

Torsions - Oszillator

Anfängerpraktikum WS 12/13

Simeon Beinlich und Rebekka Garreis

10.12.2012 Universität Konstanz

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Grundlagen	2
3	Versuchsaufbau	6
4	Versuchsdurchführung	7
4.1	Versuchsteil 1	7
4.2	Versuchsteil 2	7
4.3	Versuchsteil 3	8
5	Auswertung	8
5.1	Versuchsteil 1	8
5.2	Versuchsteil 2	10
5.3	Versuchsteil 3	14
6	Fragen	16
7	Anhang	16

1 Einleitung

Sei es der Schall, der durch die angeregte, schwingende Saite eines Musikinstrumentes, durch unsere Stimmbänder oder durch Lautsprechermembrane entsteht, sei es das Auto, welches sich ohne Stoßdämpfer bei unebenem Straßenbelag gefährlich aufschwingen würde oder Brücken, die durch Resonanz zum Einsturz gebracht werden, seien es Atome, die selbst schwingen oder zu Schwingungen angeregt werden: Mechanische Schwingungen sind überall, ob im Alltag, oder im Physikkolabor. Deshalb ist es umso wichtiger, mechanische Schwingungen und Phänomene wie Resonanz und Dämpfung, die mit jeder praktischen Schwingung verbunden sind, zu verstehen.

Der Versuch *Torsions-Oszillator* ermöglicht diese Phänomene genauer zu beobachten und zu beschreiben. Es können sowohl freie (von außen nicht kontinuierlich angeregte) als auch erzwungene Schwingungen erzeugt und vermessen werden. Die dabei gemachten quantitativen Beobachtungen werden mit den theoretisch über die im Grundlagenteil aufgeführten Formeln verglichen.

2 Grundlagen

In diesem Teil sollen die für mechanische Schwingungen und den Versuch relevanten physikalischen Größen und deren mathematische Beziehungen erläutert werden.

Trägheitsmoment

„Die Rotation eines ausgedehnten Körpers hängt von seiner räumlichen Verteilung seiner Gesamtmasse ab. Die Trägheit, die der Körper einer Drehimpulsänderung entgegengesetzt, wird durch das *Trägheitsmoment* Θ beschrieben. Die Massenverteilung des Körpers um die Rotationsachse ist von entscheidender Bedeutung. Betrachtet man einzelne Massenpunkte, so hat jeder Massenpunkt m_i einen Abstand r_i zur Rotationsachse. Dadurch ergibt sich für Θ :

$$\Theta = \sum_{i=0}^n m_i r_i^2 \quad (1)$$

(aus [1]) Im Torsions-Oszillator der Firma TEACHSPINN kommen in der von uns gewählten Variante Hohlzylinderviertel aus Vollmessing zum Einsatz. Deren Trägheitsmoment kann über die Formel:

$$\Theta = \int \rho r^2 dV \quad (2)$$

(hierbei ist ρ die Dichte des Körpers.), die sich aus (1) ergibt, hergeleitet werden:

$$\Theta_{\text{Hohlzylinder}} = \int_{r_{\text{innen}}}^{r_{\text{außen}}} \int_0^{2\pi} \int_0^h \rho r^2 dz \cdot r d\varphi \cdot dr \quad (3)$$

$$= \frac{1}{2} m_{\text{Zylinder}} \cdot (r_{\text{innen}}^2 + r_{\text{außen}}^2) \quad (4)$$

Drehimpuls und Drehmoment

Der Drehimpuls \vec{L} kann als der „Schwung“, den eine Rotationsbewegung besitzt, beschrieben werden. Physikalisch betrachtet gilt für diesen (mit Masse m , Bahngeschwindigkeit v , Radius r und Impuls p :

$$\vec{L} = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v}) = \vec{r} \times \vec{p} \quad (5)$$

Das Drehmoment \vec{D} ist als die zeitliche Änderung des Drehimpulses definiert und ist gleich einer Kraft \vec{F} die auf einen Hebel \vec{r} wirkt:

$$\vec{D} = \dot{\vec{L}} = \vec{r} \times \dot{\vec{p}} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (6)$$

Torsionsmoment und -konstante

Im Versuch wird keine Schneckenfeder verwendet wie im Versuch *Trägheitsmoment aus Drehschwingungen* sondern ein Torsionsfaden, der, wenn er verdrillt wird, ein Torsionsmoment bewirkt, welches ein rücktreibendes Drehmoment auf den Oszillator ausübt. Hier wird, wenn das Torsionsmoment linear zum ausgelenkten Winkel φ ist, der Proportionalitätsfaktor als Torsionskonstante \tilde{D} bezeichnet. Es gilt somit:

$$\vec{D} = -\tilde{D}\varphi \quad (7)$$

Harmonische Schwingung

Wirkt auf einen aus seiner Ruhelage ausgelenkten Körper eine zur Auslenkung proportionale rücktreibende Kraft, nennt man diese periodische Bewegung eine *harmonische Schwingung* mit der Bewegungsgleichung:

$$\Theta\ddot{\varphi} + \tilde{D}\varphi = 0 \quad (8)$$

Wobei Θ das Trägheitsmoment des Oszillators, φ dessen Auslenkung und \tilde{D} die Torsionskonstante ist. Tritt Reibung auf, so kommt noch der Term $\tilde{k}\dot{\varphi}$ hinzu:

$$\Theta\ddot{\varphi} + \tilde{k}\dot{\varphi} + \tilde{D}\varphi = 0 \quad (9)$$

Wird nun die "Dämpfungskonstante β über $2\beta := \frac{\tilde{k}}{\Theta}$ und die Eigenfrequenz ω_0 über $\omega_0^2 := \frac{\tilde{D}}{\Theta}$ definiert, so ergibt sich:

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (10)$$

Mit der allgemeine Lösung einer linearen, homogenen DGL zweiter Ordnung:

$$\varphi(t) = A \cdot e^{\lambda_1 t} + B \cdot e^{\lambda_2 t} \quad (11)$$

Die Konstanten $A, B, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$ werden aus den Anfangsbedingungen bestimmt.

Die *Eigenfrequenz* ist die Frequenz, mit der der Oszillator schwingt, wenn er nicht von außen kontinuierlich angeregt wird, sondern nur einmal ausgelenkt und dann frei schwingen gelassen wird; die *Dämpfung* ist eine der Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft, welche kinetische Energie aus dem System abführt (z.B. als Wärme). In diesem Versuch wird die Dämpfung durch eine *Wirbelstrombremse* realisiert, welche ein Phänomen ausnutzt, welches aus der Wechselwirkung zwischen elektrischen und magnetischen Feldern entsteht: Permanentmagnete induzieren in eine elektrisch leitfähige Scheibe aus Aluminium, die mit dem Oszillator mitschwingt, Wirbelströme, welche nach der **Lenz'schen Regel** ein entgegengesetztes, also bremsendes Magnetfeld erzeugen. Die Reibungskraft ist dabei linear zur Geschwindigkeit.

Bei freier Schwingung (ohne kontinuierliche äußere Anregung, wie im Versuchsteil 2) lautet die Lösung für die Variablen $\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$. Es fällt auf, dass für $\lambda_{1,2}$,

im Falle $\beta < \omega_0$, gilt: $\lambda_{1,2}$ komplex,

im Falle $\beta = \omega_0$, gilt: $\lambda_1 = \lambda_2 = -\beta$ reell und

im Falle $\beta > \omega_0$, gilt: $\lambda_{1,2}$ reell.

Die führt zu folgender Fallunterscheidung.

Schwingfall

Es gilt: $\beta < \omega_0$ gilt: $\lambda_{1,2} \in \mathbb{C}$.

