

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

I

L. inw.

~~380~~

schen

kunde

Der Theodolit. Trigonometrische
und barometrische Höhenmessung
Tachymetrie

Von

P. Werkmeister

Mit 109 Abbildungen



Sammlung

Götschen

Unser heutiges Wissen
in kurzen, klaren,
allgemeinverständlichen
Einzeldarstellungen

Jeder Band in Leinwand gebunden 90 Pf.

G. J. Götschen'sche Verlagshandlung
G. m. b. H. Berlin W 10 und Leipzig

Zweck und Ziel der „Sammlung Götschen“ ist, in Einzeldarstellungen eine klare, leichtverständliche und übersichtliche Einführung in sämtliche Gebiete der Wissenschaft und Technik zu geben; in engem Rahmen, auf streng wissenschaftlicher Grundlage und unter Berücksichtigung des neuesten Standes der Forschung bearbeitet, soll jedes Bändchen zuverlässige Belehrung bieten. Jedes einzelne Gebiet ist in sich geschlossen dargestellt, aber dennoch stehen alle Bändchen in innerem Zusammenhange. Die Gesamtheit der Bände der Sammlung bildet eine systematische Darstellung der Wissenschaften und ihrer Anwendungen.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000296062

Ausführl

erschienenen

Mathematische Bibliothek

aus der Sammlung Göschen

Jeder Band in Leinwand gebunden 90 Pfennig

-
- Geschichte der Mathematik** von Professor Dr. A. Sturm. Nr. 226.
- Arithmetik u. Algebra** von Prof. Dr. Hermann Schubert. Nr. 47.
- Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra** von Professor Dr. Hermann Schubert. Nr. 48.
- Ebene Geometrie** m. 110 zweifarb. Fig. v. Prof. G. Mahler. Nr. 41.
- Ebene und sphärische Trigonometrie** mit 59 Figuren von Prof. Dr. Gerhard Hessenberg. Nr. 99.
- Stereometrie** mit 81 Figuren von Prof. Dr. Rob. Glaser. Nr. 97.
- Niedere Analysis** m. 6 Figuren von Dr. Benedikt Sporer. Nr. 53.
- Höhere Analysis I: Differentialrechnung** mit 68 Figuren von Professor Dr. Friedrich Junker. Nr. 87.
- Höhere Analysis II: Integralrechnung** mit 89 Figuren von Professor Dr. Friedrich Junker. Nr. 88.
- Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Differentialrechnung** m. 46 Figuren v. Prof. Dr. Friedr. Junker. Nr. 146.
- Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung** m. 50 Figuren v. Prof. Dr. Friedr. Junker. Nr. 147.
- Analytische Geometrie der Ebene** mit 57 Figuren von Professor Dr. M. Simon. Nr. 65.
- Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie der Ebene** mit 32 Figuren von Professor O. Th. Bürklen. Nr. 256.
- Analytische Geometrie des Raumes** mit 28 Abbildungen von Professor Dr. M. Simon. Nr. 89.
- Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie des Raumes** mit 8 Figuren von Prof. O. Th. Bürklen. Nr. 309.
- Projektive Geometrie** in synthetischer Behandlung mit 91 Fig. von Professor Dr. K. Doehlemann. Nr. 72.
- Darstellende Geometrie I** mit 110 Figuren von Professor Dr. Rob. Haußner. Nr. 142.
- — **II.** Mit 40 Figuren. Nr. 143.
- Wahrscheinlichkeitsrechnung** mit 15 Figuren von Professor Dr. Franz Hack. Nr. 508.
- Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt** von Prof. Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Professor Dr. Robert Haußner. Nr. 81.
- Fünfstellige Logarithmen** von Prof. Aug. Adler. Nr. 423.
- Mathematische Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik** mit 18 Fig. von Prof. O. Th. Bürklen. Nr. 51.

Wenden!

- Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate** v. Prof. Wilh. Weitbrecht. 2 Bände. Nr. 302 u. 611.
- Vektoranalysis** mit 16 Figuren von Professor Dr. Siegr. Valentiner. Nr. 354.
- Determinanten** von Oberlehrer Paul B. Fischer. Nr. 402.
- Algebraische Kurven I:** Gestaltliche Verhältnisse von Professor Dr. H. Wieleitner. Mit 97 Figuren. Nr. 435.
- — **II:** Theorie und Kurven dritter und vierter Ordnung von Professor E. Beutel. Mit 52 Figuren. Nr. 436.
- Koordinatensysteme** von Oberlehrer Paul B. Fischer. Nr. 507.
- Einführung in die geometrische Optik** von Dr. W. Hinrichs. Nr. 532.
- Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie** mit 59 Abbildungen von Professor Dr. H. Dock. Nr. 699.
- Einleitung in die Funktionentheorie** (Theorie der komplexen Zahlenreihen) mit 10 Figuren von Oberlehrer Max Rose. Nr. 581.
- Funktionentheorie** von Professor Dr. Konrad Knopp **I:** Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 9 Figuren. Nr. 668.
- — **II:** Anwendungen der Theorie zur Untersuchung spezieller analytischer Funktionen. Mit 10 Figuren. Nr. 703.
- Versicherungsmathematik** v. Prof. Dr. Alfred Loewy. Nr. 180.
- Geometrisches Zeichnen** mit 290 Figuren und 23 Tafeln von H. Becker, neubearbeitet von Prof. J. Vonderlinn. Nr. 58.
- Vermessungskunde** mit 255 Abbildungen von Oberlehrer Dr.-Ing. P. Werkmeister. 2 Bände. Nr. 468, 469.
- Geodäsie** mit 68 Abbildungen von Prof. Dr. C. Reinhertz, neubearbeitet von Dr. G. Förster. Nr. 102.
-

BIURO

ARCHITEKTONICZNO - BUDOWNICZE

Sammlung Göschen **Z. HAUSNER**
KRAKÓW, DŁUGA L. 43.

380

Vermessungskunde

II

Der Theodolit. Trigonometrische u. barometrische Höhenmessung. Tachymetrie

Von

Dr.-Ing. P. Werkmeister

Oberlehrer an der Kaiserl. Technischen Schule in Straßburg i. E.

Mit 109 Abbildungen

Neudruck



Berlin und Leipzig

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G m. b. H.

1916



~~I 380~~

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,
von der Verlagshandlung vorbehalten



I 301641

Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig

Akc. Nr.

~~3428~~ / 50

BPK-13-128/2017

Inhaltsverzeichnis.

I. Abschnitt.

Horizontal- oder Lagemessungen.

	Seite
1. Kapitel. Der Theodolit und seine Verwendung zum Messen von Horizontalwinkeln	5
§ 1. Der Bau des Theodolits	5
§ 2. Untersuchung und Berichtigung des Theodolits	23
§ 3. Winkelmessung	34
2. Kapitel. Polygonometrische Punktbestimmung	51
§ 4. Allgemeines über Polygonzüge	52
§ 5. Messung von Polygonzügen	54
§ 6. Berechnung von Polygonzügen	61
3. Kapitel. Trigonometrische Punktbestimmung	73
§ 7. Selbständige Triangulierung	74
§ 8. Übersicht über eine Landesvermessung	80
§ 9. Kleintriangulierung	84
§ 10. Einfacher Vorwärtseinschnitt	87
§ 11. Einfacher Rückwärtseinschnitt	90
§ 12. Über die Zentrierung der Standpunkte und Zielpunkte	93
4. Kapitel. Absteckungsarbeiten	97
§ 13. Die Übertragung von Entwürfen ins Feld	97
§ 14. Die Absteckung von Geraden mit Hilfe des Theodolits	99
§ 15. Die Absteckung von beliebig großen Winkeln	102
§ 16. Abstecken von Kreisbögen	103

II. Abschnitt.

Vertikal- oder Höhenmessungen.

5. Kapitel. Trigonometrische Höhenmessung	113
§ 17. Höhenwinkelmessung	114
§ 18. Trigonometrische Höhenbestimmung auf kleinere Entfernungen	123
§ 19. Trigonometrische Höhenbestimmung auf größere Entfernungen	129

	Seite
6. Kapitel. Barometrische Höhenmessung	137
§ 20. Quecksilberbarometer	137
§ 21. Feder- oder Dosenbarometer (Aneroide)	142
§ 22. Die barometrische Höhenformel und die Berechnung barometrisch gemessener Höhenunterschiede	148
§ 23. Ausführung von barometrischen Höhenmessungen	155

III. Abschnitt.

Tachymetrische Messungen.

7. Kapitel. Der Okularfadenentfernungsmesser	161
§ 24. Der Fadenentfernungsmesser	162
§ 25. Bestimmung der Konstanten eines entfernungsmessenden Fernrohres	165
§ 26. Verwendung des Fadenentfernungsmessers bei nichthorizontalen Zielungen	167
8. Kapitel. Ausführung von tachymetrischen Messungen	170
§ 27. Theodolittachymetrie	170
§ 28. Meßtischtachymetrie	174
§ 29. Phototachymetrie	177
§ 30. Topographische Aufnahmen	180

I. Abschnitt.

Horizontal- oder Lagemessungen.

Nachdem in Band I der Vermessungskunde die Aufnahme von kleineren Lageplänen oder einzelnen Grundstücken, die sog. Stückvermessung, besprochen wurde, sollen jetzt diejenigen Arbeiten beschrieben werden, die bei der Aufnahme größerer Lagepläne und der Ausführung von Absteckungen verschiedener Art vorzunehmen sind.

1. Kapitel.

Der Theodolit und seine Verwendung zum Messen von Horizontalwinkeln.

Die Aufnahme größerer Lagepläne und auch gewisse Absteckungsarbeiten können im allgemeinen nicht mehr nur unter Verwendung der Instrumente zum Abstecken von Winkeln von 90 und 180° ausgeführt werden; man hat vielmehr noch ein Instrument nötig, mit dessen Hilfe Winkel von beliebiger Größe gemessen bzw. abgesteckt werden können; das wichtigste hierbei in Betracht kommende Instrument ist der Theodolit.

§ 1. Der Bau des Theodolits.

Wie das Nivellierinstrument, besteht der Theodolit aus zwei Hauptteilen, dem Stativ¹⁾ und dem eigent-

¹⁾ Siehe Band I, § 20.

lichen Instrument; an letzterem kann man zwischen Unter- und Oberbau unterscheiden (Fig. 1).

1. Das Instrument im allgemeinen.

Der Unterbau endigt nach unten in die Fuß- oder Stellschrauben *A*, deren es beim Theodolit meistens

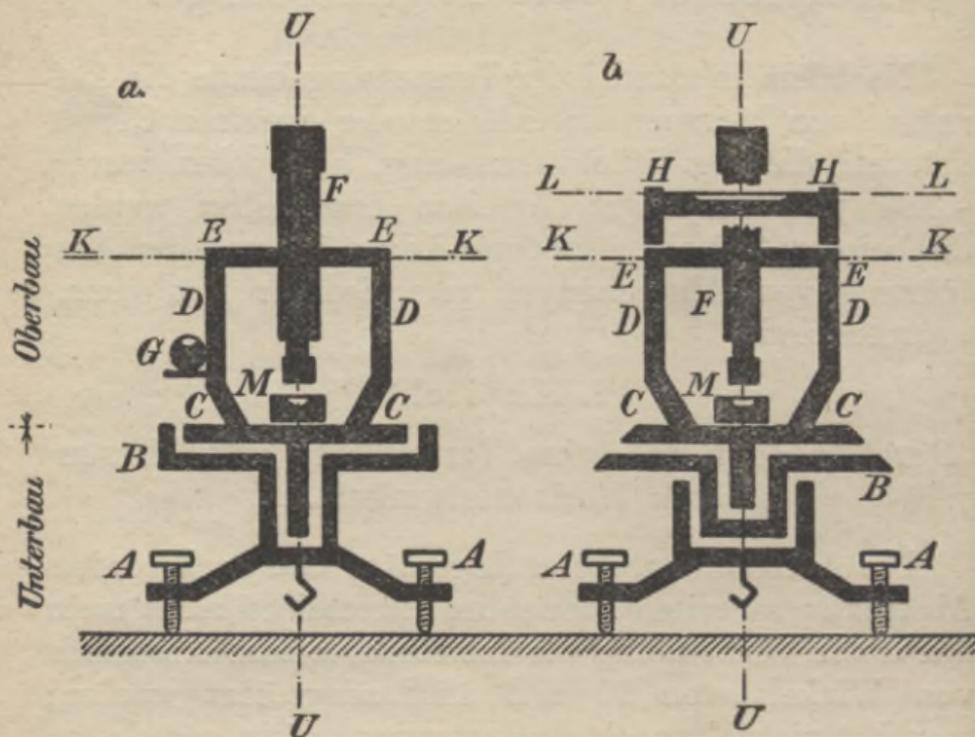


Fig. 1.

drei sind; nach oben erweitert er sich zum Limbus *B*, der den Teilkreis oder Horizontalkreis¹⁾ trägt. Beim einfachen Theodolit (Fig. 1a) ist der Limbus und damit der Teilkreis mit dem ganzen Unterbau fest verbunden; beim Repetitionstheodolit (Fig. 1b) da-

¹⁾ Horizontalkreis im Gegensatz zu Vertikal- oder Höhenkreis, der zum Messen von Höhenwinkeln dient.

gegen läßt sich der Limbus um seine vertikale Achse UU im Unterbau drehen.

Der Oberbau, der im Limbus drehbar auf den Unterbau aufgesetzt ist, besteht aus der Alhidade C mit den zum Ablesen am Teilkreis nötigen Vorrichtungen, den Fernrohrträgern D , der Kippachse E und dem Fernrohr F .

Um dem Instrument mit Hilfe der Fußschrauben eine bestimmte Stellung geben zu können, ist es mit einer Libelle (Röhrenlibelle) versehen, die in der Hauptsache auf zweierlei Arten an dem Oberbau angebracht werden kann; entweder ist sie mit der Alhidade fest verbunden und dann an dieser oder dem Fernrohrträger (G in Fig. 1a) befestigt, oder sie ist in Form einer Reiterlibelle H auf die Kippachse aufgesetzt (Fig. 1b) und kann von dieser abgenommen werden; für die Zwecke der Feldmessung ist die erstere Anordnung die gebräuchlichere. Vorteilhaft ist es, wenn das Instrument für den Zweck der ersten, genäherten Einstellung noch mit einer Dosenlibelle¹⁾ M versehen ist.

Die Befestigung des Instruments auf dem Stativ wird beim Theodolit in derselben Weise²⁾ wie beim Nivellierinstrument vorgenommen.

Die Verbindung zwischen Unterbau und Oberbau zeigen die Fig. 2; beim einfachen Theodolit (Fig. 2a) sitzt in dem als Büchse ausgebildeten Teil A des Unterbaus der zapfenartige Ansatz B des Oberbaus (der Alhidade), der an seinem unteren Ende durch die Plattfeder C entlastet wird. Beim Repetitions-theodolit (Fig. 2b) ist der in der Büchse A sitzende, durch die Plattfeder C entlastete Zapfen des Limbus B

¹⁾ Bei kleineren Instrumenten genügt vielfach eine Dosenlibelle allein.

²⁾ Siehe Band I, § 20.

selbst wieder als Büchse ausgebildet, die den durch die Plattfeder *E* entlasteten Alhidadenzapfen *D* aufzunehmen hat. Um die Alhidade gegenüber dem Limbus, und beim Repetitionstheodolit den Limbus gegenüber den übrigen Teilen des Unterbaus in irgend einer Stellung festhalten zu können, sind die Alhidade, bzw. die Alhidade und der Limbus mit Bremsvorrichtungen versehen, wie sie in Fig. 3 für einen Repetitionstheodolit gezeichnet sind; die Wirkungsweise ist die folgende:

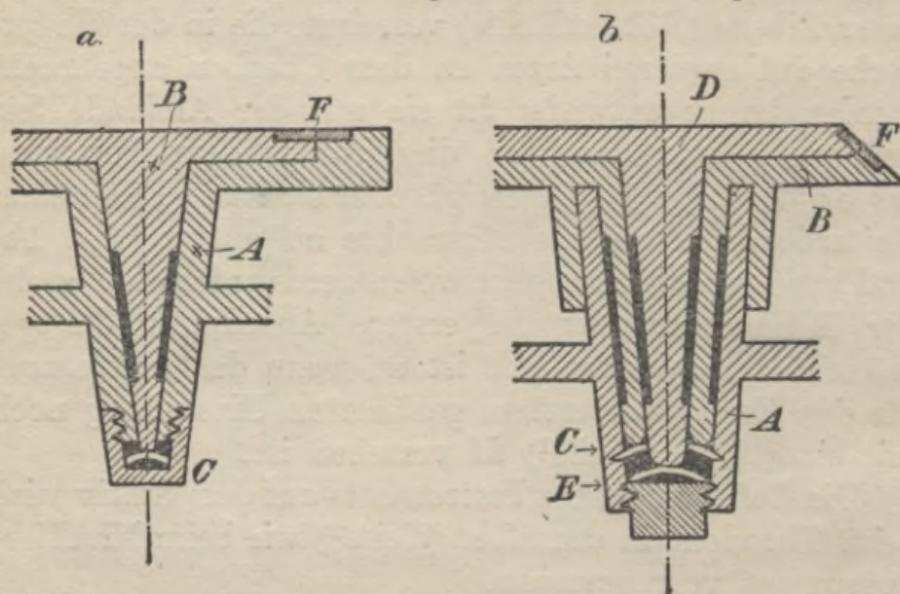


Fig. 2.

Durch Andrücken des Bremsklotzes $\left\{ \begin{matrix} A \\ F \end{matrix} \right\}$ gegen den Limbus *B* mit Hilfe der Schraube $\left\{ \begin{matrix} C \\ G \end{matrix} \right\}$ wird $\left\{ \begin{matrix} \text{der Limbus } B \\ \text{die Alhidade } H \end{matrix} \right\}$ gegenüber dem $\left\{ \begin{matrix} \text{Unterbau } D \\ \text{Limbus } B \end{matrix} \right\}$ festgehalten; die Mikrometerschraube $\left\{ \begin{matrix} E \\ J \end{matrix} \right\}$ ermöglicht noch Drehungen $\left\{ \begin{matrix} \text{des} \\ \text{Limbus } B \\ \text{Alhidade } H \end{matrix} \right\}$ um kleine Beträge.

Zur Aufnahme der Kreisteilung ist der Limbus meistens mit einem Silberstreifen versehen, der bei *F* in den eben oder konisch abgedrehten Limbus (Fig. 2a und 2b) eingelassen ist. Zum Schutz gegen Beschädigungen ist der Teilkreis durch ein mit der Alhidade verbundenes, für die Ablesvorrichtungen ausgeschnittenes

Verdeck versehen. Die Teilungen werden mit Hilfe von besonders eingerichteten Kreisteilmaschinen hergestellt. Der zwei aufeinanderfolgenden Teilstrichen entsprechende Winkelwert, die Teilungseinheit, ist bei verschiedenen Instrumenten verschieden; er ist außer

vom Durchmesser des Teilkreises von der Art der Ablesvorrichtung abhängig; bei den für Feldmeßzwecke bestimmten Instrumenten kommen die Werte 1° , $1/2^\circ$, $1/3^\circ$, $1/6^\circ$ und $1/12^\circ$, bzw. 1^g , $1/2^g$, $1/4^g$ und $1/5^g$ vor. Die Richtung der Bezifferung der Teilung folgt meistens dem Uhrzeiger.

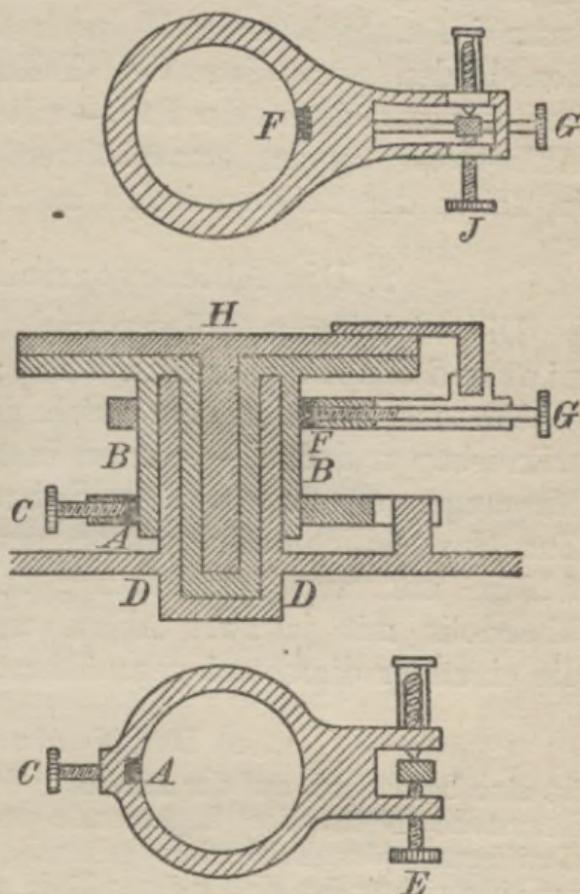


Fig. 3.

Um eine bestimmte Lage der Alhidade zum Limbus festlegen zu können, ist die erstere mit einem Strich (Zeiger, Marke oder Index) versehen, durch den am Teilkreis eine gewisse Ablesung bestimmt ist; die Ablesung kann im einfachsten Fall durch Abschätzen zwischen den beiden nächstliegenden Teilkreisstrichen oder — und dies ist meistens der Fall — mit Hilfe von besonderen Ablesevorrichtungen gemacht werden, die die Ablesung in Teilen der Teilungseinheit zu machen erlauben.

2. Die Ablesevorrichtungen.

Die wichtigsten Ablesevorrichtungen sind der Nonius und das Ablesemikroskop; bei letzterem unterscheidet man zwischen dem Strichmikroskop, dem Skalenmikroskop und dem — nur an Instrumenten für feinere Messungen angebrachten — Schraubenmikroskop. Zur Unschädlichmachung von gewissen Instrumentalfehlern und zur Verschärfung der Messung wird der Theodolit mit je zwei Ablesevorrichtungen versehen, die einander diametral gegenüberstehen.

a) Der Nonius

ist eine besondere, auf der Alhidade angebrachte, an der Ablesemarke (Nullmarke) beginnende und in der Richtung der Bezifferung des Teilkreises gehende Hilfstheilung, die derart eingerichtet ist, daß n ihrer Teile $n - 1$ Teile der Hauptteilung entsprechen. Bezeichnet man die Teilungseinheit des Limbus mit L und diejenige des Nonius mit N , so erhält man für ihren Unterschied:

$$L - N = \frac{L}{n} = a.$$

Diesen Unterschied $a = L - N$ bezeichnet man als die Angabe des Nonius. Fallen demnach irgend zwei Striche von Limbus und Nonius zusammen (Fig. 4), so ist der Unterschied zwischen den beiden nächstliegenden Limbus-

bzw. Noniusstrichen gleich a , zwischen den beiden übernächsten gleich $2a$ usw. Die Striche eines Nonius sind vom Nullstrich aus nach Vielfachen von a beziffert, so daß die an einem Noniusstrich angeschriebene Zahl bei seinem Zusammenfallen mit einem Limbusstrich den Unterschied zwischen dem Noniusnullstrich und dem diesem vorhergehenden Limbusstrich angibt.

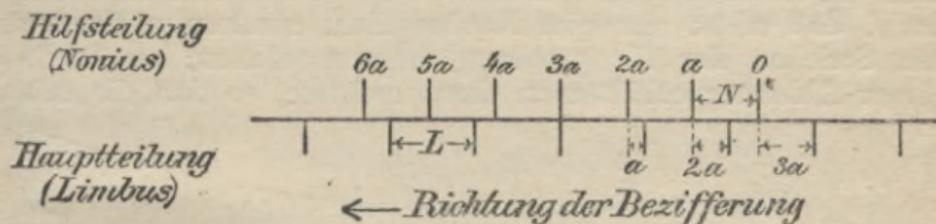


Fig. 4.

Um mit Hilfe eines Nonius eine Ablesung zu machen, liest man zunächst diejenige Zahl ab, mit welcher der letzte Limbusstrich vor dem Noniusnullstrich beziffert ist; sodann sucht man denjenigen Noniusstrich auf, der mit einem Limbusstrich zusammenfällt, und addiert die an ihm angeschriebene Zahl zu der zuerst abgelesenen.

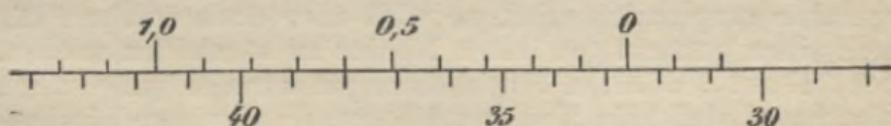


Fig. 5.

Fig. 5 zeigt (in halber Größe) eine einfache Längenteilung mit der Teilungseinheit 1 cm; 9 Teilen der Hauptteilung entsprechen 10 Noniusteile, so daß die Angabe des Nonius $\frac{1}{10}$ cm = 1 mm beträgt. Die gesamte Ablesung setzt sich zusammen aus:

$$\begin{array}{r} \text{Ablesung an der Hauptteilung} \quad 32 \text{ cm} \\ + \text{Ablesung am Nonius} \quad \quad \quad 0,6 \text{ ,, ,} \end{array}$$

sie ist also bei dem gezeichneten Beispiel 32,6 cm.

In Fig. 6 ist eine Kreisteilung gezeichnet, bei der die Teilungseinheit des Limbus $\frac{1}{2}^\circ = 30'$ ist; der Nonius hat 15 Teile, denen 14 Limbusteile entsprechen, so daß seine

Angabe $\frac{30}{15} = 2'$ ist. Für die in der Figur angegebene Stellung zwischen Limbus und Nonius liest man

am Limbus	57° 00'
am Nonius	12'

also zusammen 57° 12' ab. Die Angabe eines Nonius darf nicht zu klein gewählt werden, da sonst der Fall eintreten kann, daß nicht nur ein Noniusstrich, sondern mehrere mit Strichen der Hauptteilung zusammenfallen; an Stelle einer Ablesung erhält man dann mehrere, so daß die mit

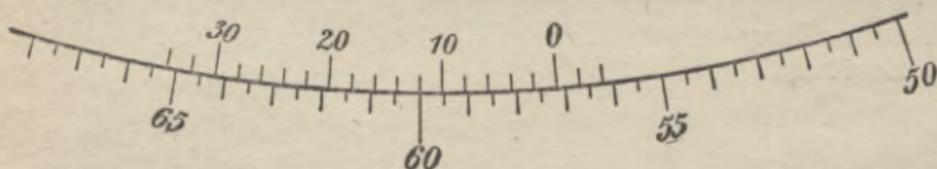


Fig. 6.

dem Nonius beabsichtigte Feinheit in der Ablesung nur eine scheinbare ist und diese nur unnötig erschwert wird. Ist die Angabe des Nonius zu groß gewählt, so wird häufig der Fall eintreten, daß gar kein Noniusstrich mit einem Limbusstrich zusammenfällt; obwohl dies bei der Ablesung weniger unangenehm empfunden wird, so wird man doch solche Fälle durch einen passend gewählten Nonius zu vermeiden suchen. Auch bei gut gewählten Noniusteilungen kann es gelegentlich vorkommen, daß kein Noniusstrich genau mit einem Limbusstrich zusammenfällt; die betreffende Ablesung erhält man dann dadurch, daß man diejenigen beiden Noniusstriche aufsucht, die am besten mit Limbusstrichen zusammenfallen, und die zwischen beiden liegende Ablesung annimmt.

Um eine möglichst gute Ablesung am Nonius zu erhalten, vergleicht man stets die gegenseitige Stellung der rechts und links von den zusammenfallenden Strichen liegenden Strichpaare; um dies auch in solchen Fällen vornehmen zu können, in denen einer der ersten oder letzten Noniusstriche zusammenfällt, wird meistens die Noniusteilung nach rechts und links in einer „Überteilung“ (Fig. 5 und 6) durch einige Striche fortgesetzt.

Um die Ablesungen an Limbus und Nonius bequem vornehmen zu können, ist am Instrument eine Lupe an-

gebracht, die sich konzentrisch zu den Nonien vor diesen verschieben läßt.

Die Teilungseinheit des Limbus und die Angabe des Nonius stehen unter sich und mit dem Durchmesser des Teilkreises in einem gewissen Zusammenhang; in der nachstehenden Tabelle sind die bei Feldmeßtheodoliten üblichen Verhältnisse angegeben:

1. Bei Einteilung des Vollkreises in 360 Grad.
(Alte Teilung.)

Kreisdurchmesser	20 cm	17 cm	15 cm	12 cm	10 cm	8 cm
Limbuseinheit	$\frac{1}{6}^{\circ}$	$\frac{1}{6}^{\circ}$	$\frac{1}{3}^{\circ}$	$\frac{1}{3}^{\circ}$	$\frac{1}{2}^{\circ}$	$\frac{1}{2}^{\circ}$
Noniusangabe	10''	10''	20''	20''	60''	60''

2. Bei Einteilung des Vollkreises in 400 Grad.
(Neue Teilung.)

Kreisdurchmesser	20 cm	17 cm	15 cm	12 cm	10 cm	8 cm
Limbuseinheit	$\frac{1}{4}^g$	$\frac{1}{4}^g$	$\frac{1}{2}^g$	$\frac{1}{2}^g$	$\frac{1}{2}^g$	$\frac{1}{2}^g$
Noniusangabe	25''	50''	1'	1'	1'	1'

b) Das Mikroskop,

das sich auf verschiedene Weise zum Ablesen an Teilungen ausbilden läßt, ist in der Hauptsache ein Fernrohr, bei dem die Objektivlinse eine geringe Brennweite besitzt; es dient — im Gegensatz zum Fernrohr — zum Betrachten von nah gelegenen Gegenständen, im vorliegenden Fall der Kreisteilung. Um Ablesungen mit Hilfe des Mikroskops ausführen zu können, muß es — ähnlich wie das Fernrohr mit einem Fadenkreuz — mit einer Ablesemarke versehen sein, deren Abstand von dem vorhergehenden Limbusstrich beim Strichmikroskop geschätzt, beim Skalenmikroskop mit Hilfe einer besonderen Teilung (Skala) und beim Schraubenmikroskop mit Hilfe einer feinen Meßschraube gemessen wird. Das Ablesemikroskop ist ähnlich wie der Nonius mit dem Oberteil des Instruments, also entweder mit der Alhidade oder den Fernrohrträgern fest verbunden, so daß es mit diesen gegen den Limbus (die Teilung) gedreht werden kann. Bei einem gut gebauten Instrument wird bei der Drehung des Oberbaues der Abstand zwischen Mikroskop und Teilung sich gleich bleiben, so daß hier bei der Benützung die Entfernung des zu betrachtenden Gegenstands nicht wie beim Fernrohr fortwährend wechselt, und damit eine Neueinstel-

lung erforderlich ist, sondern eine Einstellung für längere Zeit ausreicht.

Während bei Anwendung von Nonienablesung nicht jeder einzelne Limbusstrich beziffert ist, sondern nur in Abständen von 5 oder 10 Grad die betreffenden Ziffern angeschrieben sind, muß bei Verwendung von Mikroskopen mit Rücksicht auf ihr kleines Gesichtsfeld jeder einzelne Gradstrich mit der ihm zukommenden Zahl voll beziffert sein.

α) Das Strichmikroskop.

In bezug auf die Einfachheit bei der Ablesung nimmt unter sämtlichen Ablesevorrichtungen das Strichmikroskop

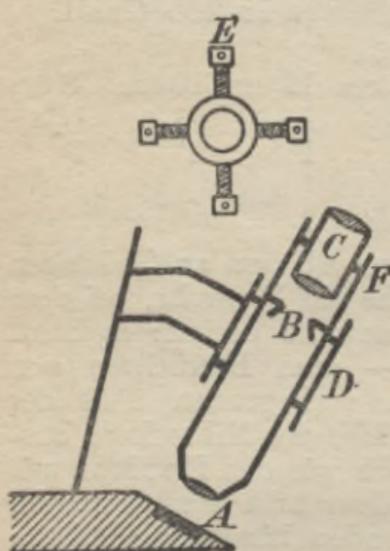


Fig. 7.

den ersten Platz ein; es besteht aus einem gewöhnlichen, z. B. mit Ramsdenschem Okular versehenen Mikroskop (Fig. 7), das eine Ablesemarke, die ähnlich wie das Fadenkreuz des Fernrohrs auf einem Blendring *B* (Diaphragma) in Form eines Spinnfadens oder eines auf einem Glasplättchen eingravierten Striches angebracht ist, besitzt. Um die Ablesemarke in die mit dem Beobachter wechselnde deutliche Sehweite bringen oder einstellen zu können, ist das Okular *C* für sich in der eigentlichen Mikroskopröhre *F* verschiebbar; diese selbst läßt sich in einer Röhre *D* zwecks Einstellung der Teilung *A* gegen diese

verschieben. Die Röhre *D* ist mit der Alhidade oder mit dem Fernrohrträger in fester Verbindung. Bequem, aber nicht notwendig ist es, wenn das Diaphragma in derselben Weise wie beim Fernrohr mit Berichtigungsschrauben *E* versehen ist, mit deren Hilfe die Ablesemarke sich längs oder quer zur Teilung um kleine Beträge verschieben läßt.

Die Einstellung des Mikroskops wird derart ausgeführt, daß zunächst der Ablesestrich durch Verschieben des Okulars *C* in der Mikroskopröhre *F* in deutliche Sehweite gebracht

wird; hierauf wird die Teilung *A* eingestellt, indem man das ganze Mikroskop in der Röhre *D* entsprechend verschiebt; endlich wird die Mikroskopröhre *F* in der Fassungsröhre *D* so gedreht, daß die Strichmarke parallel zu den Strichen der Teilung erscheint. Okular und Mikroskop lassen sich in den so ermittelten Stellungen mit Hilfe von Schrauben festhalten. Sind von einem Beobachter Ablesemarke und Teilung scharf eingestellt, so daß keine Parallaxe stattfindet, und soll das Mikroskop von einem anderen Beobachter mit anderer deutlicher Sehweite benützt werden, so hat dieser nur das Okular gegenüber der Strichmarke zu verschieben, um zu gleicher Zeit ein scharfes Bild der Marke und der Teilung zu erhalten. An Stelle der im vorstehenden angegebenen Vorrichtungen, die das Einstellen der Teilung ermöglichen, sind auch noch andere denkbar; z. B. könnte man (Fig. 8) die Mikroskopröhre *A* mit dem Instrumentenoberbau fest verbinden, und würde dann entweder die Objektivlinse *B* in der Röhre *A* verschiebbar anbringen (Fig. 8a), oder man würde — wie beim Fernrohr — das Diaphragma *C* gegen das Objektiv *B* verschiebbar einrichten (Fig. 8b).

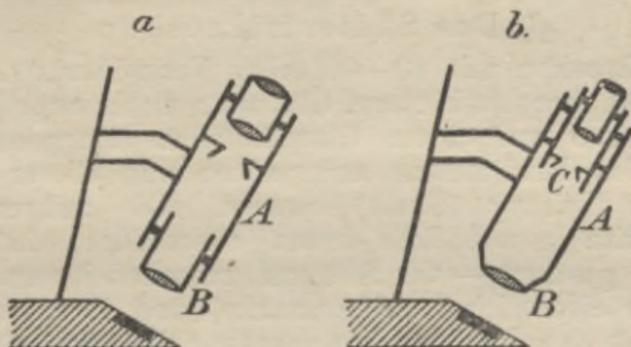


Fig. 8.

Die Ablesung mit Hilfe des Strichmikroskops wird derart vorgenommen, daß man den Wert des der Marke vorangehenden Teilungsstriches mit Hilfe der — mit Rücksicht auf das kleine Gesichtsfeld des Mikroskops für jeden Gradstrich angeschriebenen — Bezifferung bestimmt und die Entfernung der Marke von jenem Strich zwischen diesem und dem folgenden schätzt.

Mit Strichmikroskopen abzulesende Kreisteilungen werden gewöhnlich derart ausgeführt, daß bei Einteilung des rechten Winkels in 90. Grad die Teilungseinheit $\frac{1}{6}$ Grad oder 10 Minuten und bei Einteilung des rechten Winkels in 100 Grad die Teilungseinheit $\frac{1}{5}$ Grad oder 20 Minuten beträgt, so daß man durch Schätzung die Ablesung auf einzelne bzw. doppelte Minuten machen kann. Fig. 9 zeigt das Gesichtsfeld eines Strichmikroskops in scheinbarer Größe; die Ablesung an der in alter Teilung (Teilungseinheit $\frac{1}{6}$ Grad) ausgeführten Kreisteilung ist $36^{\circ} 46'$.

Das Strichmikroskop kommt zunächst für solche Instrumente in Betracht, die zu Messungen verwendet werden, bei denen eine Genauigkeit von 1' bzw. 2' im Winkel genügt; bei solchen Instrumenten verdient es jedoch mit Rücksicht auf die einfache und bequeme Ablesung den Vorzug vor den anderen Hilfsmitteln zum Ablesen an Teilungen.

Das Strichmikroskop liegt in bezug auf seine Vergrößerung¹⁾, die ungefähr eine 15—20fache ist, zwischen der beim Nonius angewandten Lupe und dem Skalen- bzw. Schraubenmikroskop; es wird deshalb auch als Mikroskoplupe bezeichnet.

β) Das Skalenmikroskop

ist ein Mikroskop mit 40—60facher Vergrößerung, bei dem auf dem Diaphragma ein sog. Glasmikrometer angebracht ist, das aus einer auf einem Glasplättchen angegebenen, der abzulesenden Kreisteilung angepaßten und dieser entgegen bezifferten Teilung (Skala) besteht. Die mikrometrische Teilung wird gewöhnlich derart ausgeführt, daß — im Mikroskop gesehen — der Abstand zwischen ihrem Anfangsstrich (der eigentlichen Ablesemarke) und ihrem Endstrich der Einheit der Limbusteilung entspricht, und daß dieser Abstand in zehn gleiche Teile geteilt ist.

Fig. 10 zeigt das Gesichtsfeld eines Skalenmikroskopes, das zum Ablesen an einer Limbusteilung mit der Einteilung in $\frac{1}{3}$ Grade eingerichtet ist; zehn Mikrometerteile entsprechen 20 Minuten und ein Mikrometerteil entspricht 2 Minuten, so daß man unmittelbar die Ablesung auf 2 Minuten und durch Schätzung auf $\frac{2}{10}$ Minuten oder 12 Sekunden machen

¹⁾ Die Vergrößerung von Mikroskopen und Lupen kann ähnlich derjenigen von Fernrohren bestimmt werden (vgl. Band I, § 18).

kann, die Angabe des Mikroskops also 12 Sekunden ist. Die Ablesung¹⁾ bei der in der Figur angegebenen gegenseitigen Stellung zwischen Kreisteilung und Mikroskop ist $2^{\circ} 49',2$ oder $2^{\circ} 49' 12''$. Beim Skalenmikroskop werden für die einzelnen Gradstriche meist nur die Einer der Gradzahlen in einer für die Vergrößerung durch das Mikroskop bequemen Größe angegeben, während die vollen Zahlen von 10 zu 10 Grad für das unbewaffnete Auge genügend groß angegeben werden.

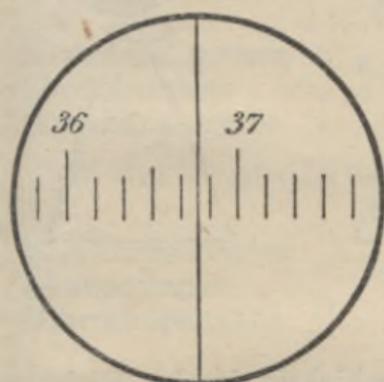


Fig. 9.

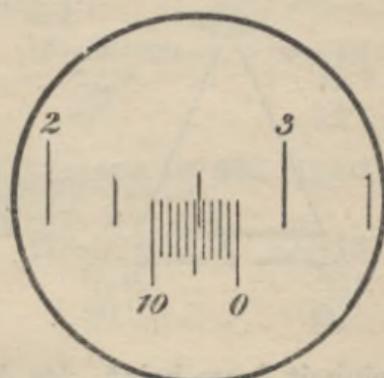


Fig. 10.

Zu der beim Strichmikroskop beschriebenen Arbeit des Einstellens von Strich bzw. Skala und Teilung kommt beim Skalenmikroskop noch eine weitere, das „Abstimmen“ des Mikroskops auf die Teilung, hinzu; man hat nämlich dafür zu sorgen, daß — im Mikroskop gesehen — der Abstand s (Fig. 11a) zwischen Anfangs- und Endstrich der Skala mit der Einheit l der Limbusteilung genau übereinstimmt. Das Abstimmen wird am besten durch Versuche derart vorgenommen, daß man zuerst die Skala scharf einstellt, indem man das Okular A (Fig. 12) in der Mikroskopröhre B entsprechend verschiebt; hierauf erfolgt die Einstellung der Teilung, indem man das ganze Mikroskop in der Fassungs- röhre C nach Bedarf verschiebt und zugleich das Mikroskop so dreht, daß die Skalenstriche parallel den Teilungsstrichen erscheinen. Stimmt in der so bewirkten Stellung die Skala s

¹⁾ Zur Verschärfung der Ablesung werden meistens bei Verwendung von Skalen- und Schraubenmikroskopen die Striche der Hauptteilung in eine Spitze ausgezogen, an der die Ablesung bzw. Schätzung gemacht wird.

mit einem Limbusteil l (Fig. 11 b und c) nicht überein¹⁾, so muß man, wenn die Skala s $\left\{ \begin{array}{l} \text{kleiner} \\ \text{größer} \end{array} \right.$ als die Teilungs-

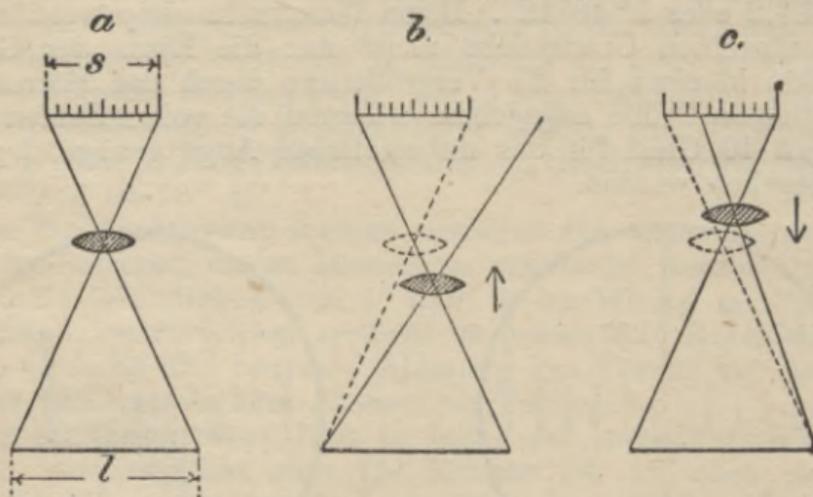


Fig. 11.

einheit l erscheint, das Mikroskopobjektiv in der Richtung zur $\left\{ \begin{array}{l} \text{Skala} \\ \text{Teilung} \end{array} \right.$ verschieben; zu diesem Zweck ist das Objektiv

in einer Röhre D gefaßt, die sich in der Hauptröhre B verschieben läßt. Nach einer Verschiebung des Objektivs muß die Teilung durch Verschieben des ganzen Mikroskops wieder neu eingestellt und der Vorgang so lange wiederholt werden, bis die Entfernung s der beiden äußersten Skalenstriche mit der Einheit der Limbusteilung scharf übereinstimmt.

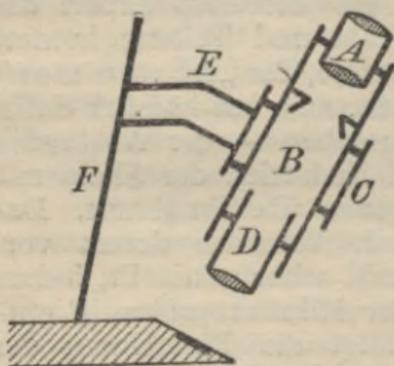


Fig. 12.

Das Diaphragma wird beim Skalenmikroskop meistens fest in der Mikroskopröhre angebracht; um trotzdem den Nullstrich der Skala um kleinere Beträge in der Richtung der

¹⁾ Die Einstellung des Anfangsstrichs der Skala auf irgend einen Strich der Teilung wird mit Hilfe eines Mikrometerwerks (Fig. 3) bewirkt.

Kreisteilung verschieben zu können (was für gewisse Zwecke erwünscht ist), ist der Mikroskopträger *E* am Fernrohrträger *F* so befestigt, daß er sich um kleine Beträge verschieben läßt.

Die nachstehende Tabelle enthält die bei Feldmeßtheodoliten üblichen Verhältnisse zwischen Durchmesser des Teilkreises, Wert der Limbuseinheit und Angabe des Mikroskops:

1. Bei Einteilung des Vollkreises in 360 Grad.
(Alte Teilung.)

Kreisdurchmesser	15—20 cm	10—12 cm
Limbuseinheit	$\frac{1}{6}^{\circ}$	$\frac{1}{3}^{\circ}$
Mikroskopangabe	6''	12''

2. Bei Einteilung des Vollkreises in 400 Grad.
(Neue Teilung.)

Kreisdurchmesser	17—20 cm	10—15 cm
Limbuseinheit	$\frac{1}{5}^g$	$\frac{1}{2}^g$
Mikroskopangabe	20''	50''

γ) Das Schraubenmikroskop.

Beim Schraubenmikroskop, das nur bei Instrumenten für feinere Messungen Verwendung findet, tritt an die Stelle des Glasmikrometers ein Faden- oder Schraubenmikrometer. Das Fadenmikrometer (Fig. 13) besteht aus zwei parallelen, auf einem Schlitten *B* befestigten Spinnenfäden *A*; die Vorwärtsbewegung des Schlittens und damit der Fäden innerhalb des mit dem Mikroskop fest verbundenen Rahmens *C* wird mit Hilfe einer feingeschnittenen Schraube *D* ausgeführt. Die Schraube *D* ist mit einer Trommel *E* versehen, die eine der Teilungseinheit des Limbus entsprechende Teilung trägt. Bei einer bestimmten Entfernung des Mikroskopobjektivs von der Limbusteilung wird durch z. B. eine Schraubenumdrehung der Doppelfaden um die Teilungseinheit vorwärts bewegt; beträgt diese z. B. $\frac{1}{12}^{\circ} = 5'$, und ist die Trommel in 60 Teile eingeteilt, so kann man an dieser unmittelbar auf 5'' und durch Schätzung auf 0,5'' ablesen. Die Nullmarke des Mikroskops, deren Abstand von dem ihr vorangehenden Limbusstrich mit Hilfe des Doppelfadens und der Schraube gemessen wird, ist z. B. durch ein rundes Loch *F* in der Deckplatte *G*

bestimmt. Beim Schraubenmikroskop sind meistens Rahmen *C*, Mikroskop, Mikroskop- und Fernrohrträger fest untereinander verbunden, um trotzdem die Nullmarke *F* um kleine Beträge in der Richtung der Teilung verschieben zu können, läßt sich die Deckplatte *G* und damit die Nullmarke *F* mit Hilfe der Schraube *H*, der die Plattfeder *J* entgegenwirkt, im Rahmen *C* vorwärtsbewegen. Da die Trommelablesung bei Einstellung der Fäden auf die Marke *F* genähert gleich 0 sein soll, so ist, um dies nach einer Verschiebung von *F* wieder erreichen zu können, die Trommel *E* auf ihrer Achse drehbar angebracht.

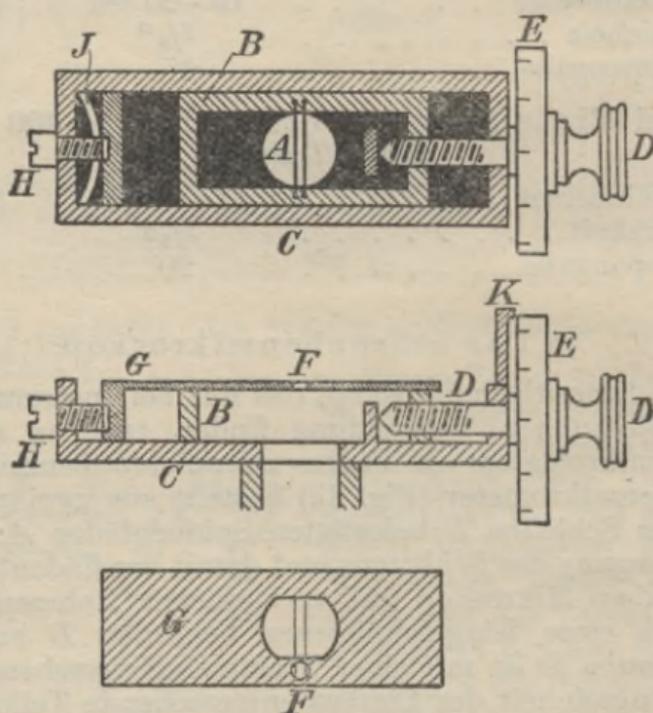


Fig. 13.

Die Ablesung mit Hilfe des Schraubenmikroskops wird derart ausgeführt, daß auf Grund der — ebenfalls in möglichst kleinen Abständen ausgeführten — Teilungsbezeichnung der Wert des der Nullmarke vorangehenden Striches bestimmt, und der gegenseitige Abstand mittels der Schraube dadurch gemessen wird, daß man den betreffenden Strich zwischen

den beiden Fäden (Fig. 14) scharf einstellt und an der Schraubentrommel die Ablesung an dem Zeiger *K* macht.

Die Abstimmung des Schraubenmikroskops wird in ähnlicher Weise wie diejenige des Skalenmikroskops ausgeführt.

Einige bei der Ablesung mit Schraubenmikroskopen gebräuchliche Verhältnisse zwischen Kreisdurchmesser, Teilungseinheit des Limbus und Mikroskopangabe sind für alte Teilung die folgenden:

Kreisdurchmesser . . .	25—30 cm	15—20 cm	12—15 cm
Limbuseinheit . . .	$1/12^\circ$	$1/6^\circ$	$1/6^\circ$
Mikroskopangabe . . .	1''	5''	10''

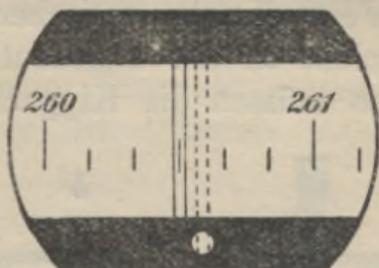


Fig. 14.

3. Die Kippachse und das Fernrohr

sind fest miteinander verbunden; die erstere ruht mit ihren Enden in den Fernrohrträgern (Fig. 15) so, daß sie sich samt dem Fernrohr um ihre horizontale Achse drehen läßt. Der eine der beiden Fernrohrträger (Figur 15) ist aufgeschnitten, so daß mit Hilfe der Schraube *B* das eine Ende der Kippachse um kleine Beträge gehoben oder gesenkt werden kann. Das Fernrohr ist entweder in der Mitte (zentrisch) oder an einem der beiden Enden (exzentrisch) der Kippachse angebracht (Fig. 16a und 16b).

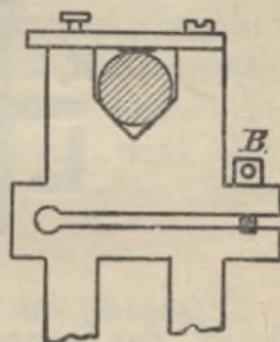


Fig. 15.

Läßt sich das Fernrohr mit der Kippachse um deren mathematische Achse derart drehen, daß man die Lage von Okular und Objektiv jederzeit vertauschen (Fig. 17) oder das Fernrohr „durchschlagen“ kann¹⁾, so be-

¹⁾ Beim exzentrischen Fernrohr ist dies im allgemeinen immer möglich.

zeichnet man das betreffende Instrument als Kompensationstheodolit. Ist bei einem Theodolit das Fernrohr aus optischen Gründen so lang, daß es sich nicht in der angedeuteten Weise durchschlagen läßt, so müssen die Kippachsenenden so gelagert sein, daß

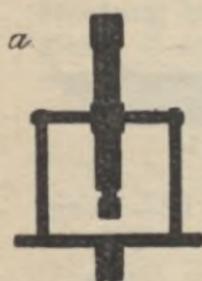


Fig. 16.

