zeigt in seiner Veröffentlichung die Vorteile der Durchmesserzahl δ , die bereits in einer 1905 erschienenen Arbeit von N. Baashuus enthalten ist (Klassifikation von Turbinen, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure VDI 1905 Band 49, S.92) und empfiehlt diese in Vergessenheit geratene Kennzahl zu verwenden. Die Durchmesserzahl stellt den Laufraddurchmesser ins Verhältnis zum Durchmesser der gleichwertigen Ersatzdüse. Damit ist es

⁵⁹ vgl. Stoff, H. (2006), S.80

⁶⁰ vgl. Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.77

⁶¹ vgl. Cordier, O. (1953), S.337

möglich, das Verhalten einer Strömungsmaschine statt durch das Wertepaar ψ , φ durch das Paar σ , δ , wie in Kapitel 4.2 gezeigt wurde, dimensionsfrei darzustellen. Dies wird besonders dann vorteilhaft sein, wenn für Entwurfsarbeiten Förderhöhe und Durchfluss vorgeschrieben, Durchmesser und Drehzahl aber noch zu bestimmen sind.⁶²

Sind Förderhöhe und Durchfluss gegeben, so besteht nach den Gleichungen (4.6) und (4.9) ein unveränderliches Verhältnis zwischen Durchmesser und Drehzahl einerseits und ihren dimensionslosen Werten andererseits; Ordinate und Abszisse können für diesen Fall in wirkliche Werte umgerechnet werden. Man ist auf einfache Weise in der Lage, zu einer gegebenen oder angenommenen Drehzahl den zugehörigen, optimalen Durchmesser für besten Wirkungsgrad zu ermitteln bzw. abzuschätzen, indem man zum berechneten σ_{opt} aus der passenden Cordier-Kurve δ_{opt} entnimmt und daraus d berechnet. Ist der Laufraddurchmesser gegeben bzw. vorgeschrieben, lässt sich umgekehrt zu einem Wertepaar \dot{V}_{opt} / Y_{opt} die zugehörige optimale Drehzahl ermitteln. Ein Schichtendiagramm kann aber auch sofort angeben, ob und wie weit Abweichungen vom Optimum (d.h. ob die Maschine optimal ausgelegt bzw. eingebaut ist oder ob sie optimal betrieben wird), die durch Nebenbedingungen notwendig werden können, noch zulässig sind.^{63,64}

Die Arbeitspunkte von 120 gut ausgeführten Lüftern, Gebläsen und Pumpen axialer und radialer Bauart wurden von Cordier im Schichtendiagramm in Abb.13 aufgetragen. In dieser logarithmischen σ, δ -Abbildung wurde der Wirkungsgrad von einstufigen Axialgebläsen bei Berücksichtigung der Reibungs- und Austrittsverluste eingetragen (Abb.13, oberer Teil, $\sigma >$ rund 0,4). Zusätzlich sind die Linien konstanter Cordier-Druckzahl $\psi_{s,C}$ ($\cong \psi_{opt}$ im Diagramm) in Form einer unter 45° geneigten Gerade eingetragen.⁶⁵

⁶² Cordier, O. (1955), S.86

⁶³ vgl. Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.78f

⁶⁴ Cordier, O. (1953), S.339

⁶⁵ vgl. Cordier, O. (1953), S.339

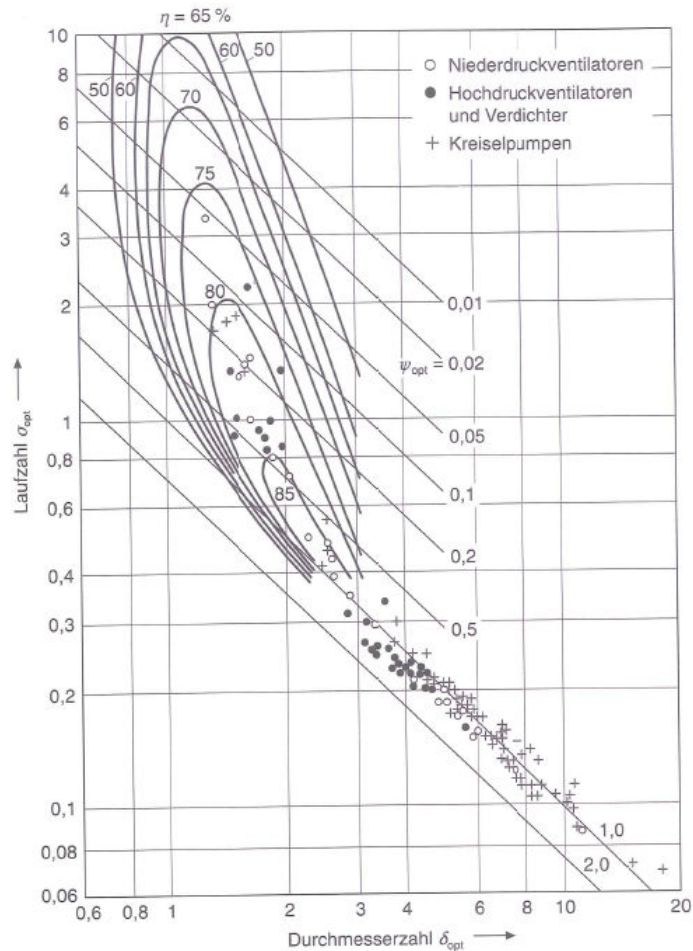


Abb. 13: Kennfeld für Lüfter, Gebläse und Pumpen⁶⁶

Aus Abb.13 ist ersichtlich, dass für Radialgebläse und -pumpen die möglichen Betriebspunkte ($\sigma < \text{rund } 0,6$) wesentlich näher zusammenfallen, so dass hier Wirkungsgradlinien mit ähnlichem Erfolg nicht angegeben werden können.

Bei den Axialmaschinen ($\sigma > \text{rund } 0,6$) fällt die gute Übereinstimmung der Lage der Arbeitspunkte ausgeführter Maschinen mit dem Gebiet besten Wirkungsgrades des Schichtendiagramms besonders auf. Von hier gehen die Arbeitspunkte stetig in das zwischen den Linien $\psi_{s,C} = 0,8$ und $\psi_{s,C} = 1,5$ liegende Gebiet der Radialmaschinen über.

Das in der Mitte befindliche Gebiet (zwischen $\sigma = \text{rund } 0,36$ und rund $0,7$) entspricht bei den Wasserturbinen den Francis-Rädern und ist vorwiegend durch räumlich gekrümmte Schaufeln gekennzeichnet. Daher eignen sich derartige Räder aus Festigkeitsgründen nicht für sehr hohe Umfangsgeschwindigkeiten, und es werden lediglich Lüfter und Pumpen so beschauelt. Radial arbeitende Wasserpumpen werden meist mit rückwärts gekrümmten Schaufeln ausgeführt und

⁶⁶ Quelle: Cordier, O. (1953), S.338

haben kleinere ψ -Werte als raschlaufende Gebläse, die aus Festigkeitsgründen radiale Schaufeln haben und darüber hinaus für möglichst hohe ψ -Werte entwickelt werden. Für Schnellläufigkeiten unter 0,1 bzw. spezifische Durchmesser über 10 werden die Schaufelkanäle so niedrig, dass nur mehr selten Räder für dieses Gebiet konstruiert werden.⁶⁷

Bei der Typisierung einer Strömungsmaschine als „Schnellläufer“ oder „Langsamläufer“ ist zu bedenken, dass darunter eine „spezifisch“ schnell oder langsam laufende Strömungsmaschine zu verstehen ist. Wenn man vor der Aufgabe steht, für einen extrem hohen Volumenstrom auszuwählen, dann wird man zweckmäßig eine spezifisch klein bauende und daher spezifisch schnell laufende Strömungsmaschine wählen (axiale Bauart), weil andernfalls die Abmessungen extrem groß werden. Weil aber für extrem große Volumenströme die Abmessungen in jedem Fall groß werden, ergeben sich trotzdem immer noch große Abmessungen und kleine Drehzahlen. Entsprechendes gilt für extrem kleine Werte des Volumenstroms.⁶⁸

In der Original-Veröffentlichung aus 1953 von Cordier sind neben den Kennfeldern für Lüfter, Gebläse und Pumpen auch Diagramme für Propeller und Wasserturbinen dargestellt sowie deren Anwendungen erläutert.

Eine vereinfachte, ohne Streubereich dargestellte moderne Version der Cordier-Kurve $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$ nach Bohl, Elmendorf (2004) ist in Abb.14 dargestellt. In diesem Diagramm sind zwei Kurven, eine für Kraft- und eine für Arbeitsmaschinen ersichtlich, wobei die Kurve für Arbeitsmaschinen etwas höher verläuft als die Kurve für Kraftmaschinen. Aus der dem Verfasser dieser Diplomarbeit vorliegenden Literatur geht jedoch nicht hervor, wer die Kurve für Kraftmaschinen gezeichnet hat bzw. wann diese Kurve zum ursprünglichen Cordier-Kennfeld für Strömungs-Arbeitsmaschinen ergänzt wurde. Aus einem Gespräch mit Prof. Dibelius am 22.10.2009 wurde bestätigt, dass dieser die Turbinenlinie gezeichnet hat. Das Datum der Erstveröffentlichung des Diagramms konnte jedoch nicht eruiert werden. In Abb.14 sind zusätzlich die Laufradformen axial, diagonal und radial in Form einfacher Skizzen angegeben.⁶⁹ Im Vergleich dazu wird in Abb.15 ein Cordier-Diagramm $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$ mit Streubereich, dem sogenannten Cordier-Band, dargestellt. In Abb.15 sind auch Linien konstanter Cordier-Druckzahl $\psi_{s,C}$ und Cordier-Durchflusszahl φ_C eingetragen.

⁶⁷ Cordier, O. (1953), S.339

⁶⁸ o.V.: S.7

⁶⁹ Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.78f

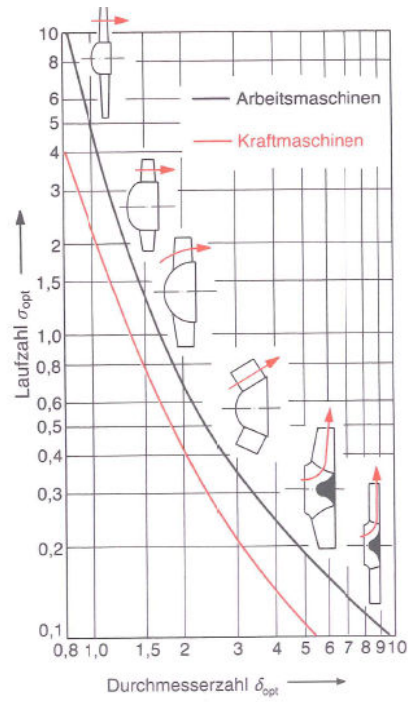


Abb. 14: Cordier-Diagramm ohne Streubereich⁷⁰

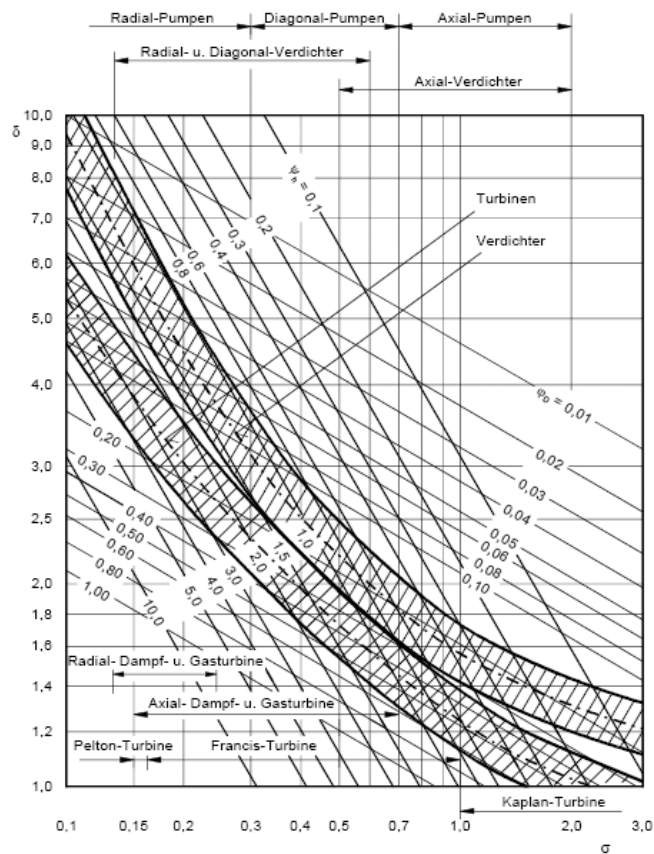


Abb. 15: Cordier-Diagramm mit Streubereich⁷¹

⁷⁰ Quelle: Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.77

⁷¹ Quelle: Stoff, H. (2006), S.81

Die Zusammenstellung der optimalen Kennzahlen σ_{opt} und δ_{opt} für Durchmesser und Drehzahl in Form einer Cordier-Kurve hat zusammenfassend außer dem Vorteil einer guten Übersicht über alle Bauarten auch die praktische Bedeutung, dass die optimalen Kennzahlen dazu genutzt werden können, für jeden Bedarfsfall rasch die günstigsten Werte für Laufraddurchmesser und Drehzahl der verschiedenen Bauarten überschläglich zu ermitteln.⁷²

Erklärung für den charakteristischen Verlauf der Cordier-Kurve⁷³

Die Gesetzmäßigkeit, die sich im Verlauf der Cordier-Kurve ausdrückt, ist am schnellsten zu übersehen und zu berücksichtigen, wenn man die Energieübertragung innerhalb der Laufradbeschaukelung betrachtet und gleichzeitig die Art, wie die verschiedenen Laufradbeschaukelungen durchströmt werden, berücksichtigt (siehe Abb.16).

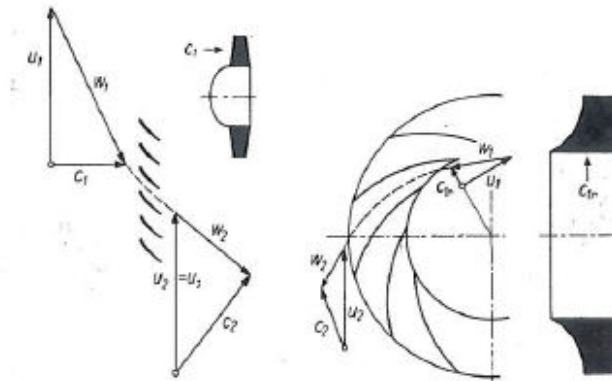


Abb. 16: Energieübertragung bei einem axialen Laufrad (links) und einem radialen Laufrad (rechts)⁷⁴

Die Energiezunahme, die das einzelne Teilchen des Fördermittels längs einer Stromlinie bei verlustloser Strömung innerhalb der Laufradbeschaukelung erfährt, beträgt

$$Y_{theor} = g \cdot H_{theor} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \left[\frac{N \cdot m}{kg} \right] \quad (4.11)$$

Das erste Glied gibt die Zunahme der kinetischen Energie an. Das zweite Glied lässt erkennen, um wie viel der statische Druck durch die Verzögerung der Relativgeschwindigkeit von w_1 auf w_2 zunimmt, und das dritte Glied erfasst den Anteil der Drucksteigerung, der durch die Erhöhung des Potentials infolge Zunahme der Umfangsgeschwindigkeit von u_1 auf u_2 bei radialen Beschaukelungen bedingt ist. Bei rein axialen Beschaukelungen fehlt dieses Glied im normalen

⁷² vgl. Marcinowski, H. (1959), S.240

⁷³ Marcinowski, H. (1959), S.237ff

⁷⁴ Quelle: Marcinowski, H. (1959), S.243

Betriebsbereich. Die spezifische Arbeit oder Förderhöhe der gesamten Beschaufelung einer Maschine ergibt sich sinngemäß aus der Integration über sämtliche Strömlinien zu

$$Y = g.H = \frac{1}{\dot{m}_{(F)}} \cdot \int Y \cdot dm \quad [\text{N.m/kg}] \quad (4.12)$$

worin \dot{m} den Massenstrom in [kg/s] und F den gesamten freien Strömungsquerschnitt in [m²] bedeuten.

In Abb.17 sind die verschiedenen typischen Laufradformen der axialen und radialen Bauarten im Meridianschnitt dargestellt und dabei die Größenverhältnisse untereinander so gewählt, wie sie sich ausgehend von bestimmten Werten \dot{V}_1 und Y oder H vergleichsweise für Maschinen mit gutem Wirkungsgrad ergeben würden.

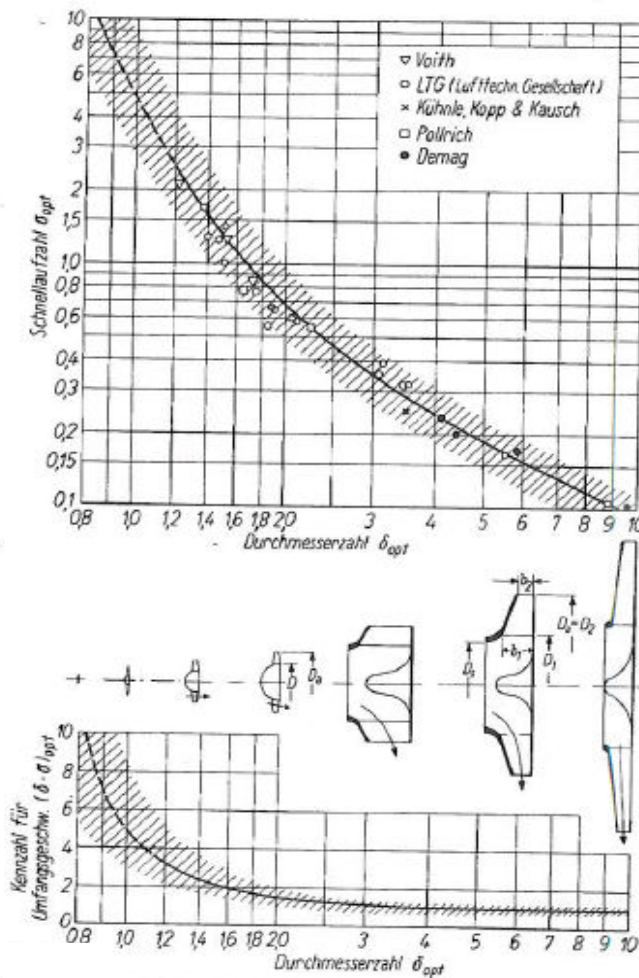


Abb. 17: Übersicht über die Bauarten, geordnet nach optimalen Kennzahlen für Durchmesser (Baugröße), Drehzahl (Schnellläufigkeit) und Umfangsgeschwindigkeit⁷⁵

⁷⁵ Quelle: Marcinowski, H. (1959), S.238

Werden nun die verschiedenen Laufradbeschaufelungen in Abb.17 betrachtet, so können diese als eine Reihe kontinuierlich ineinander übergehender Formen aufgefasst werden, deren wesentlichstes Unterscheidungsmerkmal darin besteht, dass – im Meridianschnitt gesehen – die Richtung, in der die Beschaufelung durchströmt wird, von der ursprünglichen achsparallelen Richtung in der rein axialen Beschaufelung beim Übergang auf die radialen Laufradformen allmählich immer mehr in die radiale Richtung umbiegt, bis im Extremfall des reinen Radialrades die Beschaufelung selbst nur noch in radiale Richtung durchströmt wird.

Allein aus diesem mit der Laufradform sich abwandelnden Verlauf der Meridianstromlinien erklärt sich unter Berücksichtigung der Gleichung (4.11) für die Energieübertragung der aus der Cordier-Kurve abzulesende gesetzmäßige Zusammenhang zwischen Durchmesser und Drehzahl bei den verschiedenen Bauarten: Wird davon ausgegangen, dass die spezifische Arbeit oder Förderhöhe einer Maschine sich durch die drei Glieder entsprechend der Gleichung (4.11) erfassen lässt, so müssen für eine bestimmte spezifische Arbeit oder Förderhöhe die beiden ersten Glieder umso kleiner werden, je größer das dritte Glied ist. Das dritte Glied wird jedoch umso größer, je mehr die Meridianstromlinie in die radiale Richtung umbiegt und u_2 gegenüber u_1 zunimmt. Das bedeutet, dass die Strömungsgeschwindigkeiten c und w – bezogen auf die gleiche spezifische Arbeit oder Förderhöhe – umso kleiner werden, je mehr die Beschaufelung sich der rein radialen Bauform nähert. Da bei dem Vergleich nicht nur von gleicher spezifischer Arbeit oder Förderhöhe, sondern auch von dem gleichen Volumenstrom \dot{V}_1 ausgegangen wird, können die kleineren Strömungsgeschwindigkeiten nur durch größere Strömungsquerschnitte, d.h. größere Abmessungen der Radialmaschine, erreicht werden.