Anschaulich bedeutet das, dass bei schwacher Dämpfung die Dämpfungskonstante β kleiner als die Eigenfrequenz ω_0 ist. Die Lösung ergibt sich durch Einsetzen von $\lambda_{1,2}$ in die Differentialgleichung 10, und den Anfangsbedingungen $\varphi(0) = \varphi_0$ und $\dot{\varphi}(0) = \varphi_1$. Der die Bewegung beschreibende Realteil der Lösung lautet somit:

$$\varphi(t) = \left(\varphi_0 \cos(\omega t) + \frac{\varphi_1 + \beta \varphi_0}{\omega} \sin(\omega t) \right) e^{-\beta t} \quad (12)$$

mit $\omega = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$. An der Formel wird ersichtlich, dass es sich um eine periodische Schwingung handelt mit der Winkelgeschwindigkeit ω , welche von einer Einhüllenden $e^{-\beta t}$ begrenzt wird, und somit für größer werdende t immer kleiner wird (Da Exponentialfunktion mit $e^{ax} \rightarrow 0$ für $a < 0$ und $x \rightarrow 0$). Die Amplitude $\tilde{\varphi}$ nimmt also mit jeder Schwingung (mit Schwingungsdauer $T := \frac{2\pi}{\omega}$) ab. Als Maß für diese Abnahme wird das *logarithmische Dekrement* Λ wie folgt eingeführt:

$$\Lambda := -\ln \left(\frac{\tilde{\varphi}_{n+1}}{\tilde{\varphi}_n} \right) = -\ln \left(\frac{e^{-\beta(t+T)}}{e^{-\beta t}} \right) = \beta T \quad (13)$$

Für die Frequenz $f = \frac{1}{T}$ der Schwingung gilt also:

$$f = \frac{\beta}{\Lambda}. \quad (14)$$

Je größer das logarithmische Dekrement ist, desto größer ist also auch die Dämpfungskonstante und desto schneller wird die Amplitude der Schwingung immer kleiner. Zur Veranschaulichung dient Grafik (1).

Aperiodischer Grenzfall

Wenn gilt: $\beta = \omega_0$ also $\lambda_1 = \lambda_2 = -\beta \in \mathbb{R}$, lautet die dann ebenfalls reelle Lösung:

$$\varphi(t) = (\varphi_0 + (\varphi_1 + \varphi_\beta)t)e^{-\beta t} \quad (15)$$

Es handelt sich also um eine rein exponentielle Funktion, welche je nach Anfangsbedingungen keinen oder einen ($\varphi \leq 0, -\beta\varphi_0 \leq \varphi_1$) Nulldurchgang besitzt.

Außerdem fällt auf, dass dies der Fall ist, bei dem sich die Schwingung am schnellsten gegen Null bewegt. Da die Dämpfungskonstante gleich der Eigenfrequenz sein muss, und diese sich z.B. bei einem Federpendel mit der Masse ändert, wird bei einem Auto mit fester Dämpfungskonstante und ungleicher Beladung das Dämpfungsverhalten nur in einem Fall optimal sein. Ansonsten schwingt es entweder (große Masse) oder der Kriechfall (folgender Fall) tritt ein. Zur Veranschaulichung Grafik (1)

Kriechfall

Hierbei gilt: $\beta > \omega_0$ also $\lambda_{1,2} \in \mathbb{R}$ Es überlagern sich hierbei zwei exponentielle Funktionen. Mit den Anfangsbedingungen wie oben und $\Theta := \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$, ergibt sich nach ([2]):

$$\varphi(t) = \left(\frac{(\Theta + \beta)\varphi_0 + \varphi_1}{2\Theta} e^{\Theta t} + \frac{(\Theta - \beta)\varphi_0 - \varphi_1}{2\Theta} e^{-\Theta t} \right) e^{-\beta t} \quad (16)$$

Auch hier ist wieder höchstens ein Nulldurchgang möglich, wenn die Anfangsbedingungen entsprechend gewählt werden. Zur Veranschaulichung Grafik (1)

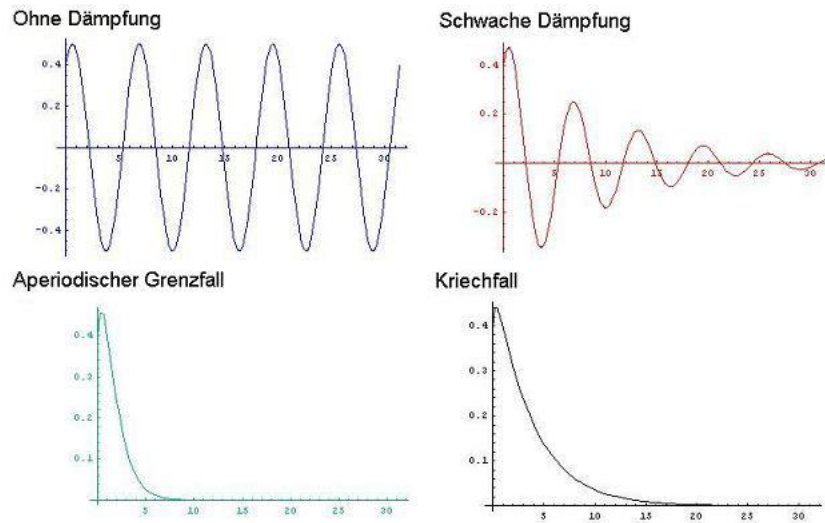


Abbildung 1: Freie ungedämpfte, schwach bzw. stark gedämpfte Schwingung und aperiodischer Grenzfall (ohne Nulldurchgang) aus ([4])

Erzwungene Schwingungen

Bisher wurde nur die homogene Differentialgleichung (10) betrachtet. Wirkt jedoch eine externe Kraft bzw. ein externes Drehmoment (hier eine harmonisch anregende), so wird aus der homogenen Differentialgleichung eine inhomogene:

$$\Theta\ddot{\varphi}(t) + \tilde{k}\dot{\varphi}(t) + \tilde{D}\varphi(t) = M(t) := M_0\cos(\omega_e t) \quad (17)$$

bzw.

$$\ddot{\varphi}(t) + 2\beta\dot{\varphi}(t) + \omega_0^2\varphi(t) = \frac{M_0}{\Theta}\cos(\omega_e t) \quad (18)$$

Mit den zusätzlichen Variablen M_0 als maximale Auslenkung (Amplitude) des anregenden Drehmoments und dessen Kreisfrequenz ω_e . Da die homogene Lösung bekannt ist (s.o.) muss nur noch eine partikuläre Lösung gefunden werden. Durch Komplexifizierung von $M(t)$ erhält man als Realteil der Lösung für große Zeiten (nachdem der *Einschwingvorgang* abgeschlossen, also sämtliche homogenen Lösungen zerfallen sind) :

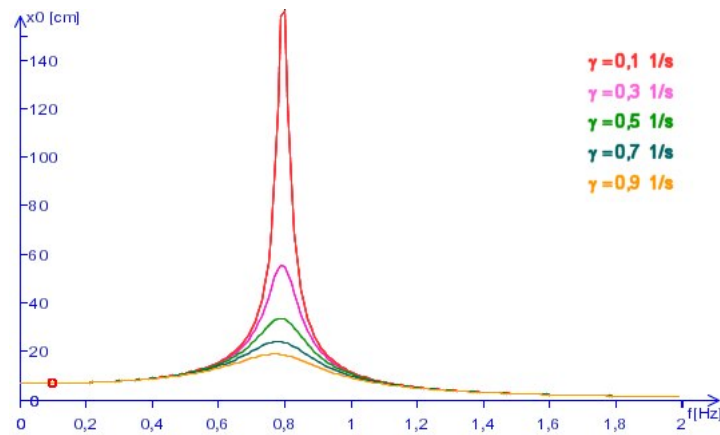
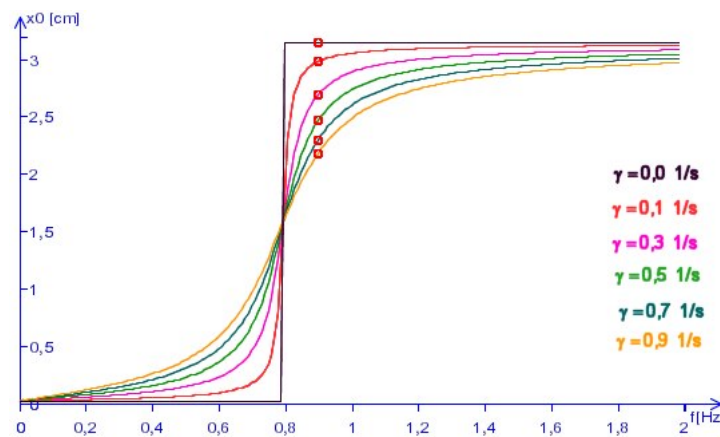
$$\varphi(t) = A(\omega_e) \cdot \cos(\omega_e t + \delta(\omega_e)) \quad (19)$$

mit der Amplitude $A(\omega_e)$ und der Phasenverschiebung $\delta(\omega_e)$:

$$A(\omega_e) = \frac{\frac{M_0}{\Theta}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\beta\omega_e)^2}} \quad (20)$$

$$\delta(\omega_e) = \tan^{-1} \left(\frac{2\beta\omega_e}{\omega_0^2 - \omega_e^2} \right) \quad (21)$$

Im Falle $A_R(\omega_e) = \max(A(\omega_e))$, welcher bei $\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ erreicht wird, spricht man von Resonanz. Diese ist je nach Dämpfung kleiner oder gleich (i.F. von keiner Dämpfung) der Eigenfrequenz des gedämpften bzw. ungedämpften freien Oszillators. Zur Veranschaulichung die Graphen von Amplitude $A(\omega_e)$ und der Phasenverschiebung $\delta(\omega_e)$ in Abhängigkeit von ω_e :

Abbildung 2: Amplitude $A(\omega_e)$ in Abhängigkeit von ω_e aus ([3])Abbildung 3: Phasenverschiebung $\delta(\omega_e)$ in Abhängigkeit von ω_e aus ([3])

3 Versuchsaufbau

In diesem Versuch wird der Torsions-Oszillator der Firma **TeachSpin** verwendet. Er besteht im wesentlichen aus einer Kupferscheibe mit radialer Skalierung, die an einem sogenannten *Torsionsfaden* oder auch *Torsionsfeder* aufgehängt ist. Dieser Torsionsfaden kann um ca. $\pm 90^\circ$ verdreht werden, sodass ein Drehmoment auf die Scheibe wirkt, es handelt sich also um einen harmonischen Oszillator.