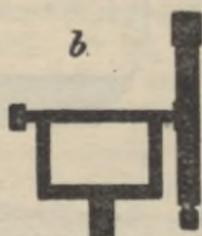


Fig. 17.

die Kippachse samt Fernrohr sich bequem aus ihren Lagern nehmen läßt, um die Vertauschung von Objektiv und Okular trotzdem vornehmen zu können. Als „Um-

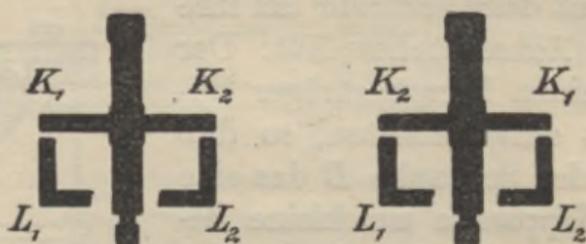


Fig. 18.

legen“ des Fernrohrs (Fig. 18) bezeichnet man das Vertauschen der beiden Enden der Kippachse; hierzu ist ebenfalls das Herausnehmen aus den Lagern nötig.

Da es bei gewissen Messungen nötig ist, Kippachse samt Fernrohr in einer bestimmten Lage festzuhalten, so sind die beiden, ähnlich wie Limbus und Alhidade, mit einer Bremsvorrichtung versehen (Fig. 19), die ebenfalls in Verbindung mit einem Mikrometerwerk

steht, so daß nach Festhaltung mittels der Bremschraube *A* das Fernrohr noch um kleine Beträge mit Hilfe der Mikrometerschraube *B* (Kippschraube) geneigt (gekippt) werden kann.

Der Bau des Fernrohrs ist beim Theodolit in der Hauptsache derselbe wie beim Nivellierinstrument; eine Änderung findet nur statt bei der Anbringung des Okulartriebs, indem dieser nicht wie beim Nivellierinstrument, wo der Horizontalfaden die Hauptrolle spielt, seitlich — rechts oder links — vom Fernrohr, sondern hier, wo es sich hauptsächlich um den Vertikalfaden handelt, mit Rücksicht auf etwaige Okulargangfehler oben bzw. unten angebracht wird. An Stelle des einfachen Vertikalfadens treten beim Theodolit für manche Fälle zweckmäßiger zwei parallele Vertikalfäden. Zum bequemen und raschen Aufsuchen von Zielpunkten wird das Theodolitfernrohr vielfach mit einer einfachen Zielvorrichtung versehen.

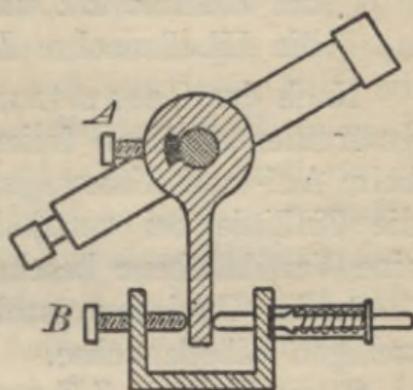


Fig. 19.

§ 2. Untersuchung und Berichtigung des Theodolits.

Trotzdem man beim Theodolit — mehr noch als beim Nivellierinstrument — die Messung so anordnen kann, daß etwa vorhandene Instrumentalfehler im Messungsergebnis nicht enthalten sind, also unschädlich gemacht werden können, so wird man doch dafür Sorge tragen, daß die beim Theodolit auftretenden Instrumentalfehler möglichst klein sind; man wird des-

halb den Theodolit von Zeit zu Zeit, z. B. nach größeren Transporten, untersuchen und, wenn nötig, berichtigen.

An einem Theodolit lassen sich in der Hauptsache vier Achsen unterscheiden (Fig. 1):

- die Umdrehungs- oder Vertikalachse UU ,
- die Kipp- oder Horizontalachse KK ,
- die Ziellinie ZZ und
- die Libellenachse LL .

Nach der Gesamtanforderung, die an einen von Instrumentalfehlern freien Theodolit gestellt wird, muß beim Auf- und Abbewegen oder „Kippen“ des Fernrohrs die Ziellinie bei vertikal stehender Umdrehungsachse eine Vertikalebene beschreiben; dies ist der Fall, wenn

1. die Umdrehungsachse UU senkrecht zu der jeweiligen Libellenachse,
2. die Ziellinie ZZ senkrecht zur Kippachse KK und
3. die Kippachse KK senkrecht zur Umdrehungsachse UU steht.

Je nach der Libellenanordnung ist die Untersuchung verschieden; man hat zu unterscheiden zwischen fest mit der Alhidade verbundener Röhren- oder Dosenlibelle (Fig. 1a), und auf der Kippachse aufgesetzter Reiterlibelle (Fig. 1b).

Besitzt das Instrument eine

feste Alhidadenlibelle,

so sind die Einzelanforderungen die folgenden:

1. Umdrehungsachse UU senkrecht Libellenachse LL , so daß bei einspielender Libelle die Umdrehungsachse vertikal steht;
2. Ziellinie ZZ senkrecht Kippachse KK , so daß beim Kippen des Fernrohrs die Ziellinie eine Ebene beschreibt, und

3. Kippachse KK senkrecht Umdrehungsachse UU , so daß jene Ebene bei vertikaler Stellung der Umdrehungsachse eine Vertikalebene ist.

1. Um zu untersuchen, ob die Umdrehungsachse senkrecht zur Libellenachse steht, verfährt man ähnlich wie beim Nivellierinstrument, indem man nach allgemeiner Horizontalstellung des Instruments mit Hilfe der zu untersuchenden Libelle diese in die Richtung zweier Fußschrauben einstellt und mit deren Hilfe einspielen läßt; hierauf dreht man die die Libelle tragende Alhidade um 180 Grad. Zeigt in dieser Stellung die Libelle einen Ausschlag, so entspricht er dem doppelten Libellenfehler und wird deshalb zur einen Hälfte mittels der beiden Fußschrauben und zur anderen mit Hilfe der zu diesem Zweck an der Libelle angebrachten Verbesserungsvorrichtung weggeschafft. Nachdem die Libelle auch in der um 90 Grad abliegenden Stellung mit Hilfe der dritten Fußschraube zum Einspielen gebracht worden ist, wird der ganze Vorgang wiederholt.

2. Nachdem das Fernrohr in bezug auf Parallaxe untersucht und eine etwa vorhandene beseitigt ist, und der Vertikalfaden — in ähnlicher Weise wie beim Nivellierinstrument der Horizontalfaden — auf seine Lage zur Vertikalen untersucht ist, kann man die Stellung der Ziellinie zur Kippachse auf eine der beiden folgenden Arten untersuchen:

a) Man zielt in genügender Entfernung einen Punkt A — Blitzableiter, Kirchturmspitze oder einen Teilungsstrich an einem horizontal liegenden Maßstab — (Fig. 20) mit Hilfe des Vertikalfadens¹⁾ scharf an und legt das

¹⁾ Der Vertikalfaden spielt bei dem zunächst zum Messen von Horizontalwinkeln bestimmten Theodolit die Hauptrolle; das Anzielen selbst wird in der auf S. 43 angegebenen Weise ausgeführt.

Fernrohr um, indem man es aus seinen Lagern — falls dies ohne Erschütterungen des Instruments sich ausführen läßt — vorsichtig heraushebt und es mit vertauschten Kippachsenenden ebenso vorsichtig wieder hineinlegt. Zeigt sich, daß in der neuen Lage des Fernrohrs der Vertikalfaden sich nicht mehr deckt mit dem

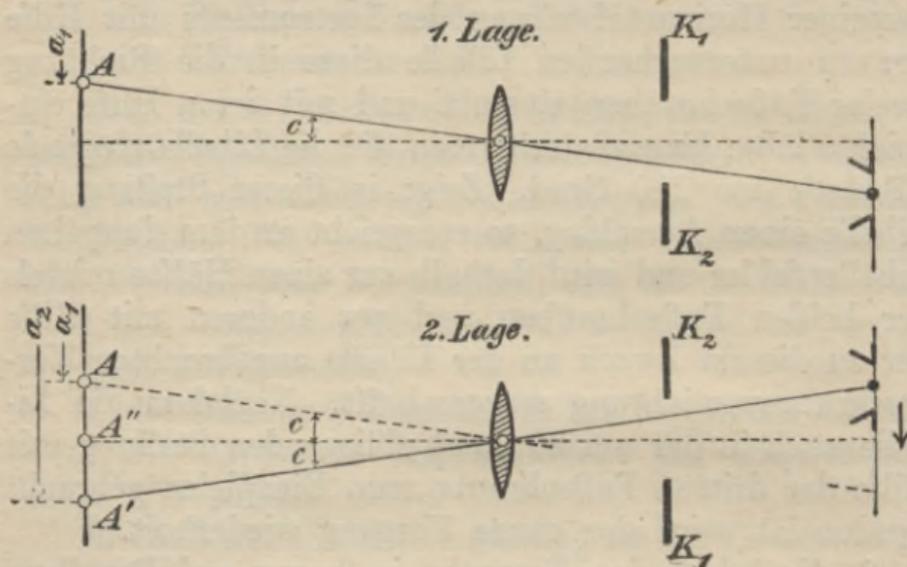


Fig. 20.

Punkt A , sondern auf einen Punkt A' weist, so steht die Ziellinie (Fig. 20) nicht senkrecht zur Kippachse; den Winkel c , um den die Ziellinie von der Senkrechten zur Kippachse abweicht, bezeichnet man als Ziellinien- oder Kollimationsfehler. Um einen sich zeigenden Kollimationsfehler wegzuschaffen, muß man das Fadenzentrum mit Hilfe der in horizontalem Sinn wirkenden Diaphragmaschrauben¹⁾ so weit in der betreffenden Richtung verschieben, bis die Zielung durch einen in der Mitte zwischen A und A' — die Strecke AA' ent-

¹⁾ Siehe Band I, Fig. 100.

spricht dem doppelten Ziellinienfehler — gelegenen Punkt A'' geht; verwendet man als Punkt A einen Strich einer Maßstabteilung, so hat man, wenn $\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$ die in der $\begin{Bmatrix} \text{ersten} \\ \text{zweiten} \end{Bmatrix}$ Fernrohrlage bei $\begin{Bmatrix} A \\ A' \end{Bmatrix}$ gemachte Ablesung ist, das Fadenkreuz so zu verschieben, daß die am Maßstab zu machende Ablesung das arithmetische Mittel von a_1 und a_2 , also $\frac{a_1 + a_2}{2}$ ist.

Beim Verschieben des Fadenkreuzes hat man dafür zu sorgen, daß nach endgültiger Einstellung auf A'' die das Diaphragma haltenden Verbesserungsschrauben genügend angezogen sind, so daß das Diaphragma fest im Fernrohr sitzt und nicht durch leichte Erschütterungen aus seiner Lage gebracht werden kann; jedenfalls wird man beim Kippen des Fernrohrs dieses nicht am Okularkopf oder gar an den Diaphragmaschrauben anfassen.

Die vorstehend angegebene Methode zur Untersuchung des Theodolits in bezug auf einen Ziellinienfehler ist mit Rücksicht auf die beim Umlegen des Fernrohrs kaum ganz zu umgehenden Erschütterungen des Instruments nicht einwandfrei; bequemer auszuführen und schärfer ist die folgende:

b) Man zielt einen Punkt A an (Fig. 21), schlägt das Fernrohr durch und macht in der Lage Z_2 der Ziellinie an einem in der Entfernung von etwa 20 m senkrecht zur Zielrichtung, horizontal gelegten Maßstab die Ablesung l_1 . Nun dreht man den Oberbau des Instruments so, daß die Ziellinie in die Lage Z_3 , nämlich wieder in die Richtung nach A kommt; die Kippachse erhält dadurch die Lage K_2K_2 . Zielt man den Punkt A wieder an und schlägt das Fernrohr nochmals durch, so macht

man in der Lage Z_4 der Ziellinie an dem Maßstabe die Ablesung l_2 . Die Strecke $B_1B_2 = l_2 - l_1$ entspricht — wie aus der Figur leicht zu ersehen ist — dem vierfachen Ziellinienfehler c . Ist die Ablesung l_2 nicht gleich der Ablesung l_1 , ist also ein Ziellinienfehler vorhanden, so

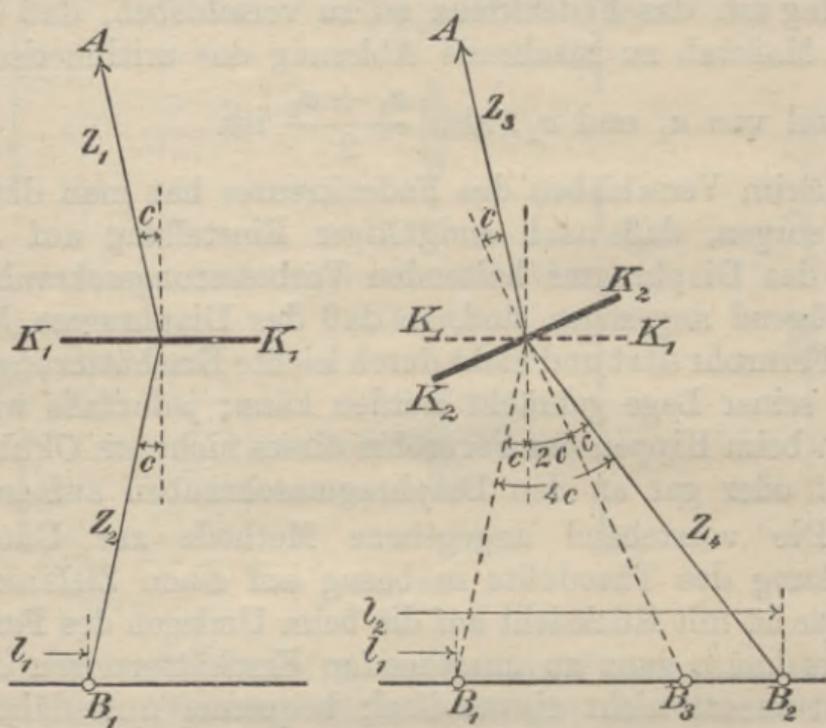


Fig. 21.

wird dieser dadurch weggeschafft, daß man durch Verschieben des Fadenskreuzes bzw. des Diaphragmas am Maßstab einen Punkt B_3 einstellt, der so liegt, daß $B_2B_3 = l_2 - \frac{l_2 - l_1}{4}$ ist. Hat man ein Instrument mit exzentrischem Fernrohr, so hat man bei der auf den Ziellinienfehler sich beziehenden Untersuchung die Exzentrizität des Fernrohrs zu berücksichtigen, was bei

Verwendung eines horizontal liegenden Maßstabs in einfacher Weise zu machen ist.

3. Ist der Ziellinienfehler gleich Null, d. h. steht die Ziellinie senkrecht zur Kippachse, so beschreibt die Ziellinie beim Kippen des Fernrohrs eine Ebene¹⁾; um zu untersuchen, ob diese — bei vertikaler Umdrehungsachse — eine Vertikalebene ist, vergleicht man sie mit einer vorhandenen oder künstlich hergestellten Vertikalebene, von der man zwei — in verschiedener Höhe gelegene — Punkte kennt; hieraus ergeben sich die folgenden Verfahren zur Untersuchung der gegenseitigen Stellung von Kippachse und Umdrehungsachse:

a) Man zielt bei vertikaler Stellung der Umdrehungsachse — also bei einspielender Libelle — die Schnur eines frei aufgehängten Senkels ungefähr in der Höhe der Kippachse (bei ungefähr horizontal liegender Ziellinie) an und kippt das Fernrohr so, daß die Senkelschnur an einer anderen, möglichst hoch gelegenen Stelle im Gesichtsfeld des Fernrohrs erscheint. Zeigt sich nun, daß in dieser Lage des Fernrohrs die Schnur nicht mehr angezielt ist, so beschreibt die Ziellinie beim Kippen des Fernrohrs keine Vertikalebene, die Kippachse steht nicht senkrecht zur Umdrehungsachse, das Instrument ist mit einem Kippachsenfehler behaftet. Um einen vorhandenen Kippachsenfehler wegzuschaffen, muß man das entsprechend eingerichtete Lager (Fig. 15) je nach Bedarf heben oder senken, und zwar um einen solchen Betrag, daß bei der Zielung nach dem hoch-

¹⁾ Ist der Ziellinienfehler nicht gleich Null, so beschreibt die Ziellinie eine Kegelfläche; man hat demnach zuerst dafür zu sorgen, daß diese Kegelfläche in eine Ebene übergeht, dann erst kann man sie zur vertikalen Ebene machen.

gelegenen Punkt der Senkelschnur dieser ebenfalls angezielt ist¹⁾.

b) Nachdem die Umdrehungsachse mit Hilfe der Libelle vertikal gestellt ist, bestimmt man zwei einer Vertikalebene angehörende Punkte, indem man einen hoch (oder tief) gelegenen Punkt A (Fig. 22) in der Lage K_1K_1 der Kippachse anzielt, das Fernrohr nach

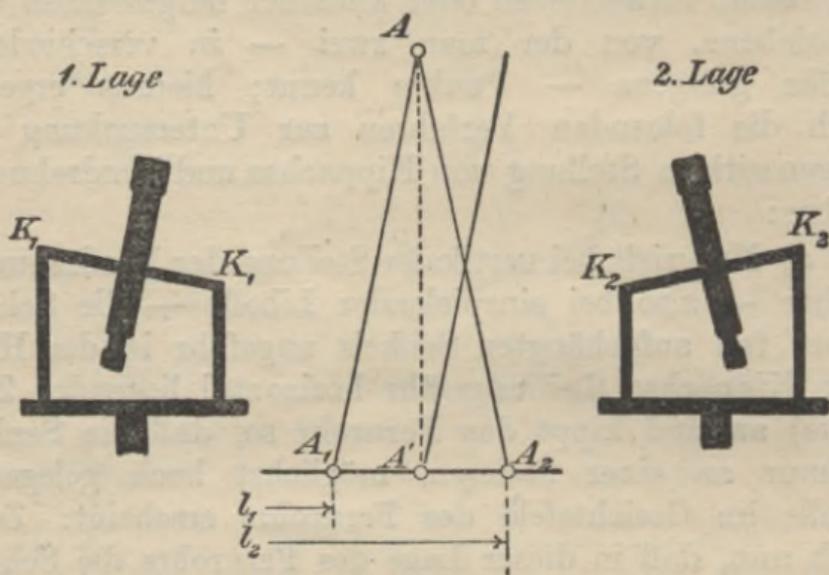


Fig. 22.

unten kippt und bei nahezu horizontal liegender Ziellinie an einer Wand einen Punkt A_1 einweist oder an einem horizontal liegenden Maßstab die Ablesung l_1 macht. Hierauf schlägt man das Fernrohr durch, dreht den Oberteil des Instruments, um den Punkt A mit durchgeschlagenem Fernrohr in der Lage K_2K_2 der

¹⁾ Die Verbesserung des Kippachsenfehlers am Lager muß bei der Zielung nach dem höher gelegenen Punkte stattfinden, da bei der Zielung nach dem mit der Kippachse gleich hoch gelegenen Punkt die Ziellinie durch Heben oder Senken des einen Kippachsenendes ihre Lage zum Zielpunkt nicht oder doch nur äußerst wenig verändert.

Kippachse wieder anzuzielen, kippt das Fernrohr wieder nach unten und weist in gleicher Höhe wie A_1 einen zweiten Punkt A_2 ein, bzw. macht an dem Maßstab eine zweite Ablesung l_2 ; fällt A_2 mit A_1 zusammen, oder ist $l_2 = l_1$, so beschreibt die Ziellinie des Instruments beim Kippen des Fernrohrs eine Vertikalebene. Ist dies nicht der Fall, so entspricht die Strecke A_1A_2 oder $l_2 - l_1$ dem doppelten Kippachsenfehler, den man dadurch entfernt, daß man den Mittelpunkt A' der Strecke A_1A_2 bzw. das arithmetische Mittel $\frac{l_1 + l_2}{2}$ von l_1 und l_2

einstellt, das Fernrohr nach oben kippt, so daß der Punkt A im Gesichtsfeld erscheint und nun — wie bei a) — das zum Verbessern eingerichtete Kippachsenende nach Bedarf hebt oder senkt.

Ist der Theodolit mit einer auf die Kippachse aufgesetzten

Reiterlibelle

versehen, so zerfällt die Hauptanforderung, nach der die Ziellinie beim Kippen des Fernrohrs eine vertikale Ebene beschreiben muß, in folgende Einzelanforderungen (Fig. 1 b):

1. Libellenachse LL parallel Kippachse KK , so daß bei einspielender Libelle die Kippachse horizontal liegt;
2. Libellenachse LL senkrecht Umdrehungsachse UU , so daß diese bei einspielender Libelle vertikal und vermöge 1. senkrecht zur Kippachse steht;

3. Ziellinie ZZ senkrecht Kippachse KK , so daß jene beim Kippen des Fernrohrs eine Ebene und vermöge 1. bei einspielender Libelle eine Vertikalebene beschreibt.

1. Um zu untersuchen, ob die Libellenachse parallel zur Kippachse, läßt man nach allgemeiner Horizontal-

¹⁾ Der Punkt A' liegt mit dem Punkt A in einer vertikalen Ebene.

stellung des Instruments mittels der zu untersuchenden Libelle die über zwei oder eine Fußschraube gestellte Libelle mit Hilfe der Fußschrauben einspielen und setzt sie hierauf um, indem man ihre Enden vertauscht (Fig. 23). Zeigt die Libelle nach dem Umsetzen einen Ausschlag,

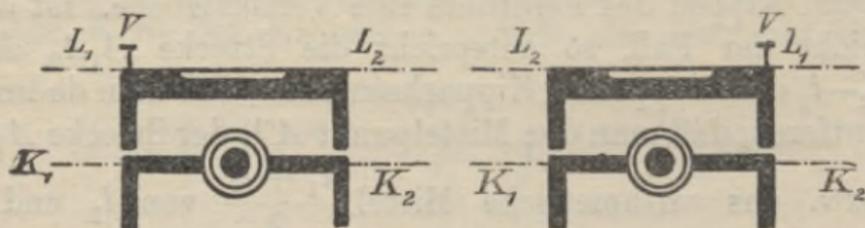


Fig. 23.

so entspricht dieser dem doppelten Winkel zwischen Libellenachse und Kippachse; er wird deshalb zur einen Hälfte mittels der Verbesserungsvorrichtung V an der Libelle und zur anderen Hälfte mit Hilfe der betreffenden Fußschrauben weggeschafft. Eine Wiederholung ist in den meisten Fällen empfehlenswert.



Fig. 24.

Sollen die beiden Geraden, Libellenachse und Kippachse, parallel gemacht werden, so müssen sie zunächst entweder in einer Ebene liegen oder doch so, daß die Projektion der Kippachse in die durch die Libellenachse gelegte Horizontalebene parallel zur Libellenachse liegt, so daß keine „Libellenkreuzung“ vorhanden ist. Will man untersuchen, ob eine Libellenkreuzung vorhanden ist, so dreht man die Libelle, die zu diesem Zweck nicht einspielen muß, um die Kippachse (Fig. 24), und zwar in den beiden möglichen Richtungen (von dem und gegen den Beobachter); zeigt die Libelle dabei Ausschläge, die bei der Drehung nach verschiedenen Seiten in verschiedenen Richtungen gehen, so besteht eine Kreuzung der beiden

Achsen. Zeigt die Libelle beim Drehen nach verschiedenen Seiten Ausschläge in derselben Richtung, so ist keine Kreuzung vorhanden; treten beim Drehen der Libelle überhaupt keine Ausschläge auf, so besteht keine Kreuzung, und es ist die Libellenachse bereits nahezu parallel der Kippachse.

Um eine vorhandene Libellenkreuzung zu beseitigen, muß man die Libelle mit Hilfe einer horizontal wirkenden Verbesserungsvorrichtung V so lange in ihrer Fassung der Ausschlagsrichtung entsprechend¹⁾ verschieben, bis die Libelle bei seitlicher Drehung entweder Ausschläge stets in derselben Richtung oder überhaupt keine Ausschläge zeigt.

Die Untersuchung der Reiterlibelle auf Libellenkreuzung, die der eigentlichen Libellenuntersuchung, streng genommen, vorauszugehen hat, kommt nur bei Instrumenten für feinere Messungen in Betracht und ist auch bei solchen nur in größeren Zeitabschnitten vorzunehmen.

2. Um zu untersuchen, ob die Libellenachse senkrecht zur Umdrehungsachse steht, verfährt man in derselben Weise wie bei einer festen Alhidadenlibelle, indem man nach allgemeiner Horizontalstellung des Instruments die Libelle in die Richtung von zwei Fußschrauben einstellt, sie mit deren Hilfe einspielen läßt und den die Libelle tragenden Oberbau um 180 Grad dreht; zeigt die Libelle nun einen Ausschlag, so wird er zur Hälfte mit Hilfe der Verbesserungsvorrichtung am Fernrohrträger, zur Hälfte mit den Fußschrauben weg-

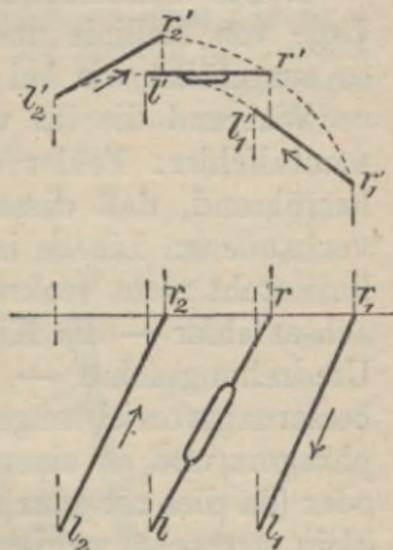


Fig. 25.

¹⁾ Schlägt die Libelle beim Drehen gegen den Beobachter nach links (Fig. 25) und beim Drehen von dem Beobachter nach rechts, so ist das linke Libellenende in der Richtung gegen den Beobachter zu verschieben, und umgekehrt.

geschafft. Wurde ein sich zeigender Ausschlag beseitigt, so dreht man den Oberbau um 90 Grad, bringt mit Hilfe der dritten Fußschraube die Libelle zum Einspielen und wiederholt den ganzen Vorgang.

3. Die Untersuchung, die sich auf die gegenseitige Lage von Ziellinie und Kippachse bezieht, wird genau so ausgeführt wie bei fester Alhidadenlibelle.

Während die im vorstehenden behandelten Instrumentalfehler: Fehler der Umdrehungsachse — davon herrührend, daß diese nicht senkrecht zur Achse der vorhandenen Libelle ist —, Ziellinienfehler — die Ziellinie steht nicht senkrecht zur Kippachse — und Kippachsenfehler — die Kippachse liegt nicht senkrecht zur Umdrehungsachse —, mit Hilfe von besonderen Verbesserungsvorrichtungen — an der Libelle, am Diaphragma und an einem Fernrohrträger — weggeschafft oder (da dies nie ganz möglich sein wird) doch genügend klein gemacht werden können; läßt sich ein anderer Instrumentalfehler, die Exzentrizität der Alhidade, nicht unmittelbar wegschaffen, sondern kann nur durch entsprechende Anordnung der Messung unschädlich gemacht werden, so daß er wie jene ohne Einfluß auf das Messungsergebnis ist. Eine Exzentrizität der Alhidade ist vorhanden, wenn der Schnittpunkt der Alhidadendrehachse (Umdrehungsachse) mit der Ebene des Teilkreises nicht mit dem Mittelpunkt des letzteren zusammenfällt, sondern zu diesem exzentrisch liegt.

§ 3. Winkelmessung.

Bevor auf die Winkelmessung selbst eingegangen werden soll, mögen zunächst diejenigen Verfahren angegeben werden, die dazu dienen, die besprochenen

Instrumentalfehler — soweit dies möglich ist — un-
schädlich zu machen.

1. Das Instrument besitze einen Ziellinienfehler, die Ziellinie falle also nicht mit der Senkrechten zur Kippachse zusammen, sondern bilde mit dieser den Winkel c , dessen Einfluß auf die Horizontalprojektion einer Zielung c' (Fig. 26a und 27a) sei, so daß bei der Zielung nach einem Punkt A an Stelle der Ablesung a am Teilkreis¹⁾, die der senkrechten Stellung der Ziellinie zur Kippachse entsprechen möge, die Ablesung a_1 gemacht wird.

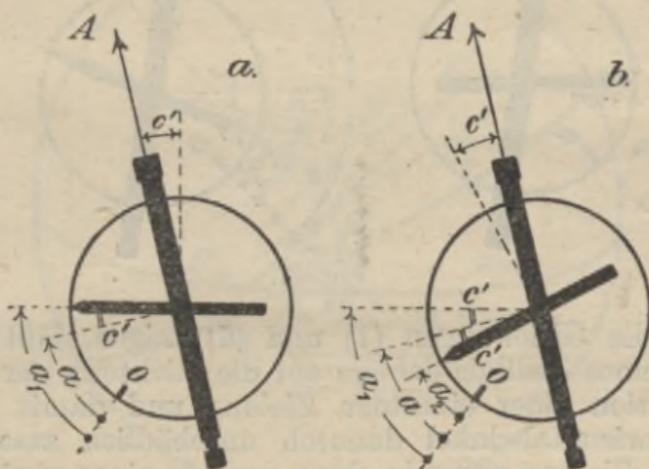


Fig. 26.

Legt man das Fernrohr um, so ist der Punkt A infolge des Fehlers c' nicht mehr angezielt; um ihn wieder anzuzielen, muß man (Fig. 26b) die Alhidade — in dem gezeichneten Beispiel gegen den Uhrzeigersinn — drehen um den Winkel $2c'$. Ist a_2 die Ablesung am Teilkreis in der neuen Lage des Fernrohrs, so ist

$$(1) \quad a = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

— Schlägt man das Fernrohr durch und dreht die Alhidade um $(180 - 2c')$ Grad (Fig. 27b), so daß A wieder

¹⁾ Die mit der Alhidade (Fernrohrträger) fest verbundene Ablese-
marke liege der Anschaulichkeit wegen mit der Horizontalprojektion der
Kippachse in einer Geraden.

angezielt ist, so ist, wenn a_2 die Ablesung in der neuen Fernrohrlage und $a_2' = a_2 - 180^\circ$ ist:

$$(2) \quad a = \frac{a_1 + a_2'}{2}.$$

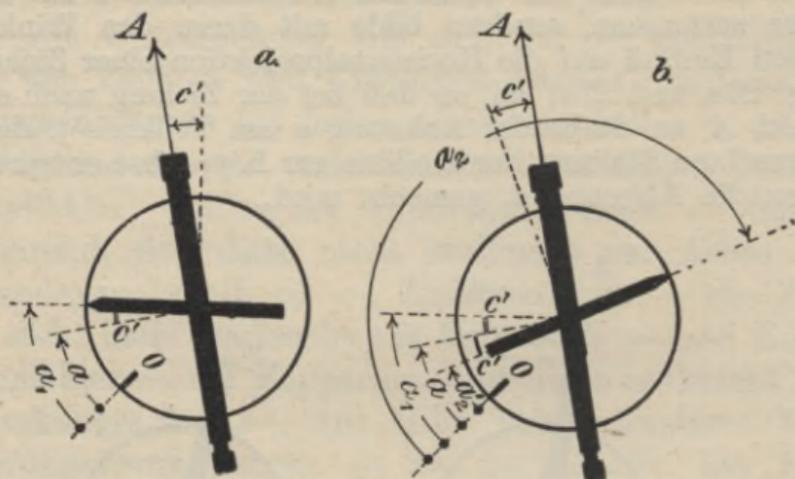


Fig. 27.

Wie die Gleichungen (1) und (2) zeigen, läßt sich der Einfluß eines Ziellinienfehlers auf die Richtung der Horizontalprojektion einer einzelnen Zielung und damit auch auf einen Horizontalwinkel dadurch unschädlich machen, daß man jede Zielung außer in einer, noch in einer zweiten durch Umlegen oder Durchschlagen des Fernrohrs erhaltenen Fernrohrlage macht; das Mittel der den beiden Fernrohrlagen entsprechenden Ablesungen am Teilkreis stellt diejenige Ablesung vor, die man bei fehlerfreier Ziellinie erhalten würde.

2. Ist das Instrument mit einem Kippachsenfehler behaftet, so daß bei einspielender Libelle die Umdrehungsachse wohl vertikal, die Kippachse jedoch nicht horizontal liegt, sondern einen Winkel i mit der Horizontalen bildet, so nimmt die Kippachse bei der Zielung nach einem Punkt A (Fig. 28) die Lage $\left\{ \begin{matrix} K_1 & K_1 \\ K_2 & K_2 \end{matrix} \right\}$ ein, je nachdem das $\left\{ \begin{matrix} \text{linke} \\ \text{rechte} \end{matrix} \right\}$ Achsenende das höhere ist. Ist $K_0 K_0$ die Lage der Kippachse für den Fall, daß $i = 0$ ist, a die entsprechende Ablesung am Teilkreis und $\left\{ \begin{matrix} K'_1 & K'_1 \\ K'_2 & K'_2 \end{matrix} \right\}$ die Horizontalprojektion von $\left\{ \begin{matrix} K_1 & K_1 \\ K_2 & K_2 \end{matrix} \right\}$

und $\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$ die entsprechende Ablesung am Horizontalkreis, so schließen $K'_1K'_1$ und $K'_2K'_2$ einen Winkel gleich dem doppelten Einfluß i' des Kippachsenfehlers i ein, und es ist

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

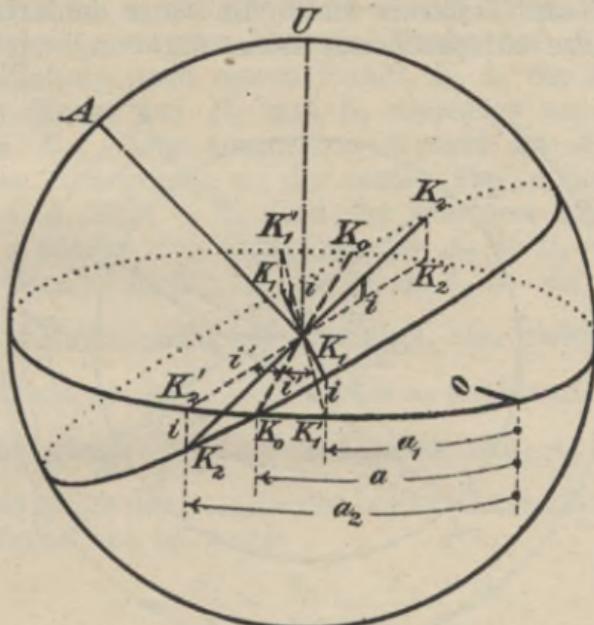


Fig. 28.

Die zweite Lage K_2K_2 der Kippachse (Fig. 29) erhält man aus der ersten K_1K_1 , wenn man das Fernrohr durch-

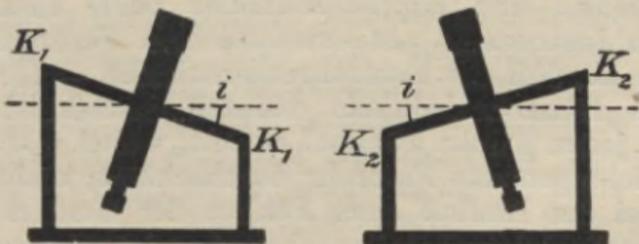


Fig. 29.

schlägt, den Oberbau des Theodolits um beiläufig 180 Grad dreht und den Punkt A wieder anzielt; hieraus folgt: Der

Einfluß eines Kippachsenfehlers auf die Richtung der Horizontalprojektion der Kippachse und damit auf einen gemessenen Horizontalwinkel läßt sich dadurch unschädlich machen, daß man jede Zielung in zwei verschiedenen Lagen der Kippachse, von denen man die zweite aus der ersten mittels Durchschlagen¹⁾ des Fernrohrs erhält, ausführt; das Mittel der den beiden Kippachsenlagen entsprechenden Ablesungen am Teilkreis stellt die einer fehlerfreien Lage der Kippachse entsprechende Ablesung vor.

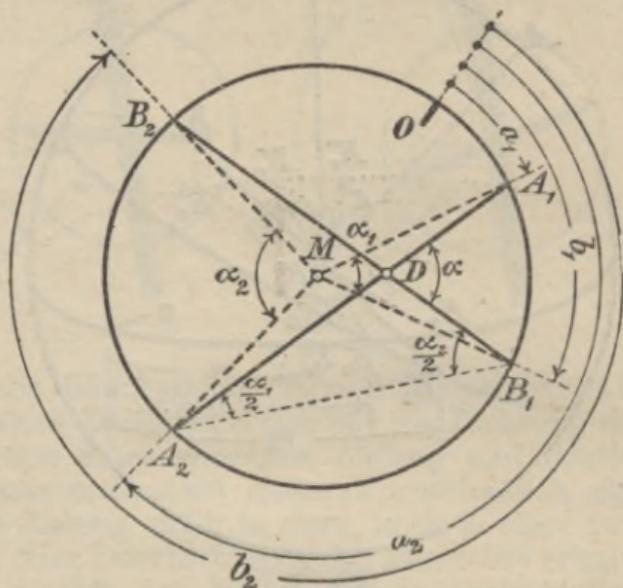


Fig. 30.

Wie aus dem bisher Gesagten hervorgeht, kann man Ziellinienfehler und Kippachsenfehler beide zusammen — bei einem Instrument mit exzentrischem Fernrohr zugleich auch den Einfluß der Fernrohrexzentrizität — für die Messung von Horizontalwinkeln dadurch unschädlich machen, daß man jeden Punkt zweimal anzielt, wobei man zwischen beiden Zielungen das Fernrohr durchschlägt; nicht beseitigt wird dabei der Einfluß eines Fehlers der Umdrehungsachse in ihrer Stellung zur Libellenachse, der sich überhaupt nicht

¹⁾ Umlegen genügt hier nicht; beim Ziellinienfehler handelt es sich um die Vertauschung der beiden Kippachsenenden, hier um die Vertauschung der beiden Fernrohrträger.

beseitigen läßt, und der deshalb öfters einer Untersuchung unterworfen bzw. berichtigt werden muß.

3. Der Einfluß einer Exzentrizität der Alhidade auf einen gemessenen Winkel läßt sich durch Anbringen einer zweiten, zur ersten diametral liegenden Ablesemarke unschädlich machen. In Fig. 30 sei M der Mittelpunkt der Teilung, D der Alhidadendrehpunkt; bei der Zielung nach dem Punkt A sei a_1 die Ablesung an der einen Marke bei A_1 und a_2 diejenige an der anderen Marke bei A_2 ; ferner sei bei einer Zielung nach einem Punkt B_1 b_1 die Ablesung an der ersten Marke bei B_1 und b_2 diejenige an der zweiten Marke bei B_2 . Der gemessene Winkel ist $A_1 D B_1 = \alpha$; der aus den Ablesungen an der ersten Marke sich ergebende Winkel ist $A_1 M B_1 = \alpha_1$ und der aus den Ablesungen an der zweiten Marke sich ergebende ist $A_2 M B_2 = \alpha_2$. Zieht man die Gerade $A_2 B_1$, so ist $\sphericalangle A_1 A_2 B_1$ ein zum Zentriwinkel α_1 gehörender Peripheriewinkel, also gleich $\frac{\alpha_1}{2}$; ebenso ist $A_2 B_1 B_2$ ein zu dem Zentriwinkel α_2 gehörender Peripheriewinkel, also gleich $\frac{\alpha_2}{2}$. In dem Dreieck $D B_1 A_2$ ist α Außenwinkel, also gleich der Summe der beiden ihm nicht anliegenden Dreieckswinkel; es ist somit

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2},$$

d. h. der tatsächlich gemessene Winkel α ist gleich dem Mittel der beiden durch die Ablesungen an den zwei Ablesemarken bestimmten Winkel α_1 und α_2 ; aus diesem Grunde versieht man den Theodolit allgemein mit zwei Ablesevorrichtungen (zwei Nonien oder zwei Mikroskopen), deren Ablesungen sich um rund 180° unterscheiden. Die Bedingung, nach der die Ablesemarken in bezug auf den Alhidadendrehpunkt diametral zueinander liegen sollen, muß nicht genau erfüllt sein; mit Rücksicht auf die Berechnung der Winkelmessung ist es jedoch in den meisten Fällen erwünscht, wenn der Unterschied zwischen zwei zusammengehörigen Ablesungen nur wenig von 180° abweicht. Bei Ablesung mit Hilfe von Nonien ist der Winkel zwischen den beiden Nullstrichen unveränderlich; bei Ablesung mit Hilfe von Mikroskopen läßt sich der Winkel zwischen den beiden

Nullmarken meistens verändern, beim Strichmikroskop (Fig. 7) durch Verschieben des Diaphragmas mittels der Schrauben *E*, beim Skalenmikroskop durch Verschieben des Mikroskopträgers gegenüber dem Fernrohrträger und beim Schraubemikroskop (Fig. 13) durch Verschieben der Nullmarke *F* mittels der Schraube *H* und der ihr entgegenwirkenden Plattfeder *J*.

Da beim Anzielen eines Punktes in zwei Fernrohrlagen (Fig. 27a und b) die Ablesemarke nach Durchschlagen des Fernrohrs und Drehung der Alhidade in eine zu ihrer ersten Stellung diametral liegende kommt, so ist leicht einzusehen, daß sich ein Alhidadenexzentrizitätsfehler — ebenso wie der Ziellinien- und der Kippachsenfehler — auch dadurch unschädlich machen läßt, daß man das Fernrohr durchschlägt und sämtliche Zielungen in zwei Fernrohrlagen ausführt.

4. Etwa vorhandenen Teilungsfehlern im Horizontalkreis wird dadurch entgegengewirkt, daß man einen zu messenden Winkel nicht nur einmal, sondern — je nach der angestrebten Genauigkeit — öfters mißt, wobei man dafür Sorge trägt, daß die Ablesungen bei jeder neuen Messung an einer anderen Stelle des Teilkreises gemacht werden.

Abgesehen von der einfachsten Art der Winkelmessung in nur einer Fernrohrlage, kann man in der Hauptsache drei verschiedene Arten der Messung von Horizontalwinkeln unterscheiden, nämlich:

1. einfache Winkelmessung,
2. satzweise Winkelmessung oder Winkelmessung aus Richtungen und
3. Repetitionsmessung.

Jeder Art der Winkelmessung voraus geht die Aufstellung oder Zentrierung des Theodolits in oder über demjenigen Punkt, der den Scheitel des zu messenden Winkels vorstellt oder „in dem“ der Winkel gemessen werden soll.

Der Theodolit ist in oder über einem Punkt aufgestellt, wenn seine mittels der Libelle vertikal gestellte und mit Hilfe eines an die hakenförmige Endigung des Unterbaus (Fig. 1) oder des Stengelhakens (Band I, Fig. 114a und b) angehängten Senkels verlängerte Umdrehungsachse durch

den Punkt (Nagel in einem Holzpflöck, Zeichen auf einem Steinquader u. dgl.) geht. Das Aufstellen des Theodolits über einem bestimmten Punkt wird zuerst genähert mit Hilfe der Stativfüße und sodann genau durch Verschieben des ganzen Instruments auf dem Teller des Stativs ausgeführt. Ist die genäherte Aufstellung des Stativs fertig, so werden die Stativfüße in den Boden gedrückt und die am Stativkopf angebrachten Schrauben angezogen; um das Instrument vollends genau aufstellen zu können, muß die das Instrument auf den Stativteller drückende Schraube (Fig. 114, Band I) gelöst und die Umdrehungsachse mit Hilfe der Libelle vertikal gestellt werden; erst wenn durch Verschieben auf dem Stativteller das Instrument in eine solche Stellung gebracht worden ist, daß — bei immer noch einspielender Libelle — die Spitze des angehängten Senkels mit dem gegebenen Punkt übereinstimmt, wird das Instrument durch Anziehen der betreffenden Schraube auf das Stativ angedrückt.

1. Die einfache Winkelmessung

findet dann Anwendung, wenn in einem Punkt S , dem Standpunkt des Instruments, nur ein Winkel, zwischen den beiden Zielpunkten A und B , gemessen werden soll. Die Messung besteht darin, daß man den Winkel in jeder Fernrohrlage einmal mißt.

Der Messungsvorgang ist der folgende: Nachdem die Umdrehungsachse durch Einspielenlassen der Libelle in zwei zueinander senkrechten Richtungen mit Hilfe der Fußschrauben vertikal gestellt ist, wird bei feststehendem Limbus — beim einfachen Theodolit steht der Limbus vermöge der Bauart des Instruments stets fest, beim Repetitionstheodolit muß er mit Hilfe der Limbusbremse festgestellt werden — der links liegende Punkt, z. B. A , angezielt und an den beiden Nonien die Ablesungen a'_1 und a'_2 gemacht; nach Drehung der Alhidade und Anzielung des Punktes B werden die dieser Zielung zukommenden Ablesungen b'_1 und b'_2 an den

beiden Nonien vorgenommen, womit der Winkel in der ersten Fernrohrlage gemessen ist. Nach Durchschlagung des Fernrohrs und Drehung der Alhidade auf A zielt man diesen Punkt wieder an und macht die Ablesungen a_1'' und a_2'' ; zum Schluß zielt man nach Drehung der Alhidade auch den Punkt B nochmals an und führt die Ablesungen b_1'' und b_2'' aus.

Bei der Berechnung bildet man zunächst die Mittel a' , b' , a'' und b'' aus den Ablesungen an den zwei Nonien, man erhält:

$$a' = \frac{a_1' + a_2'}{2}, \quad b' = \frac{b_1' + b_2'}{2}$$

und

$$a'' = \frac{a_1'' + a_2''}{2}, \quad b'' = \frac{b_1'' + b_2''}{2}.$$

Aus den Mitteln a' und a'' bzw. b' und b'' bildet man hierauf die Mittel a und b aus beiden Fernrohrlagen:

$$a = \frac{a' + a''}{2} \quad \text{und} \quad b = \frac{b' + b''}{2};$$

den gemessenen Winkel $ASB = \alpha$ erhält man jetzt als Differenz von a und b , nämlich

$$\alpha = b - a$$

oder nach Einsetzung der obigen Werte

$$\alpha = \frac{b' + b''}{2} - \frac{a' + a''}{2}.$$

Zum Aufschreiben und Berechnen der Messung verwendet man zweckmäßigerweise ein Formular, das folgende Einrichtung haben kann:

Datum: <i>27 Mai 1906</i>		Standpunkt: <i>S</i>						
Instrument: <i>Non. Theod. Ablesg. 20"</i>		Wetter: <i>Beleuchtung gut</i>						
Zielpunkt	Fernrohrlage 1			Fernrohrlage 2			Mittel aus beiden Fernrohrlagen	Winkel
	Nonius 1	Non. 2	Mittel	Nonius 1	Non. 2	Mittel		
<i>A</i>	<i>27° 15' 20"</i>	<i>15' 20"</i>	<i>15' 20"</i>	<i>207° 15' 00"</i>	<i>15' 40"</i>	<i>15' 20"</i>	<i>27° 15' 20"</i>	<i>93° 30' 10"</i>
<i>B</i>	<i>120° 45' 00"</i>	<i>45' 20"</i>	<i>45' 40"</i>	<i>300° 45' 20"</i>	<i>45' 20"</i>	<i>45' 20"</i>	<i>120° 45' 30"</i>	

Die den Ablesungen am Nonius 2 entsprechenden Gradzahlen, die man nur zur Kontrolle derjenigen von Nonius 1 abliest, braucht man nicht aufzuschreiben, da sie bei der Berechnung nicht benützt werden. Für die Mittel aus Fernrohrlage 1 und 2 wird man die für die Weiterrechnung bequemeren Gradzahlen einer der beiden Fernrohrlagen übernehmen.

Das Anzielen eines Punktes wird derart vorgenommen, daß man — im vorliegenden Fall bei gebremstem Limbus — das Fernrohr durch Drehen der Alhidade gegen den Zielpunkt richtet, diesen in das Gesichtsfeld des Fernrohrs bringt, indem man zuerst über das Fernrohr weg und dann durch das Fernrohr zielend, die Alhidade und das Fernrohr von freier Hand entsprechend dreht bzw. kippt; erscheint der

Zielpunkt im Gesichtsfeld, so werden Alhidade und Fernrohr mit Hilfe der vorhandenen Bremschrauben festgehalten. Nachdem das Bild des Zielpunkts mittels des Okulartriebs scharf eingestellt ist, wird der Punkt vollends angezielt, indem man die Alhidade und damit das Fernrohr mit Hilfe der zu diesem Zweck vorhandenen Alhidadenmikrometerschraube derart dreht, daß Zielpunkt und Vertikalfaden sich decken, oder daß — wenn zwei Vertikalfäden vorhanden sind —

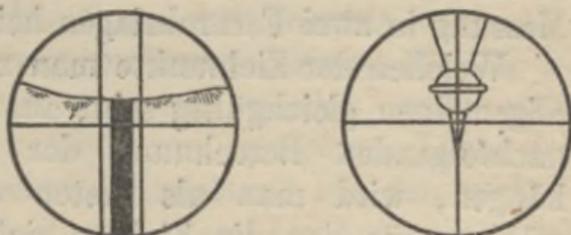


Fig. 31.

wird der Punkt vollends angezielt, indem man die Alhidade und damit das Fernrohr mit Hilfe der zu diesem Zweck vorhandenen Alhidadenmikrometerschraube derart dreht, daß Zielpunkt und Vertikalfaden sich decken, oder daß — wenn zwei Vertikalfäden vorhanden sind —

der Zielpunkt in der Mitte zwischen beiden Fäden erscheint; den Horizontalfaden bringt man mittels der Kippschraube des Fernrohrs in eine derartige Lage zum Zielpunkt (Blitzableiter, Fluchtstab u. dgl.), daß er diesen beiläufig an derjenigen Stelle schneidet, an der die eigentliche Zielung stattfinden soll (Fig. 31). Sind die Ablesungen am Teilkreis gemacht, so hat man zuerst die das Fernrohr und die Alhidade festhaltenden Schrauben zu lösen, um dann den neuen Zielpunkt in derselben Weise wie den ersten anzuzielen.

2. Die satzweise Winkelmessung oder Winkel- messung aus Richtungen

findet dann Anwendung, wenn es sich auf einem Standpunkt um die Messung der Winkel zwischen mehr als zwei Zielpunkten handelt.

Der Vorgang bei der Messung ist der folgende: Man zielt bei festem Limbus sämtliche Punkte der Reihe nach von links nach rechts (Richtung der Bezifferung der Kreisteilung) an und macht bei jeder Zielung die Ablesungen an den beiden Nonien; hierauf schlägt man das Fernrohr durch und wiederholt die Zielungen und Ablesungen in der zweiten Fernrohrlage. Eine solche Messung in zwei Fernrohrlagen heißt ein Satz.

Welchen der Zielpunkte man zuerst anzielt, wird im allgemeinen gleichgültig sein; aus Gründen, die mit der nachfolgenden Berechnung der Messung zusammenhängen, wird man als ersten denjenigen Zielpunkt wählen, für den die Zielung sich am schärfsten ausführen läßt.

Während der Messung des ganzen Satzes bleibt der Limbus fest in ein und derselben Lage¹⁾, das Anzielen der

¹⁾ Die Limbusschrauben dürfen während der Messung eines Satzes nicht berührt werden.

Punkte geschieht nur mit Hilfe der Alhidade. Beim Repetitionstheodolit, wo der Limbus mittels der Bremsschraube festgehalten wird, hat man damit zu rechnen, daß beim Drehen der Alhidade von einem Zielpunkt auf den anderen der Limbus infolge der Reibung des Alhidadenzapfens im Limbus (Fig. 2b) dieser um kleine Beträge mitbewegt wird; um diesem „Mitschleifen des Limbus“ entgegenzuwirken, wird man einerseits zu Beginn der Messung die Bremsschraube zum Festhalten des Limbus genügend scharf anziehen, und andererseits wird man die Messung entsprechend anzuordnen versuchen, indem man bei der Messung in der zweiten Fernrohrlage die Punkte in umgekehrter Reihenfolge — also von rechts nach links — einstellt.

Die Lage des Limbus und damit des Nullpunkts der Kreisteilung während der Messung eines Satzes ist ohne Einfluß auf diese und kann deshalb beliebig gewählt werden; mit Rücksicht auf die Berechnung und die Übersichtlichkeit in der Anordnung der Messung von mehr als einem Satz wird man dem Limbus eine solche Lage zur Zielung nach dem ersten Punkt geben, daß für diese die Ablesung am Nonius I — in der ersten Fernrohrlage — eine zwischen 0 und 10° liegende Zahl ist¹⁾.

Bei der Messung von mehreren Sätzen, die alle in der angegebenen Weise gemessen werden, mißt man einen folgenden Satz nicht in derselben Lage des Limbus oder in derselben „Kreislage“ wie den vorhergehenden, sondern man gibt dem Limbus (Teilkreis) vor jedem neuen Satz eine andere Lage, so daß mit Rücksicht auf etwa vorhandene Kreisteilungsfehler die

¹⁾ Dem Limbus bei der Satzmessung eine solche Lage zu geben, in der bei der ersten Zielung die Ablesung $0^\circ 00' 00''$ gemacht wird, ist nicht zu empfehlen.

