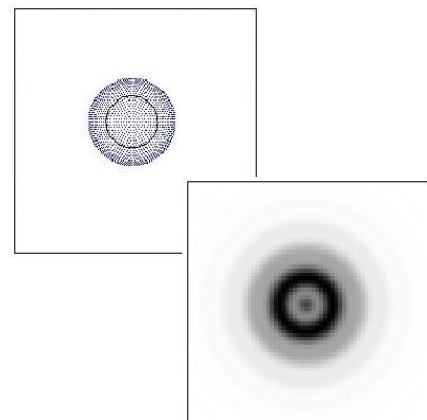


Abbildungsfehler und Abbildungsleistung optischer Systeme*

Thomas Thöniß
LINOS Photonics GmbH & Co. KG



* Vorgetragen im Rahmen des vom niedersächsischen PhotonikNet durchgeführten Seminars „Technische Optik in der Praxis“ am 4./5. Mai 2004 in Göttingen an der Fachhochschule für angewandte Wissenschaft und Kunst (HAWK).

1	Modelle der optischen Abbildung	3
1.1	Paraxiale Abbildung	3
1.2	Geometrisch-optische Abbildung	4
1.3	Wellenoptisches Abbildungsmodell	4
2	Abbildungsfehler	6
2.1	Chromatische Aberrationen	6
2.1.1	Chromatische Variation des Bildortes (Farblängsfehler)	7
2.1.2	Chromatische Variation der Bildgröße (Farbquerfehler)	9
2.2	Monochromatische Aberrationen	10
2.2.1	Sphärische Aberration (Öffnungsfehler)	10
2.2.2	Koma (Asymmetriefehler)	13
2.2.3	Astigmatismus (Zweischalenfehler)	14
2.2.4	Bildfeldwölbung	16
2.2.5	Verzeichnung	17
3	Darstellung der Abbildungsleistung optischer Systeme	20
3.1	Geometrisch-optische Darstellung	20
3.1.1	Spot-Diagramm	20
3.1.2	Queraberrationsdiagramm	21
3.1.3	Wellenaberration	21
3.1.4	Feldaberrationsdarstellung	23
3.1.5	Modulationsübertragungsfunktion	23
3.2	Wellenoptische Leistungsbewertung	27
3.2.1	Punktbildfunktion	27
3.2.2	Strehlsche Definitionshelligkeit	28
3.2.3	Beugungs-MTF	28
4	Mathematische Modelle	29
4.1	Kollineares Modell	29
4.2	Fehlermodell 3. Ordnung	30
4.3	Einteilung der monochromatischen Abbildungsfehler 3. Ordnung	32
5	Quellen:	33

1 Modelle der optischen Abbildung

Die Beschreibung der optischen Abbildung als Transformation einer lichtmodulierenden Objektstruktur in eine möglichst ähnliche Bildstruktur mit Licht als Informationsträger durch optische, d.h. das Licht beeinflussende Systeme kann nur näherungsweise durch verschieden komplexe mathematische und physikalische Modelle geschehen (Bild 1). Mit dem Grad der Näherung an die Realität nimmt auch die Komplexität der Modelle und deren Handhabung zu [1], [2] und [5].

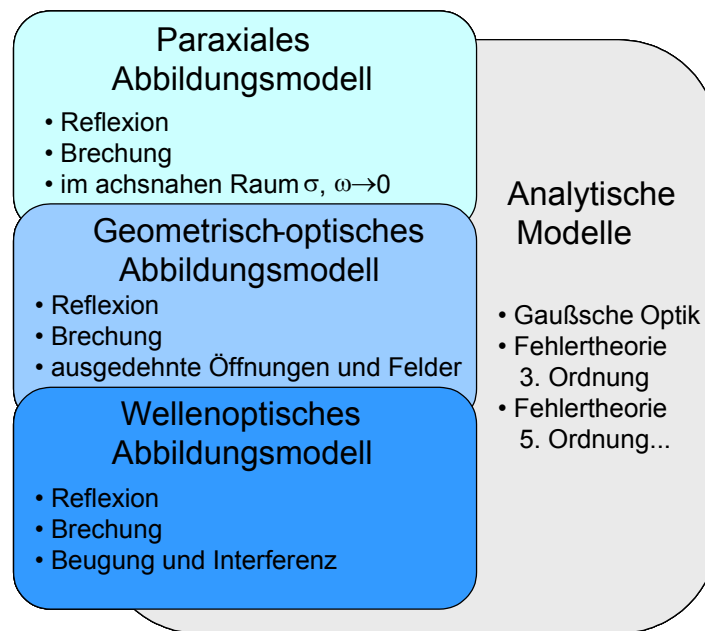


Bild 1. Modelle der optischen Abbildung und ihre Gültigkeit

1.1 Paraxiale Abbildung

Das paraxiale oder auch Gaußsche Abbildungsmodell stellt den idealisiertesten und somit den Wunschzustand der optischen Abbildung dar. Bei der Ausbreitung des Lichts von einem Objektpunkt durch ein optisches System hin zur Bildeffangebene werden nur die Phänomene der Reflexion und Brechung berücksichtigt. Die Beschreibung der Lichtausbreitung erfolgt mittels Lichtstrahlen, deren Verwendung im strengen Sinne nur für eine verschwindend kleine Wellenlänge $\lambda \rightarrow 0$ zulässig ist. Ferner wird der Abbildungsraum soweit eingeschränkt, dass auftretende Winkel zwischen der Symmetrieachse des optischen Systems, der optischen Achse, und den zur Abbildung beitragenden Lichtstrahlen so klein werden, dass für das Bogenmaß der Aperturwinkel σ und Feldwinkel ω (Bild 2) allgemein gilt:

$$\sigma = \sin \sigma = \tan \sigma \quad \text{und} \quad \omega = \sin \omega = \tan \omega \quad \text{Gl. 1}$$

Dieser Zusammenhang ist nur in der engsten Umgebung der optischen Achse, im paraxialen oder fadenförmigen Raum näherungsweise und exakt nur für den Trivialfall $\sigma = 0$ und $\omega = 0$ gültig.

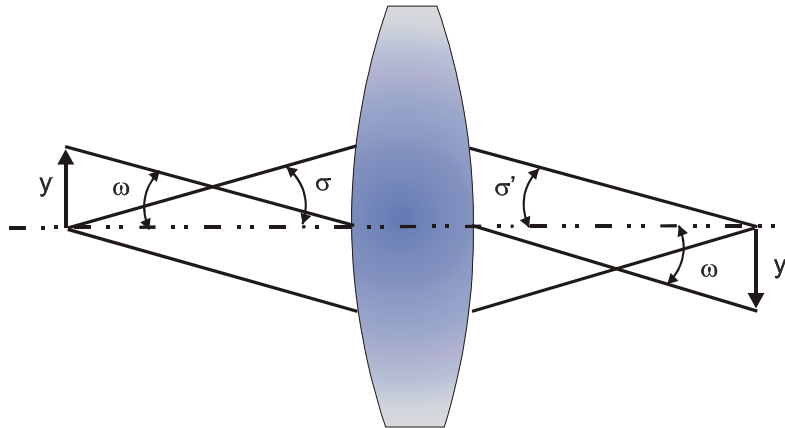


Bild 2. Apertur- und Feldwinkel an einer Einzellinse

Die Vorteile einer derartigen Einschränkung bzw. Idealisierung sind folgende:

- Jedem Punkt im Objektraum kann durch die paraxiale Abbildung eineindeutig ein Punkt im Bildraum zugeordnet werden.
- Es ergeben sich geschlossene, handhabbare mathematische Beziehungen zur Beschreibung der Transformation zwischen Objekt- und Bildraum (z.B. paraxiale Abbildungsgleichungen).
- Die optische Abbildung durch eine Vielzahl von wirksamen Flächen kann durch wenige Grund- (Kardinal-) elemente dargestellt werden (z.B. grafische Darstellung nach Listing).
- Es können Bezugs- und Hilfsgrößen definiert werden, die auch für die Abbildung außerhalb des Gaußschen Raums relevant sind (z.B. Brennweite, Abbildungsmaßstab usw.).
- Die paraxialen Zusammenhänge erlauben einen schnellen Überblick über die optischen Verhältnisse von abbildenden Elementen und Systemen.

1.2 Geometrisch-optische Abbildung

Gegenüber dem paraxialen Modell werden die Einschränkungen hinsichtlich der Strahlwinkel aufgehoben, d.h. es wird auch die Abbildung achsferner Objektpunkte durch weit geöffnete Strahlbündel betrachtet. Der Wellencharakter des Lichts und somit Erscheinungen wie z.B. Beugung und Interferenz werden weiterhin vernachlässigt. Der Sinn einer derartigen Betrachtung ergibt sich durch folgende Punkte:

- Die Analyse der Abbildung kann mittels noch fassbarer Formeln erfolgen.
- Die geometrischen Zusammenhänge bilden die Grundlage für die Konstruktion optischer Systeme.
- Die Näherungen dieses Modells sind für viele Anwendungen ausreichend.

1.3 Wellenoptisches Abbildungsmodell

Dieses Modell der optischen Abbildung stellt die komplexeste Näherung an die Realität dar. Hierbei wird der Wellencharakter des Lichtes in den Abbildungsvorgang einbezogen. Phänomene wie z.B. Beugung an Linsenrändern werden berücksichtigt. Eine derart komplexe Betrachtung der Abbildung kann aus folgenden Gesichtspunkten notwendig sein:

- Die Wellenoptik erklärt die Grenzen der optischen Auflösung trotz einer angenommen perfekten strahlenoptischen Abbildung.
- Es werden Phänomene (z.B. Beugungsringe im Fokus, Filterwirkungen durch Eingriffe in Pupillen) erklärt, die sich durch die geometrische Optik nicht deuten lassen.
- Die Beschreibung von „nichtklassischen“ abbildenden optischen Elementen ist möglich (z.B. Hologramme).

2 Abbildungsfehler

Die Transformation einer Objektstruktur in eine ähnliche Bildstruktur durch ein optisches System gelingt ohne entsprechende konstruktive Maßnahmen nur bedingt und genügt den gegebenen Anforderungen zumeist nur in einem eng eingegrenzten Gebiet. Die Ursache sind Aberrationen, auch Abbildungsfehler genannt, die bei der Abbildung eines Objektpunktes die Entstehung eines perfekten Bildpunktes verhindern. Bei der Konstruktion optischer Systeme muss ein Kompromiss zwischen den Anforderungen an die optische Abbildung und dem konstruktiven Aufwand gefunden werden.

2.1 Chromatische Aberrationen

Wird eine einzelne optisch wirksame Fläche im paraxialen Gebiet betrachtet, so ist nach Abschn. 1.1 eine perfekte Abbildung eines Objektpunktes in einen Bildpunkt zu erwarten. Der Zusammenhang zwischen der Entfernung eines axialen Objektpunktes vor und seines konjugierten Bildpunktes hinter dem Flächenscheitel (Schnittweite s bzw. s') lässt sich im paraxialen Gebiet durch die Abbesche Invariante Q berechnen:

$$Q = n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right) \quad \text{Gl. 2}$$

Die Größe n ist die Brechzahl des Mediums im Objektraum und n' die Brechzahl des Mediums nach der optisch wirksamen Fläche.

Befindet sich der Objektpunkt vor der optischen Fläche in weiter Entfernung, treffen quasi-achsparelle Strahlen auf die sphärisch gekrümmte Fläche. Grenzt die optische Fläche an Luft mit $n = 1$, ergibt sich aus Gleichung 2 die paraxiale Schnittweitengleichung für Strahlen aus dem Unendlichen mit $h \rightarrow 0$:

$$s' = r \frac{n'}{n' - 1} = f' \quad \text{Gl. 3}$$

Die errechnete Schnittweite s' stellt bei der Abbildung aus dem Unendlichen gleichzeitig die Brennweite der Einzelfläche f' dar (Bild 3).

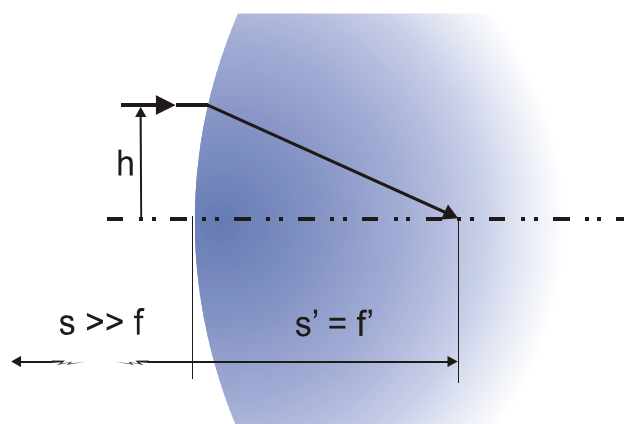


Bild 3. Paraxiale Schnittweite an einer Einzelfläche für $s = -\infty$

Bisher wurde stillschweigend angenommen, dass es sich bei dem zur Abbildung verwendeten Licht um Licht einer Wellenlänge handelt. Da in der Regel

breitbandiges (polychromatisches) Licht, z.B. von 480 nm bis 644 nm für visuelle optische Systeme, zur Bilderzeugung beiträgt, ist die Beschränkung der Betrachtung der optischen Abbildung auf monochromatisches, also einfarbiges Licht wenig sinnvoll. Die Wechselwirkung des Lichts mit dem optischen Medium hängt u.a. von der Energie, also der Wellenlänge des Lichts, ab und ist Ursache für einen Typus von Abbildungsfehlern, den Farbfehlern bzw. chromatischen Aberrationen.

