

5.2.8. Abschnittsweise definierte Funktionen

Bisher sind wir immer davon ausgegangen, dass eine Funktion $f(x)$ für alle x -Werte gilt, also für den gesamten Definitionsbereich. Man kann allerdings auch den Definitionsbereich abschnittsweise definieren, und jedem Abschnitt des Definitionsbereiches eine eigene Funktion zuordnen. Das könnte folgendermaßen aussehen:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{llll} 0,5x + 0,5 & \text{für} & x \leq 1 & \text{oder} &]-\infty; 1] \\ 2x - 1 & \text{für} & x > 1 & \text{oder} &]1; +\infty[\end{array} \right\}$$

Wir sehen, dass die Funktion $f(x)$ abschnittsweise definiert ist. Der gesamte Definitionsbereich ist in 2 Abschnitte (Intervalle) aufgesplittet worden, nämlich einmal kleiner gleich 1 und einmal größer 1. Man muss an dieser Stelle beachten, zu welchem Abschnitt die 1 gehört, indem man die entsprechenden Ungleichheitszeichen größer oder größer gleich bzw. kleiner oder kleiner gleich setzt. In unserem Fall gehört die 1 zur oberen Funktion. Beim Aufspalten des Definitionsbereiches existieren 2 Schreibweisen, die beide oben zu sehen sind.

Die linke Schreibweise fällt den meisten etwas leichter. Wenn x also kleiner gleich 1 ist, so gilt die Funktion $0,5x + 0,5$, aber wenn x größer 1 ist, dann gilt die Funktion $2x - 1$. Beide Abschnitte zusammen ergibt die Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen, also alle Zahlen.

Die rechte Schreibweise mit den eckigen Klammern ist etwas erklärungsbedürftiger, da man die Interpretation der eckigen Klammern verstehen muss

] links bedeutet offenes Intervall, die linke Intervallsgrenze gehört nicht dazu

[links bedeutet geschlossenes Intervall, die linke Intervallsgrenze gehört dazu

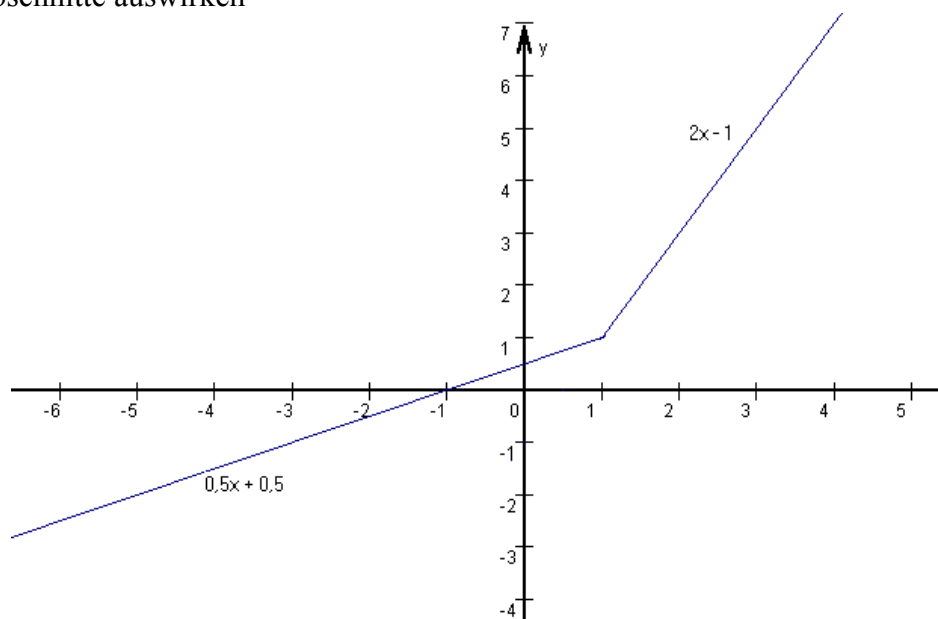
] rechts bedeutet offenes Intervall, die rechte Intervallsgrenze gehört nicht dazu

] rechts bedeutet geschlossenes Intervall, die rechte Intervallsgrenze gehört dazu

Anmerkung: Unendlich ist immer ein offenes Intervall, also Klammer nach außen.

Vergleiche bitte in der obigen Funktion die beiden Schreibweisen und versuche insbesondere die rechte Version mit den eckigen Klammern zu verstehen.

In der folgenden Skizze wird deutlich, wie sich nun die unterschiedlichen Funktionen für die beiden Abschnitte auswirken



Ein weiteres Beispiel für eine Abschnittsweise definierte Funktion

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{llll} -2x - 1 & \text{für} & x < -1 & \text{oder} &]-\infty; -1[\\ x^2 & \text{für} & -1 \leq x \leq 2 & \text{oder} & [-1; 2] \\ 0,5x + 4 & \text{für} & x > 2 & \text{oder} &]2; +\infty[\end{array} \right\}$$

Diesmal ist der Definitionsbereich der Funktion in 3 Abschnitte aufgeteilt. Zunächst gilt eine lineare Funktion, dann eine quadratische und am Schluss wieder eine lineare Funktion. Beachten sie in der Skizze die Übergänge von der einen Funktion zur anderen Funktion, insbesondere an der Stelle $x = 2$. Wegen den entsprechenden Ungleichheitszeichen gehört der x -Wert 2 nämlich noch zur quadratischen Funktion x^2 und noch nicht zur linearen Funktion $0,5x + 4$ und grafisch setzt man das um, indem man den einen Punkt bei der quadratischen Funktion ausgefüllt zeichnet und den anderen Punkt bei der linearen Funktion eben nicht.