Ablesungen des folgenden Satzes an anderen Stellen der Kreisteilung gemacht werden. Eine neue Lage des Limbus stellt man her, indem man ihn — bei n Sätzen — um beiläufig $\frac{180^\circ}{n}$ ¹⁾ dreht; diese Drehung, die beim

Repetitionstheodolit nach Öffnung der Limbusbremschraube einfach auszuführen ist, muß beim einfachen Theodolit dadurch ausgeführt werden, daß man das ganze Instrument auf dem Teller des Stativs nach Lösung der betreffenden Schraube entsprechend dreht.

Die Vertikalstellung der Umdrehungsachse des Theodolits, die vor Beginn des ersten Satzes mit Hilfe der vorhandenen Libelle vorzunehmen ist, muß zwischen je zwei Sätzen nachgesehen und unter Umständen verbessert werden; während der Messung eines Satzes darf man an der Stellung der Umdrehungsachse nichts ändern, die Fußschrauben also nicht berühren. Zeigt während oder am Schluß der Messung eines Satzes die Libelle einen erheblichen Ausschlag, der z. B. durch Anstoßen des Beobachters an das Stativ verursacht worden ist, so muß nach vorgenommener Berichtigung der Libelle der betreffende Satz ganz wiederholt werden. Zwischen je zwei Sätzen empfiehlt es sich, die Aufstellung (Zentrierung) des Theodolits nachzusehen und unter Umständen zu verbessern.

Zum Aufschreiben und Berechnen der Messung benutzt man ein Formular²⁾, das in der Hauptsache folgendermaßen aussehen wird:

1) Mit Rücksicht auf zwei Nonien oder Mikroskope nicht um $\frac{360^\circ}{n}$, sondern um $\frac{1}{n}$ von $\frac{360^\circ}{2}$. Auf 5 Grade hin oder her kommt es bei der Drehung nicht an.

2) Dieses Formular läßt sich ohne weiteres auch zum Aufschreiben der einfachen Winkelmessung benutzen.

Datum: 20. Juli 1907		Wetter: bewölkt, windig		Bemerkungen: Alle Zielpunkte gut																		
Instrument: NonTheod. (20)		Beobachter: N. N.		beleuchtet																		
Standpunkt	Satz	1. Fernrohrlage						2. Fernrohrlage						Mittel aus den beiden Fernrohrlagen		Reduziertes Mittel						
		Nonius 1		Non. 2		Mittel		Nonius 1		Non. 2		Mittel		0	1	0	1					
S	I	0	1	43	20	43	40	43	30	181	45	20	42	40	43	00	1	43	15	0	00	00
		33	48	40	48	48	20	48	30	213	48	00	48	00	48	00	33	48	15	32	05	00
		159	23	40	23	00	23	20	20	339	22	40	23	00	22	50	159	23	05	157	39	50
		321	27	20	27	40	27	30	30	141	27	40	27	00	27	20	321	27	25	319	44	10
	II	90	49	00	48	00	48	30	30	270	48	20	48	00	48	10	90	48	20	0	00	00
		122	54	00	53	40	53	50	50	302	54	00	53	40	53	50	122	53	50	32	05	30
		248	28	40	28	20	28	30	30	68	20	00	28	20	28	40	248	28	35	157	40	15
		50	33	20	32	40	33	00	00	230	33	20	33	00	33	10	50	33	05	319	44	45

Auch hier wird man bei den Ablesungen am Nonius 2 die Grade nur ablesen und nicht aufschreiben. Die „reduzierten Mittel“ erhält man, indem man die in der mit „Mittel aus den beiden Fernrohrlagen“ bezeichneten Spalte erhaltene Richtung für einen Zielpunkt von den den anderen Zielpunkten zukommenden Richtungen abzieht, indem man jenem die Richtung $0^{\circ} 00' 00''$ gibt. Als denjenigen Zielpunkt, auf dessen Richtung man die anderen Zielungen „reduziert“, wird man meistens den an erster Stelle aufgeschriebenen wählen; notwendig ist dies jedoch nicht, es kann sogar der Fall eintreten, daß man auf Grund einer während der Messung gemachten Bemerkung¹⁾ auf die Richtung eines anderen Punkts reduziert. Wenn keine sonstigen Rücksichten zu nehmen sind, würde man allgemein die Reduktion auf jene Richtung als die beste der verschiedenen möglichen bezeichnen, für die — bei der Messung von mehr als einem Satz — die einzelnen reduzierten Mittel der verschiedenen Sätze am wenigsten voneinander abweichen.

Die nur einziffrige Zahl von Graden für die Richtung der Zielung nach dem Punkt *A* (siehe das vorstehende Zahlenbeispiel) in der ersten Fernrohrlage von Satz I ermöglicht einerseits einen bequemen Überblick über die Limbusstellung bei den einzelnen Sätzen und bedingt andererseits — wenigstens bei Satz I — bei der Bildung der reduzierten Mittel²⁾ eine kleine Bequemlichkeit, die aber um so mehr ins Gewicht fällt, je mehr Zielpunkte vorhanden sind. Hätte man den Limbus so eingestellt, daß für die erste Zielung die Ablesung am 1. Nonius $0^{\circ} 00' 00''$ wäre, so hätte dies nur dann einen wesentlichen Vorteil³⁾, wenn auch sämtliche andere auf den ersten Zielpunkt sich beziehende Ablesungen (in Fernrohrlage 1 und 2) auf $0' 00''$ endigen würden.

¹⁾ Ein zu Beginn einer Messung gut beleuchteter und deshalb scharf anzuzielender Punkt kann diese Eigenschaft während der Messung verlieren, bzw. an einen anderen abtreten.

²⁾ Vorausgesetzt, daß auf den Punkt *A* reduziert wird.

³⁾ Ein kleiner Nachteil kann jedoch bei einer solchen Limbusstellung dadurch entstehen, daß eine der drei anderen auf *A* sich beziehenden Ablesungen etwas kleiner als 0° bzw. 180° ist, so daß für *A* in der Spalte der Mittel aus beiden Fernrohrlagen eine zwischen 359 und 360° liegende — also dreiziffrige — Zahl von Graden erscheint.

3. Die Repetitionsmessung

kommt hauptsächlich dann zur Anwendung, wenn einzelne Winkel mit großer Schärfe zu messen sind.

Das Verfahren besteht darin, daß man einen Winkel in jeder Fernrohrlage nicht nur einmal, sondern mehreremal mißt, wobei an Ablesungen nur die auf die erste Zielung (nach dem links liegenden Punkt) und die auf die letzte Zielung (nach dem rechts liegenden Punkt) sich beziehenden gemacht werden. Mit Rücksicht auf eine vollständige Unschädlichmachung der Instrumentalfehler mißt man einen Winkel in beiden Fernrohrlagen gleich oft; hieraus ergibt sich, daß die Zahl, welche angibt, wie oft der Winkel überhaupt (in beiden Fernrohrlagen zusammen) gemessen ist, stets eine gerade sein muß.

Der Vorgang bei der Messung ist der folgende: Bei fester Alhidade wird der Zielpunkt links mit Hilfe der Limbusschrauben (Brems- und Mikrometerschraube) angezielt und die Ablesungen an beiden Nonien gemacht; hierauf wird bei festem Limbus mit Hilfe der Alhidadenschrauben (Brems- und Mikrometerschraube) der Punkt rechts angezielt, womit der Winkel einmal gemessen ist. Um die Größe des einfachen Winkels hauptsächlich für die Zwecke der nachfolgenden Rechnung wenigstens genähert zu kennen, macht man jetzt — als einzige Zwischenablesung — die z. B. auf ganze Minuten abgerundete Ablesung am Nonius *I*. Bei fester Alhidade, so daß die Ablesungen am Teilkreis dieselben bleiben, wird nun der Punkt links wieder mit Hilfe des Limbu- angezielt; ohne die dieser Zielung zukommenden Ablesungen vorzunehmen, wird hierauf bei festem Limbus der Winkel durch Drehen der Alhidade und Anzielen des rechts liegenden Punktes unter Benützung der

Alhidadenschrauben zum zweitenmal gemessen. Soll der Winkel $2n$ mal gemessen oder repetiert werden, so wird der Winkel in der ersten Fernrohrlage n mal in der angegebenen Weise — Anzielen des Punktes $\left\{ \begin{array}{l} \text{links} \\ \text{rechts} \end{array} \right\}$ nur mit Hilfe $\left\{ \begin{array}{l} \text{des Limbus} \\ \text{der Alhidade} \end{array} \right\}$ — gemessen, das Fernrohr sodann durchgeschlagen und die n malige Messung des Winkels in der zweiten Fernrohrlage in derselben Weise ausgeführt. Ist der Winkel $2n$ mal gemessen, so werden zum Schluß an beiden Nonien die Ablesungen gemacht.

Bei der Repetitionsmessung empfiehlt es sich, der Alhidade und dem Limbus vor Beginn der Messung eine solche Lage gegeneinander zu geben, daß die Ablesung nach der Zielung nach dem Punkt links am 1. Nonius $0^{\circ} 00' 00''$ beträgt; man hat dann in der nach der ersten Messung des Winkels gemachten rohen Ablesung stets unmittelbar die Größe des zu messenden Winkels vor sich, was für die Zwecke der Messung¹⁾ und der Berechnung bequem ist.

Um ein Mitschleifen des Limbus bei der Drehung der Alhidade auf den Punkt rechts soviel als möglich zu vermeiden, wird man beim Anzielen des links liegenden Punktes die Limbusbremse genügend gut anziehen; um denselben Fehler beim Drehen von Limbus und Alhidade zusammen auf den Punkt links ganz zu umgehen, faßt man beim Drehen das Instrument nicht an einem Alhidadenteil, sondern am Limbus²⁾ an.

Für die Aufschreibung der bei der Messung gemachten Ablesungen und ihre Berechnung verwendet man ein Formular, das etwa folgendermaßen eingerichtet sein kann:

¹⁾ Um während der Messung jederzeit rasch ermitteln zu können, wie oft der Winkel bereits repetiert ist.

²⁾ Bei manchen Instrumenten ist der Limbus mit einer für diesen Zweck angebrachten Handhabe versehen.

Zielpunkt	Anz. der Mess.	Nonius 1			Nonius 2		
links: <i>A</i>	0	^o 0	['] 00	^{''} 00	^o 180	['] 00	^{''} 20
rechts: <i>B</i>	1	187	20	-	-	-	-
	6	47	43	40	227	43	40
Differenz		1127	43	40	1127	43	20
Mittel (...6....facher Winkel)		1127° 43' 30"					
Einfacher Winkel		187° 57' 15"					

Bei der Berechnung muß man häufig (vgl. das angegebene Zahlenbeispiel), um zu dem einfachen Winkel zu gelangen, zu der Differenz zwischen den End- und Anfangsablesungen ein ganzzahlig Vielfaches von 360° addieren (im vorliegenden Beispiel $3 \times 360^\circ = 1080^\circ$); ob und in welchem Umfange dies nötig ist, ersieht man aus der Größe des einfachen Winkels.

2. Kapitel.

Polygonometrische Punktbestimmung.

Infolge der Beschaffenheit des Geländes oder der Ausdehnung des aufzunehmenden Gebietes können die in Band I angegebenen einfachen Verfahren zur Festlegung eines Netzes von Aufnahmlinien zwecks Aufnahme eines Lageplanes häufig versagen; an ihre Stelle tritt dann ein Verfahren, das darin besteht, daß man der Aufnahme einen oder mehrere, den jeweiligen Verhältnissen angepaßte Linienzüge oder Polygonzüge zugrunde legt. Die Festlegung der einzelnen Zugpunkte oder Polygonpunkte gegeneinander bezeichnet man als polygonometrische Punktbestimmung.

§ 4. Allgemeines über Polygonzüge.

Die Anlage der Polygonzüge, bei der der Zweck der Züge, die Grundlage für die nachfolgende Stückvermessung zu liefern, die Hauptrolle spielt, wird vielfach durch die jeweiligen örtlichen Verhältnisse beeinflusst; im allgemeinen wird man die Polygonzüge Straßen, Wegen und Grenzen entlang legen können.

Entsprechend der Lage des Anfangspunkts und Endpunkts eines Polygonzuges gegeneinander und gegen schon vorhandene, ihrer Lage nach gegebene Punkte, kann man die Polygonzüge einteilen in:

a) Offene, nicht angeschlossene oder auch freie Züge, das sind Züge, bei denen Anfangspunkt (0) (Fig. 32) und Endpunkt (4) nicht zusammenfallen und keine ihrer Lage nach schon bekannte Punkte sind.

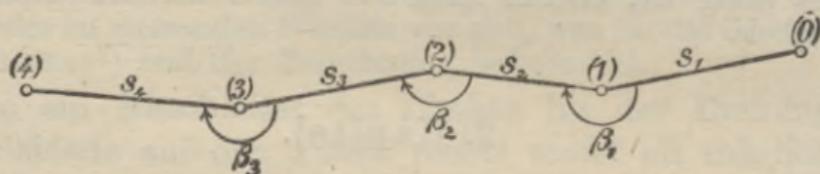


Fig. 32.

b) Geschlossene Züge oder geschlossene Polygone, das sind Züge, bei denen (Fig. 33) der Endpunkt mit dem Anfangspunkt zusammenfällt.

c) Angeschlossene oder angebundene Züge, das sind solche, die zwei ihrer Lage nach gegebene, z. B. durch vorausgegangene Messung anderer Züge bestimmte Punkte verbinden.

Die eigentliche Messung der Polygonzüge zerfällt allgemein entsprechend der Messung der Polygonseiten und Polygonwinkel in Längenmessung und Horizontalwinkelmessung. Als Polygonwinkel bezeichnet man in

der Zugmessung (Stationierung, Polygonisierung, Polygonmessung) diejenigen Winkel, die — in der Richtung der Zugnumerierung gesehen — links vom Zug liegen.

Mißt man die zur planimetrischen Festlegung eines Zuges nötigen Seiten und Winkel, z. B. bei dem freien Zug in Fig. 32 sämtliche Seiten s_1, s_2, s_3 und s_4 und die Winkel β_1, β_2 und β_3 , oder bei dem geschlossenen Zug¹⁾ in Fig. 33 die Seiten s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 und s_6 und die Winkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ und β_5 , so könnte man die Züge mit Hilfe von Maßstab und Transporteur aufzeichnen. Das Aufzeichnen der Polygonzüge mit unmittelbarer

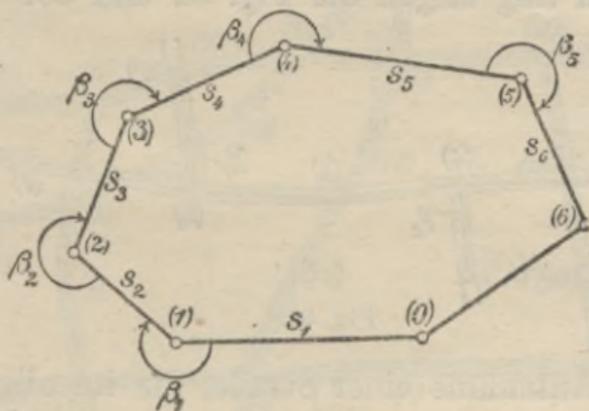


Fig. 33.

Benützung der gemessenen Längen- und Winkelgrößen ist im allgemeinen nicht üblich und wird nur bei untergeordneten Arbeiten angewandt; in den meisten Fällen trägt man die Zugeckpunkte nach ihren rechtwinkligen Koordinaten auf, die man in bezug auf ein bereits vorhandenes oder ein beliebig gewähltes Koordinatensystem mit Hilfe der gemessenen Zugseiten und Zugwinkel berechnet.

¹⁾ Bei geschlossenen Zügen mißt man mit Rücksicht auf Kontrollen für die Messung und Rechnung nicht nur die zu ihrer planimetrischen Konstruktion notwendigen Stücke, sondern sämtliche Winkel und Seiten.

§ 5. Messung von Polygonzügen.

Die Zugmessung umfaßt außer der Messung der Zugseiten und Zugwinkel die Anlage des Zuges oder des Zugnetzes, die Auswahl der Polygonpunkte und deren Bezeichnung.

Bei der

Anlage der Züge

ist zunächst darauf zu achten, daß sie mit Rücksicht auf die nachfolgende Stückvermessung günstig liegen, um so für diese bequeme Aufnahmlinien abzugeben.

Die einfachste Anlage für einen offenen und einen geschlossenen Zug zeigen die Fig. 32 und 33.

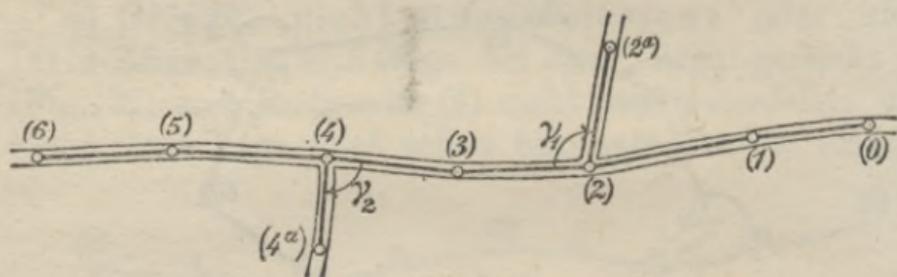


Fig. 34.

Bei der Aufnahme einer Straße, die im allgemeinen mit Hilfe eines nicht geschlossenen Zuges sich durchführen läßt, tritt häufig der Fall ein, daß die Einmündungen von anderen Straßen oder Wegen auf ein größeres Stück mit aufgenommen werden sollen als von dem Zuge (0), (1), (2), (3), (4), (5), (6) (Fig. 34) zunächst möglich ist; man kann sich in diesem Fall in einfacher Weise dadurch helfen, daß man an die betreffenden Stellen Polygonpunkte legt — in Fig. 34 die Punkte (2) und (4) —, die zusammen mit den entsprechend gewählten Seitenpunkten (2^a) und (4^a) passende Aufnahmlinien liefern, die sich durch die Messung der Winkel γ_1 und γ_2 auf den Hauptzug festlegen lassen.

Handelt es sich um ein größeres Gebiet, für dessen Aufnahme die Anlage eines geschlossenen Zuges wohl das Gegebene ist, ein solcher aber nicht ausreicht, so erhält man die Aufnahmlinien für das zwischen dem Hauptzug (0)—(13) (Fig. 35) liegende Gebiet dadurch, daß man einzelne seiner Punkte durch passend — z. B. Wegen entlang — gelegte Zwischenzüge verbindet. Solche Zwischenzüge (Fig. 35) sind dann angeschlossene Züge und dementsprechend bei der Messung und Rechnung zu behandeln.

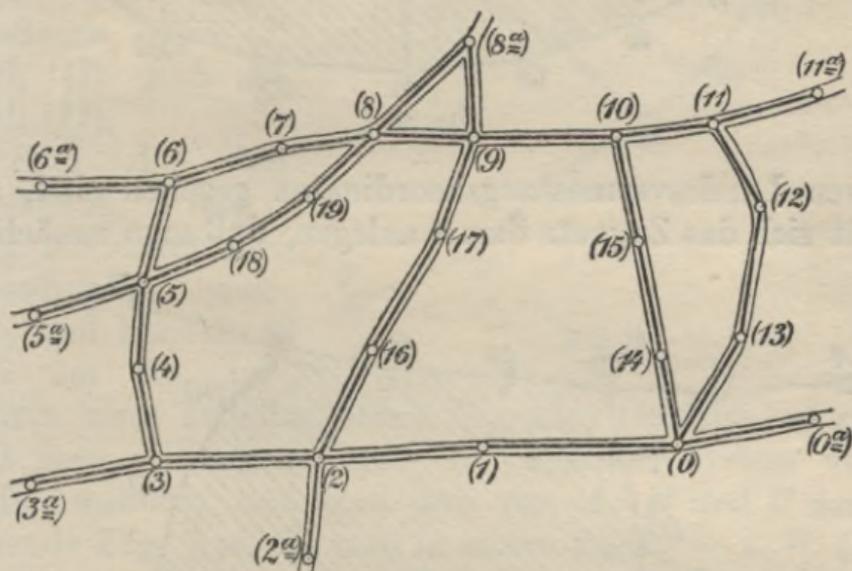


Fig. 35.

Bei Aufnahmen, die in Ländern ausgeführt werden, in denen eine Landesvermessung vorhanden ist, tritt sehr häufig der Fall ein, daß man die neu auszuführenden Aufnahmen in die vorhandenen einzupassen hat; man ist dann bei der Anlage der Züge gezwungen, diese so zu legen, daß bei der nachfolgenden Berechnung die Koordinaten der Polygonpunkte in bezug auf das

Koordinatensystem der Landesvermessung ermittelt werden können.

Handelt es sich z. B. um die Aufnahme der in Fig. 36 schraffierten Fläche, und sind A und B Punkte,

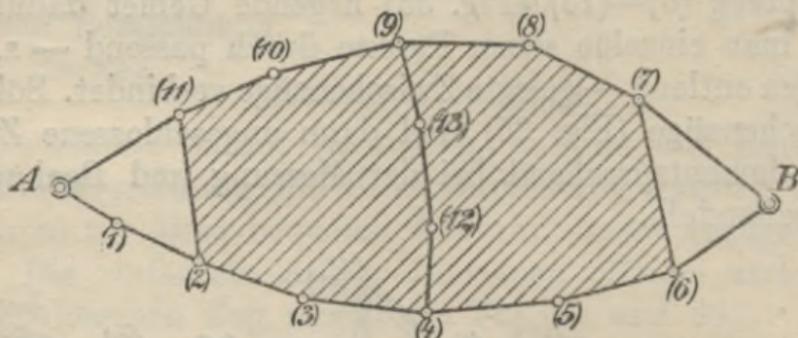


Fig. 36.

deren Landesvermessungskordinaten gegeben sind, so läßt sich das Zugnetz derart anlegen, daß man zunächst

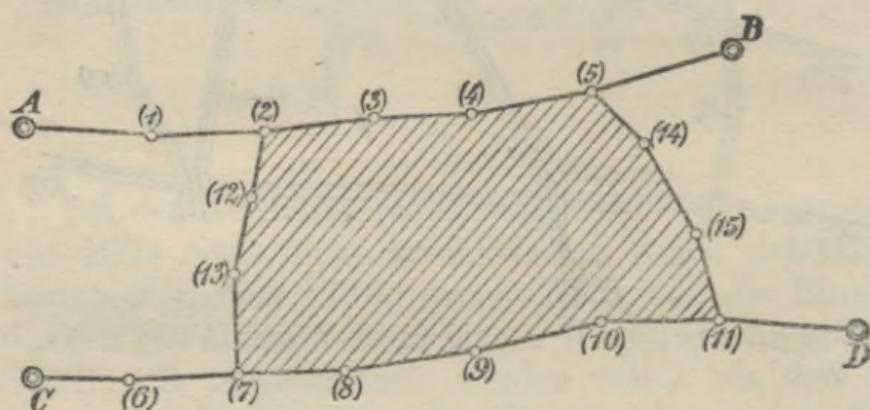


Fig. 37.

A und B durch zwei voneinander getrennte Züge A , (1), (2), (3), (4), (5), (6), B und B (7), (8), (9), (10), (11) A verbindet, deren Eckpunkte teilweise unmittelbar — z. B. (2) mit (11) und (5) mit (7) — oder durch einen Zwischenzug — (4), (12), (13), (9) — zu passenden Aufnahmlinien verbunden werden können.

Fig. 37 zeigt ein Beispiel, bei dem die Koordinaten der Punkte A , B , C und D in bezug auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem — z. B. das einer Landesvermessung — gegeben sind; um die schraffierte Fläche aufzunehmen, legt man ein Netz von Zügen, das sich zusammensetzt aus den beiden die Punkte A und B bzw. C und D verbindenden Hauptzügen und den zwischen diese eingebundenen Zügen (2) nach (7) und (5) nach (11).

Sind die drei Punkte A , B und C (Fig. 38) durch ihre Koordinaten gegeben, und handelt es sich um die Auf-

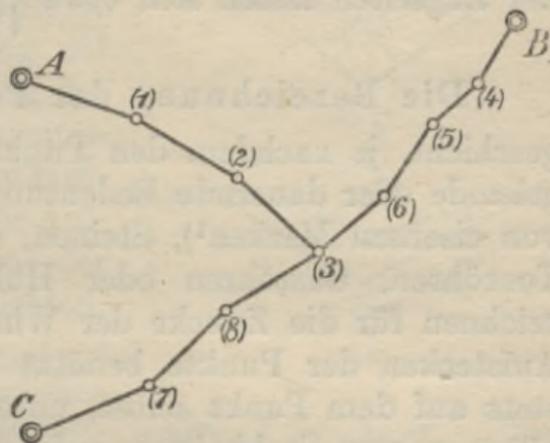


Fig. 38.

nahme eines zwischen ihnen liegenden Gebietes, so erhält man vielfach dadurch ein passendes System von Aufnahmlinien, daß man drei von A , B und C ausgehende Züge legt, die man in einem Punkt — z. B. (3) — verknotet. Eine solche Verknotung von Zügen kann natürlich auch bei mehr als drei Zügen von Vorteil sein.

Die Auswahl der Polygonpunkte

hat man derart zu treffen, daß die nicht geschlossenen Züge möglichst gerade verlaufen. Die Unterschiede in den Längen der Zugseiten sollen nicht zu groß sein; ist man durch besondere örtliche Verhältnisse zu kurzen Zugseiten gezwungen, so sollte man dafür sorgen, daß kurze Seiten so viel als möglich beieinander liegen. Je

kürzer die Seiten sind, desto mehr muß man darauf sehen, daß bei der Winkelmessung die beiden benachbarten — zum Zweck des Anzielens durch Fluchtstäbe bezeichneten — Punkte womöglich unten angezielt werden können. Als $\left\{ \begin{array}{l} \text{obere} \\ \text{untere} \end{array} \right\}$ Grenze für die Länge der Zugseiten lassen sich etwa $\left\{ \begin{array}{l} 200 \\ 50 \end{array} \right\}$ m angeben.

Die Bezeichnung der Polygonpunkte geschieht, je nachdem den Punkten eine nur vorübergehende oder dauernde Bedeutung zukommt, mit Hilfe von eisernen Marken¹⁾, Steinen, eingehauenen Zeichen, Tonröhren, Gasröhren oder Holzpflocken. Zum Bezeichnen für die Zwecke der Winkelmessung oder zum Aufstecken der Punkte benützt man Fluchtstäbe, die stets auf dem Punkt selbst, unter Umständen mit Benützung von Stabhaltern aufzustellen sind; das Aufstecken eines Stabes hinter oder vor einem, z. B. durch einen Stein bezeichneten Polygonpunkt ist mit Rücksicht auf die durch eine ungenaue Aufsteckung (siehe unten) entstehenden großen Fehler in den zu messenden Winkeln in den meisten Fällen unzulässig. Eine besondere Sorgfalt ist auf die Vertikalstellung der Stäbe zu verwenden, und zwar um so mehr, je mehr man durch die Beschaffenheit des Geländes gezwungen ist, den Stab bei der Winkelmessung nicht an seinem Fuß, sondern weiter oben anzuzielen.

Die Winkelmessung,

für die ein kleiner Theodolit mit einer Ablesung auf 30, höchstens 20'' genügt, wird mit Rücksicht auf Sei-

¹⁾ Über Punktbezeichnung im allgemeinen siehe Band I, § 1.

tenstrahlen (Fig. 34) am besten satzweise ausgeführt. Bei der Messung der — links vom Zug liegenden — Polygonwinkel hat man den in der Numerierung vorhergehenden Punkt als den links liegenden, also zuerst anzuzielen.

Das Hauptaugenmerk ist bei der Winkelmessung auf eine genaue Aufstellung des Theodolits über dem Scheitelpunkt des zu messenden Winkels und auf ein genaues Aufstecken und Anzielen der Nachbarpunkte zu richten.

Hat man in dem Punkt S (Fig. 39) den Winkel β zwischen den Punkten M und N zu messen, und wird das Instrument nicht in S , sondern in S' aufgestellt, so wird der gemessene Winkel β' — je nach der Lage von S' zu S — kleiner, größer

oder gerade so groß wie der zu messende Winkel β ; im letzteren Fall liegt S' auf dem Umkreis des Dreiecks MSN . Ist β nahezu gleich 180° , so ist eine Verschiebung des Winkelscheitels in der Zugrichtung am wenigsten schädlich; man hat deshalb bei der Zentrierung des Instruments hauptsächlich dafür zu sorgen, daß keine Abweichung in der Richtung quer zum Zug auftritt.

Der Einfluß einer exzentrischen, quer zur Zugrichtung stattfindenden Aufstellung des Instruments auf den zu messenden Winkel läßt sich mit Hilfe der Fig. 40 ableiten, in welcher S der Scheitel des Winkels und S' der Instrumentenstandpunkt sei. Unter Benützung der angeschriebenen Bezeichnungen hat man:

$$\beta' - \beta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 .$$

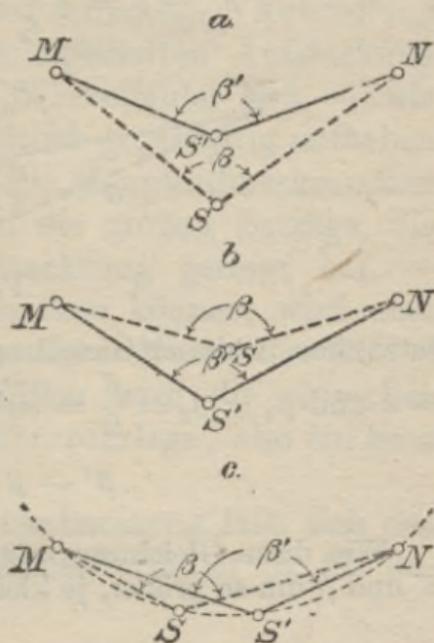


Fig. 39.

Da aber

$$\varepsilon_1 = \varrho \frac{e}{s_1} \sin \beta_1 \quad \text{und} \quad \varepsilon_2 = \varrho \frac{e}{s_2} \sin \beta_2,$$

so wird

$$\beta' - \beta = \varrho \frac{e}{s_1} \sin \beta_1 + \varrho \frac{e}{s_2} \sin \beta_2;$$

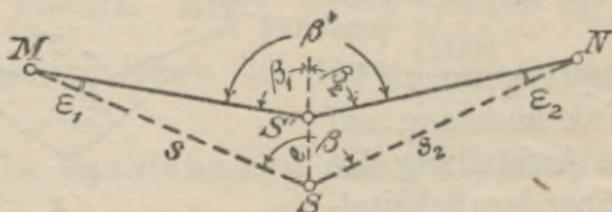


Fig. 40.

setzt man in dieser Gleichung der Einfachheit halber $s_1 = s_2 = s$ und $\beta_1 = \beta_2 = \frac{\beta}{2} = 90^\circ$, so erhält man

$$\beta' - \beta = 2 \frac{e}{s} \varrho.$$

Wie diese Gleichung zeigt, ist der Unterschied zwischen β' und β um so größer, je kleiner s ist, so daß die Zentrierung des Instruments bei kleineren Zugseiten sorgfältiger vorzunehmen ist als bei größeren.

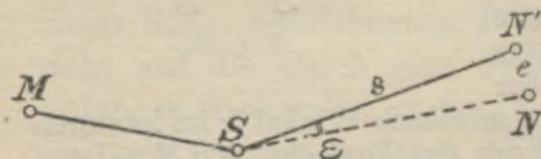


Fig. 41.

Für den Fall, daß $e = 1 \text{ cm}$ und $s = 100 \text{ m}$ ist, beträgt die Abweichung des gemessenen Winkels von dem zu messenden bereits $\beta' - \beta = 40''$.

Wird infolge einer unrichtigen oder mangelhaften Aufsteckung eines Zielpunkts N (Fig. 41) nicht dieser, sondern ein Punkt N' angezielt, so erhält man für den Einfluß ε auf den zu messenden Polygonwinkel, wenn e die Entfernung von N und N' ist:

$$\varepsilon = \varrho \frac{e}{s}.$$

Auch hier steht der Winkelfehler ε in umgekehrtem Verhältnis zur Entfernung s des Zielpunkts, woraus sich

ergibt, daß die Aufsteckung der Zielpunkte um so sorgfältiger vorzunehmen ist, je kürzer die Zugseiten sind.

Nimmt man an, daß $e = 1$ cm und $s = 100$ m ist, so erhält man $\varepsilon = 20''$.

Trotzdem, daß die von einer unrichtigen Aufstellung des Instruments und einer mangelhaften Aufsteckung der Zielpunkte herrührenden Winkelfehler sich — wie leicht einzusehen ist — gelegentlich gegenseitig aufheben können, wird man doch ihnen die Hauptaufmerksamkeit zuwenden. Mit Rücksicht auf die großen Beträge, die — wie die vorstehende Betrachtung gezeigt hat — die besagten Winkelfehler erreichen können, wird man sich jedenfalls nicht mit mehrmaligem Messen der Winkel abmühen; in den meisten Fällen wird die einmalige Messung der Winkel in jeder Fernrohrlage, also ein Satz genügen.

Zum Aufschreiben der Winkelmessung läßt sich das für satzweise Messung angegebene Formular (S. 47) unmittelbar verwenden.

Die Seitenmessung

wird mit Hilfe von Meßplatten ausgeführt, deren wahre Länge vor oder nach der Messung festgestellt werden sollte. Zur Kontrolle und zur Verschärfung der Messung mißt man alle Seiten doppelt, und zwar hin und her; wobei man die beiden Messungen noch dadurch unterscheiden kann, daß man die eine als Staffelmessung unter Benützung des Senkels, die andere mit „liegenden“ Meßplatten unter Verwendung des Gradbogens ausführt.

§ 6. Berechnung von Polygonzügen.

Die bei der Berechnung von Polygonzügen üblichen Bezeichnungen, die auch hier benützt werden mögen, sind die folgenden:

β_r ist der Polygonwinkel in der Zugecke (r); s_r ist die Zugseite, die von der Ecke ($r-1$) ausgehend, in der Ecke (r) endigt; α_r ist der Richtungswinkel der Zugseite s_r , den man erhält, wenn man die durch den Anfangspunkt der Seite — also den Punkt ($r-1$) — gezogene Parallele zum positiven Ast der x -Achse im Uhrzeigersinn dreht,

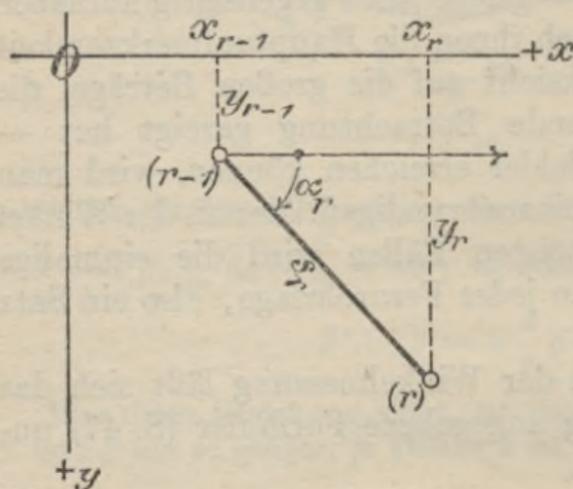


Fig. 42.

Strecke s_r ; gesucht sind die Koordinaten (x_r , y_r) des Endpunkts (r) dieser Strecke.

Man erhält mit Hilfe der Fig. 42 die allgemein gültigen Formeln:

$$(1) \quad \begin{cases} x_r = x_{r-1} + s_r \cos \alpha_r & \text{und} \\ y_r = y_{r-1} + s_r \sin \alpha_r. \end{cases}$$

2. Gegeben ist der Richtungswinkel α_r einer Geraden ($r-1$) — (r); gesucht ist der Richtungswinkel α_{r+1} einer zweiten Geraden (r) — ($r+1$), die man dadurch erhält, daß man die erste im Punkt (r) um den Winkel β_r im Uhrzeigersinn dreht.

Mit Hilfe der Fig. 43a und b erhält man die allgemein gültige Formel:

$$(2) \quad \alpha_{r+1} = \alpha_r \pm 180^\circ + \beta_r.$$

bis sie mit der Seite s_r zusammenfällt.

Als Einleitung zur Berechnung der Polygonzüge mögen zunächst zwei trigonometrische Aufgaben vorausgeschickt werden:

1. Gegeben sind die rechtwinkligen Koordinaten (x_{r-1} , y_{r-1}) des Punktes ($r-1$) und der Richtungswinkel α_r der von ihm ausgehenden

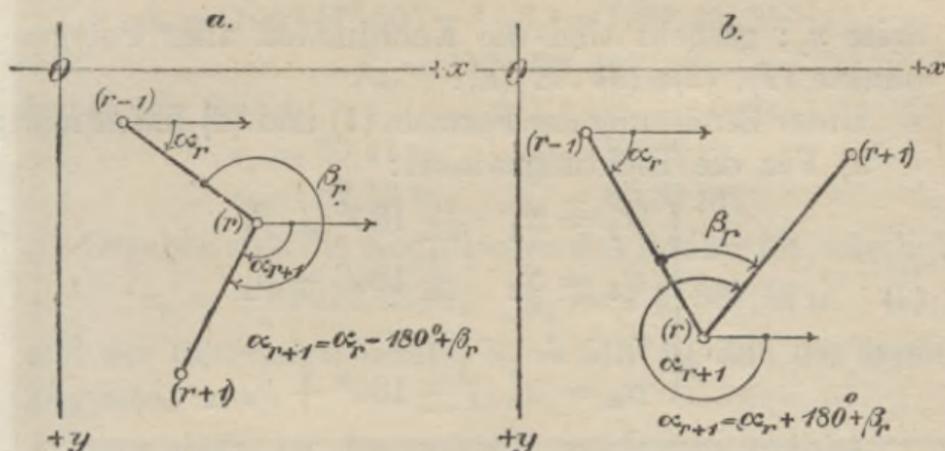


Fig 43.

1. Die Berechnung des freien Zuges hat folgende Aufgabe zu lösen: Von einem Polygonzug (0), (1), (2), (3) ... (n) (Fig. 44) sind gegeben alle

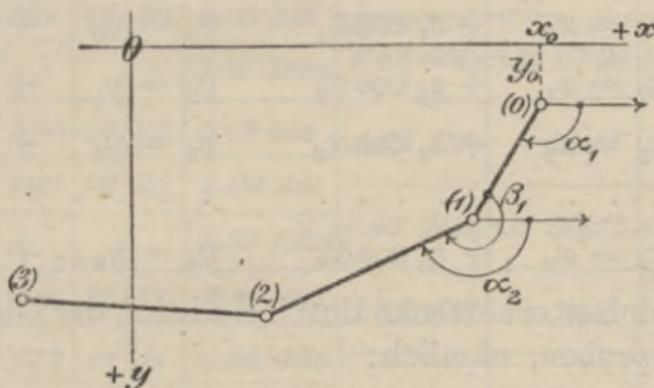


Fig. 44.

Seiten $s_1, s_2, s_3 \dots s_n$, alle Polygonwinkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots \beta_{n-1}$, die Koordinaten (x_0, y_0) des Anfangspunkts (0)¹⁾ und der Richtungswinkel α_1 der ersten

¹⁾ Sind die Koordinaten des Anfangspunkts eines freien Zuges nicht gegeben, so wird man das Koordinatensystem beliebig annehmen, und zwar im allgemeinen am besten derart, daß sein Nullpunkt mit dem Anfangspunkt des Zuges und die $+x$ -Achse mit der ersten Zugseite zusammenfällt.

Seite s_1 ; gesucht sind die Koordinaten aller Polygonpunkte (1), (2), (3) ... (n).

Unter Benützung der Formeln (1) und (2) findet man:

a) Für die Richtungswinkel:

$$(3) \quad \begin{cases} \alpha_2 = \alpha_1 \pm 180^\circ + \beta_1 \\ \alpha_3 = \alpha_2 \pm 180^\circ + \beta_2 \\ \dots \dots \dots \\ \alpha_n = \alpha_{n-1} \pm 180^\circ + \beta_{n-1}. \end{cases}$$

Addiert man diese Gleichungen, so erhält man

$$(4) \quad \alpha_n - \alpha_1 = \sum \beta - k 180^\circ \quad (\text{wo } k \text{ eine ganze Zahl})$$

und damit eine Rechenprobe für die Berechnung der Richtungswinkel.

b) Für die Koordinaten:

$$(5) \quad \begin{cases} x_1 = x_0 + s_1 \cos \alpha_1 & y_1 = y_0 + s_1 \sin \alpha_1 \\ x_2 = x_1 + s_2 \cos \alpha_2 & y_2 = y_1 + s_2 \sin \alpha_2 \\ x_3 = x_2 + s_3 \cos \alpha_3 & y_3 = y_2 + s_3 \sin \alpha_3 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ x_n = x_{n-1} + s_n \cos \alpha_n & y_n = y_{n-1} + s_n \sin \alpha_n. \end{cases}$$

Auch hier erhält man durch Addition der Gleichungen Rechenproben, nämlich:

$$(6) \quad x_n - x_0 = \sum (s \cos \alpha) \quad \text{und} \quad y_n - y_0 = \sum (s \sin \alpha)^1).$$

Die Berechnung wird am besten mit Hilfe eines Formulars in der aus dem folgenden Zahlenbeispiel ersichtlichen Weise ausgeführt:

In dem polygonalen Zug (0), (1), (2), (3), (4) sind gemessen die Polygonwinkel:

¹⁾ Unter $\sum (s \cos \alpha)$ und $\sum (s \sin \alpha)$ ist die algebraische Summe zu verstehen.

$$\beta_1 = 166^\circ 47' 30'', \quad \beta_2 = 199^\circ 49' 25'',$$

$$\beta_3 = 177^\circ 58' 41'',$$

ferner die Seiten:

$$s_1 = 63,41 \text{ m}, \quad s_2 = 98,89 \text{ m},$$

$$s_3 = 92,12 \text{ m}, \quad s_4 = 95,31 \text{ m}.$$

Gegeben sind die Koordinaten des Punkts (0), nämlich

$$x_0 = +31072,68 \text{ m}, \quad y_0 = +64867,32 \text{ m}$$

und der Richtungswinkel¹⁾ $\alpha_1 = 313^\circ 01' 38''$ der ersten Zugseite.

Ecke(r) Seite s_r	α_r β_r	$\log \left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha_r \\ s_r \\ \sin \alpha_r \end{array} \right.$	$\log \left\{ \begin{array}{l} s_r \cos \alpha_r \\ s_r \sin \alpha_r \\ x_r \\ y_r \end{array} \right.$	$s_r \cos \alpha_r$ x_r	$s_r \sin \alpha_r$ y_r
(0)	° ' "			+31072,68	+64867,32
(1) 63,41	313 01 38	9.83 400	1.63 616	+43,27	-46,35
	166 47 30	1.80 216			
		9.86 393 _n	1.66 609 _n	+31 115,95	+64 820,97
(2) 98,89	299 49 08	9.69 658	1.69 173	+49,17	-85,80
	199 49 25	1.99 515			
		9.93 832 _n	1.93 347 _n	+31 165,12	+64 735,17
(3) 92,12	319 38 33	9.88 197	1.84 632	+70,20	-59,65
	177 58 41	1.96 435			
		9.81 128 _n	1.77 563 _n	+31 235,32	+64 675,52
(4) 95,31	317 37 14	9.86 847	1.84 761	+70,41	-64,24
		1.97 914			
		9.82 869 _n	1.80 783 _n	+31 305,73	+64 611,28

¹⁾ Der Richtungswinkel der ersten Zugseite ist im allgemeinen nicht gegeben, sondern muß auf Grund besonderer Hilfsmessungen (vgl. die Berechnung des angeschlossenen Zuges) erst berechnet werden.

Als Rechenproben erhält man:

$$\Sigma \beta = 544^{\circ} 35' 36'' = 3 \cdot 180^{\circ} + (\alpha_4 - \alpha_1)$$

$$\Sigma (s \cos \alpha) = +233,05 = x_4 - x_1$$

und

$$\Sigma (s \sin \alpha) = -256,04 = y_5 - y_1.$$

2. Die Berechnung des geschlossenen Zuges möge an folgendem Beispiel gezeigt werden:

Von dem Viereck (0), (1), (2), (3), (0) (Fig. 45) sind gemessen die Winkel:

$$\beta_1 = 260^{\circ} 45' 20'', \quad \beta_2 = 269^{\circ} 15' 35'',$$

$$\beta_3 = 299^{\circ} 52' 20'', \quad \beta_4 = 250^{\circ} 06' 05'',$$

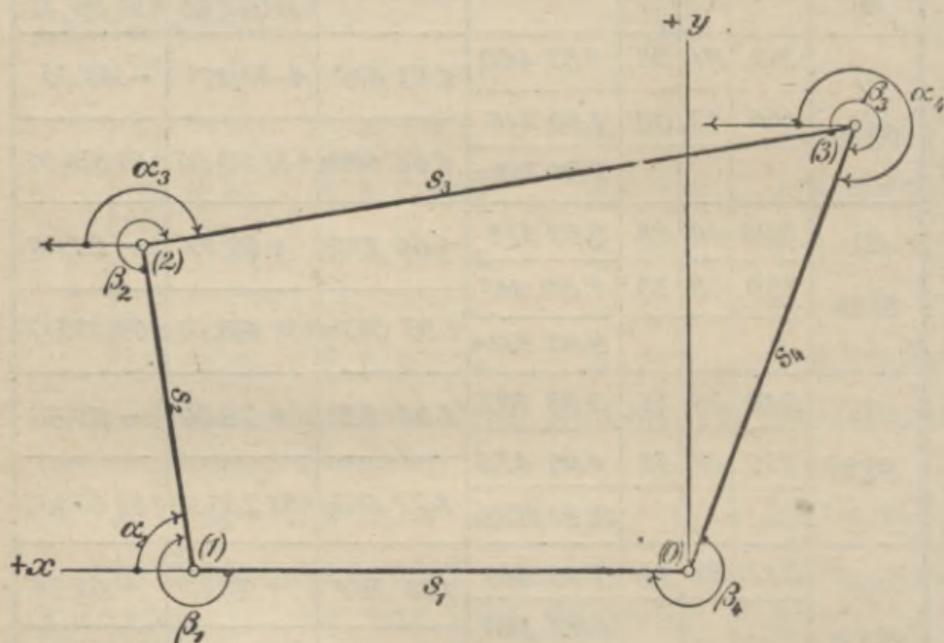


Fig. 45.

und die Seiten:

$$s_1 = 87,30 \text{ m}, \quad s_2 = 58,45 \text{ m},$$

$$s_3 = 127,48 \text{ m}, \quad s_4 = 84,92 \text{ m}.$$

Die Koordinaten irgendeines Viereckpunkts sind nicht gegeben¹⁾, so daß das Koordinatensystem beliebig angenommen werden kann; wählt man die Ecke (0) als Ursprung und die Seite (0) (1) als $+x$ -Achse, so ergibt sich die Berechnung auf Grund der Gleichungen (3) und (5). Da beim geschlossenen Zug die Ecke (n) mit der Ecke (0) zusammenfällt, so vereinfachen sich die Gleichungen (4) und (6) derart, daß man an ihrer Stelle erhält:

$$(4') \quad \Sigma \beta - k 180^\circ = 0 \quad (\text{wo } k \text{ eine ganze Zahl})$$

und

$$(6') \quad \Sigma(s \cos \alpha) = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Sigma(s \sin \alpha) = 0.$$

Die Gleichungen (4') und (6') bedeuten zunächst eine Meßprobe; im allgemeinen wird infolge der Unvollkommenheit der Instrumente und der menschlichen Sinne keine der beiden Gleichungen vollständig erfüllt sein; man wird vielmehr an ihrer Stelle erhalten:

$$(4'') \quad \Sigma \beta - k 180^\circ = w_\beta$$

und

$$(6'') \quad \Sigma(s \cos \alpha) = w_x \quad \text{bzw.} \quad \Sigma(s \sin \alpha) = w_y.$$

Den beim Anschreiben der Gleichung (4'') sich ergebenden Widerspruch w_β verteilt²⁾ man gleichmäßig auf die einzelnen Polygonwinkel; die bei der Bildung der Gleichungen (6'') sich zeigenden Widersprüche w_x und w_y verteilt²⁾ man auf die einzelnen Produkte

¹⁾ Beim geschlossenen Zug ist dies meistens der Fall; wenn ein solcher an ein vorhandenes Koordinatensystem angeschlossen ist, so wird dies meistens derart der Fall sein, daß von mindestens zwei Zugpunkten (in Fig. 36 von A und B) die Koordinaten gegeben sind; die Berechnung eines solchen geschlossenen Zuges zerfällt aber in die Berechnung von zwei angeschlossenen offenen Zügen.

²⁾ Vorausgesetzt, daß die Widersprüche nicht eine solche Größe erreichen, die auf grobe Versehen bei der Messung schließen lassen und daher eine Nachmessung erforderlich machen.

$s \cos \alpha$ und $s \sin \alpha$ entweder im Verhältnis der Seiten s oder im Verhältnis der Produkte selbst.

Die Berechnung selbst läßt sich mit Hilfe eines Formulars folgendermaßen durchführen:

Ecke(r) Seite s_r	α_r			$\log \left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha_r \\ s_r \sin \alpha_r \end{array} \right.$	$\log \left\{ \begin{array}{l} s_r \cos \alpha_r \\ s_r \sin \alpha_r \end{array} \right.$	$s_r \cos \alpha_r$ x_r	$s_r \sin \alpha_r$ y_r
	o	i	''				
(0)						$\pm 0,00$	$+0,00$
(1) 87,30	0	00	00			$+87,30$	$+0,00$
	260	45	20			$-0,01$	
			+10			$+87,29$	$+0,00$
(2) 58,45	80	45	30	9.20 574	0.97 252	$+9,39$	$+57,69$
	269	15	35	1.76 678		$-0,00$	$+0,02$
			+10	9.99 433		1.76 111	$+96,68$
(3) 127,48	170	01	15	9.99 337m	2.09 88m	$-125,55$	$+22,09$
	299	52	20	2.10 544		$-0,02$	$+0,03$
			+10	9.23 877		1.34 421	$-28,89$
(4)=(0) 84,92	289	53	45	9.53 187	1.46 090	$+28,90$	$-79,86$
	250	06	05	1.92 903		$-0,01$	$+0,03$
			+10	9.97 327m		1.90 230n	$\pm 0,00$
$\Sigma \beta = 1079$			59 20			$W_x = +0,04$	$W_y = -0,08$
$W_\beta =$			- 40''				

Bei der Berechnung bestimmt man zunächst den Widerspruch w_β , verteilt ihn und berechnet die $s \cos \alpha$ und $s \sin \alpha$ mit den ausgeglichenen Winkeln; hierauf ermittelt man w_x und w_y , verteilt sie und berechnet

mit den ausgeglichenen $s \cos \alpha$ und $s \sin \alpha$ die Koordinaten der Zugpunkte.

3. Der Berechnung des angeschlossenen Zuges (Fig. 46)

vorauszugehen hat die Berechnung der Richtungswinkel (AC) und — zur Kontrolle für die Winkelmessung — (BD) der beiden vom Anfangs- und Endpunkt des Zuges ausgehenden, durch die Koordinaten der Punkte A , B , C und D gegebenen Geraden, gegen die die erste und letzte Zugseite durch die Messung der Winkel β_a und β_b festgelegt sind.

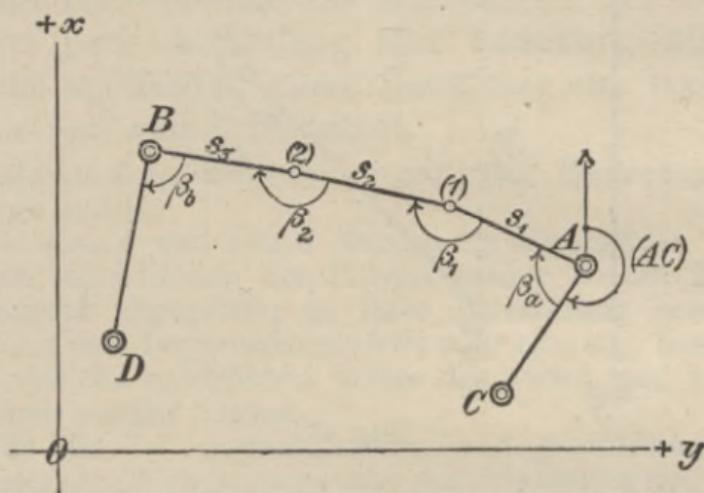


Fig. 46.

Man hat dabei folgende allgemeine Aufgabe zu lösen: Gegeben sind die rechtwinkligen Koordinaten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) der Punkte P_1 und P_2 (Fig. 47); gesucht ist der Richtungswinkel $(P_1 P_2)$ der Geraden $P_1 P_2$.