Aus dem klassischen Gebiet der Strömungsmaschinen, dem Turbinenbau, ist bekannt, dass es bestimmte Werte des Verhältnisses der Umfangsgeschwindigkeit u zur Absolutgeschwindigkeit der Strömungen gibt, für die die Verluste ein Minimum werden. Daher müssen bei der radialen Maschine nicht nur die Strömungsgeschwindigkeiten, sondern auch die Umfangsgeschwindigkeiten kleiner werden. In Abb.17 ist das Produkt aus der Kennzahl δ für den Durchmesser und der Kennzahl σ für die Drehzahl als Kennzahl für die Umfangsgeschwindigkeit über der Durchmesserzahl δ aufgetragen. Auffallend ist die starke Zunahme der Umfangsgeschwindigkeit im axialen Gebiet. Größere Umfangsgeschwindigkeiten bei kleineren Durchmessern erfordern besonders hohe Drehzahlen bei den axialen Bauarten.

Im Buch mit dem Titel Strömungsmaschinen hydraulische und thermische Kraft- und Arbeitsmaschinen schreibt K. Menny über den unterschiedlichen Verlauf der Kurven im Cordier-Diagramm:

Dass zwei unterschiedliche Linienzüge entstehen, hat seine Ursache darin, dass die verzögerte Strömung der Arbeitsmaschine lange, mäßig erweiterte Schaufelkanäle und damit größere Abmessungen erfordert als die beschleunigte Strömung der Kraftmaschine. Daher ergeben sich bei gleicher Schnellläufigkeit größere Durchmesserzahlen.

4.3 Erweiterungen des Cordier-Diagramms

Das im Jahr 1953 entwickelte Cordier-Diagramm wurde danach in sehr vielen Publikationen aufgegriffen und weiterentwickelt bzw. ergänzt und vervollständigt.⁷⁶

H. Marcinowski hat darauf hingewiesen, dass sich bei Axialventilatoren unterschiedlicher Ausführungsformen und Einbauarten die Cordier-Kurven $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$ sehr stark auffächern, d.h. dass die optimale Auslegung eines Axialventilators gezielt auf diese Aspekte hin auszurichten ist.⁷⁷ In Abb.18 wird eine Erweiterung des Cordier-Diagramms für optimale Axialventilatoren nach Marcinowski dargestellt.

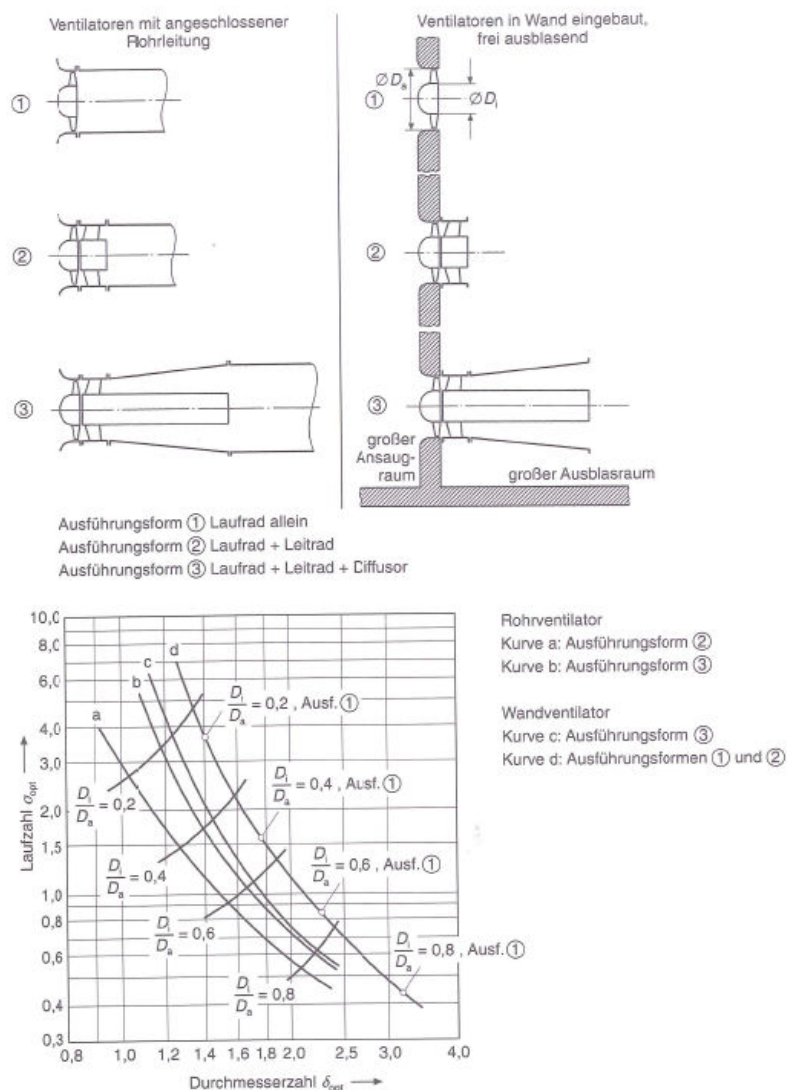


Abb. 18: Cordier-Diagramm für optimale Axialventilatoren⁷⁸

⁷⁶ vgl. Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.77

⁷⁷ Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.77f

⁷⁸ Quelle: Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.80

B. Eck erweiterte das Cordier-Diagramm, indem er außer der Cordier-Kurve auch die erreichbaren Wirkungsgrade und den qualitativen Verlauf der zugehörigen Laufrad-Umfangsgeschwindigkeit auftrug sowie die einzelnen Bauformen prinzipiell einzeichnete. Für jede Schnellaufzahl folgen aus der Cordier-Kurve die zugehörige Durchmesserzahl und damit die beste Bauart der Maschine. Wird diese Bauform ausgeführt, kann der ebenfalls ablesbare zugehörige optimale Wirkungsgrad erreicht werden, sofern die Schaufelauslegung und sonstige Ausführung des Laufrades wie auch der Maschine richtig sind. Weicht dagegen die Bauart von der gemäß der Cordier-Kurve als am günstigsten ausgewiesenen ab, ist kein optimaler Wirkungsgrad erreichbar, auch dann nicht, wenn die Maschine gut durchkonstruiert (berechnet und gestaltet) sowie ausgeführt (gefertigt) ist.⁷⁹

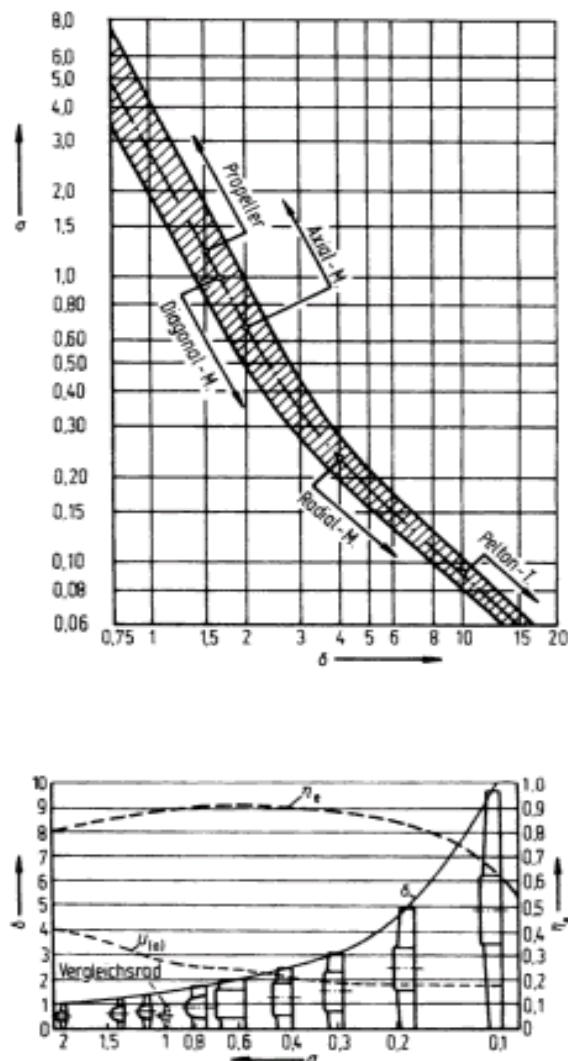


Abb. 19: Cordier-Diagramm: Zuordnung von Durchmesserzahl und Schnellaufzahl sowie Radform⁸⁰

⁷⁹ Sigloch, H. (2006), S.116f

⁸⁰ Quelle: Sigloch, H. (2006), S.116

Die Anwendung auf Turbomaschinen bei Betrieb mit kompressiblen Fluiden und bei festen Nominalwerten von Ma_u ($Ma_u = \frac{u_2}{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}} \rightarrow Ma_u \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$) und Re_u ($Re_u = \frac{u_2 \cdot D}{\nu} = \frac{u_2 \cdot D \cdot \rho}{\eta}$) erfolgte durch **O.E. Balje** mit den Achsengrößen spezifische Drehzahl und spezifischer Durchmesser (siehe Abb.20). Ergänzend dazu wird in Abb.21 ein Cordier-Diagramm für Turboverdichter mit den Achsengrößen σ_{opt} und δ_{opt} dargestellt. Als wichtige Erweiterung sind dem N_s - D_s -Diagramm (Abb.20) die Kennlinien der wesentlichen Geometrieparameter optimal ausgelegter Turbinenstufen zu entnehmen. Die dargestellten Wirkungsgradoptima fallen in das von Cordier angegebene Toleranzband optimal ausgelegter Turbomaschinen. Aufgrund der Proportionalität $\nu \sim N_s \cdot D_s$ korrespondiert das Wirkungsgradmaximum jedes Maschinentyps im N_s - D_s -Kennfeld mit einer eindeutig festgelegten, optimalen Laufzahl ν_{opt} . Berechnete Wirkungsgrad-Kennlinien über der Laufzahl ν wurden z.B. von Bridle und Boulter für Zentripetalturbinen und von Verneau für Überschall-Axialturbinen bei Betrieb mit organischen Fluiden im Leistungsbe- reich von 3-1300 kW angegeben. Zusammen mit Auslegungs- und Auswahlkriterien vermittelte Wood einen Überblick optimaler N_s -Werte für verschiedene hydraulische und thermische Tur- bomaschinen radialer Bauart.⁸¹

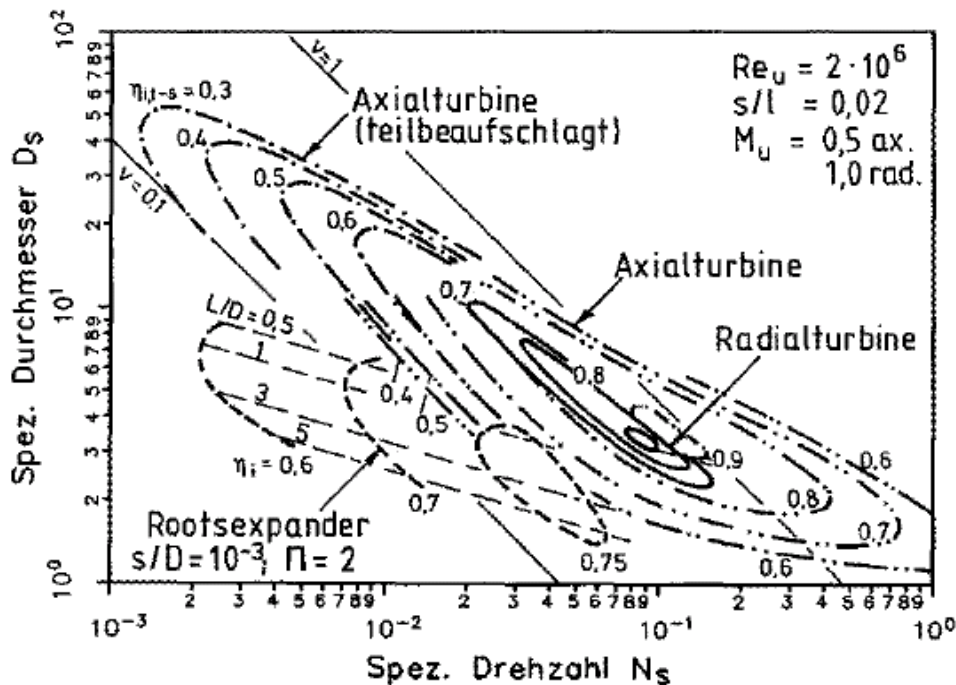


Abb. 20: N_s - D_s -Diagramm nach Balje⁸²

⁸¹ Hinsenkamp, G. (1993), S.11f

⁸² Quelle: Balje, O. E. (1981), S.68

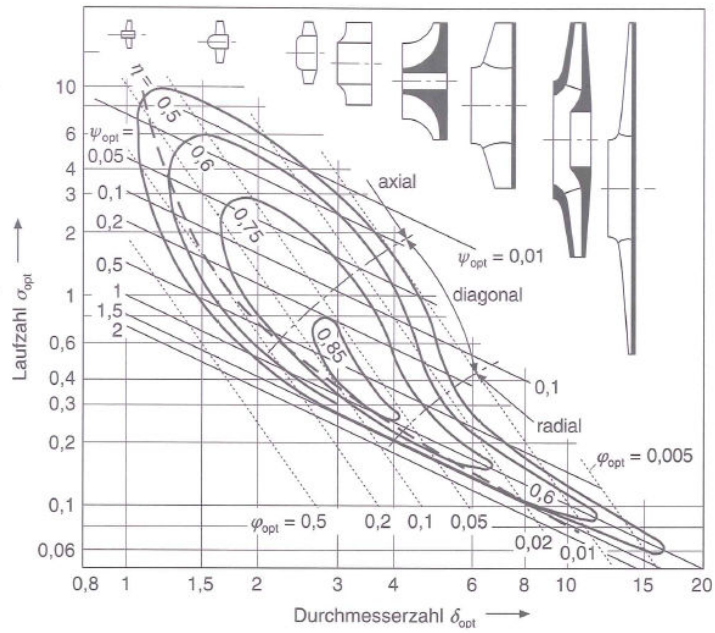


Abb. 21: Cordier-Diagramm für Turboverdichter⁸³

S. Harmsen fand bei der Zusammenstellung der Optimalwerte von Kleinventilatoren heraus, dass die Cordier-Kurve zu einer angenäherten Geraden wird, wenn an der Abszisse $\log(\delta_{opt} - 1)$ anstelle von $\log(\delta_{opt})$ aufgetragen wird (siehe Abb.22).⁸⁴

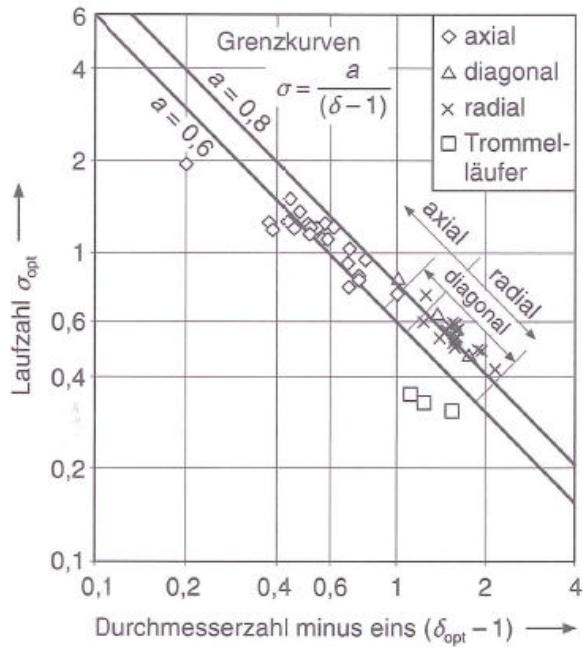


Abb. 22: Cordier-Diagramm für Kleinventilatoren⁸⁵

⁸³ Quelle: Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.79

⁸⁴ Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.77f

⁸⁵ Quelle: Bohl, W., Elmendorf, W. (2004), S.79

Von **G. Grabow** wurde das Cordier-Diagramm für Seitenkanal-, Verdrängermaschinen (in Hubkolben- und Umlaufkolbenbauart) und Verbrennungsmotoren erweitert und damit die Möglichkeit gegeben, die wichtigsten geometrischen Größen für eine Neuauslegung dieser Maschinenarten festzulegen. In Abb.23 und Abb.24 ist jeweils das erweiterte Cordier-Diagramm für Fluidenergiemaschinen nach Grabow dargestellt.^{86,87} Abb.23 beinhaltet die Durchmesserzahlen von 0,1 bis 100 sowie die Schnelllaufzahlen von 0,001 bis 10. Abb.24 beinhaltet hingegen die Durchmesserzahlen von 0,1 bis 10000 sowie die Schnelllaufzahlen von 0,00001 bis 10.

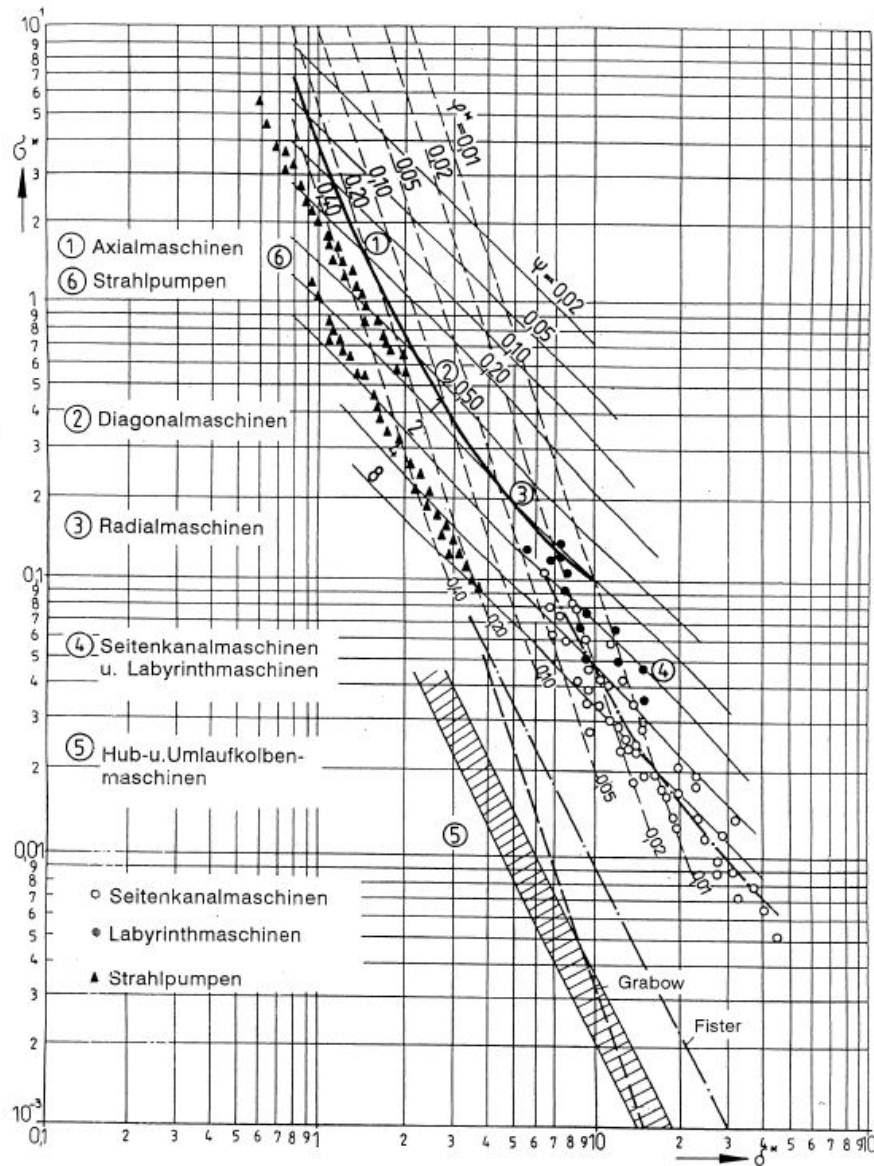


Abb. 23: Erweitertes Cordier-Diagramm für Fluidenergiemaschinen nach Grabow⁸⁸

⁸⁶ vgl. Grabow, G. (1996), S.18f

⁸⁷ vgl. Grabow, G. (1993), S.42f

⁸⁸ Quelle: Grabow, G. (1996), S.18

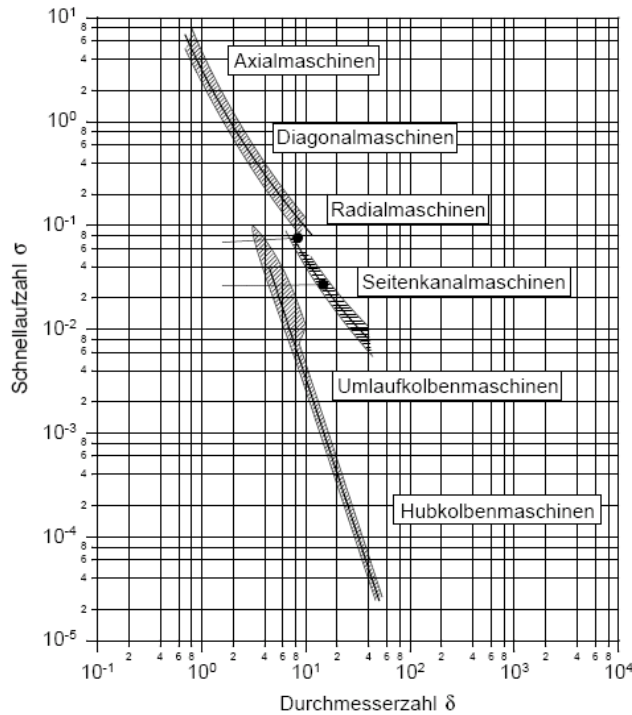


Abb. 24: Erweitertes Cordier-Diagramm für Strömungs- und Verdrängermaschinen nach Grabow⁸⁹