2.1.1 Chromatische Variation des Bildortes (Farblängsfehler)

Die Stärke der Brechung des Lichtes nach dem Einfall auf eine optisch wirksame, transparente Fläche und somit die Brechzahl des optisch wirksamen Mediums n' ist eine Funktion der Wellenlänge mit $n' = F(\lambda)$. Die Schnittweitengleichung für eine optische Fläche Gl. 3 geht somit in die Form Gl. 4 über:

$$s'(\lambda) = r \frac{n'(\lambda)}{n'(\lambda) - 1} = f'(\lambda) \quad \text{Gl. 4}$$

In Tabelle 1 ist für das optische Glas N-BK7 die Brechzahl für verschiedene, z.B. für das sichtbare Spektrum repräsentative Wellenlängen entsprechend den Fraunhofer-Linien F, d, C angegeben. Durch Einsetzen in Gleichung 4 ergeben sich mit den Brechzahlen für die einzelnen Wellenlängen und einem willkürlich gewählten Radius der optischen Fläche $r = 100\text{mm}$ die Schnittweiten s'_λ :

Fraunhofer-Linie	Wellenlänge λ in nm	Brechzahl n_λ	Schnittweite s'_λ in mm
F	486,1327	1.522376	291,433
d	587,5618	1.516800	293,498
C	656,2725	1.514322	294,431

Tab. 1

Die Differenz der Schnittweite zwischen den Extremwellenlängen des gewählten Spektrums $s'_{\lambda_{min}} - s'_{\lambda_{max}} = \Delta s' = -2,998 \text{ mm}$ wird als Farblängsfehler oder chromatische Variation der Schnittweite oder auch chromatische Variation des Bildortes bezeichnet. Bei Beträgen von $\Delta s' < 0$ spricht man von chromatischer Unterkorrektur (Bild 4), bei $\Delta s' > 0$ von Überkorrektur.

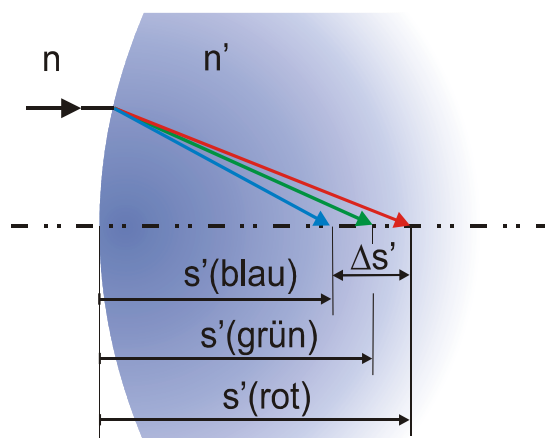


Bild 4. Chromatische Längsaberration an einer sphärischen Einzelfläche
Dieser Fehler pflanzt sich beim Durchgang durch eine Folge von optischen Flächen in Abhängigkeit von Krümmung, Brechzahl bzw. Dispersion mit unterschiedlichem

Betrag und Vorzeichen fort. In Bild 5 sind die prinzipiellen Auswirkungen schematisch für eine einfache Sammellinse und Zerstreuungslinse dargestellt.

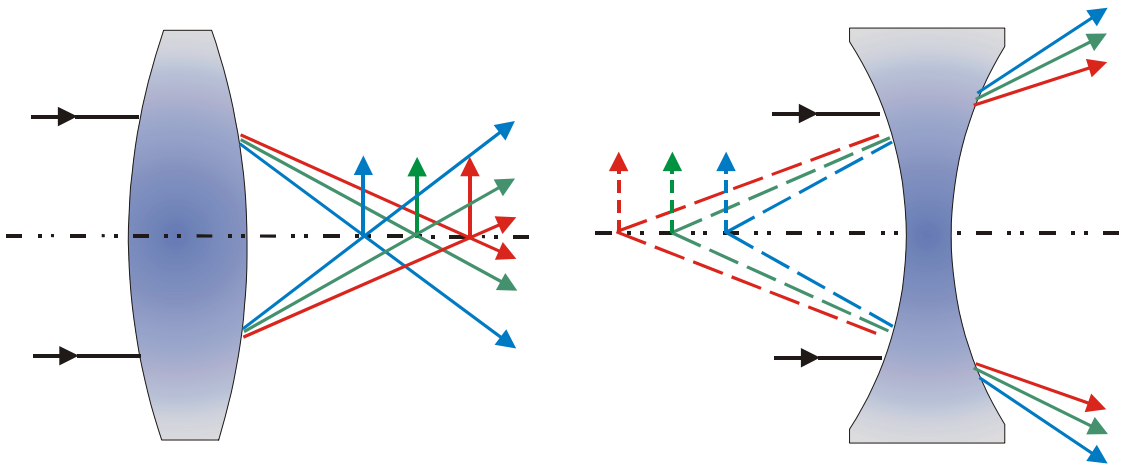


Bild 5. Chromatische Längsaberration an einer Sammellinse und einer Zerstreuungslinse

Die in Bild 5 erkennbaren unterschiedlichen Vorzeichen der Schnittweitendifferenzen einer Sammellinse und einer Zerstreuungslinse eröffnen auch die Möglichkeit zu einer Korrektur des Farblängsfehlers durch die Kombination der beiden Linsentypen zu einem Dublet (Bild 6). Bei der Erstellung eines farbkorrigierten Dublets mit positiver Brechkraft sollte die positive Bikonvexlinse aus einem schwach farbzerlegenden (dispergierenden) Glas (z.B. Kronglas N-BK7) bestehen und mit einer negativen Linse mit schwacher Brechkraft aus stark dispergierendem Glas (z.B. Flintglas F2) kombiniert werden.

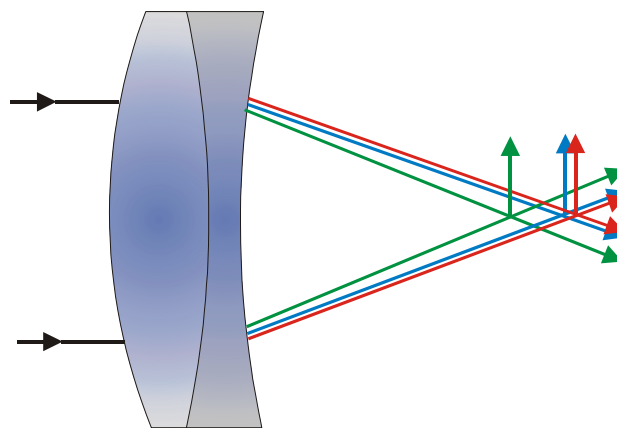


Bild 6. Dublet mit für zwei Wellenlängen korrigierter Schnittweite (Achromat)

Durch das so entstandene optische „System“ gelingt die Korrektur der Schnittweite für zwei Farben (Dichromat oder Achromat). Durch geeignete Linsenkombinationen und Linsenmaterialien können auch drei (Trichromat oder Apochromat) oder mehr Farben korrigiert werden (Polychromat oder Superachromat). Eine Korrektur der Schnittweite für alle Wellenlängen ist auf Grund des nichtlinearen Verlaufs der Dispersion optischer Gläser nicht möglich aber auch nicht notwendig, so lange die verbleibenden Restaberrationen genügend klein bleiben.

2.1.2 Chromatische Variation der Bildgröße (Farbquerfehler)

Werden ausgedehnte Objekte in den Bildraum übertragen, machen sich u.U. farbige Bildränder störend bemerkbar. Achsferne Bildpunkte erscheinen lateral farbig verschmiert. Diese Erscheinung wird allgemein als Farbquerfehler bezeichnet. Seine wesentlichen Ursachen sind ebenfalls bereits im paraxialen Gebiet zu suchen und stellen in der Regel eine Kombination aus verschiedenen Erscheinungen dar.

Zur Untersuchung des Farbquerfehlers und allgemein des Verhaltens des zur Abbildung eines außeraxialen Punktes beitragenden Lichtbündels wird in der Regel der repräsentative Hauptstrahl herangezogen. Definitionsgemäß wird als Hauptstrahl der Lichtstrahl festgelegt, der auf die Mitte der Eintrittspupille EP (objektseitiges Bild der Systemblende) zielt. Ohne künstliche Strahlabschattung des Bündels entspricht der Hauptstrahl dem Mittenstrahl des Lichtbündels. Der von der Objektspitze kommende Hauptstrahl durchläuft ein optisches System und nach Verlassen des Systems legt der Durchstoßpunkt dieses Strahls in einer gewählten Bildebene die Bildhöhe fest. Die Ursache für den Farbquerfehler ist in dem farblichen Auseinanderlaufen des Hauptstrahls durch die wellenlängenabhängige Brechung an den Flächen eines optischen Systems zu suchen. Aus der letzten Systemfläche treten durch die dispersiven Eigenschaften der optischen Materialien verschiedene Hauptstrahlen unterschiedlicher Wellenlängen aus. Diese Strahlen durchstoßen die gewählte Bildebene in verschiedenen Höhen und erzeugen damit unterschiedlich große, wellenlängenabhängige Bilder. Der Farbquerfehler bzw. die chromatische Variation der Bildgröße ergibt sich aus der Differenz der unterschiedlich großen, wellenlängenabhängigen Bildhöhen in der Auffangebene.

Eine Ursache für den Farbquerfehler kann das Vorhandensein des schon in Abschn. 2.1.1 erläuterten Farblängsfehlers sein! Durch diesen Fehler entstehen die Bilder verschiedener Wellenlängen an unterschiedlichen Orten entlang der optischen Achse. Wird eine feste Bildauffangebene z.B. der Ort des „grünen“ Bildes gewählt, so liegen das blaue und rote, idealerweise gleichgroße Bild davor bzw. dahinter. Die auf die Spitze der einzelnen farbigen Bilder zielenden Hauptstrahlen durchstoßen die gewählte Auffangebene in unterschiedlichen Höhen und erzeugen damit den Farbquerfehler (Bild 7).

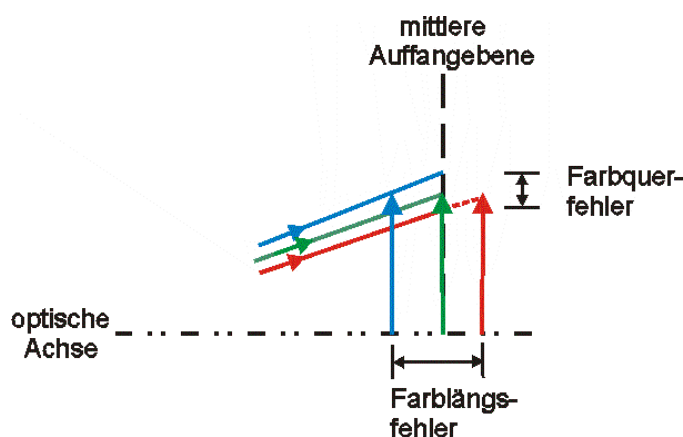


Bild 7. Farbquerfehler hervorgerufen durch die chromatische Variation des Bildortes (Farblängsfehler)

Bei idealerweise vollständiger Konstanz der Schnittweite, also bei vollständiger Korrektur des Farblängsfehlers kann dennoch die Bildhöhe mit der Wellenlänge in der Auffangebene variieren. Bei der Rückverfolgung des aus dem optischen System austretenden Hauptstrahls wird durch den Schnittpunkt des zurückverfolgten Strahls mit der optischen Achse die Position der Austrittspupille AP (Bild der Systemblende im

Bildraum) festgelegt. Durch die chromatische Aufteilung des Hauptstrahls werden somit verschiedene, wellenlängenabhängige Austrittspupillen ermittelt. Eine weitere Ursache des Farbquerfehlers ist somit die chromatische Variation des Ortes der Austrittspupille.

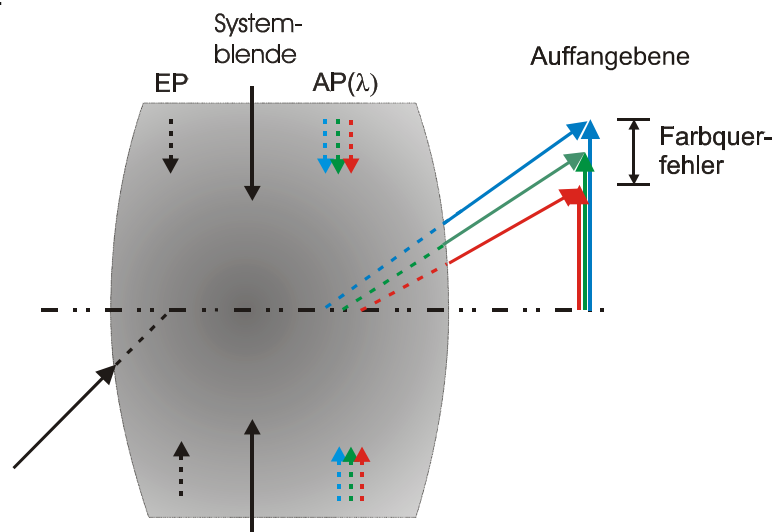


Bild 8. Farbquerfehler verursacht durch die chromatische Variation der Lage der Austrittspupille

Zusätzlich zur Variation des paraxialen Bildortes und der Lage der Austrittspupille kann der Farbquerfehler durch eine chromatische Abhängigkeit der Lage des Hauptpunktes im optischen System und die sich daraus ergebende Variation der Brennweite hervorgerufen werden.

Da die Wirkung eines optischen Elementes bzw. Systems auch umgekehrt werden kann, lässt sich die Variation der Pupillen- und Hauptpunktage zumindest bei einer 1:1 Abbildung durch zwei symmetrische zur Systemblende angeordnete Elemente aufheben. Werden für die Elemente zwei Achromate gewählt, ist gleichzeitig auch die Variation der Schnittweite für zwei Farben behoben, d.h. das Bild ist zumindest für zwei Farben frei von longitudinalen und lateralen Farbfehlern.