$(P_1 P_2)$ findet man mittels der allgemein gültigen Formel:

$$\operatorname{tg}(P_1 P_2) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Die Berechnung, die aus dem folgenden Zahlenbeispiel zu ersehen ist, stützt sich wieder auf die Gleichung

chungen (3) und (5); mit Benützung der in Fig. 46 eingeführten Bezeichnungen erhält man zur Kontrolle der Messung aus (4) und (6) die den Gleichungen (4'') und (6'') ähnlichen:

$$(7) \quad (BD) - (AC) = (\Sigma\beta - k180^\circ) + w_\beta$$

und

$$(8) \quad \begin{cases} x_b - x_a = \Sigma(s \cos \alpha) + w_x & \text{bzw.} \\ y_b - y_a = \Sigma(s \sin \alpha) + w_y. \end{cases}$$

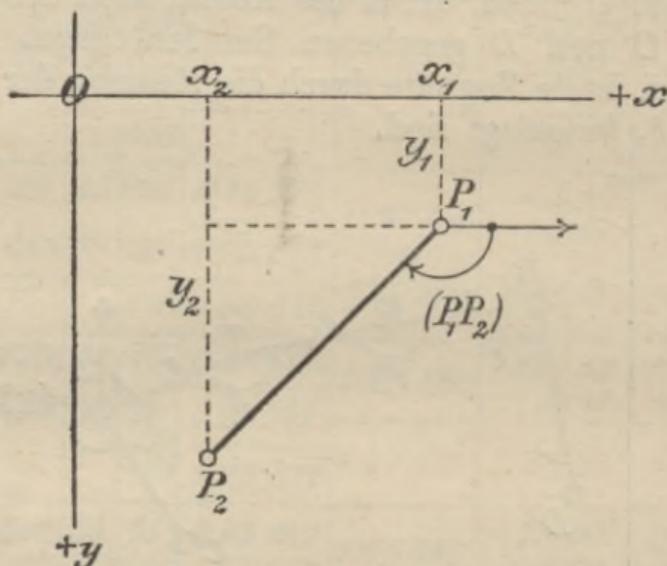


Fig. 47.

Die sich ergebenden Widersprüche w_β , w_x und w_y werden in derselben Weise wie beim geschlossenen Zug eingeteilt.

Beispiel: In dem Polygonzug $A, (1), (2), B$ (Fig. 46) sind gemessen die Winkel:

$$\beta_a = 123^\circ 55' 30'', \quad \beta_1 = 175^\circ 49' 26'',$$

$$\beta_2 = 165^\circ 17' 34'', \quad \beta_b = 93^\circ 37' 38''$$

und die Seiten:

$$s_1 = 117,47 \text{ m}, \quad s_2 = 102,96 \text{ m}, \quad s_3 = 103,52 \text{ m}.$$

Gegeben sind die Koordinaten der Punkte A , B , C und D , nämlich:

$$\begin{aligned} x_a &= +31730,55, & y_a &= +65015,05, \\ x_b &= +31829,00, & y_b &= +64709,62, \\ x_c &= +31622,74, & y_c &= +65031,43, \\ x_d &= +31732,36, & y_d &= +64692,55. \end{aligned}$$

Die Rechnung, die am besten mit Hilfe eines Formulars (S. 72) ausgeführt wird, beginnt mit der Berechnung der Richtungswinkel (AC) und (BD); vor Berechnung der $s \cos \beta$ und $s \sin \beta$ wird der Widerspruch w_β bestimmt und verteilt. Die Koordinaten der Zugpunkte werden nach Ermittlung und Verteilung der Widersprüche w_x und w_y unter Benützung der verbesserten $s \cos \alpha$ und $s \sin \alpha$ berechnet.

Allgemeine Bemerkungen zur Berechnung der Polygonzüge.

Die $s \cos \alpha$ und $s \sin \alpha$ werden im allgemeinen — ebenso wie die Koordinaten der Polygonpunkte — auf Zentimeter abgerundet angegeben; zu ihrer Berechnung benutzt man entweder eine Logarithmentafel¹⁾ oder eine sog. Koordinatentafel, der die natürlichen Werte der $s \cos \alpha$ und $s \sin \alpha$ entnommen werden können.

Für die bei angeschlossenen und geschlossenen Zügen auftretenden Widersprüche oder Anschlußfehler w_β , w_x und w_y bestehen — soweit es sich um Zugmessungen für Katasterzwecke handelt — Fehlergrenzen, innerhalb deren die Widersprüche²⁾ sich bewegen müssen, andernfalls eine Nach- oder Neumessung des betreffenden Zuges vorzunehmen ist.

¹⁾ Eine fünfstellige Tafel wird in den meisten Fällen ausreichen; bei untergeordneten Zügen wird oft eine vierstelligen genügen.

²⁾ Treten bei Polygonzügen auffallend große Widersprüche auf, so weisen diese auf grobe Messungsfehler; ob diese Winkel- oder Längfehler sind, läßt sich mit Hilfe der für die Messungen bestehenden Kontrollgleichungen rasch übersehen. Der fehlerhafte Winkel — in vielen Fällen auch die fehlerhafte Seite — läßt sich auf Grund einer einfachen planimetrischen Überlegung ermitteln, so daß man der Nachmessung des ganzen Zuges meistens enthoben ist.

$y_c - y_a = +16,38$	1.21 435			$y_d - y_b = -17,087$	1.23 232 n		
$x_c - x_a = -107,81$	2.03 266 n			$x_d - x_b = -96,64$	1.98 516 n		
tg (AC)	9.18 169 n			tg (BD)	9.24 716		
Ecke (r)	α_r			log	log	$S_r \cos \alpha_r$	$S_r \sin \alpha_r$
Seite s_r	β_r						
A	171	21	37				
	123	55	30				
			-9			+31 730,55	+65 015,05
(1) 117,47	295	16	58	9.63 051	1.70 044	+ 50,17	-106,22
	175	49	26	2.06 993		- 0,16	- 0,09
			-9	9.95 627 n	2.02 620 n	+31 780,56	+64 908,74
(2) 102,96	291	06	15	9.55 638	1.56 905	+ 37,07	- 96,06
	165	17	34	2.01 267		- 0,12	- 0,09
			-10	9.96 985 n	1.98 252 n	+31 817,51	+64 812,59
B 103,52	276	23	39	9.04 676	1.06 178	+11,53	-102,87
	93	37	38	2.01 502		- 0,04	- 0,10
			-9	9.99 729 n	2.01 231 n	+31 829,00	+64 709,62
$\sum \beta =$	558	40	08	(BD) = 190° 01' 08"		+ 98,77	- 305,15
$W_\beta =$		- 37"		(AC) = 171° 21' 37"		+ 98,45	- 305,43
				Diff = 18° 39' 31"		$W_x = -0,32$	$W_y = -0,27$

Nach den in den verschiedenen Staaten aufgestellten Vorschriften muß im Mittel sein:

a) der Winkelfehler

$$w_\beta < (1,5\sqrt{n})' \quad \text{oder} \quad < (3,0\sqrt{n})'$$

wenn n die Anzahl der gemessenen Polygonwinkel ist; und

b) der sog. lineare Anschlußfehler

$$w_s < 0,015\sqrt{\sum s},$$

wenn $w_s = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$ ist.

Zum Schluß möge noch an einigen Beispielen auf

die Berechnung von mehreren zusammenhängenden
Zügen (Zugnetzen)

hingewiesen sein. Allgemein wird man die Berechnung eines ganzen Netzes zerlegen in die Berechnung einzelner Züge. Soll das in Fig. 35 gezeichnete, in keinem Punkt angeschlossene Netz berechnet werden, so beginnt man mit der Berechnung des geschlossenen Zuges (0), (1), ... (3), ... (4), ... (11), ... (0); die dabei sich ergebenden Koordinaten der Punkte (0), (2), (5), (8), (9) und (10) werden sodann der Berechnung der Zwischenzüge von (0) nach (10), von (2) nach (9) und von (5) nach (8) zugrunde gelegt, so daß diese Züge als angeschlossene zu berechnen sind.

Die Berechnung des in Fig. 37 angedeuteten, in den vier Punkten *A*, *B*, *C* und *D* angeschlossenen Netzes beginnt mit derjenigen der beiden angeschlossenen Züge *A*, (1), (2), (3), (4), (5), *B* und *C*, (6), (7), (8), (9), (10), (11), *D*, zwischen denen die zwei Züge (2), (12), (13), (7) und (5), (14), (15), (11) eingebunden sind, also als angeschlossene berechnet werden.

Tritt in einem Zugnetz ein Knotenpunkt auf (Fig. 38), so bestimmt man zunächst die Koordinaten dieses Punkts (3) mehrfach, indem man die drei von den gegebenen Punkten *A*, *B* und *C* ausgehenden Züge *A*, (1), (2), (3); *B*, (4), (5), (6), (3) und *C*, (7), (8), (3) als freie Züge berechnet. Die aus den verschiedenen Werten für die Koordinaten des Knotenpunkts sich ergebenden Mittelwerte werden als endgültige beibehalten, womit der Knotenpunkt die Rolle eines gegebenen Punktes erhält.

3. Kapitel.

Trigonometrische Punktbestimmung.

Bei der Aufnahme eines größeren Gebietes reicht das im vorigen Kapitel kennen gelernte Verfahren der

Polygonzugmessung oder polygonometrischen Punktbestimmung nicht mehr aus; es tritt ein weiteres Verfahren hinzu, das als Triangulierung (Dreiecksmessung) oder trigonometrische Punktbestimmung bezeichnet wird.

Die trigonometrische Punktbestimmung tritt in zwei verschiedenen Formen auf; nämlich als selbständige Triangulierung oder Triangulierung ohne Anschluß und als sog. Kleintriangulierung, welche das Einschalten von neuen trigonometrischen Punkten in ein bereits bestehendes Netz alter Punkte bezweckt.

§ 7. Selbständige Triangulierung.

Die selbständige Triangulierung, wie sie z. B. bei der Aufnahme eines ganzen Landes (Landesvermessung) oder bei der Absteckung sehr langer Achsen (Tunnelachsen) auszuführen ist, beruht darauf, daß eine Kette von Dreiecken (Fig. 48), in der eine Seite — die sog. Grundlinie oder Basis — und alle Winkel gemessen sind, sich planimetrisch konstruieren oder trigonometrisch berechnen läßt. Im Unterschied zur Dreieckskette spricht man auch von Dreiecksnetz (Fig. 49) und versteht darunter eine Anzahl Punkte, die durch die verschiedenen, zwischen ihnen möglichen Geraden zu — sich teils überdeckenden — Dreiecken verbunden sind.

Für das Folgende möge vorausgesetzt sein, daß die Triangulierung ein Gebiet von nur wenigen Quadratkilometern umfaßt, so daß der Messung und Berechnung der Dreiecke als Vermessungsfläche die Ebene zugrunde gelegt werden kann.

Die Messung eines Triangulierungsnetzes zerfällt in die Anlage des Netzes bzw. Auswahl der Dreieckspunkte, Bezeichnung dieser Punkte überhaupt

und für die Zwecke der Messung, Ausführung der Winkelmessung und Messung einer Grundlinie.

Bei der Anlage des Netzes (oder der Kette), die auf Grund etwa vorhandener Karten und eingehender Erkundungen im Gelände vorzubereiten ist, hat man darauf zu achten, daß die Dreiecke eine günstige Form aufweisen; zu vermeiden sind große Unterschiede in den Dreiecksseiten; die günstigste Dreiecksform ist die des gleichschenkligen Dreiecks. Da das Dreiecksnetz im

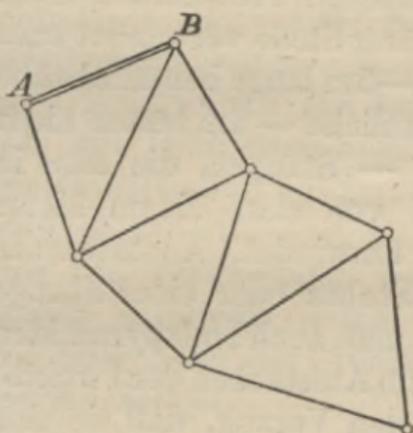


Fig. 48.

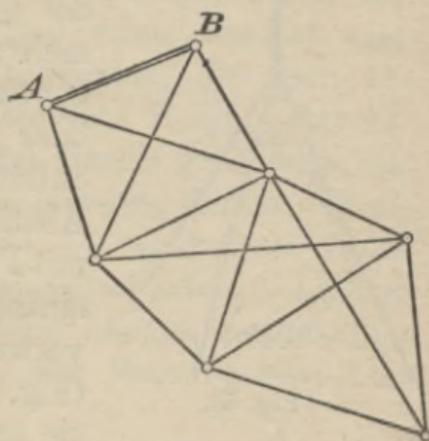


Fig. 49.

Gegensatz zur Dreieckskette gewisse Proben für Messung und Rechnung mit sich bringt, so wird man bei der Anlage soviel als möglich diejenige eines Netzes anstreben; ob und wie weit dies möglich ist, hängt hauptsächlich von der topographischen Gestaltung des zu vermessenden Gebietes ab. Bei der Netzanlage ist Rücksicht zu nehmen auf die später zu messende Grundlinie, und als solche eine passend, womöglich horizontal gelegene Dreiecksseite auszuwählen; unter Umständen kann es nötig werden, daß man, um eine zwecks ihrer Messung günstig gelegene Grundlinie zu erhalten, das eigentliche Netz um mehrere Dreiecke erweitern muß.

Die Bezeichnung der ausgewählten Dreieckspunkte wird, je nachdem sie eine dauernde oder nur vorübergehende — z. B. für die Zeit einer Bauausführung ausreichende — sein soll, mit Hilfe von besonders behauenen Steinen mit entsprechenden Zeichen, Rohrstücken oder Holzpflocken vorgenommen.

Für die Aufsteckung der Punkte zum Zwecke der Winkelmessung genügen mit Rücksicht auf die im allgemeinen großen Entfernungen die gewöhnlichen Fluchtstäbe nicht mehr; an ihrer Stelle verwendet man entweder 4—5 m lange bemalte Stäbe oder gewöhnliche — am besten nicht entrindete — Stangen, die man in Abständen von etwa einem Meter mit Papier umwindet. Anstatt eines einfachen Stabes oder einer Stange verwendet man auch Holzpyramiden (Fig. 50) zum Aufstecken der Punkte; sie haben den Vorzug, daß sie eine genaue Aufsteckung der Punkte besser und für längere Zeit gewährleisten, bei der Winkelmessung einerseits eine zentrische Aufstellung des Instruments gestatten, ohne daß sie selbst zu entfernen sind, und andererseits als Zielpunkt im Gelände bequem aufzufinden sind.

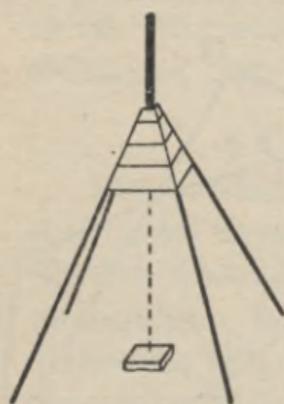


Fig. 50.

Zur Messung der Dreieckswinkel benützt man einen mittelgroßen Theodolit mit einer Ablesung an Nonien oder Skalenmikroskopen auf 10—20''; die Messung auf den einzelnen Punkten wird nach Art der satzweisen Beobachtung¹⁾ ausgeführt, und zwar derart, daß man

¹⁾ Bei Standpunkten — z. B. auf Turmbrüstungen —, die ein Herumgehen um das Instrument zur Vornahme der Kreisablesungen aus verschiedenen Gründen — z. B. infolge Platzmangels oder der mit dem Herumgehen verbundenen Erschütterung des Instruments — nicht gestatten, ist man zur repetitionsweisen Winkelmessung gezwungen.

— je nach Bedarf — 2—4 Sätze mißt. Bei der Aufstellung des Instruments über den festgelegten Dreieckspunkten und beim Anzielen der aufgesteckten Punkte wird man — ähnlich wie bei der Zugmessung — um so größere Sorgfalt verwenden, je kleiner die Dreiecksseiten sind.

Zur Messung der Grundlinien, deren Länge bei der angegebenen Voraussetzung — Ausdehnung des Triangulierungsgebiets auf nur wenige Quadratkilometer, wie es z. B. bei Voraufnahmen für Ingenieurbauten vorkommt — etwa 100—400 m sein wird, benützt man hölzerne Meßlatten¹⁾ mit Endschnitten, die man aneinanderlegt, und für jede Latte ihre Neigungskorrektur mit Hilfe eines aufgesetzten Gradbogens mittelbar oder unmittelbar bestimmt. Die Messung der Grundlinie wird mehrmals — z. B. viermal — wiederholt, wobei sich die Verwendung von zwei verschiedenen Lattenpaaren empfiehlt, deren wirkliche Längen unmittelbar vor oder nach der Ausführung der Messung bestimmt werden sollten.

Die Berechnung einer selbständigen Triangulierung

hat zu unterscheiden zwischen der Berechnung einer Dreieckskette und derjenigen eines Dreiecksnetzes. Zweckmäßigerweise legt man der Berechnung ein beliebig gewähltes Koordinatensystem zugrunde, dessen Ursprung z. B. mit einem der beiden Endpunkte der Grundlinie und dessen $+x$ -Achse mit der Grundlinie selbst zusammenfällt; der Endzweck der Berech-

¹⁾ An Stelle der gewöhnlichen Meßlatten treten bei der Messung von längeren (mehrere Kilometer langen) Grundlinien besondere „Basismeßapparate“.

nung besteht dann in der Ermittlung der Koordinaten der Dreieckspunkte.

Die Berechnung einer Dreieckskette möge an folgendem Beispiel gezeigt werden: Um die Gerade AE , deren Endpunkte gegenseitig nicht sichtbar sind, zum Zweck eines Tunnelbaus von A und E aus abstecken zu können, wurde die in Fig. 51 gezeichnete, A und E verbindende Dreieckskette A, B, C, D, E angelegt; gemessen wurden

außer der Grundlinie $AB = 212,345$ m (als Mittel aus mehrmaliger Messung) sämtliche Dreieckswinkel, nämlich:

$$1 = 61^{\circ} 47' 25''$$

$$2 = 84^{\circ} 13' 12''$$

$$3 = 33^{\circ} 59' 41''$$

$$\hline 180^{\circ} 00' 18''$$

$$4 = 43^{\circ} 10' 15''$$

$$5 = 91^{\circ} 42' 17''$$

$$6 = 45^{\circ} 07' 04''$$

$$\hline 179^{\circ} 59' 36''$$

$$7 = 53^{\circ} 40' 48''$$

$$8 = 66^{\circ} 27' 15''$$

$$9 = 59^{\circ} 52' 09''$$

$$\hline 180^{\circ} 00' 12''$$

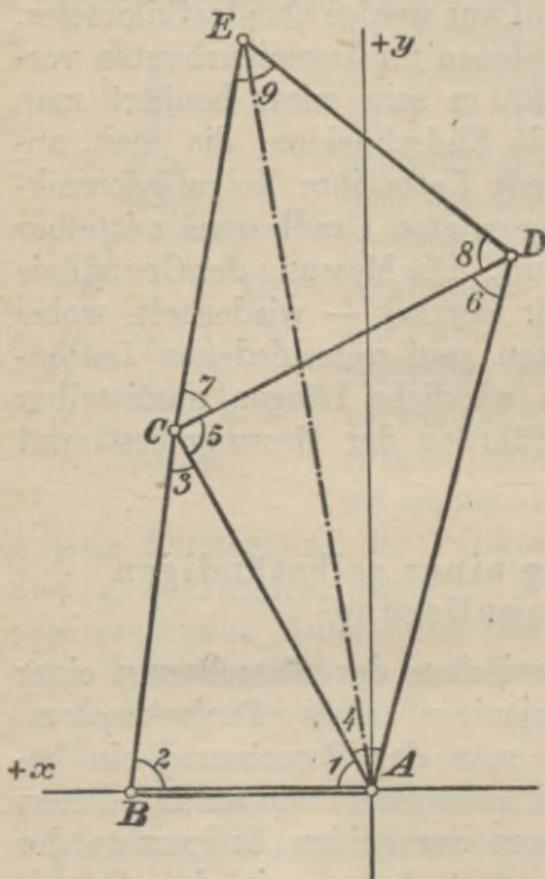


Fig. 51.

Wie die Zusammenfassungen von je drei zusammengehörigen Winkeln zeigen, treten bei den Dreiecksschlüssen Widersprüche auf, die man zuvor wegzuschaffen hat, indem man sie auf die einzelnen Dreieckswinkel gleichmäßig

verteilt; man erhält dann an Stelle der gemessenen Winkel die ausgeglichenen:

$$\begin{array}{rcl}
 1 = 61^{\circ} 47' 19'' & 4 = 43^{\circ} 10' 23'' & 7 = 53^{\circ} 40' 44'' \\
 2 = 84^{\circ} 13' 06'' & 5 = 91^{\circ} 42' 25'' & 8 = 66^{\circ} 27' 11'' \\
 3 = 33^{\circ} 59' 35'' & 6 = 45^{\circ} 07' 12'' & 9 = 59^{\circ} 52' 05'' \\
 \hline
 180^{\circ} 00' 00'' & 180^{\circ} 00' 00'' & 180^{\circ} 00' 00''
 \end{array}$$

Wählt man A als Koordinatenursprung und AB als die $+x$ -Achse und berechnet man die einzelnen Dreiecksseiten mit Hilfe des Sinussatzes der Trigonometrie aus:

$$BC = AB \frac{\sin 1}{\sin 3}, \quad AC = AB \frac{\sin 2}{\sin 3},$$

$$CD = AC \frac{\sin 4}{\sin 6}, \quad AD = AC \frac{\sin 5}{\sin 6}$$

und

$$CE = CD \frac{\sin 8}{\sin 9}, \quad DE = CD \frac{\sin 7}{\sin 9},$$

so erhält man die Koordinaten von E mit Probe durch Berechnung der Polygonzüge ADE und $ABCE$.

Mit Benützung von fünfstelligen Logarithmen findet man für die Seiten:

$$\begin{array}{lll}
 BC = 334,73 \text{ m}, & CD = 364,92 \text{ m}, & CE = 386,79 \text{ m}, \\
 AC = 377,92 \text{ m}, & AD = 533,11 \text{ m}, & DE = 339,95 \text{ m}
 \end{array}$$

und für die Koordinaten:

$$\begin{array}{ll}
 \text{von } B: x_b = +212,35 \text{ m}, & \text{von } C: x_c = +178,63 \text{ m}, \\
 y_b = +0,00 \text{ m}, & y_c = +333,03 \text{ m}, \\
 \text{von } D: x_d = -137,64 \text{ m}, & \text{von } E: x_e = +135,50 \text{ m}, \\
 y_d = +515,04 \text{ m}, & y_e = +717,42 \text{ m}.
 \end{array}$$

Die Absteckung der Geraden AE von $\left\{ \begin{array}{l} A \\ E \end{array} \right\}$ aus kann dadurch bewirkt werden, daß man in $\left\{ \begin{array}{l} A \\ E \end{array} \right\}$ an die Seite $\left\{ \begin{array}{l} AB \\ ED \end{array} \right\}$ den Winkel $\left\{ \begin{array}{l} BAE \\ DEA \end{array} \right\}$ im Uhrzeigersinn anträgt; diesen erhält man als Differenz der aus den Koordinaten berechneten Richtungswinkel $\left\{ \begin{array}{l} (AE) \text{ und } (AB) \\ (EA) \text{ und } (ED) \end{array} \right\}$. Unter Benützung der auf S. 69 abgeleiteten allgemeinen Formel zur Berechnung

des Richtungswinkels einer Strecke aus den Koordinaten ihrer Endpunkte findet man

$$(AE) = 79^\circ 18' 16'' \quad \text{und} \quad (AB) = 0^\circ 00' 00'',$$

bzw. $(EA) = 259^\circ 18' 16'' \quad \text{und} \quad (ED) = 216^\circ 32' 12''$

und hieraus

$$\angle BAE = 79^\circ 18' 16'' \quad \text{und} \quad \angle DEA = 42^\circ 46' 04''.$$

Der Berechnung eines Dreiecksnetzes hat eine Ausgleichung der gemessenen Winkel nach der Methode der kleinsten Quadrate¹⁾ voranzugehen; nach erfolgter Ausgleichung läßt sich die Berechnung eines Netzes in ähnlicher Weise wie die einer Kette vornehmen.

§ 8. Übersicht über eine Landesvermessung.

Im Anschluß an die Angaben über die Ausführung einer selbständigen Triangulation und als Vorbereitung für die in den folgenden Paragraphen zu besprechende Kleintriangulation oder Einschaltung von trigonometrischen Neupunkten in ein vorhandenes trigonometrisches Netz — z. B. das einer Landesvermessung — soll hier eine kurze Übersicht über eine Landesvermessung und die bei ihrer Ausführung auftretenden Arbeiten gegeben werden.

Die Grundlage für eine Landesvermessung bildet die Triangulation, die darin besteht, daß man das ganze Land mit einem Netz von Dreiecken überzieht, dessen Gestalt, Größe und Lage durch entsprechende Messungen und Berechnungen festzulegen sind. Das gesamte Dreiecksnetz zerfällt in ein solches I., II., III. und meistens auch noch IV. Ordnung; das Netz I. Ordnung umfaßt Dreiecke mit Seiten etwa zwischen 30 und 100 km, das II. Ordnung solche, deren Seiten etwa zwischen 10 und 30 km liegen, das III. Ordnung Dreiecke mit Seiten etwa zwischen 3 und 10 km, und das IV. Ordnung Dreiecke, deren Seiten nur wenige — etwa 1—3 — Kilometer lang sind. Während bei der Messung und Berechnung das Netz I. Ordnung als selbständige Triangulation zu betrachten ist, hat man bei der Bearbeitung der

¹⁾ Vgl. Sammlung Göschen: Weitbrecht, Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Netze höherer Ordnung die Aufgaben der Kleintriangulierung zu lösen, indem für jedes Netz das vorhergehende die Grundlage liefert.

Die Messung des Dreiecksnetzes I. Ordnung zerfällt in die Anlage des Netzes, die Festlegung und die Bezeichnung der Dreieckspunkte, die Winkelmessung, die Messung der Grundlinie und die zu seiner geographischen Lagebestimmung nötigen astronomischen Messungen.

Die Anlage des Netzes, bestehend in der Auswahl der Netzeckpunkte, wird unter Benützung etwa vorhandener Karten auf Grund von eingehenden, über das ganze Land sich erstreckenden Erkundungen vorgenommen; dabei ist besonders auf eine günstige Gestalt¹⁾ der Dreiecke zu achten, bei denen große Unterschiede zwischen den Seiten oder sehr spitze Winkel möglichst zu vermeiden sind. Schon bei der Anlage des Netzes ist eine für die Zwecke ihrer Messung günstig gelegene Grundlinie zu suchen; als solche wählt man eine in horizontalem Gelände gelegene, wenige Kilometer lange Strecke²⁾, die mit Hilfe eines besonderen Dreiecksnetzes — dem sog. Basisnetz — mit dem Hauptnetz in Zusammenhang gebracht werden muß. Als Beispiel für ein Dreiecksnetz I. Ordnung möge das in Fig. 52 gezeichnete Netz von Elsaß-Lothringen dienen; Fig. 53 zeigt das zugehörige Basisnetz.

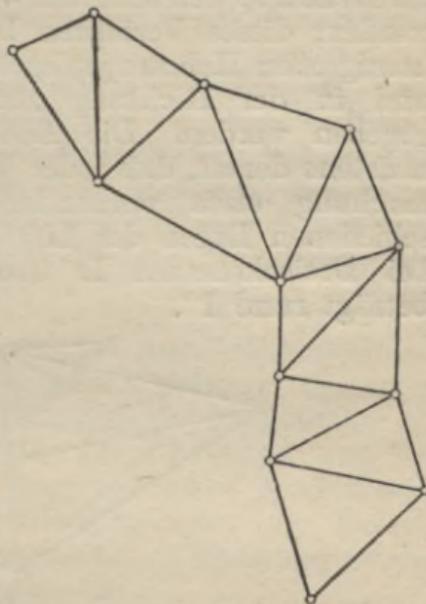


Fig. 52.

Nach der Auswahl der Dreieckspunkte werden diese, soweit dafür nicht natürlich bezeichnete Punkte, wie Kirchtürme, Aussichtstürme u. dgl., gewählt wurden, versichert, indem man sie durch Granitquader von entsprechender Größe festlegt.

1) Die beste Dreiecksgestalt ist die des gleichseitigen.
 2) Eine Dreiecksseite unmittelbar als Grundlinie zu wählen, wird mit Rücksicht auf die Länge der ersteren in den seltensten Fällen möglich sein.

Die Winkelmessung, die mit Hilfe von großen Theodoliten mit Schraubenmikroskopablesung ausgeführt wird, erfordert zur Aufstellung des Theodolits, der wegen seiner Schwere und wegen der Sicherheit in der Aufstellung nicht mehr auf einem Stativ verwendet wird, besondere Vorrichtungen, die darin bestehen, daß über den Punkten je nach Bedarf Steinpfeiler oder Holzpyramiden, letztere mit Rücksicht auf notwendige Zielungen oft in der Höhe bis zu zwanzig und mehr Meter, errichtet werden müssen. Als Zielpunkte müssen die Punkte mit Hilfe eines besonderen — als Heliotrop bezeichneten — Instruments kenntlich gemacht werden; dieses Verfahren besteht darin, daß in dem etwa handgroßen Heliotropspiegel die Sonnenstrahlen aufgefangen und in der Richtung zum Theodolitstandpunkt weitergegeben werden. Die Anordnung der Winkelmessung ist meistens derart, daß jeder Winkel für sich, zur Unschädlichmachung etwa vorhandener Kreisteilungsfehler in verschiedenen Lagen des Limbus gemessen wird; der mittlere, bei Dreiecksnetzen I. Ordnung auftretende Winkelfehler beträgt rund 1".

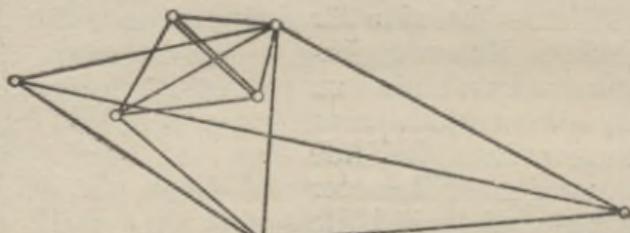


Fig. 53.

Zur Messung der Grundlinie dienen besondere Apparate¹⁾; die am meisten angewandten werden nach Bessel, Brunner und Jäderin bezeichnet. Der Besselsche Grundlinienmeßapparat besteht aus zwei — je 2 Toisen langen — als Metallthermometer ausgebildeten Metallstäben, die bei der Messung auf Böcke aufgelegt werden, wobei die Zwischenräume mit Hilfe eines sog. Meßkeils gemessen werden. Der Brunnersche Apparat besteht aus nur einer 4 m langen Eisenstange, die an ihrer oberen Fläche auf Platinplättchen eingravierte Marken trägt; der Abstand zwischen zwei auf-

¹⁾ Sammlung Göschen: C. Reinhertz, Geodäsie.

einanderfolgenden Lagen der Stange wird mit Hilfe eines für sich aufgestellten Schraubenmikroskops gemessen. Der erstmals von Jäderin angewandte Apparat besteht aus einem — gewöhnlich 24 m langen — Draht, der neuerdings aus Invar — einer Nickelstahllegierung mit sehr geringem Wärmeausdehnungskoeffizienten — hergestellt wird; der Draht ist an seinen Enden mit in Millimeter geteilten Maßstäbchen versehen, mit deren Hilfe die Längen der in Stücke von ungefähr 24 m eingeteilten Grundlinie durch unmittelbares Anlegen und Ablesen bestimmt werden. Der mittlere Fehler bei der Messung einer Grundlinie beträgt etwa 1—3 mm für 1 km.

Die zur Bestimmung der geographischen Lage des Netzes nötigen Messungen zerfallen in die unmittelbare¹⁾ astronomische Messung der geographischen Koordinaten (Breite und Länge) irgendeines Dreieckspunkts und in die unmittelbare¹⁾ astronomische Messung des als Azimut bezeichneten Winkels, den eine von jenem Punkt ausgehende Dreieckseite mit der astronomischen Nordrichtung einschließt.

Bei der Berechnung des Dreiecksnetzes I. Ordnung hat man folgende Arbeiten auszuführen: Ausgleichung der gemessenen Winkel nach der Methode der kleinsten Quadrate, Wahl eines sphärischen Koordinatensystems, Berechnung der Längen und Richtungswinkel der Dreiecksseiten und Berechnung der sphärischen und geographischen Koordinaten der einzelnen Dreieckspunkte. Die Ergebnisse der Berechnung und damit der ganzen Triangulation I. Ordnung werden in den sog. Abrissen zusammengestellt.

An die Triangulation I. Ordnung schließt sich die Bestimmung der trigonometrischen Punkte II., III. und IV. Ordnung an; das Gesamtnetz der trigonometrisch bestimmten Punkte bildet die Grundlage für die polygonometrisch zu bestimmenden Punkte. Die Stückvermessung stützt sich auf das trigonometrische und polygonometrische Punktnetz; ihre Ergebnisse werden in den Katasterkarten (Flurkarten) zusammengestellt.

¹⁾ An Stelle der unmittelbaren Messung tritt oft — z. B. bei dem Netz von Elsaß-Lothringen — die mittelbare, durch Übertragung von einem bereits festgelegten Netz.

§ 9. Kleintriangulierung.

Die Aufgabe der Kleintriangulierung besteht in der Einschaltung neuer trigonometrischer Punkte, sog. Neupunkte, in ein vorhandenes Netz alter Punkte durch Winkelmessung allein; man spricht dabei von Netzeinschaltung, bei der es sich um die mehrerer Punkte zusammen handelt, und von Punkteinschaltung, wenn jeder Punkt für sich eingeschaltet wird. Im folgenden soll nur von Punkteinschaltung die Rede sein.

Liegen die Scheitel der zu messenden Winkel in gegebenen Punkten, so wird der Neupunkt „vorwärts eingeschnitten“; liegen sie alle im Neupunkt, so wird dieser „rückwärts eingeschnitten“; entsprechend diesen beiden Fällen spricht man von Punktbestimmung durch Vorwärtseinschneiden und Punktbestimmung durch Rückwärtseinschneiden. Liegen die Scheitel der zu messenden Winkel theils in alten Punkten, theils im Neupunkt, so spricht man von einer Punktbestimmung durch Gegenschnitt oder durch vereinigt — Vorwärts- und Rückwärts- — Einschneiden.

Zur Festlegung des Neupunkts P (Fig. 54) durch Vorwärtseinschnitt genügen die zwei in den gegebenen Punkten A und B zu messenden Winkel α und β , durch welche die beiden Strahlen AP und BP bestimmt sind. Zur Festlegung des Neupunkts P (Fig. 55) durch Rückwärtseinschnitt genügen die beiden, in P zu messenden Winkel α und β , durch welche die in P sich schneidenden

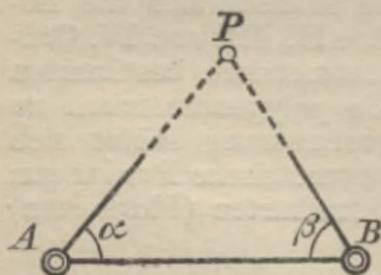


Fig. 54.

Umkreise der beiden Dreiecke PAC und PBC bestimmt sind. Zur Festlegung des Neupunkts P (Fig. 56)

durch Gegenschnitt genügen die beiden Winkel α und β , durch welche der Umkreis des Dreiecks PAB und der ihn in P schneidende Strahl AP bestimmt sind. Die in

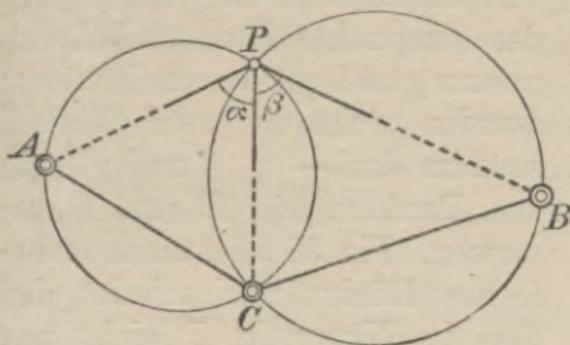


Fig. 55.

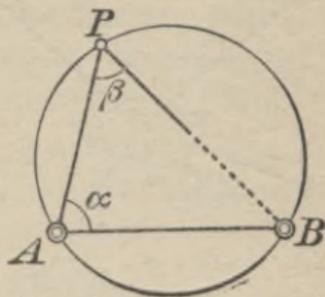


Fig. 56.

den Fig. 54, 55 und 56 angegebenen Arten der Punktbestimmung, bei denen nur die zur Festlegung des Neupunkts unbedingt nötige Anzahl von Winkeln gemessen wird, bezeichnet man als einfaches Einschneiden und unterscheidet demnach: einfaches Vorwärtseinschneiden, einfaches Rückwärtseinschneiden und einfaches vereinigtes Einschneiden.

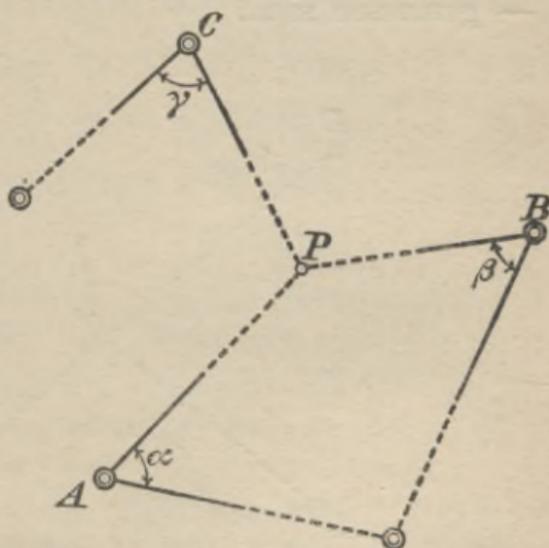


Fig. 57.

Im Gegensatz zum einfachen Einschneiden spricht man auch vom mehrfachen Einschneiden und bezeichnet damit diejenigen Arten von Punktbestimmung (Fig. 57,

58 und 59), bei denen mehr als die zur Festlegung des Neupunkts unbedingt erforderliche Anzahl von Winkeln gemessen wird. Fig. 57 zeigt einen mehrfachen Vorwärtseinschnitt; zur Festlegung des Neupunkts P durch Winkel-

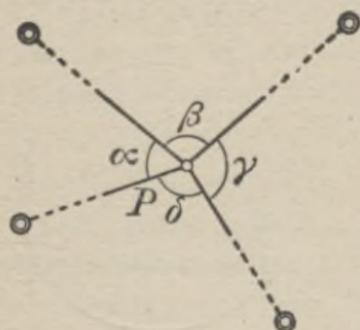


Fig. 58.

wurden nicht nur zwei Winkel, sondern drei — α , β und γ — in den Punkten A , B und C gemessen. Fig. 58 zeigt einen mehrfachen Rückwärtseinschnitt, bei dem im Neupunkt P nicht nur zwei, sondern mehr Winkel ge-

gemessen sind. Der Neupunkt P in Fig. 59 ist durch mehrfachen Gegenschchnitt bestimmt, indem nicht nur zwei, sondern drei Winkel — zwei davon im Neupunkt — gemessen sind.

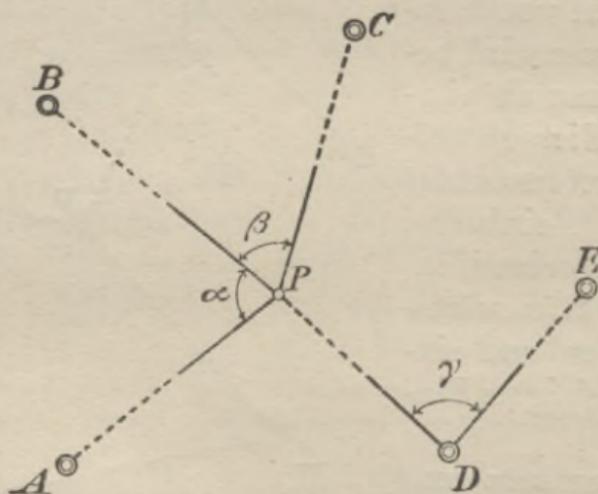


Fig. 59.

Während beim einfachen Einschneiden der Neupunkt durch den Schnitt zweier Geraden, zweier Kreise oder

einer Geraden und eines Kreises, also eindeutig bestimmt ist, wird beim mehrfachen Einschneiden, wo man den Neupunkt als Schnitt von mehr als zwei Geraden oder Kreisen erhält, die infolge von nicht zu vermeidenden Messungsfehlern im allgemeinen nicht durch einen Punkt gehen, der Neupunkt mehrdeutig bestimmt; man hat deshalb beim mehrfachen Einschneiden den Neupunkt durch ein graphisches oder rechnerisches Ausgleichungsverfahren¹⁾ zu ermitteln.

§ 10. Einfacher Vorwärtseinschnitt.

Die Behandlung der Aufgabe des Vorwärtseinschneidens möge an folgendem Beispiel gezeigt werden:

Gegeben sind die Punkte A , B , C und D (Fig. 60) durch ihre rechtwinkligen Koordinaten in bezug auf ein vorhandenes Koordinatensystem, nämlich:

$$x_a = +170,32 \text{ m}, \quad x_b = +503,28 \text{ m},$$

$$y_a = +375,42 \text{ m}, \quad y_b = +572,88 \text{ m},$$

$$x_c = +98,73 \text{ m}, \quad x_d = +190,54 \text{ m},$$

$$y_c = +103,45 \text{ m}, \quad y_d = +720,24 \text{ m}.$$

Gemessen sind zur Bestimmung des Neupunkts P durch sechsfache Repetition im Punkt A ²⁾ der Winkel zwischen C links und P rechts $\varphi_a = 87^\circ 45' 25''$ und in B der Winkel zwischen D links und P rechts $\varphi_b = 113^\circ 32' 45''$.

Man berechnet zuerst die Richtungswinkel (AC), (BD) und (AB) bzw. (BA); auf Grund der auf S. 69 angegebenen Formeln hat man:

¹⁾ Vgl. Sammlung Götschen: Weitbrecht, Ausgleichsrechnung.

²⁾ Die Punkte A und B sind gegenseitig nicht sichtbar.

$$\operatorname{tg}(AC) = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a}, \quad \operatorname{tg}(BD) = \frac{y_d - y_b}{x_d - x_b},$$

$$\operatorname{tg}(AB) = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \quad \text{und} \quad (BA) = (AB) \pm 180^\circ.$$

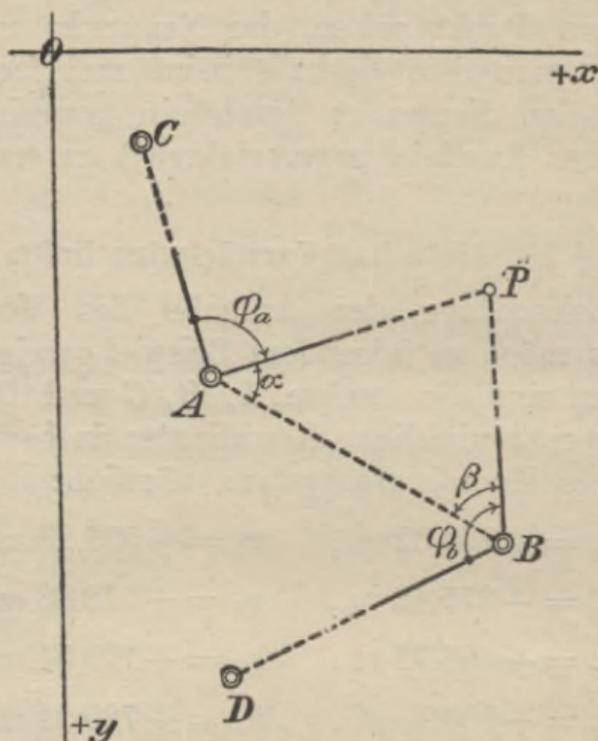


Fig. 60.

Mit Benützung der gegebenen Zahlenwerte findet man

$$(AC) = 255^\circ 15' 09'' \quad (BD) = 154^\circ 46' 15'',$$

$$(AB) = 30^\circ 40' 12'' \quad (BA) = 210^\circ 40' 12''.$$

Mit Hilfe dieser Richtungswinkel und der gemessenen Winkel erhält man allgemein für die Richtungswinkel (AP) und (BP) :

$$(AP) = (AC) + \varphi_a \quad \text{und} \quad (BP) = (BD) + \varphi_b$$

oder

$$(AP) = 343^\circ 00' 34'' \quad \text{und} \quad (BP) = 268^\circ 19' 00'' .$$

Damit lassen sich die Winkel α und β bestimmen, nämlich:

$$\alpha = (AB) - (AP) \quad \text{und} \quad \beta = (BP) - (BA)$$

oder

$$\alpha = 47^\circ 39' 38'' \quad \text{und} \quad \beta = 57^\circ 38' 48'' .$$

Mit Hilfe des Sinussatzes erhält man:

$$\overline{AP} = \overline{AB} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \text{und} \quad \overline{BP} = \overline{AB} \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} .$$

Die Entfernung \overline{AB} der Punkte A und B läßt sich entweder mit Hilfe des pythagoreischen Satzes aus ihren Koordinatendifferenzen oder bequemer mit Hilfe des schon berechneten Richtungswinkels (AB) bestimmen aus

$$\overline{AB} = \frac{y_b - y_a}{\sin(AB)} \quad \text{oder} \quad \frac{x_b - x_a}{\cos(AB)} \quad 1);$$

man findet $\overline{AB} = 387,09$ m und damit $\overline{AP} = 339,02$ m und $\overline{BP} = 296,65$ m. Mit Benützung der Formeln auf S. 62 findet man die Koordinaten (x, y) von P aus denen von A , dem Richtungswinkel (AP) und der Strecke \overline{AP} , nämlich:

$$x = x_a + \overline{AP} \cos(AP) \quad \text{und} \quad y = y_a + \overline{AP} \sin(AP)$$

und zur Kontrolle für die Rechnung aus den Koordinaten von B , dem Richtungswinkel (BP) und der Strecke (BP) , nämlich:

$$x = x_b + \overline{BP} \cos(BP) \quad \text{und} \quad y = y_b + \overline{BP} \sin(BP) .$$

1) Diese Formeln für die Berechnung der Länge einer Strecke aus den Koordinaten ihrer Endpunkte und ihrem Richtungswinkel sind allgemein gültig.

Nach Einsetzung der gegebenen Zahlenwerte findet man im vorliegenden Beispiel

$$x = +494,56 \text{ m} \quad \text{und} \quad y = +276,35 \text{ m}.$$

Die Berechnung wird je nach der Größe des Dreiecks PAB mit Hilfe von fünf-, sechs- oder siebenstelligen Logarithmen vorgenommen.

§ 11. Einfacher Rückwärtseinschnitt.

Die Behandlung der Aufgabe des Rückwärtseinschneidens¹⁾ soll an folgendem Beispiel gezeigt werden:

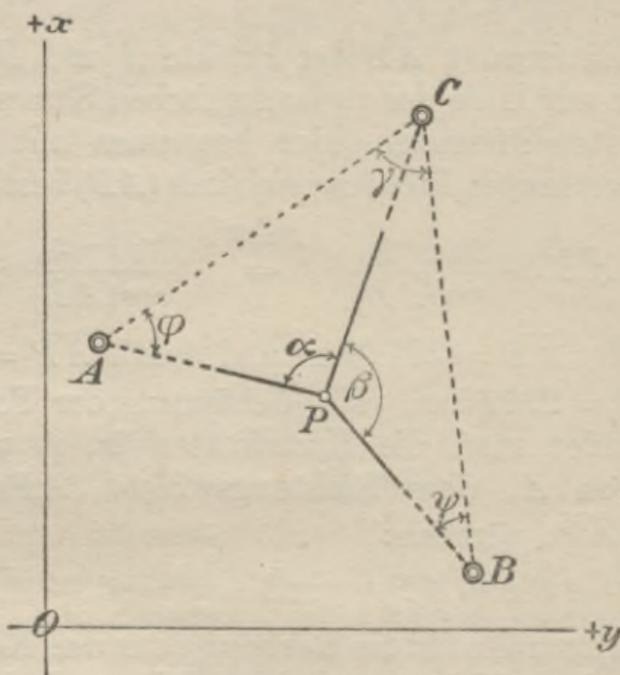


Fig. 61.

Der Neupunkt P (Fig. 61) wurde durch Messung der beiden Winkel α und β in P über die Punkte A ,

¹⁾ Die Aufgabe ist bekannt als Pothenotsche oder auch als Snelliussche Aufgabe.

B und C rückwärts eingeschnitten; gegeben sind die rechtwinkligen Koordinaten dieser Punkte, nämlich:

$$x_a = +521,43 \text{ m}, \quad x_b = +98,74 \text{ m}, \quad x_c = +910,12 \text{ m},$$

$$y_a = +115,68 \text{ m}, \quad y_b = +750,48 \text{ m}, \quad y_c = +660,55 \text{ m};$$

gemessen sind ferner in drei Sätzen

$$\alpha = 95^\circ 16' 36'', \quad \beta = 121^\circ 40' 12''.$$

Man beginnt mit der Berechnung der Richtungswinkel (CA) und (CB) und der Strecken \overline{CA} und \overline{CB} , die man erhält aus:

$$\operatorname{tg}(CA) = \frac{y_a - y_c}{x_a - x_c}, \quad \operatorname{tg}(CB) = \frac{y_b - y_c}{x_b - x_c}$$

und

$$\overline{CA} = \frac{y_a - y_c}{\sin(CA)} \quad \text{oder} \quad \frac{x_a - x_c}{\cos(CA)},$$

$$\overline{CB} = \frac{y_b - y_c}{\sin(CB)} \quad \text{oder} \quad \frac{x_b - x_c}{\cos(CB)}.$$

Aus den Richtungswinkeln (CA) und (CB) findet man:

$$\gamma = (CA) - (CB)$$

und

$$(AC) = (CA) \pm 180^\circ \quad \text{bzw.} \quad (BC) = (CB) \pm 180^\circ.$$

Bezeichnet man die Winkel in A und B mit φ und ψ , so hat man

$$(1) \quad \varphi + \psi = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$$

und

$$(2) \quad \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{\frac{\overline{AC}}{\sin \alpha}}{\frac{\overline{BC}}{\sin \beta}} = \operatorname{tg} \lambda$$

(wo λ ein Winkel zwischen 0 und 90°).

Durch Anwendung der korrespondierenden Addition und Subtraktion erhält man aus $\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \operatorname{tg} \lambda$ nach entsprechenden Umformungen

$$(3) \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{ctg}(45^\circ + \lambda)$$

und damit $\varphi - \psi$.

Mit Hilfe von φ und ψ findet man die Richtungswinkel (AP) und (BP) und die Strecken \overline{AP} und \overline{BP} aus

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} (AP) = (AC) + \varphi, \quad (BP) = (BC) - \psi \\ \text{und} \\ \overline{AP} = \overline{AC} \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\sin \alpha}, \quad \overline{BP} = \overline{BC} \frac{\sin(\beta + \psi)}{\sin \beta} \end{array} \right.$$

und mit diesen die Koordinaten x und y von P doppelt, nämlich:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = x_a + \overline{AP} \cos(AP) \\ y = y_a + \overline{AP} \sin(AP) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{oder} \\ \text{oder} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = x_b + \overline{BP} \cos(BP), \\ y = y_b + \overline{BP} \sin(BP). \end{array} \right.$$

Der Gang der Rechnung, die je nach der Größe der Dreiecke mit fünf-, sechs- oder siebenstelligen Logarithmen auszuführen ist, ist der folgende:

Nachdem die Richtungswinkel und die Längen der Seiten CA und CB berechnet sind, bestimmt man den Hilfswinkel λ mit Hilfe der Gleichung (2); mit λ und $\varphi + \psi$ aus Gleichung (1) erhält man $\frac{\varphi - \psi}{2}$ aus Gleichung (3) und damit aus $\varphi + \psi$ und $\varphi - \psi$ die Winkel φ und ψ selbst. Hiermit berechnet man die Richtungswinkel und Längen der Seiten AP und BP nach den

Gleichungen (4), und findet dann zur Probe doppelt die Koordinaten x und y von P mit Benützung der Gleichungen (5).