Des Weiteren können bis zu acht Zusatzgewichte auf der Scheibe befestigt werden, sodass diese ein höheres Trägheitsmoment bekommt. Seitlich sind zwei verstellbare Permanentmagneten, mit denen die Schwingung der Scheibe unterschiedlich stark gedämpft werden kann. Die Magnete wirken dabei als Wirbelstrombremse.

An den Torsions-Oszillator kann weiter ein Sinusgenerator angeschlossen werden, sodass der Oszillator über sogenannte HELMHOLTZspulen zu Schwingungen anderer Frequenzen angeregt wird. Durch die Helmholtzspulen wird ein weiterer Permanentmagnet und eine daran befestigte Welle, welche wiederum mit der Kupferplatte verbunden ist, ausgelenkt. Ist der Sinusgenerator nicht angeschlossen, so wird in den Helmholtzspulen eine Spannung induziert, diese kann mittels eines anschließbaren Speicheroszillators, hier der Firma **Rigo1**, gemessen und aufgezeichnet werden, sodass z.B. die Periodendauer der

Schwingung bestimmt werden kann.

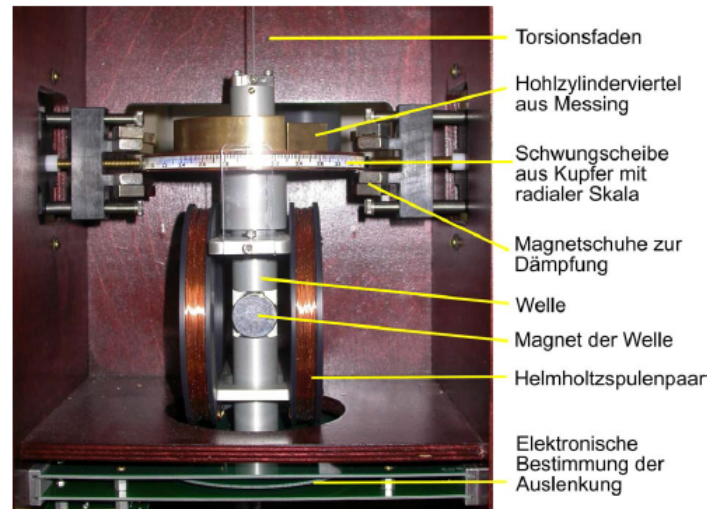


Abbildung 4: Aufbau des Torsions-Oszillators der Firma TeachSpin ([2])

4 Versuchsdurchführung

Während des gesamten Versuchs musste darauf geachtet werden, dass die Schwungscheibe nicht mehr als $1,5$ rad ausgelenkt wurde, da dies zu Beschädigungen des Torsionsfadens führen kann. Des Weiteren ist sonst auch die harmonische Schwingung nicht mehr garantiert.

Außerdem musste zu Beginn sichergestellt werden, dass die Ruhelage tatsächlich bei $0V$ eingestellt ist.

4.1 Versuchsteil 1

In diesem Versuchsteil wird die Torsionskonstante dynamisch bestimmt. Dazu wurde zuerst das Oszilloskop angeschlossen und ein paar Schwingungen aufgezeichnet, damit wir mit der Funktionsweise des Oszilloskops vertraut sind.

Anschließend wurden die Zusatzgewichte nacheinander auf die Platte gesteckt, sodass sich das Trägheitsmoment mit jedem Gewicht vergrößert. Wir haben jeweils die Summe aller Massen auf der Scheibe gemessen. Mittels des Oszilloskops wurden dann die Periodendauern der einzelnen Schwingungen bestimmt. Des Weiteren wurde der Innen- und Außenradius des Holzzylinders, der sich um den Torsionsfaden ergibt, wenn die Zusatzgewichte auf die Kupferscheibe gesteckt werden, gemessen. Die Messergebnisse sind dem Messprotokoll zu entnehmen.

4.2 Versuchsteil 2

Im zweiten Teil des Versuchs werden verschiedene gedämpfte Schwingungen untersucht. Hierzu werden die Zusatzgewichte entfernt und die Magnete der Wirbelstrombremse so eingestellt, dass noch ein deutlicher Schwingungsvorgang zu sehen ist. Von dieser Schwingung werden die Frequenz und die aufeinanderfolgenden Maxima und Minima der Amplituden mittels des Oszilloskops bestimmt. Des Weiteren werden die Daten der Schwingung zusätzlich auf einem USB-Stick gespeichert.

Dieser Vorgang wird für zwei weitere Schwingungen mit unterschiedlicher Dämpfung wiederholt. Als

letztes sollte noch die Schwingung einer sehr hohen Dämpfung betrachtet werden. Die genauen Messergebnisse sind dem Messprotokoll zu entnehmen.

4.3 Versuchsteil 3

Im letzten Versuchsteil wird der Torsions-Oszillator über einen Sinusgenerator zu einer *Erzwungenen Schwingung* angeregt. Dazu sollte die Dämpfung so eingestellt werden, dass eine Schwingung zwar gut möglich ist, ein Resonanzkatastrophe aber ausgeschlossen. Anschließend wurde zwischen 0 und 2Hz nach der Resonanzfrequenz des Systems gesucht. In 10 weiteren Messungen sollte für jeweils fünf Frequenzen unter und fünf Frequenzen über der Resonanzfrequenz die Amplitude der erzwungenen Schwingung und die Phasenverschiebung der Erregerschwingung und der erzwungenen Schwingung bestimmt werden.

5 Auswertung

5.1 Versuchsteil 1

Zuerst soll das Trägheitsmoment Θ_0 der Schwungscheibe berechnet werden. Dieses setzt sich aus dem Trägheitsmoment der Schwungscheibe und dem der Welle zusammen. Bei beidem handelt es sich um einen Hohlzylinder dessen Drehachse entlang der Hauptträgheitsachse läuft. Das Trägheitsmoment kann also jeweils mit der Formel $\Theta_{HZ} = \frac{1}{2}m \cdot (r_i^2 + r_a^2)$ (Siehe auch Gleichung (4)) berechnet werden.

	Kupferscheibe	Welle
r_i in m	0.01295	0.00485
r_a in m	0.0285	0.0127
m in kg	0.962 ± 0.002	0.283
Θ in $kg \cdot m^2$	0.001981 ± 0.000004	0.000026

Tabelle 1: Berechnung von $\Theta_{Kupferscheibe}$ und Θ_{Welle}

Das Gesamtträgheitsmoment ergibt sich über die Summe:

$$\Theta_0 = \Theta_{Kupferscheibe} + \Theta_{Welle} = 0.002007 \pm 0.000004 \text{ kg} \cdot m^2$$

Die Daten für die Radien und die Massen sind der Versuchsbeschreibung ([2]) entnommen. Da allerdings nur eine Messungenauigkeit angegeben war ist der tatsächliche Fehler von Θ_0 vermutlich größer. Hier wurde für die Fehlerrechnung folgende Formel aus ([5]) verwendet:

$$B \cdot (m \pm u(m)) = (B \cdot m) \pm (B \cdot u(m)) \quad (22)$$

Legt man zusätzliche Massstücke auf die Schwungscheibe, so erhöht dies das Trägheitsmoment. Die aufgelegten Massstücke ergeben einen Hohlzylinder, sodass sich das Trägheitsmoment $\Delta\Theta$ über Formel (4) berechnet werden kann. Die Gesamtmasse aller acht Zylinderstücke wurde gemessen und beträgt $m_{ges} = 1.7120 \pm 0.00005 \text{ kg}$, der Fehler kommt hierbei von der Anzeigenauigkeit der Waage. Daraus ergibt sich die gemittelte Masse eines Massstückes mit $m = 0.2140 \pm 6.25 \cdot 10^{-6}$ (Fehlerrechnung über Formel 22). Verwendet man die Daten aus dem Messprotokoll ergibt sich also:

$$\Delta\Theta = 289.50 \cdot 10^{-6} \pm 560 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot m^2$$