Abschließend sei noch bemerkt, dass bei der Abbildung durch Spiegeloberflächen keinerlei Farbfehler auftreten können. Dieser trivial anmutende Fakt wird bei der Berechnung von spektral extrem breitbandig eingesetzten Systemen oder bei langbrennweitigen Systemen, bei denen eine chromatische Korrektur durch Linsenkombinationen sehr aufwändig wäre, ausgenutzt.

2.2 Monochromatische Aberrationen

Wird die optische Abbildung auf weit geöffnete Strahlbündel und auf Punkte fern der optischen Achse ausgedehnt, also auf das nichtparaxiale Gebiet, treten bereits bei der Verwendung von monochromatischem Licht weitere Abbildungsfehler auf.

2.2.1 Sphärische Aberration (Öffnungsfehler)

Wie in Abschn. 2.1 geschildert, lässt sich die Schnittweite eines im unendlichen befindlichen axialen Objektpunktes im paraxialen Gebiet durch Gl. 3 berechnen. Verlässt man nun das Gaußsche Gebiet, in dem man zunächst das axiale Strahlbündel weiter öffnet, lässt sich die paraxiale Schnittweitengleichung nicht mehr anwenden. Die exakte Formel zur Errechnung der Schnittweite von achsparallelen Strahlen an einer sphärischen Einzelfläche lautet:

$$s' = r + \frac{h}{n' \sin \sigma'}$$

mit

Gl. 5

$$\sigma' = \arcsin \frac{h}{r} - \arcsin \frac{h}{n'r}$$

h ist hier die Einfallshöhe des jeweilig betrachteten Strahls an der sphärischen Fläche. Mit $h \rightarrow 0$ und $\sigma' \rightarrow 0$ können die in Gl. 5 enthaltenen Winkelfunktionen durch die Winkel selbst ersetzt werden, und somit lässt sich die paraxiale Schnittweitengleichung Gl. 3 herleiten. Aus Gl. 5 lässt sich entnehmen, dass sich an einer sphärischen Fläche mit steigender Strahleinfallshöhe h die Schnittweite s' des jeweiligen Strahls verkürzt (Bild 9). Durch das Beispiel einer sphärischen Grenzfläche mit dem Radius $r = 100$ mm zwischen Luft und Glas (N-BK7 mit $n_d = 1.5168$) sei die Größenordnung der Schnittweitenänderung in Tabelle 2 verdeutlicht:

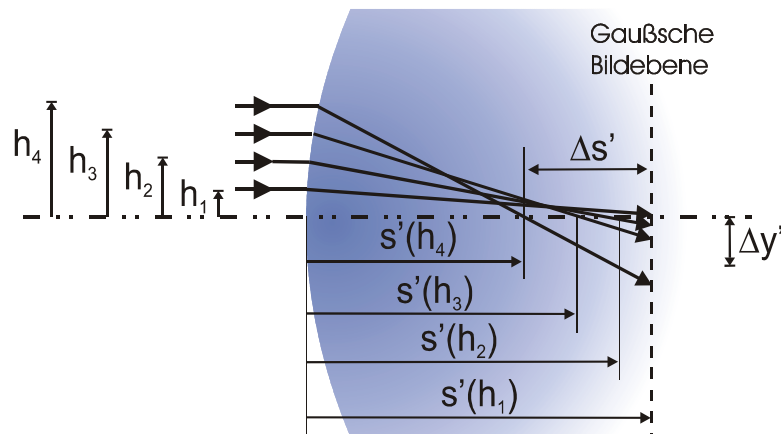


Bild 9. Sphärische Aberration einer Einzelfläche

Einfallshöhe h in mm	Schnittweite s' in mm
0.1 (quasi paraxial)	293.515
10	292.859
20	290.927
30	287.654
40	282.952

Tab. 2

Diese auftretende Schnittweitendifferenz $\Delta s' = 10.563$ mm wird auch als Öffnungsfehler bezeichnet. Es handelt sich jedoch im strengen Sinne nicht um einen Abbildungsfehler der durch die Öffnung eines optischen Systems sondern durch die Kugelgestalt seiner optischen Oberflächen verursacht wird. Die exakte Bezeichnung dieses Abbildungsfehlers lautet demnach „sphärische Aberration“. Aus Gl. 5 lassen sich z.B. für eine einzelne Sammellinse verschiedene Ansätze zur Verminderung bzw. Behebung der sphärischen Aberration ableiten. Es lässt sich entnehmen, dass

die sphärische Aberration hauptsächlich vom Einfallswinkel der Strahlen auf die optisch wirksame Kugelfläche abhängt. Bei einer symmetrischen Bikonvexlinse ist erkennbar, dass die wesentliche Strahlumlenkung zur Fokussierung eines Achsparallelbündels schon an der ersten Linsenfläche erfolgt (Bild 10a). Die großen Einfallswinkel der vor allem achsfernen Strahlen verursachen einen signifikanten Öffnungsfehler. Es lässt sich bei Beibehaltung der Brennweite eine Linsenform finden, bei der die Brechkräfte durch unterschiedliche Radien an Vorder- und Rückseite der Linse gleichmäßig verteilt und somit die Strahlwinkel an beiden Flächen minimiert werden können. Diese Linsenart wird „Linse bester Form“ genannt (Bild 10b). Ähnlich dieser Brechkraftaufteilung auf die beiden Linsenflächen, kann die hohe Brechkraft eines optischen Elements mit stark gekrümmten (angespannten) Flächen auf mehrere Linsen geringer Brechkraft aufgeteilt werden (Bild 10c). Da die allgemeine Schnittweitengleichung eine Funktion der Brechzahl ist, kann die sphärische Aberration auch durch die Anhebung der Brechzahl des optischen Mediums verringert werden. Im Endeffekt läuft diese Maßnahme ebenfalls auf die Verringerung der Strahleinfallswinkel hinaus, da die Linsenflächen zur Erlangung der selben Brechkraft nicht so stark gekrümmt werden müssen.

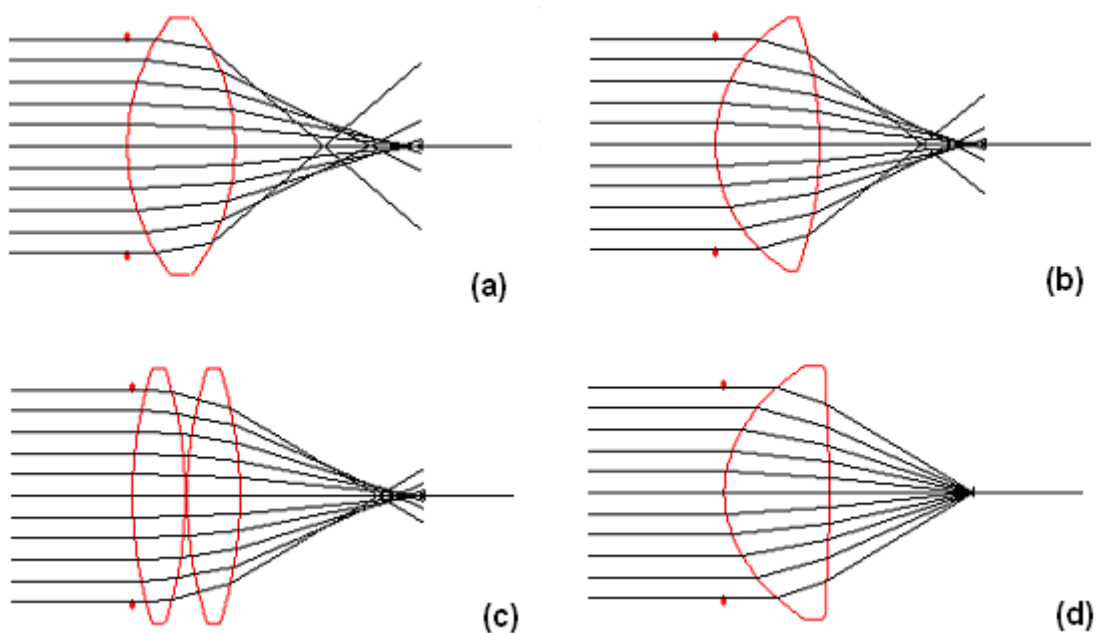


Bild 10. Beispiele zur Verminderung bzw. Behebung der sphärischen Aberration: a) einfache Einzellinse, b) Linse bester Form, c) Verteilung der Brechkraft auf zwei Linsen und d) vollständige Beseitigung durch Asphärisierung der Linsenflächen

Ebenfalls aus Gl. 5 lässt sich ableiten, dass eine Sphäre nicht die ideale Flächenform zur Fokussierung von achsparallelen Licht ist. Es lässt sich mathematisch eine Fläche höherer Ordnung bestimmen, die das Problem der Strahlvereinigung in einem Punkt (homozentrische Abbildung) exakt löst. Derartige asphärische Komponenten werden beispielsweise bei der möglichst effizienten Abbildung von Lichtquellen (Kondensorsysteme) genutzt (Bild 10d).

2.2.2 Koma (Asymmetriefehler)

In 2.2.1 wurde lediglich das paraxiale Gebiet durch das Öffnen des Strahlbündels verlassen. Wird nun auch der Bildpunkt aus dem paraxialen Gebiet verschoben, treten schon unmittelbar in der Nähe der optischen Achse asymmetrische, kometenschweifartige Verschmierungen des Bildpunktes auf, die mit weiteren Anwachsen der Feldhöhe zunehmen. Dieser Aberrationstyp wird die Koma genannt und hat ähnliche Ursachen wie der Öffnungsfehler. Wie bei der Abbildung eines axialen Objektpunktes mit weit geöffneten Strahlbündeln an z.B. einer Einzelfläche, werden die Strahlen verschiedener Einfallshöhe unterschiedlich stark gebrochen. Im Gegensatz zum achsparallelen Strahlbündel treffen die Strahlen bei der Abbildung außeraxialer Objektpunkte schief auf die optische Fläche. Die Lage der Systemblende ist nun dafür entscheidend, wie asymmetrisch Strahlen oberhalb und unterhalb des Hauptstrahls auf die Linsenfläche auftreffen. Es lässt sich in jedem optischen System eine Blende finden, bei der Strahlen nur symmetrisch zum Hauptstrahl gebrochen werden (natürliche Blende). In allen anderen Blendenpositionen werden die Strahlen oberhalb und unterhalb des Hauptstrahls unterschiedlich stark abgelenkt. Die somit auftretende Koma ist, vereinfacht gesprochen, die Asymmetrie schiefer Bündel oder kurz Asymmetriefehler [1].

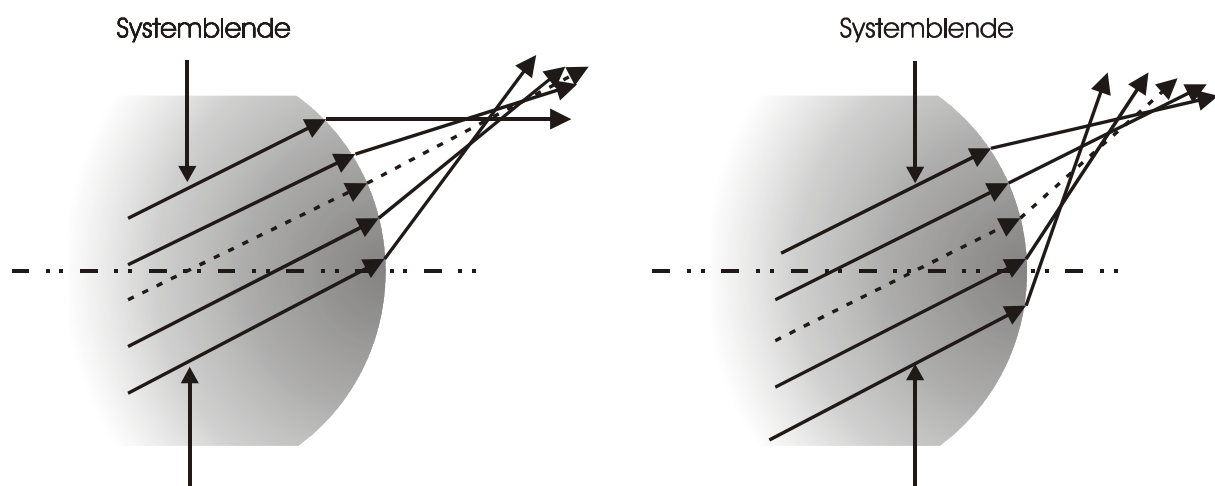


Bild 11. Abhängigkeit des Asymmetriefehlers von der Lage der Blende

Zur Verminderung der Koma bei Mikroskopobjektiven wurde bereits schon von Ernst Abbe 1873 die Sinusbedingung erkannt [3], die besagt, dass ein kleines Flächenstück um die optische Achse frei von Koma ist, wenn bei endlicher Abbildung der Abbildungsmaßstab (Gl. 7) bzw. die Brennweite (bei Abbildung aus dem Unendlichen, Gl. 8) des Systems über die Öffnung konstant ist. Diese Forderung lässt sich zumeist nur exakt für den Achspunkt und eine Öffnungszone erfüllen.

$$\frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} = \beta' = \text{const} ; \quad \frac{h}{\sin \sigma'} = f' = \text{const} \quad \text{Gl 7; 8}$$

Die von Abbe aufgestellte Bedingung setzt voraus, dass bei dem betreffenden System die sphärische Aberration weitestgehend korrigiert und somit verschwindend gering ist. Staebble und Lihotzky fanden 1919 unabhängig voneinander eine allgemeinere Bedingung, die Isoplanasiebedingung, nach der die Komafreiheit auch bei Systemen mit signifikanter sphärischer Aberration erlangt wird [3].