In dem oben angegebenen Zahlenbeispiel findet man:

$$(CA) = 234^{\circ} 29' 53'', \quad (CB) = 173^{\circ} 40' 32'',$$

$$\log \overline{CA} = 2.82562, \quad \log \overline{CB} = 2.91188,$$

$$\gamma = 60^{\circ} 49' 21'',$$

$$(AC) = 54^{\circ} 29' 53'', \quad (BC) = 353^{\circ} 40' 32'',$$

$$\lambda = 35^{\circ} 01' 14'',$$

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 41^{\circ} 06'' 55'', \quad \frac{\varphi - \psi}{2} = 8^{\circ} 43' 53'',$$

$$\varphi = 49^{\circ} 50' 48'', \quad \psi = 32^{\circ} 23' 02'',$$

$$(AP) = 104^{\circ} 20' 41'', \quad (BP) = 321^{\circ} 17' 30'',$$

$$\log \overline{AP} = 2.58472, \quad \log \overline{BP} = 2.62291,$$

$$x = +426,22 \text{ m}, \quad y = +488,04 \text{ m}.$$

§ 12. Über die Zentrierung der Standpunkte und Zielpunkte.

Im vorhergehenden wurde stillschweigend angenommen, daß es stets möglich sei, den Theodolit unmittelbar in oder über dem Punkt aufzustellen, in dem die Winkelmessung ausgeführt werden soll; dies ist jedoch nicht immer der Fall, man ist vielmehr oft aus verschiedenen Gründen¹⁾ gezwungen, den Theodolit „exzentrisch“ aufzustellen. Auch bei der Bezeichnung der Zielpunkte für die Zwecke der Winkelmessung tritt oft der Fall ein, daß ein Punkt nicht unmittelbar aufgesteckt werden kann; man ist aus irgend einem Grund¹⁾ gezwungen, den Punkt „exzentrisch“ aufzustecken. Entsprechend diesen beiden Fällen spricht man von einer Exzentrizität des Standpunkts und einer solchen des Zielpunkts. Tritt einer dieser Fälle ein, so hat man die exzentrischen Punkte gegen die eigentlichen Punkte

¹⁾ Z. B. um gewisse Zielungen überhaupt möglich zu machen.

durch die Messung der nötigen Größen — der sog. Zentrierungselemente — festzulegen.

1. Exzentrizität des Standpunkts.

Im Punkt S (Fig. 62) soll der Winkel α zwischen den beiden Zielpunkten A und B gemessen werden; das Instrument kann nicht in S selbst, sondern muß in einem Punkt S' aufgestellt werden, so daß an Stelle des Winkels $ASB = \alpha$ der Winkel $AS'B = \alpha'$ gemessen wird. Um die Punkte S und S' gegenseitig festzulegen, mißt man die Strecke $S'S = e$ und in S' einen der beiden Winkel β_1 und β_2 , welche die Gerade $S'S$ mit den Zielungen nach A und B einschließt.

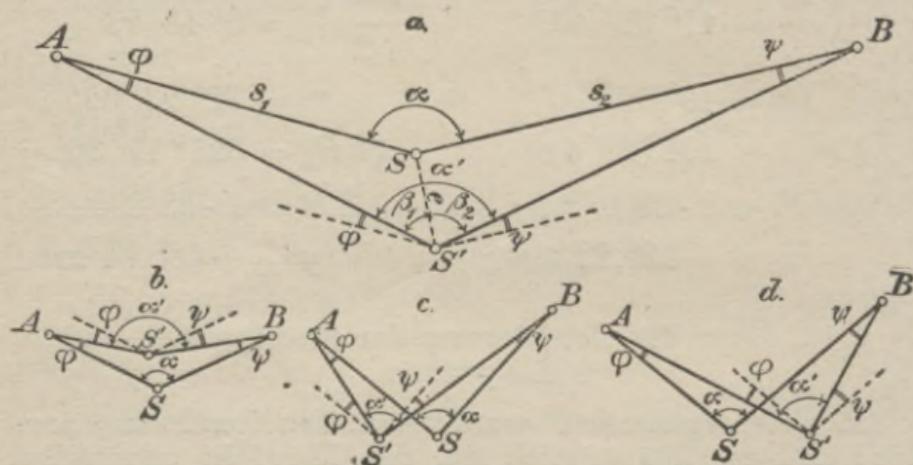


Fig. 62.

Aufgaben der trigonometrischen Punktbestimmung, für welche Winkelmessungen auf exzentrisch liegenden Standpunkten vorhanden sind, können auf zweierlei Arten behandelt werden; entweder rechnet man die exzentrisch gemessenen Winkel um, oder man berechnet mit Hilfe der Zentrierungselemente die Koordinaten von $\left\{ \begin{matrix} S' \\ S \end{matrix} \right\}$ aus denen von $\left\{ \begin{matrix} S \\ S' \end{matrix} \right\}$, $\left\{ \begin{matrix} \text{wenn} \\ \text{nachdem} \end{matrix} \right\}$ diese $\left\{ \begin{matrix} \text{gegeben sind} \\ \text{berechnet wurden} \end{matrix} \right\}$, wenn also S ein $\left\{ \begin{matrix} \text{gegebenen Punkt} \\ \text{Neupunkt} \end{matrix} \right\}$ ist.

a) Umrechnung der exzentrisch gemessenen Winkel.

In den Fig. 62 sind die vier möglichen Fälle in der Lage des Punkts S' zu dem Punkt S angegeben; für den umgerechneten Winkel α findet man mit Benutzung der eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$\alpha = \alpha' + \varphi + \psi \quad (\text{Fig. 62 a}),$$

$$\alpha = \alpha' - \varphi - \psi \quad (\text{Fig. 62 b}),$$

$$\alpha = \alpha' + \varphi - \psi \quad (\text{Fig. 62 c}),$$

$$\alpha = \alpha' - \varphi + \psi \quad (\text{Fig. 62 d}).$$

Für die Winkel φ und ψ erhält man durch Anwendung des Sinussatzes auf die Dreiecke ASS' und BSS'

$$\sin \varphi = \frac{e}{s_1} \sin \beta_1 \quad \text{und} \quad \sin \psi = \frac{e}{s_2} \sin \beta_2,$$

wo φ und ψ kleine Winkel sind, da S' stets so nah als möglich bei S gewählt wird, e also im Verhältnis zu s_1 und s_2 sehr klein ist; man darf deshalb schreiben:

$$\varphi = \frac{e}{s_1} \rho \sin \beta_1 \quad \text{und} \quad \psi = \frac{e}{s_2} \rho \sin \beta_2.$$

Die Größen e und β_1 bzw. β_2 in diesen Gleichungen werden bei der Ausführung der Winkelmessung unmittelbar gemessen; die Entfernungen $AS = s_1$ und $BS = s_2$ der Zielpunkte müssen entweder durch Abstecken einer Karte entnommen werden, oder müssen aus den Koordinaten der Punkte A bzw. B und S berechnet werden, wobei, wenn einer der Punkte ein Neupunkt ist, dessen Lage in der Karte oder dessen Koordinaten zuvor genähert zu ermitteln sind.

Die Genauigkeit der Winkel φ und ψ und damit diejenige von α ist abhängig von der Genauigkeit, mit welcher die Größen e , s und β ermittelt wurden. e und β sind um so schärfer zu messen, je kleiner s ist; β und s sind um so schärfer zu bestimmen, je größer e ist.

b) Umrechnung der Koordinaten.

Ist der Punkt S ein alter, durch seine Koordinaten gegebener Punkt, so lassen sich aus diesen mit Hilfe der Zentrierungselemente die Koordinaten des exzentrischen Standpunkts S' ableiten, und mit diesen die weiteren Berechnungen

durchführen. Ist S ein z. B. durch Rückwärtseinschnitt zu bestimmender Neupunkt, so berechnet man zunächst die Koordinaten von S' und leitet dann aus diesen mit Hilfe der Zentrierungselemente diejenigen des Punkts S ab. Für den letzteren Fall, bei dem S Neupunkt ist, ist die Berücksichtigung eines exzentrischen Standpunkts durch Umrechnung der Koordinaten am meisten zu empfehlen.

2. Exzentrizität des Zielpunktes.

Ein Punkt P soll zum Zweck der Winkelmessung als Zielpunkt aufgesteckt werden; aus irgendeinem Grund kann man P nicht selbst, sondern einen Punkt P' aufstecken. Um den Punkt P' gegen P festzulegen, mißt man (Figur 63) die Zentrierungselemente $PP' = e$ und den Winkel α , den die Gerade PP' mit einer z. B. nach dem Punkt

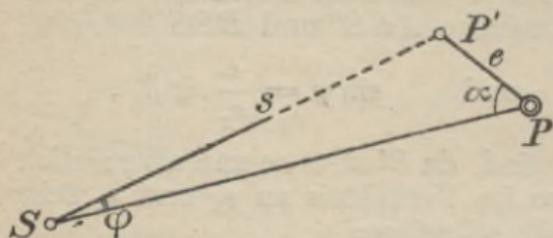


Fig. 63.

auszuführenden Zielung einschließt. Um die exzentrische Aufsteckung des Zielpunkts P zu berücksichtigen, kann man wieder zwei Wege einschlagen; entweder rechnet man die nach P' gemessenen Winkel auf P um, oder man bestimmt die Koordinaten von $\begin{Bmatrix} P' \\ P \end{Bmatrix}$ aus denen von $\begin{Bmatrix} P \\ P' \end{Bmatrix}$, wenn P ein $\begin{Bmatrix} \text{alter Punkt} \\ \text{Neupunkt} \end{Bmatrix}$ ist, die Koordinaten von $\begin{Bmatrix} P \\ P' \end{Bmatrix}$ also $\begin{Bmatrix} \text{ge-} \\ \text{geben sind} \end{Bmatrix}$ rechnet werden können.

a) Umrechnung der Winkel.

Die auf dem Standpunkt S (Fig. 63) gemessenen Winkel sind zu $\begin{Bmatrix} \text{vergrößern} \\ \text{verkleinern} \end{Bmatrix}$ um den Winkel φ , je nachdem bei der Winkelmessung P' der $\begin{Bmatrix} \text{linke} \\ \text{rechte} \end{Bmatrix}$ Zielpunkt ist. Den Winkel φ findet man durch Anwendung des Sinussatzes auf das Dreieck $SP'P$, nämlich:

$$\sin \varphi = \frac{e}{s} \sin \alpha .$$

Diese Gleichung geht, da e im Verhältnis zu s im allgemeinen klein gewählt werden kann, über in

$$\varphi = \frac{e}{s} \rho \sin \alpha .$$

Da diese Gleichung genau so gebaut ist, wie die bei der Exzentrizität des Standpunkts betrachtete, so gilt für die Abhängigkeit der Genauigkeit des Winkels φ von den Größen e , s und α dieselbe Bemerkung wie dort.

b) Umrechnung der Koordinaten.

Ist P ein Neupunkt, so bestimmt man zunächst z. B. durch Vorwärtseinschnitt die Koordinaten von P' , und leitet aus diesen mit Hilfe der Zentrierungselemente diejenigen von P ab. Ist P ein alter, durch seine Koordinaten gegebener Punkt, so kann man aus diesen mittels e und α die Koordinaten von P' berechnen und rechnet mit diesem Punkt weiter.

4. Kapitel.

Absteckungsarbeiten.

Die bei Eisenbahn-, Straßen- und Wasserbauten für die Zwecke des Entwurfs vor der Bauausführung vorzunehmenden Arbeiten teilt man gewöhnlich ein in Voruntersuchungen, allgemeine Vorarbeiten und ausführliche Vorarbeiten; ein Teil der letzteren besteht in der Übertragung des in den Zeichnungen festgelegten Entwurfes ins Feld oder in der Absteckung einer aus Geraden und Kreisbögen sich zusammensetzenden Linie, der Achse des Bauwerks.

§ 13. Die Übertragung von Entwürfen ins Feld.

Die Übertragung der Entwürfe ins Feld ist abhängig von der Art und der Beschaffenheit der bei den ausführlichen Vorarbeiten für die endgültige Festlegung

des Entwurfes zur Verfügung stehenden Horizontalaufnahme; diese kann entweder schon fertig vorhanden sein, z. B. in Form von gedruckten Katasterkarten oder Flurkarten, oder sie muß für die Zwecke der ausführlichen Vorarbeiten erst ausgeführt werden.

Liegt eine ältere Aufnahme bereits vor, von der in den meisten Fällen nur die Ergebnisse in Form eines Planes oder einer Karte, nicht aber die Aufnahme selbst — also z. B. keine Messungszahlen — vorhanden sein werden, so ist die Übertragung oder Absteckung davon abhängig, ob jene genügend viele, unzweideutig in der Zeichnung und im Felde gegebene Punkte — wie z. B. Grenzsteine — enthalten, auf welche die abzusteckende Linie einwandfrei festgelegt werden kann. Ist das letztere der Fall, so besteht die Absteckung der Linie darin, daß man einzelne ihrer Punkte, ihre sog. Hauptpunkte, welche gerade Strecken oder Kreisbögen mit gleichem Halbmesser begrenzen — also Bogenanfänge, Bogenwechsel und Bogenenden —, in der Zeichnung durch Abstecken ihrer Entfernungen¹⁾ von den nächstgelegenen Grenzsteinen u. dgl. auf diese festlegt und mit Hilfe der abgestochenen Maße ins Feld überträgt.

Sind — z. B. infolge weiter Parzellierung — nicht genügend viel Anhaltspunkte vorhanden, die die Absteckung sämtlicher Hauptpunkte ermöglichen, so überträgt man zunächst diejenigen Hauptpunkte, die sich mit genügender Sicherheit in der angegebenen Weise abstecken lassen; die zwischen diesen liegenden Punkte erhält man dann im Felde dadurch, daß man die sie verbindenden Polygonzüge — an Stelle der Kreisbögen der abzusteckenden Linie treten dabei deren Tangenten

¹⁾ Unter Berücksichtigung des Papiereingangs.

— durch unmittelbares Abstecken bzw. Abmessen ihrer Winkel und Seiten überträgt.

Mußte man für die Zwecke des Entwurfes eine neue Horizontalaufnahme erst ausführen, so gestaltet sich die Übertragung des Entwurfes ins Feld im allgemeinen sehr einfach, da sich die Absteckung auf Grund der bei den Voraufnahmen benutzten und im Feld versicherten Aufnahmslinien vornehmen läßt.

§ 14. Die Absteckung von Geraden mit Hilfe des Theodolits.

Bei der Absteckung sehr langer Geraden oder bei der Absteckung kurzer, jedoch mit großer Genauigkeit abzusteckender Geraden genügen die in Band I angegebenen Verfahren und Instrumente nicht mehr; man benützt dann den Theodolit.

Bei der Absteckung von Punkten einer durch zwei Punkte A und B gegebenen Geraden mit Hilfe des Theodolits sollen im folgenden drei Fälle unterschieden werden:

1. Der Theodolit kann in einem der beiden gegebenen Punkte, z. B. in A (Fig. 64), aufgestellt werden, und es sollen zwischen A und B liegende Punkte der Geraden abgesteckt werden.

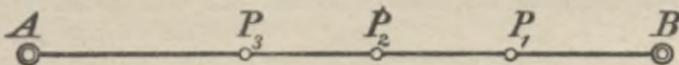


Fig. 64.

Nehmen wir an, daß der Theodolit von Achsenfehlern frei ist, so wird die Absteckung derart vorgenommen, daß man, nachdem das Instrument mittels eines angehängten Senkels über A aufgestellt, und seine Umdrehungsachse mit Hilfe der Libelle und der Fuß-

schrauben vertikal gestellt wurde, den Punkt B scharf anzielt und dann — bei festgehaltenem Limbus und festgehaltener Alhidade — die Punkte $P_1, P_2, P_3 \dots$ der Reihe nach einweist.

Ist über die Größe der Achsenfehler des zu verwendenden Instruments nichts bekannt, so genügt es trotzdem, die Absteckung in der angegebenen Weise vorzunehmen, solange die Zielungen nach $B, P_1, P_2 \dots$ alle unter demselben Winkel gegen die Horizontale geneigt sind, so daß das Fernrohr zwischen den einzelnen Zielungen gar nicht oder doch nur wenig gekippt werden muß.

Weiß man von der Größe der Achsenfehler nichts, und haben die Zielungen nach $B, P_1, P_2 \dots$ sehr verschiedene Höhen- oder Tiefenwinkel — liegt z. B. B auf einer Anhöhe, und liegen die anderen Punkte in einem Tale —, so genügt die Absteckung in einer Fernrohrlage nicht; man ist dann gezwungen, nach der Einweisung eines Punkts P in der angegebenen Art, das Fernrohr durchzuschlagen und die Einweisung in der zweiten Fernrohrlage zu wiederholen; erhält man dabei je einen zweiten Punkt, so stellt der Mittelpunkt der durch die beiden Punkte bestimmten Strecke den gesuchten Punkt vor.

2. Der Theodolit kann in einem der beiden Punkte, z. B. A (Fig. 65), aufgestellt werden, und es soll die Gerade über A hinaus verlängert werden.

Nachdem der Theodolit über A aufgestellt und seine Umdrehungsachse vertikal gestellt ist, zielt man den Punkt B an, schlägt das Fernrohr — bei festem Limbus und fester Alhidade — durch und weist den Punkt P' ein; hierauf zielt man durch Drehen des Limbus — oder auch nur der Alhidade — den Punkt B wieder an,

schlägt das Fernrohr nochmals durch und weist den Punkt P'' ein; der Mittelpunkt P der Strecke $P'P''$ ist dann ein Punkt der Geraden BA .

Bei dieser Aufgabe empfiehlt es sich, die Absteckung stets in zwei Fernrohrlagen vorzunehmen.

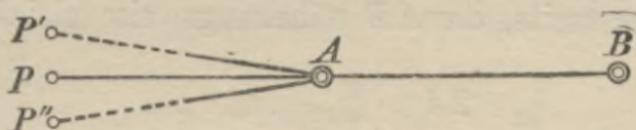


Fig. 65.

3. Der Theodolit kann oder soll aus irgendeinem Grunde¹⁾ in keinem der beiden Punkte A und B (Fig. 66) aufgestellt werden; man soll Punkte der Geraden AB zwischen den gegebenen bestimmen.

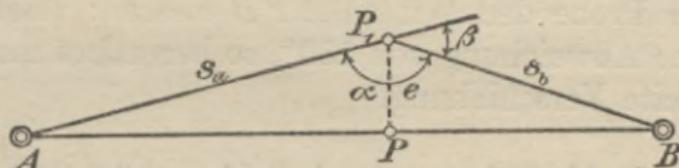


Fig. 66.

Diese Aufgabe wird durch Versuche gelöst, indem man mit Hilfe eines der einfachen Instrumente zum Aufsuchen von Punkten einer Geraden (Kreuzscheibe, Spiegelkreuz, Prismenkreuz) einen Punkt P_1 bestimmt. In diesem Näherungspunkt P_1 mißt man mit dem Theodolit den Winkel $AP_1B = \alpha$; bestimmt man durch Messen mit Meßlatten oder Meßband, durch Abschreiten oder nach Eintrag der Punkte A , B und P_1 in einen Plan durch Abgreifen aus diesem, die Entfernungen $AP_1 = s_a$ und $BP_1 = s_b$, so kann man die Höhe

¹⁾ Z. B. kann die Entfernung zwischen beiden Punkten so groß sein, daß das Einweisen von Zwischenpunkten nicht bequem auszuführen ist.

$P_1P = e$ des Dreiecks AP_1B , um die man den Punkt P_1 noch verschieben muß, folgendermaßen berechnen:

Für den doppelten Inhalt J des Dreiecks hat man einerseits:

$$2J = s_a s_b \sin \alpha$$

und andererseits, da AB näherungsweise gleich $s_a + s_b$ ist:

$$2J = (s_a + s_b) e;$$

aus diesen beiden Gleichungen erhält man:

$$e \approx \frac{s_a s_b}{s_a + s_b} \sin \alpha \approx \frac{s_a s_b}{s_a + s_b} \frac{\beta}{\varrho}$$

(wenn $\beta = 180^\circ - \alpha$).

Nach Absteckung des Punktes P von P_1 aus wird man zur Probe den Winkel APB messen; zeigt dieser noch eine Abweichung von 180° , so berechnet man noch eine zweite Verschiebung.

§ 15. Die Absteckung von beliebig großen Winkeln.

Gegeben sind zwei Punkte S und A (Fig. 67); man soll eine Gerade SB abstecken, die mit SA den gegebenen Winkel α einschließt.

Die Lösung dieser Aufgabe besteht darin, daß man zunächst einen Punkt, z. B. B , der gesuchten Geraden durch Versuche absteckt und sodann zwischen S und B weitere Punkte einweist. Den Punkt B findet man folgendermaßen: Nachdem der Theodolit über S aufgestellt und seine Umdrehungsachse vertikal gestellt ist, zielt man den Punkt A an, macht an einem der beiden Nonien die Ablesung a , dreht die Alhidade um den Winkel α , so daß man an demselben Nonius die Ablesung $a + \alpha$ macht, und weist nun einen Punkt B_1 ein;

der Winkel ASB_1 ist dann genähert gleich α . Um den richtigen Punkt B zu erhalten, bestimmt man die Strecke $B_1B = v$, um die man B_1 noch verschieben muß, indem man den Winkel $ASB_1 = \alpha_1$ scharf — z. B. mit vier- oder sechsfacher Repetition —, also mit Ablesung an zwei Nonien und in zwei Fernrohrlagen mißt. Mit Hilfe der Differenz $\alpha_1 - \alpha$ und der durch unmittelbares Messen oder durch Abschreiten bestimmten Entfernung $SB_1 = e$ findet man v aus

$$v = e \frac{\alpha_1 - \alpha}{\rho}$$

Nach der vorgenommenen Verschiebung von B_1 wird man den Winkel ASB zur Probe messen, und wenn sich zwischen ihm und dem gegebenen Winkel α noch eine merkliche — z. B. von einer ungenauen Ermittlung der Entfernung e herrührende — Differenz zeigt, eine nochmalige Verschiebung berechnen und vornehmen.

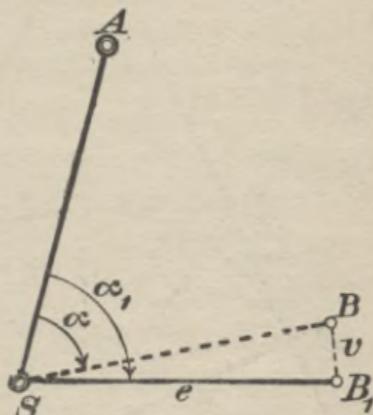


Fig. 67.

§ 16. Abstecken von Kreisbögen.

Das Abstecken von Kreisbögen zerfällt in das Abstecken der sog. Hauptpunkte und der sog. Zwischenpunkte. Als Bogenhauptpunkte bezeichnet man die Bogenanfangspunkte A_1 und A_2 (Fig. 68), den Bogenmittelpunkt M und die Schnittpunkte B_1 und B_2 der Tangente in diesem Punkt mit den Haupttangente in A_1 und A_2 . Als Bogenzwischenpunkte bezeichnet man die zwischen den Hauptpunkten nach den jeweiligen Bedürfnissen abzusteckenden Bogenpunkte.

1. Die Berechnung und Absteckung der Bogenhauptpunkte

möge an den beiden folgenden Aufgaben gezeigt werden:

a) Auf dem Felde sind gegeben die beiden Geraden ST_1 und ST_2 (Fig. 68), deren Schnittpunkt S zugänglich ist; man soll die beiden Geraden durch einen sie berührenden Kreisbogen mit dem Halbmesser r verbinden.

Man mißt im Punkt S den Winkel 2α , den die beiden Geraden miteinander einschließen und berechnet dann:

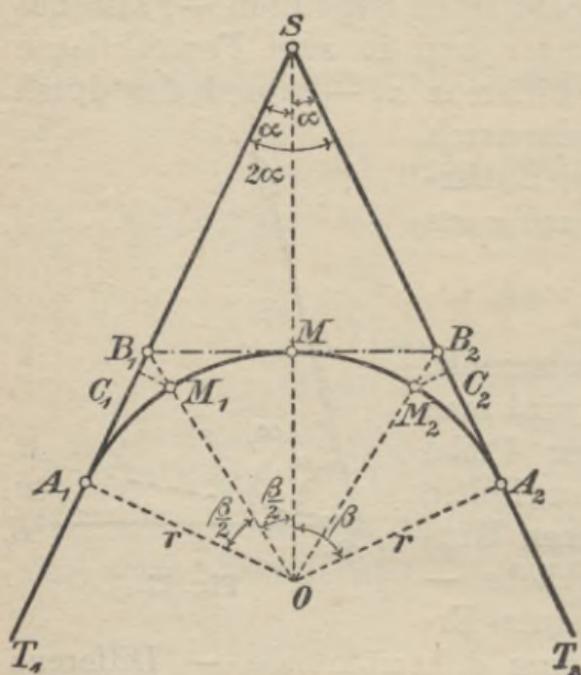


Fig. 68.

$$SA_1 = SA_2 = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha},$$

$$SB_1 = SB_2 = SA_1 - r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$$

$$(\text{wo } \beta = 90^\circ - \alpha).$$

Damit kann man von S aus die Punkte B_1 , A_1 , B_2 und A_2 abstecken; M bestimmt man als Mittelpunkt der Strecke B_1B_2 , wobei zur Probe sein muß:

$$B_1B_2 = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}.$$

Eine weitere Probe für die Rechnung und die Absteckung erhält man dadurch, daß man SM berechnet aus

$$SM = SO - r = \frac{r}{\cos \beta} - r;$$

es muß dann die berechnete Strecke SM , auf der Halbirungslinie von 2α abgemessen, denselben Punkt M ergeben.

Bei sehr großen Kreisbögen steckt man als weitere Hauptpunkte auch noch die Mittelpunkte M_1 und M_2 der Bögen A_1M und A_2M ab; man berechnet dazu ihre rechtwinkligen Koordinaten in bezug auf B_1A_1 bzw. B_2A_2 . Man findet

$$B_1C_1 = B_2C_2 = r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - r \sin \frac{\beta}{2} = 2r \sin^2 \frac{\beta}{4} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$$

und

$$C_1M_1 = C_2M_2 = r - r \cos \frac{\beta}{2} = 2r \sin^2 \frac{\beta}{4}.$$

Zur Probe rechnet man auch noch

$$B_1M_1 = B_2M_2 = \frac{r}{\cos \frac{\beta}{2}} - r = \frac{2r \sin^2 \frac{\beta}{4}}{\cos \frac{\beta}{2}}.$$

b) Auf dem Felde sind gegeben die beiden Geraden ST_1 und ST_2 (Fig. 69), ihr Schnittpunkt S ist nicht zugänglich; man soll zwischen die Geraden einen sie berührenden Kreisbogen vom Halbmesser r legen.

In diesem Falle kann man den Winkel 2α in S nicht unmittelbar messen; zu seiner Bestimmung wählt man auf den beiden Geraden die Punkte C_1 und C_2 und mißt die beiden Winkel $T_1C_1C_2 = \gamma_1$ und $T_2C_2C_1 = \gamma_2$;

außerdem mißt man zur Festlegung der Punkte in bezug auf S ihre Entfernung $C_1C_2 = a$. Für den Winkel 2α findet man dann

$$2\alpha = \gamma_1 + \gamma_2 - 180^\circ.$$

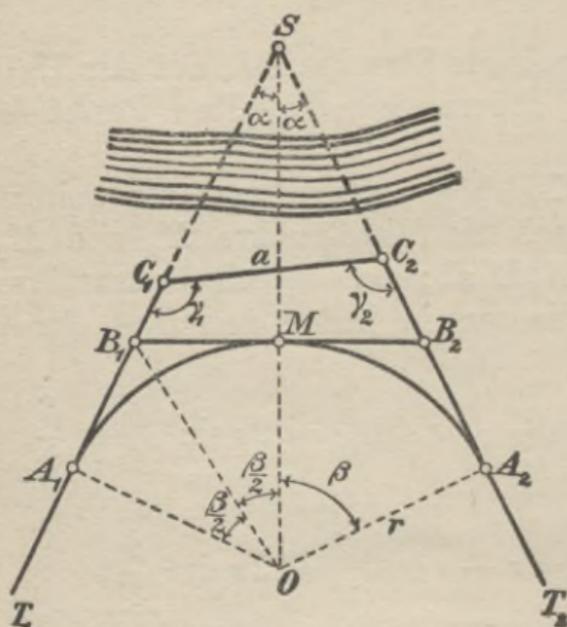


Fig. 69.

Mit Hilfe dieses Winkels lassen sich dann die unter a) angegebenen Größen berechnen. Da die Absteckung der Punkte A_1, B_1, A_2 und B_2 nicht von S aus vorgenommen werden kann, so muß man, um sie von C_1 bzw. C_2 aus abstecken zu können, noch die Strecken SC_1 und SC_2 berechnen. Wendet man den Sinussatz

auf das Dreieck SC_1C_2 an, so erhält man

$$SC_1 = a \frac{\sin \gamma_2}{\sin 2\alpha} \quad \text{und} \quad SC_2 = a \frac{\sin \gamma_1}{\sin 2\alpha}.$$

c) Gegeben sind auf dem Felde die beiden Geraden ST_1 und ST_2 (Fig. 70), ihr Schnittpunkt S ist nicht zugänglich, auch lassen sich nicht zwei Punkte auf ihnen auswählen, deren Entfernung unmittelbar gemessen werden kann; man soll die Geraden durch einen sie berührenden Kreisbogen vom Halbmesser r verbinden.

Man wählt auf den Geraden die Punkte C_1 und C_2 und verbindet diese durch einen Polygonzug, z. B.

$C_1C_3C_2$. Zur Bestimmung des Winkels 2α in S mißt man die Winkel γ_1, γ_3 und γ_2 in C_1, C_3 und C_2 ; es ist dann

$$2\alpha = \gamma_1 - \gamma_3 + \gamma_2.$$

Zur Festlegung der Punkte C_1 und C_2 in bezug auf S mißt man die Strecken $C_1C_3 = a_1$ und $C_2C_3 = a_2$; in dem Dreieck $C_1C_2C_3$ hat man dann

$$\varphi + \psi = 180^\circ - \gamma_3$$

und

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{a_2}{a_1}$$

oder

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{a_2 - a_1}{a_2 + a_1}$$

und hieraus erhält man

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{a_2 - a_1}{a_2 + a_1} \operatorname{ctg} \frac{\gamma_3}{2}$$

und damit $\frac{\varphi - \psi}{2}$ bzw. φ und ψ .

a findet man aus

$$a = a_1 \frac{\sin \gamma_3}{\sin \psi} \quad \text{oder} \quad = a_2 \frac{\sin \gamma_3}{\sin \varphi}.$$

SC_1 und SC_2 lassen sich nun wie bei der 2. Aufgabe mit Hilfe des Sinussatzes aus dem Dreieck SC_1C_2 berechnen, in welchem man außer $C_1C_2 = a$ die Winkel $SC_1C_2 = 180^\circ - (\gamma_1 + \varphi)$ und $SC_2C_1 = 180^\circ - (\gamma_2 + \psi)$ hat; damit ist die Aufgabe auf die vorhergehende zurückgeführt.

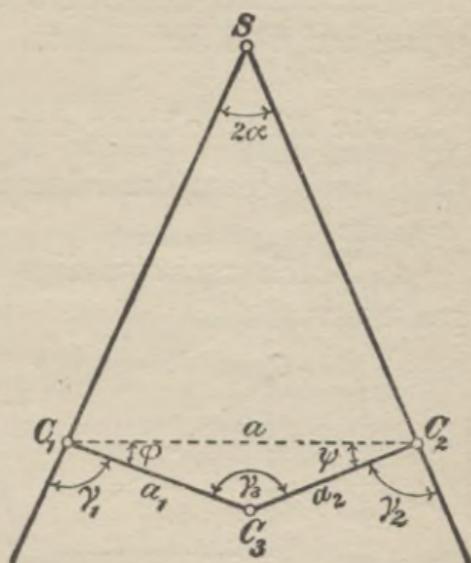


Fig. 70.

Setzt sich der zwischen C_1 und C_2 zu legende Polygonzug aus mehr als zwei Seiten zusammen, so kann man C_1C_2 und den Winkel SC_1C_2 dadurch bestimmen, daß man mit Hilfe des Zuges die Koordinaten von C_2 in bezug auf C_1S berechnet.

2. Die Absteckung der Bogenzwischenpunkte kann nach einem der folgenden Verfahren vorgenommen werden:

a) Durch rechtwinklige Koordinaten von der Tangente aus.

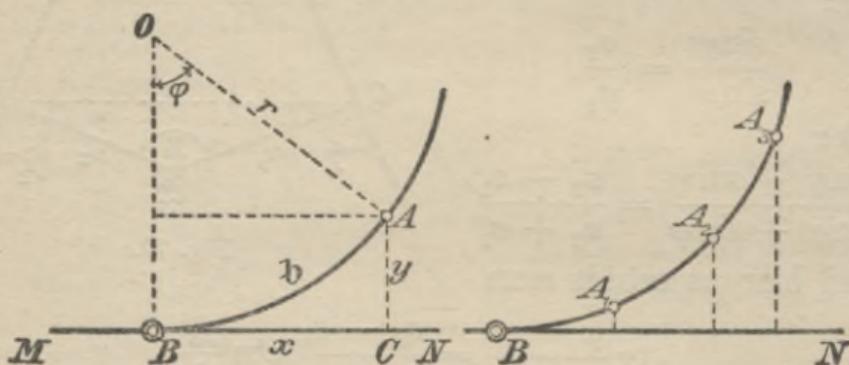


Fig. 71.

Gegeben ist die Tangente MN (Fig. 71) eines Kreisbogens vom Halbmesser r und der Berührungspunkt B ; man soll Punkte A des Bogens mit Hilfe ihrer rechtwinkligen Koordinaten x und y in bezug auf die Tangente BN abstecken. Das Nächstliegende ist, die Abszissen x gleich runden Zahlen — z. B. in Abständen von 5 oder 10 m — anzunehmen und die zugehörigen y zu berechnen; es ist nämlich

$$y = r - \sqrt{r^2 - x^2} = r - r \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} = r - r \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

oder nach Anwendung des binomischen Lehrsatzes

$$y = \frac{x^2}{2r} + \frac{x^4}{8r^3} + \dots$$

oder

$$y \approx \frac{x^2}{2r}.$$

Anstatt für die Punkte A gleiche Unterschiede in den Abszissen anzunehmen, kann man die Punkte auch so wählen, daß die durch sie abgeschnittenen Bogenstücke b alle gleich — z. B. gleich 5 oder 10 m — werden. Man berechnet in diesem Fall zunächst den zu der angenommenen Bogenlänge b gehörenden Zentriwinkel φ aus

$$\varphi = \varrho \frac{b}{r}$$

und sodann die Koordinaten x und y der Punkte aus

$$x = r \sin n\varphi \quad \text{und} \quad y = r - r \cos n\varphi,$$

wo man für n der Reihe nach die Werte 1, 2, 3 ... einsetzt.

b) Durch rechtwinklige Koordinaten von der Sehne aus.

Gegeben sind die Endpunkte A und B (Fig. 72) eines Kreisbogens vom Halbmesser r ; man soll Punkte P des Bogens von der Sehne AB aus mit Hilfe ihrer rechtwinkligen Koordinaten abstecken. Wenn s die Länge der Sehne und h die Länge ihrer Pfeilhöhe CM ist, so ist

$$x = \frac{s}{2} - x' \quad \text{und} \quad y = h - y'$$

wenn x' und y' die Koordinaten von P in bezug auf die Tangente im Bogenmittelpunkt M sind; die Berech-

nung der Koordinaten x und y in bezug auf die Sehne ist damit zurückgeführt auf diejenige der Koordinaten x' und y' in bezug auf die Tangente. Dabei kann man auch wieder entweder gleiche Abszissenunterschiede oder gleiche Bögen annehmen; wählt man gleiche Abszissenunterschiede, so kann man diese dadurch erhalten, daß man die halbe Sehne in eine Anzahl gleicher Teile teilt.

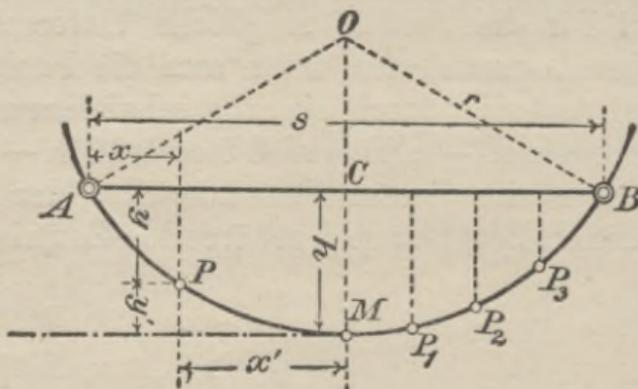


Fig. 72.

Während für die Absteckung der Bogenzwischenpunkte nach rechtwinkligen Koordinaten von der Tangente oder der Sehne aus die einfachen Instrumente zum Abstecken rechter Winkel (Kreuzscheibe, Winkelspiegel, Winkelprisma und Pentaprisma) genügen, braucht man für das folgende Verfahren den Theodolit.

c) Gegeben ist die Tangente MN eines Kreisbogens vom Halbmesser r und sein Berührungspunkt B . Man kann die Bogenpunkte $A_1, A_2 \dots$ von B aus mit Hilfe der Sehnen $BA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = s$ und der Tangentensehnenwinkel $A_1BN = \varphi, A_2BN = 2\varphi, A_3BN = 3\varphi \dots$ abstecken; man stellt zu diesem Zweck den Theodolit in B auf, zielt in der Richtung BN , macht an einem Nonius die Ablesung α_5 und stellt die Zielungen nach $A_1, A_2 \dots$ ein, indem man mit

Hilfe desselben Nonius die Ablesungen $a_0 - \varphi$, $a_0 - 2\varphi$, $a_0 - 3\varphi \dots$ einstellt und die Punkte $A_1, A_2 \dots$ so einweist, daß $BA_1 = A_1A_2 = \dots = s$; die Sehne s mißt man dabei am bequemsten mit einem Meßbande ab, dessen vorderer Bandstock unmittelbar eingewiesen werden kann. Den Winkel φ erhält man für eine bestimmte Sehnenlänge s und den Halbmesser r aus

$$\sin \varphi = \frac{\frac{s}{2}}{r}.$$

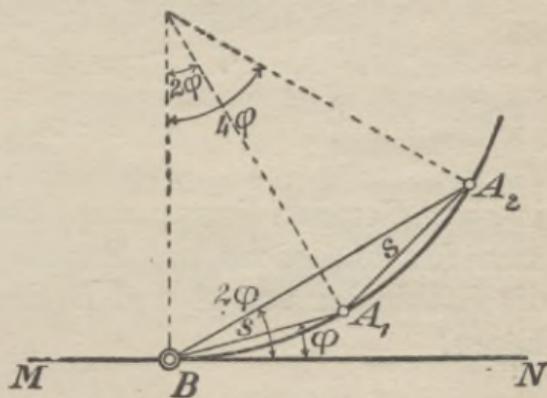


Fig. 78.

Zur Absteckung von Bogenzwischenpunkten nach einem der drei angegebenen Verfahren ist zu bemerken, daß man der dabei angegebenen Be-

rechnungen im allgemeinen entoben ist, da es verschiedene Tafeln gibt, denen man die gewünschten Werte entnehmen kann; die bekanntesten Tafeln dieser Art sind enthalten in:

Kröhnke, Handbuch zum Abstecken von Kurven;

Knoll, Taschenbuch zum Abstecken der Kurven;

Sarrazin und Oberbeck, Taschenbuch zum Abstecken von Kreisbögen.

d) Sind von einem Kreisbogen drei Punkte, z. B. die beiden Bogenendpunkte A und B (Fig. 74) und der Bogenmittelpunkt M gegeben, so kann man weitere Bogenpunkte in bequemer Weise mit Hilfe der Prismentrommel (siehe Band I, § 3, Fig. 29) bestimmen. Das Verfahren beruht auf dem planimetrischen Satze, wonach die Peripheriewinkel über demselben Bogen gleich sind. Man stellt die Prismentrommel am besten mit Hilfe eines Stabes (Stockstatives) vertikal über M auf und verändert den Winkel zwischen den Hypotenusenflächen

der beiden Prismen so lange, bis die in den Prismen erscheinenden Bilder der in A und B aufgesteckten Stäbe

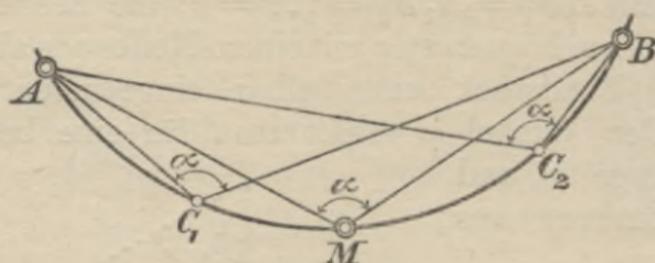


Fig. 74.

in einer Geraden liegen; diese Stellung der Prismen hält man fest und sucht nun Punkte $C_1, C_2 \dots$, für welche die Stabbilder von A und B ebenfalls in einer Geraden liegen.

II. Abschnitt.

Vertikal- oder Höhenmessungen.

Nachdem in Band I die geometrische Höhenmessung (Nivellieren) behandelt wurde, sollen im folgenden die beiden anderen Verfahren zum Messen von Höhenunterschieden, nämlich die trigonometrische Höhenmessung und die physikalische oder barometrische Höhenmessung besprochen werden.

5. Kapitel.

Trigonometrische Höhenmessung.

Während man bei der geometrischen Höhenmessung den Höhenunterschied zweier Punkte mit Hilfe von horizontalen Zielungen bestimmt, benutzt man bei der trigonometrischen Höhenmessung schiefe oder geneigte Zielungen.

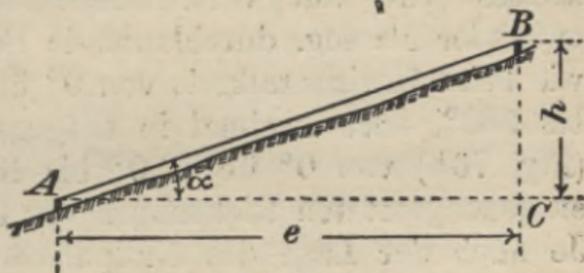


Fig. 75.

Die trigonometrische Bestimmung des Höhenunterschieds h (Fig. 75) zweier Punkte A und B besteht darin, daß man den Neigungswinkel α der zwischen ihnen möglichen Zielung gegen die Horizontale oder den Höhen- bzw. Tiefenwinkel dieser Zielung mißt; ermittelt man noch die horizontale Entfernung $AC = e$ der beiden

Punkte, so läßt sich der Höhenunterschied h berechnen aus

$$h = e \operatorname{tg} \alpha .$$

§ 17. Höhenwinkelmessung.

Die Höhenwinkel mißt man mit Hilfe des Theodolits, der für diesen Zweck mit einem Höhen- oder Vertikalreis versehen sein muß. Der Höhenkreis ist mit dem Fernrohr fest verbunden, so daß er sich beim Kippen des Fernrohrs mit diesem bewegt. Für die Zwecke der Ablesung am Höhenkreis sind zwei Ablesevorrichtungen¹⁾ in Form von Nonien oder Mikroskopen vorhanden, die im Gegensatz zum Höhenkreis die Kippbewegungen des Fernrohrs nicht mitmachen, und die meistens so angebracht sind, daß ihre Verbindungslinie horizontal liegt. Der Höhenkreis ist entweder ein Vollkreis oder ein Kreissektor. Über die Teilung des Höhenkreises gilt in der Hauptsache das über die Teilung des Horizontalkreises Gesagte. Die Bezifferung der Teilung des Höhenkreises wird auf verschiedene Weise vorgenommen; entweder als sog. durchlaufende Bezifferung (Fig. 76 a) wie beim Horizontalkreis von 0° über 90 , 180 und 270° bis 360° , oder zweimal in entgegengesetzter Richtung (Fig. 76 b) von 0° über 90° bis 180° , oder viermal in entgegengesetzten Richtungen von 0° bis 90° (Fig. 76 c). Je nach der Lage des Nullpunkts der Teilung — bei horizontal liegendem Fernrohr — zur Umdrehungsachse des Instruments stellen die Ablesungen Höhen- bzw. Tiefenwinkel oder Zenitdistanzen oder Nadirdistanzen²⁾ vor. Die gebräuchlichste und im allgemeinen bequemste

¹⁾ An kleineren, für untergeordnete Messungen bestimmten Instrumenten befindet sich vielfach nur ein Nonius.

²⁾ Zenitdistanz = $90^\circ - \text{Höhenwinkel} = 90^\circ + \text{Tiefenwinkel}$.
Nadirdistanz = $90^\circ + \text{Höhenwinkel} = 90^\circ - \text{Tiefenwinkel}$.

Bezifferung des Höhenkreises ist die durchlaufende im Uhrzeigersinn, bei welcher — bei horizontal liegendem Fernrohr — der Durchmesser 0° — 180° senkrecht zur Umdrehungsachse steht.

Für die Zwecke der Höhenwinkelmessung muß der Theodolit mit einer in der Richtung der Ziellinie angebrachten Röhrenlibelle¹⁾ versehen sein; diese kann in der Hauptsache auf drei verschiedene Arten am Instrument angebracht sein: Entweder am Fernrohrträger als feste Alhidadenlibelle *G* (Fig. 1a) oder auf dem Fernrohr (wie beim Nivellierinstrument) als Nivelierlibelle oder mit den Ablesevorrichtungen fest verbunden und mit diesen um kleine Winkel mit Hilfe einer Mikrometerschraube drehbar; die letztere Libellenanordnung findet hauptsächlich bei Instrumenten für astronomische Messungen Verwendung.

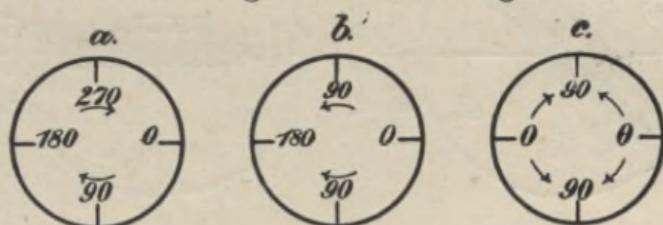


Fig. 76.

Die bei der Messung von Höhenwinkeln mit Hilfe des Theodolits üblichen Verfahren lassen sich einteilen in: Messung des Winkels in einer Fernrohrlage und Messung des Winkels in zwei Fernrohrlagen.

1. Messung eines Höhenwinkels in einer Fernrohrlage.

Das nächstliegende und einfachste Verfahren zur Messung des Höhenwinkels α (Fig. 77) nach dem

¹⁾ Eine Dosenlibelle allein genügt für die Höhenwinkelmessung im allgemeinen nicht.

Punkt *A* besteht darin, daß man, nachdem die Umdrehungsachse *UU* des Instruments vertikal gestellt wurde, den Punkt *A* — wie beim Nivellierinstrument mit Hilfe des Horizontalfadens — anzielt, an der Ablesemarke *M* (Nullstrich des Nonius) die Ablesung *a* macht, das Fernrohr sodann in eine solche Lage bringt, daß die Ziellinie horizontal liegt und die dieser Lage der Ziellinie zukommende Ablesung *a*₀ macht; den Höhenwinkel α erhält man dann als Differenz der Ablesungen *a* und *a*₀¹⁾, nämlich $\alpha = a - a_0$.

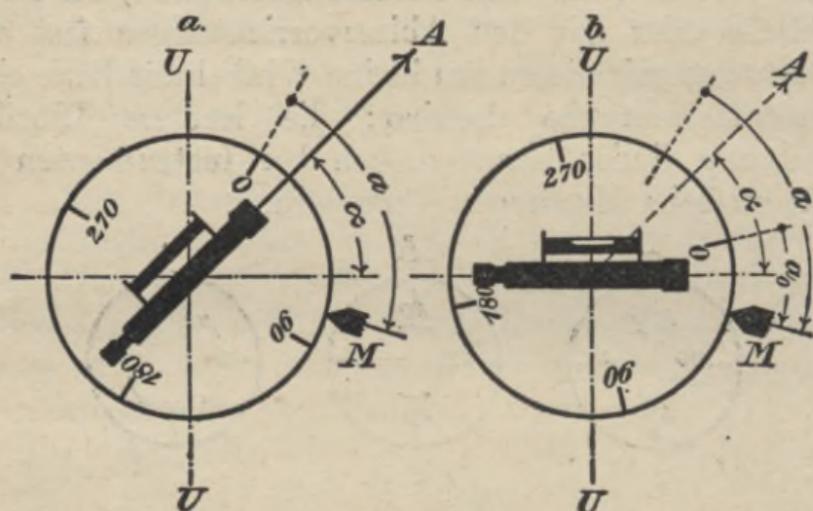


Fig. 77.

Um die Ziellinie horizontal legen zu können, muß auf dem Fernrohr eine Nivellierlibelle angebracht sein, deren Achse parallel zur Ziellinie sein muß. Der Winkelmessung muß demnach eine Untersuchung bzw. Berichtigung der gegenseitigen Lage dieser beiden Geraden vorausgehen; die Untersuchung wird in derselben Weise wie beim Nivellierinstrument durch Nivellieren aus der

¹⁾ Vorausgesetzt ist die in Fig. 76a angegebene durchlaufende Bezeichnung des Höhenkreises im Uhrzeigersinn.

Mitte oder, wenn eine Reversionslibelle¹⁾ vorhanden ist, in zwei Lagen der Libelle vorgenommen; ein sich zeigender Fehler wird — wie beim Nivellierinstrument mit Elevationschraube — nicht am Diaphragma, sondern an der Libelle beseitigt, die für diesen Zweck mit Verbesserungsschrauben versehen sein muß.

Bequem ist es, wenn die bei horizontaler Zielung gemachte Ablesung a_0 , der sog. Indexfehler, gleich Null ist; es läßt sich dies dadurch erreichen, daß man die Ablesemarke (Nonius) entsprechend verschiebt. Um einen sich zeigenden Indexfehler wegschaffen zu können, läßt sich die Ablesemarke M mit Hilfe der beiden Schrauben S_1 und S_2 (Fig. 78) um kleine Beträge um den Mittelpunkt des Teilkreises drehen. Diejenige Lage des Höhenkreises oder die horizontale Lage der Ziellinie, für welche $a_0 = 0$ ist, läßt sich mit Hilfe der Nivellierlibelle festhalten bzw. herstellen; um auch die entsprechende Lage von M festhalten bzw. jederzeit herstellen zu können, muß M mit einer Röhrenlibelle verbunden sein, die als feste Alhidadenlibelle LL (Fig. 78) am Fernrohrträger angebracht ist. Der Indexfehler a_0 ist dann gleich Null, wenn bei einspielender Alhidadenlibelle und einspielender Nivellierlibelle die Ablesung 0° beträgt; ist dies der Fall, so vereinfacht sich die Höhenwinkelmessung in einer Fernrohrlage derart, daß die der

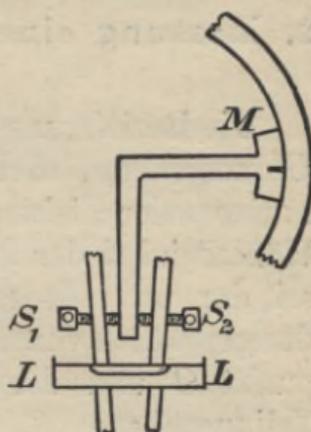


Fig. 78.

¹⁾ Bei kleineren Instrumenten, die für Höhenwinkelmessung in nur einer Fernrohrlage bestimmt sind, empfiehlt sich eine Reversionslibelle mit Rücksicht auf die bequeme Untersuchung.

Zielung nach A (Fig. 77a) zukommende Ablesung a unmittelbar den Höhenwinkel α vorstellt, vorausgesetzt, daß während der Zielung nach A die Alhidadenlibelle einspielt.

In bezug auf die Empfindlichkeit der Nivellier- und Alhidadenlibelle ist zu bemerken, daß diese hinsichtlich ihrer Größe kleiner als die Angabe der Ablesevorrichtung sein muß.

2. Messung eines Höhenwinkels in zwei Fernrohrlagen.

Die Bezifferung des Höhenkreises sei durchlaufend im Uhrzeigersinn, der Durchmesser 0° — 180° liege bei horizontaler Zielung ungefähr horizontal (Fig. 76a); der Höhenwinkel der Zielung nach A (Fig. 79) sei α ; ferner sei der unveränderliche Winkel zwischen der Verbindungsgeraden von Teilungsnulppunkt und Teilungsmittelpunkt O und der Projektion OA der Ziellinie in die Teilungsebene β , und der unveränderliche Winkel zwischen der Horizontalen durch den Teilungsmittelpunkt O und der Verbindungsgeraden von diesem Punkt und der Ablesemarke M (Nullstrich des Nonius) γ^1 .