Eine rein empirische Erweiterung des Cordier-Diagramms zu kleineren Schnelllaufzahlen σ^* stammt von **W. Fister** und **G. Grabow**. Wie aus Abb.25 hervorgeht, fallen die optimalen Betriebspunkte verschiedener Bauarten von Verdrängermaschinen auf der sogenannten Cordier-Geraden zusammen. Die Auftragung, welche auch Schraubenverdichter mit einschließt, enthält allerdings keine Angaben zu den erreichbaren Wirkungsgraden oder zum Einfluss der Geometrie- und Fluidparameter.⁹⁰

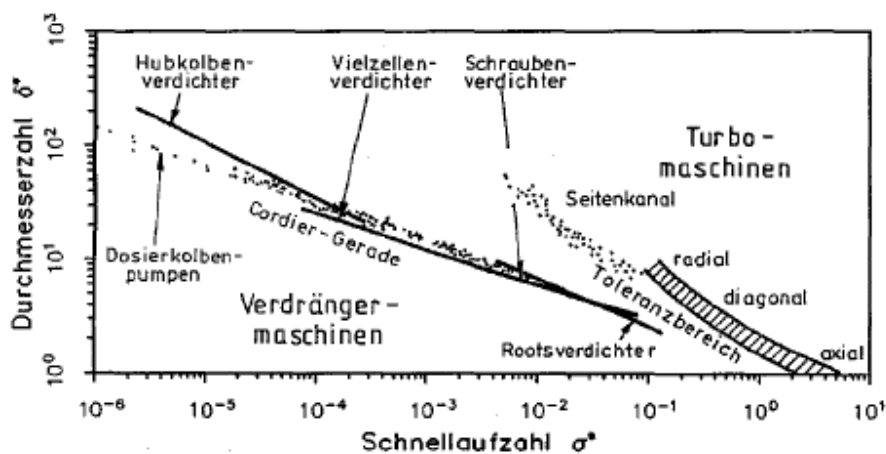


Abb. 25: Erweitertes Cordier-Diagramm nach Fister und Grabow⁹¹

⁸⁹ Quelle: Beilke, J. (2005), S.1

⁹⁰ Hinsenkamp, G. (1993), S.14

⁹¹ Quelle: Hinsenkamp, G. (1993), S.14

4.4 Zusammenfassende Darstellung der Meilensteine in der Entwicklung des Cordier-Diagramms

Abschließend sind die bedeutendsten Meilensteine in der Entwicklung bzw. Erweiterung des Cordier-Diagramms in Tab.5 bzw. in Abb.26 zusammengefasst:

Jahr	Verfasser	beschrieben in... [Quelle]	Bemerkungen/Ergänzungen
1905	N. Baashuus	<i>Klassifikation von Turbinen</i> [Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure VDI Band 49, S.92-94]	Die von O. Cordier im Jahre 1953 genannte Durchmesserzahl δ ist bereits in der 1905 erschienen Arbeit von Baashuus enthalten.
1934	C. Keller	<i>Axialgebläse vom Standpunkt der Tragflügeltheorie</i> [Promotionsarbeit an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich]	u. a. die Kennzahl σ der Schnellläufigkeit des einstufigen Axialgebläse, $\sigma = 2,105 * Q^{0,5} * \left(\frac{\Delta p_{tot}}{\rho}\right)^{-3/4} * n_{sec}$ $\sigma = \varphi^{0,5} * \psi^{-3/4} * (1 - \nu^2)^{0,5}$
1944	B. Eckert	<i>Dimensionslose Kenngrößen von Gebläsen und Verdichtern</i> [ATZ Bd.47, Heft 1/2]	Eine der Kennziffer δ ähnliche Kennziffer K_F ist bereits 1944 von B. Eckert eingeführt und verwendet worden. Die Kennzahl δ von Cordier hat gegenüber K_F den Vorteil, dass sie die Berechnung der kennzeichnenden Durchmesser eines Axialgebläses aus dessen bekannten Hauptbetriebsdaten bei vorgegebener Kennzahl σ unmittelbarer gestattet.
1953 bzw. 1955	O. Cordier	<i>Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen</i> [BWK, Band 5, Heft Nr.10, Oktober 1953, Düsseldorf, S.337-340] [VDI-Berichte, Band 3, 1955, S. 85-88]	Es wird der Versuch gemacht, durch Zuordnung dimensionsfreier Werte für Drehzahl und Läuferdurchmesser einen Überblick über ein großes Gebiet von Strömungsarbeits- und -kraftmaschinen zu erhalten. Die Auswertungen von Versuchsergebnisse oder bewährten Rechnungsunterlagen in diesem Sinne kann einfache und sichere Unterlagen für Entwürfe und Neukonstruktionen schaffen. Durchmesserzahl δ , $\sigma_{opt} = f(\delta_{opt})$, Cordier-Diagramm für Strömungsarbeitsmaschinen, dimensionsfreie Kennzahlen,
1954	H. Hausenblas	<i>Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen</i> [BWK, Band 6, Heft Nr.2, Februar 1954, Düsseldorf, S.53]	Es werden Ergänzungen zu dem gleichnamigen Aufsatz von O. Cordier gebracht.
1957 bzw. 1962 vgl. auch 1960	B. Eck	<i>Ventilatoren, Entwurf und Betrieb der Schleuder- und Schraubengebläse bzw. Ventilatoren, Entwurf und Betrieb der Radial-, Axial- und Querstromventilatoren</i> [3.Auflage bzw. 4.Auflage, Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg]	Eintragung der verschiedenen Bautypen in das $\sigma - \delta$ -Diagramm. Zusätzlich werden eine Kurve mit dem maximalen Wirkungsgrad und eine Kurve mit der Umfangsgeschwindigkeit in das Diagramm eingezeichnet.

1959	H. Marciniowski	<p><i>Einstufige Turboverdichter, Wichtige Merkmale und Betriebseigenschaften</i> [Chemie-Ing-Techn., 31.Jahrgang 1959/Nr.4, S.237-300]</p> <p><i>Optimalprobleme bei Axialventilatoren</i> [Voith-Forschung und Konstruktion, Heft 5, S.3.1-3.27]</p>	<p>Es wird eine Übersicht über alle Bauarten und die wichtigsten Daten für Baugröße, Drehzahl und Betriebsverhalten der einstufigen Ausführungen gegeben. Insbesondere werden die grundlegenden Gesetzmäßigkeiten behandelt und die charakteristischen Eigenschaften der axialen und radialen Ausführungen einander gegenübergestellt.</p> <p>Nach seinem Vorschlag ist die Cordier-Kurve durch einen schmalen Hyperbelstreifen zu ersetzen, um so die durch ψ verursachte Streuung der Optimalpunkte der verschiedenen Ventilatoren mit zu erfassen. Cordier-Diagramm für optimierte Axialventilatoren</p>
1959	R. Mulsow	<p><i>Auswahl der Ventilatorart</i> [Heizung Lüftung Haustechnik, 1959, Band 10 Nr.10, S.273-296]</p>	<p>Die oft gestellte Frage: wann Radial-, wann Axialventilator?, also die Wahl der Gattung, der Art, des Typs, ist die Frage untergeordnet nach der Type, d.h. des Ventilators mit bestimmten, für den betreffenden Anwendungsfall festliegenden Abmessungsverhältnissen. In diesem Beitrag wird auseinandergesetzt, wann man die Type frei wählen kann und wann man eine bestimmte Type wählen muss. Mulsow spricht in diesem Artikel bereits von einem sehr schmalen hyperbelartigen Streifen → Cordier-Band</p>
1960	B. Eck	<p><i>Kennzahlen für Kreiselmaschinen</i> [Konstruktion 12, S.252-254]</p>	<p>Erweitertes Cordier-Diagramm: Eintragung der zugeordneten Laufrad-Bauarten (Ausführungen), maximal erreichbare effektive Wirkungsgrade und qualitativer Verlauf der zugehörigen Umfangsgeschwindigkeit am Laufradaußendurchmesser</p>
1961	E. Sörensen, A. Garve	<p><i>Dubbels Taschenbuch für Maschinenbau</i> [Dubbel, Band 2, 12.Auflage]</p>	<p>Auftragung des auf Versuchserfahrung beruhenden ψ, n_q-Diagramm</p>
1961	C. Pfeleiderer	<p><i>Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase</i> [Die Kreiselpumpen 5.Auflage, Springer Verlag Berlin]</p>	<p>Abbildung mit dem Verlauf des optimal erreichbaren Wirkungsgrades in einer Darstellung nach Krisam-Pfeleiderer</p>
1961	B. Eckert, E. Schnell	<p><i>Axial- und Radialkompressoren, Anwendung, Theorie und Berechnung</i> [Axial- und Radialkompressoren, 2. Aufl., Springer-Verlag Berlin]</p>	<p>Auslegungsdiagramm für Radial- und Axialverdichter</p>
1981	G. Dibelius,	<p><i>Dubbels Taschenbuch für Maschinenbau,</i> [Dubbel, Kapitel <i>Strömungsmaschinen</i> 14.Auflage]</p>	<p>G. Dibelius hat die Turbinenlinie gezeichnet⁹² und Kurve für Strömungskraftmaschinen vermutlich 1981 zum ersten Mal veröffentlicht.</p>
1981	O.E. Balje	<p><i>Turbomachines</i> [Turbomachines, New York, Verlag J. Wiley & Sons]</p>	<p>N_s-D_s-Diagramm für Turbomaschinen</p>

⁹² Quelle: Dibelius, G. eigene Kommunikation (2009)

1986 bzw. 1992 (1993)	W. Fister G. Grabow	<i>Fluidenergiemaschinen, Auslegung, Gestaltung, Betriebsverhalten ausgewählter Verdichter- und Pumpenbauarten</i> [Fluidenergiemaschinen, Band.1, Springer Verlag Berlin] bzw. Erweitertes Cordier-Diagramm (vgl. unten)	Eine rein empirische Erweiterung des Cordier-Diagramms zu kleineren Schnelllaufzahlen σ^* stammt von Fister und Grabow. (für Verdrängermaschinen inklusive Schraubenverdichter)
1992	G. Grabow	<i>Cordier-Diagramm für Seitenkanalmaschinen (Pumpen und Gebläse)</i> [Konstruktion 44, S.173-177]	Es werden Vorschläge gebracht, das Cordier-Diagramm auch für Seitenkanalmaschinen zu definieren und für Auslegungen und Überprüfungen zu nützen
1993	G. Grabow	<i>Erweitertes Cordier-Diagramm für Strömungs- und Verdrängermaschinen</i> [Forschung im Ingenieurwesen-Engineering Research, Band 59, Nr.3, S.42f] [Reprint B6-01 VDMA-Pumpentagung, Karlsruhe oder BWK, Bd.44 Nr.6]	Auf der Grundlage von Ähnlichkeitszahlen für Strömungsmaschinen wird das Cordier-Diagramm auf Verdrängermaschinen (Pumpen und Verdichter) und Verbrennungsmotoren erweitert. Es werden Vergleichsbetrachtungen zu den einzelnen Wirkprinzipien in Bezug auf die Energieübertragungsverhältnisse durchgeführt und damit gleichzeitig die Einsatzbereiche charakterisiert.
1994	S. Harmsen	<i>Kleinventilatoren</i> [Kleinventilatoren, Abschnitt 11 S.372-388 in L. Bommers, J. Fricke, K. Klaes: <i>Ventilatoren</i> , 1.Auflage, Vulkan-Verlag Essen]	Harmsen fand bei der Zusammenstellung der Optimalwerte von Kleinventilatoren heraus, dass die Cordier-Kurve zu einer angenäherten Gerade wird, wenn an der Abszisse $\log(\delta_{opt} - 1)$ anstelle von $\log(\delta_{opt})$ aufgetragen wird.
1996	G. Grabow	<i>Vergleichsbetrachtungen zu Seitenkanal-, Labyrinth- und Strahlpumpen</i> [Forschung im Ingenieurwesen-Engineering Research, Band 62, Nr.1/2, S.11-20]	Für die drei Pumpenarten werden die Berechnungsgrundlagen aufgestellt und gezeigt, dass in Bezug auf die Strömungsvorgänge eine Vereinheitlichung der fluidmechanischen Ansätze zur Charakterisierung des Kennlinienverhaltens möglich ist. Das erweiterte Cordier-Diagramm für Fluidenergiemaschinen wird herangezogen und gezeigt, dass diese Maschinenarten übersichtlich in das Kennfeld eingefügt werden können und somit eine umfassende Aussage bezüglich der σ -, δ - Charakteristik gewährleistet ist.
2002	G. Grabow	<i>Optimalbereiche von Fluidenergiemaschinen- Pumpen und Verdichter</i> [Forschung im Ingenieurwesen, Band 67, S.100f]	Auf der Grundlage von hydro- und aerodynamischen Ähnlichkeitsbeziehungen werden Optimalbereiche von Fluidenergiemaschinen verschiedener Funktionsprinzipien zur Förderung von Flüssigkeiten und Gasen ermittelt. Kausale Zusammenhänge zum erweiterten Cordier-Diagramm für die unterschiedlichen Maschinenarten werden hergestellt.

Tab. 5: Zusammenfassung der bedeutendsten Meilensteine in der Entwicklung bzw. Erweiterung des Cordier-Diagramms⁹³

⁹³ Quelle: eigene Tabelle (2009)

Die nachstehende Abbildung zeigt die Vorreiter des Cordier-Diagramms bzw. die Erweiterungen oder Ergänzungen durch verschiedene Autoren im zeitlichen Ablauf. Diese Abbildung dient als übersichtlicher Zeitstrahl, wobei jeder Pfeil in Tab.5 näher beschrieben ist.

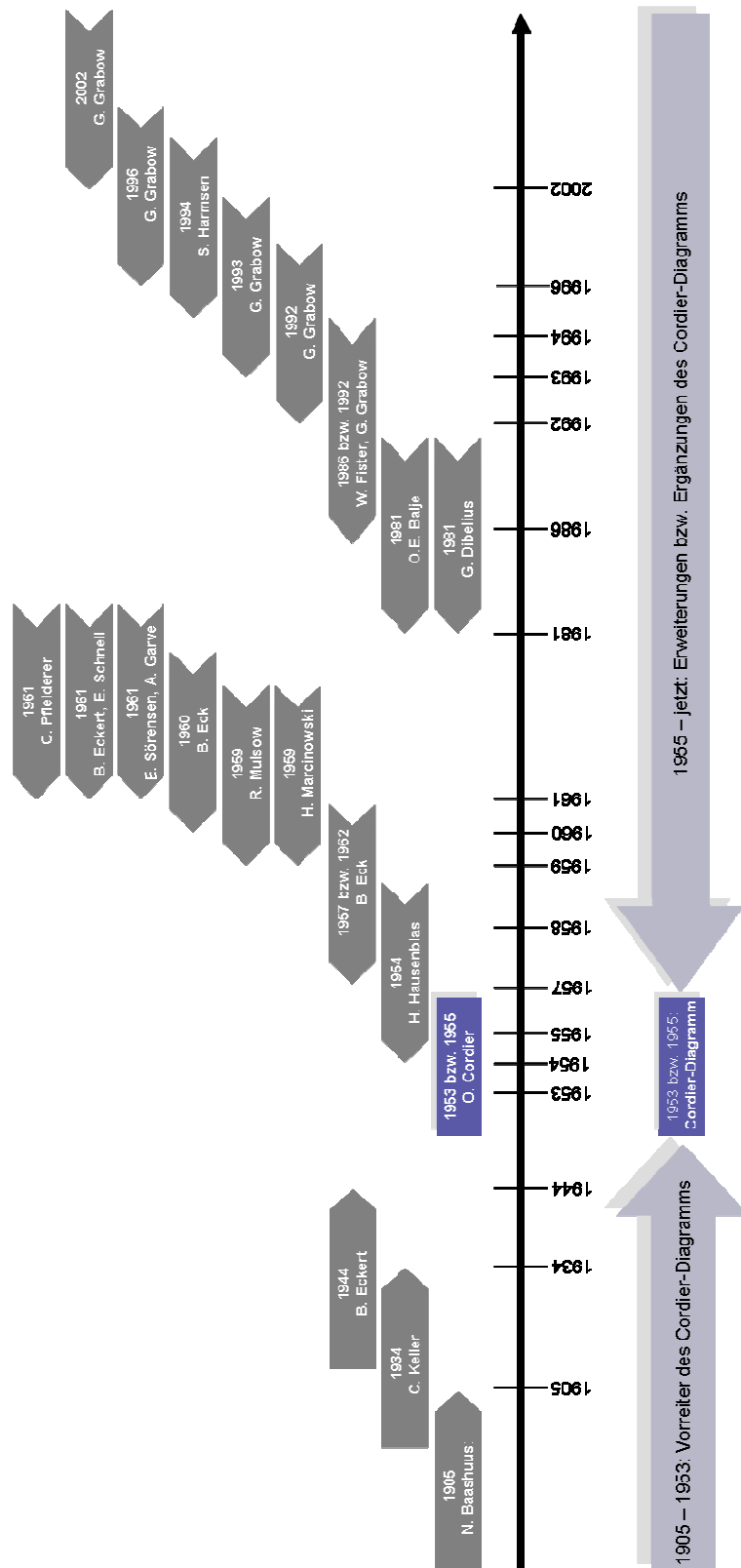


Abb. 26: Grafische Darstellung der bedeutendsten Meilensteine in der Entwicklung bzw. Erweiterung des Cordier-Diagramms⁹⁴

⁹⁴ Quelle: eigene Darstellung (2009)

5 Belastungskriterien – Belastbarkeit von Schaufelgittern

Die Ausführungen im Cordier-Diagramm von Kapitel 4 sind für einzelne Stufen gültig. Die meisten Belastungskriterien gelten jedoch für Schaufelgitter. Um die Information von Schaufelreihe auf die Stufe zu übertragen, werden Werkzeuge wie Eulergleichung und Geschwindigkeitsdreiecke (siehe Kapitel 3) angewandt. Die Maschinen, die im Cordier-Diagramm dargestellt sind, werden, wie in Kapitel 2 schon erwähnt, Arbeits- bzw. Kraftmaschinen genannt und in Axial- Radial- und Diagonalmaschinen eingeteilt. Belastungskriterien treten tendenziell eher bei axialen Arbeitsmaschinen auf, da es bei diesen Maschinen zu verzögerten Strömungen kommt.

Beispielsweise wird bei Axialmaschinen die Übertragung der Energie ausschließlich durch die Umlenkung und Verzögerung der Strömung durch das Schaufelgitter erzielt. Den Grad der Verzögerung bzw. Umlenkung charakterisiert man mit der sogenannten aerodynamischen Belastung der Beschaukelung. Wird die aerodynamische Belastung über eine bestimmte Grenze gesteigert, kann es zur Strömungsablösung sowie zu erhöhten Verlusten kommen und der Auslegungspunkt wird somit verfehlt.⁹⁵

In Kapitel 5 liegt das Hauptaugenmerk auf dem Gebiet der Axialverdichter. Zu Beginn dieses Kapitels werden Vorbemerkungen zu Axialverdichtern gegeben. In Abschnitt 5.2 wird die zulässige Belastung von Schaufelgittern bzw. Verdichtergittern mit Hilfe einiger Belastungskriterien wie beispielsweise das de Haller-Kriterium oder die Diffusionszahl nach S. Lieblein erläutert um im Kapitel 6 das Cordier-Diagramm für Arbeitsmaschinen im Bereich der Axialverdichter mit Hilfe der oben genannten Belastungskriterien zu berechnen. Die Ergebnisse werden in Kapitel 6 dargestellt. In Kapitel 5.2 werden ergänzend noch weitere bedeutende Belastungskriterien beschrieben.

⁹⁵ Bommers, L., Fricke, J., Grundmann, R. (2002), S.160

5.1 Vorbemerkungen zu Axialverdichtern⁹⁶

Bei modernen, hoch belasteten, mit hohen Anström-Mach-Zahlen laufenden Axialverdichtern kann die aerodynamische Auslegung mit der erforderlichen Treffsicherheit (betreffend die Auslegungsdaten) sowie gutem Wirkungsgrad und Pumpgrenzenabstand nur dann Aussicht auf Erfolg haben, wenn die Berechnung der reibungsbehafteten, kompressiblen, drei-dimensionalen Durchströmung der Gitter unter realistischer Berücksichtigung aller Phänomene wie Turbulenz der Strömung, Nachlaufzellen der Gitter einschließlich deren Transport, Seitenwandgrenzschichten an Nabe und Gehäuse, Verdichtungsstöße und deren Interaktion mit den Schaufeloberflächen, Spaltumströmung etc. im gesamten Bereich innerhalb und zwischen den Gittern beherrscht wird.

In der Praxis war bis in die 1980er Jahre hinein die aerodynamische Berechnung der Verdichter auf der Basis der rotationssymmetrischen, quasi-reibungsfreien Strömung mit zusätzlichen, vor allem empirisch gegebenen Annahmen, z.B. betreffend den radialen Verlauf der Verluste in den Gittern bzw. die Stufenwirkungsgrade und die Blockade an Nabe und Gehäuse allgemeiner Standard.