Eine Erfüllung dieser Bedingung unterstützt auch die Komakorrektur ausgedehnter Felder. Beispielsweise auch bei Fotoobjektiven mit moderaten Feldwinkeln wird in der Regel die Koma durch die Einhaltung der Bedingung minimiert. Bei ausgedehnteren Feldwinkeln z.B. bei Weitwinkelobjektiven wird von einer isoplanatischen Korrektur zu Gunsten der Minimierung anderer Bildfehler abgesehen. Da die Koma ebenfalls ein lateraler Bildfehler ist, verschwindet dieser Bildfehler ähnlich wie der Farbquerfehler bei einer 1:1 Abbildung durch blendensymmetrische Systeme. Ein blendensymmetrischer Aufbau unterstützt die Korrektur der Koma auch bei anderen Abbildungsmaßstäben.

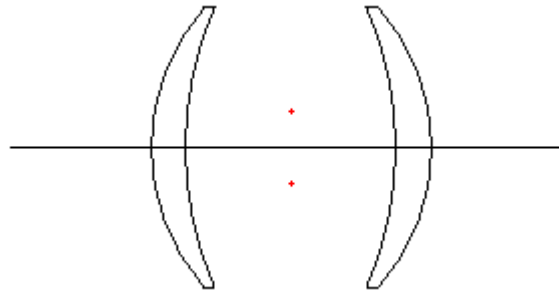


Bild 12. Symmetrisches, für 1:1 Abbildung komafreies Objektiv nach Steinheil (Periskop von 1865 [4])

2.2.3 Astigmatismus (Zweischalenfehler)

Wird ein ebenes, zur optischen Achse senkrechtes Objekt abgebildet, so entsteht ohne entsprechende Maßnahmen keine einheitliche, ebene Bildebene. Ausgehend von jedem einzelnen Objektpunkt tragen Strahlbündel zur Entstehung des Bildes bei. Betrachtet man die Strahlen eines Bündels in den beiden charakteristischen Hauptschnitten durch das optische System, so ist zu beobachten, dass die Strahlen nicht gemäß dem Objektpunkt zu einem einheitlichen Bildpunkt zusammenstreben (Bild 13). Im Meridionalschnitt (jeder Schnitt durch das optische System der die optische Achse enthält, z.B. die Papierebene) liegen die Bildpunkte auf einer gekrümmten Bildschale. Die Strahlen, die im senkrechten Schnitt zur Meridionalebene verlaufen, die Strahlen der Sagittalebene, liegen auf einer weiteren gekrümmten Bildschale, d.h. in beiden Schnitten existieren verschiedene Bildpunkte entlang des Hauptstrahls. Dieser Fehler tritt bereits bei der Abbildung außeraxialer Objektpunkte durch wenig geöffnete Strahlen auf. Die Ursache für die astigmatische Abbildung liegt in den unterschiedlichen Brechkräften in den einzelnen Azimuten eines optischen Systems (Bild 14). Im Bildraum ergibt sich durch das Vorhandensein des Astigmatismus kein rotationssymmetrisches, zu einem Bildpunkt konvergierendes Strahlbündel. Das deformierte Strahlbündel wird durch den Sturmischen Konoid eingehüllt [5]. Die Differenz der beiden Bildschalen lässt nirgendwo im Bildraum ein punktförmiges (stigmatisches) Bild zu (mit der Ausnahme des Achspunktes). Dieser Fehler wird somit Astigmatismus (Punktlosigkeit) genannt.

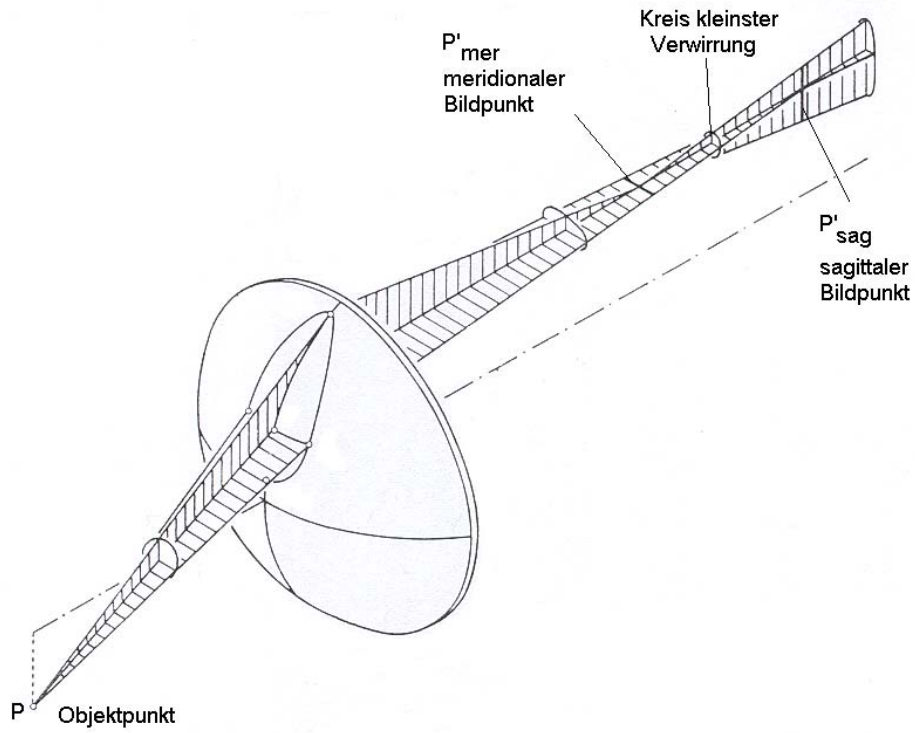


Bild 13. Abbildung eines Objektpunktes durch ein astigmatisches Bündel

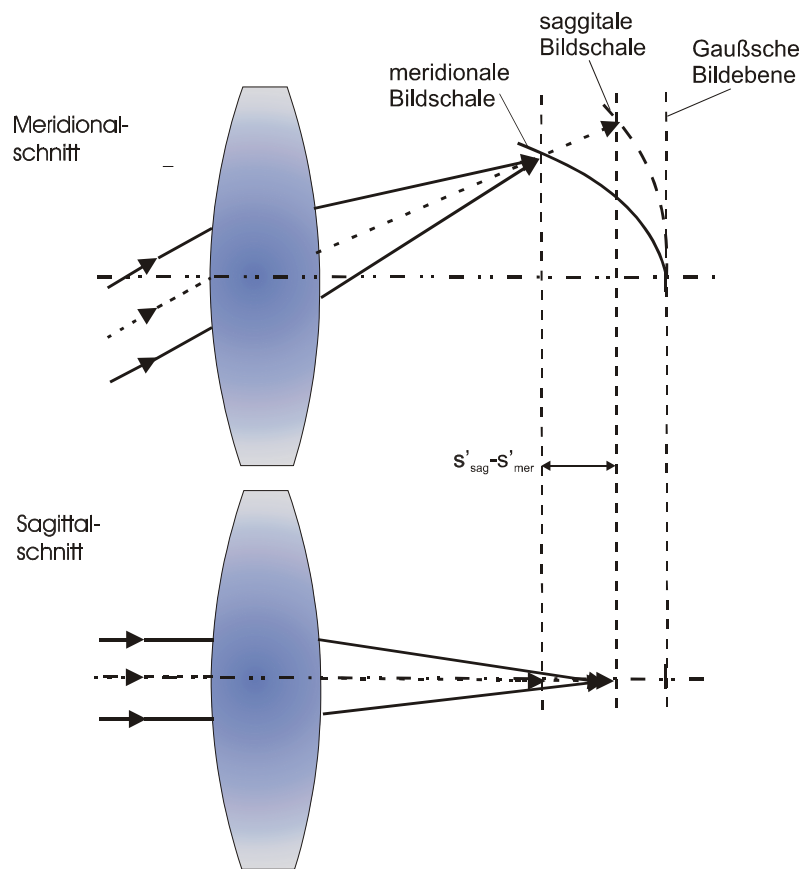


Bild 14. Entstehung des Astigmatismus durch unterschiedliche Brechkräfte im Meridional- und Sagittalschnitt

Der Abstand der meridionalen und sagittalen Bildlinie ergibt die astigmatische Differenz.

Zur Korrektur des Zweischaalenfehlers ist die Kombination verschiedener Linsen und eine geeignete Lage der Aperturblende im optischen System notwendig (siehe auch Abschn. 2.2.4).

2.2.4 Bildfeldwölbung

Fallen nach der Korrektur des Astigmatismus die beiden Bildschalen für ein ebenes Objekt zusammen, verbleibt u.U. eine immer noch gekrümmte Bildebene. Dieser Bildfehler wird Bildfeldwölbung oder auch Petzvalsche Bildfeldkrümmung genannt. Diese Art der Aberration stellt formal keinen eigentlichen, das Bild verschlechternden Unschärfefehler dar. Es entsteht ein durchaus scharfes Bild, nur eben auf einer gekrümmten Schale. Da in der Regel aber ein ebener Detektor, Film etc. als Auffangebene verwendet wird, gelingt hier keine scharfe Abbildung über das gesamte Feld. Somit ist in letzter Konsequenz die Bildfeldkrümmung dennoch ein Unschärfefehler. Nur durch axiales Verschieben der Auffangebene kann prinzipiell für jede Bildzone ein Ort der scharfen Abbildung gefunden werden.

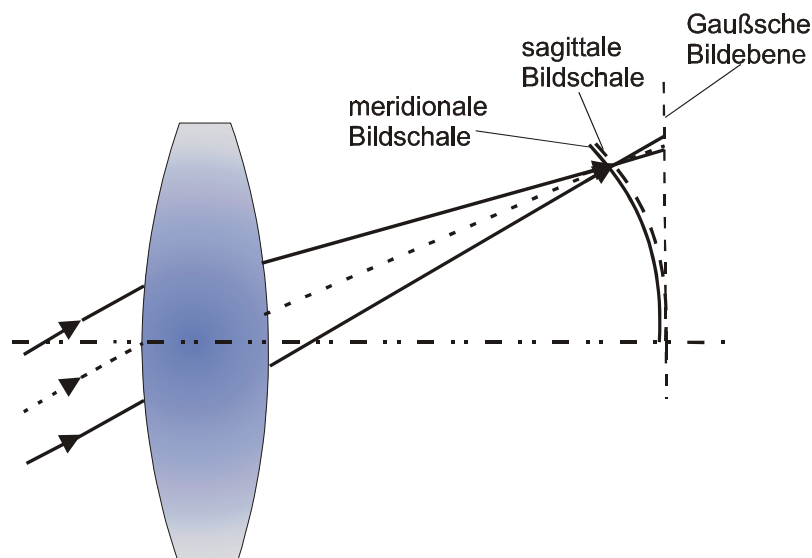


Bild 15. Bildfeldwölbung bei korrigiertem Astigmatismus

Die Korrektur des Astigmatismus und der Bildfeldwölbung gelingt nur durch komplexere optische Systeme (Anastigmaten). Der Mathematiker Petzval ging zum ersten Mal den Ursachen des Astigmatismus und der Bildfeldwölbung analytisch auf den Grund. 1840 stellte er mit seinem Porträtobjektiv ein System mit lediglich geebener meridionaler Bildschale vor [4].

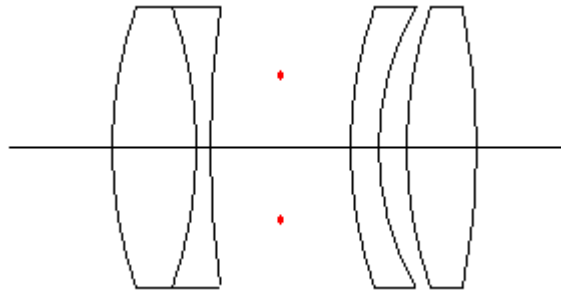


Bild 16. Petzvalsches Porträtobjektiv mit gegebener meridionaler Bildschale

Damit war ein wesentlicher Fortschritt im Vergleich zu zeitgenössischen Objektiven gelungen. Eine gezielte Korrektur des Astigmatismus und der Bildfeldkrümmung (anastigmatische Bildfeldebnung) war auf Grund des damaligen eingeschränkten Glassortimentes noch nicht möglich. Eines der ersten Objektive, bei dem beide Fehler für ein ausgedehntes Feld weitestgehend behoben waren, war das 1890 von Rudolph entwickelte Protar [4].

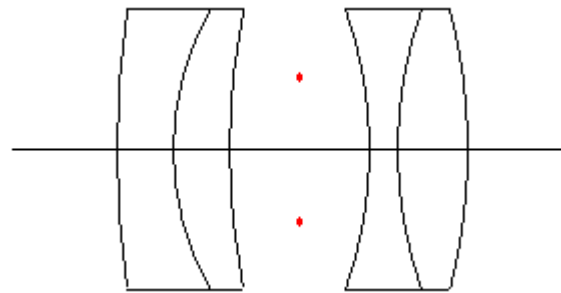


Bild 17. Protar mit korrigiertem Astigmatismus und geebenem Bildfeld (Anastigmat)

2.2.5 Verzeichnung

Wurde durch ein optisches System eine scharfe, ebene Abbildung erzeugt, kann das entstandene, sonst von Abbildungsfehlern freie Bild verzerrt sein. Das gesamte Bild wird in seiner Geometrie zu seinem Objekt unähnlich. Die Ursache ist eine mit anwachsender Bildhöhe zunehmende Abweichung des Abbildungsmaßstabs β' (Verhältnis zwischen Objekthöhe y und Bildhöhe y') vom paraxialen (Soll-) Abbildungsmaßstab. Durch diesen Effekt ist der reale Bildpunkt zu seinem Sollbildpunkt lateral verschoben. Die Differenz zwischen der lateralen Soll-Koordinate y'_{soll} und der Ist-Koordinate y'_{ist} bildet den Wert der Verzeichnung $\Delta y'$. Bei der Bildauswertung, z.B. in der Bildverarbeitung, ist das prozentuale Anwachsen der Bildverzerrung im Verhältnis zur Bildgröße von Interesse. Es wird deshalb in der Regel die prozentuale Verzeichnung V angegeben:

$$V = \frac{y'_{ist} - y'_{soll}}{y'_{soll}} \cdot 100\% \quad \text{Gl. 9}$$

Nimmt die Verzeichnung mit dem Bildfeld ansteigende positive Werte an, so liegt kissenförmige Verzeichnung vor. Im Gegensatz dazu ergibt sich durch negative Beträge die tonnenförmige Verzeichnung (typisch bei Ultra-Weitwinkelobjektiven in der Fotografie).