Wenn bei der Zielung nach A in der ersten Lage des Fernrohrs oder des Höhenkreises²⁾ (Fig. 79a) — bei „Höhenkreis rechts“ — die Ablesung an der Marke M a_1 ist, so hat man

$$(1) \quad a_1 = \alpha + \beta + \gamma .$$

Schlägt man nach Ablesung von a_1 das Fernrohr durch und zielt nach Drehung des Limbus oder der

¹⁾ Vom Mechaniker werden Höhenkreis und Ablesemarke so angebracht, daß die Winkel β und γ klein sind.

²⁾ Man unterscheidet bei der Höhenwinkelmessung die beiden Fernrohrlagen am besten dadurch, daß man die Lage des Höhenkreises — „Höhenkreis rechts“ und „Höhenkreis links“ — angibt.

Alhidade in der zweiten Lage des Höhenkreises — bei „Höhenkreis links“ — A wieder an, so erhält dieser und die Marke M die in Fig. 79 b gezeichnete Stellung zur Zielung; wenn a_2 die neue Ablesung ist, so findet man

$$(2) \quad a_2 = 180^\circ - \alpha + \beta + \gamma.$$

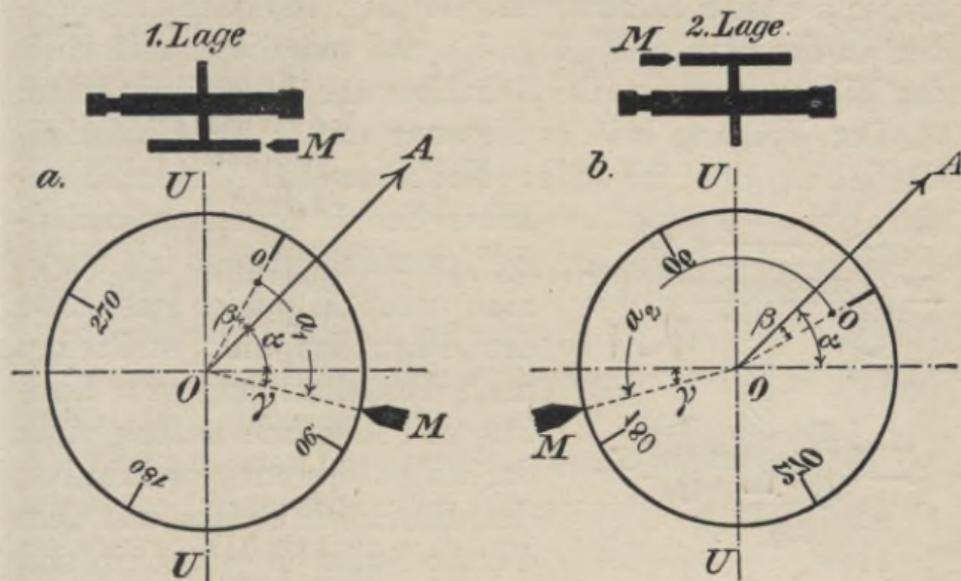


Fig. 79.

Durch Subtraktion der Gleichungen (2) und (1) erhält man

$$a_2 - a_1 = 180^\circ - 2\alpha$$

oder

$$(3) \quad a_2 - a_1 = 2z. \quad (\text{wo } z = 90^\circ - \alpha)$$

Die Differenz der beiden Ablesungen stellt also die doppelte Zenitdistanz $2z$ des gemessenen Höhenwinkels α vor.

Die Größe der Winkel α und β ist mit Rücksicht auf die feste Zielung nach A für beide Kreislagen ohne weiteres dieselbe; um dafür Sorge tragen zu können,

daß auch der Winkel γ für beide Kreislagen derselbe ist, muß man die Geraden OM oder die mit ihr fest verbundene Umdrehungsachse UU des Instruments in eine bestimmte Lage gegen die Horizontale einstellen können. Zu diesem Zweck ist die Ablesemarke mit einer Röhrenlibelle verbunden, die entweder am Fernrohrträger als feste Alhidadenlibelle (Fig. 78) oder unmittelbar an der Marke M (Fig. 80) und mit dieser mit Hilfe der Mikrometerschraube S drehbar angebracht sein kann.

Der Vorgang bei der Messung mit fester Alhidadenlibelle ist der folgende: Nachdem die Umdrehungsachse des Instruments beiläufig¹⁾ vertikal gestellt ist, sucht man den Zielpunkt mit Hilfe des Fernrohrs auf, stellt ihn nach Festklemmung von Limbus und Alhidade mittels einer der beiden Mikrometerschrauben des Horizontalkreises mit dem Vertikalfaden ungefähr ein und

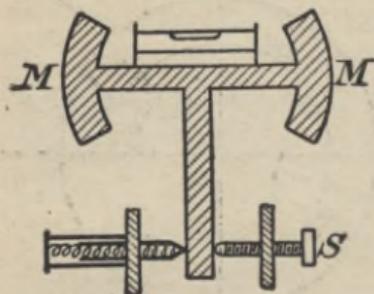


Fig. 80.

zielt ihn, nachdem man die Alhidadenlibelle scharf zum Einspielen gebracht hat, mit dem Horizontalfaden an; nach Ausführung der Ablesung a_1 schlägt man das Fernrohr durch und wiederholt die Messung in der zweiten Fernrohrlage, welche die Ablesung a_2 ergeben möge. Zur Vornahme der Ablesungen a_1 und a_2 dreht man nach Öffnung von Limbus oder Alhidade den Höhenkreis in eine — besonders mit Rücksicht auf die Beleuchtung — bequeme Lage.

Ist die Libelle nicht mit dem Fernrohrträger, sondern mit der Ablesemarke fest verbunden (Fig. 80), so vereinfacht sich die Messung dadurch, daß man

¹⁾ Z. B. mit Hilfe einer Dosenlibelle.

die Libelle nicht vor der Zielung, sondern nur vor der Ablesung einspielen lassen muß; dies ist besonders von Vorteil, wenn der Zielpunkt kein fester Punkt, sondern ein beweglicher Punkt, z. B. ein Gestirn ist.

Durch Addition der beiden Gleichungen (1) und (2) (S. 118) läßt sich eine Probe für die Messung herleiten; man findet

$$(4) \quad a_1 + a_2 = 180^\circ + 2(\beta + \gamma).$$

Da β und γ unveränderliche Winkel sind, so muß für ein bestimmtes Instrument die Summe von je zwei zusammengehörigen (auf einen Zielpunkt sich beziehenden) Ablesungen a_1 und a_2 gleich einer unveränderlichen Zahl sein.

Theodolite, die zum Messen der Höhenwinkel in zwei Fernrohrlagen dienen sollen, besitzen auch am Höhenkreis zwei Ablesevorrichtungen, so daß sich auch hier der Einfluß einer Exzentrizität zwischen Teilungsmittelpunkt und Teilungsdrehpunkt unschädlich machen läßt. Sind die Ablesungen an einer zweiten Ablesemarke a'_1 und a'_2 , so erhält man aus diesen für die doppelte Zenitdistanz $2z$ des gemessenen Höhenwinkels

$$2z = a'_2 - a'_1;$$

aus dieser Gleichung und der Gleichung (3) (S. 119) findet man für $2z$ im Mittel

$$2z = \frac{1}{2} \{ (a_2 - a_1) + (a'_2 - a'_1) \}.$$

Als Probe für die Ablesungen a'_1 und a'_2 erhält man ähnlich der Gleichung (4)

$$a'_1 + a'_2 = 180^\circ + 2(\beta' + \gamma').$$

Für die Aufschreibung der Ablesungen und die Ausführung der Rechnung verwendet man ein Formular, das folgende Einrichtung haben kann:

Datum Standpunkt Zielpunkt Bemerkungen: i z	Kreislage	Nonius 1			Nonius 2		
	links	^o 147	['] 43	["] 00	^o 327	['] 33	["] 00
	rechts	32	34	00	212	22	00
	Probe	180	17	00	539	55	00
	2 Z =	115	09	00	115	11	00
	2 z (im Mittel) = 115° 10' 00"						
	Zenitdistanz z = 57° 35' 00"						
	Höhenwinkel α = + 32° 25' 00"						

Für die Berechnung der doppelten Zenitdistanz $2z$ aus der Differenz der Ablesungen a_1 und a_2 , und zwar aus Ablesung in der zweiten Fernrohrlage minus Ablesung in der ersten Fernrohrlage wurde vorausgesetzt, daß die Teilungsbeziehung des Höhenkreises im Uhrzeigersinn ausgeführt ist, und daß in der $\left\{ \begin{array}{l} \text{ersten} \\ \text{zweiten} \end{array} \right\}$ Fernrohrlage der Höhenkreis $\left\{ \begin{array}{l} \text{rechts} \\ \text{links} \end{array} \right\}$ liegt (Fig. 79). Eine besondere Regel für die Ermittlung von $2z$ als Differenz der beiden Ablesungen ist so lange nicht erforderlich, als man durch unmittelbaren Anblick bestimmen kann, ob der beobachteten Zielung ein Höhen- oder Tiefenwinkel entspricht. Ist der gemessene Winkel ein $\left\{ \begin{array}{l} \text{Höhen-} \\ \text{Tiefen-} \end{array} \right\}$ Winkel, so muß $2z$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{kleiner} \\ \text{größer} \end{array} \right\}$ als 180° sein; aus dieser Überlegung ergibt sich für jeden einzelnen Fall, ob man $2z$ aus Anfangs- minus Endablesung oder End- minus Anfangsablesung erhält.

In Gleichung

$$(4) \quad a_1 + a_2 = 180^\circ + 2(\beta + \gamma)$$

bezeichnet man die Summe $(\beta + \gamma)$ als den Indexfehler der betreffenden Ablesemarke. Es gibt Fälle — z. B. Einstellung eines zum Voraus berechneten Höhenwinkels zwecks Aufsuchung eines Zielpunkts —, in denen es wünschenswert ist, wenn der Indexfehler gleich Null ist, so daß nach Gleichung (1), S. 118

$$a_1 = \alpha ,$$

d. h. die Ablesung a_1 unmittelbar den Höhenwinkel α vorstellt. Will man für eine Ablesemarke untersuchen, ob sie mit einem Indexfehler behaftet ist, so mißt man nach einem beliebigen Zielpunkt den Höhenwinkel und erhält dann mit Benützung der Gleichung (4)

$$2(\beta + \gamma) = (a_1 + a_2) - 180^\circ .$$

Um einen so bestimmten Indexfehler wegzuschaffen, verschiebt man die Marke, die mit einer entsprechenden Vorrichtung (Fig. 78) versehen sein muß, derart, daß man bei einspielender Libelle während der Zielung nach dem benützten Punkt je nach der Fernrohrlage die Ablesung α bzw. $180^\circ - \alpha$ macht.

§ 18. Trigonometrische Höhenbestimmung auf kleinere Entfernungen.

Die Hauptaufgabe der trigonometrischen Höhenbestimmung ist die folgende:

Gegeben ist die N.N.-Höhe H_a eines Punktes A (Fig. 81); die N.N.-Höhe H_b eines Punktes B soll durch Höhenwinkelmessung bestimmt werden.

Man stellt den Theodolit über dem Punkt A auf und mißt den Höhenwinkel α nach dem für diesen Zweck — z. B. mit Hilfe einer Zielscheibe — besonders bezeichneten Punkt B ; ist i der Höhenunterschied zwischen der Kippachse und dem Punkt A , z derjenige

zwischen der Zielscheibe und B und e die Entfernung von A und B , so findet man für H_b mit Hilfe der Figur

$$H_b = H_a + i + h - z. \quad (\text{wo } h = e \operatorname{tg} \alpha)$$

Diese Gleichung gilt jedoch mit Rücksicht auf die Erdkrümmung und die Refraktion nur für solche Punkte, deren Entfernung kleiner als etwa 500 m ist. Für diesen Fall zerfällt die Bestimmung von H_b in die Messung des Höhenwinkels α , die Ermittlung der Entfernung e und die Berechnung des Höhenunterschieds h aus $h = e \operatorname{tg} \alpha$.

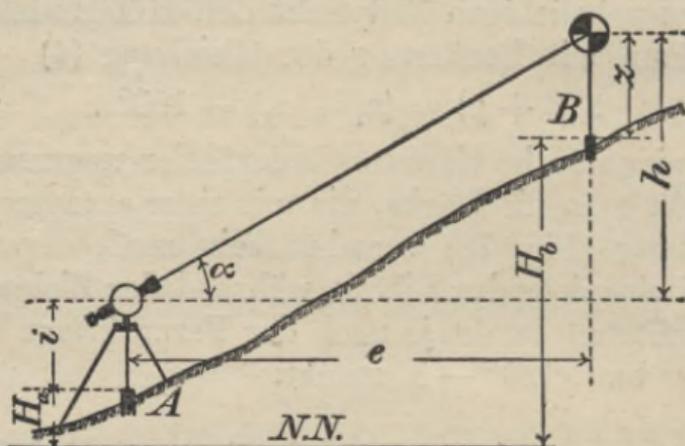


Fig. 81.

Die Höhenwinkelmessung führt man je nach der Genauigkeit, mit der H_b und damit h bestimmt werden soll, in einer oder zwei Fernrohrlagen aus.

Die in Fig. 82 gezeichnete Tafel zeigt für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ den Einfluß Δh eines Fehlers $\Delta \alpha$ im Höhenwinkel auf den Höhenunterschied h . Soll z. B. bei einer Entfernung von rund 200 m und kleinem Höhenwinkel der Höhenunterschied h auf etwa 1 dem genau bestimmt werden, so genügt es, den Höhenwinkel auf rund 1' genau zu messen; es würde hierfür die Messung in einer Fernrohrlage ausreichen. Soll bei einer Entfernung von 150 m h bei einem

Höhenwinkel von etwa 30° auf 5 cm genau bestimmt werden, so muß man den Höhenwinkel auf etwa $20''$ genau messen, wozu man die Messung in zwei Fernrohlagen auszuführen hätte.

Die Entfernung e erhält man je nach der Genauigkeit, mit der sie mit Rücksicht auf h zu ermitteln ist, durch Abmessen in einer Karte oder einem Plane¹⁾

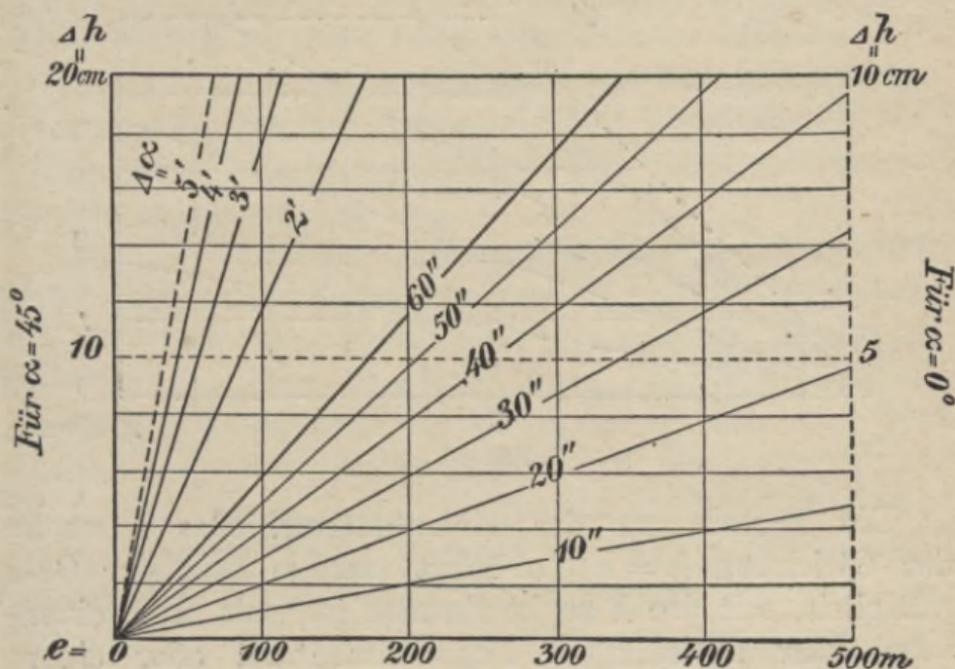


Fig. 82.

oder durch Berechnen aus den Koordinaten des Standpunkts und des Zielpunkts; ist eine Karte, die die Entfernung e genügend genau liefert, nicht vorhanden, und sind die Koordinaten nicht bekannt, so muß man e tachymetrisch oder mit Hilfe einer kleinen Triangulation bestimmen.

Die Tafel in Fig. 83 zeigt den Einfluß Δh eines Fehlers Δe in der Entfernung e auf den Höhenunterschied h . Soll bei

1) Unter Berücksichtigung des Papiereingangs.

einem Höhenwinkel von etwa 10° h auf 1 dcm genau bestimmt werden, so genügt es, e auf etwa 5 dcm genau, also durch Abgreifen aus einem Plane zu ermitteln. Soll bei einem Höhenwinkel von rund 30° h auf 5 cm genau ermittelt werden, so muß man e auf rund 1 dcm genau, also aus Koordinaten¹⁾ bestimmen.

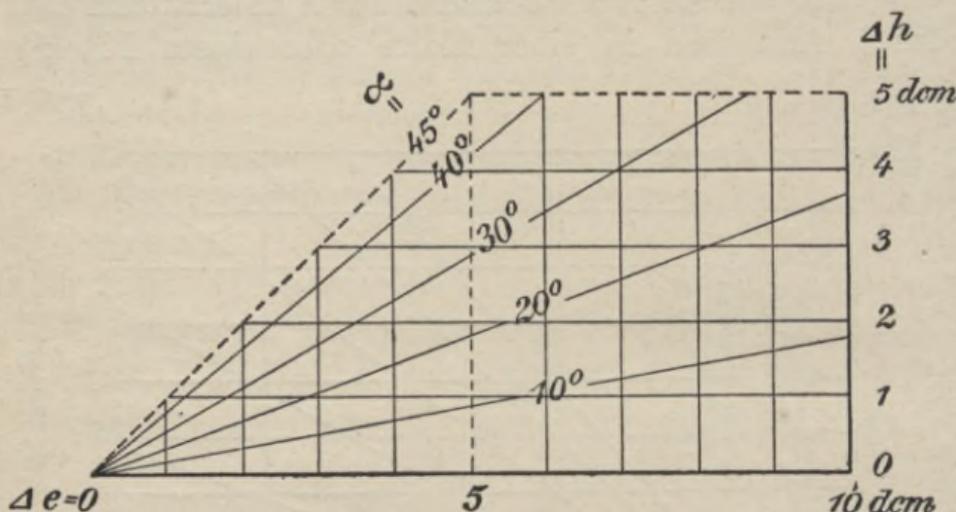


Fig. 83.

Die Berechnung des Höhenunterschiedes h nach der Gleichung $h = e \operatorname{tg} \alpha$ führt man je nach der Genauigkeit, mit der h zu bestimmen ist, mit Hilfe einer vier- oder fünfstelligen Logarithmentafel oder einer graphischen Tafel aus; das letztere empfiehlt sich hauptsächlich dann, wenn die Entfernung e einer Karte entnommen wird.

Trigonometrische Höhenbestimmungen auf kürzere Entfernungen

— etwa bis zu 400 m — finden hauptsächlich Verwendung bei Höhenaufnahmen, wie sie zum Zweck

¹⁾ Wenn (x_a, y_a) und (x_b, y_b) die Koordinaten der Punkte A und B sind, so findet man die Strecke AB aus

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

der Vorarbeiten bei Ingenieurbauten auszuführen sind, wo sie im steileren Gelände an Stelle des Flächennivellements treten. Voraussetzung ist für die Ausführung einer Höhenaufnahme durch Höhenwinkelmessung wie beim Flächennivellement, daß ein Lageplan (z. B. in Form eines Katasterplanes) des aufzunehmenden Gebietes zur Verfügung steht, der genügend viele, ihrer Lage nach festgelegte Punkte enthält.

Der Aufnahme vorauszugehen hat ein Festpunktnivellement, das die Grundlage in Form der N.N.-Höhen einer Anzahl fester, über das Gebiet verstreuter Punkte zu liefern hat.

Bei der Aufnahme selbst stellt man den Theodolit z. B. über einem nach Lage und N.N.-Höhe gegebenen Punkt A (Fig. 81) auf und mißt den Höhenunterschied i zwischen der Kippachse und dem Punkt A , so daß $H_i = H_a + i$ die N.N.-Höhe der Kippachse ist. Zur Bezeichnung der Zielpunkte verwendet man einen Fluchtstab, an dem eine Zielscheibe im Abstand z von seinem unteren Ende befestigt ist. Ist α der Höhenwinkel der Zielung nach einem Geländepunkt B , in welchem vom Meßgehilfen der Stab mit der Zielscheibe aufgehalten wurde, und ist e die horizontale Entfernung dieses Punkts vom Instrumentenstandpunkt, so findet man (Fig. 81) die N.N.-Höhe H_b von B aus:

$$(1) \quad H_b = H_a + i + h - z. \quad (\text{wo } h = e \operatorname{tg} \alpha)$$

Befestigt man die Zielscheibe derart an dem Stabe, daß $z = i$ ist, so geht die vorstehende Gleichung über in

$$(2) \quad H_b = H_a + h = H_a + e \operatorname{tg} \alpha.$$

Bei Höhenaufnahmen für den angegebenen Zweck begnügt man sich in den meisten Fällen mit einer Genauigkeit von 1 dcm in den zu bestimmenden N.N.-

Höhen; man mißt deshalb die Höhenwinkel nur in einer Fernrohrlage, indem man zuerst einen vorhandenen Indexfehler wegschafft, so daß bei einspielender Alhidadenlibelle die Ablesung am Höhenkreis unmittelbar den Höhenwinkel vorstellt.

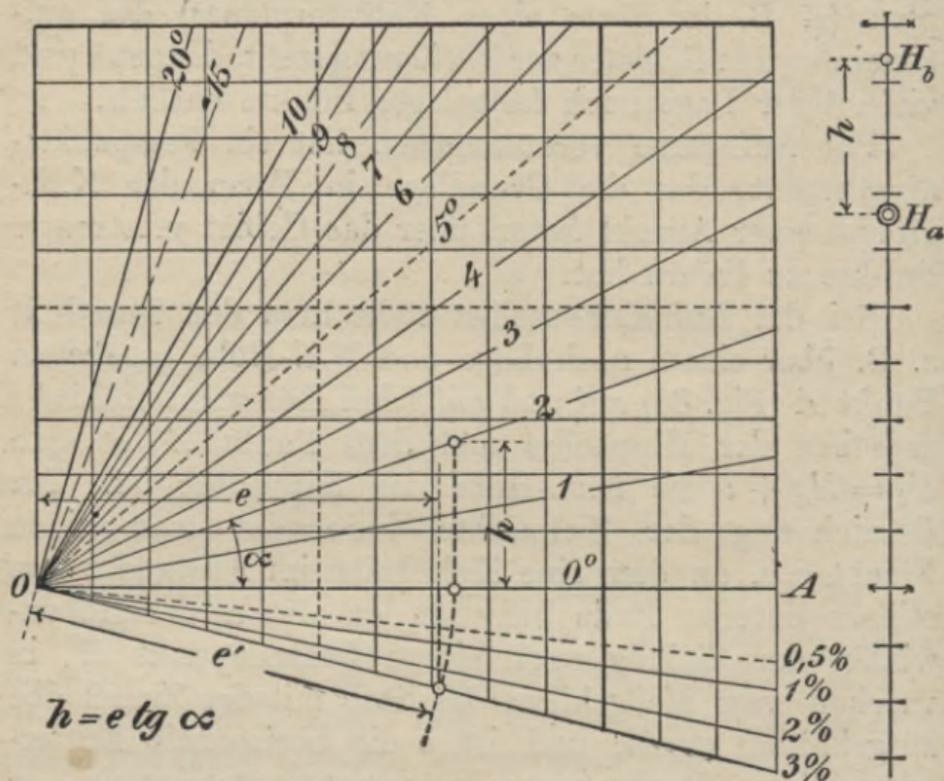


Fig. 84.

Den Höhenunterschied h berechnet man nach der Gleichung $h = e \operatorname{tg} \alpha$ mit Rücksicht darauf, daß man e dem Plan entnimmt, am besten graphisch; man entwirft sich zu diesem Zweck eine Tafel wie die in Fig. 84 angegebene. Um für h eine größere Genauigkeit zu erreichen, zeichnet man eine solche Tafel überhöht auf, so daß man für eine bestimmte Entfernung e , die man dem im Maßstab 1 : M gezeichneten Plan mit

Hilfe des Zirkels entnimmt, als Abszisse, und einen bestimmten Höhenwinkel α die zugehörige Höhe h als Ordinate im Maßstab $1 : \frac{M}{10}$ erhält. Um auch die Berechnung der N.N.-Höhen H_b graphisch auszuführen, was sich besonders einfach gestaltet, wenn man nach Gleichung

$$(2) \quad H_b = H_a + h$$

rechnen kann, versieht man die Tafel mit einer im Maßstab $1 : \frac{M}{10}$ gezeichneten Skala, in der man sich für jeden Instrumentenstandpunkt die jeweilige N.N.-Höhe H_a angibt.

In den meisten Fällen wird die einem Plan entnommene Entfernung e infolge des Papiereingangs¹⁾ zu klein sein; beträgt dieser $p\%$, und ist die verbesserte Entfernung e' , so erhält man für diese $e' = e \left(1 + \frac{p}{100}\right)$. e' läßt sich aus e und p ebenfalls graphisch ermitteln, wenn man die Tafel für $h = e \operatorname{tg} \alpha$ mit einer entsprechenden Hilfstafel (Fig. 84) versieht.

Steht für eine Höhenaufnahme ein Lageplan, der genügend viele, ihrer Lage nach unzweideutig gegebene Punkte enthält, nicht zur Verfügung, so tritt an die Stelle des Flächennivellements oder der im vorstehenden beschriebenen trigonometrischen Höhenbestimmung die tachymetrische Punktbestimmung.

§ 19. Trigonometrische Höhenbestimmung auf größere Entfernungen.

Die trigonometrische Höhenbestimmung auf Grund der Gleichung

$$(1) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha$$

¹⁾ Über seine Ermittlung siehe Band I, § 13.

ist nur für Entfernungen kleiner als etwa 500 m zulässig; bei Höhenbestimmungen auf größere Entfernungen tritt an ihre Stelle eine andere Gleichung, welche je ein die Erdkrümmung und die Refraktion berücksichtigendes Glied enthalten wird.

Der Einfluß der Erdkrümmung auf die Höhenbestimmung möge an folgendem Beispiel gezeigt werden:

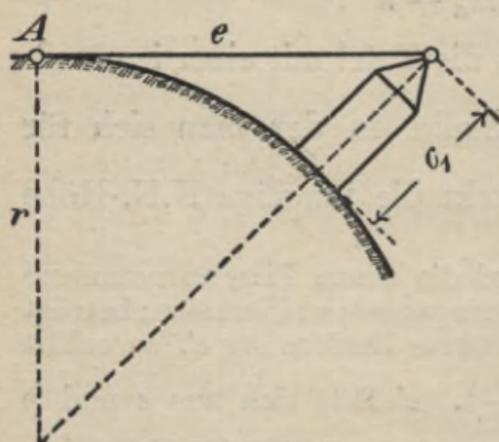


Fig. 85.

Um die Höhe eines Turmes (Fig. 85) zu bestimmen, mißt man in einem Punkt A den Höhenwinkel nach der Spitze des Turmes; ist der Turm von A genügend weit entfernt, so kann der Fall eintreten, daß infolge der Erdkrümmung der Höhenwinkel und damit auch die nach Gleichung (1) berechnete Turmhöhe gleich Null

wird; man hat demnach $e \operatorname{tg} \alpha$ um eine von der Erdkrümmung herrührende, und von der Entfernung e abhängige Strecke c_1 zu vergrößern, so daß man an Stelle der Gleichung (1) die Gleichung erhält:

$$(2) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha + c_1 .$$

Für c_1 findet man mit Hilfe der Fig. 85, wenn r der Erdhalbmesser ist:

$$c_1 \approx \frac{e^2}{2r} .$$

Eine Übersicht über die Werte von c_1 für verschiedene Entfernungen e gibt die folgende Zusammenstellung:

$e =$	500 m	1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m
$c_1 =$	0,02 m	0,08 m	0,31 m	0,71 m	1,25 m	1,96 m

Infolge der Brechung der Lichtstrahlen bei ihrem Übergang in verschieden dichte Luftschichten oder der sog. Refraktion wird die Ziellinie bei der Höhenwinkelmessung von einem Punkt A nach einem Punkt B (Fig. 86) keine Gerade, sondern eine der Erde zu konkave

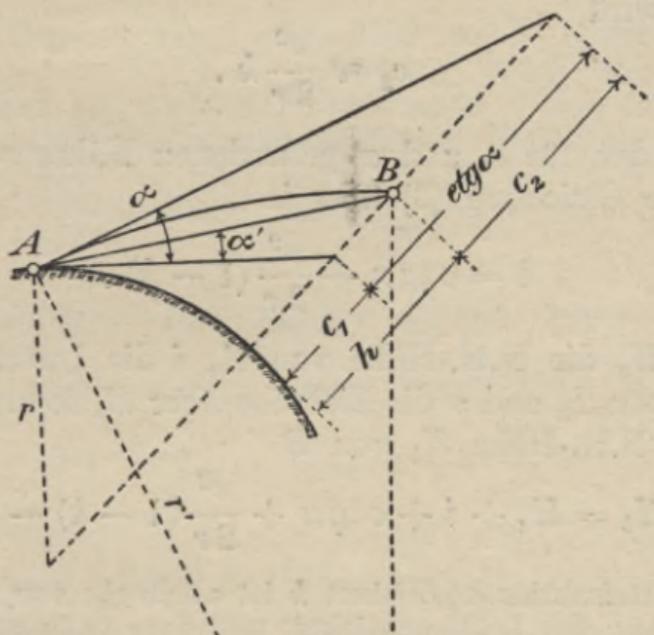


Fig. 86.

Kurve sein. Man mißt für die Höhenbestimmung von B einen zu großen Höhenwinkel, nämlich α statt α' , und muß demnach den nach Gleichung (2) berechneten Höhenunterschied von A und B verkleinern um eine von der Refraktion herrührende Strecke c_2 ; an Stelle der Gleichung (2) erhält man

$$(3) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha + c_1 - c_2 .$$

Macht man die Annahme, daß die Zielung von A nach B ein Kreisbogen mit dem Halbmesser r' ist, so findet man für c_2 näherungsweise

$$c_2 \approx \frac{e^2}{2r'}$$

Setzt man $r' = \frac{1}{k} r$, wo k eine durch Versuche zu bestimmende Größe, der sog. Refraktionskoeffizient ist, so wird

$$c_2 \approx \frac{e^2}{2r} k$$

Mit den für c_1 und c_2 gefundenen Näherungswerten geht die Gleichung (3) über in

$$(4) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} (1 - k)$$

Ist H_a die N.N.-Höhe von A , i die Instrumentenhöhe über H_a und z die Zielhöhe über B , so erhält man für die N.N.-Höhe H_b von B

$$(5) \quad H_b = H_a + i + e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} (1 - k) - z$$

Der Refraktionskoeffizient k ist abhängig von der Lufttemperatur, der Luftfeuchtigkeit und dem Luftdruck; er ist mit diesen an verschiedenen Orten und an einem Ort zu verschiedenen Zeiten großen Schwankungen unterworfen. Beobachtungen haben ergeben, daß k innerhalb eines Tages an einem Ort zwischen 0,08 und 0,20 schwanken kann, und zwar derart, daß die größten Werte morgens und abends, und der kleinste Wert mittags eintritt; bei Zielungen über Wasserflächen ist k noch größeren Schwankungen unterworfen. Als Mittel aus einer großen Zahl von Bestimmungen hat man $k = 0,13$ gefunden, welcher Wert in Deutschland den Berechnungen zugrunde gelegt wird. Die Genauigkeit der trigonometrischen Höhenbestimmung ist infolge der Un-

sicherheit in k gering; ein Fehler an k von z. B. 0,1 ruft in der Höhe bei einer Entfernung von 5 km bereits einen Fehler von 0,2 m hervor.

Die Bestimmung des Refraktionskoeffizienten k kann nach einem der beiden folgenden Verfahren vorgenommen werden:

a) Bestimmt man den Höhenunterschied $H_a - H_b$ der beiden Punkte A und B durch Nivellieren, so findet man k mit Hilfe der Gleichung (5) aus

$$k = \left\{ (H_a - H_b) + i + e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} - z \right\} \frac{2r}{e^2}.$$

b) Bestimmen zwei Beobachter die N.N.-Höhen H_a und H_b gegenseitig und gleichzeitig durch Messen der Höhen- bzw. Tiefenwinkel α_1 und α_2 in A und B , so hat man, abgesehen von Instrumenten- und Zielhöhen,

$$H_b = H_a + e \operatorname{tg} \alpha_1 + \frac{e^2}{2r} (1 - k)$$

und

$$H_a = H_b - e \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{e^2}{2r} (1 - k).$$

Durch Addition dieser beiden Gleichungen erhält man

$$0 = e (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) + \frac{e^2}{r} (1 - k)$$

und hieraus

$$k - 1 = (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) \frac{r}{e}.$$

Mit Rücksicht auf die Unsicherheit in k führt man trigonometrische Höhenbestimmungen auf Entfernungen von nur wenigen (etwa 2—3 km) Kilometern aus. Soll ausnahmsweise der Höhenunterschied h zweier Punkte A und B , deren Entfernung fünf oder mehr Kilometer beträgt, gemessen werden, so macht man sich von k überhaupt frei, indem man gleichzeitig auf beiden Punkten die Höhen- bzw. Tiefenwinkel mißt; ist dies mit Rücksicht darauf, daß zwei Beobachter und zwei Instrumente

erforderlich sind, nicht möglich, so kann man den Einfluß einer Unsicherheit in k auf den zu bestimmenden Höhenunterschied h bis zu einem gewissen Grad auch dadurch unschädlich machen, daß man von einem Hilfspunkt C

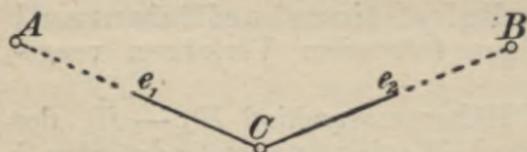


Fig. 87.

(Fig. 87) aus, dessen Entfernungen e_1 und e_2 von A und B möglichst gleich sein müssen, die Höhenwinkel α_1 und α_2 mißt.

Bei gleichzeitiger Höhenwinkelmessung von A und B aus findet man für den Höhenunterschied h , wenn α_1 und α_2 die gemessenen Winkel, und i_1, z_1 bzw. i_2, z_2 die Instrumenten- und Zielhöhen sind:

$$h = e \operatorname{tg} \alpha_1 + \frac{e^2}{2r} (1 - k) + i_1 - z_1$$

und

$$-h = -e \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{e^2}{2r} (1 - k) + i_2 - z_2.$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen erhält man

$$2h = e(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) + (i_1 - i_2) - (z_1 - z_2).$$

Bei Höhenwinkelmessung von einem Hilfspunkt C aus erhält man, wenn $\begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{Bmatrix}$ der Höhenunterschied zwischen C und $\begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix}$ ist, und wenn die Entfernungen $CA = e_1$ und $CB = e_2$, und die Zielhöhen in A und B z_1 und z_2 sind:

$$h_1 = e_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + \frac{e_1^2}{2r} (1 - k) - z_1,$$

$$h_2 = e_2 \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{e_2^2}{2r} (1 - k) - z_2.$$

Durch Subtraktion dieser beiden Gleichungen findet man

$$h = h_1 - h_2 = e_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - e_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - (z_1 - z_2) + \frac{e_1^2 - e_2^2}{2r} (1 - k).$$

Wie diese Gleichung zeigt, ist der Einfluß von k auf h um so kleiner, je kleiner $e_1^2 - e_2^2$ oder je mehr $e_1 \approx e_2$ ist.

Die Messung der Höhenwinkel führt man bei Höhenbestimmungen auf größere Entfernungen in zwei Fernrohrlagen aus. Zur Bezeichnung der Zielpunkte für die Zwecke der Höhenwinkelmessung benutzt man — soweit die Punkte nicht schon natürlich bezeichnet sind — senkrecht in den Boden gesteckte Stangen, die man in passender Höhe mit einem horizontalen Lattenkreuz (Fig. 88) versieht, dessen Abstand z (Zielhöhe) von dem zu bestimmenden Punkt man mißt.

Auch bei Höhenbestimmungen auf größere Entfernungen hat man auf die Bestimmung der Entfernung e (vgl. die Tafel in Fig. 83) keinen zu großen Wert zu legen; ein Fehler in e von z. B. 1,0 m verursacht bei einem Höhenwinkel von 5° erst einen Fehler von nicht ganz 1 dcm; es wird in den meisten Fällen genügen, e auf einige Dezimeter genau zu ermitteln.

Sind die Koordinaten (x_a, y_a) und (x_b, y_b) von Standpunkt und Zielpunkt unmittelbar gegeben, oder lassen sie sich auf Grund des in den Katasterkarten eingezeichneten Koordinatennetzes solchen Karten mit hinreichender Schärfe entnehmen, so findet man e aus

$$e = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Stehen keine Koordinaten zur Verfügung, so ist man gezwungen, e mit Hilfe eines Dreiecks zu bestimmen, in dem man eine Seite und zwei Winkel mißt.

Als Zahlenbeispiel für eine trigonometrische Höhenrechnung kann das folgende dienen:

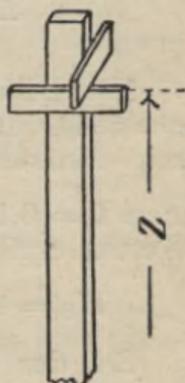


Fig. 88.

Um die N.N.-Höhe eines Punktes K (Kirchturmspitze) zu bestimmen, wurde von einem Punkt S der Höhenwinkel $\alpha = 0^\circ 59' 26''$ nach K gemessen; gegeben ist die N.N.-Höhe von S , nämlich $H_s = 494,46$ m, und die Koordinaten von S und K , nämlich:

$$\begin{aligned} x_s &= +29912,8, & x_k &= +30359,7, \\ y_s &= +64533,3, & y_k &= +64924,6. \end{aligned}$$

Die Instrumentenhöhe i wurde gemessen zu 1,30 m.

Man rechnet nach der Gleichung

$$H_k = H_s + i + e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} (1 - k).$$

Mit Hilfe der Koordinaten von S und K findet man $e = 594,0$ m; damit erhält man für $e \operatorname{tg} \alpha$ mit Benützung von fünfstelligen Logarithmen $e \operatorname{tg} \alpha = 10,27$ m. Nimmt man $k = 0,13$ an, so wird $\frac{e^2}{2r} (1 - k) = 0,02$ m; mit diesen Werten ergibt sich

$$H_k = 494,46 + 1,30 + 10,27 + 0,02 = 506,05 \text{ m.}$$

Bei der trigonometrischen Höhenbestimmung auf Entfernungen größer als 500 m handelt es sich meistens nicht um die Bestimmung der N.N.-Höhe eines einzelnen Punktes, sondern um diejenige der N.N.-Höhen mehrerer Punkte, die man durch die Messung der verschiedenen zwischen ihnen möglichen Höhenunterschiede zu einem trigonometrischen Höhennetz verbindet. Die Fig. 89 zeigt ein solches Netz, in dem die N.N.-Höhen von A und B gegeben sind; zur Bestimmung der N.N.-

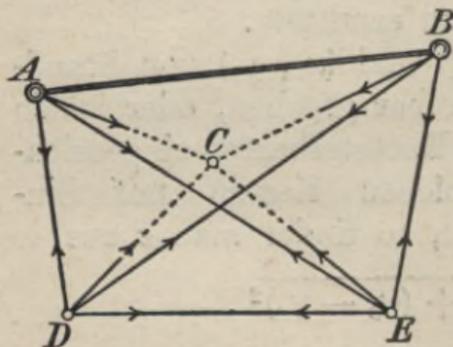


Fig. 89.

Höhen der anderen Punkte wurden in A , B , E und D die durch Pfeile angegebenen Höhenwinkel gemessen. Die Berechnung eines solchen trigonometrischen Höhennetzes ist eine Aufgabe der Ausgleichsrechnung.

6. Kapitel.

Barometrische Höhenmessung.

Die barometrische Höhenmessung beruht auf der Abnahme des Luftdrucks mit zunehmender N.N.-Höhe; der Luftdruck nimmt um 1 mm ab, wenn die Höhe um rund 10 m zunimmt. Der Genauigkeit von ungefähr 0,1 mm, mit der sich der Luftdruck bestimmen läßt, entspricht eine Genauigkeit von rund 1 m in der Höhe.

Den Höhenunterschied zweier Punkte erhält man mit Hilfe der barometrischen Höhenformel aus den in den Punkten mit dem Barometer gemessenen Luftdrücken. Die Barometer oder Luftdruckmesser lassen sich einteilen in Quecksilberbarometer und Feder- oder Dosenbarometer oder Aneroide.

§ 20. Quecksilberbarometer.

Bei den Quecksilberbarometern unterscheidet man Gefäß- und Heberbarometer.

Ein Gefäßbarometer (Fig. 90a) besteht aus einem zum Teil mit Quecksilber gefüllten Gefäß G , das eine oben zugeschmolzene, je nach dem herrschenden Luftdruck mehr oder weniger mit Quecksilber gefüllte Glasröhre R unten abschließt; die Länge l der Quecksilbersäule zwischen A und B mißt man mit Hilfe eines Maßstabs, der entweder beweglich oder fest mit Gefäß und Röhre verbunden ist. Um mit einem mit beweglichem Maßstab versehenen

Instrument die Länge l zu messen, stellt man das untere in eine Spitze S (Fig. 90b) auslaufende Ende des Maßstabs

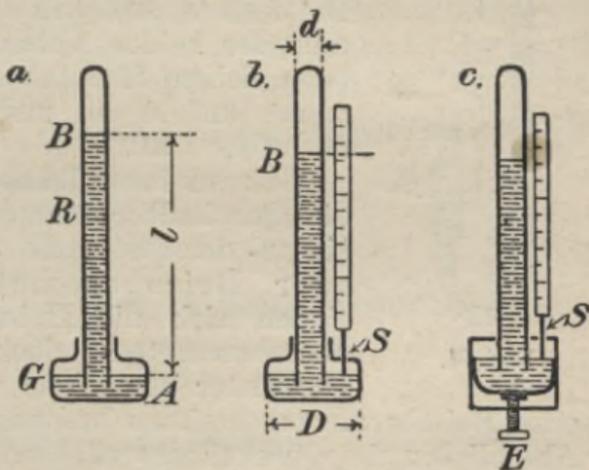


Fig. 90.

auf den Quecksilberspiegel *A* ein¹⁾ und macht sodann die dem Quecksilberstand in *B* entsprechende Ablesung. Statt diese Einstellung von *S* vor jeder Ablesung auszuführen, stellt man bequemer die Spitze *S* bei einem bestimmten Barometerstand für immer scharf ein und berechnet die damit für andere Barometerstände sich ergebende Korrektur, die als Gefäßkorrektur bezeichnet wird. Sind Gefäß und Röhre mit dem Maßstab fest verbunden, so muß man entweder für jede Ablesung die Gefäßkorrektur berechnen, oder es wird diese vom Mechaniker in der Teilung des Maßstabs berücksichtigt. Besitzt das Gefäß anstatt eines festen Gefäßbodens einen beweglichen, z. B. in Form eines Lederbeutels (Fig. 90c), so lassen sich die Einstellungen des unteren Quecksilberspiegels auf die Spitze *S* mit Hilfe der Schraube *C* vor jeder Ablesung vornehmen.

Ein Heberbarometer (Fig. 91) besteht aus einer umgebogenen, an ihrem einen Ende zugeschmolzenen, zum Teil mit Quecksilber gefüllten Glasröhre, die meistens an den für die beiden Quecksilberstände in *A* und *B* in Betracht kommenden Stellen erweitert ist. Die Länge *l* der Quecksilbersäule zwischen *A* und *B* mißt man mit einem fest oder beweglich angebrachten Maßstab. Bei festem Maßstab erhält man *l* als Differenz der beiden Ablesungen in *A* und *B*; bei beweglichem Maßstab stellt man dessen Nullmarke auf *A* ein und liest dann in *B* unmittelbar *l* ab.

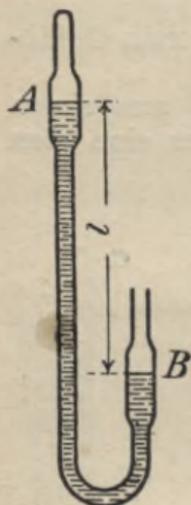


Fig. 91.

Je nach ihrer Transportfähigkeit teilt man die Quecksilberbarometer auch ein in Stations- oder Standbarometer und in Feld- oder Reisebarometer. Im allgemeinen eignen sich die Heberbarometer besser zu Reisebarometern, doch werden auch Gefäßbarometer als solche verwendet. Die Feld- oder Reisebarometer besitzen besondere Vorrichtungen zum Abschließen des Quecksilbers während größeren Transporten. Die an einem Quecksilberbarometer gemachten Ablesungen geben nicht unmittelbar den Luftdruck an; man

¹⁾ Diese Einstellung läßt sich mit Benützung des Spiegelbildes von *S* sehr scharf vornehmen.

hat an ihnen noch verschiedene Korrekturen anzubringen:

Für die schon erwähnte Gefäßkorrektur c_1 , um die je nachdem die Spitze S (Fig. 90b) bei A $\left\{ \begin{array}{l} \text{eintaucht} \\ \text{absteht} \end{array} \right\}$ l zu $\left\{ \begin{array}{l} \text{verkleinern} \\ \text{vergrößern} \end{array} \right\}$ ist, findet man für einen bestimmten Barometerstand b_r , wenn b_0 derjenige bekannte Barometerstand ist, bei welchem die Spitze S eingestellt ist, und wenn $\left\{ \begin{array}{l} D \\ d \end{array} \right\}$ der Durchmesser $\left\{ \begin{array}{l} \text{des Gefäßes} \\ \text{der Röhre} \end{array} \right\}$ ist:

$$c_1 = (b_r - b_0) \frac{d^2}{D^2}.$$

Um die Gefäßkorrektur bei einem bestimmten Instrument nicht für jede Ablesung berechnen zu müssen, entwirft man sich eine kleine Tabelle, der man für jede Ablesung b_r die entsprechende Korrektur entnehmen kann.

Infolge der Ausdehnung des Quecksilbers und des Maßstabes durch die Wärme sind verschiedene Barometerablesungen nicht ohne weiteres vergleichbar; man muß sie zuvor auf eine Einheitstemperatur (0° Celsius) reduzieren, indem man die sog. Wärmekorrektur c_2 an ihnen anbringt. Um c_2 ermitteln zu können, muß jedes Quecksilberbarometer mit einem Thermometer versehen sein. Bedeutet b den abgelesenen Barometerstand, t die Temperatur von Quecksilber und Maßstab, $\left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right\}$ den Wärmeausdehnungskoeffizienten¹⁾ des $\left\{ \begin{array}{l} \text{Quecksilbers} \\ \text{Maßstabmaterials} \end{array} \right\}$, so ist

$$c_2 = -b(\alpha - \beta)t.$$

Der auf die Temperatur 0° reduzierte Barometerstand b_0 ist somit

$$b_0 = b(1 - (\alpha - \beta)t).$$

Auch für die Temperaturkorrektur entwirft man sich für ein bestimmtes β eine Tafel, der man für bestimmte b und t die zugehörigen c_2 entnehmen kann.

¹⁾ $\alpha = 0,00018$, β (für Messing) = $0,000018$,

(„ Holz) = $0,000004$.

Infolge der gegenseitigen Anziehung des Glases und des Quecksilbers steht das Quecksilber in der Röhre stets zu tief (Fig. 92), und ist seine Oberfläche gewölbt. Der Betrag c_3 , um den das Quecksilber zu tief steht, heißt Kapillardepression; diese ist abhängig von dem inneren Röhrendurchmesser d und der Kuppelhöhe h , und zwar derart, daß sie mit zunehmendem

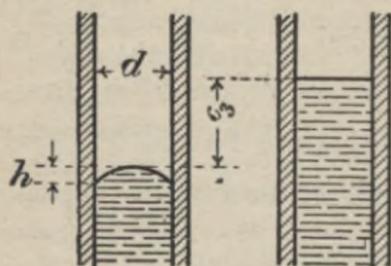


Fig. 92

$\left\{ \begin{array}{l} d \text{ ab-} \\ h \text{ zu-} \end{array} \right\}$ nimmt. Fig. 93 gibt eine Tafel für die Kapillardepression.

Die Kuppelhöhe h hat man mit Hilfe des Maßstabes zu messen, so daß man für jeden Barometerstand zwei Ablesungen zu machen hat; beim Heberbarometer hebt sich infolge ungleicher Kuppelhöhen die Kapillardepression am oberen und unteren Schenkel nicht auf, im allgemeinen wird — bei gleichem Rohrdurchmesser — die Kuppelhöhe im unteren Schenkel größer als die im oberen sein.

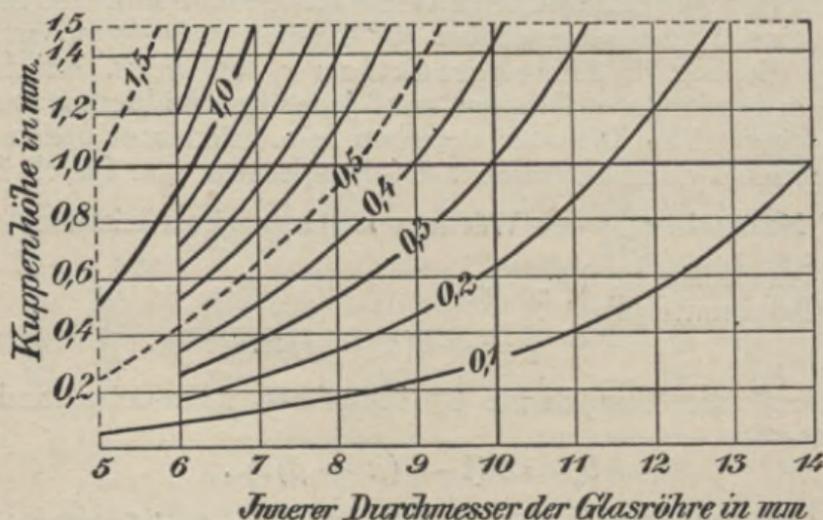


Fig. 93.

Der Luftdruck wird beim Quecksilberbarometer durch das Gewicht einer Quecksilbersäule gemessen; da aber allgemein das Gewicht eines Körpers abhängig von der Fall-

beschleunigung g ist, und diese sich einerseits mit der N.N.-Höhe und andererseits mit der geographischen Breite verändert, so hat man, um in verschiedenen N.N.-Höhen und unter verschiedenen Breiten ausgeführte Barometerablesungen miteinander vergleichen zu können, diese auf dieselbe N.N.-Höhe — gewöhnlich auf N.N. — und dieselbe Breite — gewöhnlich 45° — zu reduzieren; man hat an den abgelesenen Barometerständen die in zwei Teile — c_4 und c_5 — zerfallende Schwerekorrektion anzubringen. — Wenn g_0 die Fallbeschleunigung in der N.N.-Höhe 0 und in der Breite 45° ist, so läßt sich zeigen, daß die Fallbeschleunigung g in der Breite φ und der N.N.-Höhe H ist

$$g = g_0 \left(1 - \frac{2H}{r} \right) (1 - \beta \cos 2\varphi),$$

wo r der Erdhalbmesser und β ein durch Pendelmessungen zu 0,00265 bestimmter Koeffizient ist. Wenn b ein in der N.N.-Höhe H und unter der Breite φ abgelesener Barometerstand ist, so erhält man für den auf die N.N.-Höhe 0 und die Breite 45° reduzierten Barometerstand b_0 :

$$b_0 = b \frac{g}{g_0}$$

oder

$$b_0 = b \left(1 - \frac{2H}{r} \right) (1 - \beta \cos 2\varphi)$$

oder

$$b_0 \approx b \left(1 - \frac{2H}{r} - \beta \cos 2\varphi \right),$$

und hieraus erhält man

$$b_0 - b = -\frac{2bH}{r} - b\beta \cos 2\varphi = -c_4 - c_5.$$

Für die beiden Schwerekorrektionen $c_4 = \frac{2bH}{r}$ und $c_5 = b\beta \cos 2\varphi$ entwirft man sich ebenfalls Tafeln, denen man c_4 und c_5 für bestimmte H und φ entnehmen kann.

Bringt man an der Ablesung an einem Gebrauchsbarometer die Gefäßkorrektion, die Wärmekorrektion und die Korrektion wegen Kapillardepression an und vergleicht die so reduzierte Ablesung mit derjenigen an einem in derselben N.N.-Höhe

sich befindenden Normalbarometer, so zeigt sich im allgemeinen eine Differenz zwischen beiden, die als Standkorrektion c_6 bezeichnet wird. Die im allgemeinen bei verschiedenen Barometerständen verschieden große Standkorrektion eines Instruments bestimmt man durch längeres Vergleichen mit einem Normalbarometer bei verschiedenen Ständen.