Ein Protokoll zur Fehlerrechnung befindet sich im Anhang.

n	$(T/(2\pi))^2$ in s^2
0	0.034084 ± 0.000034
1	0.038948 ± 0.000036
2	0.042808 ± 0.000038
3	0.047542 ± 0.000040
4	0.053257 ± 0.000042
5	0.057756 ± 0.000044
6	0.062437 ± 0.000046
7	0.066477 ± 0.000047
8	0.071492 ± 0.000049

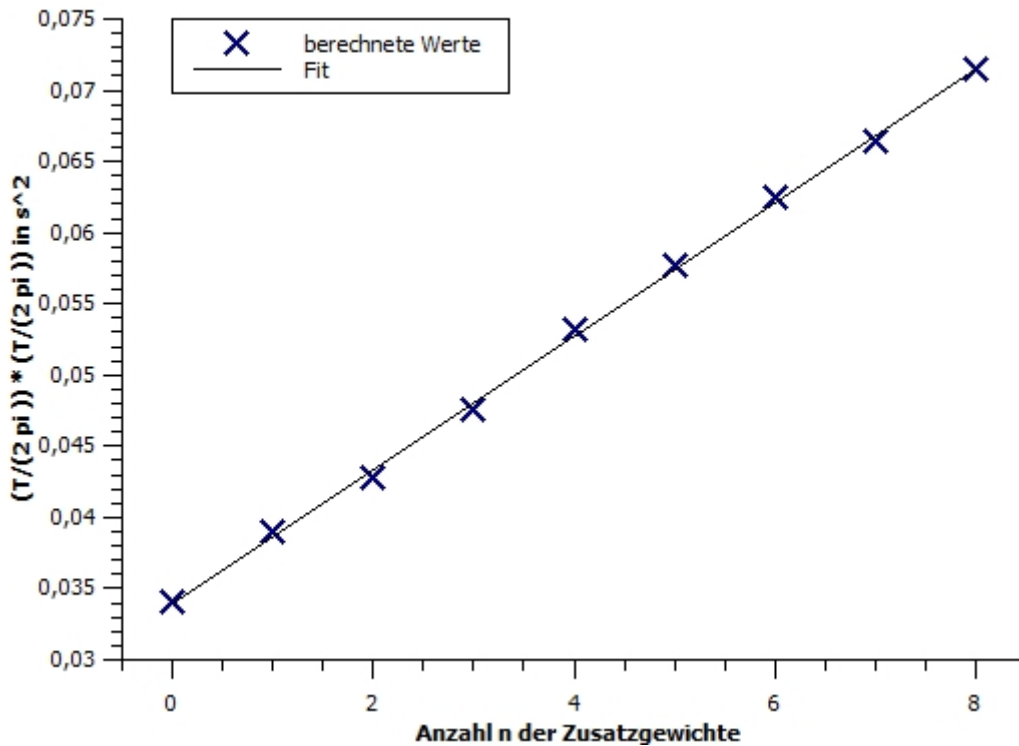
Tabelle 2: $(T/(2\pi))^2$ für die Anzahl der Zylinderstücke.

Unter der Annahme, dass alle Massestückchen gleich schwer sind und die gleichen Maße haben, gilt für das Trägheitsmoment des Gesamtsystems $\Theta_{ges} = \Theta_0 + n \cdot \Delta\Theta$. Dadurch ist n Proportional zu $(\frac{T}{2\pi})^2$, was auch in Abbildung (5) zu sehen ist.

Die Fehler wurden mit Formel (22) und

$$(T \pm u(T))^2 = T^2 \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{u(T)}{T}\right)$$

berechnet ([5]). Der ursprüngliche Fehler von T ergab sich über die Anzeigegenauigkeit des Oszilloskops.

Abbildung 5: Gerade über $(\frac{T}{2\pi})^2$ in Abhängigkeit von n

	Messung 1	Messung 2	Messung 3
C in (V/rad)	1.519 ± 0.003	1.5475 ± 0.0016	-0.4783 ± 0.0014
β in s^{-1}	0.272 ± 0.001	0.1894 ± 0.0006	0.5766 ± 0.0013
ω_g in s^{-1}	5.41091 ± 0.00010	5.4085 ± 0.0005	5.3841 ± 0.0012
α	-4.730 ± 0.002	-4.7321 ± 0.0010	-14.203 ± 0.003

Tabelle 3: Werte der gefitteten Funktion über die Messwerte

Mit Hilfe von `QTI Plot` wurde die Steigung $a = 0.00471 \pm 0.00007$ und der y-Achsenabschnitt mit $b = 0.0340 \pm 0.0004$ ermittelt.

Aus

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta_0}{D_{dyn}}} \quad (23)$$

folgt

$$a = \frac{\Delta\Theta}{D_{dyn}} \quad (24)$$

$$D_{dyn} = \frac{\Delta\Theta}{a} \quad (25)$$

$$= 0.0615 \pm 0.0010 \frac{Nm}{rad} \quad (26)$$

Des weiteren gilt:

$$\Theta_0 = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot D_{dyn} = b \cdot D_{dyn} \quad (27)$$

$$= 0.002091 \pm 0.000042 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (28)$$

Die Fehlerrechnung wurde jeweils mit `GUM Workbench` durchgeführt, das Protokoll befindet sich im Anhang.

Der theoretisch errechnete Wert von Θ_0 unterscheidet sich um 0.000084 von dem experimentell errechneten Wert. Diese Ungenauigkeit ist auf die Messungenauigkeit zurückzuführen. Des weiteren ist die Näherung dass alle Massestücke exakt die selbe Masse und die selben Maße haben nicht mit einberechnet worden.

5.2 Versuchsteil 2

Damit das logarithmische Dekrement bestimmt werden kann, müssen zunächst die Dämpfung β und ω bestimmt werden. Dazu führt man eine nichtlineare Regression über die ermittelten Messwerte durch. Die Messwerte sind in ein einer zu $\varphi(t)$ proportionalen Größe mit der Einheit $1V$ angegeben. Es kann also die Theoriefunktion

$$\varphi^*(t) = C \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega_g t - \alpha) + A$$

als Fitfunktion verwendet werden. Allerdings beschreibt A die Verschiebung in y-Achsen-Richtung und damit gilt $A = 0$, da das Nullniveau des Oszillators zu Beginn des Versuchs dem Nullniveau des Torsions-Oszillators angepasst wurde. Mittels `QTIPlot` ergeben sich die Werte in Tabelle (3).

	Messung 1	Messung 2	Messung 3
Λ	0.3158 ± 0.0012	0.2200 ± 0.0014	0.6729 ± 0.0030
f_g in Hz	0.8929 ± 0.00005	0.8621 ± 0.00005	0.8264 ± 0.00005

Tabelle 4: Logarithmisches Dekrement und Frequenz.

Dadurch lässt sich das logarithmische Dekrement wie folgt berechnen, wobei $p = \left(\frac{2\pi}{\omega_g}\right)$ eine Periode der Schwingung beschreibt:

$$\Lambda = \ln \left(\frac{C \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega_g t - \alpha)}{C \cdot e^{-\beta \left(t + \frac{2\pi}{\omega_g}\right)} \cos \left(\omega_g \left(t + \frac{2\pi}{\omega_g} \right) - \alpha \right)} \right) \quad (29)$$

$$= \ln \left(\frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta \left(t + \frac{2\pi}{\omega_g}\right)}} \right) \quad (30)$$

$$= -\beta t + \beta \left(\frac{2\pi}{\omega_g} \right) \quad (31)$$

$$= 2\pi \cdot \frac{\beta}{\omega_g} \quad (32)$$

Darüber ergibt sich Tabelle (4) (Der Fehler von Λ wurde mit Hilfe von GUM Workbench berechnet und ein Protokoll befindet sich im Anhang, der Fehler von f_g beruht auf der Anzeigegenauigkeit des Oszilloskops.)

Die Diagramme (6), (7) und (8) zeigen die Messwerte und die geplotteten Funktionen für die unterschiedlichen Messungen.

