

# Beitrag zur Bewertung der frequenzmodulierten Bildrasterungsverfahren

Urban, Peter  
(1994)

DOI (TUprints): <https://doi.org/10.25534/tuprints-00013980>

Lizenz:



CC-BY 4.0 International - Creative Commons, Namensnennung

Publikationstyp: Buch

Fachbereich: 16 Fachbereich Maschinenbau

16 Fachbereich Maschinenbau

Quelle des Originals: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/13980>

---

Dipl.-Ing. Peter Urban, Goxheimertal

**Beitrag zur Bewertung  
der frequenzmodulierten  
Bildrasterungsverfahren**

Reihe **10**: Informatik/  
Kommunikationstechnik Nr. **282**

Urban, Peter

### **Beitrag zur Bewertung der frequenzmodulierten Bildrastrungsverfahren**

Fortschr.-Ber. VDI Reihe 10 Nr. 282. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994.  
124 Seiten, 50 Bilder, 6 Tabellen.

**Für die Dokumentation:** Frequenzmodulation — Bildrastrung — Tonwertzunahme — Freie Kantenlänge — Moiré — Fourieranalyse — Körnigkeit der Punktanordnung — Informationstheorie

Die vorliegende Arbeit liefert einen Beitrag zur Bewertung der frequenzmodulierten Bildrastrungsverfahren. Diese Verfahren simulieren Halbtöne durch die Anordnung gleichgroßer Druckpunkte mit variablen Abständen. Verschiedene Verfahren zur Berechnung der Punktanordnung werfen die Frage nach geeigneten Vergleichskriterien auf. Hinsichtlich der zu erwartenden Tonwertzunahme wird das Kriterium der freien Kantenlänge als Maß der Bewertung vorgestellt. Zur Bewertung der unregelmäßigen Punktanordnung wird eine Verknüpfung zwischen Größen der Informationstheorie und statistischen Maßzahlen zur Charakterisierung der Schwankung der Tonwertwiedergabe gezeigt. Die Beurteilung der Verfahren auf ihre Moiréfreiheit und damit der Eignung für den mehrfarbigen Druck erfolgt mit Hilfe der zweidimensionalen Fourieranalyse und zeigt, daß manche Verfahren mit periodischen Strukturen zum Bildaufbau beitragen.

#### **Die Reihen der FORTSCHRITT-BERICHTE VDI:**

- |  |   |
|--|---|
| 1 Konstruktionstechnik/Maschinenelemente | 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik                                      |
| 2 Fertigungstechnik                      | 13 Fördertechnik  |
| 3 Verfahrenstechnik                      | 14 Landtechnik/Lebensmitteltechnik                                      |
| 4 Bauingenieurwesen                      | 15 Umwelttechnik  |
| 5 Grund- und Werkstoffe                  | 16 Technik und Wirtschaft   |
| 6 Energieerzeugung                       | 17 Biotechnik   |
| 7 Strömungstechnik                       | 18 Mechanik/Bruchmechanik   |
| 8 Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik | 19 Wärmetechnik/Kältetechnik  |
| 9 Elektronik                             | 20 Rechnerunterstützte Verfahren<br>(CAD, CAM, CAE, CAP, CAQ, CIM, ...) |
| 10 Informatik/Kommunikationstechnik      | 21 Elektrotechnik   |
| 11 Schwingungstechnik                    |   |

D 17

© VDI-Verlag GmbH · Düsseldorf 1994

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9627

ISBN 3-18-328210-0

### III

Die vorliegende Dissertation über die Bewertung frequenzmodulierter Bildrasterverfahren entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren des Fachbereiches Maschinenbau der TH Darmstadt. Die Anregung zu dieser Arbeit erhielt ich durch frühere Arbeiten am Fachgebiet (G. Fischer: Der frequenzmodulierte Bildaufbau - ein Beitrag zum Optimieren der Druckqualität; K.R. Scheuter und S. Gölling: Die Sicherheit der Farbübertragung bei kleinsten Bildpunkten im Offsetdruck), die während der Zeit von Prof. Scheuter als Leiter des Fachgebietes entstanden.

Durch die mir vom derzeitigen Leiter des Fachgebietes, Prof. Hars, gewährte Freiheit bei der Wahl eines Dissertationsthemas war es mir möglich, einen weiteren Akzent zu Fragestellungen der frequenzmodulierten Bildrastrerung zu setzen. Dafür wie auch für das in mich gesetzte Vertrauen gebührt ihm Dank.

Herrn Prof. Göttching, Leiter des Fachgebietes Papierfabrikation des Fachbereiches Maschinenbau der TH Darmstadt, danke ich für die freundliche Übernahme des Koreferates und die erhaltenen Anregungen.

Ebenfalls möchte ich den Kollegen und Mitarbeitern des Fachgebietes Druckmaschinen und Druckverfahren danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Stellvertretend für alle sei hier Frau Gunder genannt. Sie hat mit ihrer stets hilfsbereiten und freundlichen Art viele Dinge erledigt, die oft als Kleinigkeiten benannt, letztendlich das Öl im Getriebe sind.





## Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
2 Systematik der FM-Rasterungsverfahren	9
2.1 Beschreibung einiger typischer Verfahren	9
2.1.1 Kornraster	9
2.1.2 Dithering	10
2.1.3 Puls-Dichte-Modulation	12
2.1.4 Error-Diffusion	15
2.1.5 Frequenzmodulation	16
2.2 Unterscheidung nach übergeordneten Merkmalen	18
2.2.1 Die zu beschreibenden Verfahren	18
2.2.2 Merkmale zur Verfahrensordnung	19
2.2.2.1 Reihenfolge/Ordnung der Bildbearbeitung	19
2.2.2.2 Sicherstellung der Grauwertreproduktion	20
2.2.2.3 Entscheidung, wo ein Punkt gesetzt wird	22
3 Informationstheorie und frequenzmodulierte Rasterverfahren	23
3.1 Bewertung der frequenzmodulierten Rasterverfahren mit den Mitteln der Informationstheorie	23
3.2 Vorgehensweise bei der Berechnung des Gütegrades des Kanalelementes Rasterverfahren	27
3.3 Informationstheoretische Bewertung der Gradationsanpassung	41
3.3.1 Freie Kantenlänge und Lichtfang	41
3.3.2 Freie Kantenlänge und Punktzunahme	63
4 Bewertung bildfremder Strukturen	74
4.1 Definition bildfremder Strukturen	74
4.2 Texturen	75
4.2.1 Definition und Bedeutung	75
4.2.2 Ermittlung von Texturmerkmalen	76
4.2.3 Ergebnisse der Texturbestimmung	79
4.2.3.1 Ergebnisse bei stochastischer Rasterung	80
4.2.3.2 Ergebnisse für Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten	83
4.2.3.3 Ergebnisse für Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 1 bis Fall 4	84
4.3 Periodische Strukturen	88
4.3.1 Definition und Bedeutung	88

4.3.2 Ermittlung von regelmäßigen Strukturen	89
4.3.3 Anwendung auf Rasterbilder	95
4.3.3.1 Gewichtung der Rasterbilder mit einer Fensterfunktion	95
4.3.3.2 Fouriertransformierte bei stochastischer Rasterung	97
4.3.3.3 Fouriertransformierte bei Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 1 bis Fall 4	99
4.3.3.4 Fouriertransformierte bei Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten	102
4.3.3.5 Fouriertransformierte bei stochastischer Rasterung mit Übergangswahrscheinlichkeiten von 0.1, 0.3, 0.7 und 0.9	103
4.3.3.6 Fouriertransformierte bei Puls-Dichte-Modulation	106
5 Zusammenfassung	109
6 Schrifttum	111

## Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen

$B(x)$	Druckfunktion	
$B_{i,j}^+$	durch Fehlerkorrektur veränderte Werte von $B_{i,j}$	
$B_{i,j}$	Aus Dichteverlauf gewonnenes diskretes Bild	
$B_{\max}$	maximal möglicher Bildwert	
$B_{\min}$	minimal möglicher Bildwert	
$B'_{k,l}$	Bildpunkt, gewichtet mit Fensterfunktion	
$D_{x,y}$	Dichteverlauf	
$F(k)$	Fouriertransformierte der diskreten Funktion	
$F(y)$	Fouriertransformierte der kontinuierlichen Funktion	
$F_{AM}$	bedeckte Fläche bei konventioneller Rasterung (AM)	$\text{mm}^2$
$F_B$	Bezugsfläche	$\text{mm}^2$
$F$	durch Punktsetzen erzeugter Fehler	
$FE(n,m)$	Fensterfunktion	
$G_{i,j}$	diskrete Gewichtsfunktion	
$H(x)$	Entscheidungsgehalt der Vorlage	bit
$H(y)$	Entscheidungsgehalt der Reproduktion	bit
$Hx(y)$	Irrelevanz	bit
$Hy(x)$	Äquivokation	bit
$I(x)$	eindimensionale Bildfunktion	
$I_0, I_{\max}$	maximal möglicher Wert von $I(x)$	
$K^x$	Anzahl von Ereignissen in der Vorlage	
$L(\varphi, M)$	freie Kantenlänge	mm
$L_{AM}^*$	freie Kantenlänge auf $F_B$ bezogen	mm
$L_{AM}$	Länge der Umrandung eines konventionellen Rasterpunktes (AM)	mm
$L_{DITHER}(\varphi)$	freie Kantenlänge beim Dithering	mm
$L_{FM}$	Länge der Umrandung eines frequenzmodulierten Rasterpunktes	mm
$L$	Umrandungslänge, Umfang	mm
$M$	Anzahl von Ereignisarten am Kanalausgang	