Seit den 1950er Jahren ist offensichtlich, u. a. auch aufgrund der umfassenden Darstellung der Gesamtproblematik, dass ein Energieaustausch zwischen den Bereichen hoher Verluste an Nabe und Gehäuse und der Strömung im Zentralbereich mittels Durchmischung bzw. Energiedissipation auftritt. Dies macht deutlich, wie komplex die korrekte Modellierung der drei-dimensionalen Strömung im Verdichter ist, zumal dies die physikalisch zutreffende Berücksichtigung der Reibung und aller damit zusammenhängenden Phänomene voraussetzt, und wie begrenzt die Möglichkeiten sind, die Beschaukelung diesen Bedingungen bzw. Phänomenen anzupassen.

Vor diesem Hintergrund ist zu erkennen, dass die eingangs beschriebenen, sehr weitgehenden rechentechnischen Beschränkungen und damit Vereinfachungen, unter denen bis in die 1980er Jahre hinein die Berechnung der Axialverdichtergeschwindigkeiten in den Axialspalten möglich war, d.h. unter der Voraussetzung rotationssymmetrischer und quasi-reibungsfreier Strömung, entsprechende Defizite in der korrekten Bestimmung der Strömungsparameter mit sich brachten. Diese Mängel waren umso größer, je stärker die Umfangskomponenten der Strömung vom konstanten Drall $c_u, r = const.$ abwichen. Dennoch besteht die Tatsache, dass auch unter diesen beschränkten mathematisch/rechentechnischen Möglichkeiten erfolgreiche Verdichter entwickelt

⁹⁶ Grieb, H. (2009), S.133ff

wurden, allerdings noch bei den damals üblichen, d.h. geringeren aerodynamischen Belastungen und niedrigeren Strömungs-Mach-Zahlen.

Im Übrigen wurde die rechentechnische Beherrschung dieser Problematik mit akzeptablem Aufwand erst aufgrund der inzwischen zurückgelegten Entwicklung der Großrechner in den 1990er Jahren Realität.

5.2 Die zulässige Belastung von Schaufelgittern (Verdichtergittern)^{97,98}

Das Problem der Belastbarkeit eines Schaufelgitters ist nicht nur eines der ältesten Probleme des Strömungsmaschinenbaues, sondern auch eines der schwierigsten. Es hat daher nicht an Versuchen gefehlt, geeignete Kriterien für eine zahlenmäßige Abschätzung der Umlenkung oder Auftriebsbelastung zu finden, die einem Schaufelgitter maximal oder optimal, d.h. bei möglichst geringen Strömungsverlusten, zugemutet werden kann. Erst das Eindringen der Grenzschichtrechnungsmethoden in die Theorie des Strömungsmaschinenbaues hat der Auffassung Nachdruck verschafft, dass eine befriedigende Antwort auf diese Frage nur unter Berücksichtigung der vollständigen geometrischen Form des Schaufelgitters, die den Druckverlauf längs der reibenden Wände bestimmt, gefunden werden kann. Wegen der Schwierigkeit und des Aufwandes derartiger Untersuchungen, besitzen aber abschätzende Kriterien für die mögliche Belastbarkeit durchaus ihre Bedeutung, wenn die Voraussetzungen und Gültigkeitsgrenzen im Auge behalten werden. Hierzu gehört in erster Linie die Einhaltung einer gewissen, meist nicht näher umrissenen Güte der aerodynamischen Gestaltung des Schaufelgitters (Teilungsverhältnis, Schaufelform).

Die Belastungen sind bei den einzelnen Maschinentypen (Turbine, Pumpe, Verdichter etc.) unterschiedlich. Dies soll anhand mehrerer Beispiel im Folgenden kurz erläutert werden.

Der von einer Pumpe erzeugte Druckunterschied hängt bei gegebener spezifischer Stutzenarbeit Y von der Dichte ρ des Fluids ab. Bei Luft- bzw. Gasförderung benötigt man somit zur Erzeugung nennenswerter Druckunterschiede sehr große spezifische Stutzenarbeiten, die meist nur in mehrstufigen Maschinen erreicht werden können. Um die Zahl der Stufen möglichst klein zu halten, muss die in jeder Stufe umgesetzte Arbeit möglichst groß sein.

⁹⁷ Pfeleiderer, C., Petermann, H. (1986), S.395f

⁹⁸ Scholz, N. (1965), S.333

Bei Turbinen ist in der Regel die zulässige Umfangsgeschwindigkeit das einzige Belastungskriterium, da wegen der dort stets beschleunigten Strömung eine Überschallströmung praktisch keine nennenswerten Nachteile bringt und die Gefahr einer Strömungsablösung im Beschleunigungsgitter gering ist.

Bei Verdichtern ist wegen der dort stets verzögerten Strömung die mit gutem Wirkungsgrad erzielbare Belastung jedoch begrenzt durch die Schallgrenze und durch die Gefahr der Ablösung der Strömung im Schaufelgitter. Nun soll die Gefahr der Ablösung der Strömung im Verzögerungsgitter behandelt werden, die bei der Konstruktion von Axialverdichtern zu beachten ist: im Schaufelgitter eines Verdichters wird angestrebt, den Druckanstieg, d.h. die Umlenkung, möglichst hoch aber nur so hoch zu wählen, dass die Strömung mit Sicherheit noch nicht abreißt. Dies gilt für den normalen, der Berechnung zugrunde gelegten Volumenstrom. Teillast ergibt eine Verstärkung der Umlenkung und damit eine zusätzliche Abreißgefahr.⁹⁹

An zahlreichen ausgeführten Verdichtergittern wurden experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Hierbei haben sich verschiedene Kriterien ergeben, die zur Erzielung optimaler Wirkungsgrade bei einer vorgegebenen Druckerhöhung unbedingt eingehalten werden müssen. Werden diese Erfahrungswerte überschritten, so führt dies im Allgemeinen immer zu Strömungsablösungen an Schaufeln, Nabe und/oder Gehäuse des Verdichters und damit zu erheblichen Wirkungsgradeinbußen.¹⁰⁰

Einige bedeutende Belastungskriterien werden im Folgenden beschrieben.

⁹⁹ vgl. Bräunling, W. J. G. (2009), S.622

¹⁰⁰ vgl. Bräunling, W. J. G. (2009), S.622

Kriterium für das Umlenkdreieck (Belastbarkeit von Schaufelgittern).¹⁰¹

Die Strömung durch ein Schaufelgitter kann man im einfachsten Fall durch das von diesem zu verwirklichende Umlenkdreieck (siehe Abb.27) charakterisieren.

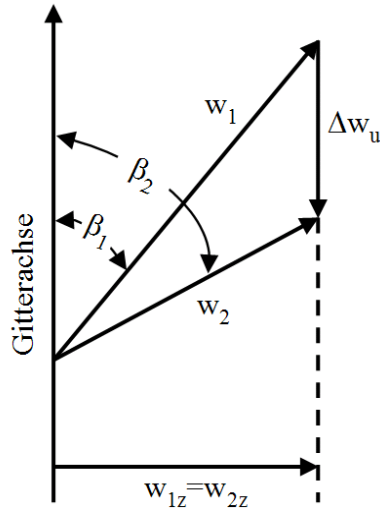


Abb. 27: Umlenkdreieck eines ebenen Schaufelgitters¹⁰²

Dabei bleibt der Einfluss der auf die einzelnen Schaufeln entfallenden Kraftwirkung auf die Strömung unberücksichtigt, so dass das Teilungsverhältnis t/l hierbei nicht eingeht. Somit liegt in diesem Fall die Betrachtungsweise der Stromfadentheorie vor, in der jeder Stromfaden den gleichen Strömungsvorgang durchmacht. Zur Abgrenzung des Bereiches von Umlenkdreiecken, die einem bestimmten Kriterium genügen, eignet sich das Euler-Diagramm, in dem jeder Punkt einer Koordinatenebene einem Umlenkdreieck entspricht.

Einen Überblick über sämtliche möglichen Umlenkdreiecke, die eine Gitterströmung annehmen kann, bietet das Euler-Diagramm nach W. Albring, das in Abb.28 dargestellt ist. Jedes Umlenkdreieck ist durch zwei Größen bestimmt (z.B. β_1 und β_2). In einer Koordinatenebene kann infolgedessen jedem Punkt ein bestimmtes Gitterumlenkdreieck zugeordnet werden. Wählt man als Abszisse die Summe der Umfangskomponenten $w_{1u} + w_{2u}$ und als Ordinate die Differenz der Umfangskomponenten $w_{1u} - w_{2u}$ und macht mit der Durchsatzkomponente $w_{1z} = w_{2z} = w_z$ dimensionslos, so erhält man die Koordinatenebene von Abb.28, in der jeder Punkt ein Umlenkdreieck charakterisiert. In der rechten Viertelebene liegen alle Verzögerungsgitter, in der linken alle Beschleunigungsgitter. Man kann in dieses Euler-Diagramm die Niveauebenen verschiedenster aerodynamischer und geometrischer Kenngrößen von Gittern aus bestimmten

¹⁰¹ Scholz, N. (1965), S.333ff

¹⁰² Quelle: eigene Darstellung in Anlehnung an Scholz, N. (1965), S.81

Profilen oder Profildfamilien einzeichnen und hat damit die Möglichkeit, zu einem bestimmten Umlenkdreieck diese Werte herauszulesen.¹⁰³

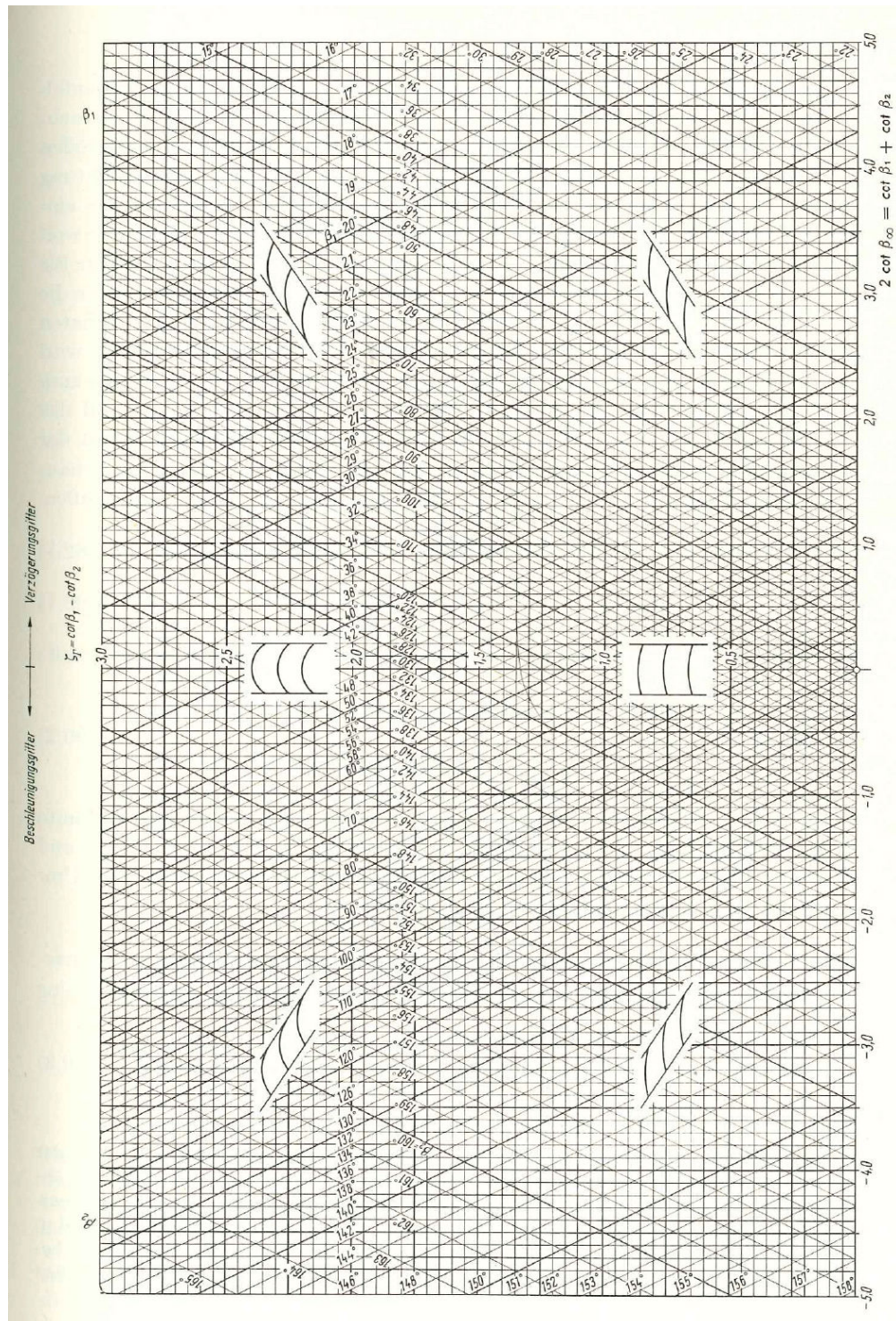


Abb. 28: Darstellung aller möglichen Geschwindigkeitsdreiecke einer ebenen Gitterströmung im Euler-Diagramm¹⁰⁴

¹⁰³ Scholz, N. (1965), S.87

¹⁰⁴ Quelle: Scholz, N. (1965), S.89

Die Erfahrungstatsache der angewandten Strömungslehre, dass die Strömung in einem geschlossenen Kanal nur einen begrenzten Druckanstieg überwinden kann, legt es nahe, die Belastbarkeit eines Gitters nach diesem Kriterium abzugrenzen. Am Eintritt in das Gitter steht eine bestimmte kinetische Energie $\rho \cdot w_1^2 / 2 = q_1$ zur Verfügung, um beim Durchgang durch das Gitter einen Druckanstieg $p_2 - p_1 = \Delta p$ zu überwinden. Die kennzeichnende Größe ist also der bezogene Druckanstieg $\frac{\Delta p}{q_1}$, deren Niveaulinien in Abb.29 in einem weiteren Euler-Diagramm eingezeichnet sind. Als brauchbarer Anhaltswert hat sich in der Praxis des Verdichterbaues etwa

$$\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w_1^2} = \frac{\Delta p}{q_1} \leq 0,5 \quad (5.1)$$

ergeben. Verglichen mit ebenen oder Kreisdiffusoren, bei denen Werte von 0,6 bis 0,9 erreicht werden, ist der zulässige Druckanstieg sehr gering. Wie P. de Haller [Das Verhalten von Tragflügeln in Axialverdichtern und im Windkanal. Brennstoff-Wärme-Kraft 5, S.333-337 (1953)] gezeigt hat, ist diese Grenze vornehmlich durch dreidimensionale Effekte des durch seitliche Wände begrenzten Schaufelgitters bedingt. Von einem gewissen Wert des bezogenen Druckanstieges im Gitter an ist die Kontraktion der gesunden Strömung in Schaufelmitte infolge des starken Anwachsens der seitlichen Wandgrenzschichten (teilweise Grenzschichtablösung) so stark, dass der Betrag des Geschwindigkeitsvektor w_2 trotz weiterer Umlenkung nicht mehr verringert werden kann. Dieser Wert ist weitgehend unabhängig von Teilung, Staffelung und gilt etwa bei $h/l \sim 2$, was ein bei Verdichtern häufig vorkommender Wert ist. Im Übrigen liegt natürlich der von der Grenzschicht zu überwindende Druckanstieg auf der Saugseite der Schaufelkontur besonders bei größerer Teilung weit über dem Wert von $\frac{\Delta p}{q_1}$, woraus sich wei-

terhin die gegenüber dem Diffusor niedrigeren Werte ergeben.

Nach Gleichung (5.1) würden sich bei kleiner positiver Staffelung sehr hohe zulässige Umlenkungen ergeben, wie Abb.29 zeigt. Im Bereich negativer Staffelung (Beschleunigungsgitter) würde überhaupt keine Belastungsgrenze für die Umlenkung mehr existieren. Tatsächlich muss der Wert $\frac{\Delta p}{q_1}$ also bei sehr kleinen bzw. negativen Staffelungswinkeln abnehmen.

Die im Verdichterbau vorliegenden Erfahrungen, die insbesondere für den Bereich von Staffelungswinkeln β_S zwischen 30° und 60° Gültigkeit besitzen, legen etwa einen konstanten Zirkulationsbeiwert von

$$\zeta_{\Gamma} = \cot \beta_1 - \cot \beta_2 = 0,9 \quad (5.2)$$

nahe. Ein anderer Erfahrungswert bei Axialverdichtern mit 50%iger Reaktion (gleiche Geschwindigkeitsdreiecke im Lauf- und Leitrad) ist eine örtliche Druckzahl $\psi = \frac{2.Y}{u^2}$ von etwa 0,7.

Eine Umrechnung auf den Zirkulationsbeiwert ζ_{Γ} ergibt hierfür

$$\zeta_{\Gamma} = 0,7 \cdot \cot \beta_{\infty}. \quad (5.3)$$

Beide Grenzen sind in Abb.29 eingetragen und liegen wenigstens größenordnungsmäßig in der Nähe der durch Gleichung (5.1) gegebenen Grenze. Im Nabenschnitt einer Verdichterbeschaufelung treten im Allgemeinen die größten Umlenkungen auf. Hier werden teilweise erheblich höhere Belastungen zugelassen, wobei allerdings die Staffelung meist sehr gering und damit der Druckanstieg im Gitter niedrig ist. Eine vielfach verwendete Grenze ist $\psi = 2,0$, welche im Euler-Diagramm der Relation

$$\zeta_{\Gamma} = 2 \cdot \cot \beta_{\infty} \quad (5.4)$$

entspricht.

Verzögerungsverhältnis nach de Haller.^{106,107}

Aufgrund von experimentellen Untersuchungen im Gitter und anderen Forschungsarbeiten kam **P. de Haller** im Jahre 1953 zu dem Schluss, dass die Ablösungsgefahr im Schaufelgitter eines Axialverdichters von der Stärke der Verzögerung der Relativgeschwindigkeit w_1 auf w_2 abhängt.

$$\frac{w_2}{w_1} > 0,7 \quad (5.5)$$

Dieser Grenzwert gilt für die Strömung innen, d.h. an der Nabe, da dort die Umlenkung der Relativströmung, d.h. die Verzögerung von w_1 auf w_2 am größten ist.

In Gitterversuchen stellte de Haller fest, dass es unmöglich war, den Wert 0,7 für die Verzögerung in einem Verdichtergitter zu unterschreiten. Daraus resultiert das experimentell gefundene Verzögerungsverhältnis für Lauf- und Leitradgitter von Axialstufen.

$$Ha'' = \frac{w_2}{w_1} \geq 0,7 \quad Ha' = \frac{c_3}{c_2} \geq 0,7 \quad (5.6)$$

Die de Haller-Zahlen für Leit- und Laufradgitter ausgedrückt durch dimensionslose Kennzahlen, durch die Durchflusszahl und durch die Arbeitszahl, sind unter den Voraussetzungen von axialer Zuströmung ($\alpha_1 = 90^\circ$) und den Repetierbedingungen ($c_3 = c_1$) wie folgt definiert:

$$Ha' = \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 + \lambda^2}} \quad (5.7)$$

$$Ha'' = \sqrt{\frac{\varphi^2 + (\lambda - 1)^2}{\varphi^2 + 1}} \quad (5.8)$$

Wird versucht, eine stärkere Verzögerung zu erreichen, so kommt es zu einer erheblichen Aufdickung der Seitenwandgrenzschichten an Nabe und Gehäuse und damit zu einer Kontraktion des axialen Strömungskanals durch die Stufe. Diese Kontraktion, die strömungsmechanisch wie eine Düse wirkt, beschleunigt ihrerseits die Strömung und führt sie faktisch „selbstständig“ wieder zu einem Verzögerungsverhältnis von 0,7 zurück.

Ein Verzögerungsverhältnis von 0,7 gilt als bester Fall für Verdichtergitter mit nicht verunreinigter Strömung. Ist im Wesentlichen von Strömungen mit Verunreinigungen wie Staub, Salz und Sand auszugehen, so sollten eher Verzögerungsverhältnisse zwischen 0,75 und 0,78 in Betracht

¹⁰⁶ vgl. Wingelhofer, F. (1997), S.37

¹⁰⁷ Bräunling, W. J. G. (2009), S.622

gezogen werden. Werte um 0.8 sollten gewählt werden, wenn der Verdichter über einen weiten Bereich von Zuström winkeln betrieben werden soll, wie es beispielsweise in den ersten Stufen von Hochdruckverdichtern vorkommen kann. Für alle weiteren Berechnungen in Kapitel 6 wird die de Haller-Zahl stets als bester Fall für Verdichtergitter mit nicht verunreinigter Strömung, d.h. mit 0,7 als Grenzwert der Belastung, angenommen.