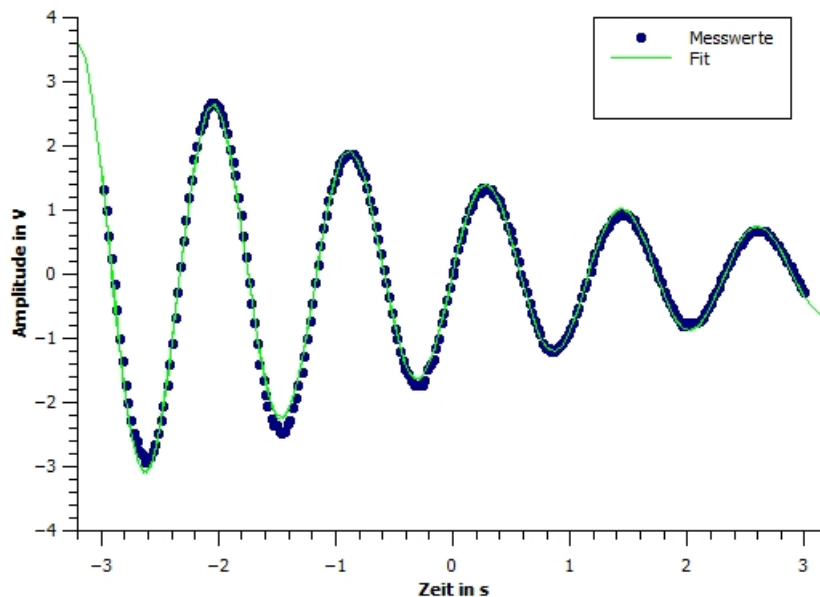


Abbildung 6: Schwingfall mit Dämpfungsgrad 1

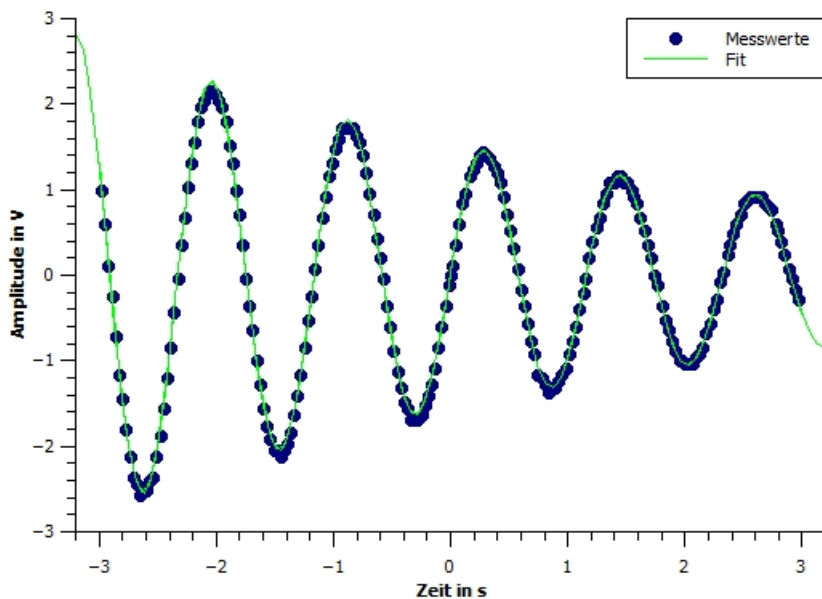


Abbildung 7: Schwingfall mit Dämpfungsgrad 2

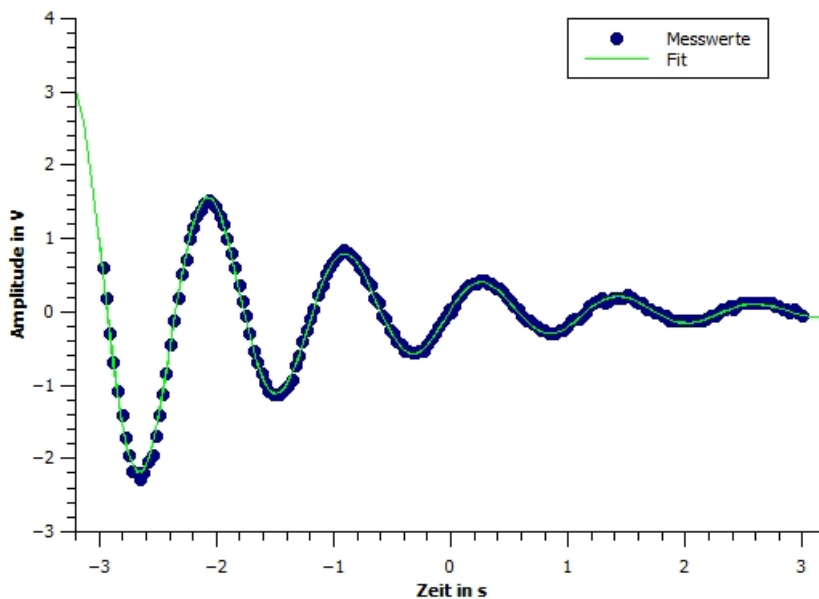


Abbildung 8: Schwingfall mit Dämpfungsgrad 3

Durch die hohe Anzahl der Messwerte ist die gefittete Theoriefunktion relativ genau, dies zeigt sich auch in den kleinen Fehlern.

Um den Zusammenhang zwischen Λ und f_g zu erkennen muss man die Funktion $f_g(\Lambda)$ herleiten. Dazu

verwendet man Formel (32) und $\omega_g = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

$$\Lambda = 2\pi \cdot \frac{\beta}{\omega_g} \quad (33)$$

$$= 2\pi \cdot \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \omega_g^2}}{\omega_g} \quad (34)$$

$$= 2\pi \cdot \frac{\sqrt{(2\pi f_0)^2 - (2\pi f_g)^2}}{2\pi f_g} \quad (35)$$

$$= 2\pi \cdot \frac{\sqrt{f_0^2 - f_g^2}}{f_g} \quad (36)$$

$$\Leftrightarrow f_g = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot f_0^2}{1 + \Lambda^2}} \quad (37)$$

Im folgenden Diagramm (9) sind die über die Messung errechneten Werte von Λ und die dazu gefittete Funktion (37) dargestellt.

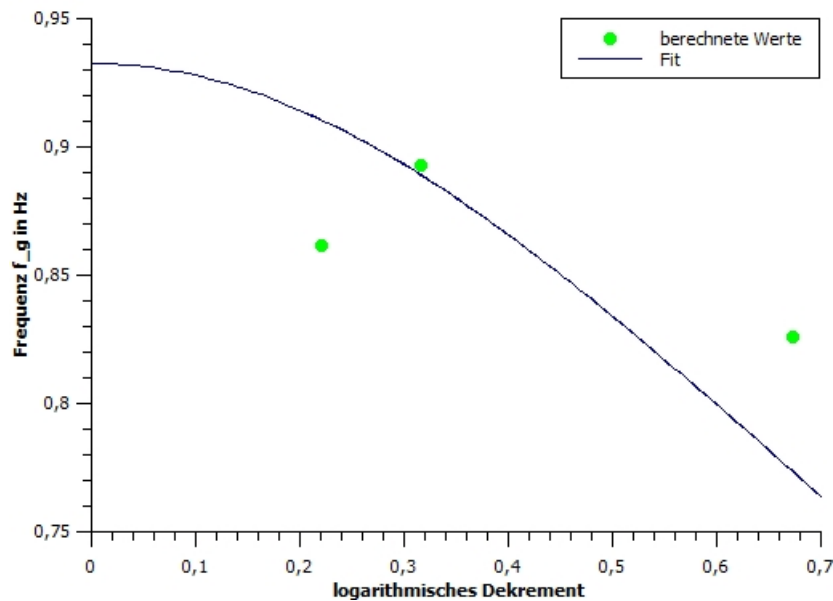


Abbildung 9: Zusammenhang zwischen Λ und f_g .

Auffallend ist hierbei, dass die Messwerte nicht sehr nahe an der gefitteten Funktion liegen. Der Fehler liegt vermutlich bei den Werten von Λ . Vergleicht man die gefitteten ω_g -Werte mit den Abbildungen (6), (7) und (8), so ist schnell zu sehen, dass diese nicht übereinstimmen können. Der Fehler liegt also bei den gefitteten Funktionen, insbesondere von Messung 1 und Messung 2. Dadurch stimmt auch das errechnete Λ nicht mehr.