M	Anzahl von roten Kugeln	
M	Größe der Gewichtsmatrix	
M	maximale Anzahl von Ereignisarten nach einem Informationskanal	
$N_d$	Anzahl reproduzierbarer Dichtestufen	
NK	Anzahl freier Kanten	
N	Anzahl von Ereignisarten am Kanaleingang	
N	Anzahl von Kugeln	
N	Anzahl von Werten zur Mittelwertbestimmung	
N	maximale Anzahl von Ereignisarten vor einem Informationskanal	
$P_{i,j}$	Druckpunktmatrix	
$R(x)$	Transinformation	bit
$S(x)$	eindimensionale Schwellwertfunktion	
$S_{i,j}$	Schwellwertmatrix	
$T(x)$	eindimensionale Trägerfunktion	
$T(x)$	Fourierreihe der auf diskreten Stützstellen gegebenen Funktion	
$T_{i,j}$	Texturmatrix	
$a_1, a_2,$ $a_3, a_4$	Fehlgewichte	
$a_k, b_k$	Fourierkoeffizienten einer stetigen Funktion	
$a_u, b_u$	Fourierkoeffizienten einer nur punktweise gegebenen Funktion	
$c_k$	Fourierkoeffizienten in komplexer Schreibweise	
c	Normierungsfaktor	
$d'$	Abstand im Frequenzbereich	
d	Periodenlänge im Ortsbereich	
$h_i$	Vorlagenhelligkeit	
$h^b$	Helligkeitsbereich	
i, j	Zählindex	
k	Anzahl gezogener roter Kugeln, Anzahl der Nachbarn	
$k^x_i$	Häufigkeit, mit der $x_i$ in der Vorlage auftritt	

$k^{x_i y_j}$	Anzahl von in Vorlage und Reproduktion geometrisch zugeordneten Orten, in denen ein Ereignis der Art $x_i$ und $y_j$ auftritt	
$k, n$	Spalte-/Zeilenzahl der Schwellwertmatrix	
$k$	Verhältnis von Punktradius zur Länge des Rasterquadrates	
$l_K$	Kantenlänge eines FM-Rasterpunktes	mm
$l$	halbe Periodenlänge	
$m$	Anzahl gezogener Kugeln, Anzahl gesetzter Punkte	
$n$	Anzahl von Punkten (FM)	
$n$	Stichprobenumfang	
$p(x_i)$	Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Ereignisart $x_i$	
$p(x_i; y_j)$	Verbundwahrscheinlichkeit	
$p(y_j)$	Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Ereignisart $y_j$	
$p_k(N, M, m)$	Wahrscheinlichkeit, beim Ziehen von $m$ Kugeln aus einer Urne mit $N$ Kugeln, von denen $M$ rot sind, $k$ rote zu ziehen	
$p_{\bar{u}}$	Übergangswahrscheinlichkeit	
$p(x_a, x_b)$	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses in den Grenzen $x_a \dots x_b$	
$p_{x_i}(y_j)$	Übergangswahrscheinlichkeit	
$q$	Informationstheoretischer Gütegrad	
$t$	Kantenlänge eines Rasterquadrates (AM)	mm
$rd$	Radius eines FM-Punktes	mm
$rp$	Radius eines AM-Punktes	mm
$rz$	Rasterzahl	Linien/cm
$s$	Erwartungswert für die Standardabweichung	
$s$	Periodenlänge	
$x, y$	Ortskoordinaten	
$x_a, x_b$	Grenzen für ein Ereignis bzw. einen Bereich aus $\varphi(x)$	
$x_i$	Ereignisart vor einem Informationskanal	
$x_i, y_j$	Ortskoordinaten der $B_{i,j}$	
$x_l, x_r$	linke/rechte Grenze, innerhalb der ein Ereignis erwartet wird	
$y_j$	Ereignisart hinter einem Informationskanal	

$\Delta\varphi$	Flächendeckungs­differenz	
$\Delta s$	Punktverbreiterung	mm
$\varphi(x)$	Dichtefunktion einer GAUß'schen Normalverteilung	
$\varphi_{AM}$	Flächendeckung bei konventioneller Rasterung (AM)	
$\varphi_{FM}$	Flächendeckung bei Frequenzmodulation (FM)	
$\varphi_{ideal}$	Flächendeckung ohne Punktzuwachs	
$\varphi_{id}$	ideale Flächendeckung	
$\varphi_n$	Ersatzflächendeckung für $\varphi_{id}$ am Eingang Rasterverfahren	
$\varphi_{real}$	durch Punktzuwachs entstandene Flächendeckung	
$\varphi$	Flächendeckung	
$\kappa(\varphi)$	freie Kantenzahl/Bildpunkt	
$\sigma$	Standardabweichung	
$\mu$	Mittelwert	

## 1 Einführung

In der Drucktechnik existieren verschiedene Verfahren, um den visuellen Eindruck, den ein Betrachter beim Ansehen einer Photographie oder eines Halbtonbildes hat, durch die Kombination weniger Farben zu erreichen. Im einfachsten Fall einer Schwarz-Weiß-Photographie sollen alle Zwischenwerte von weiß über grau bis schwarz dargestellt werden. Im Flachdruck wie im Hochdruck wird das im allgemeinen durch ausschließliche Verwendung der Farben weiß und schwarz erreicht. Normalerweise trägt der Bedruckstoff das Weiß und die Druckfarbe das Schwarz bei. In der Regel werden die Zwischentöne dadurch erzeugt, daß die schwarz gefärbten Partien auf dem Bedruckstoff nur einen vom zu erzeugenden Grauwert abhängigen Flächenanteil bedecken und zugleich so klein sind, daß sie aus einem gewissen Abstand beim Betrachten nicht mehr als einzelne Farbpunkte wahrgenommen werden. Der Betrachtungsabstand, ab dem die Farbpunkte nicht mehr als einzelne Bildelemente gesehen werden, wird im wesentlichen durch die Größe dieser Elemente, die begrenzte Abbildungsleistung des optischen Teils des Auges, die nach unten begrenzte Größe der Rezeptoren in der Netzhaut und durch die Beleuchtungsstärke bzw. den Adaptionzustand des Auges bestimmt.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Anordnung der Farbe auf dem Papier zu bestimmen. Weitverbreitet ist es, die Druckpunkte in einem orthogonalen Raster anzuordnen. In den so bestimmten Rasterquadraten werden Punkte mit einer auf die Fläche des Rasterquadrates bezogenen Flächendeckung gedruckt. Abhängig von der Flächendeckung, der optischen Dichte des gedruckten Punktes und des Papiere wird ein bestimmter Grauwert erzeugt. Die Form der in die Rasterquadrate gedruckten Punkte ist oft rund, quadratisch oder elliptisch. Übliche Werte für die Kantenlänge eines Rasterquadrates liegen zwischen 0,125 mm und 0,166 mm. Das entspricht 80 Linien/cm bzw. 60 Linien/cm.

Dieses Verfahren wird allgemein angewandt, weil es ohne allzu große Schwierigkeiten auf photographischem Wege die Herstellung eines Rasterbildes von einer Halbtonvorlage ermöglicht und darüber hinaus mit ihm hinsichtlich Grauwertabstufung und Detailwiedergabe qualitativ hochwertige Reproduktionen möglich sind.



Durch die immer leistungsfähigere, schnellere und kostengünstiger werdende elektronische Bildverarbeitung wird die photographische Rasterung zunehmend durch die Rasterung im Computer ersetzt. Das Halbtonbild wird nicht mehr mit einer Kamera durch eine Rasterfolie auf einen Film abgebildet (analoge Rasterung), sondern es werden mit einem Scanner Bildpunkt für Bildpunkt die Grauwerte des Bildes erfaßt, in eine dem jeweiligen Grauwert zugeordnete Zahl gewandelt und als Zahlenfolge auf einem Speichermedium gesichert. Das erfaßte Bild wird durch die Bildverarbeitungsanlage für die Ansteuerung eines Filmbelichters so aufbereitet, daß dieser entsprechend der analogen Rasterung einen Film belichten kann (digitale Rasterung).

Die digitale Rasterung ahmt also die analoge Rasterung weitgehend nach. Sie übernimmt damit auch eine Reihe von Schwächen der analogen Rasterung. Wesentliche Nachteile sind Punktschluß<sup>1</sup>, Moiré<sup>2</sup> und - bedingt durch die Gefahr des Punktabrisses<sup>3</sup> in den hellsten Bildteilen bzw. des Zulaufens<sup>4</sup> in den dunkelsten Bildteilen - ein eingeschränkter Dichteumfang. Diese Mängel können vermieden werden, wenn die Druckpunkte nicht in einem festen Raster, sondern mit beliebig variierbaren Abständen und konstantem Durchmesser gedruckt werden. Dazu ist es normalerweise notwendig, die Rasterung in einem Rechner bzw. durch geeignete Hardware in einer Bildverarbeitungsanlage durchzuführen. Ein solches Verfahren wurde durch SCHEUTER/FISCHER am Fachgebiet für Druckmaschinen und Druckverfahren der TH Darmstadt entwickelt. In Anlehnung an die Nachrichtentechnik be-

---

<sup>1</sup>Punktschluß: bei regelmäßigem Raster und variablem Punktdurchmesser berühren die Druckpunkte sich ab einem bestimmten Durchmesser. In diesem Bereich kommt es später beim Druck zu einem Tonwertsprung, der besonders bei Tonwertverläufen deutlich wahrzunehmen ist. Bildbeispiele hierzu finden sich in /4/.

<sup>2</sup>Moiré: bei Überlagerung von zwei gerasterten Bildern auftretende Interferenzerscheinung, die abhängig von der Rasterverwinklung zu deutlich sichtbaren periodischen Farbtonschwankungen führt. Weitere Informationen dazu sowie Bildbeispiele finden sich in /3/, /24/ und /25/.

<sup>3</sup>Punktabriß: Die farbführenden Elemente auf der Druckplatte müssen im Offsetdruck eine bestimmte Mindestgröße haben, um eine zuverlässige Übertragung auf das Druckprodukt zu gewährleisten. Unterhalb dieser Grenze treten u.U. im Motiv kleinere Bereiche auf, in denen jeder Druckpunkt fehlt. Diese werden i.A. deutlich wahrgenommen.