Schon bei einer einfachen Einzellinse mit einer Blende in endlicher Entfernung davor oder dahinter lässt sich der Einfluss der Lage der Blende auf die Verzeichnung in einem optischen System erkennen. Hat die Linse mit Frontblende eine ausgeprägte tonnenförmige Verzeichnung, so ist die Bildverzerrung im Falle einer Hinterblende kissenförmig (Bild 18).

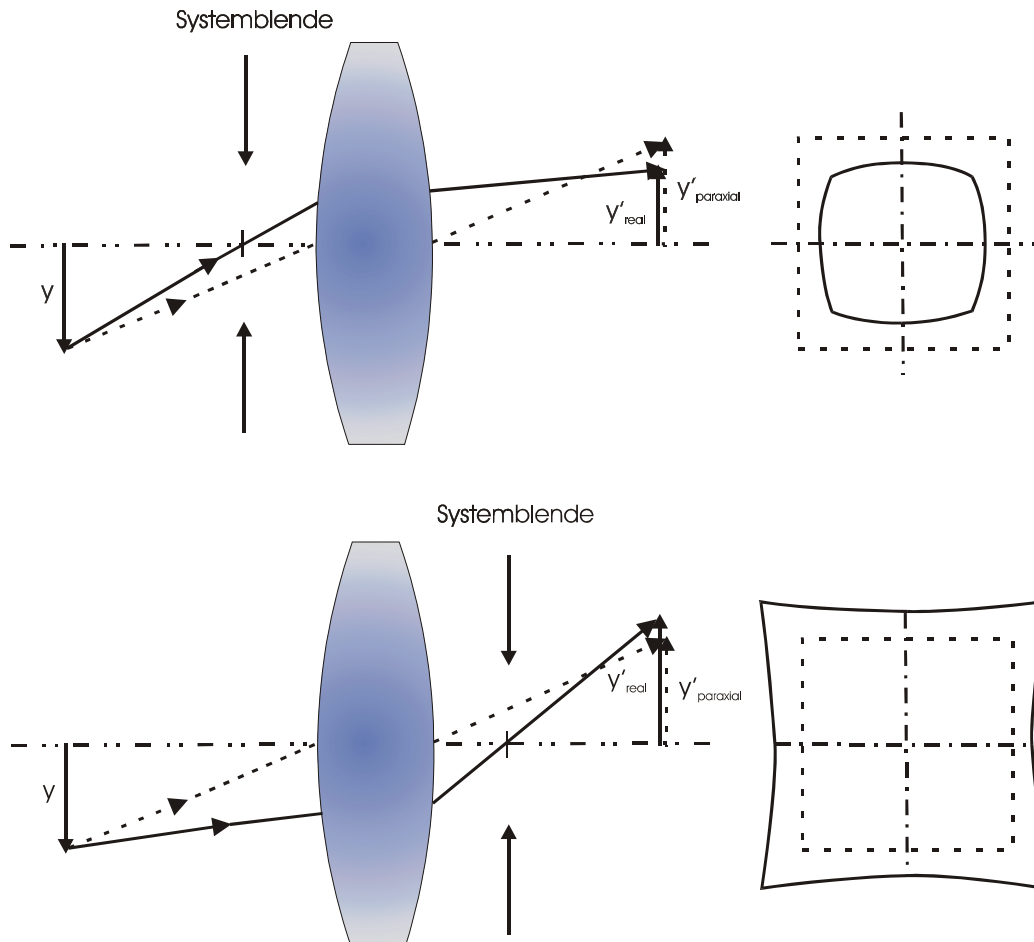


Bild 18. Verzeichnung an einer Einzellinse mit Vorderblende (tonnenförmige Verzeichnung) und Hinterblende (kissenförmige Verzeichnung)

Bei fotografischen oder visuellen Anwendungen eines optischen Systems ist ein Betrag der Verzeichnung von kleiner 3 Prozent in der Regel nicht störend. Bei visueller Betrachtung eines Bildes ist oftmals eine starke Änderung des Verzeichnungsverlaufs innerhalb eines Bildfeldes, also der wechselnde Gradient der Verzeichnung, störender als ein stetiges Anwachsen der Verzerrung.

Wie eingangs erläutert, ist die Verzeichnung kein Schärfefehler. Ein ebenes Objekt wird in ein scharfes, ebenes Bild überführt. Die Lage der Bildpunkte ist jedoch lateral verschoben. Die Verzeichnung ist somit ein Lagefehler. Da es sich bei der entstehenden Verzerrung um einen lateralen Bildfehler handelt, lässt sich dieser wiederum durch ein zur Systemblende vollsymmetrisches System bei einer 1:1 Abbildung vollständig beheben und bei anderen Abbildungsverhältnissen wirkungsvoll korrigieren. Als Beispiel kann hier der Steinheilsche Aplanat (Bild 19) dienen [4]. Stark asymmetrische Systeme, z.B. Weitwinkelobjektive in der Fotografie, lassen sich nur schwer hinsichtlich der Verzeichnung korrigieren.

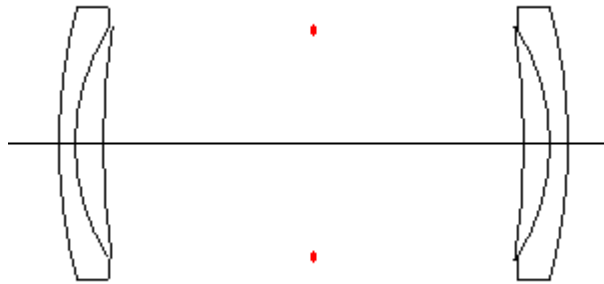


Bild 19. Blendensymmetrischer Aplanat nach Steinheil von 1865

Zu Abbildungsfehlern sei abschließend bemerkt, dass bis auf die axial auftretende sphärische Aberration die monochromatischen Abbildungsfehler nur in Mischformen auftreten und diese zusätzlich in ihrer Größe mit der verwendeten Wellenlänge variieren können.

Bei der Auslegung bzw. beim Design eines optischen Systems können die Abbildungsfehler durch das Festlegen der Systemstruktur, die Wahl der Linsengeometrien, Elementabstände und optischen Materialien gemäß den optischen Anforderungen an das System wirkungsvoll beeinflusst und minimiert jedoch in der Regel nicht vollständig beseitigt werden. Die Aufgabe des Optik-Designers ist es, eine Balance zwischen dem konstruktiven Aufwand und der erforderlichen Abbildungsleistung des zu realisierenden Systems zu finden. Hierzu ist ein hohes Maß an optischem Verständnis, Erfahrung und Intuition notwendig. Optical Design Software kann den Prozess der Auslegung eines optischen Systems wirkungsvoll unterstützen jedoch nie die schöpferische Rolle des Optik-Designers ersetzen.

3 Darstellung der Abbildungsleistung optischer Systeme

3.1 Geometrisch-optische Darstellung

Soll im geometrisch-optischen Sinne die Abbildungsleistung eines optischen Systems bewertet werden, so sind grafische Darstellungen von Strahlkoordinaten am anschaulichsten. Für eine exakte Analyse sollten jedoch tabellarische Daten herangezogen werden.

3.1.1 Spot-Diagramm

Die wohl anschaulichste aber am wenigsten aussagekräftige Darstellung ist das sogenannte Spot-Diagramm. In seiner gebräuchlichsten Form werden für ausgewählte Bildhöhen in einer festgelegten Bildebene (z.B. die Gaußsche Bildebene) die Strahldurchstoßpunkte des jeweils zugehörigen Strahlbündels dargestellt. Idealerweise würden in der geometrisch-optischen Näherung die Strahlen eines Bündels in einem einzigen Bildpunkt in der Gaußschen Ebene zusammenlaufen. Durch die geschilderten Abbildungsfehler wird dies verhindert, und es entstehen charakteristische Zerstreungsfiguren. Mit einiger Erfahrung lassen sich bestimmte Abbildungsfehler in dem Spotdiagramm erkennen.

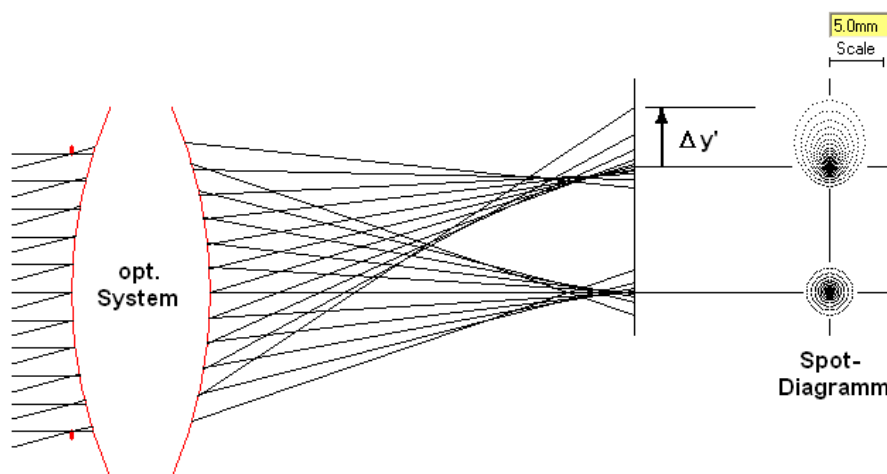


Bild 20. Darstellung der Queraberration durch das Spot-Diagramm für zwei Bildpunkte [7]

Häufig wird zusätzlich im Spotdiagramm als Kreis der Durchmesser des Airy-Scheibchens, des physikalisch kleinstmöglichen Spotdurchmessers, dargestellt. Der Airy-Durchmesser ist ein Kriterium aus der Wellenoptik und legt u.a. auch die Auflösungsgrenze des optischen Systems fest. Das optische System wird dabei als ein „perfektes“ System, frei von Abbildungsfehlern, betrachtet. Die Beugungsgrenze kann ohne genaue Kenntnis des wellenoptischen Verhaltens des optischen Systems einfach aus der verwendeten Wellenlänge und dem bildseitigen Öffnungswinkels σ' bzw. der bildseitige numerische Apertur NA' des optischen Systems errechnet werden (siehe auch Bild 2):

$$D_{Airy} = 1,22 \frac{\lambda}{NA'} \quad \text{mit} \quad NA' = \sin \sigma' \quad \text{Gl. 10}$$

Durch das gleichzeitige Darstellen der Beugungsgrenze und der geometrisch optischen Strahldurchstoßpunkte tritt deutlich der Zusammenhang aber auch der Widerspruch zwischen dem geometrisch-optischen und dem wellenoptischen Abbildungsmodell zu Tage. Befindet sich die Mehrzahl der Strahldurchstoßpunkte für einen Spot innerhalb des Airy-Durchmessers spricht man von beugungsbegrenzter Abbildung.

3.1.2 Queraberrationsdiagramm

Die bei der Berechnung optischer Systeme wohl am häufigsten genutzte Visualisierung des Korrektionszustandes ist die Darstellung der Queraberration (engl.: Transverse Ray Aberration oder kurz TRA) in Abhängigkeit des Durchmessers bzw. Radius der Eintrittspupille. Üblich ist die Darstellung der lateralen Abweichung $\Delta x'$, $\Delta y'$ der Strahlen eines Bündels vom Sollpunkt als Funktion der Eintrittspupillenkoordinate x_{EP} , y_{EP} sowohl für den meridionalen und sagittalen Schnitt. Ähnlich dem Spotdiagramm wird diese Grafik für verschiedene Bildhöhen betrachtet.

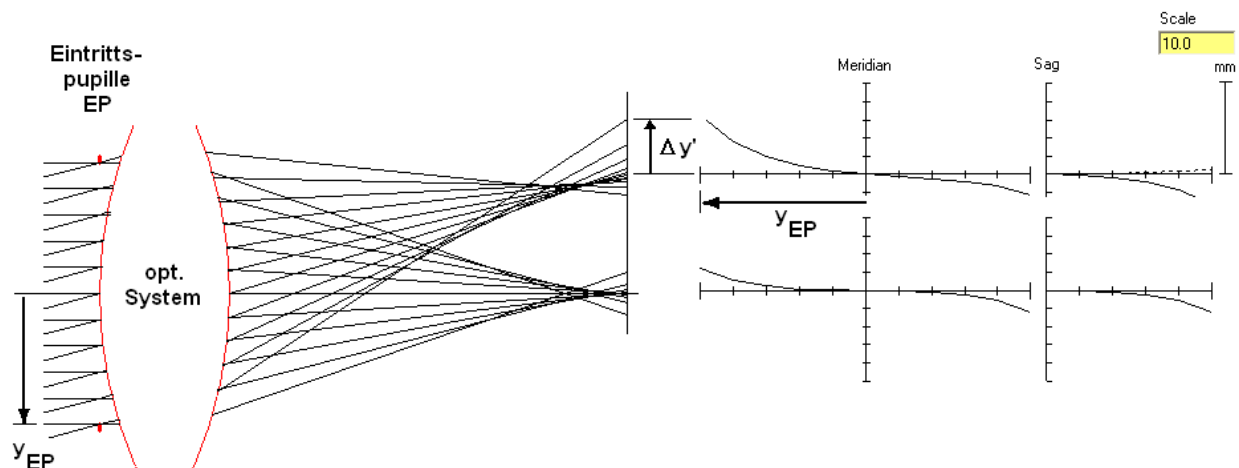


Bild 21. Queraberrationsdiagramm für zwei Bildhöhen [7]

Eine im geometrisch-optischen Sinne ideale optische, punktförmige Abbildung würde in beiden Schnitten eine gerade Linie auf der Abszisse liefern. Mit Erfahrung lassen sich aus dem charakteristischen Verlauf der Funktionen vorhandene Bildfehler qualitativ und auch quantitativ ablesen.