Betrachtet man außerdem das Messprotokoll fällt auf, dass auch hier etwas nicht stimmen kann, da auch hier die vom Oszillator abgelesenen Werte nicht mit den Abbildungen übereinstimmen kann, da zwar die abgelesenen Maxima und Minima gleich sind, aber auch hier die Frequenz abnimmt, obwohl auch die Dämpfung abnimmt.

Frequenz in Hz ($\pm 0,0005$)	$\Delta Phase$ in rad
0.700	2.815 ± 0.025
0.730	2.844 ± 0.027
0.765	2.596 ± 0.028
0.800	2.463 ± 0.029
0.830	2.295 ± 0.030
0.860	1.567 ± 0.031
0.890	0.783 ± 0.032
0.920	0.578 ± 0.033
0.950	0.382 ± 0.034
0.980	0.345 ± 0.036

Tabelle 5: Erregerfrequenz und $\Delta Phase$ Φ .

5.3 Versuchsteil 3

Die in Tabelle (5) dargestellten Werte wurden immer erst nach ca. einer Minute nach verändern der Erregerfrequenz gemessen, da erst da sicher davon ausgegangen werden kann, dass $f_g = f_{err} =: f$ und $\omega_g = \omega_{err} =: \omega$ gilt. Des weiteren wurde die Phasenverschiebung in Sekunden gemessen und kann mit

$$\Phi = 2\pi \cdot \Delta t \cdot f$$

umgerechnet werden.

Der Fehler wird dabei mit den Formeln (22) und

$$(f \pm u(f)) \cdot (\Delta t \pm u(\Delta t)) = (f \cdot \Delta t) \left(1 \pm \left(\frac{u(f)}{f} + \frac{u(\Delta t)}{\Delta t} \right) \right)$$

aus [5] berechnet.

Es ist zu erkennen, dass die Steigung um die Resonanzfrequenz ($f_{Resonanz} = 0.856 \pm 0.002 Hz$) am größten ist und nach rechts und links abnimmt. Es scheint als gäbe es eine minimale und eine maximale Phasenverschiebung. In einem Diagramm dargestellt ergibt sich Abbildung (10). Als Fitfunktion wurde folgende Funktion verwendet:

$$A2 + (A1 - A2)/(1 + \exp((x - x0)/dx))$$

Hierbei ist die Fitfunktion um die Resonanzfrequenz relativ ungenau, da hier nur ein Messwert vorliegt. Dafür ist der y-Achsenabschnitt umso genauer, da hier mehrere Messwerte relativ nah bei einander liegen.

Betrachtet man die Amplitude im Vergleich zur Frequenz, so sieht man, dass sie bei der Resonanzfrequenz ein Maximum aufweist. Zudem nimmt die Steigung der Zunahme unterhalb der Resonanzfrequenz bis zu einem gewissen Punkt zu und dann wieder ab, bis die Resonanzfrequenz erreicht ist. Oberhalb dieser Frequenz nimmt die Abnahme erst zu und auch dann wieder ab. Es ist des weiteren zu vermuten, dass die Amplitude rechts und links der Resonanzfrequenz gegen einen Grenzwert läuft. In Abbildung (11) ist dies graphisch dargestellt.

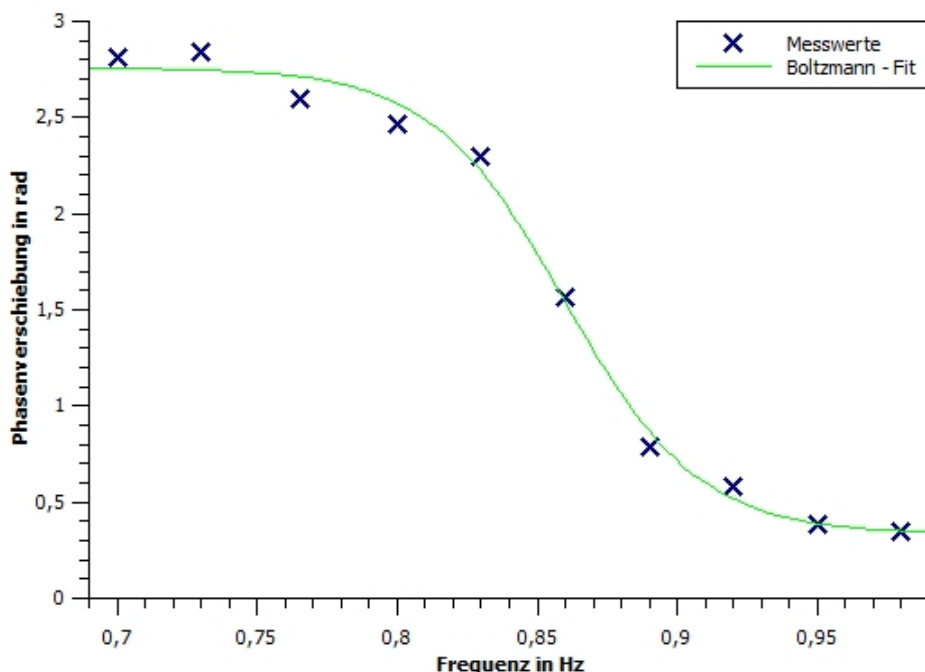


Abbildung 10: $\Delta Phase \Phi$ über Erregerfrequenz mit Boltzmann-Fit.

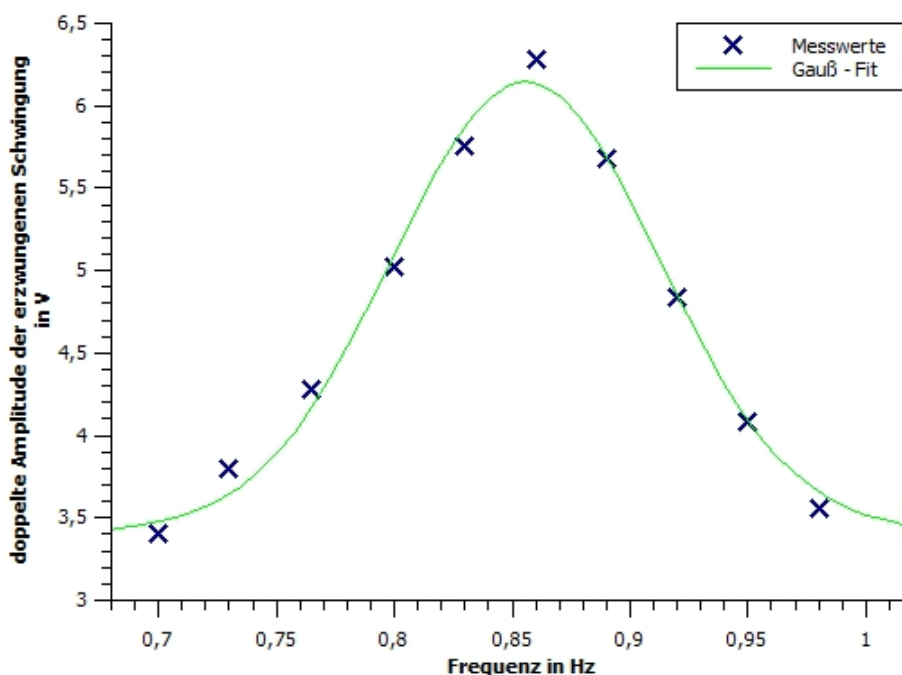


Abbildung 11: Doppelte Amplitude über Erregerfrequenz mit Gauß-Fit.

Da in Versuchsteil 2 ein Fehler unterlaufen ist, können wir die Eigenfrequenz ω_0 nicht über die Fitfunktion aus Abbildung (9) bestimmen. Da aber zu Beginn des Versuches einige Schwingungen aufgezeichnet

wurden und die alle die Periodendauer $T_0 = 1.160 \pm 0.0005s$ hatten kann daraus die Eigenfrequenz

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = 0.8621 \pm 0.00041/s$$

berechnet werden.(Fehlerrechnung mit **GUM Workbench**, ein Protokoll befindet sich im Anhang.)

Diese ist minimal größer als die ermittelte Resonanzfrequenz von $f_{Resonanz} = 0.856 \pm 0.002$ (Der Fehler wurde abgeschätzt). Da die Schwingung in diesem Versuchsteil leicht gedämpft wurde, damit eine Resonanzkatastrophe verhindert wird, diese Dämpfung aber nicht miteinberechnet wurde, erfüllt die Abweichung nur die Erwartung.

6 Fragen

- 1 *Von welchen Materialeigenschaften hängt die Torsionskonstante \tilde{D} ab?*

Die Torsionskonstante \tilde{D} hängt von der *Festigkeit* bzw. Elastizität des verwendeten Materials ab, welche als der Widerstand definiert ist, welche das Material einer plastischen Verformung oder Trennung entgegensetzt.