<sup>4</sup>Zulaufen: Ein Element, das nicht bedruckt werden soll, ist nur bis zu einer bestimmten Größe frei von Farbe zu halten. Unterhalb dieser Größe wird die Fläche dennoch mit Farbe bedeckt.

zeichneten sie ihr Verfahren als Frequenzmodulation und die konventionelle Rasterung als Amplitudenmodulation. Um die genannten Schwächen der konventionellen Rasterung zu vermeiden, sind andere Verfahren, welche bei der Anordnung der farbführenden Stellen auf der Druckform ein Element des Zufalles dem der Regelmäßigkeit des festen Rasters vorziehen, ebenso geeignet.

Einige der gängigsten Begriffe, unter denen man solche Verfahren in der Literatur<sup>5</sup> beschrieben findet, sind:

- Dithering
- Errordiffusion
- Frequenzmodulation
- Kornraster
- Rauschraster
- Puls-Dichte-Modulation
- Stochastischer Raster

Zu dieser Aufzählung ist anzumerken, daß der Begriff Frequenzmodulation hier das Verfahren nach SCHEUTER/FISCHER bezeichnet, das in verschiedenen Ausgestaltungen in /16/, /26/, /27/, /28/ und /29/ beschrieben ist. Er wird im Bereich des graphischen Gewerbes aber auch häufig als Sammelbegriff für all die Rasterverfahren verwendet, welche mit gleichgroßen Punkten ohne regelmäßiges Druckpunktraster arbeiten.

Die Vorteile der Frequenzmodulation gelten, zum Teil mit Einschränkungen, auch für die anderen Verfahren:

- Die Bildwiedergabe erfolgt mit Druckmedien, die einzelne gleichgroße Punkte drucken können.
- Moiré wird vermieden /5/, /15/, /23/, /44/, /45/, wodurch eine Verwinkelung der Farbauszüge beim Übereinanderdrucken bzw. eine Beschränkung der Anzahl der Farbauszüge nicht mehr nötig ist.
- Der Punktschluß wird über den gesamten Dichtebereich ausgedehnt, in seiner Auswirkung auf die Flächendeckung mit der Gradationsanpas-

---

<sup>5</sup> /9/, /11/, /12/, /13/, /14/, /18/, /20/, /21/, /22/, /30/, /33/, /34/, /35/, /36/, /38/, /39/, /44/

sung<sup>6</sup> berücksichtigt und tritt damit visuell nicht mehr in Erscheinung /15/, /45/.

- Es können sehr feine Details bis zur Größe des Punktdurchmessers wiedergegeben werden /15/, /23/, /45/.
- In den hellen Bildzonen ist ein Dichteumfang bis zum Papierweiß /15/ reproduzierbar. Bei der konventionellen Rasterung ist es üblich, in jedem Rasterquadrat einen eben noch sicher druckbaren (bzw. noch sicher offen zu haltenden) kleinsten Punkt stehen zu lassen. Bei der Frequenzmodulation lassen sich die Abstände zwischen diesen kleinsten Punkten vergrößern.

Die mit der oben aufgeführten Strichaufzählung benannten Rasterungsverfahren (im folgenden allgemein Frequenzmodulation genannt) sind aber auch Kritik ausgesetzt. Ihre Nachteile sind:

- In Bildteilen mit konstantem Grauwert macht sich wegen der unregelmäßigen, zufälligen Punktverteilung eine wahrnehmbare Unruhe bemerkbar. Der Grauton erscheint nicht konstant, sondern körnig, ähnlich wie in einer stark vergrößerten Photographie. In der Literatur finden sich Begriffe wie Granulierung /39/, Grieseligkeit /8/ oder Körnigkeit /15/ für dieses Phänomen.
- Mit abnehmender Größe des Details muß die Dichtedifferenz zum Umfeld immer größer werden, um das Detail noch wahrnehmen zu können. Ist die Dichtedifferenz eines Details zum Umfeld zu klein, so wird sich aufgrund der Tatsache, daß die Dichte durch schwarze und weiße Teilflächen erzeugt wird, im Detail eine Verteilung/Anordnung von schwarzen und weißen Teilflächen bzw. Anhäufungen solcher Teilflächen finden, welche auch im Umfeld des Details mit einer bestimmten Häufigkeit vorkommt.
- Der Rechenaufwand zur Berechnung der Punktverteilung hängt hauptsächlich von Rechnerhardware, Bildgröße, Aufwand des Rasteralgorithmus und Rasterfeinheit ab. In /30/ werden z.B. pro Farbsatz bei kleinformatigen Bildern Rechenzeiten von acht Stunden angegeben.
- Der Speicherbedarf als Kostenfaktor und geschwindigkeitbestimmendes Element ist vor allem von Bildgröße, Abtastfeinheit (Scanner) und Aufzeichnungsfeinheit (Belichter) abhängig.

---

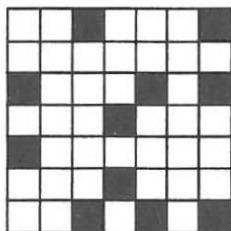
<sup>6</sup>Gradationsanpassung: siehe Kapitel 3.3

Vor einer näheren Betrachtung der Vorteile und Nachteile der verschiedenen frequenzmodulierten Verfahren sollen diese zunächst beschrieben werden. Eine erste Ordnung der Verfahren ist bei einer Gliederung der verschiedenen Möglichkeiten zur Halbtonerzeugung mit nur zwei Farben möglich. Es ergeben sich vier mögliche Verfahren, die in Tabelle 1 und in Bild 1 dargestellt sind.

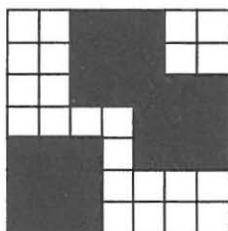
*Tabelle 1: Halbtonsimulation mit zwei Farben*

	Verfahren 1	Verfahren 2	Verfahren 3	Verfahren 4
Raster	fest	fest	variabel	variabel
Punktgröße	fest	variabel	fest	variabel
Punktform	fest	fest	fest	fest
Tonwert im Punkt	fest	fest	fest	fest

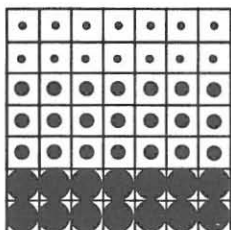
Verfahren 1



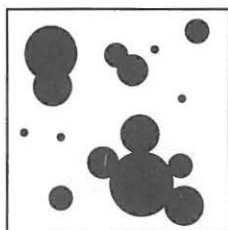
Verfahren 3



Verfahren 2

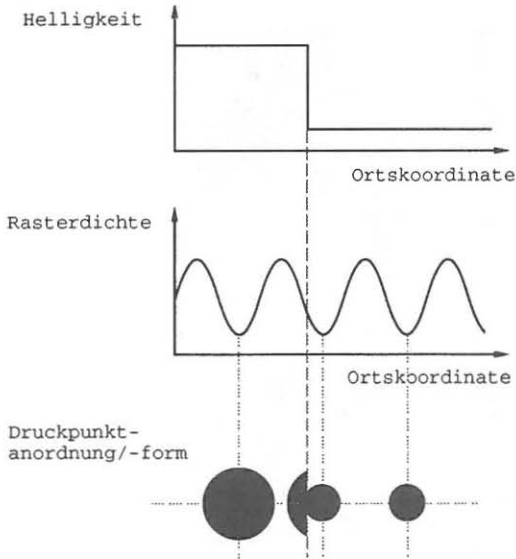


Verfahren 4



*Bild 1: Halbtonsimulation mit zwei Farben*

Es ist in allen vier Fällen denkbar, Punktform und Tonwert des Punktes zu beeinflussen. Der Tiefdruck beispielsweise entspricht bei halbautotypischer Rasterung dem Verfahren 2 mit variablem Tonwert. Bei der im Tiefdruck heute üblichen halbautotypischen Rasterung wird infolge der Druckformgravur mit einem pyramidenförmigen Stichel über die Eindringtiefe des Stichels sowohl die Tiefe des entstehenden Näpfchens als auch dessen Grundfläche verändert. Damit sind im Druck die Druckpunktgröße und die Farbschichtdicke an der Steuerung der Dichte beteiligt. Ebenso ist es üblich, bei der Druckvorlagenherstellung für den Offsetdruck im Fall des Verfahrens 2 die Punktform zu verändern. Bei der analogen Rasterung mit Reprokamera und Kontaktraster geschieht das ganz automatisch. So wird eine in der Halbtonvorlage verlaufende Hell-Dunkel-Kante im Rasterbild die durch die Rasterfolie vorgegebene Punktform modulieren. Wie dieser Vorgang prinzipiell funktioniert, zeigt in idealisierter Form **Bild 2**, welches in den beiden oberen Darstellungen einen Schnitt durch den Helligkeitsverlauf der Vorlage und den Dichteverlauf der Rasterfolie zeigt, und in der unteren Darstellung die Draufsicht auf eine sich daraus ergebende Druckpunktreihe.



*Bild 2: Punktformmodulation bei analoger Rasterung (idealisiert)*

Auch bei der elektronischen Rasterung findet man eine Punktformmodulation. Die Abtastung der Druckvorlage mit einem Scanner zerlegt das Bild in Bildpunkte und weist jedem Bildpunkt einen bestimmten der Dichte der Vorlage an dieser Stelle entsprechenden Zahlenwert zu. Ist die Abtastfeinheit doppelt so hoch wie die Reproduktionsfeinheit, so stehen pro Rasterquadrat abtastseitig vier Bildpunkte zur Verfügung. Bei der Belichtung des Filmes wird der zu druckende Punkt aus vier Teilpunkten zusammengesetzt. Jeder der vier Teilpunkte weist dann einen dem Abtastwert entsprechenden Radius auf.