Diffusionszahl.^{108,109,110}

In den 50er Jahren wies **S. Lieblein** (Diffusion Factor for Estimating Losses and Limiting Blade Loadings in Axial-Flow-Compressor Blade Elements, Research Memorandum, NACA, Washington June 1953; Loss and Stall Analysis of Compressors Cascades. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, Sept.1959, S.387f) darauf hin, dass zur Kennzeichnung der Ablösungsgefahr in einem Verdichtergitter die Verzögerung der maximalen an der Schaufeloberfläche auftretenden Relativgeschwindigkeit w_{\max} bis zu der hinter dem Verdichtergitter vorliegenden Relativgeschwindigkeit w_2 maßgeblich sei.

$$w_{\max} = \sqrt{w_1^2 + 2 \cdot \frac{\Delta p'}{\rho}} = w_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{s} \cdot \Delta w_u \quad \text{mit } \Delta w_u = \Delta c_u. \quad (5.9)$$

Lieblein stellte ein Maß für die Verzögerung der Strömung auf der Saugseite des Profils von der maximalen Geschwindigkeit zur Austrittsgeschwindigkeit dar. Der Diffusionsfaktor ist wie folgt gegeben:

$$D = \frac{w_{\max} - w_2}{w_1} = \left(1 - \frac{w_2}{w_1}\right) + \frac{\Delta w_u}{2 \cdot \sigma \cdot w_1} \quad \text{mit } \sigma = \frac{s}{t} \dots \text{Solidity} \quad (5.10)$$

Für inkompressible Strömung im Gitter kann dieser Zusammenhang auch durch die Strömungswinkel β_1 und β_2 ausgedrückt werden:

$$D = \left(1 - \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2}\right) + \frac{\cos \beta_1}{2 \sigma} \cdot (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \leq 0,45 \quad (5.11)$$

Die Diffusionszahlen für Leit- und Laufradgitter ausgedrückt durch dimensionslose Kennzahlen, durch die Durchflusszahl, de Haller-Zahl, Arbeitszahl sowie der Solidity σ sind unter den Voraussetzungen von axialer Zuströmung ($\alpha_1 = 90^\circ$) und den Repetierbedingungen ($c_3 = c_1$) wie folgt definiert:

¹⁰⁸ vgl. Pfeleiderer, C., Petermann, H. (1986), S.396f

¹⁰⁹ vgl. Wingelhofer, F. (1997), S.37

¹¹⁰ Bräunling, W. J. G. (2009), S.625f

$$D' = 1 - Ha' + \frac{\lambda}{2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\varphi^2 + \lambda^2}} \quad (5.12)$$

$$D'' = 1 - Ha'' + \frac{\lambda}{2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\varphi^2 + 1}} \quad (5.13)$$

Speziell dort, wo es zu erheblichen Strömungsverzögerungen (statischer Druckanstieg) kommt, besteht die Gefahr von Strömungsablösung, mit den damit verbundenen Verlustanstiegen bzw. Wirkungsgradverschlechterungen. Abb.30 zeigt beispielhaft die Geschwindigkeitsverteilung auf Saug- und Druckseite eines Verdichterlaufradprofils. Auf der Saugseite kommt es nach dem Geschwindigkeitsmaximum v_{\max} zu einem statischen Druckanstieg, verbunden mit einer Geschwindigkeitsabnahme auf v_2 an der Profilhinterkante. Der Gradient, der sich aus diesen beiden Geschwindigkeiten ergibt, ist ein Maß für die „Diffusion“ (Verzögerung) und für die sich daraus ergebenden Verluste.

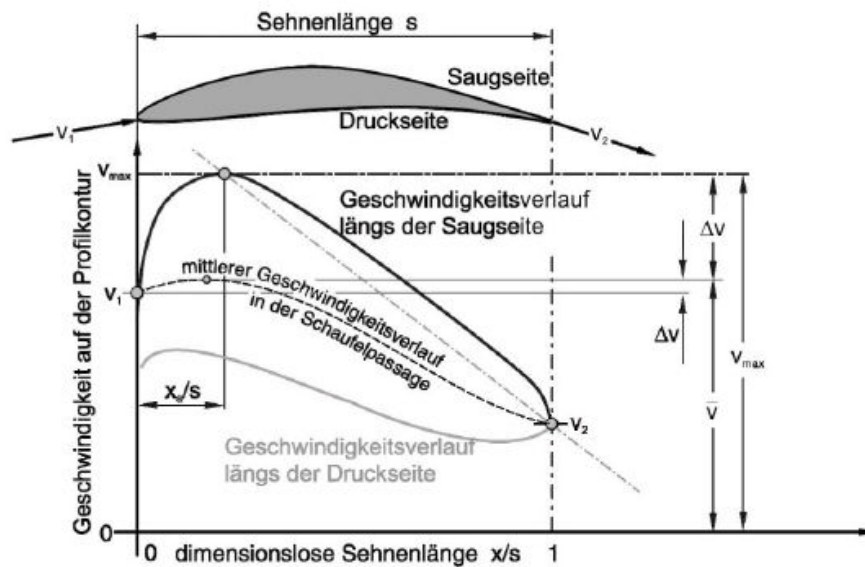


Abb. 30: Geschwindigkeitsverteilung längs der Druck- und Saugseite eines Verdichterlaufradprofils im Bereich des Auslegungszuflömwinkels, bei minimalen Verlusten¹¹¹

Eine weitere, etwas modifizierte Definition der Diffusionszahl nach Lieblein lautet:

$$D := D - 0,1 = \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) + \frac{\Delta v_u}{2 \cdot \sigma \cdot v_1} \quad (5.14)$$

Dieser Ausdruck beschreibt die Diffusion auf der Saugseite eines Verdichterprofils, dessen Zuflömwinkel derart ist, dass sich minimale Profilverluste ergeben, und dessen lokale

¹¹¹ Quelle: Bräunling, W. J. G. (2009), S.626

Konturmachzahlen an keiner Stelle den Wert $Ma=0,7$ überschreiten. Für Lauf- und Leitrad kann die Diffusionszahl D dann wie folgt aufgeschrieben werden:

$$D'' = \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) + \frac{\Delta v_u}{2 \cdot \frac{s''}{t''} \cdot v_1} \quad \text{Verdichterlaufrad} \quad (5.15)$$

$$D' = \left(1 - \frac{c_3}{c_2}\right) + \frac{\Delta c_u}{2 \cdot \frac{s'}{t'} \cdot c_2} \quad \text{Verdichterleitrad} \quad (5.16)$$

Wird nun beispielsweise Gleichung (5.15) mit der Geschwindigkeit v_∞ erweitert, so bekommt diese die folgende Form:

$$D'' = 1 - \frac{v_2}{v_1} + \frac{v_\infty}{4 \cdot \frac{s}{t} \cdot v_1} \cdot \frac{2 \cdot \Delta v_u}{v_\infty} = 1 - \frac{v_2}{v_1} + \frac{v_\infty}{4 \cdot v_1} \cdot c''_{A_\infty} \quad (5.17)$$

\downarrow = Belastungszahl = $c''_{A_\infty} \cdot (s/t)''$
 = de Haller-Kriterium

Gleichung (5.17) zeigt, dass die Diffusionszahl D sowohl das de Haller-Kriterium (Berücksichtigung der Strömungsablösung an Nabe und Gehäuse) als auch die Belastungszahl (Die Belastungszahl ist ein Erfahrungswert der die Strömungsablösung am Profil berücksichtigt. Diese ist das Maß für die Umlenkung in einem Gitter und ergibt sich aus dem Auftriebsbeiwert c_A dividiert durch das Teilungsverhältnis t/s . Die Grenzen der Belastungszahl werden in der Literatur unterschiedlich definiert.) beinhaltet. Dieses ist insoweit nicht verwunderlich, da die Spitzengeschwindigkeit v_{\max} in einem Gitter, die ja der Definition des Diffusionsfaktors zu Grunde liegt, sowohl von der Verzögerung in der Schaufelpassage als auch von den Seitenwandgrenzschichten auf Nabe, Gehäuse und Beschaufelung gesteuert wird. Ein Strömungsabriss an einer Verdichterbeschaufelung wird i. Allg. durch das Ablösen der Grenzschichten an Nabe und Gehäuse eingeleitet und setzt sich dann bei den Schaufelgrenzschichten fort.

$$D'' = 1 - \frac{v_2}{v_1} + \frac{c''_{A_\infty}}{8} \cdot \frac{v_1 + v_2}{v_1} = 1 - \frac{v_2}{v_1} + \frac{c''_{A_\infty}}{8} \cdot \left(1 + \frac{v_2}{v_1}\right) \quad (5.18)$$

bzw.

$$D'' = 1 + \frac{c''_{A_\infty}}{8} - \frac{v_2}{v_1} \cdot \left(1 - \frac{c''_{A_\infty}}{8}\right) \quad (5.19)$$

Der Diffusionsfaktor ist also ausschließlich eine lineare Funktion von zwei Hauptfaktoren, und zwar, wie oben schon erwähnt wurde, vom Verhältnis der Gesamtgeschwindigkeitsänderung

längs des Profils v_2/v_1 , sprich vom de Haller-Kriterium, und von dem ganz konventionellen Profilauftriebswert c_A .

$$D' = 1 + \frac{c'_{A\infty}}{8} - \frac{c_3}{c_2} \cdot \left(1 - \frac{c'_{A\infty}}{8}\right) \quad (5.20)$$

Abb.31 zeigt die Auswertung dieser Gleichung. Die Diffusionszahl wird größer, je stärker das Verzögerungsverhältnis und je größer der Auftriebswert ist.

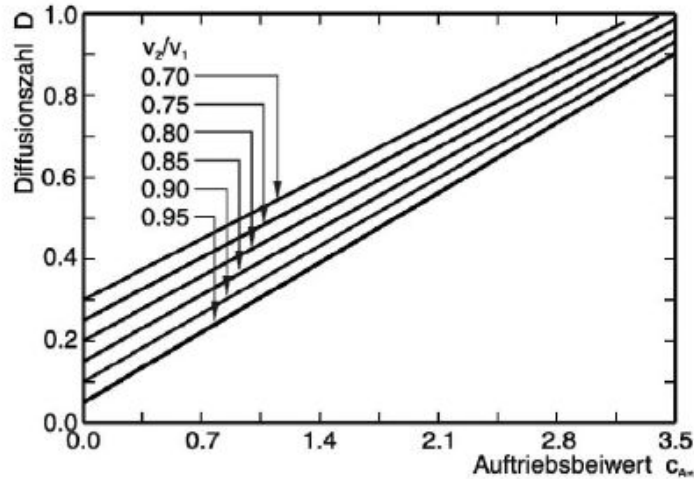


Abb. 31: Diffusionszahl über dem Auftriebsbeiwert, mit dem de Haller-Kriterium v_2/v_1 als Parameter. Daten im Bereich des Auslegungszuströmwinkels, bei minimalen Verlusten.¹¹²

Die entsprechenden Ausdrücke für den Diffusionsfaktor für das Leitrad erhält man aus den Gln. (5.21) und (5.22), wenn dort die Winkel β_1 durch α_2 und die Winkel β_2 durch $\alpha_3 = \alpha_1$ ersetzt werden. Außerdem muss natürlich auch das Teilungsverhältnis t'/s' des Leitrades Verwendung finden.

$$D'' = 1 - \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} + \frac{t''}{s''} \cdot \frac{\sin \beta_1}{2} \cdot (\cot \beta_2 - \cot \beta_1) \quad (5.21)$$

In analoger Vorgehensweise ergibt sich z.B. für das Laufrad:

$$c''_A = 4 \cdot \frac{t''}{s''} \cdot \frac{\sin \beta_1 \cdot (\cot \beta_2 - \cot \beta_1)}{1 + \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2}} \quad \text{mit} \quad \left(c_{A\infty} \cdot \frac{s}{t}\right)'' = 2 \cdot \frac{\Delta v_u}{v_\infty} \quad (5.22)$$

Gibt man den Zuströmwinkel β_1 , die Diffusionszahl D und das Verzögerungsverhältnis v_1/v_2 vor, so kann aus den Gleichungen (5.18), (5.19) und (5.23) sowie (5.24) das Teilungsverhältnis t/s berechnet werden.

¹¹² Quelle: Bräunling, W. J. G. (2009), S.629

$$c''_{A\infty} = 2 \cdot \left(\frac{t}{s}\right)'' \cdot \sin \beta_\infty \cdot (\cot \beta_2 - \cot \beta_1) = 8 \cdot \left(\frac{D'' - 1 + v_2/v_1}{1 + v_2/v_1}\right) \quad \text{Verdichterlaufrad} \quad (5.23)$$

$$c'_{A\infty} = 2 \cdot \left(\frac{t}{s}\right)' \cdot \sin \alpha_\infty \cdot (\cot \alpha_2 - \cot \alpha_3) = 8 \cdot \left(\frac{D' - 1 + c_3/c_2}{1 + c_3/c_2}\right) \quad \text{Verdichterleitrad} \quad (5.24)$$

Eine entsprechende Auswertung zeigt Abb.32. Es ist zu sehen, dass stärkere Strömungsumlenkungen $\Delta\beta$ nur mit kleineren Teilungsverhältnissen t/s und/oder kleineren Diffusionszahlen D zu erreichen sind. Bei gegebener Umlenkung $\Delta\beta$ wird das Teilungsverhältnis kleiner, wenn die Verzögerung verstärkt wird $v_2/v_1 \rightarrow 0,7$. Bei gegebenem Teilungsverhältnis t/s führen verstärkte Verzögerungsverhältnisse zu geringer werdenden Umlenkungen $\Delta\beta$. Größer werdende Diffusionszahlen lassen das erforderliche Teilungsverhältnis größer werden; ein Effekt, der durch eine Vergrößerung des Zuströmwinkels β_1 gemildert wird. Hohe Diffusionszahlen und große Zuströmwinkel lassen den Bereich, in dem Verzögerung v_2/v_1 möglich ist, immer schmäler werden.

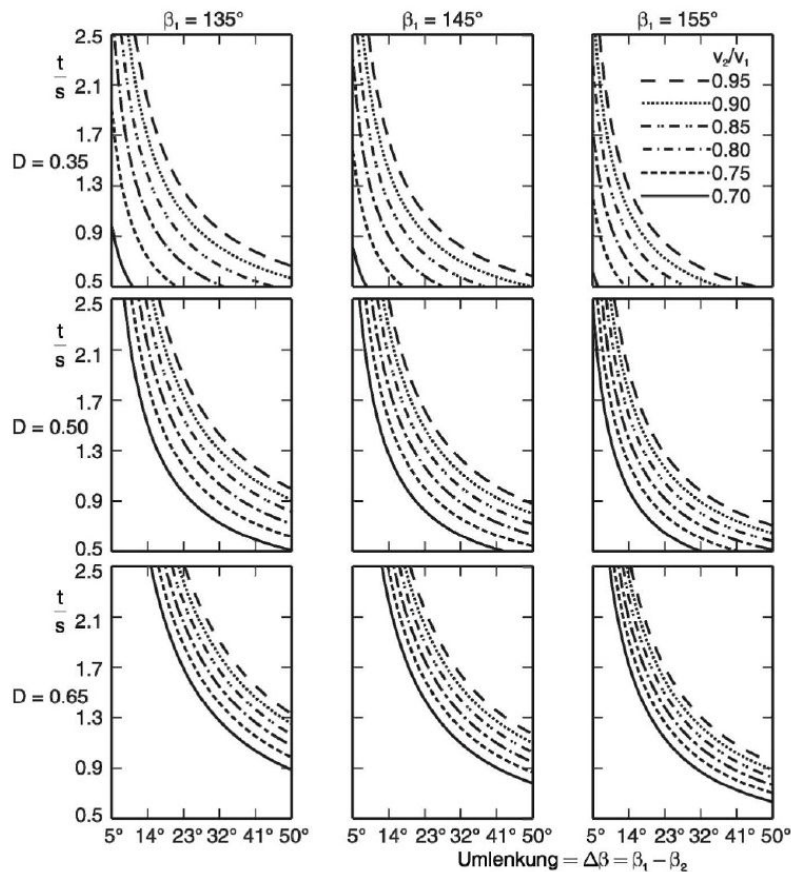


Abb. 32: Teilungsverhältnis t/s eines Verdichtergitters im Verlustminimum, aufgetragen über der Gitterumlenkung $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$ mit dem Zuströmwinkel β_1 bei minimalem Verlust, der Diffusionszahl D und dem Verzögerungsverhältnis v_2/v_1 als Parameter¹¹³

¹¹³ Quelle: Bräunling, W. J. G. (2009), S.632

Obwohl der Diffusionsfaktor in der hier vorgestellten Form auch heute noch vielfach praktischen Gebrauch bei der Verdichtervorauslegung findet, ist er aber dennoch mit Bedacht zu verwenden, da er streng genommen nur für rein subsonisch durchströmte zweidimensionale Gitter gilt, deren Zuströmwinkel beim Verlustminimum liegen und deren Profile insbesondere zur NACA-65-Serie gehören. Dreidimensionale Effekte und die Kompressibilität der Strömung werden durch die ursprüngliche Definition des Diffusionsfaktors nicht erfasst. Die Erfahrung hat aber gezeigt, dass der hier vorgestellte Diffusionsfaktor durchaus auch auf moderne Beschaukelungen mit Zuströmbedingungen bei minimalen Verlusten übertragbar ist. Eine modifizierte und mehr verallgemeinerte Form des Diffusionsfaktors, die ebenfalls eine empirische Grundlage hat, ist bei Koch und Smith (1976) zu finden. Dieser Diffusionsfaktor gilt auch für kompressible Strömungen im hohen subsonischen Geschwindigkeitsbereich.

Die Berechnungen im nächsten Kapitel sind speziell auf die beiden Belastungskriterien, das de Haller-Kriterium und die Diffusionszahlen nach Lieblein für Lauf- und Leitrad ausgelegt. Die weiteren Belastungskriterien werden in den folgenden Berechnungen nicht berücksichtigt.

6 Auswertung der Belastungskriterien

Anhand von zwei der im Kapitel 5 beschriebenen Belastungskriterien (de Haller-Kriterium und Diffusionszahlen nach Lieblein) wird im Kapitel 6 das Cordier-Diagramm für Arbeitsmaschinen im Bereich der Axialverdichter berechnet.

6.1 Grundlagen zur Vorausberechnung des Cordier-Diagramms im Bereich der Axialverdichter

Mit Hilfe des Kennfelds für Lüfter, Gebläse und Pumpen aus dem Originalartikel von 1953 von O. Cordier aus Abb.13 und mit Hilfe des Cordier-Diagramms für Verdichter aus Abb.33 wurden 3 Punkte im Bereich der axialen Arbeitsmaschinen ausgewählt, welche in Abb.33 ebenfalls ersichtlich sind.

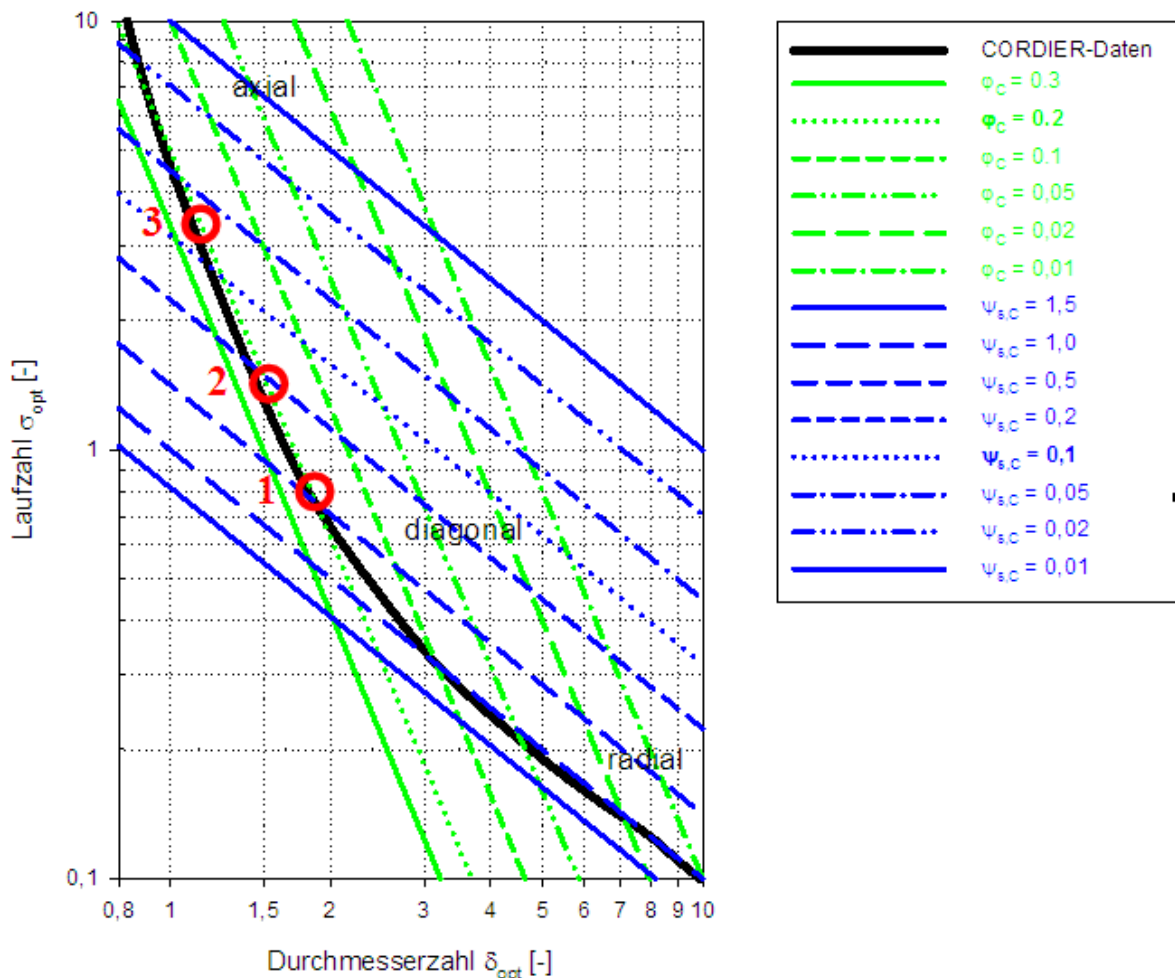


Abb. 33: Cordier-Diagramm für Axialverdichter¹¹⁴

¹¹⁴ Quelle: eigene Darstellung (2009)

Diese drei Punkte wurden so bestimmt, dass sie die Extremfälle für Axialverdichter darstellen: Punkt 3 ist der oberste im Originalartikel eingetragene Punkt des Cordier-Diagramms von Abb.13 und Punkt 1 ist der unterste eingetragene Punkt im axialen Bereich. Dazwischen wurde Punkt 2 so gewählt, dass dieser auf der konstanten Linie Cordier-Druckzahl $\psi_{s,C} = 0,2$ liegt.