Als Beispiel für die Reduktion einer Barometerablesung möge das folgende dienen:

Als Ablesungen an einem Gefäßbarometer wurden gemacht:

Kuppe oben 709,9 Temperatur + 14,5.

„ unten 708,6

Der Durchmesser D des Gefäßes ist $D = 10$ cm, der Durchmesser d der Röhre $d = 10$ mm; die Gefäßkorrektion ist Null bei der Ablesung 700,0, so daß die Spitze (Anfangspunkt) des festen Maßstabs den Abstand c_1 von dem Quecksilberspiegel im Gefäß hatte. Der Maßstab ist aus Messing (Wärmeausdehnungskoeffizient $\beta = 0,000018$). Die N.N.-Höhe des Beobachtungsorts war $H = 660$ m, seine geographische Breite $\varphi = 48^\circ 40'$.

Für die verschiedenen Korrekturen findet man:

1. Gefäßkorrektion $c_1 = + (710 - 700) \frac{100}{10000} = + 0,10$ mm.
2. Wärmekorrektion $c_2 = - 710 (0,00018 - 0,000018) 14 = - 1,61$ mm,
3. Kapillardepression $c_3 = + 0,38$ mm,
4. Schwerereduktion $c_4 = - \frac{2 \cdot 710 \cdot 660}{6760000} = - 0,14$,
- $c_5 = - 710 \cdot 0,00265 \cos 97^\circ 20' = + 0,24$,
5. Standkorrektion (aus einer Tafel für das betreffende Instrument entnommen) $c_6 = - 0,20$.

Man erhält damit für die reduzierte Ablesung b_0 :

$$b_0 = 709,9 + 0,10 - 1,61 + 0,38 - 0,14 + 0,24 = 708,9 \text{ mm.}$$

§ 21. Feder- oder Dosenbarometer (Aneroide).

Bei den Aneroiden wird der Luftdruck mit Hilfe einer luftleeren Dose (Fig. 94) gemessen, deren Deckel sich bei

{steigendem} } Luftdruck {senkt} } Die Hebungen und Senkungen des Dosendeckels, die proportional dem Luftdruck sind, sind sehr klein; sie betragen etwa 0,01 mm für eine Veränderung des Luftdrucks um 1 mm; will man also Luftdrucke auf 0,1 mm genau bestimmen, so muß man die Dosenbewegungen auf 0,001 mm genau messen.

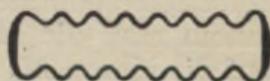


Fig. 94.

Um diese kleinen Beträge bequem messen und mit Hilfe einer Skala ablesen zu können, vergrößert man sie; je nach der Art dieser Vergrößerung kann man drei verschiedene Arten von Dosenbarometern unterscheiden:

a) das Aneroid nach Naudet mit mechanischer Vergrößerung;

b) das Aneroid nach Goldschmid mit mechanisch-optischer Vergrößerung;

c) das Aneroid nach Reitz-Deutschbein mit in der Hauptsache optischer Vergrößerung.

a) Das Aneroid nach Naudet (Fig. 95) besteht aus der Dose *A*, deren Bewegungen mit Hilfe der Hebelverbindung *BCDEF* und des Gliederkettchens *G* auf den Zeiger *Z* übertragen und an der Skala *S* abgelesen werden. Die Skala ist gewöhnlich in halbe Millimeter (Luftdruck) eingeteilt, so daß man durch Schätzung auf $\frac{1}{20}$ mm ablesen kann. Der Stand des Zeigers *Z* ist außer vom Luftdruck von der Temperatur der Instrumententeile abhängig; um diese Abhängigkeit zu vermindern, schließt man die Aneroide allgemein in Kästchen ein, so daß die Temperatur des Instruments möglichst dieselbe bleibt. Um die Abhängigkeit des Zeigerstands von der Instrumententemperatur bestimmen zu können, muß das Aneroid mit einem Thermometer versehen sein. Es werden auch sog. kompensierte Naudetsche Aneroide gebaut, bei denen der Zeigerstand unabhängig von der Temperatur ist.

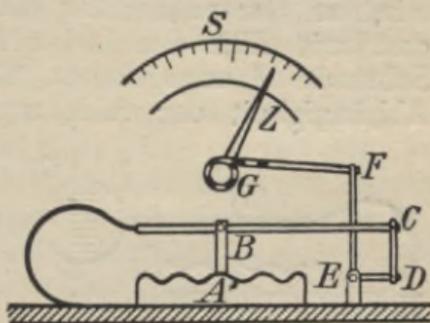


Fig. 95.

b) Das Aneroid von Goldschmid (Fig. 96) besteht aus der Dose A , deren Bewegungen durch die Hebelverbindung $BCDEF$ auf die an der Stirnseite des Hebels EF bei F angebrachte Marke M_1 übertragen werden; der Stand dieser Marke wird mit Hilfe des bei G auf dem Hebel EF befestigten Fühlhebels GH und der Meßschraube J gemessen, indem man die Marke M_2 an der Stirnseite des Fühlhebels auf die Marke M_1 mittels einer vor den Marken angebrachten

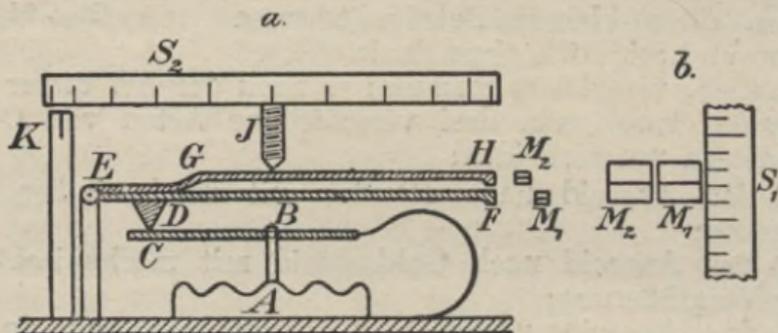


Fig. 96.

Lupe und der Schraube J einstellt (Fig. 95b); die Ablesung wird an der neben der Marke M_1 angebrachten Skala S_1 und mit Hilfe des Index K an der auf der Trommel der Schraube J angegebenen Skala S_2 vorgenommen. Um die Abhängigkeit der Ablesung von der Temperatur berücksichtigen zu können, ist das Instrument mit einem Thermometer versehen.

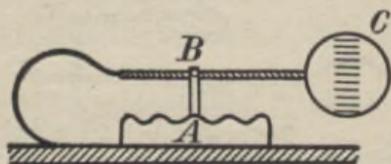


Fig. 97.

c) Beim Aneroid von Reitz-Deutschbein (Fig. 97) werden die Bewegungen der Dose A durch den Hebel BC auf eine bei C angebrachte Glas-skala übertragen, an der mit Hilfe des Fadenkreuzes eines gegen die Skala gerichteten Mikroskops die Ablesung gemacht wird; auch diesem Instrument ist zur Bestimmung seiner Innentemperatur ein Thermometer beigegeben.

Die an Aneroiden unmittelbar gemachten Ablesungen¹⁾

¹⁾ Vor Ausführung einer Ablesung an einem Aneroid irgendwelcher Bauart empfiehlt es sich, den Deckel des Instruments leicht zu beklopfen.

stellen wie beim Quecksilberbarometer keine absoluten, ohne weiteres vergleichbaren Barometerstände vor. Um die bei verschiedenen Luftdrucken und bei verschiedenen Innentemperaturen an einem Aneroid gemachten Ablesungen vergleichen zu können, muß man an den einzelnen Ablesungen gewisse Korrekturen¹⁾ anbringen; diese zerfallen in die Wärmekorrektur, die Teilungskorrektur und die Standkorrektur. Diese Korrekturen sind für jedes Instrument wieder andere; sie müssen deshalb für jedes Instrument besonders durch entsprechende Untersuchungen bestimmt werden. Das Ergebnis der Untersuchung eines Instruments läßt sich in einer Gleichung von der Form

$$A_r = A + at + b(C - A_t) + c \quad (\text{wo } A_t = A + at)$$

ausdrücken.

In dieser Gleichung bedeutet: A_r die reduzierte Ablesung, A die zu reduzierende Ablesung, a die Wärmekorrektur, a den sog. Wärmekoeffizienten, $b(C - A_t)$ die Teilungskorrektur, b den sog. Teilungskoeffizienten, C einen unveränderlichen, beliebig, jedoch gleich einer runden Zahl angenommenen Barometerstand, A_t die mit der Wärmekorrektur versehene Ablesung und c die Standkorrektur.

Während der Wärmekoeffizient a für sich bestimmt wird, bestimmt man den Teilungskoeffizienten b und die Standkorrektur c zusammen; den Wärmekoeffizienten bestimmt man bei Annahme der obigen Gleichungsform zuerst.

Um den Temperaturkoeffizienten a für ein bestimmtes Instrument zu ermitteln, macht man an diesem bei möglichst verschiedenen Innentemperaturen Ablesungen, wobei man die in der Zeit zwischen den einzelnen Ablesungen unter Umständen eingetretenen Änderungen des Luftdrucks durch gleichzeitiges Ablesen an einem Quecksilberbarometer oder einem zweiten, den Temperaturschwankungen nicht unterworfenen Aneroid bestimmt. Die Untersuchung führt

¹⁾ Da beim Aneroid der Luftdruck nicht durch ein Gewicht wie beim Quecksilberbarometer gemessen wird, so hat man an den Aneroidablesungen keine Schwerekorrektur anzubringen.

²⁾ Nach dieser Gleichung ist angenommen, daß die Wärmekorrektur at proportional der Wärme t ist; dies ist bei den Instrumenten Naudetscher Bauart im allgemeinen der Fall. Zeigt die Untersuchung eines Instruments, daß die Wärmekorrektur nicht proportional t ist, so erhält man in der Gleichung an Stelle des einen Gliedes at die beiden $a_1 t + a_2 t^2$, und damit zwei Temperaturkoeffizienten.

man am besten im Winter aus, indem man das — seinem Etui entnommene — Aneroid zunächst ins Freie bringt und nach einiger Zeit die Ablesungen am Aneroid, an dessen Thermometer und an einem zweiten Barometer vornimmt; hierauf bringt man das zu untersuchende Aneroid in ein leicht erwärmtes Zimmer¹⁾ und macht nach einiger Zeit wieder die drei Ablesungen; nach Erhöhung der Zimmer- und damit der Aneroidtemperatur macht man nach einiger Zeit drei weitere Ablesungen.

Als Beispiel einer Bestimmung des Temperaturkoeffizienten eines Aneroids Naudetscher Art möge das folgende dienen:

Zeit V. M.	Luftdruck mm	Ablesungen am Aneroid mm	Temp. des Aneroids °C	Reduzierte Ablesungen am Aneroid mm	Differenz der red. Ablesungen mm	Temp. Differenz °C
8 ^h	741,3	744,3	+1,0	744,3	0,9	9,0
9 ^h	741,0	744,9	+10,0	745,2	0,8	10,5
10 ^h	741,2	745,9	+20,5	746,0	0,8	8,1
11 ^h	741,2	745,1	+12,4	745,2	0,6	8,4
12 ^h	741,0	744,3	+4,0	744,6		

Man findet im Mittel $a = -0,086$.

Den Teilungskoeffizienten b und die Standkorrektur c findet man für ein bestimmtes Instrument dadurch, daß man eine größere Anzahl von Ablesungen am Aneroid bei möglichst verschiedenen Luftdrücken mit den gleichzeitig ausgeführten und reduzierten Ablesungen an einem Quecksilberbarometer²⁾ vergleicht. Die verschiedenen Luftdrucke erhält man entweder auf natürlichem Wege dadurch, daß man die Vergleichung auf einen längeren Zeitabschnitt — z. B. ein ganzes Jahr — ausdehnt, oder auf künstlichem Wege durch Vergleichen in verschiedenen N.N.-Höhen oder mit Benützung der Luftpumpe.

¹⁾ Falls das Aneroid im Zimmer nicht in derselben N.N.-Höhe liegt wie im Freien, ist bei der nachfolgenden Berechnung der Höhenunterschied zu berücksichtigen.

²⁾ Oder an einem schon untersuchten Aneroid.

Beispiel: Um den Teilungskoeffizienten und die Standkorrektur des Naudetschen Aneroids mit $a = -0,086$ zu ermitteln, wurde an ihm und einem Quecksilberbarometer gleichzeitig in fünf Punkten mit verschiedenen N.N.-Höhen abgelesen, und zwar:

Aneroid A	Temp. des Aneroids t	$A_t = A + at$	Quecks. Bar. reduziert A_r	Differenz $A_r - A_t$	$C - A_t$ ($C = 700$)
724,4	18,5	722,8	724,6	1,8	-22,8
716,7	18,3	715,1	717,1	2,0	-15,1
699,3	18,0	697,7	700,0	2,3	+2,3
690,0	18,0	688,4	690,8	2,4	+11,6
680,0	18,0	678,4	681,4	3,0	+21,6

Die Ermittlung von b und c aus den Beobachtungen ist eine Aufgabe der Ausgleichsrechnung, die man in anschaulicher Weise graphisch (Fig. 98) lösen kann, indem man

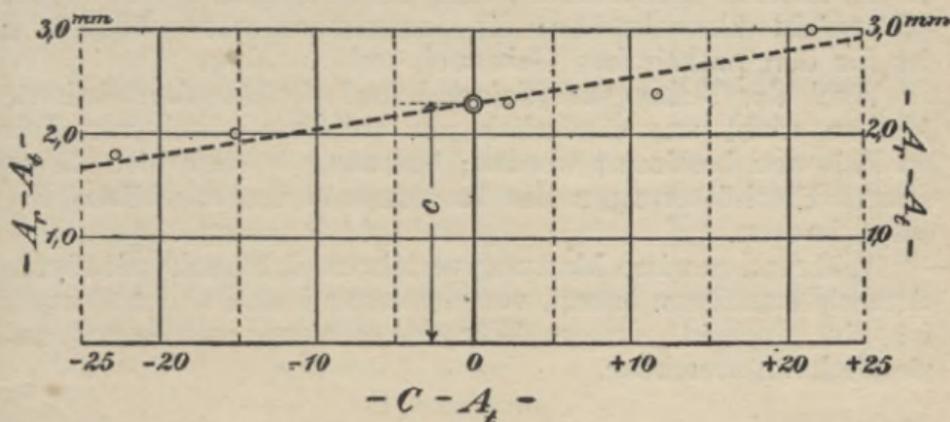


Fig. 98.

die $(C - A_t)$ — für C wurde im vorliegenden Beispiel 700 angenommen — als Abszissen und die zugehörigen Differenzen $(A_r - A_t)$ als Ordinaten aufträgt; die fünf so erhaltenen Punkte gleicht man durch eine nach Gutdünken

gezogene Gerade aus und findet $c = +2,30$ und $b = +0,025$. Die Gleichung des untersuchten Aneroids lautet somit:

$$A_r = A - 0,086 t + 0,025 (700 - A_t) + 2,30$$

(wo $A_t = A - 0,086 t$).

Diese Gleichung gilt (vgl. die Untersuchung) für Temperaturen zwischen $+1^\circ$ und $+20^\circ$ und für Luftdrucke zwischen 670 und 730 mm.

Für die Temperatur- und Teilungskorrektur eines bestimmten Instruments entwirft man sich zweckmäßigerweise je eine Tafel.

Als reduzierte Ablesung A_r findet man z. B. für die an dem erwähnten Aneroid gemachte Ablesung $A = 694,4$ mm und $t = +10,5^\circ$:

$$A_r = 694,4 - 0,90 + 0,16 + 2,30 = 695,96 \text{ mm.}$$

In bezug auf die Größen a , b und c ist noch allgemein zu bemerken:

Der Temperaturkoeffizient a ist mit der Zeit veränderlich; er sollte deshalb in Zeitabschnitten von 1—2 Jahren neu bestimmt werden¹⁾. Mit Rücksicht auf die Unsicherheit in der inneren Temperatur t eines Aneroids sollte a den Wert 0,13 nicht überschreiten; ein Instrument mit größerem a ist für den praktischen Gebrauch unbrauchbar.

Auch der Teilungskoeffizient b und die Standkorrektur c bleiben nicht unveränderlich und sollten deshalb von Zeit zu Zeit neu bestimmt werden; besonders c kann ich durch starke Erschütterungen des Instruments um erhebliche Beträge ändern.

Während gewisse Messungsverfahren sich auch mit einem Aneroid ausführen lassen, von dem man b und c nicht kennt, ist ein Aneroid, dessen Wärmekoeffizient unbekannt ist, ziemlich unbrauchbar.

§ 22. Die barometrische Höhenformel und die Berechnung barometrisch gemessener Höhenunterschiede.

Die barometrische Höhenformel beruht auf den drei folgenden physischen Gesetzen:

¹⁾ Auch bei solchen Instrumenten, die als kompensiert bezeichnet sind.

1. Gesetz von Boyle-Mariotte: Die Dichtigkeit oder das spezifische Gewicht einer Gasmasse ist ihrem Druck direkt und ihrem Volumen umgekehrt proportional.

2. Gesetz von Gay-Lussac: Bei gleichbleibendem Druck verursacht die Erwärmung eines Gases um 1°C eine Volumenzunahme um $\alpha = \frac{1}{273}$.

3. Gesetz von Dalton: Der Druck und damit das spezifische Gewicht einer Mischung aus zwei Gasen ist gleich der Summe der Drucke bzw. spezifischen Gewichte, die beide Gase vor der Mischung besaßen.

Um die barometrische Höhenformel herzuleiten, betrachten wir (Fig. 99) eine Luftsäule vom Querschnitt 1 zwischen den N.N.-Höhen H_1 und H_2 . Ist s das spezifische Gewicht der Luft in der Säule, g die Beschleunigung durch die Schwere in der N.N.-Höhe $H_m = \frac{H_1 + H_2}{2}$

und unter der geographischen Breite φ der Luftsäule, so erhält man für das Gewicht oder den Druck dp einer unendlich dünnen Schichte der Säule von der Höhe dH in der Höhe H :

$$(1) \quad dp = -dH s g \quad 1).$$

Das spezifische Gewicht s der Luftsäule setzt sich nach dem Daltonschen Gesetz zusammen aus dem spezifischen Gewicht s_l der trockenen Luft und dem spezifischen Gewicht s_w des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes, so daß

$$(2) \quad s = s_l + s_w.$$

Ist $\left\{ \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \end{matrix} \right\}$ die Temperatur der Luft in der N.N.-Höhe $\left\{ \begin{matrix} H_1 \\ H_2 \end{matrix} \right\}$, so ist die mittlere Temperatur t in der N.N.-Höhe H_m

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

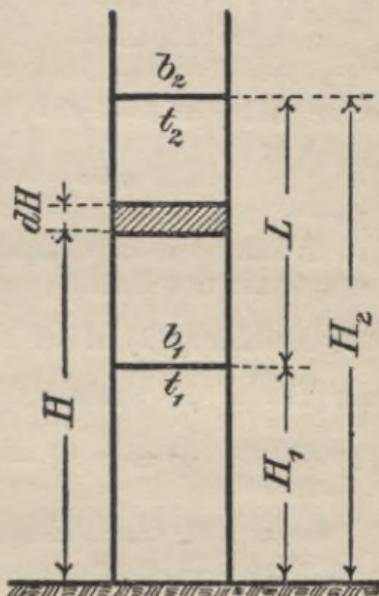


Fig. 99.

1) Gewicht $dp = \text{Masse } 1 dH s \times \text{Fallbeschleunigung } g$.

Ist ferner s_0 das spezifische Gewicht der trockenen Luft bei $p_0 = 760$ mm Druck und einer Temperatur von 0°C , $\gamma' s_0^1$ das spezifische Gewicht des Wasserdampfes bei demselben Druck p_0 und derselben Temperatur 0°C , p der Luftdruck in der N.N.-Höhe H und e der Druck des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes oder der sog. Dunstdruck, so erhält man nach den Gesetzen von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac

$$s_l = s_0 \frac{p - e}{p_0(1 + \alpha t)}$$

und

$$s_w = \gamma' s_0 \frac{e}{p_0(1 + \alpha t)}.$$

Mit diesen Werten geht die Gleichung (2) über in

$$s = \frac{s_0}{p_0(1 + \alpha t)} (p - (1 - \gamma') e)$$

oder mit $\gamma = 1 - \gamma'$ in

$$(3) \quad s = \frac{s_0 p}{p_0(1 + \alpha t)} \left(1 - \gamma \frac{e}{p}\right).$$

Wenn g_0 die Beschleunigung der Schwere in der N.N.-Höhe 0 und unter der Breite $\varphi = 45^\circ$ ist, so ist die Beschleunigung g der Gleichung (1) in der N.N.-Höhe $H_m = \frac{H_1 + H_2}{2}$ und unter der Breite φ , wenn r der Erdhalbmesser ist:

$$(4) \quad g = g_0 \left(1 - \frac{2H_m}{r}\right) (1 - \beta \cos 2\varphi).$$

Setzt man die Gleichungen (3) und (4) in die Gleichung (1) ein, so erhält man

$$(5) \quad \frac{dp}{p} = -dH \frac{s_0 g_0}{p_0(1 + \alpha t)} \left(1 - \gamma \frac{e}{b_m}\right) \left(1 - \frac{2H_m}{r}\right) (1 - \beta \cos 2\varphi)$$

wobei in dem Faktor $\left(1 - \gamma \frac{e}{b_m}\right)$ für p näherungsweise $b_m = \frac{b_1 + b_2}{2}$ (wenn b_1 und b_2 die Barometerstände in H_1 und H_2 sind) gesetzt wurde.

¹⁾ $\gamma' = 0,623$ und damit $\gamma = 0,377$.

Die Integration der Gleichung (5) ergibt:

$$l p_{p=b_2}^{p=b_2} = - \frac{s_0 g_0}{p_0 (1 + \alpha t)} \left(1 - \gamma \frac{e}{b_m}\right) \left(1 - \frac{2H_m}{r}\right) (1 - \beta \cos 2\varphi) H_{H=H_2}^{H=H_1}$$

oder

$$H_2 - H_1 = h = \frac{p_0}{s_0 g_0} l \frac{b_1}{b_2} (1 + \alpha t) \frac{1}{1 - \gamma \frac{e}{b_m}} \frac{1}{1 - \frac{2H_m}{r}} \frac{1}{1 - \beta \cos 2\varphi}.$$

Geht man vom natürlichen Logarithmus auf den gemeinen über, so wird, wenn M der Modul des letzteren ist, und $\frac{1}{1-a} \approx 1+a$ gesetzt wird:

$$(6) \quad h = \frac{p_0}{s_0 g_0 M} \log \frac{b_1}{b_2} (1 + \alpha t) \left(1 + \gamma \frac{e}{b_m}\right) \left(1 + \frac{2H_m}{r}\right) (1 + \beta \cos 2\varphi).$$

Um in dieser Gleichung den unveränderlichen Faktor $\frac{p_0}{s_0 g_0 M}$ berechnen zu können, setzt man $p_0 = 0,76 s_q g_0$, wo s_q das spezifische Gewicht des Quecksilbers ist, und findet

$$K = \frac{p_0}{s_0 g_0 M} = \frac{0,76 s_q}{s_0 M} = \frac{0,76 \cdot 13,596}{0,001293 \cdot 0,43429} = 18400.$$

Damit geht die Gleichung (6) über in

$$(7) \quad h = K \log \frac{b_1}{b_2} (1 + \alpha t) \left(1 + \gamma \frac{e}{b_m}\right) \left(1 + \frac{2H_m}{r}\right) (1 + \beta \cos 2\varphi),$$

wo $K = 18400$, b_1 und b_2 die Barometerstände in den N.N.-Höhen H_1 und H_2 , $\alpha = \frac{1}{273}$ der Wärmeausdehnungskoeffizient der Gase, $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ die mittlere Lufttemperatur in der Luftsäule h , $\gamma = 0,377$ der sog. Feuchtigkeitskoeffizient, H_m die mittlere N.N.-Höhe, r der Erdhalbmesser, $\beta = 0,00265$ der Schwerekoeffizient und φ die geographische Breite des Beobachtungsortes ist.

Die in Gleichung (7) gegebene Form der barometrischen Höhenformel ist für den praktischen Gebrauch ungeeignet; man stellt an ihrer Stelle eine für ein bestimmtes Gebiet

geltende Näherungsformel auf, indem man für $\frac{e}{b_m}$, H_m und φ die diesem Gebiet entsprechenden Mittelwerte einsetzt. Die für Deutschland üblichen Mittelwerte sind $H_m = 500$ m, $e = 7,16$ mm und $b_m = 716$ mm, so daß $\frac{e}{b_m} = \frac{1}{100}$ wird, und $\varphi = 50^\circ$; mit diesen Werten erhält man

$$(8) \quad h = K' \log \frac{b_1}{b_2} (1 + \alpha t),$$

wo $K' = 18464$ und $\alpha = \frac{1}{273}$.

Bei Benützung dieser Formel hat man in den beiden Punkten A_1 und A_2 , deren Höhenunterschied h bestimmt werden soll, mit Hilfe eines Barometers die Luftdrucke b_1 und b_2 und mit Hilfe eines Thermometers die Lufttemperaturen t_1 und t_2 zu messen; t ist dann gleich $\frac{t_1 + t_2}{2}$. Zur Messung der Lufttemperaturen benutzt man ein sog. Schleuderthermometer, d. i. ein an einer Schnur befestigtes Thermometer, das vor der Ablesung — zum Schutz gegen Wärmestrahlung — in der Luft geschleudert wird.

Für die Berechnung barometrisch gemessener Höhenunterschiede benützt man nicht unmittelbar die Formel (8), sondern eine der auf Grund dieser Gleichung entworfenen Tafeln, deren es zwei verschiedene Arten gibt; diese beruhen auf zweckmäßigen Umformungen der Formel (8).

1. Erweitert man Zähler und Nenner des Bruches $\frac{b_1}{b_2}$ mit der beliebig anzunehmenden Größe C , so läßt sich die Gleichung auch folgendermaßen schreiben:

$$h = K' \left(\log \frac{C}{b_2} - \log \frac{C}{b_1} \right) (1 + \alpha t)$$

oder

$$h = K' \log \frac{C}{b_2} (1 + \alpha t) - K' \log \frac{C}{b_1} (1 + \alpha t).$$

Setzt man hier

$$(9) \quad \begin{cases} K' \log \frac{C}{b_1} (1 + \alpha t) = H_u & \text{und} \\ K' \log \frac{C}{b_2} (1 + \alpha t) = H_0, \end{cases}$$

so wird

$$(10) \quad h = H_0 - H_u.$$

Die „barometrischen Rechnungshöhen“ H_u bzw. H_0 lassen sich für verschiedene Werte von b_1 bzw. b_2 und t in einer Tafel zusammenstellen; die ausführlichste Tafel dieser Art stammt von Jordan¹⁾, der für C — entsprechend dem mittleren Barometerstand in N.N. — 762 mm gewählt hat; H_u und H_0 werden deshalb auch als „rohe Meereshöhen“ bezeichnet.

2. Der Bruch $\frac{b_1}{b_2}$ der Gleichung (8) läßt sich auch in der Form schreiben:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1 + \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}}{1 - \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}}.$$

Entwickelt man den Logarithmus dieses Bruches in eine Reihe, so erhält man:

$$\log \frac{1 + \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}}{1 - \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}} = 2M \left[\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} + \frac{1}{3} \left(\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} \right)^3 + \dots \right]^2.$$

Vernachlässigt man hier in der Klammer die Glieder von der 3. Potenz an³⁾ und setzt das Gefundene in die Gleichung (8) ein, so geht diese über in

$$h = 2M K' \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} (1 + \alpha t)$$

¹⁾ Barometrische Höhentafeln von Jordan, Stuttgart, J. B. Metzler.

²⁾ M Modul der gemeinen Logarithmen.

³⁾ Der durch diese Näherung entstehende Fehler in den berechneten Höhenunterschieden beträgt bei $h = 1000$ m erst 1,3 m.

oder

$$h = 2 K'' \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} (1 + \alpha t),$$

$$\text{wo } K'' = 8019 \text{ und } \alpha = \frac{1}{273}.$$

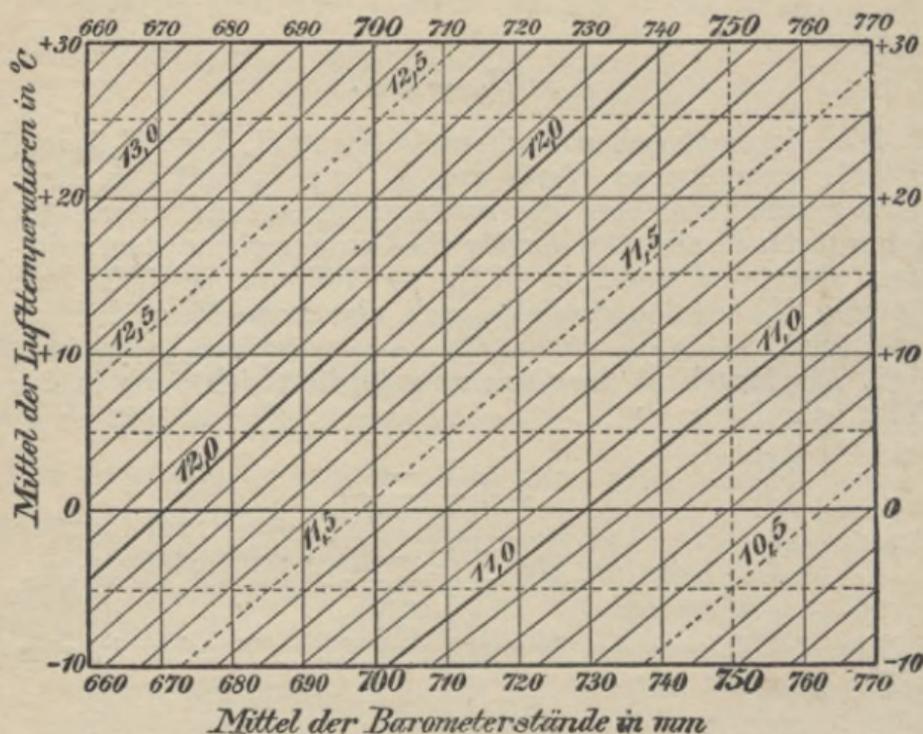


Fig. 100.

Setzt man hier

$$(11) \quad \frac{K''}{b_1 + b_2} (1 + \alpha t) = \Delta h,$$

so wird

$$(12) \quad h = \Delta h (b_1 - b_2).$$

Mit $b_1 - b_2 = 1$ mm wird $\Delta h = h$; Δh ist demnach derjenige Höhenunterschied, um den man in die Höhe steigen muß, damit das Barometer um 1 mm fällt; Δh wird deshalb als „barometrische Höhenstufe“ bezeichnet. Berechnet man auf Grund der Gleichung (11) eine Tafel, der man für die halbe Summe $\frac{b_1 + b_2}{2}$ zweier gegebener Barometerstände und

die mittlere Temperatur t die entsprechende Höhenstufe entnehmen kann, so findet man h in einfachster Weise nach Gleichung (12); eine graphische Tafel für Δh zeigt die Fig. 100.

§ 23. Ausführung von barometrischen Höhenmessungen.

Für die Bestimmung des Höhenunterschieds h zweier Punkte A_1 und A_2 genügt es nicht, nur in A_1 und in A_2 die Barometerstände b_1 und b_2 und die Lufttemperaturen t_1 und t_2 zu bestimmen; dieses einfache Verfahren hätte nur Berechtigung, wenn der Luftdruck und die Lufttemperatur in der zwischen den Ablesungen in A_1 und A_2 liegenden Zeit sich nicht verändern würden; da dies aber infolge der periodischen und plötzlichen Schwankungen in Luftdruck und Lufttemperatur nicht ohne weiteres angenommen werden kann, so hat man bei der Ausführung der Messung Rücksicht auf solche Schwankungen zu nehmen, indem man die Schwankungen selbst bestimmt und dabei annimmt, daß sie innerhalb eines nicht zu großen Gebietes dieselben sind, und daß sie innerhalb kürzerer Zeitabschnitte proportional der Zeit sind¹⁾. Die gebräuchlichsten Messungsverfahren sind die folgenden:

1. Man verwendet zwei Instrumente, ein Standbarometer und ein Feldbarometer. Das Messungsverfahren besteht darin, daß ein Beobachter mit Hilfe des Feldbarometers und eines Schleuderthermometers die Luftdrucke und Lufttemperaturen in den Punkten mißt, deren Höhenunterschiede bestimmt werden sollen; während dieser Zeit führt ein zweiter Beobachter regelmäßige Messungen des Luftdrucks und der Lufttemperatur an einem bestimmten Ort aus mit Hilfe des Standbarometers und eines Schleuderthermometers. Nach diesem Verfahren lassen sich die Höhenunterschiede, oder wenn die N.N.-Höhe eines Punkts gegeben ist, die N.N.-Höhen einer größeren Anzahl von Punkten bestimmen oder an Hand einer vorhandenen Karte ein „barometrisches Flächennivellement“ ausführen. U der ersten der beiden gemachten Annahmen — die Luftdruckschwan-

¹⁾ Diese beiden Annahmen sind für ruhige Sommertage zulässig; bei stürmischer, zu Gewittern neigender Witterung sind sie nicht zulässig, weshalb man an solchen Tagen die barometrische Höhenmessung am besten unterläßt.

kungen am Orte des Standbarometers stimmen mit denen im ganzen Messungsgebiet des Feldbarometers überein — möglichst nahe zu kommen, wird man für das Standbarometer einen in der Mitte des aufzunehmenden Gebietes liegenden Ort wählen.

Als Feldbarometer verwendet man jedenfalls ein Aneroid, als Standbarometer¹⁾ kann ein Quecksilberbarometer oder ein Aneroid zur Verwendung kommen.

Der das Feldbarometer bedienende Beobachter hat folgende Ablesungen und Aufschreibungen auf jedem Punkt vorzunehmen: Zeit, Barometerstand, Temperatur des Aneroids und Lufttemperatur.

Am Orte des Standbarometers sind folgende Ablesungen und Aufzeichnungen vorzunehmen: Zeit, Barometerstand, Barometertemperatur in Zeitabschnitten von etwa 15 Minuten und Lufttemperatur in der Stunde etwa zweimal. Für die Aufschreibungen und nachfolgenden Berechnungen empfiehlt sich die Verwendung eines Formulars.

Einen Teil eines barometrischen Flächennivellements zeigt das folgende Beispiel, zu dem zu bemerken ist, daß die Ablesungen am Stand- und Feldbarometer bereits mit sämtlichen Korrekturen versehen sind:

a) Standbarometer.

Zeit		Luftdruck mm	Lufttemp. °C	Schwankungen	
h	m			im Luftdruck mm	in Lufttemp. °C
9	00	710,3	+125	±0,0	±0,0
9	15	710,2		-0,1	
9	28	710,2	+130	-0,1	+0,5
9	50	710,0		-0,3	
10	00	710,0	+133	-0,3	+0,8

¹⁾ Für rohere Messungen — z. B. bei geographischen Forschungsreisen — kann das Standbarometer durch die von der nächstgelegenen meteorologischen Station gemachten Aufzeichnungen ersetzt werden.

2. Man verwendet zwei Instrumente, und zwar zwei Feldbarometer, also am besten zwei Aneroide, und bestimmt den Höhenunterschied von je zwei Punkten dadurch, daß man in beiden Punkten gleichzeitig Luftdruck und Lufttemperatur mißt. Dieses Verfahren läßt sich verwenden bei der Aufnahme eines Profiles längs einer bestimmten Linie, von der einzelne Punkte ihrer Lage nach in einer Karte gegeben sind. Ist z. B. die N.N.-Höhe H_a eines Punktes gegeben, und sollen die N.N.-Höhen der Punkte 1, 2, 3, 4, ... bestimmt werden, so ist der Vorgang bei der Messung der folgende: Zunächst lesen beide Beobachter in A ihre Aneroide ab, sodann begibt sich der eine Beobachter nach Punkt 1, worauf zu gleicher Zeit¹⁾ in A und 1 die Luftdrucke und die Lufttemperaturen gemessen werden; nachdem auf diese Weise der Höhenunterschied zwischen A und 1 bestimmt ist, begeben sich die Beobachter von 1 nach 2 bzw. von A nach 1 und bestimmen durch gleichzeitige Messungen in 1 und 2 den Höhenunterschied dieser Punkte usf.

Voraussetzung für dieses Messungsverfahren ist, daß die reduzierten Ablesungen von zwei gleichzeitig und in demselben

¹⁾ Die gleichzeitige Ablesung kann man in freiem Gelände durch Flaggenzeichen oder in bedecktem Gelände durch vorherige Festsetzung der Zeit der Ablesung erreichen.

b) Feldbarometer.

Punkt	Zeit		Barometer Ablesung mm	Lufttemp. °C	Korrektion wegen Schwankung des Luftdrucks temp.	Reduz. Barometer Ablesung mm	Reduz. Luft temp. °C	$\frac{b_1 + b_2}{2}$	t	Δh	$b_1 - b_2$	h	N.N. Höhe
	h	m											
A	9	00	710,4	+12,5	$\pm 0,0$	710,4	+12,5	710	12,5	11,81	+0,8	+9,5	663,4
1	9	20	709,5	+12,8	+0,1	709,6	+12,5	709	12,5	11,83	+1,4	+16,5	672,9
2	9	35	708,0	+13,0	+0,2	708,2	+12,4	708	12,4	11,84	+0,7	+8,3	689,4
3	9	50	707,2	+13,0	+0,3	707,5	+12,3	708	12,4	11,84	+0,7	+8,3	697,7

Beobachter I				Beobachter II			Berechnung.					
Punkt	Zeit		Luftdruck	Lufttemp.	Punkt	Luftdruck	Lufttemp.	t	Δh	$b - b_{\text{I}}$	h	N.N. Höhe
	h	m	mm	°C	mm	°C						
A	7	00	712,4	-	A	712,4	-					640,5
A	7	15	712,3	+10,2	1	711,5	+10,0	+10,1	11,69	+0,8	+9,4	649,9
1	7	25	711,4	+10,1	2	710,4	+10,0	+10,0	11,70	+1,0	+11,7	661,6
2	7	40	710,3	+10,3	3	709,2	+10,3	+10,3	11,70	+1,1	+12,8	674,4
3	8	00	709,1	+10,5	3	709,1	+10,5					

Punkt an den beiden Aneroiden gemachten Ablesungen übereinstimmen; man wird deshalb zum Schluß der Messung wie in A, so auch im letzten Punkt beide Instrumente nochmals gleichzeitig ablesen oder vergleichen.

Ein Beispiel¹⁾ für eine solche Punktbestimmung ist das nebenstehende.

3. Der Höhenunterschied zweier Punkte A_1 und A_2 läßt sich auch mit einem Instrument dadurch bestimmen, daß man zuerst b_1 und t_1 in A_1 mißt und sodann b_2 und t_2 in A_2 ; um zu untersuchen, ob zwischen beiden Ablesungen eine allgemeine Änderung des Luftdrucks oder der Lufttemperatur eingetreten ist, kehrt man nochmals auf A_1 zurück und macht dort die Ablesungen b'_1 und t'_1 . Eine sich zeigende Differenz zwischen b_1 und b'_1 oder zwischen t_1 und t'_1 entspricht einer Schwankung des Luftdrucks bzw. der Lufttempe-

¹⁾ Die Ablesungen sind wieder bereits reduziert.

ratur, die sich, wenn man zu den einzelnen Ablesungen die Zeit aufgeschrieben hat, proportional der Zeit in b_2 bzw. t_2 berücksichtigen läßt. Eine Verschärfung der Höhenbestimmung kann man in einfacher Weise dadurch erreichen, daß man die Messung wiederholt, indem man die Ablesungen in beiden Punkten abwechslungsweise mehrmals vornimmt. Nach diesem Verfahren lassen sich natürlich auch die N.N.-Höhen von mehreren Punkten von einem gegebenen Punkt aus bestimmen; zu beachten ist nur, daß der Unterschied in der Zeit zwischen der ersten und zweiten Ablesung im Ausgangspunkt nicht zu groß sein darf, so daß die Voraussetzung, wonach Schwankungen im Luftdruck und in der Lufttemperatur proportional der Zeit vor sich gehen, noch berechtigt ist¹⁾.

Beispiel: Gegeben ist die N.N.-Höhe eines Punkts B zu 646,0 m; zur Bestimmung der N.N.-Höhe des Punkts P wurden der Reihe nach in B , P und B Luftdruck und Lufttemperatur gemessen:

Punkt	Zeit		Luftdruck mm	Lufttemp. °C	Luftdruck (reduz.) mm	$\frac{b_1+b_2}{2}$	t	Δh	b_1^2	h	N.N. Höhe
	h	m									
B	9	30	712,8	+15,6	712,8	711	15,3	11,91	3,2	38,1	646,0
P	9	50	709,5	+15,0	709,6						684,1
B	10	20	712,6	+15,6	712,8	711	15,3	11,91	3,2	38,1	646,0

4. Sehr einfach gestaltet sich die barometrische Höhenbestimmung für den Fall, daß von zwei in bezug auf ihre Höhen weit auseinander liegenden Punkten die N.N.-Höhen gegeben sind man findet dann diejenigen von Punkten, die der Höhe nach zwischen ihnen liegen, durch Interpolation mit Hilfe des Barometers (Aneroids). Sind gegeben die N.N.-Höhen H_a und H_e der beiden Punkte A und E (Fig. 101), und sollen die Höhen der Punkte $1, 2, 3 \dots$ bestimmt werden, so mißt man der Reihe nach in $A, 1, 2, 3 \dots E$ den Luftdruck, indem man am Aneroid und am Aneroid-

¹⁾ An ruhigen Sommertagen ist diese Voraussetzung für die Dauer von etwa $\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{4}$ Stunden zulässig.

thermometer abliest; sind die entsprechenden reduzierten Ablesungen $b_a, b_1, b_2, \dots b_e$, so findet man für die barometrische Höhenstufe

$$\Delta h = \frac{H_a - H_e}{b_a - b_e}$$

und kann damit die einzelnen Höhenunterschiede berechnen. Bei diesem Einschalten von gesuchten Punkten zwischen zwei gegebene Punkte braucht man die Lufttemperatur

nicht zu messen; vom Aneroid muß man nur den Wärmekoeffizienten kennen, da Teilungs- und Standkorrektion mit interpoliert werden. Besonders einfach gestaltet sich diese Art der barometrischen Höhenmessung bei Benützung eines kompensierten Aneroids, da dann außer der Ablesung an diesem überhaupt keine Ablesungen zu machen sind.

Beispiel: Gegeben $H_a = 548,3$ m, $H_e = 634,5$ m; gesucht sind die N.N.-Höhen von drei zwischen A und E liegenden Punkten:

Punkt	Aneroid (komp.) mm	Aneroid-Differenzen	Höhenunterschiede m	N.N. Höhen
A	719,5	2,1	24,8	<u>548,3</u>
1	717,4		28,3	573,1
2	715,0	2,4	15,4	601,4
3	713,7	1,3	17,7	616,8
B	712,2	1,5	86,2	<u>634,5</u>
		7,3		

Man findet

$$\Delta h = \frac{86,2}{7,3} = 11,81 .$$

$E \odot$

0
6

0
6

0
4

1°

2°

3°

$A \odot$

Fig. 101.

III. Abschnitt.

Tachymetrische Messungen.

Als Tachymetrie (Schnellmessung) bezeichnet man diejenigen Messungsverfahren, bei denen die Lage und die Höhe von Punkten gleichzeitig bestimmt werden; die wichtigsten diesem Zweck dienenden Instrumente sind der Tachymetertheodolit, der Meßtisch mit der Kippregel und der Phototheodolit.

7. Kapitel.

Der Okularfadenentfernungsmesser.

Ein wichtiger Bestandteil des Tachymetertheodolits und der Kippregel ist das entfernungsmessende Fernrohr.

Die Entfernungsmesser im allgemeinen beruhen darauf, daß man die zu messende Entfernung als Seite eines meist gleichschenkligen, sehr spitzen Dreiecks ansieht, von dem man entweder den spitzen (mikrometrischen oder parallaktischen) Winkel unveränderlich annimmt und die diesem gegenüberliegende Seite — Basis — mißt, oder von dem man die Basis unveränderlich annimmt und den mikrometrischen Winkel mißt; dabei ist zu unterscheiden, ob die Basis im Standpunkt oder im Zielpunkt sich befindet. Für geodätische Zwecke kommen nur die Entfernungsmesser mit Basis im Zielpunkt in Betracht; der wichtigste unter diesen ist der Okularfadenentfernungsmesser oder Reichenbachsche Fadenentfernungsmesser, oder auch kurzweg Fadenentfernungsmesser.

§ 24. Der Fadenentfernungsmesser.

Beim Fadenentfernungsmesser ist die Basis im Zielpunkt und veränderlich; der mikrometrische Winkel im Standpunkt ist unveränderlich, er ist bestimmt durch den Abstand von zwei — außer dem eigentlichen Horizontalfaden — auf dem Diaphragma des Fernrohres aufgezogenen Horizontalfäden, den sog. Distanzfäden (Fig. 102). Das Messen einer Entfernung besteht darin,

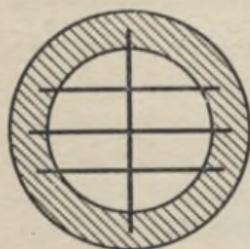


Fig. 102.

daß man im Zielpunkt einen Maßstab in Form einer Nivellierlatte aufstellen läßt und an ihm die mit der Entfernung veränderliche Basis zwischen den beiden Distanzfäden abliest; die zu bestimmende Entfernung E , der an der Latte abgelesene Abschnitt l und die Abmessungen des Fernrohres, insbesondere der Abstand a der beiden Fäden, stehen in einer gewissen Beziehung zueinander, die für die verschiedenen Arten von Fernrohren verschieden ist.

1. Ramsdensches Fernrohr.

Wenn E die Entfernung der im Zielpunkt aufgestellten Latte AB von der Umdrehungsachse UU des Instruments, d der Abstand der letzteren vom Objektiv und dessen Brennweite f ist, so liest man aus der Fig. 103, in welcher die durch die beiden Distanzfäden und den äußeren Brennpunkt F des Objektivs bestimmten Brennstrahlen eingezeichnet sind, unmittelbar folgende Beziehung ab:

$$E - (d + f) = \frac{f}{a} l$$

oder:

$$E = (d + f) + \frac{f}{a} l.$$

Setzt man in dieser Gleichung

$$d + f = c \quad \text{und} \quad \frac{f}{a} = k,$$

so erhält man als Gleichung für das entfernungsmessende Fernrohr nach Ramsdenscher Bauart:

$$(1) \quad E = c + kl, \quad \text{wo } c = d + f \quad \text{und} \quad k = \frac{f}{a}.$$

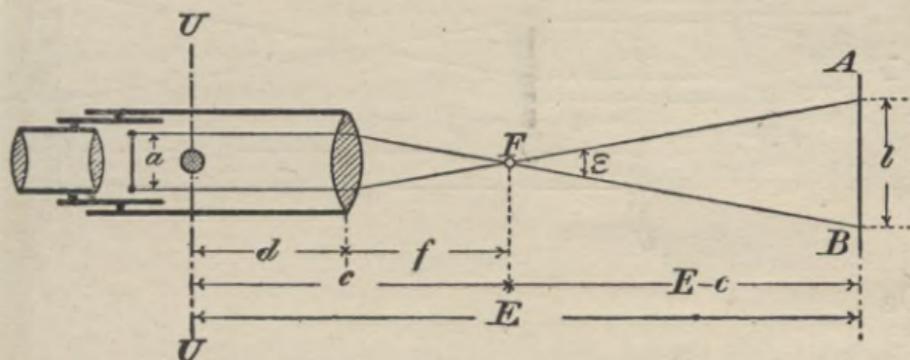


Fig. 103.

In dieser Gleichung sind — mit d , f und a — c und k unveränderliche Größen; c heißt die Additionskonstante, k die Multiplikationskonstante des Fernrohrs. Das Verhältnis $\frac{f}{a}$ wählt man so, daß k gleich einer runden Zahl — z. B. gleich 100 — wird.

Der Winkel ε in F zwischen den beiden Brennstrahlen ist der unveränderliche mikrometrische oder parallaxische Winkel. Der Brennpunkt F heißt auch anallaktischer Punkt.

rohr als entfernungsmessendes wenig Verwendung. Der für ein bestimmtes y unveränderliche mikrometrische Winkel erscheint wieder im anallaktischen Punkt (Brennpunkt F) als Winkel ε zwischen den beiden Brennstrahlen.

3. Porrosches Fernrohr.

Nach den Gleichungen (1) und (2) ist die vom anallaktischen Punkt aus gemessene Entfernung $E-c$ unmittelbar proportional dem Lattenabschnitt l ; soll die von der Umdrehungsachse aus gemessene Entfernung E proportional l sein, so muß der anallaktische Punkt mit der Umdrehungsachse zusammenfallen; dies wird nach Porro dadurch erreicht, daß man an Stelle der einen Objektivlinse ein System von zwei Linsen — eigentliche Objektivlinse und anallaktische Linse — verwendet. Die Gleichung für das Porrosche Fernrohr lautet:

$$(3) \quad E = k'' l .$$

§ 25. Bestimmung der Konstanten eines entfernungsmessenden Fernrohrs.

1. Die Additionskonstante c läßt sich — abgesehen vom Porroschen Fernrohr, wo sie gleich Null ist — durch unmittelbares Abmessen der Größen d — Abstand der Objektivlinse von der Umdrehungsachse — und f — Brennweite der Objektivlinse — genügend genau bestimmen; man hat nach den Gleichungen (1) und (2)

$$c = d + f .$$

2. Für die Bestimmung der Multiplikationskonstante eines Fernrohrs genügt unmittelbares Abmessen der in Betracht kommenden Größen — besonders der

Fadenentfernung a — im allgemeinen nicht; man führt vielmehr die Bestimmung derart aus, daß man eine bzw. mehrere Entfernungen einerseits mit dem Entfernungsmesser und andererseits mit Meßlatten oder einem Meßband mißt. Wenn E_1 eine unmittelbar gemessene Entfernung und l_1 der ihr entsprechende Lattenabschnitt ist, so erhält man z. B. bei Ramsdenschem Fernrohr aus Gleichung (1)

$$k = \frac{E_1 - c}{l_1}.$$

Praktisch führt man die Bestimmung so aus, daß man für eine Anzahl Punkte zuerst die Lattenabschnitte l abliest und sodann vom anallaktischen Punkt aus die Entfernungen ($E-c$) abmißt¹⁾.

Beispiel für eine Konstantenbestimmung: An einem Fernrohr Ramsdenscher Bauart wurde abgemessen $d = 8$ cm, $f = 18$ cm, so daß $c = d + f = 8 + 18 = 26$ cm.

Zur Ermittlung von k wurden fünf Punkte in den durch Abschreiten bestimmten ungefähren Abständen von 20 m gewählt und ihre Entfernungen durch Ablesen an einer vertikal in ihnen aufgehaltene Nivellierlatte und sodann durch unmittelbares Abmessen mit Meßlatten bestimmt; dabei wurden die folgenden Werte gefunden:

Punkt	Lattenabschnitt l	Entf. vom anallakt. Punkt ($E - c$)	k
1	0,198	19,73	99,65
2	0,415	41,45	99,88
3	0,602	60,28	100,13
4	0,787	78,68	99,98
5	0,972	97,22	100,02

} k im Mittel
99,93

Die Gleichung des Fernrohrs ist somit

$$E = 0,26 + 99,93 l.$$

¹⁾ Für die folgende Rechnung wäre es bequem, die ($E-c$) gleich runden Zahlen zu machen; dies ist jedoch mit Rücksicht auf die dadurch eintretende Regelmäßigkeit in den Lattenabschnitten nicht zu empfehlen.

Für die Gleichung eines bestimmten Fernrohrs entwirft man eine Tafel, der man für einen Lattenabschnitt l die zugehörige Entfernung E entnehmen kann.

Die Unveränderlichkeit der Multiplikationskonstanten ist zunächst — beim Ramsdenschen Fernrohr überhaupt nur — abhängig von dem Fadenabstand a ; um diesen unveränderlich zu erhalten, empfiehlt es sich, die Distanzfäden nicht in Form von Spinnenfäden auf dem Diaphragma aufzuziehen, sondern auf einem Glasplättchen, der sog. Fadenplatte, einzureißen.

§ 26. Verwendung des Fadenentfernungsmessers bei nicht horizontalen Zielungen.