Die bekannten Verfahren der frequenzmodulierten Rasterung entsprechen dem Verfahren 1, wobei verschiedene Formen der Punktverteilung bzw. Punktform existieren. Die Punktform stellt eine Eigenschaft des zur Verfügung stehenden Belichters bzw. seiner Verstellmöglichkeiten /36/ dar. Die Punktverteilung, also die Regeln, nach denen durch eine Vorrichtung bzw. ein Programm entschieden wird, wo ein Punkt zu setzen/belichten ist, unterscheidet sich von Verfahren zu Verfahren und wird je nach Anwendungszweck im wesentlichen durch die Interessen

- genaue Dichtereproduktion
- Schnelligkeit des Verfahrens
- hohe Detailtreue
- Abbildung möglichst kleiner Details
- Vermeidung von Überlagerungsstrukturen (Moiré)
- Vermeidung bildfremder Strukturen/Körnigkeit

bestimmt. Diese Interessen laufen einander zum Teil entgegen, zum Teil wird aber auch bei Verbesserung einer Eigenschaft eine andere ebenfalls verbessert.

Ein Beispiel für gegenläufige Interessen sind Dichtereproduktion und Detailtreue. Unter Detailtreue soll die genaue Beschreibung der Detailkontur verstanden werden und unter Dichtereproduktion eine möglichst gleichmäßige Anordnung der Punkte im Detail. Die Detailtreue macht es erforderlich, zunächst alle für die Dichtereproduktion im Detail zu setzenden Punkte auf dem Rand zu plazieren und erst bei vollständiger Beschreibung des Randes Punkte im Inneren des Details zu setzen. Die möglichst gute Dichtereproduktion im Detail verlangt dagegen, von Anfang an die Punkte im Detail möglichst gleichmäßig zu verteilen.

Die Bewertung der verschiedenen Rasterverfahren wird bisher weitgehend von der Fähigkeit zur Halbtonreproduktion und der übertragenen bzw. übertragbaren Informationsmenge bestimmt. Die Bewertung von Detailtreue, Freiheit von Überlagerungsstrukturen und von bildfremden Strukturen erfolgt oft visuell und ist damit subjektiv. Auf diese Weise können vor allem die Frequenzmodulationsverfahren nur unzulänglich untereinander bewertet werden. Auch lassen sich aus bloß visueller Betrachtung kaum Schlüsse darüber ziehen, wie eine Verbesserung des Rasteralgorithmus zweckmäßig erfolgen sollte oder wie die Nachteile der FM-Rasterverfahren am besten vermieden bzw. in ihren Auswirkungen verkleinert werden können.

Im folgenden soll mit Hilfe der Beschreibung einiger FM-Rasterungsverfahren eine Systematik der FM-Rasterverfahren versucht werden, die es erlaubt, diese und andere Verfahren nach bestimmten Kriterien einzuordnen, zu verändern, oder auch neue Verfahren zu erzeugen.

Im weiteren sollen die beschriebenen Verfahren in ihrer Leistung betreffend Detailtreue, Dichtereproduktion und Vermeidung bildfremder Strukturen sowie Überlagerungsstrukturen verglichen werden. Dazu werden Kriterien eingeführt, die aus der Bildverarbeitung stammen, wo sie zur Beschreibung von beispielsweise Texturen verwendet werden.

## 2 Systematik der FM-Rasterungsverfahren

Die beschriebenen Verfahren setzen voraus, daß das zu reproduzierende Bild, welches als zweidimensionaler kontinuierlicher Dichteverlauf  $D(x,y)$  angenommen werden soll, durch einen Abtastvorgang mit diskreten Schritten ( $\Delta x$  und  $\Delta y$ ) zu einer zweidimensionalen Zahlenverteilung  $B_{i,j}$  wird. Die Werte dieser  $B_{i,j}$  entsprechen jeweils zugeordneten Dichtewerten an den Koordinaten  $x_i = (i-1) \cdot \Delta x$  und  $y_j = (j-1) \cdot \Delta y$ .  $B_{i,j}$  kann maximal den Wert  $B_{\max}$  und minimal den Wert  $B_{\min}$  annehmen. Die Zuordnung der Zahlenwerte zu den Dichtewerten soll so sein, daß die Zahlenwerte einer Flächendeckung entsprechen.  $B_{\max}$  soll 100% und  $B_{\min}$  0% Flächendeckung entsprechen.

### 2.1 Beschreibung einiger typischer Verfahren

#### 2.1.1 Kornraster / Stochastische Rasterung

$B_{i,j}$  wird für einen bestimmten Wert  $i$  und  $j$  mit einer Zufallszahl (Schwellwert) aus dem Intervall  $B_{\min} \dots B_{\max}$  verglichen. Ist  $B_{i,j}$  größer als dieser Schwellwert, wird in einer Druckpunktmatrix  $P$  das Element  $P_{i,j}$  als zu setzender Druckpunkt markiert. Auf diese Weise wird für alle Werte von  $B_{i,j}$  verfahren, wobei für jedes  $B_{i,j}$  eine neue Zufallszahl aus dem angegebenen Intervall bestimmt wird.

		$B_{i,j}$							Schwellwerte							$P_{i,j}$						
		i →																				
j ↓		62	62	62	62	62	62	62	189	28	190	161	35	193	67		1			1		
		62	62	62	62	62	62	62	59	145	66	51	127	241	252	1			1			
		62	62	62	63	63	63	63	99	143	32	213	96	152	154			1				
		63	63	63	63	63	63	63	254	190	95	134	213	17	213						1	
		63	63	63	63	63	63	63	254	24	171	244	152	61	91		1				1	
		63	63	63	63	63	63	63	190	101	108	46	168	108	34				1			1

Bild 3: Prinzipdarstellung des Kornrasters / der stochastischen Rasterung



## 2.1.2 Dithering

Es wird eine Dithermatrix  $S$  mit  $k$  Spalten und  $n$  Zeilen gebildet und mit irgendwie gewählten und angeordneten Werten aus dem Intervall von  $B_{\min}$  bis  $B_{\max}$  belegt. Die Werte in dieser Matrix werden mit Hilfe der Werte  $k$  und  $n$  sowie den Indices  $i$  und  $j$  unter Verwendung der Modulo-Funktion<sup>7</sup> wie folgt als Schwellwert zur Entscheidungsfindung darüber, ob ein Punkt gedruckt oder freigelassen wird, verwendet.

$i \text{ MOD } k$  bestimmt die Spalte von  $S$   
 $j \text{ MOD } n$  bestimmt die Zeile von  $S$

$i$  → Bildpunktmatrix

63	63	63	63	63	63	63	63
63	63	63	63	63	63	63	63
63	63	63	63	63	63	63	63
63	63	63	63	63	63	63	63
63	63	63	63	63	63	63	63
17	17	17	17	17	17	17	17
17	17	17	17	17	17	17	17
17	17	17	17	17	17	17	17

↓  $j$

Dithermatrix

16	167	66
142	116	221
91	193	41

Aus der Dithermatrix ergibt sich durch die Modulo-Operation die Schwellwertmatrix. Diese besteht bildlich aus einem Vielfachen der Dithermatrix.

Schwellwertmatrix

16	167	66	16	167	66	16	167
142	116	221	142	116	221	142	116
91	193	41	91	193	41	91	193
16	167	66	16	167	66	16	167
142	116	221	142	116	221	142	116
91	193	41	91	193	41	91	193
16	167	66	16	167	66	16	167
142	116	221	142	116	221	142	116

Druckpunktmatrix

1			1			1	
		1			1		
1			1			1	
1			1			1	

Bild 4: Prinzipdarstellung des Dithering

<sup>7</sup>  $x$  Modulo  $y$ : gibt als Ergebnis den ganzzahligen Rest der Division  $x/y$  an

Damit ist  $S_{i \text{ MOD } k, j \text{ MOD } n}$  der Schwellwert für den Bildpunkt  $B_{i,j}$ . Wenn der Wert dieses Bildpunktes größer als der Wert des Schwellwertes ist, dann wird in der Druckpunktmatrix  $P$  das Element  $P_{i,j}$  als zu setzender Punkt markiert. Man kann sich zum besseren Verständnis der Schwellwertberechnung eine zu  $B$  in der Größe passende Schwellwertmatrix denken (Bild 4), in der die berechneten zu  $i,j$  gehörenden Schwellwerte eingetragen sind. Es ergibt sich eine fortgesetzte Aneinanderreihung der Dithermatrix  $S$ .

Man erkennt, daß abhängig von der Größe der Dithermatrix die Anzahl  $N_d$  reproduzierbarer Dichtestufen  $N_d = k \cdot n + 1$  und damit begrenzt ist. Welche der Dichtestufen mit einer Schwellwertmatrix exakt wiedergegeben werden bzw. welches Intervall durch welchen Wert reproduziert wird, hängt davon ab, mit welchen Werten aus dem Intervall  $B_{\min} \dots B_{\max}$  die Matrix belegt wird. Die Verteilung/Anordnung dieser Werte in  $S$  bestimmt das Punktmuster, das dem jeweiligen Dichteintervall zugeordnet ist. Mit einer entsprechenden Anordnung der Schwellwerte kann man z.B. eine Rasterung analog der konventionellen Rasterung erreichen. Ein Beispiel zeigt das folgende Bild 4a für von Ditherzelle zu Ditherzelle um jeweils einen Druckpunkt zunehmende Flächendeckung.