Die genauen Werte für Schnelllaufzahl σ , Durchmesserzahl δ , Cordier-Durchflusszahl φ_C , Cordier-Druckzahl $\psi_{s,C}$ sowie für den Umfangswirkungsgrad η_U dieser drei Punkte können aus dem Muscheldiagramm aus Abb.13 sowie aus Abb.33 entnommen werden und sind somit definiert. Aus Abb.33 ist ebenfalls ersichtlich, dass der Verlauf der Cordier-Kurve im Axialbereich annähernd $\varphi_C = 0,2$ und im Radialbereich $\psi_{s,C} = 1$ ist. Diese Erkenntnisse sind für die weiteren Ausführungen von großer Bedeutung.

Zur Berechnung der Belastungskriterien für die Haller-Zahlen für Laufrad und Leitrad sowie Diffusionszahlen für Laufrad und Leitrad, wie aus den Gleichungen (5.7), (5.8), (5.12), (5.13) hervorgeht, werden außer den oben genannten Werten noch weitere Kennzahlen, wie beispielsweise die isentrope Druckzahl ψ_s , die Arbeitszahl λ , die Druckzahl ψ oder der kinematische Reaktionsgrad R_k , benötigt. Um diese dimensionslosen Kennzahlen berechnen zu können, ist es notwendig, neben der Solidity $\sigma = \frac{s}{t}$ ein bestimmtes Nabenverhältnis ν zu bestimmen bzw. anzunehmen. Das Nabenverhältnis liegt bei Axialverdichtern in etwa im Bereich zw. 0,25 und 0,9. Des Weiteren ist zu erwähnen, dass das Nabenverhältnis mit steigender Durchmesserzahl ebenfalls steigt. Basierend auf diesen Informationen wurde für die drei Punkte jeweils ein Nabenverhältnis festgelegt. Der entsprechende Wert für die Solidity, das Verhältnis Sehnenlänge zu Teilung, wurde bei allen Berechnungen im Mittelschnitt mit 1,2 angenommen.

Beim Kriterium mit dem Diffusionsfaktor werden neben dem Mittelschnitt noch zwei weitere Schnitte, an der Nabe und am Gehäuse (auch Außen- oder Spitzenschnitt genannt) überprüft, ob der im jeweiligen Schnitt aufgetretene Diffusionsfaktor größer als 0,45 ist. Der größte Wert für Laufrad und Leitrad, d.h. der Wert, welcher der Belastungsgrenze von 0,45 am nächsten liegt, wird festgehalten.¹¹⁵

Diese zusätzlichen zwei Schnitte sind notwendig, da die Gitterschnitte auf unterschiedlichen Radien liegen und somit unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeiten haben. Die

¹¹⁵ vgl. Wingelhofer, F. (1997), S.40

Umfangsgeschwindigkeit nimmt linear mit dem Radius zu ($u=r\cdot\omega$). Daher ändern sich auch die Geschwindigkeitsdreiecke von Schnitt zu Schnitt. An den Außenschnitten (wo r groß ist) erfordert die isoenergetische Arbeitsverteilung deutlich geringere Werte von c_{u2} als an den Nabenschnitten (wo r klein ist), wie in Abb.34 ersichtlich ist. Im Nabebereich muss somit die Absolutströmung bei geringerer Umfangsgeschwindigkeit der Schaufel wesentlich stärker umgelenkt werden (großes c_{u2} bei niedrigem u) als an einem Außenschnitt; daher sind die Nabenschnitte aerodynamisch stärker belastet und eher einer Strömungsablösung unterworfen.¹¹⁶

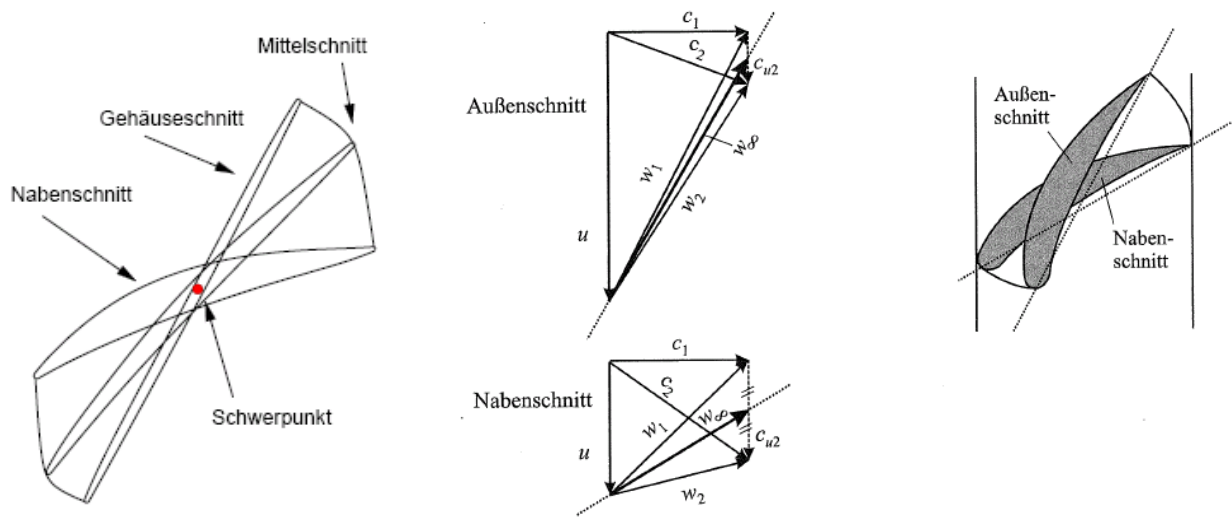


Abb. 34: links: Darstellung des Schaufelblattes eines Transsonik-Verdichters im Naben-, Mittel-, und Gehäuseschnitt, mitte-rechts: Geschwindigkeitsdreiecke und Schaufelverwindung¹¹⁷

Beim Kriterium nach de Haller wird ebenso der Naben-, Mittel- und Gehäuseschnitt (auch Außen- oder Spitzenschnitt genannt) überprüft, ob die im jeweiligen Schnitt aufgetretene de Haller-Zahl kleiner als 0,7 ist. Hierbei wird der kleinste Wert für Laufrad und Leitrad, d.h. der Wert der am nächsten der Belastungsgrenze von 0,7 liegt, festgehalten.¹¹⁸

¹¹⁶ vgl. Carolus, T. (2003), S.9

¹¹⁷ Quelle: Carolus, T. (2003), S.13

¹¹⁸ vgl. Wingelhofer, F. (1997), S.40

6.2 Ergebnisse der Vorausberechnung des Cordier-Diagramms im Bereich der Axialverdichter

Zur Berechnung der Belastungskriterien stehen somit mit Hilfe des Muscheldiagramms aus Abb.13 und mit Annahmen für das Nabenverhältnis und der Solidity alle benötigten Werte fest und sind in Tab.6 zusammengefasst.

#	Schnell- laufzahl σ	Durch- messerzahl δ	Naben- verhältnis v	Cordier- Durchfluss- zahl φ_C	Cordier- Druckzahl $\Psi_{s,C}$	Umfangs- wirkungsgrad η_u	Solidity s/t_M
Punkt 1	0,8	1,8	0,8	0,2=const.	0,5	0,85	1,2
Punkt 2	1,5	1,6	0,55	0,2=const.	0,2	0,82	1,2
Punkt 3	3,4	1,3	0,3	0,2=const.	0,065	0,765	1,2

Tab. 6: Information über die drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier-Diagramm sowie den getroffenen Annahmen (fett gedruckt)¹¹⁹

Alle weiteren zur Berechnung der de Haller-Zahlen sowie Diffusionsfaktoren benötigten dimensionslosen Kennzahlen können durch Umformung der bekannten bzw. angenommenen Werte umgerechnet werden und sind wie folgt definiert.

Axiale Zuströmung, d.h. $\alpha_1 = 90^\circ$ sei vorausgesetzt.

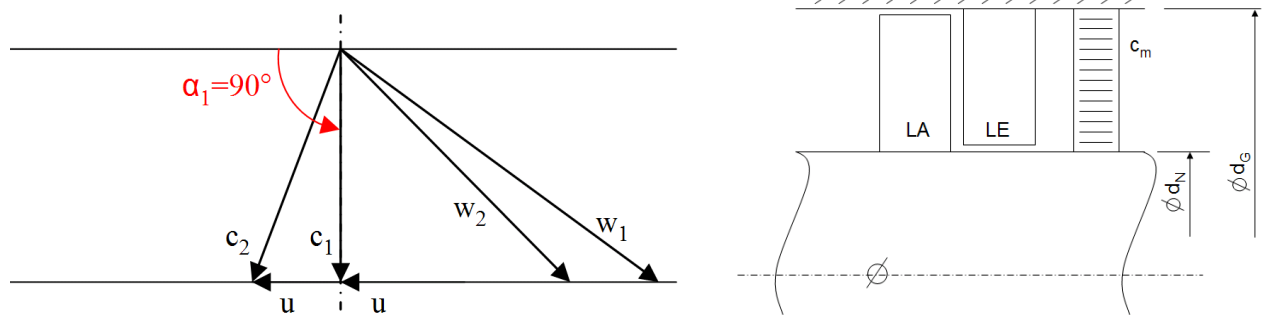


Abb. 35: links: axiale Zuströmung ($\alpha_1 = 90^\circ$) rechts: Axialverdichterstufe¹²⁰

Unter Annahme eines Nabenverhältnisses und der konstanten Cordier-Durchflusszahl $\varphi_C = 0,2$ aus dem Diagramm kann die Durchflusszahl φ_M (der Index M steht für Mittelschnitt) wie folgt berechnet werden:

$$\varphi_M = \frac{c_m}{u_M} = \frac{4 \cdot \dot{V} \cdot u_G}{(d_G^2 - d_N^2) \cdot \pi \cdot u_G \cdot u_M} = \frac{\varphi_C}{(1 - v^2)} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 + v^2}} \quad (6.1)$$

¹¹⁹ Quelle: eigene Tabelle (2009)

¹²⁰ Quelle: eigene Darstellung (2009)

Mit Hilfe des aus dem Diagramm abgelesenen Wertes für φ_C (im Bereich der Axialverdichter $\varphi_C=0,2=\text{const.}$) und mit Hilfe des angenommenen Nebenverhältnisses kann die isentrope Druckzahl ψ_s wie folgt berechnet werden:

$$\psi_s = \frac{2.Y}{u_M^2} = \frac{2.\Delta h_s}{u_M^2} = \psi_{s,C} \cdot \frac{2}{1+v^2} \quad \text{mit} \quad \psi_{s,C} = \frac{2.Y}{u_G^2} = \frac{2.\Delta h_s}{u_G^2} \quad (6.2)$$

Die Druckzahl ψ ergibt sich aus:

$$\psi = \frac{\psi_s}{\eta_U} \quad (6.3)$$

Die Arbeitszahl für den Mittelschnitt λ_M ist definiert:

$$\lambda_M = \frac{\psi}{2} = \frac{\psi_{s,M}}{2.\eta_U} = \frac{\psi_{s,C}}{2.\eta_U} \cdot \frac{2}{(1+v^2)} \quad (6.4)$$

Mit Hilfe der Arbeitszahl kann der kinematische Reaktionsgrad R_K berechnet werden, der wie folgt lautet:

$$R_K = 1 - \frac{\lambda_M}{2} \quad (6.5)$$

Somit können die de Haller-Zahlen sowie die Diffusionszahlen für Laufrad und Leitrad im Mittelschnitt mit einer Solidity im Mittelschnitt $\sigma_M = s/t_M = 1,2$ berechnet werden.

$$Ha' = \frac{\varphi_M}{\sqrt{\varphi_M^2 + \lambda_M^2}} \quad (6.6)$$

$$Ha'' = \sqrt{\frac{\varphi_M^2 + (\lambda_M - 1)^2}{\varphi_M^2 + 1}} \quad (6.7)$$

$$D' = 1 - Ha' + \frac{\lambda_M}{2.\sigma_M \cdot \sqrt{\varphi_M^2 + \lambda_M^2}} \quad (6.8)$$

$$D'' = 1 - Ha'' + \frac{\lambda_M}{2.\sigma_M \cdot \sqrt{\varphi_M^2 + 1}} \quad (6.9)$$

Die Ergebnisse der Berechnung für die drei ausgewählten Punkte im Mittelschnitt sind in Tabelle 7 und in Abb.36 – Abb.38 angeführt. In den Abb.36 – 38 wurden bei gleichen obigen Annahmen (Tab.6) neben dem gewählten Nebenverhältnis (rote Kreise) auch weitere Nebenverhältnisse gewählt, um den Verlauf der de Haller- Zahlen sowie der Diffusionsfaktoren in Abhängigkeit vom Nebenverhältnis erkennen bzw. darstellen zu können.

#	Ha''[-]	Ha'[-]	D''[-]	D'[-]	
Punkt 1	0,756	0,863	0,371	0,347	Mittelschnitt
Punkt 2	0,836	0,885	0,238	0,310	Mittelschnitt
Punkt 3	0,929	0,967	0,102	0,138	Mittelschnitt

Tab. 7: Ergebnisse der Belastungskriterien der drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier-Diagramm für Mittelschnitt¹²¹

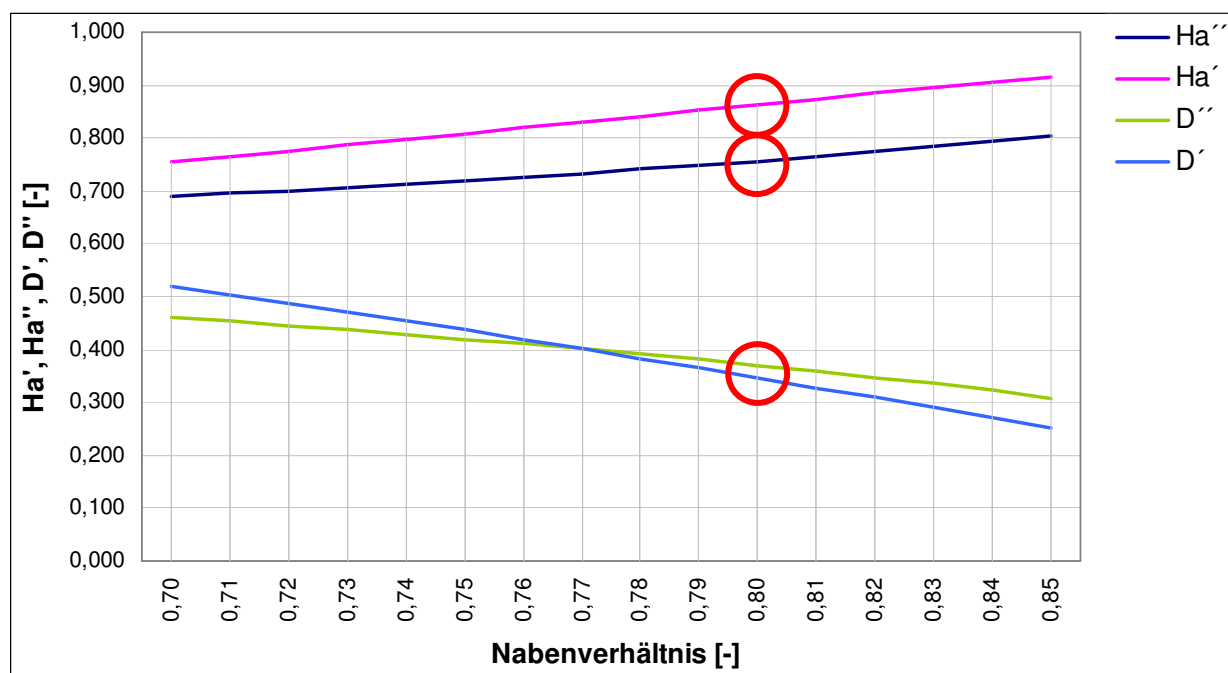


Abb. 36: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 1 des Mittelschnitts in Abhängigkeit vom Nebenverhältnis¹²²

¹²¹ Quelle: eigene Tabelle (2009)

¹²² Quelle: eigene Darstellung (2009)

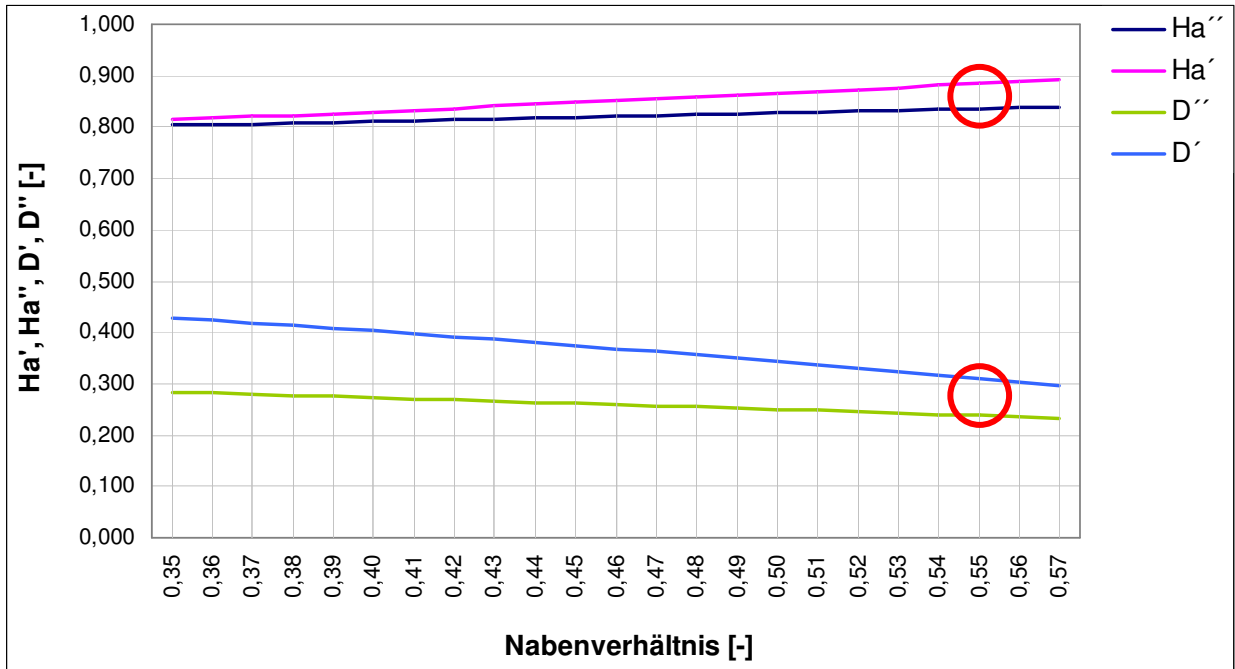


Abb. 37: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 2 des Mittelschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹²³