Im vorhergehenden wurde vorausgesetzt, daß die Ziellinie — Verbindungsgerade zwischen Objektivmittelpunkt und mittlerem Horizontalfaden — senkrecht zum Lattenabschnitt l , also bei senkrecht gehaltener Latte horizontal liegt; ist dies nicht der Fall, bildet vielmehr die Ziellinie mit der Horizontalen den Höhenwinkel α (Fig. 105), so erhält man für die horizontale Entfernung e des Lattenpunktes Z vom Instrumentenstandpunkt S , wenn E' die schiefe Entfernung zwischen Mitte M des Lattenabschnitts l und der Kippachse des Instruments ist:

$$e = E' \cos \alpha .$$

Wenn l' der zwischen den Distanzfäden abgelesene Abschnitt an einer durch M senkrecht zur Ziellinie gedachten Latte ist, so findet man

$$E' = c + kl' .$$

Bedenkt man, daß $l' \approx l \cos \alpha$ ist, so erhält man

$$E' = c + kl \cos \alpha$$

und damit

$$e = c \cos \alpha + kl \cos^2 \alpha .$$

Um diese Gleichung für die Rechnung bequemer zu gestalten, schreibt man näherungsweise

$$e \approx c \cos^2 \alpha + kl \cos^2 \alpha \approx (c + kl) \cos^2 \alpha .$$

Setzt man hier $c + kl = E$ ¹⁾, so wird

$$(1) \quad e \approx E \cos^2 \alpha , \quad \text{wo } E = c + kl .$$

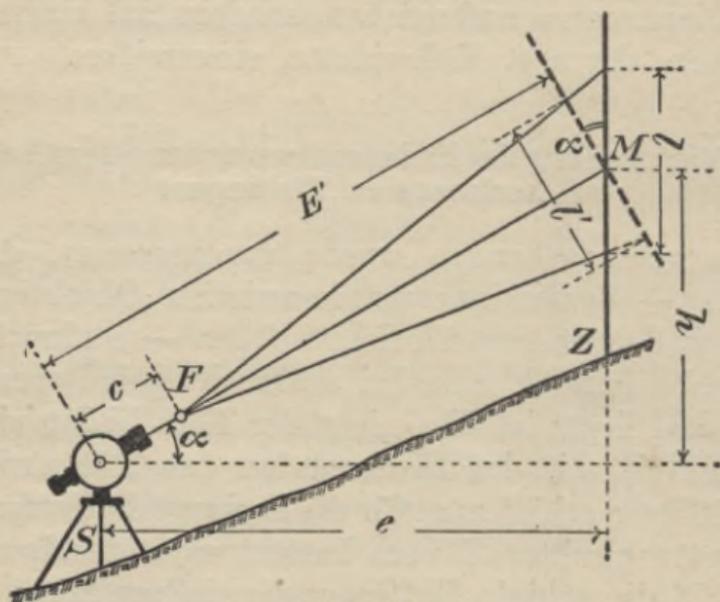


Fig. 105.

Für den Höhenunterschied h zwischen Kippachse K und Zielpunkt M findet man

$$h = e \operatorname{tg} \alpha \approx E \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha$$

oder

$$(2) \quad h \approx \frac{1}{2} E \sin 2 \alpha .$$

Für die Berechnung der horizontalen Entfernung e und des Höhenunterschieds h nach den Gleichungen (1)

¹⁾ E Hilfsgröße für die Rechnung.

und (2) gibt es eine große Anzahl von Hilfsmitteln in Form von numerischen Tafeln¹⁾, graphischen Tafeln²⁾ und graphisch-mechanischen Vorrichtungen in Form von „Tachymeterschiebern“³⁾.

Vielfach wurde auch der Versuch gemacht, besondere Instrumente zu bauen, welche die Berechnung der horizontalen Entfernung e und des Höhenunterschieds h „selbsttätig“ besorgen. Von den zahlreichen Instrumenten dieser Art seien erwähnt der Wagner-Fennelsche Tachymeter und die Schnellmesser von Puller-Breithaupt; diese — auch als Schiebetachymeter bezeichnete — Instrumente besitzen außer dem entfernungsmessenden Fernrohr eine besondere Vorrichtung zum Berechnen von e und h nach den Gleichungen (1) und (2); selbsttätige Tachymeter im eigentlichen Sinn sind diese Instrumente nicht, da nach Ablesung des Lattenabschnitts l und Ermittlung der Hilfsgröße E auf Grund der Konstanten c und k des betreffenden Fernrohrs zur Berechnung von e und h besondere Einstellungen gemacht werden müssen, die man in den meisten Fällen besser und bequemer an einem getrennten Instrument (z. B. Wildscher Tachymeterschieber) oder mit Hilfe einer Tafel ausführt.

Ein selbsttätiger Tachymeter im eigentlichen Sinn ist der Hammer-Fennelsche Tachymeter; mit Hilfe von diesem Instrument liest man an der vertikal gehaltenen Nivellierlatte e und h — abgesehen von einer Multiplikation der zwei Lattenablesungen mit 100 bzw. 20 — unmittelbar ab.

1) Hilfstabellen für Tachymetrie von W. Jordan, Stuttgart, J. B. Metzlersche Buchhandlung. Diese Tafel ist für alte Kreisteilung und geht in E bis 250 m und in h bis rund 50 m. Tachymetertafeln für zentesimale Winkelteilung von Jadanza, deutsche Ausgabe besorgt von E. Hammer, Stuttgart, Verlag von Konrad Wittwer.

2) Graphische Tachymetertafel für alte Kreisteilung, entworfen für Entfernungen von 5—500 m und für Höhenunterschiede von 0,1—70 m von P. Werkmeister, Stuttgart, Verlag von Konrad Wittwer. Diese Tafel läßt sich auch in einfacher Weise für neue Kreisteilung einrichten.

3) Von den zahlreichen Schiebern seien erwähnt: die Tachymeterschieber von Puller, hergestellt durch F. W. Breithaupt & Söhne in Kassel; Logarithmisch-tachymetrischer Rechenschieber von Wild, hergestellt durch Kern in Aarau.

8. Kapitel.

Ausführung von tachymetrischen Messungen.

Die tachymetrischen Aufnahmeverfahren lassen sich einteilen in: Theodolittachymetrie, Meßtischtachymetrie und Phototachymetrie; die dabei zur Verwendung kommenden Instrumente sind der Tachymetertheodolit oder kurz Tachymeter, der Meßtisch mit der Kippregel und der Phototheodolit.

Voraussetzung für die Verwendung der tachymetrischen Verfahren zur Ausführung von Höhenaufnahmen bei Vorarbeiten¹⁾ ist, daß einzelne nach Lage und Höhe zum voraus — z. B. durch Polygonzugmessung und Längennivellements — festgelegte Punkte vorhanden sind.

§ 27. Theodolittachymetrie.

Der Tachymetertheodolit (Fig. 106) oder kurz Tachymeter, im Gegensatz zu den Schiebetachymetern auch Kreistachymeter genannt, ist ein Theodolit²⁾, der außer mit einem Höhenkreis mit einem entfernungsmessenden Fernrohr und in den meisten Fällen noch mit einer Aufsatz- oder Reitbussole versehen ist.

Die Festlegung von Punkten mit Hilfe des Tachymeters besteht darin, daß man ihre Polarkoordinaten mißt; den Richtungswinkel mißt man mit Hilfe des Horizontalkreises von einer in der Karte und im Feld festgelegten Richtung aus oder mit Hilfe der Bussole von der magnetischen Nordrichtung aus; zur Messung

¹⁾ Von diesen allein soll hier die Rede sein; auf die Verwendung der Tachymetrie als sog. Präzisionstachymetrie bei Horizontalaufnahmen soll nicht eingegangen werden.

²⁾ Am besten ein „einfacher“ Theodolit mit festem Horizontalkreis.

von Entfernung und Höhenwinkel dienen der Fadenentfernungsmesser und der Höhenkreis.

Bei der Aufnahme hat man zu unterscheiden, ob die Aufnahme in offenem Gelände, also im freien Felde, oder in bedecktem, wenig übersichtlichem Gelände, z. B. im Wald, stattfindet.

Ist eine Höhengaufnahme in offenem Gelände auszuführen, so wählt man einzelne, wömmöglich nach Lage und N.N.-Höhe gegebene Punkte als Instrumentenstandpunkte, von denen aus man größere Flächenstücke übersehen und aufnehmen kann. Die Aufnahme zerfällt in das Aufnehmen einzelner Punkte, die je nach Bedarf ausgewählt werden; zur Erleichterung bei der Ausarbeitung der Aufnahme fertigt man im Felde — am besten auf Grund einer vorhandenen Karte — eine Skizze über die Lage der aufgenommenen Punkte, die man dabei mit fortlaufenden Nummern versieht. Nach Aufstellung des Tachymeters über einem Punkte A mit der N.N.-Höhe H_a und Abmessung der Instrumentenhöhe i wählt man eine beliebige, in Feld und Karte gegebene Anfangsrichtung, für welche man die der jeweiligen Lage des Horizontalkreises entsprechende Ab-

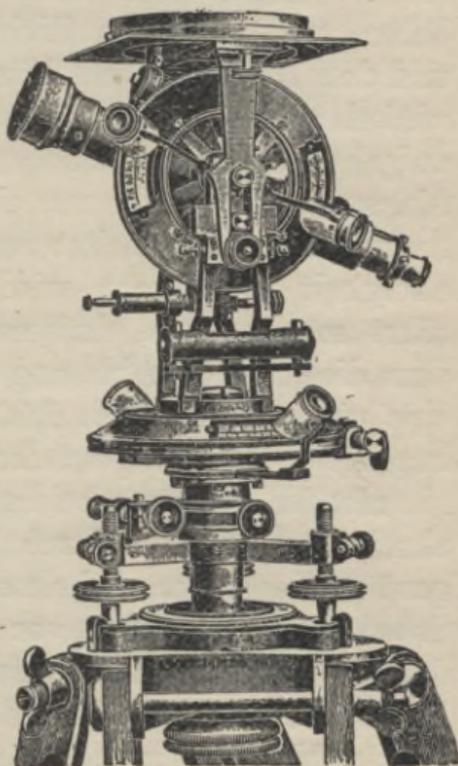


Fig. 106.

lesung macht¹⁾); hierauf läßt man durch einen Meßgehilfen in jedem der aufzunehmenden Punkte der Reihe nach eine — mit Rücksicht auf Entfernungen bis etwa 500 m — nur in Dezimeter bzw. halbe Dezimeter eingeteilte Latte (vgl. Band I, Fig. 142) vertikal aufhalten und mißt den Richtungswinkel, die Entfernung und den Höhenwinkel. Für die Messung des Richtungswinkels stellt man den Vertikalfaden auf die Mitte der aufgehaltene Latte und macht am Horizontalkreis die Ablesung, für welche nur eine dem Maßstab, in dem die Aufnahme ausgearbeitet werden soll, entsprechende Genauigkeit angestrebt wird. Die Entfernungsmessung führt man so aus, daß man denjenigen Distanzfaden, dem die kleinere Ablesung an der Latte entspricht, auf eine runde Zahl, z. B. 1,00 m, einstellt und sodann die zugehörige Ablesung an dem anderen Distanzfaden vornimmt; die Differenz beider Ablesungen gibt den Lattenabschnitt l . Für die Ermittlung des Höhenunterschieds h genügt die Höhenwinkelmessung in einer Fernrohrlage; dabei empfiehlt es sich, vor Ablesung des Höhenwinkels α den mittleren Horizontalfaden auf die nächstgelegene, für die Rechnung bequeme Zahl t der Latte einzustellen.

Der Vorgang bei der Messung ist demnach folgender: Einstellen des Vertikalfadens auf die Mitte der Latte; Einstellen des unteren — im Gesichtsfeld oberen — Distanzfadens auf eine runde Zahl der Latte; Ablesen am oberen Distanzfaden; Einstellen des horizontalen Mittelfadens auf eine runde Zahl; Ablesen am Horizontalkreis und am Höhenkreis.

¹⁾ Ist der zur Verfügung stehende Tachymeter ein Repetitions-theodolit, so kann man dafür sorgen, daß die der festen Richtung zukommende Ablesung gleich Null ist; nicht zu vergessen ist, daß bei einem solchen Instrument während der Messung auf einem Standpunkt der Limbus seine Anfangslage beizubehalten hat.

Sind c und k die Konstanten des benützten Instruments, so hat man für jeden aufgenommenen Punkt seine Entfernung e und seine N.N.-Höhe H zu berechnen mit Hilfe der Gleichungen

$$e = E \cos^2 \alpha, \quad \text{wo } E = c + kl$$

und

$$H = H_a + i \pm h - t, \quad \text{wo } h = \frac{1}{2} E \sin 2\alpha.$$

Die Ausarbeitung der Aufnahme besteht außer in der Berechnung der Entfernungen und N.N.-Höhen im Aufzeichnen der aufgenommenen Punkte mit Hilfe von Transporteur und Maßstab.

Zum Aufschreiben der bei der Aufnahme gemachten Einstellungen und Ablesungen benutzt man zweckmäßigerweise ein Formular, das etwa die folgende Einrichtung haben kann, und in dem die aufgenommenen Punkte der Karte entsprechend numeriert werden.

Datum: <u>14. Juli 1908</u> Instrument <u>N^o4</u> $c = 0,3k - 10000$											
Beobachter: <u>N.N.</u> Wetter: <u>Himmel bedeckt, leichter Wind</u>											
Standpunkt	Zielpunkt	Latte		Richtung	Höhenkreis		E e	h	h-t	Horizont	Höhe
		äußere Fäden	mittl. Faden		α α_0	α					
I	1	1,00 2,43	1,70	236,5°	+3°10' ±0°00'	+3°10'	143,3 142,9	+7,9	+6,2	245,8	2520
	2	1,00 3,20	2,30	15,8°	-5°42' ±0°00'	-5°42'	220,3 218,2	-218	-241		2217
	3	1,00 1,87	1,50	70,1°	-0°40' ±0°00'	-0°40'	87,3	-1,0	-2,5		243,3

Ist eine Höhenaufnahme in wenig übersichtlichem Gelände, z. B. im Wald, auszuführen, wo man von einem Instrumentenstandpunkt aus nur wenige Geländepunkte festlegen kann, so zerfällt die Aufnahme in die Messung von einzelnen Polygon- oder Tachymeter-

zügen, die am besten von nach Lage und Höhe festgelegten Punkten ausgehen und in ebensolchen Punkten endigen. Die Seiten solcher Züge mißt man optisch mit Hilfe des Entfernungsmessers; die Messung der Polygonwinkel kann man dadurch umgehen, daß man unmittelbar die Richtungswinkel der Polygoneiten mit Hilfe der Bussole mißt, wozu man das Instrument nur in jedem zweiten Polygonpunkt aufzustellen braucht. Der Vorgang bei der Messung ist ähnlich dem bei der Aufnahme in offenem Gelände; zum Aufschreiben der Messungen läßt sich dasselbe Formular verwenden. Das Einzeichnen der Tachymeterzüge führt man am besten derart aus, daß man sie auf Pauspapier aufträgt und dann zwischen die gegebenen Endpunkte einpaßt.

§ 28. Meßtischtachymetrie.

Der Meßtischapparat (Fig. 107) besteht aus der durch ein Fußgestell mit dem Stativ verbundenen Meßtischplatte und der Kippregel. Die Meßtischplatte ist auf dem Fußgestell drehbar befestigt und läßt sich ähnlich wie der Limbus eines Repetitionstheodolits mit Hilfe einer Bremsschraube in Verbindung mit einer Mikrometerschraube in einer bestimmten Lage festhalten bzw. auf eine solche einstellen. Die Horizontallegung der Meßtischplatte wird mittels der Fußschrauben und einer als Tischlibelle ausgebildeten Dosenlibelle vorgenommen. Die Kippregel unterscheidet sich vom Oberbau eines Tachymetertheodolits dadurch, daß der untere Teil der Alhidade in ein zur Fernrohrrichtung paralleles Lineal ausgebildet ist.

Der Unterschied zwischen der Meßtischtachymetrie und der Theodolittachymetrie besteht darin, daß bei der letzteren die Aufzeichnung der Aufnahme von dieser

getrennt — in den meisten Fällen nicht im Felde, sondern im Zimmer — ausgeführt wird, während bei dem Meßtischverfahren die Aufzeichnung als ein Teil der Aufnahme anzusehen ist, also im Felde ausgeführt wird.

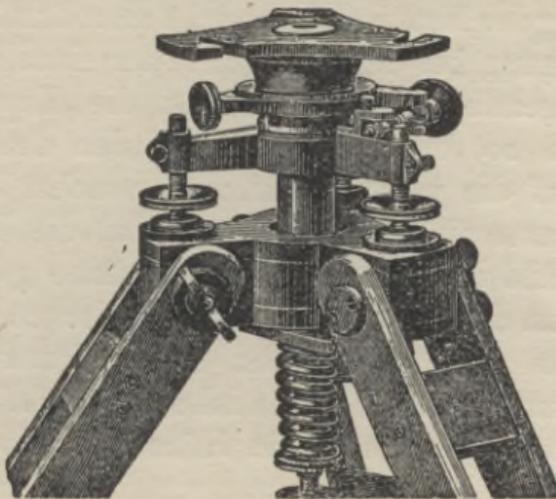
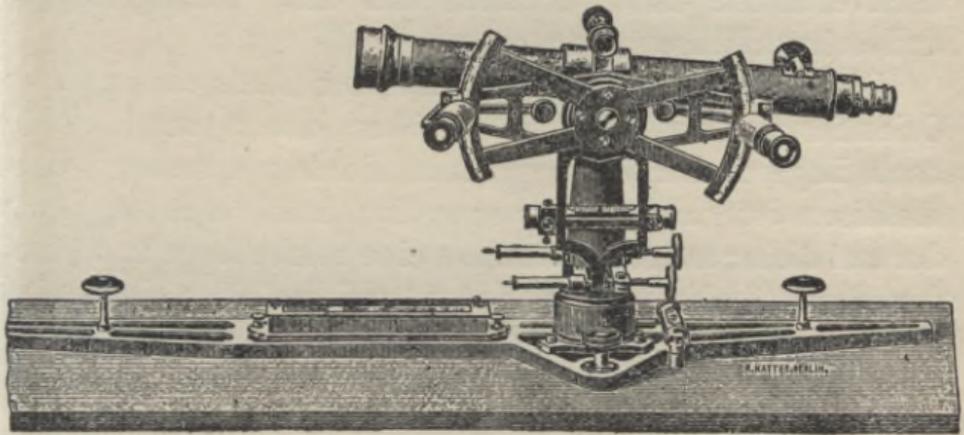


Fig. 107.

Auch hier hat man bei der Aufnahme zu unterscheiden, ob sie in offenem Gelände — freiem Felde — oder in wenig übersichtlichem Gelände — Wald — statt-

findet; im ersteren Fall gestaltet sich die Aufnahme überaus einfach und weist gegenüber der Theodolit-tachymetrie sogar gewisse Vorteile auf; für die Aufnahme in nicht offenem Gelände eignet sich dagegen das Meßtischverfahren mit Rücksicht auf den umfangreichen und schwerfälligen Apparat wenig.

Die Aufnahme beginnt mit der Aufstellung und Orientierung des Meßtisches über einem am besten nach Lage und Höhe gegebenen Punkt; man sagt, der Meßtisch ist orientiert, wenn die Meßtischplatte bzw. der auf dieser aufgezeichnete Plan eine solche Lage hat, daß der Standpunkt in der Natur und im Plan in einer Vertikalen liegen, und daß eine vom Standpunkt ausgehende Gerade — z. B. die mit Hilfe einer Bussole unter Berücksichtigung der Deklination bestimmte Nordrichtung — in der Natur und im Plan parallel sind; die Orientierung des Meßtisches erreicht man durch Versuche.

Der Vorgang bei der Aufnahme der einzelnen Punkte ist der folgende: Man verschiebt die Kippregel von freier Hand so, daß der Vertikalfaden des Fernrohrs ungefähr auf die in dem aufzunehmenden Punkt aufgehaltene Latte eingestellt ist, und daß die Linealkante durch das Bild des Standpunkts im Plane geht; hierauf ermittelt man den Lattenabschnitt l zwischen den beiden Distanzfäden und mißt nach einem Punkt mit der Lattenablesung t den Höhenwinkel α ; ist H_s die N.N.-Höhe des Standpunkts, i die Höhe der Kippachse der Kippregel über H_s , so hat man unter Beibehaltung der seither benützten Bezeichnungen für die Entfernung e und die N.N.-Höhe H des betreffenden Punkts

$$e = E \cos^2 \alpha, \quad \text{wo } E = c + kl$$

und

$$H = H_s + i \pm h - t, \quad \text{wo } h = \frac{1}{2} E \sin 2 \alpha.$$

Die Entfernung e trägt man auf der entlang der Linealkante gezogenen Geraden im Maßstab des Planes ab, womit der Punkt in der Zeichnung festgelegt ist.

Zur Höhenwinkelmessung möge noch bemerkt sein, daß mit Rücksicht auf die kurzen Entfernungen — man geht bei dem Meßtischverfahren ebenso wie bei der Theodolittachymetrie nur in Ausnahmefällen über 500 m hinaus — die Messung in einer Fernrohrlage genügt; man wird deshalb, um in der Ablesung am Höhenkreis unmittelbar den gemessenen Höhenwinkel zu erhalten, die Kippregel in ähnlicher Weise wie den zum Höhenwinkelmessen eingerichteten Theodolit untersuchen und berichtigen.

§ 29. Phototachymetrie.

Der phototachymetrischen oder photogrammetrischen Aufnahme dient eine für diesen Zweck besonders hergerichtete — dann als Photogrammometer bezeichnete — photographische Kamera oder ein Phototheodolit, d. i. ein mit einer photographischen Kamera ausgerüsteter, zum Messen von Horizontal- und Höhenwinkeln eingerichteter Theodolit.

Das Verfahren beruht darauf, daß man aus perspektivischen Bildern des Geländes sein geometrisches Bild oder die Lage und Höhe einzelner Geländepunkte ermitteln kann. Die perspektivischen Bilder erhält man durch photographische Aufnahme des aufzunehmenden Gebietes von passend gelegenen Punkten aus, wobei die gegenseitige Lage der Bilder zu deren „Orientierung“ auf irgendwelche Weise bestimmt werden muß.

Bei einem perspektivischen Bild unterscheidet man (Fig. 108) den Augpunkt O , in der Bildebene den Horizont HH , in diesem den Hauptpunkt o und die Bildweite $Oo = b$; für das Folgende möge vorausgesetzt sein, daß

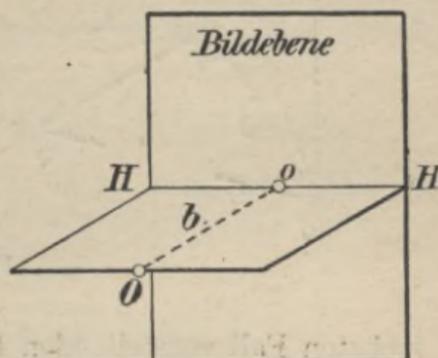


Fig. 108

Horizont, Hauptpunkt und Bildweite der perspektivischen Bilder bekannt sind.

Der Gang der Aufnahme und die Verwertung der photographischen Bilder zur Bestimmung von Lage und Höhe einzelner Punkte möge an dem folgenden, den ein-

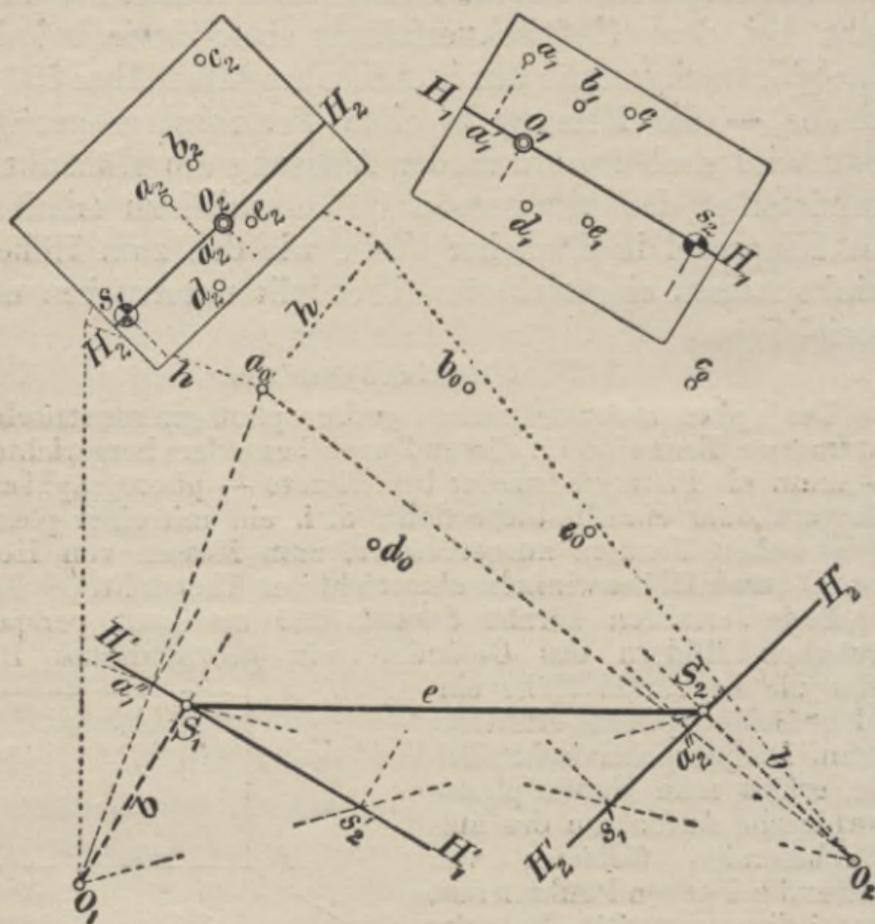


Fig. 109.

fachsten Fall vorstellenden Beispiel gezeigt werden: Zur Aufnahme eines bestimmten Geländestücks wurde eine Grundlinie S_1S_2 (Fig. 109) gewählt und ihre Länge e mit dem Meßband gemessen; die Punkte S_1 und S_2 sind nahezu gleich hoch, so daß in ihnen die Kamera so aufgestellt werden konnte, daß der Augpunkt (Objektivmittelpunkt der Kamera)

und damit auch der Horizont in beiden Punkten in derselben N.N.-Höhe H sich befand. Zur bequemen Orientierung der beiden in S_1 und S_2 aufgenommenen Bilder wurde die Kamera so aufgestellt, daß von $\left\{ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \end{matrix} \right\}$ aus $\left\{ \begin{matrix} S_2 \\ S_1 \end{matrix} \right\}$ mit aufgenommen wurde; die lichtempfindlichen Platten (Bildebenen) hatten bei der Aufnahme eine vertikale Lage.

Die Feldarbeit besteht demnach in der Auswahl der Punkte S_1 und S_2 , Messung der Grundlinie $S_1 S_2 = e$, Bestimmung des Höhenunterschieds zwischen S_1 und S_2 und Ausführung der photographischen Aufnahmen von den Endpunkten der Grundlinie aus.

Die Ausarbeitung beginnt nach Aufzeichnung der Grundlinie $S_1 S_2$ in dem gewünschten Maßstab mit der Orientierung der beiden Bilder, die man mit Hilfe von s'_2 — Horizontalprojektion des Bildes s_2 des Punktes S_2 — und s'_1 — Horizontalprojektion des Bildes s_1 des Punktes S_1 — in einfacher Weise erreicht; die beiden Lagen des Augpunktes seien o_1 und o_2 . Um das Bild a_0 eines Geländepunktes A im Grundriß zu ermitteln, fällt man von seinen perspektivischen Bildern a_1 und a_2 die Lote auf die Bildhorizonte $H'_1 H'_1$ bzw. $H'_2 H'_2$ und verbindet deren Fußpunkte a''_1 und a''_2 mit o_1 und o_2 ; der Schnittpunkt dieser beiden Geraden ist das geometrische Bild von A . Um die Höhe h des Punktes A in bezug auf den Bildhorizont zu erhalten, mißt man $o_1 a'_1$ und $a_1 a'_1$ im natürlichen Maßstab und $o_1 a_0$ im Maßstab der Zeichnung ab; dann ist

$$h = \overline{a_1 a'_1} \frac{\overline{o_1 a_0}}{\overline{o_1 a''_1}} .$$

Mißt man ebenso $o_2 a''_2$ und $a_2 a'_2$ im natürlichen Maßstab und $o_2 a_0$ im Maßstab der Zeichnung ab, so findet man zur Kontrolle

$$h = \overline{a_2 a'_2} \frac{\overline{o_2 a_0}}{\overline{o_2 a''_2}} .$$

Wenn H die N.N.-Höhe des Horizonts, so findet man für die N.N.-Höhe H_a von A :

$$H_a = H \pm h ,$$

je nachdem A $\left\{ \begin{matrix} \text{über} \\ \text{unter} \end{matrix} \right\}$ dem Horizont liegt.

Der Ermittlung von Lage und Höhe einzelner Geländepunkte in der angegebenen Weise geht das Aufsuchen ihrer Bilder in den beiden perspektivischen Abbildungen voraus, was eine oft mühsame und zeitraubende Arbeit bedeutet. Ist die Orientierung der Bilder in der angedeuteten Weise nicht möglich, so mißt man anschließend an die photographische Aufnahme — aus diesem Grunde ist die Kamera mit einem Theodolit verbunden — den Horizontalwinkel zwischen Grundlinie und einigen unzweideutig bezeichneten Punkten.

Besonders einfach gestaltet sich das photogrammetrische Aufnahmeverfahren, wenn die Bildebenen zusammenfallen; dies ist der Fall bei der immer mehr in den Vordergrund tretenden Stereophotogrammetrie, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann.

§ 30. Topographische Aufnahmen.

Außer für reine Höhenaufnahmen, wie sie hauptsächlich für Ingenieurzwecke auszuführen sind, finden die tachymetrischen Aufnahmeverfahren ausgedehnte Verwendung bei topographischen Aufnahmen.

Als topographische Karten bezeichnet man hauptsächlich Karten in den Maßstäben 1 : 10 000, 1 : 25 000 und 1 : 50 000; sie dienen in erster Linie militärischen Zwecken, indem sie die Grundlagen für die eigentlichen Kriegskarten in den Maßstäben 1 : 75 000, 1 : 100 000 und 1 : 200 000 bilden; sodann liefern sie wertvolle Anhaltspunkte für die allgemeinen Vorarbeiten bei Ingenieurbauten. Die Aufgabe, die eine topographische Karte zu erfüllen hat, ist eine doppelte, indem sie einerseits alle die für die genannten Zwecke in Betracht kommenden topographischen Einzelheiten und andererseits eine übersichtliche, leicht lesbare Darstellung der Geländeformen enthalten soll. Die für topographische Karten zunächst in Betracht kommende Geländedarstellung ist diejenige in Höhenschichtlinien oder Höhenkurven.

Anlage, Ausführung und Bearbeitung einer topographischen Aufnahme sind davon abhängig, ob von dem aufzunehmenden Gebiet bereits eine zusammenhängende Karte in Form von Kataster- oder Flurkarten vorhanden ist oder nicht; ist das erstere der Fall — wie z. B. in Bayern und

Württemberg, wo gedruckte Flurkarten in den Maßstäben 1 : 2500 und 1 : 5000 zur Verfügung stehen —, so bilden solche Karten naturgemäß die Grundlage für die topographische Aufnahme, so daß diese im Maßstab jener Karten ausgeführt wird. Bei einer solchen Aufnahme bestehen die auf den Grundriß sich beziehenden Messungen nur in Ergänzungsmessungen, so daß die Höhenaufnahme den wesentlichsten Teil der ganzen Arbeit ausmacht.

Sind keine Karten größeren Maßstabs oder Katasterkarten vorhanden, so hat der eigentlichen topographischen Aufnahme eine Triangulation des betreffenden Gebietes vorzugehen, welche genügend viele ihrer Lage nach festgelegte Punkte liefert. Als Maßstab der Aufnahme wählt man in diesem Fall denjenigen der zu fertigenden Karte oder jedenfalls einen nur wenig größeren.

Die Grundlage für die Höhenaufnahme gewinnt man in beiden Fällen durch die Anlage eines Nivellementsnetzes I. Ordnung, in das man nach Bedarf entweder weitere Nivellementsnetze II. und III. Ordnung oder trigonometrische Höhenetze mit genügend vielen Punkten einschaltet.

Bei Aufnahmen, die auf Grund von vorhandenen Karten ausgeführt werden, ist die Theodolittachymetrie, im anderen Fall die Meßtischachymetrie im Vorteil. Die Phototachymetrie — hier auch Phototopographie genannt — findet in beiden Fällen Anwendung; sie eignet sich naturgemäß nur für wenig bedecktes, also z. B. unbewaldetes, nicht zu ebenes Gelände und findet deshalb zunächst im Gebirge Verwendung.

Bei der Geländedarstellung in topographischen Karten spielt die naturgetreue Darstellung der Geländeformen eine große Rolle, die Zeichnung der Höhenschichtlinien wird deshalb am besten im Felde, also im Anblick der wiederzugebenden Formen ausgeführt, wobei auf deren Entstehung bei Mulden-, Rücken- und Sattelbildungen möglichst Rücksicht zu nehmen ist.



Sachregister.

- Ablesevorrichtungen 10.
Abstecken von Geraden 99.
— von Kreisbögen 103.
— von Winkeln 102.
Absteckungsarbeiten 97.
Additionskonstante 163, 165.
Alhidade 7.
— Exzentrizität der 34, 39.
Alhidadenlibelle 7, 24.
Aneroid nach Goldschmid 144.
— nach Naudet 143.
— nach Reitz-Deutschbein 144.
Anzielen eines Punktes 43.
- Barometer 137.
— Feder- 142.
— Quecksilber- 137.
Barometrische Höhenformel 148.
Barometrische Höhenmessungen, Ausführung 155.
— Berechnung 152.
Basismessung 77, 82.
Basisnetz 81.
Bogenhauptpunkte 104.
Bogenzwischenpunkte 108.
- Distanzfäden 162.
Dreieckskette 74, 78.
Dreiecksnetz 74.
- Einfacher Theodolit 6.
Einfache Winkelmessung 411.
- Entfernungsmesser 161.
Erdkrümmung 130.
Exzentrizität der Alhidade 34, 39.
— des Standpunkts 93.
— des Zielpunkts 96.
- Fadenentfernungsmesser 162, 167.
— Bestimmung der Konstanten 165.
Fernrohr 21.
— Durchschlagen vom 21.
— Umlegen vom 22.
- Gefäßbarometer 137.
Gefäßkorrektur 139.
Grundlinienmessung 77, 82.
- Heberbarometer 138.
Höhenformel, barometrische 148.
Höhenkreis 114.
Höhenmessung, barometrische 137.
— trigonometrische 113.
Höhenwinkelmessung 114.
— in einer Fernrohrlage 115.
— in zwei Fernrohrlagen 118.
- Horizontalkreis 6.
— Teilungsfehler vom 40.
- Indexfehler 117, 123.
- Kapillardepression 140.
Kippachse 21.
— Fehler der 29, 36.
Kleintriangulierung 84.
- Kollimationsfehler 26.
Kompensationstheodolit 22.
Kreisbogenabsteckung 103.
Kreisteilung 9.
— Fehler der 40.
- Landesvermessung 80.
Libellenkreuzung 32.
Limbus 6.
— Mitschleifen des 50.
- Meßtisch 174.
Mikrometrischer Winkel 163.
Mikroskop 13.
— Schrauben- 19.
— Skalen- 16.
— Strich- 14.
Multiplikationskonstante 163, 165.
- Netzeinschaltung 84.
Nonius 10.
- Phototachymetrie 177.
Polygonpunkte, Auswahl der 57.
— Bezeichnung der 58.
Polygonzüge, angeschlossene 52, 69.
— Anlage der 54.
— Berechnung der 61.
— geschlossene 52, 66.
— Messung der 54.
— offene, nicht angeschlossene 52, 63.
Punkteinschaltung 84.
- Quecksilberbarometer 137.

- Refraktion 131.
 Reiterlibelle 7, 31.
 Repetitionstheodolit 6.
 Repetitionsweise Winkel-
 messung 49.
 Rückwärtseinschneiden
 84.
 — einfaches 85, 90.
 — mehrfaches 86.
- Satzweise Winkelmes-
 sung 44.
 Schraubenmikroskop 19.
 Schwerekorrektion 141.
 Skalenmikroskop 16.
 Standkorrektion 142, 146.
 Stativ 5.
 Strichmikroskop 14.
- Tachymetrie 161.
 — Meßtisch- 174.
- Tachymetrie, Photo- 177.
 — Theodolit- 170.
 Teilkreis 6.
 Teilungsfehler 40.
 Teilungskoeffizient 146.
 Theodolit, der Bau vom 5.
 — Berichtigung vom 23.
 — einfacher 6.
 — Kompensations- 22.
 — Repetitions- 6.
 — Untersuchung vom 23.
 Topographische Aufnah-
 men 180.
 Triangulierung, Klein- 84.
 — selbständige 74.
 Trigonometrische Höhen-
 messung 113.
 — auf größere Entfer-
 nungen 129.
 — auf kleinere Entfer-
 nungen 123.
- Übertragen von Entwür-
 fen ins Feld 97.
 Umdrehungsachse 24, 38.
- Vorwärtseinschneiden 84.
 — einfaches 85, 87.
 — mehrfaches 86.
- Wärmekorrektion 139,
 145.
 Winkelmessung 36.
 — einfache 41.
 — repetitionsweise 49.
 — satzweise 44.
- Zentrierung des Stand-
 punkts 93.
 — des Zielpunkts 96
 Ziellinienfehler 26, 31.

Inhaber der „Königlich Preussischen Staatsmedaille“

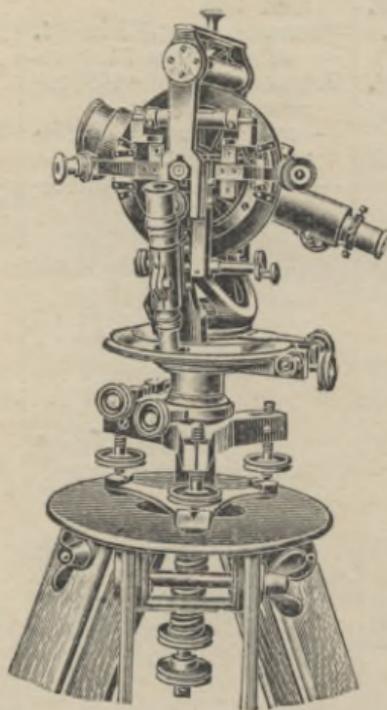
R. REISS  Liebenwerda
Königlicher Hoflieferant

Fabrik geodätischer Instrumente,
Meßgeräte und technischer Artikel

Präzisions-
Panto-
graphen

Eigenes
Fabrikat

Garantie
für feinstes
Material,
sorgfältigste
Arbeit und
genaueste
Teilungen



Präzisions-
Plani-
meter

Eigenes
Fabrikat

Garantie
für feinstes
Material,
sorgfältigste
Arbeit und
genaueste
Teilungen

Instrumente für alle Zweige des Vermes-
sungswesens, als: Theodolite, Tachymeter, Ni-
vellier-Instrumente, Bussolen, Meßtische, Kipp-
regeln, Winkelprismen, Winkelspiegel, Nivel-
lier- u. Meßplatten, Fluchtstäbe, Meßbänder usw.
Neuer Katalog, 600 S. stark, m. ü. 2500 Abbild., kostenfrei

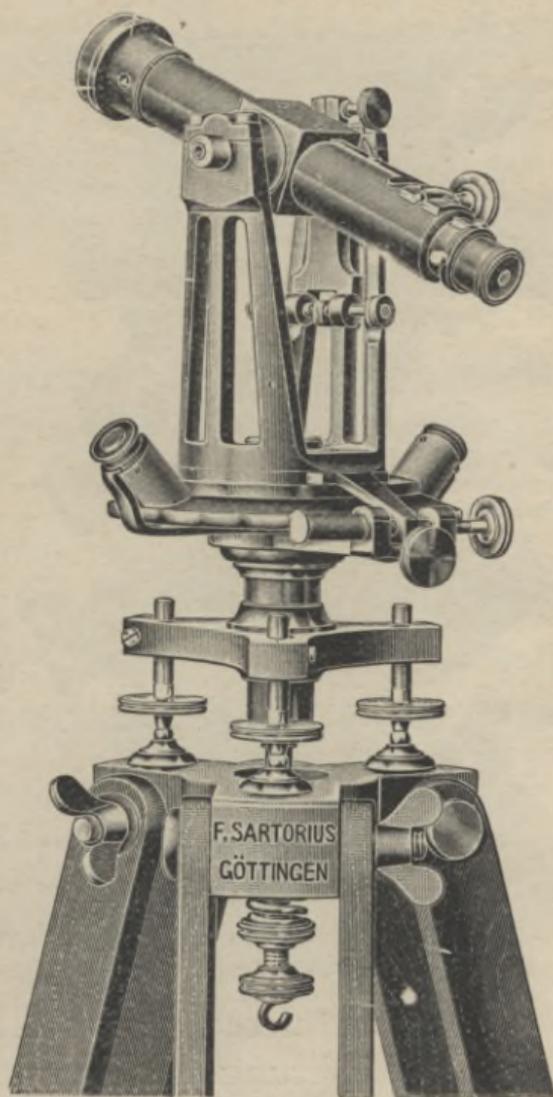
Internationale Baufach-Ausstellung Leipzig „Goldene Medaille“

SARTORIUS-WERKE

Aktien-Gesellschaft
GÖTTINGEN 26

Theodolite,

sämtliche Vermessungs-Instrumente und Meßgerätschaften



Vollständige Ausrüstungen für Ingenieure, Techniker u. Landmesser

Nivellier-Instrumente.

Abt. IV. L. Tesdorpf's astronomische und geodätische Instrumente. Auszugskataloge kostenfrei.

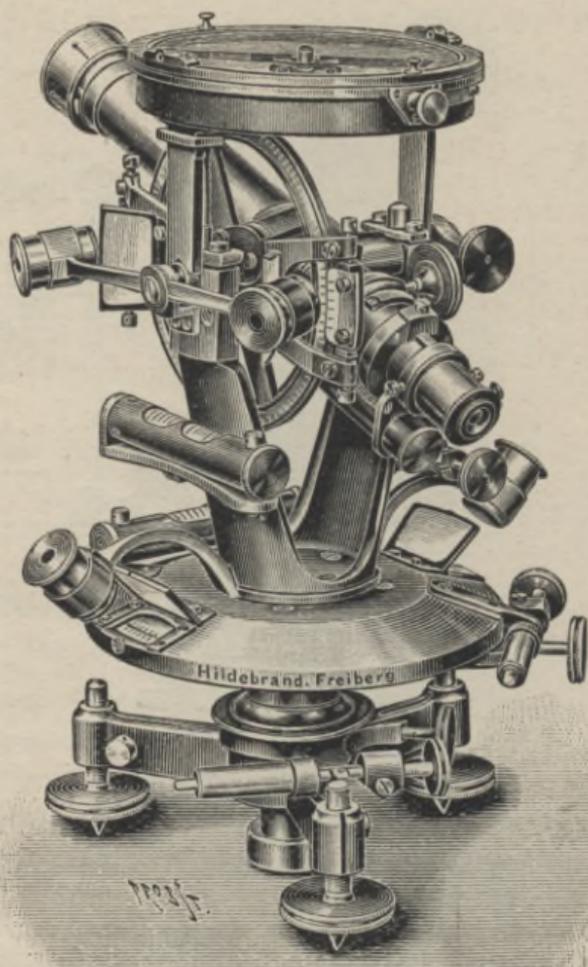
MAX HILDEBRAND

früher August Lingke & Co.

Gegr. 1791

FREIBERG I. SA.

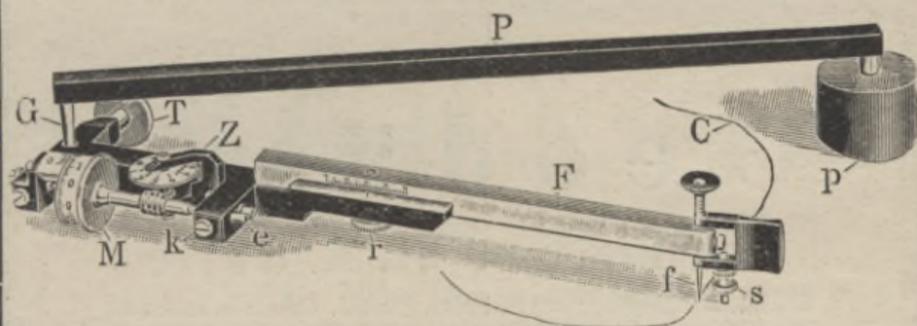
Gegr. 1791



Auf allen beschickten Ausstellungen
erste Preise. Lieferung aller Vermessungs-
Instrumente in bester Werkmannsarbeit
und bewährtesten Konstruktionen.

A. OTT, KEMPTEN (Bayern)

Kompensations-Polarplanimeter



Präzisions- :: | Hydrometrische
Pantographen :: :: Flügel :: ::

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.
 in Berlin W 10 und Leipzig.

Grundriß der geographischen Ortsbestimmung aus astronomischen Beobachtungen

von Dr. K. Graff

Observator der Hamburger Sternwarte.

Mit 64 Figuren. Preis brosch. M. 8.—, geb. M. 8.80.

Dieses Lehrbuch nimmt in erster Linie auf die praktische Verwendung seines Inhalts Rücksicht, läßt den Benutzer jedoch nirgends, wo ihm ein tieferes Eindringen in die Sätze und Regeln der sphärischen Astronomie erwünscht erscheint, im Stiche. Gegenüber allen ähnlichen Werken finden sich daher in ihm fast sämtliche verwendeten Formeln und mathematischen Ausdrücke elementar abgeleitet vor. Durch eine vorausgeschickte übersichtliche Zusammenstellung der in der Ortsbestimmung gebräuchlichen trigonometrischen Sätze ist es trotzdem möglich geworden, das mathematische Gerüst des Buches auf ein Minimum zu reduzieren. Manche Vereinfachung ist dadurch erzielt worden, daß nur kleine Instrumente, die günstigenfalls etwa Winkel von 0,1 Bogenminuten abzulesen gestatten, in den Kreis der Betrachtungen gezogen worden sind.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.
in Berlin W 10 und Leipzig

In unserem Verlage erschien ferner:

Geodäsie

von Professor Dr. A. Galle

Ständ. Mitarbeiter am Königl. Preuß. Geodät. Institut,
Privatdozent an der Königl. Techn. Hochschule zu Berlin.

Mit 96 Figuren. [Sammlung Schubert Bd. XXIII.]

In Leinwand geb. M. 8.—.

Dieser Band der Sammlung Schubert behandelt vornehmlich die niedere Geodäsie als Anwendung der Mathematik. Die Anordnung weicht etwas von der anderer Lehrbücher ab, indem der erste Abschnitt die Flächenmessung und -berechnung be- greift, der zweite den Linien und Kurven eingeräumt ist und der dritte der Punktbestimmung gewidmet wird. In jedem dieser Abschnitte wird zunächst das Messungsverfahren und dann seine Verwertung besprochen. Am Schluß wird im ersten und letzten Abschnitte die Krümmung der Erde anhangsweise berücksich- tigt. Im zweiten hätte die Einfügung der Theorie der geodätischen Linie einen zu weiten Abstecker in das Gebiet der höheren Geodäsie veranlaßt, dagegen ist bei den Nivellements den theoretischen Anforderungen bei Landesvermessungen Rechnung getragen.

Bei den Horizontalmessungen wurden vor allem die preußi- schen Vermessungsanweisungen berücksichtigt, in dem Kapitel über Kurvenabsteckungen ist ein Überblick der wichtigsten Methoden gegeben. Die Grundlagen der Photogrammetrie sind bei der wachsenden Bedeutung dieses Verfahrens mathematisch und graphisch behandelt.

Während Beschreibungen und Abbildungen der Instrumente weggelassen werden mußten, wird überall der Einfluß der Be- obachtungsfehler auf die Methoden und auf die Ergebnisse untersucht.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.
in Berlin W 10 und Leipzig

GEODÄSIE

Von

Dr. C. Reinhertz

weiland Professor der Geodäsie in Hannover

2. Auflage. Neubearbeitet von

Dr. G. Förster

Observator im Geodätischen Institut bei Potsdam

Mit 68 Abbild. (Sammlung Göschen Nr. 102)

Preis in Leinwand gebunden M. —.90

Die Darstellung lehnt sich an die geschichtliche Entwicklung der Geodäsie an und gibt einen Überblick über die gesamte niedere und höhere Geodäsie. In der vorliegenden zweiten Auflage sind die wichtigsten neueren Errungenschaften der höheren Geodäsie tunlichst berücksichtigt worden. Besondere Sorgfalt wurde auf die Abbildungen und Beschreibungen der Instrumente verwandt.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.
in Berlin W 10 und Leipzig

Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie

Von

Professor Dr. Hans Dock

in Mähr.-Weißkirchen

Mit 59 Abbild. (Sammlung Göschen Nr. 699)

Preis in Leinwand gebunden M. —.90

Die vorliegende Darstellung der Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie verfolgt den Zweck, in möglichst einfacher Weise die Verwendung photogrammetrischer Meßmethoden klarzulegen. Besonderer Wert ist hierbei auf die Beschreibung der Apparate gelegt worden, während die theoretischen Entwicklungen eine Beschränkung auf das notwendigste Maß erfuhren, was mit Rücksicht auf den zur Verfügung stehenden Raum geboten erschien.

Im allgemeinen hat der Verfasser auf die Bedürfnisse des Geodäten und Topographen Rücksicht genommen, doch wurde das Werkchen nicht ohne Bedachtnahme auf die Aufgaben des Bodenkulturingenieurs — besonders des Forstmannes und Kulturtechnikers — abgefaßt.

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.
in Berlin W 10 und Leipzig

Kartographische Aufnahmen und geographische Ortsbestimmung auf Reisen

von

Prof. Dr. Ing. R. Hegershoff

(Sammlung Göschen Nr. 607)

Preis in Leinwand gebunden M. —.90

In unserer Zeit haben Spezialforschungen in den Kolonialländern eine besondere Bedeutung erlangt. Die für alle derartigen Forschungen grundlegenden und unentbehrlichen kartographischen Aufnahmen hat sich dabei im allgemeinen der Reisende selbst zu beschaffen, wobei er aber nur in seltenen Fällen eine vollkommene Ausbildung in den für die besonderen Bedürfnisse der Reiseaufnahmen in Betracht kommenden Methoden erfahren haben wird.

Das vorliegende Bändchen befaßt sich nun in knapper, aber alles Wesentliche hervorhebender Form mit diesen speziellen Verfahren, die in einer Auswahl vorgetragen werden, wie sie für die laufende Praxis der Reisen allein in Frage kommt. Besonderes Gewicht ist dabei auf die Beschreibung der Aufnahmeinstrumente und ihrer Anwendung sowie der graphisch-mechanischen Hilfsmittel gelegt worden, welche die besonders dem Anfänger zu empfehlenden vorläufigen Kontrollrechnungen während der Reise erleichtern sollen. Eine Anzahl neuer Diagramme zusammen mit häufig gebrauchten Tabellen unterstützen dieses Bestreben in zweckmäßiger Weise. Auch die photographischen Methoden bei topographischen Aufnahmen und geographischen Ortsbestimmungen haben die ihnen gebührende Berücksichtigung gefunden.

Konrad Grethlein's Verlag in Berlin W 10

Das Aufnehmen von Architekturen

Eine allgemeine Übersicht über das Aufnehmen
von Architekturen und die Hilfsmittel, im Zu-
sammenhang mit der Entwicklung und Darstel-
lung der Architektur im Bilde der Geschichte

von

Karl Staatsmann

Regierungsbaumeister und Professor

I. Teil

Das Vermessen u. Darstellen von Architekturen

Mit 175 Abbildungen

Preis broschiert M. 7.50, gebunden M. 8.50

II. Teil

**Geschichte des Aufnehmens von Architekturen
zugleich eine Geschichte der Architekturwandlung**

Mit 30 Abbildungen

Preis broschiert M. 9.—, gebunden M. 10.—

Jeder Band ist einzeln käuflich

Ein zusammenfassendes Buchwerk über die Methoden des Aufnehmens von Architekturen hat bis jetzt gefehlt. Das vorliegende sucht diese Lücke auszufüllen; seine Gliederung in zwei Bände hat die Bewältigung des großen Stoffes ermöglicht. Die im ganzen populäre Darstellungsweise des Stoffes auch im mathematischen Teil des eigentlichen Vermessens mit Hilfe der Feldmeßkunde macht die beiden Bände geeignet, auch von Anfängern benutzt zu werden. Indessen findet auch der Sach- und Fachkenner, der wissenschaftlich Reifere, insbesondere im zweiten Bande, eine Fülle von Interessantem und Neuem.

30-
1

18-96

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301641



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000296062