Dithermatrix

91	41	193
66	16	116
142	167	221

Druckpunktmatrix

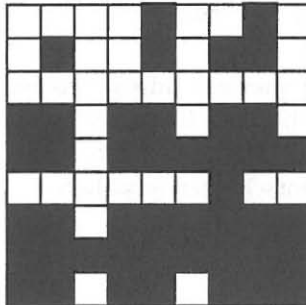


Bild 4a: Dithermatrix zur Simulation der konventionellen Rasterung

### 2.1.3 Puls-Dichte-Modulation

Die Puls-Dichte-Modulation (PDM) funktioniert unter der Voraussetzung, daß ein Ausgabegerät zur Verfügung steht, mit dem die Druckpunkte in ihrem Ort beliebig fein (bezogen auf den Druckpunktdurchmesser) positioniert werden können. Anhand einer eindimensionalen Beschreibung werden zunächst in /12/, /21/ die mathematischen Prinzipien der PDM hergeleitet. ESCHBACH und HAUCK benutzen die Bildfunktion  $I(x)$ , welche die Bildhelligkeit als Funktion der Ortskoordinate  $x$  beschreibt, um die Frequenz eines Trägers  $T(x)$  zu modulieren. Gleichzeitig wird durch die Bildinformation eine Schwellwertfunktion  $S(x)$  moduliert.  $T(x)$  und  $S(x)$  berechnen sich wie folgt:

$$T(x) = \cos \left[ \frac{2\pi}{s} \int_0^x I(x') \, dx' \right] \text{ mit der Periodenlänge } s \quad (1)$$

$$S(x) = \cos \left[ \pi \frac{I(x)}{I_0} \right] \quad (2)$$

Ist der Träger größer als der Schwellwert, wird dort Farbe gedruckt. Ist er kleiner, bleibt das Papier weiß. Die "Druckfunktion"  $B(x)$  entsteht über eine Stufenfunktion:

$$B(x) = \text{step} [T(x) - S(x)] \text{ mit } \text{step}(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha < 0 \\ 1 & \text{für } \alpha \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Das **Bild 5** zeigt am Beispiel einer gewählten Funktion  $I(x)$ , die sämtliche Flächendeckungsgrade von 0 bis 1 in Form eines kontinuierlichen Anstieges enthält, wie die Graphen der Funktionen  $I(x)$ ,  $T(x)$ ,  $S(x)$  und  $B(x)$  nach den angegebenen Berechnungsvorschriften aussehen.

Zur Berechnung der Verläufe wurden folgende Werte verwendet:

$$s = 0,7$$

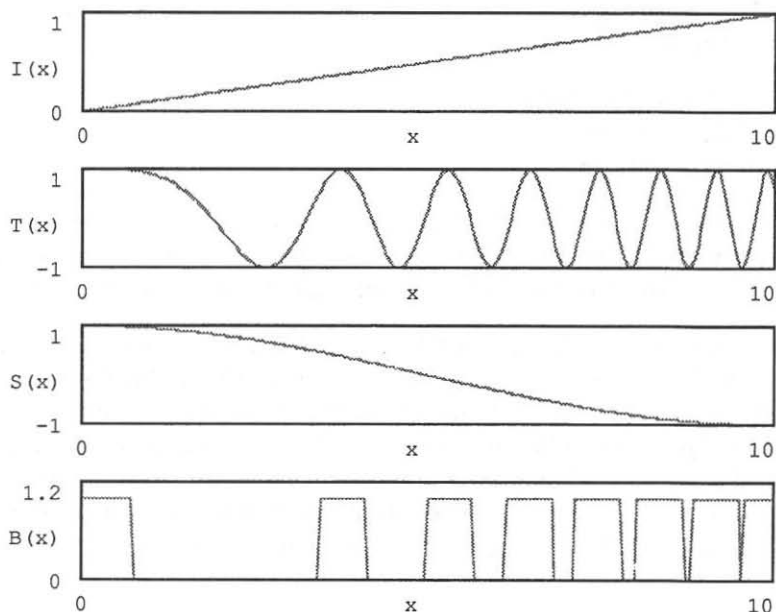
$$I_0 = 1 = I_{\max}$$

$$I(x) = 0,1x$$

$$x = 0.. 10$$

Die Modulation des Schwellwertes ist nach ESCHBACH und HAUCK nötig, um Punkte mit gleicher Weite zu erhalten. Diese Beschreibung läßt sich auf den

zweidimensionalen Fall nicht in dieser Form übertragen. Die Erweiterung in die zweite Dimension führt auf Druckfunktionen, die nicht einer Verteilung von gleichgroßen Druckpunkten entsprechen.



*Bild 5: Prinzipdarstellung der Puls-Dichte-Modulation*

Zur Umgehung der sich dabei ergebenden Schwierigkeiten werden zwei Möglichkeiten durch die Autoren ESCHBACH und HAUCK erprobt. Eine Möglichkeit zur Punktanordnung beruht auf einem mechanischen Ersatzmodell /13/, eine zweite auf einer geschickten Integration über die Vorlagenfläche /13a/.

Das mechanische Modell sieht zunächst eine Punktverteilung vor, die z.B. willkürlich in bezug auf die Orte der Punkte, nicht aber in bezug auf die Anzahl ist, so daß die integrale Dichte über das gesamte Bild stimmt. Die Punkte werden nun als Verknüpfungspunkte von Federn betrachtet, die mit einer Anzahl von Nachbarpunkten verbunden sind. Wieviele und welche Punkte hier Berücksichtigung finden, stellt einen Freiheitsgrad des Verfahrens dar. Die Kraft, mit der eine Feder an ihren Verknüpfungspunkten zieht, ist eine Funktion der Differenz zwischen den zwei Dichtewerten am Ort der Verknüpfungspunkte. Gibt man dieses Federmodell nun zum Kräfteausgleich

und damit zur Bewegung frei, so wird sich ein Gleichgewichtszustand einstellen, der eine bessere Punktanordnung liefert. Diese zeichnet aus, daß sich die Verknüpfungspunkte der Federn an neuen Bildorten befinden, folglich wegen der anderen Grauwerte an diesen Bildorten auch die Kräfte in den Federn verändert sind, und die Schritte,

- Verbinden mit Nachbarfedern
- Kräfte in den Federn berechnen
- neue Gleichgewichtslage ermitteln

zu wiederholen sind. Die Berechnung der Punktverteilung ist somit ein aufwendiger iterativer Prozeß mit einem der Erwartung, welche sich mit dem Begriff der Frequenzmodulation verbindet, sehr nahekommenen Ergebnis.

Das zweite Modell sieht vor, beginnend in einer Bildecke, solange in beide Bildrichtungen gleichmäßig über die Bildwerte zu integrieren, bis die Bedingung für das Setzen eines Druckpunktes innerhalb des durch die Integrationsgrenzen aufgespannten Quadrates erfüllt ist. Anschließend wird an einem Bildrand entlang, beginnend an der Grenze des zuletzt aufgespannten Quadrates, erneut über eine sich vergrößernde quadratische Fläche integriert, bis auch hier die Bedingung für das Setzen eines Druckpunktes erfüllt ist, usf..

Dabei entstehen abhängig von den Bildwerten unterschiedlich große quadratische Integrationsflächen. Es tritt die Schwierigkeit auf, eine Fläche mit unterschiedlich großen, quadratischen Flächen vollständig zu bedecken, deren Größe durch den Startort und die Abbruchbedingung der Integration (also Bildinhalt und Druckpunktgröße) vorgegeben ist. Das ist nur für bestimmte ideale und zugleich nicht praxisrelevante Bilder möglich, also für reale Bilder in aller Regel unmöglich. Die zwischen den Quadraten verbleibenden Restflächen müssen also im Laufe der Bildbearbeitung in die Integration über an sie grenzende gerade entstehende Quadrate einbezogen werden. Das, in Verbindung mit der in einer bestimmten Reihenfolge geschehenden Abarbeitung des Bildes, führt nicht zu strukturfreien Anordnungen der Druckpunkte. Es bilden sich teils hexagonale teils orthogonale Muster sowie in Übergangsbereichen zwischen diesen Formen rosettenhafte Muster, welche vergleichbar mit der Anordnung von Pflastersteinen sind (siehe Bild 49/50, Seite 109/110).

### 2.1.4 Error-Diffusion

$B_{i,j}$  wird mit einem im allgemeinen konstanten Schwellwert verglichen. Ist  $B_{i,j}$  größer als der Schwellwert, wird  $P_{i,j}$  als zu druckender Punkt markiert. Dabei entsteht ein Fehler in all den Fällen, in denen  $B_{i,j}$  nicht  $B_{\min}$  oder  $B_{\max}$  entspricht. In den Fällen, in denen gilt, daß  $B_{i,j} = B_{\min}$  oder  $B_{i,j} = B_{\max}$  ist, ist  $P_{i,j} = 0$  oder  $P_{i,j} = 1$  ja mit der Vorlage identisch. In allen anderen Fällen bedeutet das Setzen oder Nichtsetzen eines Druckpunktes einen entstandenen Fehler, der zu korrigieren ist. Die Korrektur erfolgt dadurch, daß das Zuviel oder Zuwenig an Flächendeckung bzw. Farbe in geeigneter Weise von den noch nicht betrachteten/bearbeiteten  $B_{i,j}$  in der Nähe des Wertes, wo der Fehler entstand, subtrahiert oder addiert wird, bevor diese bearbeitet/betrachtet werden.