3.1.3 Wellenaberration

Unter Vernachlässigung eigentlicher wellenoptischer Effekte lassen sich Strahlen eines Bündels dennoch als Flächennormalen einer Wellenfront deuten. Bei einer idealen geometrisch-optischen Abbildung würden sich ausgehend von einem Objektpunkt Kugelwellen im Objektraum vor dem optischen System ausbreiten. Diese divergenten Kugelwellen würden durch das optische System zu im Bildraum konvergenten Kugelwellen umgeformt werden und laufen idealer Weise in einem Bildpunkt zusammen. Durch ein aberrationsbehaftetes optisches System werden diese Kugelwellen jedoch deformiert.

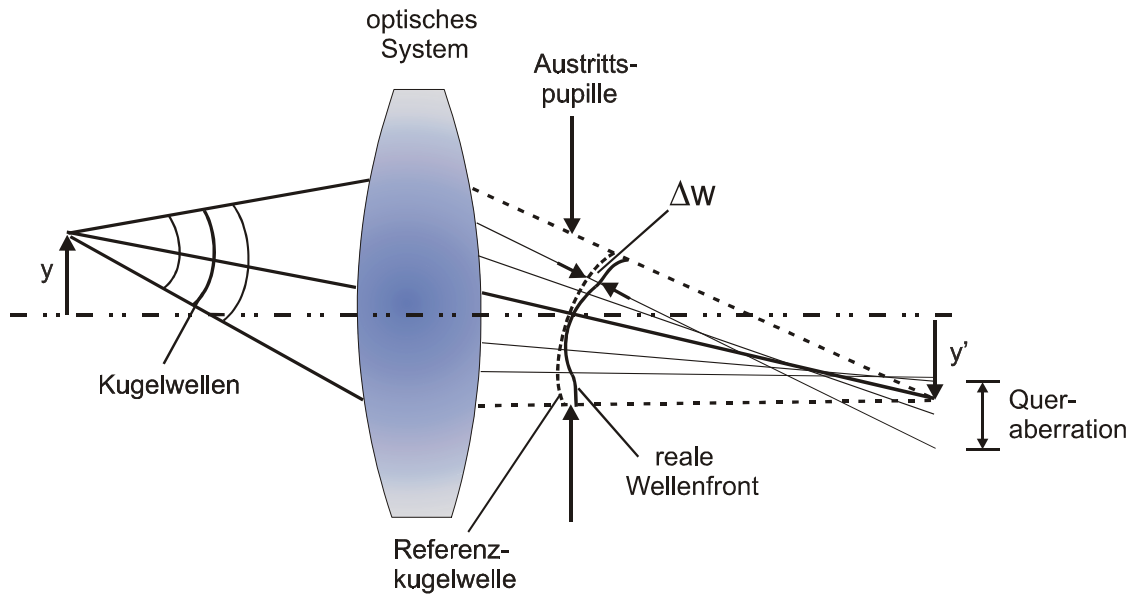


Bild 22. Geometrisch-optische Wellenaberration

Betrachtet man nun in einer definierten Referenzebene, z.B. im Ort der Austrittspupille eines optischen Systems, eine ideale Kugelwelle mit dem Krümmungsmittelpunkt im Ort des idealen Bildpunktes und subtrahiert davon die reale aberrationsbehaftete Welle, so ergibt sich an jedem Ort der Referenzwelle eine Weglängendifferenz ΔW zwischen den beiden Wellen. Diese Wellenabweichung (engl.: Optical Path Difference oder kurz OPD) wird üblicherweise wie die Queraberration ebenfalls für den meridionalen und sagittalen Schnitt in Abhängigkeit der jeweiligen Pupillenkoordinate der Eintrittspupille dargestellt.

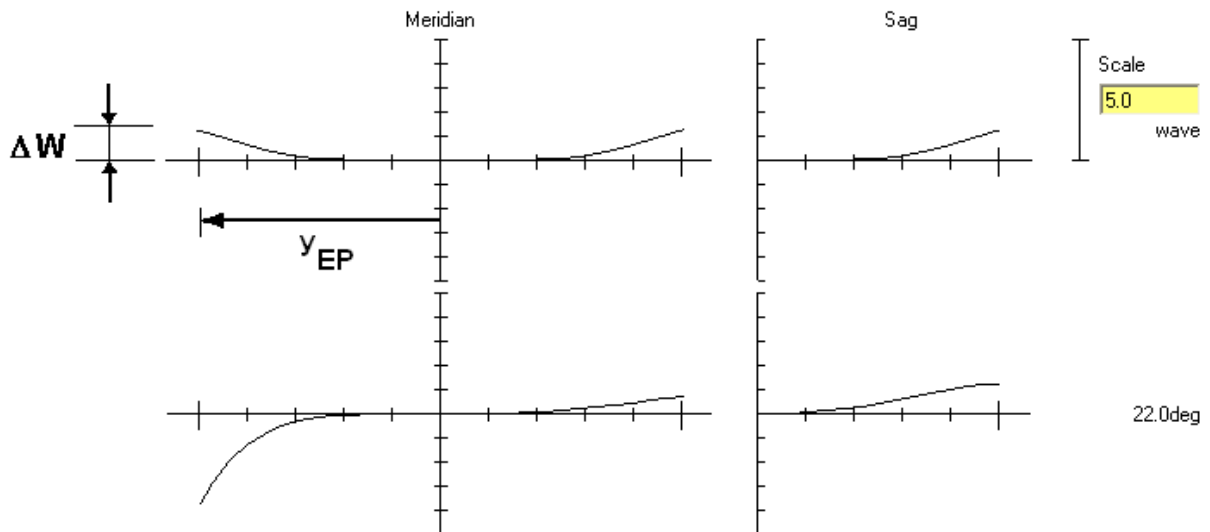


Bild 23. Darstellung der Wellenaberration für ein axiales und ein außeraxiales Strahlbündel im Meridional- und Sagittalschnitt [7]

3.1.4 Feldaberrationsdarstellung

Bildfehler, die im Wesentlichen von der Feldgröße abhängen, die Feldaberrationen (engl.: Field Aberrations), lassen sich in speziellen Feldaberrations-Diagrammen nach Fehlern separiert darstellen. Diese Darstellungen erlauben eine direkte qualitative und quantitative Auswertung. Dabei werden die bei der Abbildung von Punkten entlang einer Linie senkrecht zur optischen Achse entstehenden Bildfehler aufgetragen. Zu diesen separiert, jeweils in einem eigenen Diagramm darstellbaren Aberrationen gehören der Astigmatismus bzw. die meridionale und sagittale Bildfeldwölbung, die (prozentuale) Verzeichnung und der Farbquerfehler. In Abhängigkeit der Bildhöhe wird zumeist der direkte Betrag des jeweiligen Fehlers dargestellt. Für den Astigmatismus bzw. die Bildfeldwölbung wird je nach Bildhöhe die longitudinale Differenz des meridionalen und sagittalen Bildpunktes zur idealen Bildebene dargestellt. Der Verzeichnungsgraph beinhaltet in der Regel die prozentuale relative Abweichung des Bildpunktes zur Sollkoordinate. Bei der Darstellung des Farbquerfehlers wird für ausgewählte Wellenlängen die Differenz der Bildhöhe zu der Höhe des Bildes einer Bezugswellenlänge aufgetragen. Eine andere Darstellungsart zeigt die Differenz zwischen den Bildhöhen zweier festgelegter Extremwellenlängen ebenfalls als Funktion der Feldhöhe.

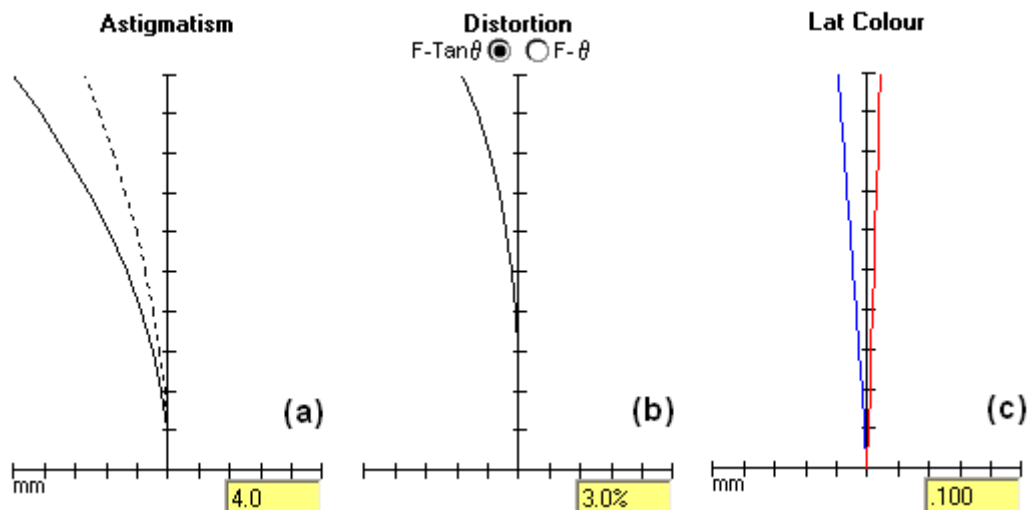


Bild 24. Darstellung der Feldaberratione: a) Astigmatismus bzw. Bildfeldwölbung, b) proz. Verzeichnung und c) Farbquerfehler [7]

3.1.5 Modulationsübertragungsfunktion

Die aussagekräftigste Darstellung der geometrisch-optischen Abbildungsleistung eines optischen Systems ist die geometrische Modulationsübertragungsfunktion (engl.: Geometric Modulation Transfer Function oder kurz GMTF). In ihrer üblichen Form zeigt sie das Auflösungsvermögen eines Systems als Kontrast in Abhängigkeit der Feinheit der zu übertragenden Objektstruktur. Als Referenzobjekt wird hier eine regelmäßige Struktur bestehend z.B. aus abwechselnd hellen und dunklen Linien mit sinusförmigen Intensitätsverlauf (Linienpaare lp) definiert. Die Feinheit (Ortsfrequenz ω) der Struktur, z.B. die Anzahl der Linienpaare pro Millimeter wird kontinuierlich erhöht. In einer gewählten Bildebene wird nun der Kontrast

(Modulation) K dieser Struktur betrachtet und zwar als Differenz der Intensitäten I zwischen der hellen und dunklen Linie im Verhältnis zur Gesamtintensität.

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad \text{Gl. 11}$$

Die GMTF wird durch die Strahldichteverteilung in dem jeweils betrachteten Bildpunkt ermittelt [2].

In der MTF-Grafik wird auf der Abszisse die Ortsfrequenz ω und auf der Ordinate der Kontrast K in der Bildebene aufgetragen. Der Kontrast in der Bildebene wird auf den Kontrast der Objektebene normiert und kann somit einen maximalen Wert von $K = 1$ erreichen. Da die reale optische Abbildung immer von Abbildungsfehlern gestört ist, wird der Wert $K = 1$ nur bei der Ortsfrequenz $\omega = 0$ erreicht.

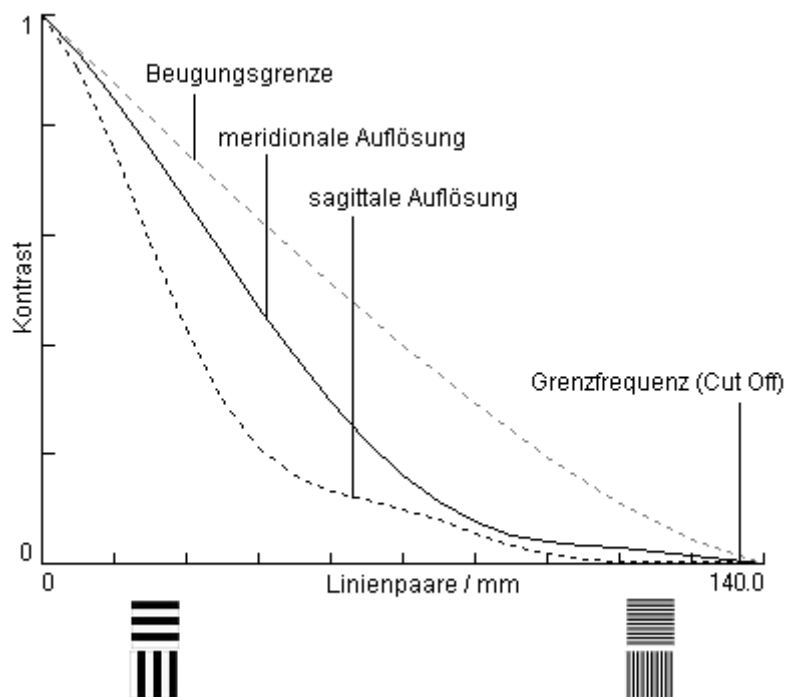


Bild 25. Geometrische Modulationsübertragungsfunktion

Ähnlich wie beim Spotdiagramm ergibt sich durch Beugungseffekte für alle Frequenzen eine maximal übertragbare Ortsfrequenz (Grenzfrequenz) ω_{grenz} , die selbst bei idealer geometrisch-optischer Abbildung nicht überschritten werden kann. Im Extremfall könnte z.B. der Abstand zweier Linienpaare in der Bildebene kleiner als das Beugungsscheibchen sein, somit ist die Auflösung zwar strahlenoptisch gegeben aber durch wellenoptischen Effekten nicht möglich. Die maximale übertragbare Ortsfrequenz (Kontrast $K = 0$) für den Bildraum kann ähnlich dem Airy-Scheibchen unter Vorgabe lediglich der Wellenlänge λ und der bildseitigen numerischen Apertur NA' errechnet werden:

$$\omega_{\text{grenz}} = \frac{2NA'}{\lambda} \quad \text{Gl. 12}$$

Eine andere Darstellung der MTF ist die Darstellung der Modulationsübertragungsfunktion für eine bestimmte Frequenz in Funktion der axialen Position der Bildeffangebene (engl.: Through Focus MTF). Der Gipfel der Auflösung wird nur an einer bestimmten Position der Auffangebene entlang der optischen Achse erreicht. In der Regel ist die ideale Gaußsche Bildebene nicht der reale +Ort der besten Auflösung. Die Darstellung der Through Focus MTF erlaubt den Rückschluss, um welchen Betrag Δz die Bildeffangebene verschoben (defokussiert) werden muss, um zu einer maximalen Auflösung der gewählten Ortsfrequenz zu gelangen.