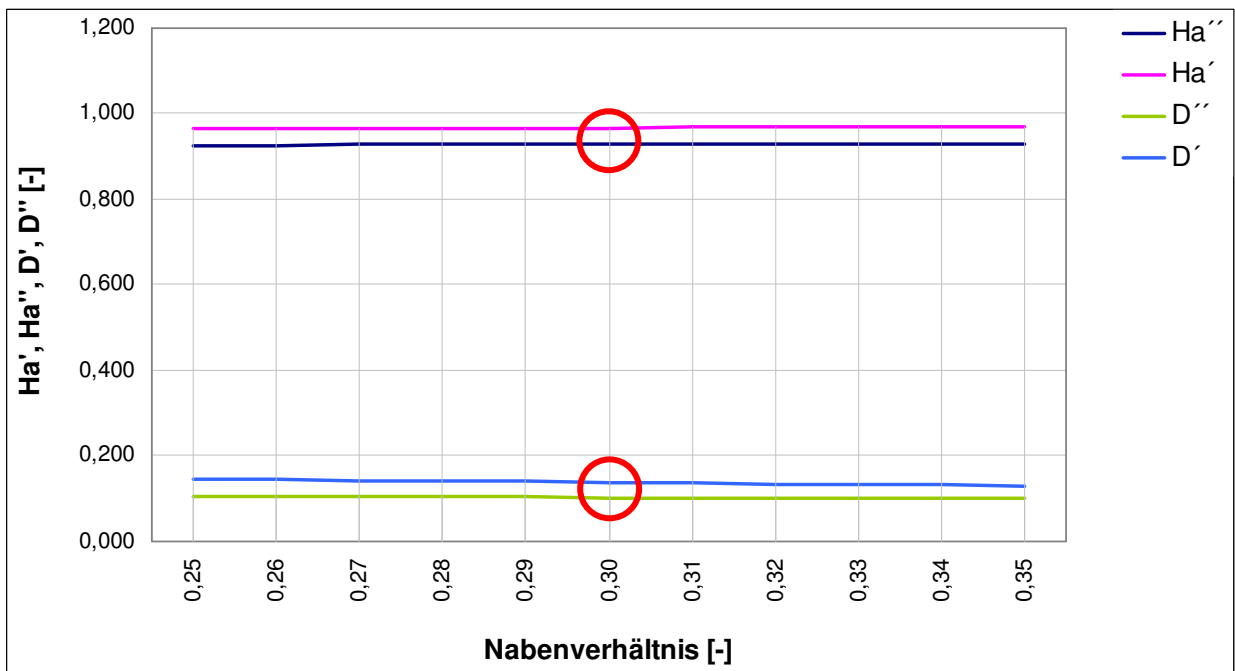


Abb. 38: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 3 des Mittelschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹²⁴

¹²³ Quelle: eigene Darstellung (2009)

¹²⁴ Quelle: eigene Darstellung (2009)

Die de Haller-Zahlen und Diffusionsfaktoren für Laufrad und Leitrad werden wie oben beschrieben, auch für den Nabenschnitt und für den Spitzenschnitt berechnet. Hierfür werden die Indizes N (für Nabenschnitt) und G (für Gehäuseschnitt) verwendet. Die Berechnung der Belastungskriterien im Gehäuseschnitt ist wie folgt definiert:

$$Ha' = \frac{\varphi_G}{\sqrt{\varphi_G^2 + \lambda_G^2}} \quad (6.10)$$

$$Ha'' = \sqrt{\frac{\varphi_G^2 + (\lambda_G - 1)^2}{\varphi_G^2 + 1}} \quad (6.11)$$

$$D' = 1 - Ha' + \frac{\lambda_G}{2 \cdot \sigma_G \cdot \sqrt{\varphi_G^2 + \lambda_G^2}} \quad (6.12)$$

$$D'' = 1 - Ha'' + \frac{\lambda_G}{2 \cdot \sigma_G \cdot \sqrt{\varphi_G^2 + 1}} \quad (6.13)$$

mit

$$\varphi_G = \frac{\varphi_C}{(1 - v^2)} = \varphi_M \cdot \sqrt{\frac{(1 + v^2)}{2}} \quad (6.14)$$

$$\lambda_G = \lambda_M \cdot \frac{(1 + v^2)}{2} = \frac{\psi_{s,G}}{2 \cdot \eta_U} = \frac{\psi_{s,C}}{2 \cdot \eta_U} = \frac{\psi_{s,M}}{2 \cdot \eta_U} \cdot \frac{(1 + v^2)}{2} \quad (6.15)$$

$$\sigma_G = \frac{s}{t_G} = \sigma_M \cdot \sqrt{\frac{(1 + v^2)}{2}} \quad (6.16)$$

Die Ergebnisse der Berechnung für die drei ausgewählten Punkte im Gehäuseschnitt sind in Tabelle 8 und in Abb.39 – Abb.41 angeführt.

#	Ha''[-]	Ha'[-]	D''[-]	D'[-]	
Punkt 1	0,785	0,884	0,333	0,332	Gehäuseschnitt
Punkt 2	0,888	0,920	0,173	0,282	Gehäuseschnitt
Punkt 3	0,960	0,982	0,064	0,125	Gehäuseschnitt

Tab. 8: Ergebnisse der Belastungskriterien der drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier-Diagramm für Gehäuseschnitt¹²⁵

¹²⁵ Quelle: eigene Tabelle (2009)

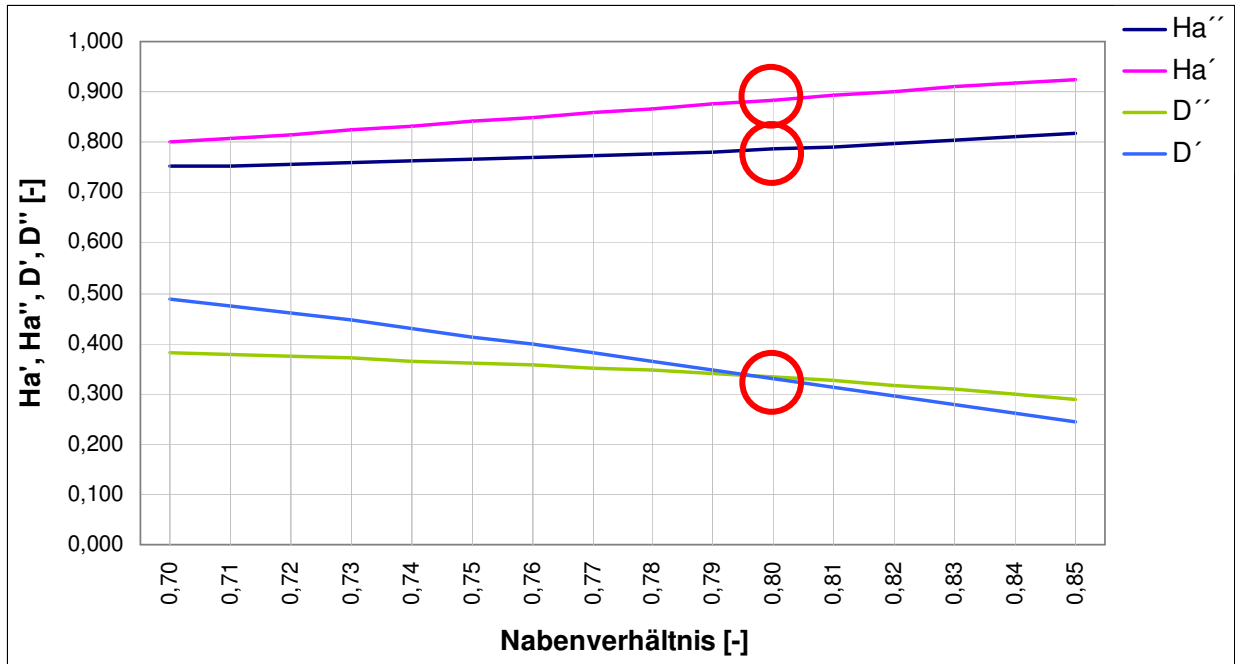


Abb. 39: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 1 des Gehäuseschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹²⁶

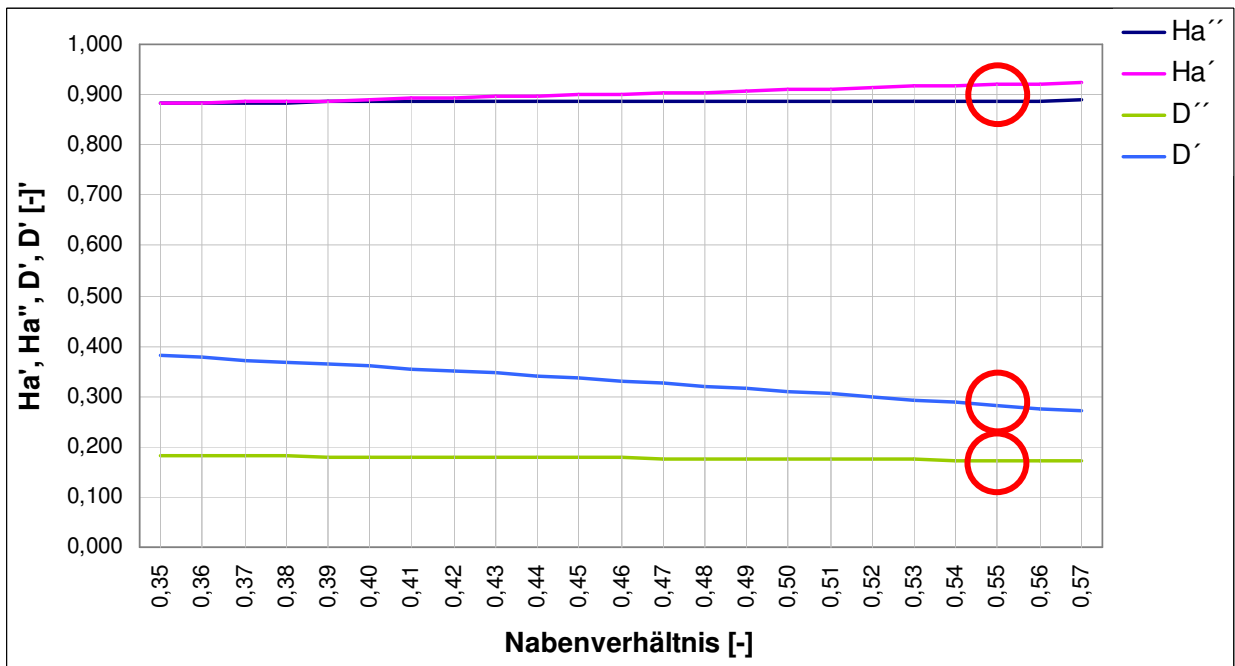


Abb. 40: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 2 des Gehäuseschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹²⁷

¹²⁶ Quelle: eigene Darstellung (2009)

¹²⁷ Quelle: eigene Darstellung (2009)

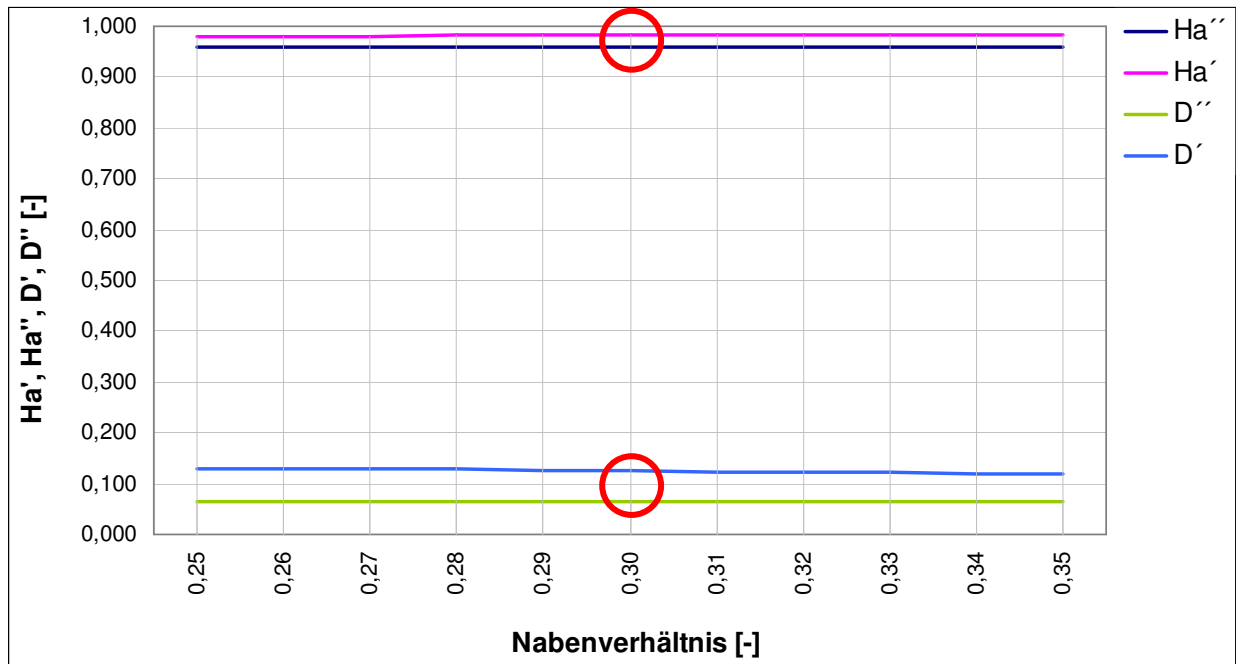


Abb. 41: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 3 des Gehäuseschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹²⁸

Die Belastungskriterien für Laufrad und Leitrad im Nabenschnitt sind wie folgt definiert:

$$Ha' = \frac{\varphi_N}{\sqrt{\varphi_N^2 + \lambda_N^2}} \quad (6.17)$$

$$Ha'' = \sqrt{\frac{\varphi_N^2 + (\lambda_N - 1)^2}{\varphi_N^2 + 1}} \quad (6.18)$$

$$D' = 1 - Ha' + \frac{\lambda_N}{2 \cdot \sigma_N \cdot \sqrt{\varphi_N^2 + \lambda_N^2}} \quad (6.19)$$

$$D'' = 1 - Ha'' + \frac{\lambda_N}{2 \cdot \sigma_N \cdot \sqrt{\varphi_N^2 + 1}} \quad (6.20)$$

mit

$$\varphi_N = \frac{\varphi_C}{(1 - v^2)} \cdot \frac{1}{v} = \varphi_M \cdot \sqrt{\frac{(1 + v^2)}{2 \cdot v^2}} \quad (6.21)$$

$$\lambda_N = \lambda_M \cdot \frac{(1 + v^2)}{2 \cdot v^2} = \frac{\psi_{s,N}}{2 \cdot \eta_U} = \frac{\psi_{s,C}}{2 \cdot \eta_U} \cdot \frac{1}{v^2} = \frac{\psi_{s,M}}{2 \cdot \eta_U} \cdot \left(\frac{1 + v^2}{2 \cdot v^2}\right) \quad (6.22)$$

$$\sigma_N = \frac{s}{t_N} = \sigma_M \cdot \sqrt{\frac{(1 + v^2)}{2 \cdot v^2}} \quad (6.23)$$

¹²⁸ Quelle: eigene Darstellung (2009)

Die Ergebnisse der Berechnung für die drei ausgewählten Punkte im Nabenschnitt sind in Tabelle 9 und in Abb.42 – Abb.44 angeführt.

#	Ha''[-]	Ha'[-]	D''[-]	D'[-]	
Punkt 1	0,723	0,834	0,416	0,369	Nabenschnitt
Punkt 2	0,703	0,791	0,399	0,383	Nabenschnitt
Punkt 3	0,728	0,841	0,336	0,251	Nabenschnitt

Tab. 9: Ergebnisse der Belastungskriterien der drei ausgewählten Punkte aus dem Cordier-Diagramm für Nabenschnitt¹²⁹

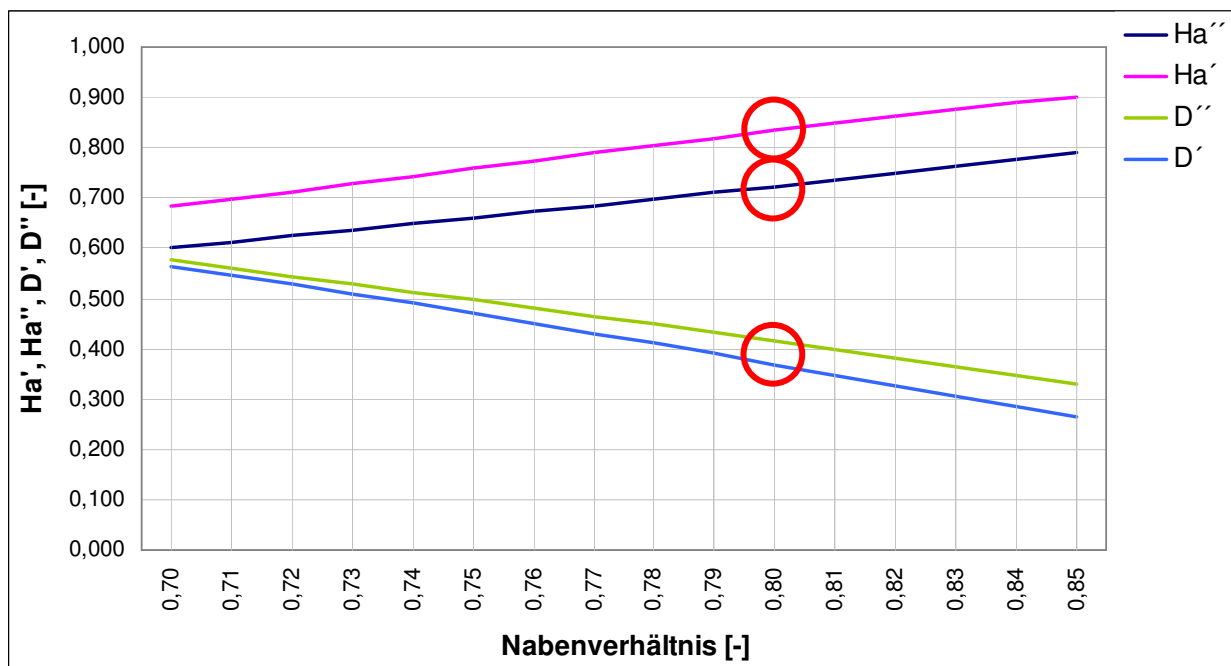


Abb. 42: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 1 des Nabenschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹³⁰

¹²⁹ Quelle: eigene Tabelle (2009)

¹³⁰ Quelle: eigene Darstellung (2009)

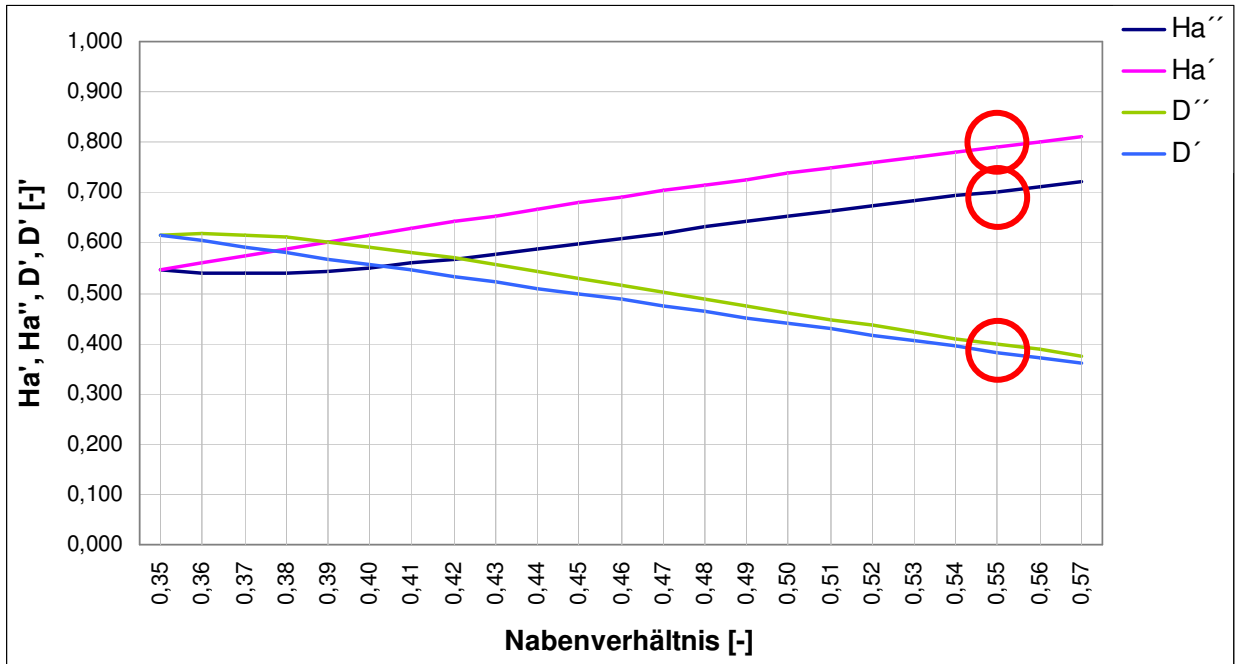


Abb. 43: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 2 des Nabenschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹³¹

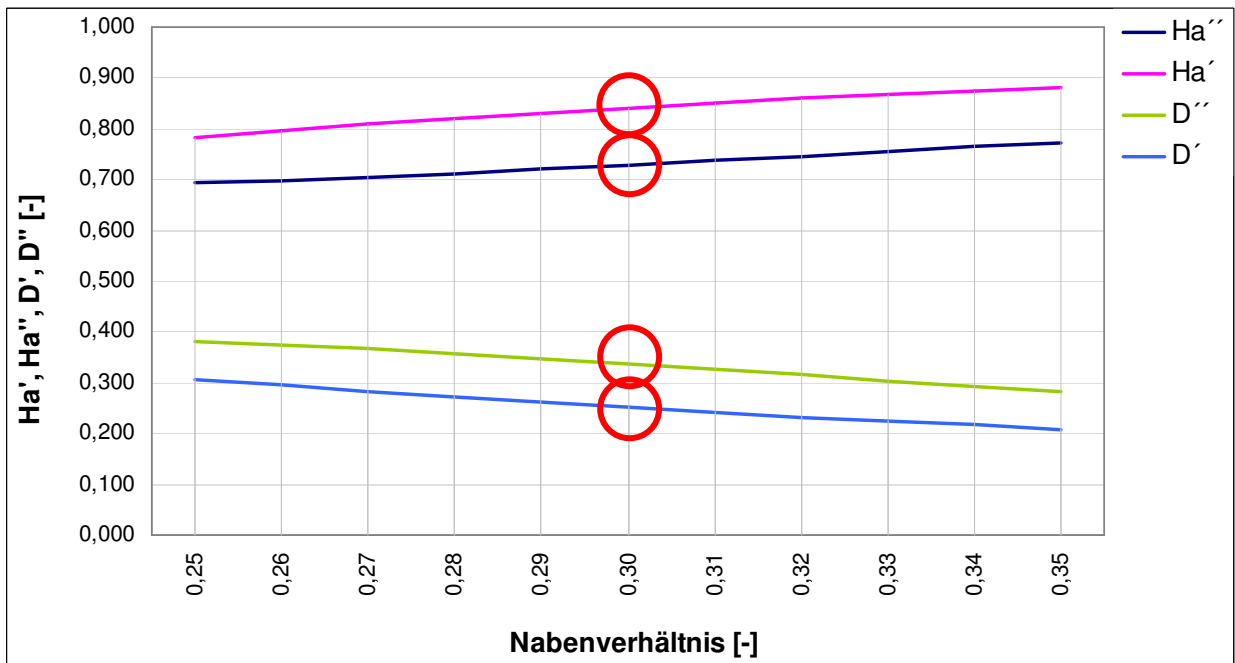


Abb. 44: Verlauf der Belastungskriterien im Pkt. 3 des Nabenschnitts in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis¹³²

¹³¹ Quelle: eigene Darstellung (2009)

¹³² Quelle: eigene Darstellung (2009)

Entscheidend für die Berechnung der de Haller-Zahlen sowie Diffusionszahlen für Laufrad und Leitrad ist also der Nabenschnitt, da dieser, wie oben schon erwähnt, aufgrund der wesentlich stärker umgelenkten Absolutströmung bei geringerer Umfangsgeschwindigkeit der Schaufel im Vergleich zu den anderen beiden Schnitten (großes c_{u2} bei niedrigem u), aerodynamisch stärker belastet ist. Beim Nabenschnitt liegen die Ergebnisse der Belastungskriterien sehr nahe bei den definierten Belastungsgrenzen. Diese werden jedoch nicht überschritten, wodurch es zu keiner Ablösung und somit zu keinen Verlusten kommt. Im Gehäuseschnitt und im Mittelschnitt des Laufrades und Leitrades liegen die Werte für das Verzögerungsverhältnis sowie das Diffusionskriterium nicht so nahe an den Belastungsgrenzen wie beim Nabenschnitt. Im Gehäuseschnitt wird die Relativgeschwindigkeit am stärksten abgebaut.