Wird ein Bild  $B_{i,j}$  zeilenweise abgearbeitet und jede Zeile wieder Bildpunkt für Bildpunkt, so kann man den Fehler  $F$ , der bei der Bearbeitung von Punkt  $B_{i=k,j=1}$  entsteht, mit festen Anteilen  $a_1, a_2, a_3, a_4$  auf die vier benachbarten Bildpunkte  $B_{k+1,l}, B_{k+1,l+1}, B_{k,l+1}$  und  $B_{k-1,l+1}$  verteilen. Für die Werte dieser geänderten Bildpunkte  $B_{i,j}^+$  gilt also:

$$B_{k+1,l}^+ = B_{k+1,l} - a_1 F \quad (4)$$

$$B_{k+1,l+1}^+ = B_{k+1,l+1} - a_2 F \quad (5)$$

$$B_{k,l+1}^+ = B_{k,l+1} - a_3 F \quad (6)$$

$$B_{k-1,l+1}^+ = B_{k-1,l+1} - a_4 F \quad (7)$$

Für den Fehler  $F$  gilt:

$$F = B_{\max} - B_{k,l} \quad \text{wenn ein Punkt gesetzt wurde,} \quad (8)$$

$$F = -B_{k,l} \quad \text{wenn kein Punkt gesetzt wurde.} \quad (9)$$

Der Fehler wandert (diffundiert) auf diese Art durch das Bild bzw. zu den noch nicht bearbeiteten Nachbarpunkten, woraus sich die Bezeichnung des Verfahrens ergibt. Die in dem Beispiel vorgenommene Verteilung auf die vier nächsten noch nicht bearbeiteten Nachbarpunkte ist nur eine Möglich-

keit. Sie ist, auch mit (empirisch) gut gewählten Gewichten  $a_1, a_2, a_3$  und  $a_4$ , bei verschiedenen Flächendeckungsgraden im Ergebnis strukturbehaftet.

Als Alternative wird einmal bei diesem Verfahren die Verteilung auf noch mehr Nachbarpunkte mit entfernungsabhängigen Gewichten  $a_i$  erwähnt /22/, die zu einer gleichmäßigeren Punktverteilung/Punktanordnung führt. Eine andere Alternative stellt die vorausschauende Einbeziehung der noch zu bearbeitenden Nachbarpunkte dar /33/, welche mit entfernungsabhängigen Gewichten in die Entscheidung über das Setzen eines Punktes eingehen.

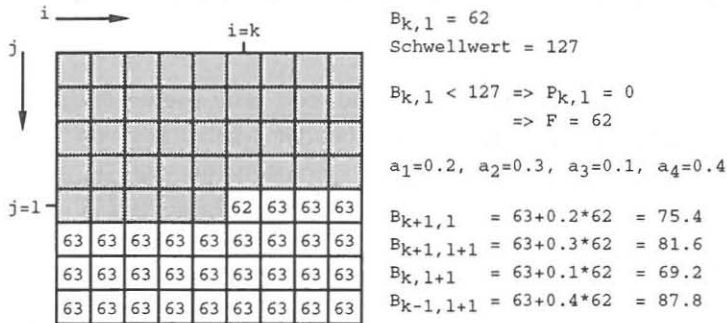


Bild 6: Prinzipdarstellung der Errordiffusion

### 2.1.5 Frequenzmodulation

Der Begriff Frequenzmodulation wurde von Fischer für sein Verfahren geprägt. Bei diesem Verfahren werden die  $B_{i,j}$  zunächst zu kleineren Teilbildern zusammengefaßt. In diesen Teilbildern werden als erstes Details, das sind zusammenhängende Gebiete mit gleichem oder etwa gleichem Bildwert, gesucht. Innerhalb dieser Details werden nun die Druckpunkte mit einer Anzahl, die dem durchschnittlichen Bildwert im Detail und auch der Detailgröße entspricht, gleichmäßig verteilt. Der durch das Punktsetzen erzeugte lokale Fehler wird also innerhalb des Details so gut es geht kompensiert. Die aus den einzelnen Details verbleibenden Restfehler werden dann summiert

und noch einmal innerhalb des Teilbildes so korrigiert, daß bezogen auf das Teilbild der Gesamtfehler minimal wird.

Die Verteilung/Anordnung der Druckpunkte innerhalb des Details wird nicht notwendig vollständig programmgesteuert bestimmt. Da die Anzahl möglicher Dichte- oder Flächendeckungswerte aus dem Abtastvorgang begrenzt ist oder durch Variationen des FM-Rasterverfahrens weiter eingeschränkt werden kann, besteht ohne allzu großen Speicherbedarf die Möglichkeit, die Anordnung der Druckpunkte in Dateien zu speichern. Stellt man sich diese Druckpunktverteilungen als zweidimensionales Feld bzw. Matrix vor, so wird nun zufällig ein Startpunkt innerhalb dieser Matrix bestimmt. Ausgehend von diesem Startpunkt und einem Bezugspunkt des Teilbildes wird die Druckpunktverteilung mit dem Teilbild zur Deckung gebracht und die über dem zugehörigen Detail liegenden Teile der Druckpunktverteilung werden an die passenden Positionen der Druckpunktmatrix kopiert.

Die Erzeugung der Dateien mit den Druckpunktverteilungen kann programmgesteuert erfolgen. Die Dateien können aber auch mit einem Texteditor von Hand erstellt oder - wenn sie bereits programmgesteuert erzeugt wurden - verändert werden. Für die programmgesteuerte Erzeugung wird ein Verfahren vorgeschlagen, bei dem zunächst Teilflächen mit der Eigenschaft erzeugt werden, möglichst quadratisch zu sein und so viele Elemente zu enthalten, daß durch Setzen oder Freilassen eines Druckpunktes eine geforderte Flächendeckung erzeugt werden kann. Innerhalb dieser Teilfläche wird zufällig der zu setzende oder freizulassende Druckpunkt plaziert. Damit wird erreicht, daß die Druckpunkte einerseits möglichst dispers verteilt sind, andererseits die Verteilung genügend zufällig ist, um Überlagerungsstrukturen zu vermeiden.



## 2.2 Unterscheidung nach übergeordneten Merkmalen

### 2.2.1 Die zu beschreibenden Verfahren

Von den beschriebenen Verfahren zeichnen sich Kornraster, Dithering, Errordiffusion und Frequenzmodulation dadurch aus, daß bei ihnen Bildpunkt und Druckpunkt bezüglich ihrer relativen Plazierung in Bild und Reproduktion identisch sind. Wenn durch das Verfahren in einer bestimmten Spalte und Zeile der Bildmatrix entschieden wird, einen Punkt zu setzen, wird in der gleichen Spalte und Zeile der Druckpunktmatrix das Matrixelement als zu setzender Punkt markiert.

Das Verfahren der Puls-Dichte-Modulation nimmt im Gegensatz dazu keine Rücksicht darauf, daß das abgetastete Bild mit seinen Werten nur punktweise vorliegt. Zwar können beim mechanischen Ersatzmodell des elastischen Federnetzes im ersten Schritt der iterativen Ortsbestimmung sowohl die zunächst willkürlichen Orte für die anfängliche Druckpunktverteilung als auch die Verbindungsstellen zwischen den Federn noch an zu den Abtastorten korrespondierende Orte gelegt werden. Spätestens nach dem ersten Iterationsschritt werden die Verbindungsstellen aber nur noch zufällig in der Mitte der Abtastorte liegen. Die Dichtewerte für die erneute Federkraftbestimmung können durch Interpolation (nächster Nachbar, linear, quadratisch, etc.) gewonnen werden, jedoch wird im Ergebnis eine Ortsverteilung der Druckpunkte vorliegen, die an den Forderungen vieler Ausgabegeräte (Filmbelichter, Laser-/Matrixdrucker) vorbeigeht. Diese bauen das Bild aus kleinen Bildpunkten auf, die in ihrem Abstand nur diskret stufbar sind.

Wären die Ausgabegeräte imstande, die Punktabstände stetig zu variieren, ginge ein wesentlicher Vorteil der frequenzmodulierten Druckverfahren durch Anwendung der PDM verloren. Bei einer bestimmten Vorlagendichte käme es genau wie bei den herkömmlichen amplitudenmodulierten Verfahren (AM im Gegensatz zu FM) wieder zum Punktschluß, der gerade vermieden werden soll.

Die Betrachtung gemeinsamer Merkmale soll daher beschränkt bleiben auf Verfahren, welche von einem festen Verhältnis zwischen Bildpunktmatrix und Druckpunktmatrix ausgehen, und zwar besonders solche, bei denen pro Bildpunkt ein Druckpunkt gesetzt wird. Die letzte Einschränkung läßt sich damit rechtfertigen, daß andere Verhältnisse zwischen Druckpunkten und Bildpunkten dadurch erreicht werden können, daß vor der eigentlichen Ra-

sterung die Bilddaten manipuliert werden. Sollen z.B. vier Druckpunkte pro Bildpunkt gesetzt werden, so kann vor der Rasterung einfach aus dem alten Bild ein neues doppelt so breites und hohes Bild durch Multiplikation erzeugt werden (bildlich beschrieben: in der Zeile wird jeder Bildpunkt zweimal nebeneinander geschrieben und anschließend die Zeile noch einmal unter sich selbst).

## 2.2.2 Merkmale zur Verfahrensordnung

### 2.2.2.1 Reihenfolge/Ordnung der Bildbearbeitung

Bei der Anwendung des Kornrasters wie auch des Dithering ist die Reihenfolge, in der die Bildpunkte bearbeitet werden, in bezug auf das Ergebnis bedeutungslos.

Bei der Errordiffusion erfolgt die Abarbeitung sequentiell zeilenweise bzw. spaltenweise.

Bei der der Frequenzmodulation erfolgt die Abarbeitung des Bildes in Teilbildern, deren Reihenfolge sequentiell ist. Innerhalb des Teilbildes erfolgt die Abarbeitung detailweise, und ist damit eine Funktion des Bildes.

Man kann in der Ordnung der Bildbearbeitung zwischen Hierarchie, Reihenfolge und Richtung in der Hierarchie unterscheiden. Die Hierarchie gibt an, ob das Bild in

- Bildpunkten,
- Bildzonen oder
- Details

abgearbeitet wird. Die Reihenfolge gibt an, ob das Vorgehen bei der Abarbeitung

- sequentiell,
- zufällig/stochastisch oder
- gesteuert

erfolgt. Die Richtung in der Hierarchie gibt an, ob die Bearbeitung in der Hierarchie z.B. von oben nach unten, d.h. von großen zu kleinen Bildzonen erfolgt, oder ob auf einen Bearbeitungsschritt in einer niederen Hierarchie-

stufe noch einmal ein Bearbeitungsschritt in einer höheren Stufe folgt. Mit Hilfe von Hierarchie und Reihenfolge sowie Richtung in der Hierarchie lassen sich nun beliebige Verfahren bilden und die o.a. Verfahren beschreiben.