- 2 *Was geschieht bei sehr starker Dämpfung? Wie heißt hierzu der Fachbegriff?*

Das Pendel kriecht in die Ruhelage zurück, weshalb dieser Fall Kriechfall genannt wird. Siehe Grundlagen (16). Es kommt höchstens ein Nulldurchgang zustande, wenn das pendel entsprechend angeschubst wird.

- 3 *Wie kann man ein schwingungsfähiges System noch dämpfen?*

Anstelle der hier verwendeten Wirbelstrombremsen, die eine zur Geschwindigkeit proportionale Reibungskraft erzeugen, kann auch viskose Reibung ,auch **Stokes'sche Reibung** genannt, wie z.B. in Autostoßdämpfern verwendet werden oder Luftreibung (wie z.B. beim Schall), wobei diese sich meist proportional zum Geschwindigkeitsquadrat verhält.

- 4 *Warum beobachtet man Resonanz im dämpfungsfreien Fall gerade bei einer Phasenverschiebung von 90° ?*

Ist dies der Fall, so ist die anregende Kraft gerade proportional zur Geschwindigkeit des Pendels. D.h., dass die Geschwindigkeit immer weiter verstärkt wird, also immer größer wird (Resonanzfall). Mathematisch kann die Phasenverschiebung aus Formel (21) berechnet werden. Für den Fall $\beta = 0$ ist $\omega_R = \omega_0$ und der Betrag von $\tan^{-1} \left(\frac{2\beta\omega_R}{\omega_0^2 - \omega_R^2} \right) = \infty$ gerade $\pi/2$ also 90°

- 5 *Wieso ist die Berechnung von $\Delta\Theta$ genauer als die von Θ_0 ?* Die Berechnung von $\Delta\Theta$ ist genauer, da hier bei der Berechnung acht verschiedene Messwerte gemittelt wurden. Siehe dazu auch Kapitel 5.1.

7 Anhang

Literatur

- [1] Rebekka Garreis und Simeon Beinlich: AP - Praktikumsbericht Trägheitsmoment aus Dreh-schwingungen 2012
- [2] Runge, Bernd-Uwe: *Physikalisches Anfängerpraktikum der Universität Konstanz, Torsions-Oszillator (für Studiengang Physik)*, https://ap.physik.unikonstanz.de/AP-public/Anleitungen/Torsions-Oszillator_Phy.pdf, entnommen am 19.12.2012

- [3] ChemgaPedia: http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ph/14/ep/einfuehrung/schwingungen/erzwungen/erzwungen.vlu/Page/vsc/de/ph/14/ep/einfuehrung/schwingungen/erzwungen/erz_zusammenfassung.vscml.html entnommen am 13.1.13
- [4] Matheplanet https://matheplanet.com/matheplanet/nuke/html/uploads3/4624_2.Jpg entnommen am 13.1.13
- [5] Runge, Bernd-Uwe: *Physikalisches Anfängerpraktikum der Universität Konstanz, Abschnitt C. Fehlerrechnung*, <https://ap.physik.uni-konstanz.de/APpublic/Anleitungen/Fehlerrechnung.pdf>, entnommen am 19.12.2012

1

Abbildungsverzeichnis

1	Schwingung	5
2	Amplitude	6
3	Phase	6
4	Aufbau des Torsions-Oszillators der Firma TeachSpin ([2])	7
5	Gerade über $(\frac{T}{2\pi})^2$ in Abhängigkeit von n	9
6	Schwingfall mit Dämpfungsgrad 1	11
7	Schwingfall mit Dämpfungsgrad 2	12
8	Schwingfall mit Dämpfungsgrad 3	12
9	Zusammenhang zwischen Λ und f_g	13
10	$\Delta Phase \Phi$ über Erregerfrequenz mit Boltzmann-Fit.	15
11	Doppelte Amplitude über Erregerfrequenz mit Gauß-Fit.	15

Tabellenverzeichnis

1	Berechnung von $\Theta_{Kupferscheibe}$ und Θ_{Welle}	8
2	$(T/(2\pi))^2$ für die Anzahl der Zylinderstücke.	9
3	Werte der gefitteten Funktion über die Messwerte	10
4	Logarithmisches Dekrement und Frequenz.	11
5	Erregerfrequenz und $\Delta Phase \Phi$	14

Educational version, for training usage only!

Trägheitsmoment eines Massestückes auf der Drehscheibe

Education version

Modellgleichung:

$$\Theta = 0.5 \cdot m \cdot (r_i^2 + r_a^2)$$

Liste der Größen:

Education version

Größe	Einheit	Definition
Θ	kg*m ²	Trägheitsmoment eines Hohlzylinders
m	kg	Masse
r_i	m	Innenradius
r_a	m	Außenradius

m: Typ B Rechteckverteilung
 Wert: 0.214 kg
 Halbbreite der Grenzen: 0.00000625 kg

Education version

Hier wurde die Rechteckverteilung gewählt, da die Messungenauigkeit auf der Schrittweite der Waage beruht.

Education version

r_i : Typ B Normalverteilung
 Wert: 0.02175 m
 Erweiterte Messunsicherheit: 0.000025 m
 Erweiterungsfaktor: 1

Education version

Die Messunsicherheit wurde abgeschätzt.

r_a : Typ B Normalverteilung
 Wert: 0.04725 m
 Erweiterte Messunsicherheit: 0.000025 m
 Erweiterungsfaktor: 1

Die Messunsicherheit wurde abgeschätzt.

Messunsicherheits-Budgets:

Education version

Θ : Trägheitsmoment eines Hohlzylinders

Größe	Wert	Std.-Mess-unsicherheit	Verteilung	Sensitivitäts-koeffizient	Unsicher-heitsbeitrag	Index
m	0.21400000 kg	$3.61 \cdot 10^{-6}$ kg	Rechteck	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$4.9 \cdot 10^{-9}$ kg*m ²	0.0 %
r_i	0.0217500 m	$25.0 \cdot 10^{-6}$ m	Normal	$4.7 \cdot 10^{-3}$	$120 \cdot 10^{-9}$ kg*m ²	17.5 %
r_a	0.0472500 m	$25.0 \cdot 10^{-6}$ m	Normal	0.010	$250 \cdot 10^{-9}$ kg*m ²	82.5 %
Θ	$289.502 \cdot 10^{-6}$ kg*m ²	$278 \cdot 10^{-9}$ kg*m ²				

Education version

Ergebnisse:

Größe	Wert	Erw.-Mess-unsicherheit	Erweiter-ungsfaktor	Überdeckungs-wahrscheinlichkeit
Θ	$289.50 \cdot 10^{-6}$ kg*m ²	$560 \cdot 10^{-9}$ kg*m ²	2.00	95% (Normal)

Education version

Educational version, for training usage only!

Educational version, for training usage only!

D_{dyn} Messunsicherheit

Education version

Modellgleichung:

$$D = \Delta\Theta / a$$

Liste der Größen:

Education version

Größe	Einheit	Definition
D	Nm / rad	Dynamische Trägheitskonstante
$\Delta\Theta$	kg * m ²	
a		Steigung

 $\Delta\Theta$:

Typ B Normalverteilung

Wert: 0.00028950 kg * m²Erweiterte Messunsicherheit: 0.000000560 kg * m²

Erweiterungsfaktor: 1

Normalverteilung da es sich bereits um ein Zwischenergebnis handelt.

a:

Typ B Normalverteilung

Wert: 0.00471

Erweiterte Messunsicherheit: 0.00007

Erweiterungsfaktor: 1

Normalverteilung, da es die gemittelte Steigung ist.

Education version

Messunsicherheits-Budgets:**D: Dynamische Trägheitskonstante**

Größe	Wert	Std.-Mess-unsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Index
$\Delta\Theta$	$289.500 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$560 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	Normal	210	$120 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} / \text{rad}$	1.7 %
a	$4.7100 \cdot 10^{-3}$	$70.0 \cdot 10^{-6}$	Normal	-13	$-910 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} / \text{rad}$	98.3 %
D	0.061465 Nm / rad	$921 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} / \text{rad}$				

Ergebnisse:

Education version

Größe	Wert	Erw.-Mess-unsicherheit	Erweiterungsfaktor	Überdeckungswahrscheinlichkeit
D	0.0615 Nm / rad	$1.8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} / \text{rad}$	2.00	95% (Normal)

Education version

Education version

Educational version, for training usage only!