Je größer die Belastung einer Stufe ist, umso eher wird auch das de Haller-Kriterium bzw. das Diffusionskriterium erreicht, wobei beim de Haller-Kriterium im Nabenschnitt im dargestellten Fall das Laufrad in allen drei Punkten das kritische Bauteil ist und nicht das Leitrad. Der Grund dafür liegt darin, dass der statische Druckanstieg $\Delta p''$ über das Laufrad deutlich größer ist als der statische Druckanstieg $\Delta p'$ über das Leitrad. Diese statischen Druckänderungen sind gemäß der Bernoulli-Gleichung auch ein Maß für die Geschwindigkeitsänderungen und damit für das Verzögerungsverhältnis.¹³³ Beim Diffusionsfaktor im Nabenschnitt ist das kritische Bauteil ebenfalls stets das Laufrad.

Abschließend ist in Abb.45 der Verlauf der Durchflusszahl in den drei Schnitten in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis bei konstantem $\varphi_c = 0,2$ dargestellt. Zusätzlich sind die drei zur Berechnung der Belastungskriterien verwendeten Nabenverhältnisse eingetragen. Auffällig ist, dass die Durchflusszahl im Nabenschnitt bei kleinem Nabenverhältnis im Vergleich zu den anderen beiden Schnitten deutlich größer ist, wie aus den Gleichungen (6.1), (6.14) sowie (6.21) hervorgeht. Mit zunehmendem Nabenverhältnis nähern sich diese drei Kurven an. Mit dem Nabenverhältnis steigt das Verhältnis von Gesamtdruckerhöhung zum Volumenstrom. Bei einem theoretischen Nabenverhältnis von $v=1$ nimmt die Durchflusszahl denselben Wert an.

¹³³ vgl. Bräunling, W. J. G. (2004), S.589

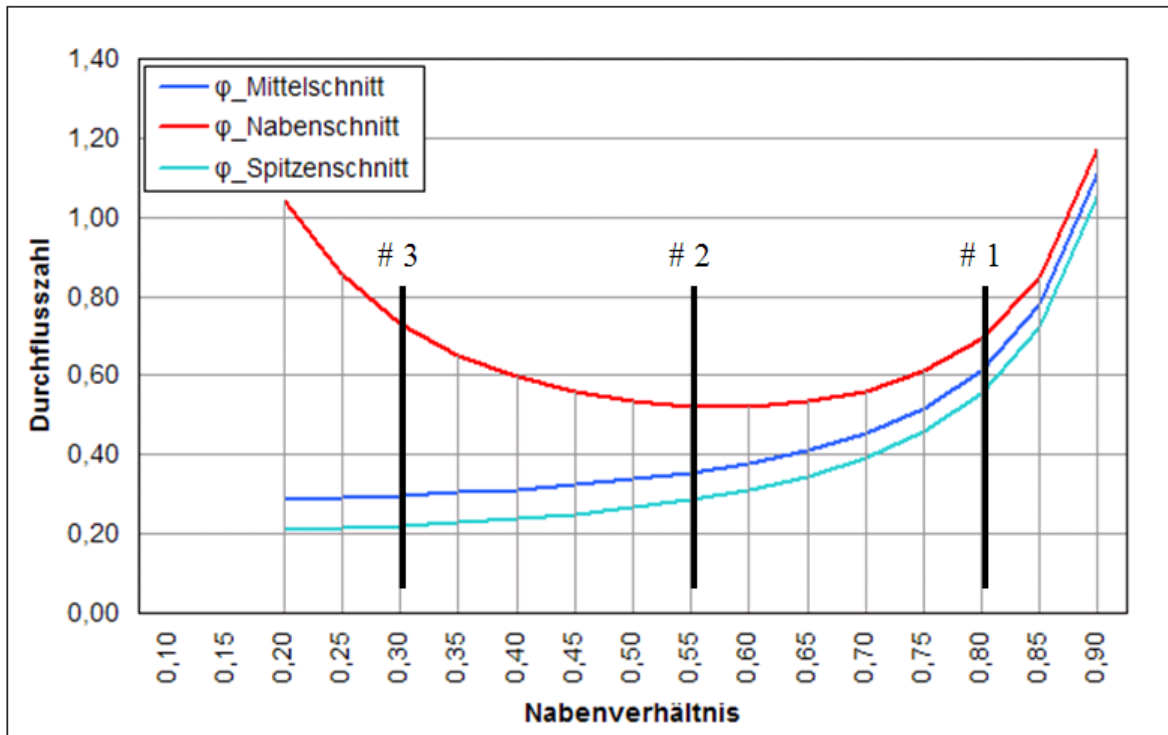


Abb. 45: Verlauf der Durchflusszahl in den drei Schnitten in Abhängigkeit vom Nabenverhältnis bei $\varphi_C = 0,2 = const.$ ¹³⁴

¹³⁴ Quelle: eigene Darstellung (2009)

7 Schlusswort und Ausblick

Ich hoffe, dass das Ergebnis dieser Diplomarbeit dem Aufwand gerecht wird und die Ergebnisse zu einem besseren Verständnis des Cordier-Diagramms führen und den analytischen Auslegungsprozess für Turbomaschinenstufen vereinfachen. Bei der Erstausslegung von Strömungsmaschinen ist das Cordier-Diagramm von großer Bedeutung und findet daher in dieser Diplomarbeit besondere Aufmerksamkeit.

Von praktischer Relevanz ist auch die systematische Aufbereitung der Belastungskriterien. Für den Gehäuse-, Mittel- und Nabenschnitt wurden jeweils drei Punkte aus dem Codier-Diagramm im Bereich der Axialverdichter anhand der Belastungskriterien, genauer gesagt dem de Haller-Kriterium sowie dem Diffusionsfaktor nach Lieblein, für Laufrad und Leitrad berechnet. Die Berechnungen haben ergeben, dass der Nabenschnitt der kritische Schnitt ist, da sich dieser sehr stark an die Belastungsgrenzen annähert. Anhand der Belastungskriterien wurde außerdem gezeigt, dass die drei Punkte im Cordier-Diagramm im Bereich der Axialverdichter die Belastungsgrenzen jedoch nicht überschreiten und es somit zu keiner Ablösungsgefahr und dadurch zu keinen erhöhten Verlusten kommt.

Die Weiterführung dieser Arbeit bestünde zunächst im Bereich der Radialverdichter. Dabei muss erwähnt werden, dass Belastungskriterien tendenziell eher bei axialen Arbeitsmaschinen auftreten, da bei diesen Maschinen eine verzögerte Strömung bei gleichzeitigem Druckanstieg vorliegt. Das heißt, die in dieser Diplomarbeit gewählte Vorgehensweise, wird bei Radialverdichtern nicht zielführend sein.

Eine weitere Arbeit bestünde im Bereich der Strömungskraftmaschinen, bei den Turbinen.

Ich möchte Goethes Sätze über „seine Iphigenie“ ergänzt wissen um die Hoffnung, dass sich Nachfolger finden und die Arbeit fortgesetzt wird.

... So eine Arbeit wird eigentlich nie fertig, man muss sie für fertig erklären, wenn man nach Zeit und Umständen das möglichste getan hat.

Johann Wolfgang Goethe: Italienische Reise, Eintrag zum 16. März 1787

Literaturverzeichnis

Augustin-Manzaneque, J-M. (2007):

Inbetriebnahme einer Pelton- Turbine und der zugehörigen Messdatenerfassung,
Diplomarbeit an der Fachhochschule Düsseldorf

Balje, O.E. (1981):

Turbomachines,
John Wiley and Sons, New York

Beilke, J. (2005):

Numerische Untersuchungen zur instationären Strömung in Seitenkanalverdichtern,
Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik der
Technischen Universität Bergakademie Freiberg

Betz, A. (1959):

Einführung in die Theorie der Strömungsmaschinen,
G. Braun-Verlag, Karlsruhe

Bohl, W. (1994):

Strömungsmaschinen1, Aufbau und Wirkungsweise,
6.A., Vogel Verlag und Druck KG Würzburg

Bohl, W., Elmendorf, W. (2004):

Strömungsmaschinen1, Aufbau und Wirkungsweise,
9.A., Vogel Industrie Medien GmbH & Co. KG Würzburg

Bommes, L., Fricke, J., Grundmann, R. (2002):

Ventilatoren,
2.A., Vulkan-Verlag GmbH Essen

Bräunling, W. J. G. (2004):

Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, Kreisprozesse, Thermische
Turbomaschinen, Komponenten und Emissionen, 2.A.,
Kapitel 8: Thermische Turbomaschinen
Springer-Verlag Berlin/Heidelberg

Bräunling, W. J. G. (2009):

Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, Kreisprozesse, Thermische
Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme, 3.A.,
Kapitel 8: Thermische Turbomaschinen
Springer-Verlag Berlin/Heidelberg

Brücker, C., Schwarze, R. (2007):

Skriptum Fluidenergiemaschinen,
Institut für Mechanik und Fluidodynamik, TU Bergakademie Freiberg

Carolus, T. (2003):

Ventilatoren, Aerodynamischer Entwurf, Schallvorhersage, Konstruktion,
B.G. Teubner / Fachverlage GmbH Wiesbaden

Cordier, O. (1953):

Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen,
In: Brennstoff-Wärme-Kraft, Zeitschrift für Energiewirtschaft und technische Überwachung, Fachheft Strömungsmaschinen, Band 5, Heft Nr.10, Oktober 1953, Düsseldorf

Cordier, O. (1955):

Ähnlichkeitsmechanik, Ähnlichkeitsbedingung für Strömungsmaschinen,
In: VDI-Berichte, Band 3, 1955,

Dibelius, G., Stoff, H. (2007):

Strömungsmaschinen,
In: **Grote, K.-H., Feldhusen, J. (Hrsg.):** Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Zweiundzwanzigste, neubearbeitete und erweiterte Auflage,
Springer-Verlag Berlin/Heidelberg

Dornstetter, S. (2002):

Numerische und experimentelle Untersuchungen an Querstromventilatoren,
Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

Gehrer, A. (1998):

Entwicklung eines 3D-Navier-Stokes Codes zur numerischen Berechnung der Turbomaschinenströmung,
Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Graz

Grabow, G. (1993):

Das erweiterte „Cordier“-Diagramm für Fluidenergiemaschinen und Verbrennungsmotoren,
In: Forschung im Ingenieurwesen- Engineering Research Bd.59 (1993), Nr.3

Grabow, G. (1996):

Vergleichsbetrachtungen zu Seitenkanal-, Labyrinth- und Strahlpumpen,
In: Forschung im Ingenieurwesen- Engineering Research Bd.62 (1996), Nr.1/2

Grieb, H. (2009):

Verdichter für Turbo-Flugtriebwerke,
Kapitel 5: Aerodynamik des Axial- und Radialverdichters,
Springer-Verlag Berlin/Heidelberg

Hinsenkamp, G. (1993):

Berechnung und Optimierung adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen als Grundlage für den Kennfeldvergleich mit Turbinen kleiner Wellenleistung,
Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe

Menny, K. (2003):

Strömungsmaschinen, hydraulische und thermische Kraft- und Arbeitsmaschinen, 4.A., B.G. Teubner GmbH Stuttgart/Leipzig/Wiesbaden

Marcinowski, H (1959):

Einstufige Turboverdichter, Wichtigste Merkmale und Betriebseigenschaften,
In: Chemie-Ingenieur-Technik, Zeitschrift für technische Chemie, Verfahrenstechnik und
Apparatewesen, 31.Jahrgang, Nr.4,

Müller, K.J. (1978):

Thermische Strömungsmaschinen, Auslegung und Berechnung,
Springer-Verlag Wien/New York

Kalide, W. (2005):

Energieumwandlung in Kraft- und Arbeitsmaschinen,
9.A., C. Hanser-Verlag München/Wien

Kameier, F. (1999):

Vorlesungsskript Strömungsmaschinen zur zweisemestrigen Lehrveranstaltung für Stu-
dierende der Konstruktionstechnik und der Energietechnik,
Institut für Strömungsmaschinen Fachhochschule Düsseldorf

Klemm, T. (2005):

Numerische und experimentelle Untersuchungen an Ventilatoren mit hoher Leistungs-
dichte,
Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

o.V.:

http://www.renard2kanak.eu/documents/Stroemungsmaschinen_I_-_Fiches_-_A200.pdf?PHPSESSID=f835ee51b5e0121c207de1210ed646a1
online am 01.08.2009

Özdemir, H. (2006):

Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Analyse und Modellierung der Le-
ckageströmung an Deckbändern von Turbinenschaufeln,
Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum

Petermann, H. (1974):

Einführung in die Strömungsmaschinen,
Springer-Verlag Berlin/Heidelberg/New York

Pfleiderer, C., Petermann, H. (1986):

Strömungsmaschinen,
5.A., Springer-Verlag Berlin/Heidelberg/New York/London/Paris/Tokyo

Scholz, N. (1965):

Aerodynamik der Schaufelgitter, Grundlagen, Zweidimensionale Theorie, Anwendungen,
Band 1, G. Braun-Verlag GmbH Karlsruhe

Sigloch, H. (2006):

Strömungsmaschinen, Grundlagen und Anwendungen,
3.A., Carl Hanser-Verlag München/Wien

Simulationswissenschaftliches Zentrum Technische Universität Clausthal (2006):
In: <http://www.simzentrum.tu-clausthal.de/Hochleistungsrechnen/Projekte>
online am 09.08.2009

Stoff, H. (2006):
Skriptum zur Vorlesung Grundzüge der Fluidenergiemaschinen,
Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum

Wingelhofer, F. (1997):
Auslegung und Nachrechnung vielstufiger Axialverdichter mittels Stromlinienkrümmungsverfahren,
Diplomarbeit am Institut für Thermische Turbomaschinen und Energieanlagen der Technischen Universität Wien

Anhang

ad 3.2.2 Eulersche Strömungsmaschinen-Hauptgleichung

Kraftmaschinen			
Radialrad		Axialrad	
Umfangsgeschwindigkeiten: $u_1 = r_1 \cdot \omega$ $u_2 = r_2 \cdot \omega$		Umfangsgeschwindigkeiten: $u_x = r_x \cdot \omega$	
Meridiangeschwindigkeiten: $c_{m1} = k_1 \cdot \frac{\dot{V}_1}{D_1 \cdot \pi \cdot b_1}$ $c_{m2} = k_2 \cdot \frac{\dot{V}_2}{D_2 \cdot \pi \cdot b_2}$ k_1 und k_2 sind Faktoren zur Berücksichtigung der Schaufeldicke ($k > 1$)		Meridiangeschwindigkeiten: $c_{m1} = k_1 \cdot \frac{\dot{V}_1}{\pi / 4 \cdot (D_a^2 - D_i^2)}$ $c_{m2} = k_2 \cdot \frac{\dot{V}_2}{\pi / 4 \cdot (D_a^2 - D_i^2)}$ k_1 und k_2 sind Faktoren zur Berücksichtigung der Schaufeldicke ($k > 1$)	
Umfangskomponenten von c: $c_{u2} = 0$ üblicherweise im Rechnungspunkt $c_{u1} = Y_{th\infty} / u_1 = \frac{Y \cdot \eta_i \cdot \mu}{u_1}$		Umfangskomponenten von c: $c_{u2x} = 0$ üblicherweise im Rechnungspunkt $c_{u1x} = Y_{th\infty} / u_x = \frac{Y \cdot \eta_i \cdot \mu}{u_x}$	
Eintritt 1	Austritt 2	Eintritt 1	Austritt 2
$\tan \beta_1 = \frac{c_{m1}}{u_1 - c_{u1}}$	$\tan \beta_2 = \frac{c_{m2}}{u_2}$	$\tan \beta_1 = \frac{c_{m1}}{u_x - c_{u1x}}$	$\tan \beta_2 = \frac{c_{m2}}{u_x}$
Die Geschwindigkeitspläne werden i. a. nur für Laufradein- und -austritt gezeichnet.		Die Geschwindigkeitspläne werden für mehrere Schnitte (Durchmesser) $D_a \geq D_x \geq D_i$ gezeichnet.	

Tab. 10: Geschwindigkeitspläne für Kraftmaschinen¹³⁵

¹³⁵ Quelle: eigene Tabelle in Anlehnung an Bohl, W. (1994), S.32

Arbeitsmaschinen			
Radialrad		Axialrad	
Umfangsgeschwindigkeiten: $u_1 = r_1 \cdot \omega$ $u_2 = r_2 \cdot \omega$		Umfangsgeschwindigkeiten: $u_x = r_x \cdot \omega$	
Meridiangeschwindigkeiten: $c_{m1} = k_1 \cdot \frac{\dot{V}_1}{D_1 \cdot \pi \cdot b_1}$ $c_{m2} = k_2 \cdot \frac{\dot{V}_2}{D_2 \cdot \pi \cdot b_2}$ k_1 und k_2 sind Faktoren zur Berücksichtigung der Schaufeldicke ($k > 1$)		Meridiangeschwindigkeiten: $c_{m1} = k_1 \cdot \frac{\dot{V}_1}{\pi / 4 \cdot (D_a^2 - D_i^2)}$ $c_{m2} = k_2 \cdot \frac{\dot{V}_2}{\pi / 4 \cdot (D_a^2 - D_i^2)}$ k_1 und k_2 sind Faktoren zur Berücksichtigung der Schaufeldicke ($k > 1$)	
Umfangskomponenten von c: $c_{u1} = 0$ üblicherweise im Rechnungspunkt $c_{u2} = Y_{th\infty} / u_2 = \frac{Y}{u_2 \cdot \eta_i \cdot \mu}$		Umfangskomponenten von c: $c_{u1x} = 0$ üblicherweise im Rechnungspunkt $c_{u2x} = Y_{th\infty} / u_x = \frac{Y}{u_x \cdot \eta_i \cdot \mu}$	
Eintritt 1	Austritt 2	Eintritt 1	Austritt 2
$\tan \beta_1 = \frac{c_{m1}}{u_1}$	$\tan \beta_2 = \frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}}$	$\tan \beta_1 = \frac{c_{m1}}{u_x}$	$\tan \beta_2 = \frac{c_{m2}}{u_x - c_{u2x}}$
Die Geschwindigkeitspläne werden i. a. nur für Laufradein- und -austritt gezeichnet.		Die Geschwindigkeitspläne werden für mehrere Schnitte (Durchmesser) $D_a \geq D_x \geq D_i$ gezeichnet.	

Tab. 11: Geschwindigkeitspläne für Arbeitsmaschinen¹³⁶

¹³⁶ Quelle: eigene Tabelle in Anlehnung an Bohl, W. (1994), S.33