Bei Anwendung der Errordiffusion wird das Bild bildpunktweise sequentiell abgearbeitet.

Erfolgt die Rasterung mit stochastischen Schwellwerten, so wird das Bild bildpunktweise abgearbeitet. Die Abarbeitung kann in beliebiger Reihenfolge stattfinden, wird aber i.d.R. sequentiell sein. Gleiches gilt für das Dithering.

Bei der Frequenzmodulation erfolgt zunächst eine Einteilung in Bildzonen. Innerhalb dieser Bildzonen werden fehlergesteuert Details bestimmt. Die Details können zum Erzielen einer gleichmäßigen Punktverteilung wiederum in Bildzonen unterteilt werden, wenn nicht fertige Bildpunktcluster in die Details kopiert werden. Der in den Details nicht korrigierbare Fehler wird innerhalb der Bildzone nochmals korrigiert. Die Reihenfolge der Abarbeitung der Bildzonen erfolgt sequentiell. Die Reihenfolge der Abarbeitung der Details ist beliebig. Die Bildzonen in den Details werden sequentiell abgearbeitet. Nach dem Wechsel in der Richtung der Hierarchie wird in den Details übergeordneten Bildzonen eine Minimierung des Restfehlers vorgenommen.

### 2.2.2.2 Sicherstellung der Grauwertreproduktion

Der für die Bearbeitung jedes Bildpunktes neu zu bildende zufällige Schwellwert des Kornrasters sichert über eine genügend große Bildzone den integral richtigen Grauwert. Wäre der Schwellwert z.B. fix, so wäre das erzeugte Druckbild in allen Bereichen mit über dem Schwellwert liegender Dichte schwarz, ansonsten weiß.

Die Schwellwertmatrix beim Dithering sichert die Erzeugung von Grautönen über Schwellwerte unterschiedlicher Größe, genau wie das Kornraster. Die Anzahl der reproduzierbaren Grauwerte hängt von den Bilddaten und der Größe der Schwellwertmatrix ab. Entspricht die Anzahl der Matrixelemente der Anzahl möglicher Bildwerte und kommt jeder mögliche Bildwert in der Schwellwertmatrix genau einmal vor, so kann innerhalb der Matrixfläche integral der richtige Bildwert reproduziert werden.

Bei der Errordiffusion ist der Schwellwert konstant. Durch die Betrachtung des Fehlers, der beim Setzen/Nichtsetzen eines Punktes entsteht und den benachbarten noch unbearbeiteten Bildpunkten zugeschlagen wird, ist die korrekte Bildwertreproduktion in einem kleinen Bildbereich sichergestellt.

Das Verfahren der Frequenzmodulation stellt die Grauwertreproduktion durch die Suche nach Bilddetails mit gleichem Bildwert sicher. Innerhalb dieser Details wird dann die dem Detailwert entsprechende Anzahl von Druckpunkten verteilt. Ein dabei entstehender Fehler wird auf die Nachbar-details in der Bildzone so verteilt, daß der Gesamtfehler innerhalb der Bildzone minimal wird.

Auf die Grauerzeugung kann folglich durch

- Schwellwertverteilung und
- lokale Fehlerverteilung

Einfluß genommen werden. Diese beiden Punkte lassen sich wie folgt weiter untergliedern:

Grauwertreproduktion über Verteilung und Anordnung der Schwellwerte:

- Verteilung
  - gleichverteilt (stochastische Rasterung)
  - gestuft (u.U. bei Dithering)
  - gesteuerte Verteilung (Dithering/Übergangswahrscheinlichkeiten)
  - alle/bestimmte Werte kommen vor
  - konstanter Wert (Errordiffusion)
- Anordnung
  - zufällig (stochastische Rasterung)
  - in einem Muster/Raster geordnet (Dithering)
  - ohne (Errordiffusion)
  - gesteuert zufällig (Übergangswahrscheinlichkeiten)

Grauwertreproduktion über lokale Fehlerbehandlung:

- Berücksichtigung des entstehenden oder entstandenen Fehlers im Bereich der Nachbarpunkte

- zonen-/detailweises Berechnen der Anzahl zu setzender Punkte und anschließende Verteilung in Bildzone oder Detail
- Mischformen (Restfehler bei kleinen Bildzonen/Details in Nachbarzonen/-details berücksichtigen)

### **2.2.2.3 Entscheidung, wo ein Punkt gesetzt wird**

Bei Kornraster, Dithering und Errordiffusion ergibt sich der Mechanismus aus der Grauwertreproduktion. Ein Schwellwert entscheidet in Verbindung mit dem Bildwert an einem Ort darüber, ob ein Punkt zu setzen ist oder nicht. Grauwertreproduktion und Anordnung der Druckpunkte stehen in einem Zusammenhang. Die Frequenzmodulation unterscheidet sich hier von den drei oben angeführten Verfahren, da bei ihr die Funktionen Grauwertzeugung und Druckpunktanordnung von vorneherein getrennt sind.

Aus den verschiedenen betrachteten Verfahren ergeben sich folgende Möglichkeiten:

- Schwellwertbetrachtung
- zentrale Anordnung in Bildzone/Detail
- verteilte Anordnung in Bildzone/Detail
- Anordnung im Grauwertschwerpunkt einer Bildzone
- beliebige Punktmuster in Bildzonen/Details ablegen

### 3 Informationstheorie und frequenzmodulierte Rasterverfahren

#### 3.1 Bewertung der frequenzmodulierten Rasterverfahren mit den Mitteln der Informationstheorie

Nach WOLF /41/ ist der gesamte Ablauf, der von einer Druckvorlage zu einer Reproduktion führt, als Prozeß der Informationsübertragung beschreibbar. Der Informationskanal von der Vorlage läßt sich dabei in einzelne kleinste Kanalelemente einteilen, die jedes für sich bezüglich ihrer Übertragungsleistung bewertet werden können. Aus der Leistung der Einzelemente ist die Übertragungsleistung des gesamten Prozesses bestimmbar. Zur Bestimmung der Informationsübertragungsleistung nach WOLF sind folgende Beziehungen hilfreich:

$x_i$ : bestimmte Ereignisart vor dem Informationskanal.

N: Anzahl verschiedener Ereignisarten vor dem Informationskanal.

i: Zählindeks für die Ereignisarten;  $i = 1, 2, \dots, N$

$y_j$ : bestimmte Ereignisart nach dem Informationskanal.

M: Anzahl unterschiedlicher Ereignisarten nach dem Informationskanal.

j: Zählindeks für die Ereignisarten;  $j = 1, 2, \dots, M$

$k^{x_i}$ : Häufigkeit, mit der  $x_i$  in der Vorlage auftritt.

$K^X$ : Anzahl von Ereignissen in der Vorlage.

$p(x_i)$ : Wahrscheinlichkeit des Auftretens von  $x_i$ .

$$p(x_i) = \frac{k^{x_i}}{K^X} \quad (10a)$$

$p(y_j)$ : Wahrscheinlichkeit des Auftretens von  $y_j$ ; wird analog zu  $p(x_i)$  bestimmt.

$k^{x_i y_j}$ : Anzahl von in Vorlage und Reproduktion geometrisch zugeordneten Orten, in denen ein Ereignis der Art  $x_i$  und  $y_j$  auftritt.

$px_i(y_j)$ : Auf die Anzahl der in der Vorlage auftretenden Ereignisarten  $x_i$  bezogene Häufigkeit, mit der an in Eingang und Ausgang des Kanalelementes einander zugeordneten Orten ein Ereignis der Art  $x_i$  und  $y_j$  zugleich auftritt. Diese wird auch als Übergangshäufigkeit bzw. Übergangswahrscheinlichkeit bezeichnet und berechnet sich wie folgt:

$$px_i(y_j) = \frac{k^{x_i} y_j}{k^{x_i}} \quad (10b)$$

$p(x_i; y_j)$ : Die Verbundhäufigkeit bzw. Verbundwahrscheinlichkeit. Sie berechnet sich zu:

$$p(x_i; y_j) = px_i(y_j) p(x_i) = \frac{k^{x_i} y_j}{k^{x_i}} \frac{k^{x_i}}{K^x} \quad (10c)$$

Aus diesen Angaben ist es möglich, den Informations- bzw. Entscheidungsgehalt von Vorlage und Reproduktion zu bestimmen:

$$H(x) = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \text{ld}(p(x_i)) \quad [\text{bit/Bildelement}] \quad (10)$$

$$H(y) = - \sum_{j=1}^M p(y_j) \text{ld}(p(y_j)) \quad [\text{bit/Bildelement}] \quad (11)$$

Die in diesen Formeln auftretende Funktion  $\text{ld}$  steht für den Logarithmus Dualis (Logarithmus zur Basis 2).

Das genügt nicht, um zu bestimmen, welche Information tatsächlich das Kanalelement passiert hat. Zum Verständnis der prinzipiellen Vorgänge ist das BERGER'sche Diagramm (Bild 7) hilfreich.

Entsprechend dem Diagramm wird die Transinformation  $R(x)$  nicht nur von  $H(x)$  und  $H(y)$  bestimmt. Im Kanalelement geht ein Teil der Eingangsinformation als sogenannte Äquivokation verloren und die Ausgangsinformation wird nicht nur durch die Eingangsinformation bestimmt, sondern enthält zusätzlich die hinzukommende Irrelevanz.