*Educational version, for training usage only!***Messunsicherheit von Θ_0**

Education version

Modellgleichung:

$$\Theta_0 = b \cdot D_{\text{dyn}}$$

Liste der Größen:

Education version

Größe	Einheit	Definition
Θ_0	kg * m ²	Trägheitsmoment des Oszillators ohne Gewichte
b	s ²	y-Achsenabschnitt
D_{dyn}	N*m /rad	Torsionskonstante

b: Typ B Normalverteilung
 Wert: 0.0340 s²
 Erweiterte Messunsicherheit: 0.0004 s²
 Erweiterungsfaktor: 1

Education version

Normalverteilung, da über eine genäherte Gerade ermittelt.

D_{dyn} : Typ B Normalverteilung
 Wert: 0.0615 N*m /rad
 Erweiterte Messunsicherheit: 0.0010 N*m /rad
 Erweiterungsfaktor: 1

Normalverteilung, da es sich bereits um ein Zwischenergebnis handelt.

Education version

Messunsicherheits-Budgets: **Θ_0 :** Trägheitsmoment des Oszillators ohne Gewichte

Größe	Wert	Std.-Mess-unsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Index
b	0.034000 s ²	400·10 ⁻⁶ s ²	Normal	0.062	25·10 ⁻⁶ kg * m ²	34.4 %
D_{dyn}	0.06150 N*m /rad	1.00·10 ⁻³ N*m /rad	Normal	0.034	34·10 ⁻⁶ kg * m ²	65.6 %
Θ_0	2.0910·10 ⁻³ kg * m ²	42.0·10 ⁻⁶ kg * m ²				

Ergebnisse:

Education version

Größe	Wert	Erw.-Mess-unsicherheit	Erweiterungsfaktor	Überdeckungswahrscheinlichkeit
Θ_0	2.091·10 ⁻³ kg * m ²	84·10 ⁻⁶ kg * m ²	2.00	95% (Normal)

Education version

Education version

Education version

Educational version, for training usage only!

Educational version, for training usage only!

Logarithmisches Dekrement Messung 1

Education version

Modellgleichung:

$$\Lambda = 2 \cdot \pi \cdot (\beta / \omega_g)$$

Liste der Größen:

Education version

Größe	Einheit	Definition
Λ		Logarithmisches Dekrement
π		Konstante
β	1/s	Dämpfung
ω_g	1/s	Winkelgeschwindigkeit

π : Konstante
Wert: 3.1415926535898

Education version

β : Typ B Normalverteilung
Wert: 0.272 1/s
Erweiterte Messunsicherheit: 0.001 1/s
Erweiterungsfaktor: 1

Normalverteilung, da bereits eine Zwischengröße.

ω_g : Typ B Normalverteilung
Wert: 5.41091 1/s
Erweiterte Messunsicherheit: 0.00010 1/s
Erweiterungsfaktor: 1

Education version

Normalverteilung, da bereits eine Zwischengröße.

Education version

Messunsicherheits-Budgets:

Λ : Logarithmisches Dekrement

Größe	Wert	Std.-Mess-unsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Index
π	3.1415926535898					
β	0.27200 1/s	$1.00 \cdot 10^{-3}$ 1/s	Normal	1.2	$1.2 \cdot 10^{-3}$	100.0 %
ω_g	5.410910 1/s	$100 \cdot 10^{-6}$ 1/s	Normal	-0.058	$-5.8 \cdot 10^{-6}$	0.0 %
Λ	0.31585	$1.16 \cdot 10^{-3}$				

Ergebnisse:

Größe	Wert	Erw.-Mess-unsicherheit	Erweiterungsfaktor	Überdeckungswahrscheinlichkeit
Λ	0.3158	$2.3 \cdot 10^{-3}$	2.00	95% (Normal)

Education version

Education version

Educational version, for training usage only!

Educational version, for training usage only!

Logarithmisches Dekrement Messung 2

Education version

Modellgleichung:

$$\Lambda = 2 \cdot \pi \cdot (\beta / \omega_g)$$

Liste der Größen:

Education version

Größe	Einheit	Definition
Λ		Logarithmisches Dekrement
π		Konstante
β	1/s	Dämpfung
ω_g	1/s	Winkelgeschwindigkeit

π : Konstante
Wert: 3.1415926535898

Education version

β : Typ B Normalverteilung
Wert: 0.1894 1/s
Erweiterte Messunsicherheit: 0.0006 1/s
Erweiterungsfaktor: 1

Normalverteilung, da bereits eine Zwischengröße.

ω_g : Typ B Normalverteilung
Wert: 5.4085 1/s
Erweiterte Messunsicherheit: 0.0005 1/s
Erweiterungsfaktor: 1

Education version

Normalverteilung, da bereits eine Zwischengröße.

Education version

Messunsicherheits-Budgets:

Λ : Logarithmisches Dekrement

Größe	Wert	Std.-Mess-unsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Index
π	3.1415926535898					
β	0.189400 1/s	$600 \cdot 10^{-6}$ 1/s	Normal	1.2	$700 \cdot 10^{-6}$	99.9 %
ω_g	5.408500 1/s	$500 \cdot 10^{-6}$ 1/s	Normal	-0.041	$-20 \cdot 10^{-6}$	0.0 %
Λ	0.220031	$697 \cdot 10^{-6}$				

Ergebnisse:

Größe	Wert	Erw.-Mess-unsicherheit	Erweiterungsfaktor	Überdeckungswahrscheinlichkeit
Λ	0.2200	$1.4 \cdot 10^{-3}$	2.00	95% (Normal)

Education version

Education version

Educational version, for training usage only!

Educational version, for training usage only!

Logarithmisches Dekrement Messung 3

Education version

Modellgleichung:

$$\Lambda = 2 \cdot \pi \cdot (\beta / \omega_g)$$

Liste der Größen:

Education version

Größe	Einheit	Definition
Λ		Logarithmisches Dekrement
π		Konstante
β	1/s	Dämpfung
ω_g	1/s	Winkelgeschwindigkeit

π : Konstante
Wert: 3.1415926535898

Education version

β : Typ B Normalverteilung
Wert: 0.5766 1/s
Erweiterte Messunsicherheit: 0.0013 1/s
Erweiterungsfaktor: 1

Normalverteilung, da bereits eine Zwischengröße.

ω_g : Typ B Normalverteilung
Wert: 5.3841 1/s
Erweiterte Messunsicherheit: 0.0012 1/s
Erweiterungsfaktor: 1

Education version

Normalverteilung, da bereits eine Zwischengröße.

Education version

Messunsicherheits-Budgets:

Λ : Logarithmisches Dekrement

Größe	Wert	Std.-Mess-unsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Index
π	3.1415926535898					
β	0.57660 1/s	$1.30 \cdot 10^{-3}$ 1/s	Normal	1.2	$1.5 \cdot 10^{-3}$	99.0 %
ω_g	5.38410 1/s	$1.20 \cdot 10^{-3}$ 1/s	Normal	-0.12	$-150 \cdot 10^{-6}$	1.0 %
Λ	0.67289	$1.52 \cdot 10^{-3}$				

Ergebnisse:

Größe	Wert	Erw.-Mess-unsicherheit	Erweiterungsfaktor	Überdeckungswahrscheinlichkeit
Λ	0.6729	$3.0 \cdot 10^{-3}$	2.00	95% (Normal)

Education version

Education version

Educational version, for training usage only!

Educational version, for training usage only!

Messunsicherheit der Eigenfrequenz

Education version

Modellgleichung:

$$f = 1/T$$

Liste der Größen:

Education version

Größe	Einheit	Definition
f	1/s	Eigenfrequenz
T	s	Periodendauer der Eigenschwingung

T: Typ B Rechteckverteilung
 Wert: 1.160 s
 Halbreite der Grenzen: 0.0005 s

Rechteckverteilung, da Messunsicherheit auf Anzeigegenauigkeit des Oszillators basiert.

Messunsicherheits-Budgets:

f: Eigenfrequenz

Größe	Wert	Std.-Mess-unsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Index
T	1.160000 s	$289 \cdot 10^{-6}$ s	Rechteck	-0.74	$-210 \cdot 10^{-6}$ 1/s	100.0 %
f	0.862069 1/s	$215 \cdot 10^{-6}$ 1/s				

Education version

Ergebnisse:

Größe	Wert	Erw.-Mess-unsicherheit	Erweiterungsfaktor	Überdeckungswahrscheinlichkeit
f	0.86207 1/s	$430 \cdot 10^{-6}$ 1/s	2.00	95% (Normal)

Education version

Education version

Education version

Education version

Education version

Educational version, for training usage only!