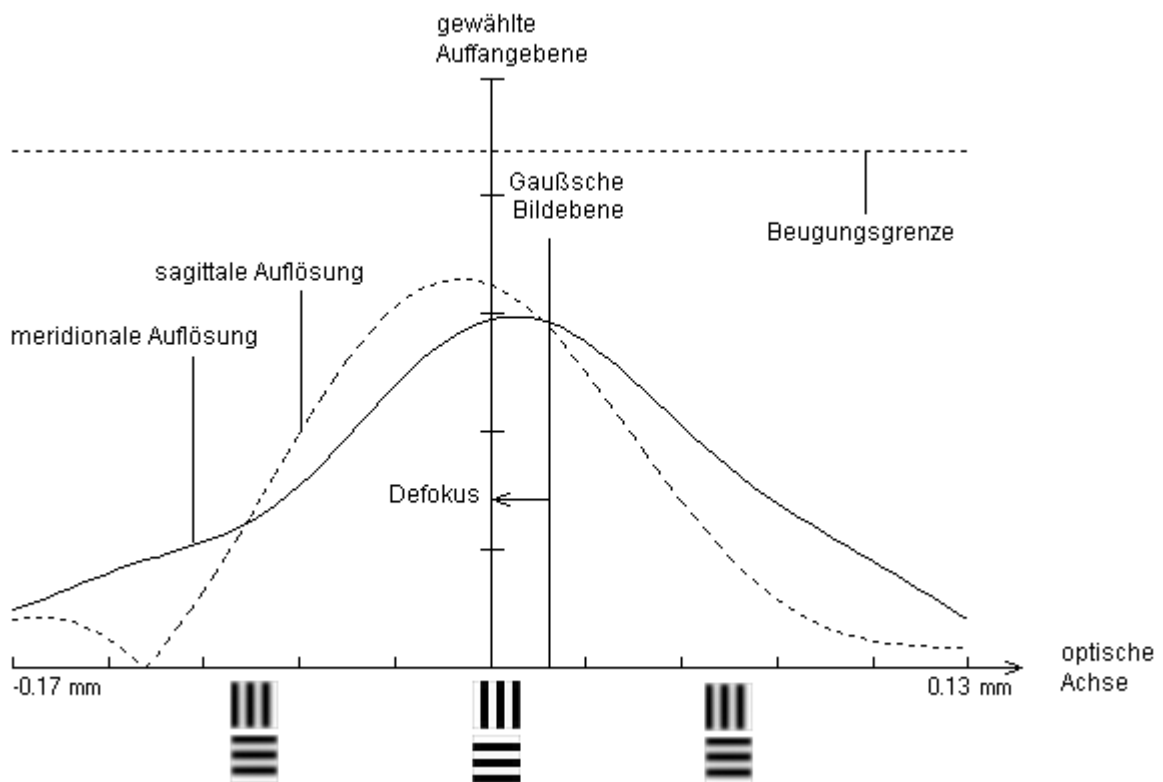


Bild 26. Meridionale und sagittale Through Focus MTF für einen gewählten Feldpunkt und einer Ortsfrequenz mit defokussierter Auffangebene

Eine hauptsächlich im deutschen Sprachraum übliche Darstellung der MTF ist die Darstellung der Übertragungsfunktion diskreter, gewählter Frequenzen in Abhängigkeit der Bildhöhe (engl.: MTF vs. Field). Speziell für fotografische Objektive lässt sich für ausgezeichnete Bildstrukturen der in der Regel auftretende Abfall der Auflösung zum Bildrand leicht überschauen. Auch die Leistungsbewertung eines Objektivs in Abhängigkeit von seiner Blendenzahl wird durch diese Art der Darstellung übersichtlich. In Bild 27 wurde für ein Objektiv beispielsweise die Auflösung bei den Frequenzen 10, 20 und 30 Linienpaaren pro Millimeter in Abhängigkeit des Bildfeldes für die Blendenzahlen $k = 1.6$ und $k = 2.8$ dargestellt. Deutlich ist hier der Abfall des Kontrastes durch die Steigerung der Ortsfrequenz und vor allem bei höheren Frequenzen die Zunahme des Kontrastes durch das Abblenden des Systems zu erkennen. Dieser Effekt ist in der Fotografie hinreichend bekannt und leicht nachvollziehbar.

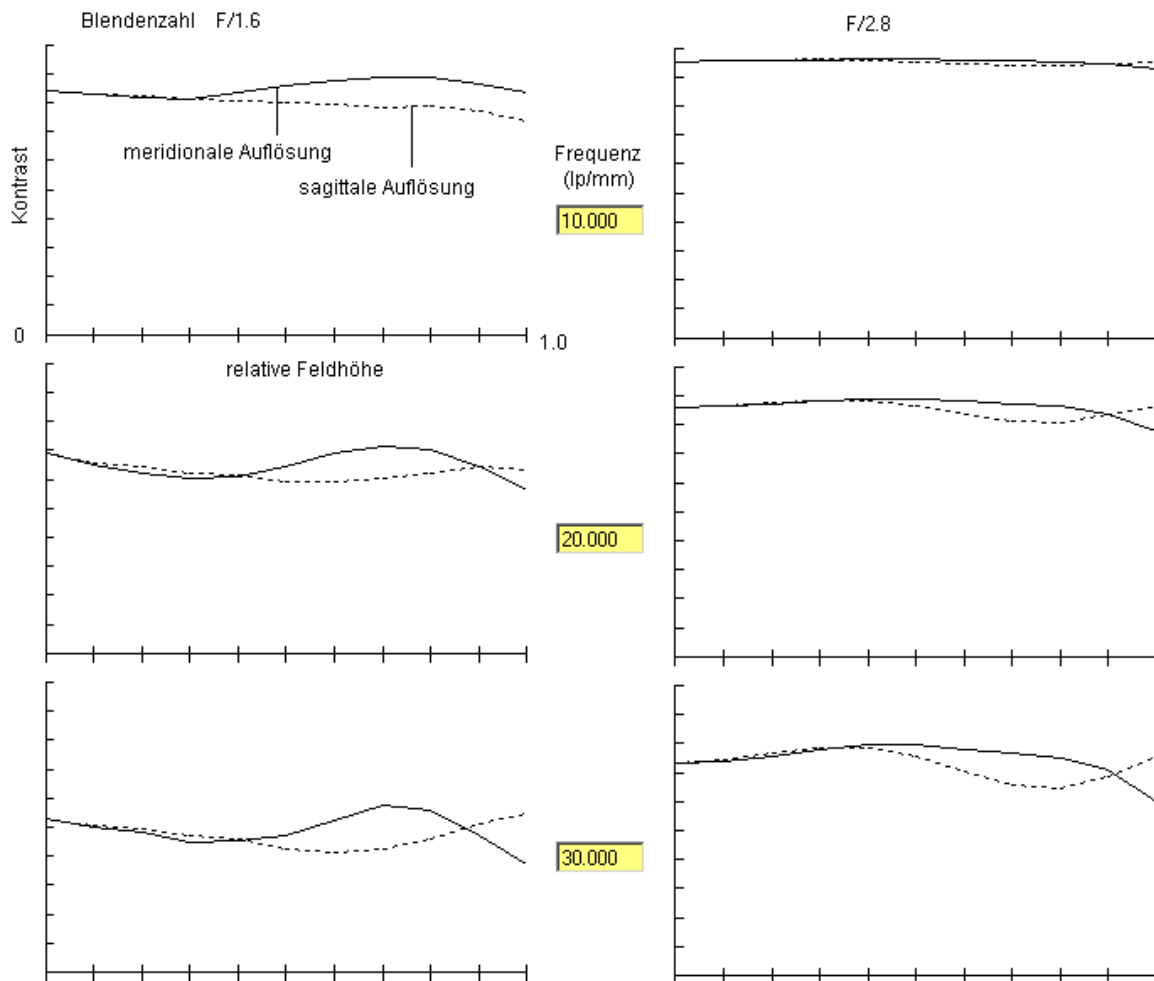


Bild 27. MTF vs. Field für ausgewählte Ortsfrequenzen und Blendenzahlen [7]

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die MTF-Darstellung für den Anwender optischer Systeme z.B. in der Bildverarbeitung die Leistung eines optischen Systems am anschaulichsten vermittelt. Für den Optikkonstrukteur gibt sie im Verlauf der Entwicklung eines optischen Systems einen wichtigen Eindruck über den erreichten Korrektionszustand und kann während der Feinoptimierung als ergänzendes Korrektionskriterium hinzugezogen werden. Durch entsprechende Methoden kann die MTF eines realen optischen Systems messtechnisch ermittelt und zur Qualitätsbewertung herangezogen werden. Die MTF lässt jedoch nur bedingt Rückschluss auf die Art vorliegender Abbildungsfehler zu. Es sei noch darauf hingewiesen, dass das optischen System mit seiner Übertragungsfunktion z.B. in einer messtechnischen Anwendung nur ein Glied der gesamten Bildverarbeitung ist. Jede weitere Stufe (Detektor, Bildverarbeitungssoftware, Monitor usw.) stellt für das letztendlich auszuwertende Signal einen weiteren Modulationsfilter dar. Die Gesamtübertragungsfunktion für ein bildverarbeitendes System ergibt sich aus dem Produkt der Einzelübertragungsfunktionen der beteiligten Glieder.

3.2 Wellenoptische Leistungsbewertung

Bislang wurde bei der Bewertung der Leistung eines optischen Systems der Wellencharakter des Lichts weitestgehend vernachlässigt. Zu einer umfassenden Beurteilung eines Systems kann jedoch auf die Betrachtung wellenoptischer Phänomene, die der geometrisch optischen Abbildung überlagert sind, nicht verzichtet werden. Gerade in der nächsten Umgebung eines Bildpunktes verliert das geometrisch optische Modell seine Gültigkeit. [2]

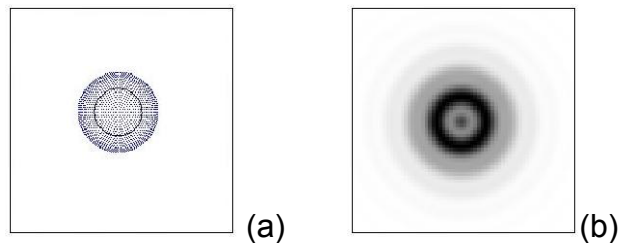


Bild 28. Vergleich eines nahezu beugungsbegrenzten Fokus, geometrisch optisch (a) und wellenoptisch (b) ermittelt

3.2.1 Punktbildfunktion

Bei der geometrisch-optischen Abbildung wird ein Objektpunkt bei idealer Korrektur aller Abbildungsfehler in einen unendlich kleinen Bildpunkt überführt. Durch das wellenoptische Phänomen der Beugung an im System vorhandenen und das Lichtbündel beschränkenden Öffnungen wird aus Energieerhaltungsgründen eine ideale Fokussierung verhindert [5]. Selbst durch ein im geometrisch-optischen Sinne aberrationsfreies optisches System werden vom Objekt ausgehende Kugelwellen nicht wieder zu einem idealen Bildpunkt konvergieren sondern ergeben in der Gaußschen Bildebene für jeden Bildpunkt ein System aus konzentrischen hellen und dunklen Ringen um einen zentralen hellen Kern (Airy-Scheibchen). Bei der Darstellung der Intensität in der Gaußschen Bildebene als dreidimensionale Grafik ergibt sich für einen Bildpunkt ein rotationssymmetrisches Gebilde, dass in seinem Schnitt der Bessel-Funktion erster Art folgt. Diese Art der Darstellung ergibt die Punktbildfunktion (engl.: Point Spread Function, kurz: PSF).

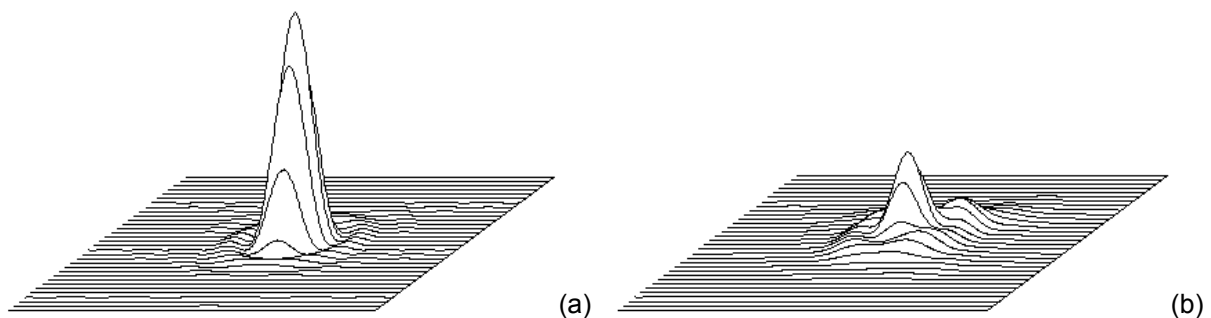


Bild 29. Punktbild für eine (a) ideale, beugungsbegrenzte und (b) durch eine reale, aberrationsbehaftete Abbildung

Durch zusätzlich im optischen System vorhandene Abbildungsfehler wird diese ideale Lichtverteilung gestört und es treten bis auf die Abbildung eines axialen Objektpunktes in der Regel unregelmäßige Lichtverteilungen auf, die Punktbildfunktion wird asymmetrisch.

3.2.2 Strehlsche Definitionshelligkeit

Die Zusammenhänge bei der Entstehung des Punktbildes sind komplexer Natur und die Auswertung oftmals nicht effektiv. Ein sehr anschauliches Kriterium des wellenoptischen Korrektionszustandes eines optischen Systems ergibt sich aus dem Vergleich der maximal möglichen Intensität im Punktbild eines aberrationsfreien, beugungsbegrenzten Systems und der tatsächlichen maximalen Intensität im Punktbild eines realen aberrationsbehafteten aber hinsichtlich seiner Gaußschen Eigenschaften gleichen Systems.

Das Verhältnis von realer maximaler Intensität $I_{max, real}$ zur idealen, maximal möglichen Intensität $I_{max, ideal}$ ergibt die Strehlsche Definitionshelligkeit SDH (engl.: Strehl Ratio):

$$SDH = \frac{I_{max, real}}{I_{max, ideal}} \quad \text{Gl. 13}$$

Erreicht der Strehl-Wert Beträge von $SDH > 0.8$, so ist bei einer Abbildung mit einer hohen Auflösung bei gutem Kontrast zu rechnen, und das optische System gilt als quasi-beugungsbegrenzt [5]. Aus den Punktbildern für ein ideales bzw. reales optisches System in Bild 29 ergibt sich durch Vergleich der Gipfelhöhen ein Strehl-Wert von $SDH = 0.38$.

3.2.3 Beugungs-MTF

Ist das wellenoptische Punktbild eines optischen Systems bekannt, kann die Modulationsübertragungsfunktion auch ohne die Vereinfachung der geometrischen Optik bestimmt werden. Die Darstellung der Beugungs-MTF (engl.: Diffraction Modulation Transfer Function oder kurz DMTF) erfolgt in der selben Art und Weise wie die geometrische MTF, berücksichtigt jedoch die Phänomene der Wellenoptik und ist somit exakter als die geometrische MTF. Zur Erläuterung der wellenoptischen Modulationsübertragungsfunktion muss in diesem Rahmen auf weiterführende Literatur verwiesen werden [1], [2], [5].

4 Mathematische Modelle

Bislang wurde die optische Abbildung mittels der verschiedenen optischen Modelle nur phänomenologisch betrachtet. Um jedoch die einzelnen Abbildungsmodelle handhabbar zu machen, bedient man sich unterschiedlicher mathematisch-analytischer Modelle. Bestimmte, dem jeweiligen optischen Modell angepasste Vereinfachungen überführen komplexe mathematische Zusammenhänge in überschaubare Formalismen.

4.1 Kollineares Modell

Das einfachste mathematische Modell der optischen Abbildung ist durch die Zusammenhänge der Gaußschen Kollineation gegeben [2]. Diese beschreiben auf der Basis von Grund- bzw. Kardinalen durch einfachste Formeln, z.B. durch die paraxiale Abbildungsgleichung Gl. 14 mit der Objektweite a , der Bildweite a' und der Systembrennweite f' , die Abbildung im paraxialen Gebiet selbst im Falle komplexerer Systeme.

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \quad \text{Gl. 14}$$

Die Zusammenhänge des kollinearen Modells der optischen Abbildung erlauben auch die einfache, aus dem Schulunterricht bekannte Listingsche Strahlkonstruktion unter Zuhilfenahme der Kardinalen (Bild 30).

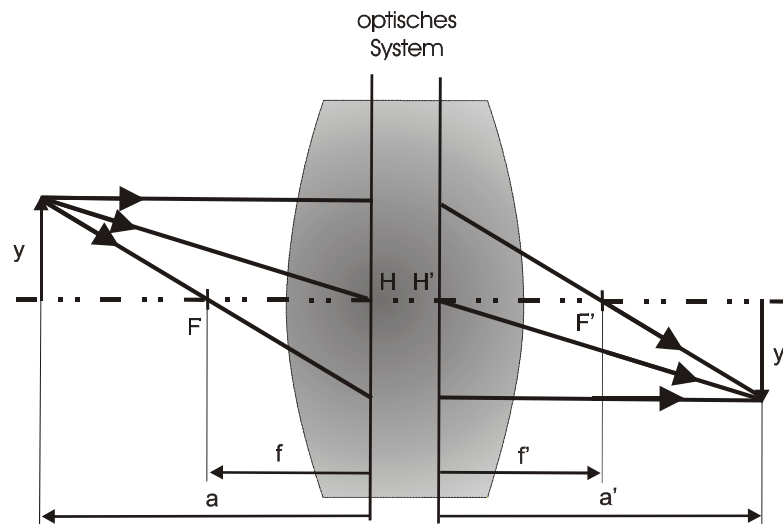


Bild 30. Listingsche Strahlkonstruktion auf der Grundlage der Kardinalen der Gaußschen Kollineation

4.2 Fehlermodell 3. Ordnung

Betrachtet man noch einmal die eingangs erwähnte exakte Schnittweitengleichung Gl.5 für eine brechende Fläche, so wird man schon bei einem optischen System mit wenigen Elementen feststellen, dass die geschlossene Durchrechnung von einzelnen Strahlen zur Beurteilung der Bildgüte, z.B. durch Errechnung der lateralen Abweichung der Strahlen eines Bündels vom idealen Bildpunkt, schnell zu komplizierten Formeln führt. Der Grund hierfür ist u.a. das gleichzeitige Auftreten von Winkeln und ihren Winkelfunktionen. In Zeiten, in denen noch keine computer-gestützten Berechnungsmöglichkeiten bestanden, wurde daraufhin die verwickelten Durchrechnungsformeln durch bestimmte Vereinfachungen in eine handhabbare Form überführt. So zum Beispiel lassen sich die in den Formeln enthaltenen Winkelfunktionen in Taylorsche Potenzreihen entwickeln:

$$\text{z.B.: } \sin \sigma = \sigma - \frac{\sigma^3}{3!} + \frac{\sigma^5}{5!} \pm \dots \quad \text{Gl. 15}$$

Ersetzt man in der allgemeinen Schnittweitengleichung Gl. 5 die Winkelfunktionen durch die entsprechende Potenzreihe und bricht diese Reihe nach dem ersten Glied ab, erhält man wiederum die paraxiale Schnittweitengleichung Gl. 3. Somit kann das paraxiale Abbildungsmodell als Näherung 1. Ordnung betrachtet werden.

Das wohl bekannteste mathematische Modell ergibt sich durch die Verwendung der Potenzreihe für Winkelfunktionen bis zum zweiten Glied mit der dritten Potenz [6]. Die Strahldurchrechnungsformeln lassen sich dadurch in eine Form überführen, in der bestimmte Glieder der Formeln zusammengefasst werden können. Diese Glieder lassen sich den fünf monochromatischen Abbildungsfehlern zuordnen. Der Betrag der entsprechenden Glieder ist charakteristisch für die Größe des jeweiligen Abbildungsfehlers. Durch Auswertung dieser Terme werden optische Systeme vergleichbar. Der Mathematiker Ludwig Philipp Seidel hat 1856 diese Theorie zum ersten Mal vorgestellt. Dieses analytische Modell wird daraufhin als Seidelsche Fehlertheorie der 3. Ordnung bezeichnet. Die gebildeten Fehlerterme, die Seidelschen Fehlersummen, lassen sich zusätzlich noch auf die einzelnen Flächen je nach ihrem Beitrag zum Gesamtfehler eines optischen Systems zuordnen. Die Fehlerbeiträge der Einzelflächen werden in Flächenteilkoeffizienten dargestellt. Die Größe der Flächenteilkoeffizienten innerhalb eines Systems erlauben dem Optikonstrukteur einen Rückschluss auf Korrektionsmöglichkeiten des optischen Systems. Die Berechnung der Seidelkoeffizienten erfolgt heute in der Regel durch Optical-Design-Software [7]. In Tabelle 3 sind exemplarisch für ein Triplet 8.0 / 100 (Bild 31) die Flächenteilkoeffizienten und Seidelschen Fehlergesamtsummen dargestellt. Formal lassen sich auch die chromatischen Aberrationen in Seidelsche Fehler überführen.

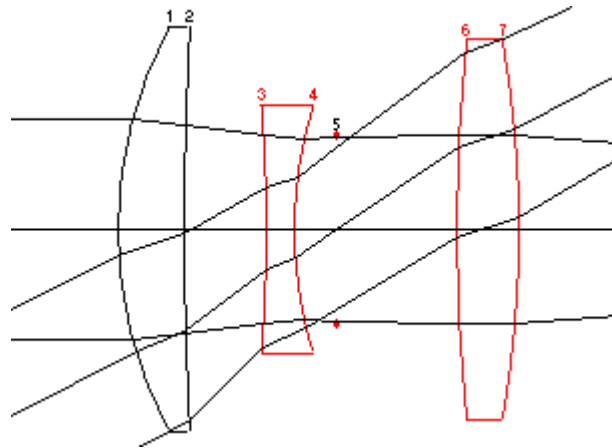


Bild 31. Triplet 8.0/100 mit 27 Grad Feldwinkel

	#	Surf	SphÄbn	Coma	Astig	PtzCv	Distn	CI	CII
Totals			0.00144	-0.0023	-0.0102	0.0398	-0.0147	0.000974	0.001050
1	1		0.02560	-0.0225	0.0198	0.1596	-0.1577	0.010493	-0.009224
2	2		0.00626	0.0351	0.1969	-0.0179	1.0038	0.004372	0.024520
3	2		-0.02009	-0.0703	-0.2461	-0.0399	-1.0007	-0.009806	-0.034314
4			-0.01730	0.0411	-0.0976	-0.1591	0.6096	-0.011401	0.027072
5	3	*	0.00000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000000	0.000000
6	4		0.00060	-0.0057	0.0538	0.0368	-0.8570	0.002380	-0.022513
7			0.00638	0.0200	0.0630	0.0602	0.3873	0.004935	0.015509

Tab. 3 Tabellarische Darstellung der Seidelschen Bildfehler und deren Flächenteilkoeffizienten für ein Triplet [7] (siehe Bild 30)

Erweitert man die Potenzreihenentwicklung der Winkelfunktionen auf weitere Ordnungen, so nimmt ihr Gültigkeitsbereich weiter zu. Die mathematischen Formalismen werden jedoch immer komplizierter und geben zum Teil nur noch recht abstrakte Informationen über den Korrektionszustand eines optischen Systems. Mitunter wird noch das Modell der fünften, z.B. nach Buchdahl, oder auch siebten Ordnung angewendet [8].

4.3 Einteilung der monochromatischen Abbildungsfehler 3. Ordnung

Auf Grund des Seidelschen Formalismus lassen sich die fünf monochromatischen (Seidel-) Bildfehler recht anschaulich hinsichtlich ihres Beitrags zur Queraberration der Abhängigkeit von Öffnung und Feld zuordnen (Bild 31). Somit lässt sich z.B. für den Öffnungsfehler feststellen, dass die durch ihn verursachte Queraberration bei steigender Öffnung mit der dritten Potenz anwächst! Zusätzlich lassen sich auch die chromatischen Aberrationen formal als Seidelfehler einordnen.

		Feld (Potenz)			
		0.	1.	2.	3.
Öffnung (Potenz)	0.		Farbquerfehler	(Prozentuale Verzeichn.)	Verzeichn.
	1.	Farblängsfehler		Astig. Feldwölb.	
	2.		Koma		
	3.	Öffnungsfehler			

Bild 31. Beitrag der Seidelschen Abbildungsfehler 3. Ordnung zur Queraberration in Abhängigkeit der Potenz von Feld und Öffnung

5 Quellen:

- [1] H. Haferkorn, Optik – Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen, Verlag Wiley-VCH, Weinheim, 2003
- [2] H. Haferkorn, Bewertung optischer Systeme, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1986
- [3] C. Hofmann, Harry Zöllner, Feingerätetechnik 22 (1973), S. 151-159
- [4] M. v. Rohr, Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs, Verlag Julius Springer, Berlin, 1899
- [5] C. Hofmann, Die optische Abbildung, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig, 1980
- [6] M. Berek, Grundlagen der praktischen Optik – Analyse und Synthese optischer Systeme, Verlag Walter de Gruyter, Berlin, 1970
- [7] WinLens Plus Software-Paket, LINOS Photonics GmbH & Co. KG
- [8] H. A. Buchdahl, Optical Aberration Coefficients, Dover Publications, New York, 1968