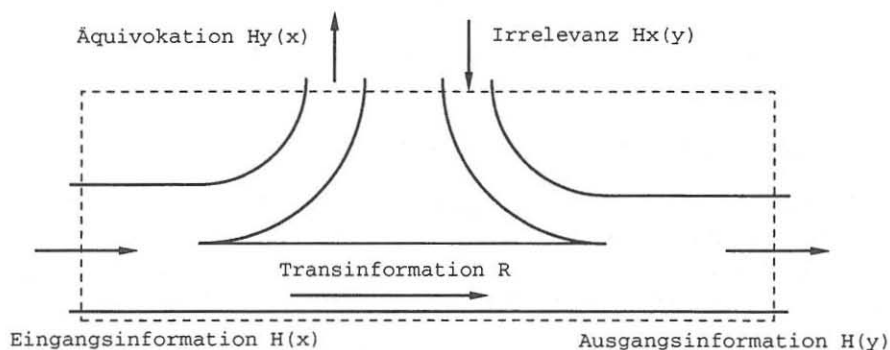
Berger'sches Diagramm

Bild 7: BERGER'sches Diagramm

Die Transinformation  $R(x)$  läßt sich mit Hilfe von Äquivokation und Irrelevanz entsprechend dem Diagramm angeben:

$$R(x) = H(x) - H_y(x) \quad (12)$$

$$R(x) = H(y) - H_x(y) \quad (13)$$

Es läßt sich zeigen, daß

$$R(x) = - \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N p(x_i; y_j) \text{ld} \frac{p(x_i)p(y_j)}{p(x_i; y_j)} \quad (14)$$

Mit

$$p(x_i; y_j) = p(x_i)p_{x_i}(y_j) \quad (15)$$

kann man auch schreiben

$$R(x) = - \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N p(x_i)p_{x_i}(y_j) \text{ld} \frac{p(y_j)}{p_{x_i}(y_j)} \quad (16)$$

Im folgenden Beispiel soll der Zusammenhang noch einmal kurz dargestellt werden:



Vorlage			Reproduktion		
a	b	c	a	b	b
a	a	b	a	a	b
c	b	c	a	d	c

Bild 8: Ein-/Ausgangsgrößen des Kanalelementes

In der Vorlage treten die drei Ereignisarten bzw. -ausprägungen, nämlich a, b, c, auf. Die Anzahl N ist also drei und der Zählindex i läuft von 1 bis N. In der Reproduktion existieren 4 Sorten von Ereignissen, nämlich a, b, c und d. Die Anzahl M ist also 4 und der Zählindex j läuft von 1 bis M.

In Tabelle 2 sind die Größen i, j,  $x_i$ ,  $y_j$ ,  $p(x_i)$ ,  $p(y_j)$  und die  $px_i(y_j)$  angegeben.

Tabelle 2: Wahrscheinlichkeit des Überganges von  $x_i$  in  $y_j$

			i:	1	2	3
			$x_i$ :	a	b	c
			$p(x_i)$ :	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
j:	$y_j$ :	$p(y_j)$ :				
1	a	$\frac{4}{9}$		1	0	$\frac{1}{3}$
2	b	$\frac{3}{9}$		0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
3	c	$\frac{1}{9}$		0	0	$\frac{1}{3}$
4	d	$\frac{1}{9}$		0	$\frac{1}{3}$	0

Es berechnen sich mit o.a. Formeln:

$$H(x) = -\left(\frac{1}{3} \text{ld}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} \text{ld}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} \text{ld}\left(\frac{1}{3}\right)\right) = 1,585 \frac{\text{bit}}{\text{Pixel}}$$

$$H(y) = -\left(\frac{4}{9} \text{ld}\left(\frac{4}{9}\right) + \frac{3}{9} \text{ld}\left(\frac{3}{9}\right) + \frac{1}{9} \text{ld}\left(\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{9} \text{ld}\left(\frac{1}{9}\right)\right) = 1,753 \frac{\text{bit}}{\text{Pixel}}$$

$$R(x) = -\left(\frac{1}{3} \cdot 1 \text{ld}\left(\frac{4/9}{1}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \text{ld}\left(\frac{4/9}{1/3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \text{ld}\left(\frac{3/9}{2/3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \text{ld}\left(\frac{3/9}{1/3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \text{ld}\left(\frac{1/9}{1/3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \text{ld}\left(\frac{1/9}{1/3}\right)\right) = 0,919 \frac{\text{bit}}{\text{Pixel}}$$

$$H_y(x) = 1,585 - 0,919 = 0,666 \frac{\text{bit}}{\text{Pixel}}$$

$$H_x(y) = 1,753 - 0,919 = 0,834 \frac{\text{bit}}{\text{Pixel}}$$

Damit sind alle Größen des BERGER'schen Diagrammes bestimmt. Aus den errechneten Daten läßt sich nach WOLF ein informationstheoretischer Gütegrad des Kanalelementes angeben zu:

$$q = \frac{R(x)}{H(x) + H_x(y)} = \frac{R(x)}{H(x) + H(y) - R(x)} \quad (17)$$

Der Zahlenwert für den Gütegrad im Beispiel beträgt  $q = 0,38$ .

### 3.2 Vorgehensweise bei der Berechnung des Gütegrades des Kanalelementes Rasterverfahren

Das Rasterverfahren als Kanalelement soll vorgegebene Flächendeckungsgrade möglichst genau erzeugen. Bei der Überprüfung ist es zweckmäßig, die Fläche, innerhalb der geprüft werden soll, so zu wählen, daß in dieser Fläche sämtliche Dichteabstufungen reproduzierbar sind. Bei einer Stufung der Eingangswerte von  $\frac{1}{256}$  ergibt sich ein Inhalt der Testfläche von 256 Elementen/Druckpunkten. Prüft man in Teilflächen dieser Größe die tatsächliche Flächendeckung, so kann man die Leistung des Kanalelementes Rasterverfahren mit der Verteilung der tatsächlich auftretenden Flächendeckungen beschreiben.

Unter der Voraussetzung einer GAUß'schen Normalverteilung<sup>8</sup> lassen sich alle Wahrscheinlichkeiten als Funktionen von arithmetischem Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$  angeben.  $\mu$  und  $\sigma$  berechnen sich allgemein mit

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (18)$$

<sup>8</sup> In Verbindung mit der Unterscheidung akustischer Signale ist in /2/ ein Zusammenhang zwischen Unterschiedsschwelle und übertragbarer Information bei einem GAUß-gestörten Nachrichtenkanal angegeben.

$$\sigma = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mu - x_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

Diese Beschreibung setzt voraus, daß die Skalierung der Ereignisarten in bezug auf die mit ihnen zu erzeugenden Grauwerte metrisch ist, daß z.B. bei  $x_i = 20$  und  $x_{i+k} = 40$  gilt, daß  $2 x_i = x_{i+k}$ . Wenn die  $x_i$  z.B. Flächendeckungen beschreiben, gilt das mit guter Genauigkeit.

Wertet man nicht alle Elemente der interessierenden Menge aus, sondern nur eine Stichprobe, so ist der Erwartungswert für die Varianz nicht  $\sigma^2$ , sondern mit  $n$  als Stichprobenumfang  $\frac{n}{n-1} \sigma^2$ . Man ersetzt in diesem Fall  $\sigma^2$  durch den Schätzwert für  $\sigma^2$ ,  $s^2$ .

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mu - x_i)^2 \quad (20)$$

Mit Hilfe von  $\sigma$  und  $\mu$  kann bei Annahme einer GAUß'schen Normalverteilung die Verteilung der Ereignisse mit der Dichtefunktion

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (21)$$

beschrieben werden. Diese ist so normiert, daß das Integral über  $\varphi(x)$  in den Grenzen von  $-\infty$  bis  $+\infty$  eins ergibt. Die Eintretenswahrscheinlichkeit für ein Ereignis in den Grenzen von  $x_a$  bis  $x_b$  berechnet man mit

$$p(x_a, x_b) = \int_{x_a}^{x_b} \varphi(x) dx \quad (22)$$

Mit diesen Beziehungen kann man die Wahrscheinlichkeiten beim Kanalelement Rasterverfahren berechnen.

Die Eingangsinformation des Kanalelementes Rasterverfahren kann bereits dadurch gekennzeichnet sein, daß eine eindeutige Zuordnung von digitalisierten Bilddaten und Helligkeitswerten in der Vorlage nicht mehr gegeben

ist. Durch die zur Digitalisierung der kontinuierlichen Helligkeitswerte der Vorlage notwendige Quantisierung kommt es zu einer Informationseinschränkung und zu Diskretisierungsfehlern. Im Idealfall wird aus den Bildhelligkeiten, die zwischen den Werten  $h_0$  und  $h_1$  liegen, der digitale Wert  $x_1$ , aus den Helligkeiten zwischen  $h_1$  und  $h_2$  der digitale Wert  $x_2$  und schließlich aus den Helligkeiten zwischen  $h_{n-1}$  und  $h_n$  der digitale Wert  $x_n$ . In der Realität wird man damit rechnen müssen, daß diese ideale Zuordnung eines Helligkeitsbereiches zu einem digitalen Wert so eindeutig nicht erfolgt. Die Ursachen dafür können sowohl in der begrenzten Genauigkeit der Abtastapparatur als auch in der Vorlage liegen.

Die Abtastapparatur, im allgemeinen ein Scanner, muß die Vorlagenhelligkeit erfassen, sie in eine Spannung wandeln, diese Spannung u.U. verstärken und schließlich aus dem analogen Spannungssignal einen digitalen Zahlenwert erzeugen, der in der Bildverarbeitungsanlage gespeichert und weiterverarbeitet werden kann. Durch die begrenzte Genauigkeit, mit der die einzelnen Baugruppen arbeiten, ist es z.B. vorstellbar, daß die gleiche Helligkeit, die zwischen  $h_1$  und  $h_{i+1}$  liege, mal in den digitalen Wert  $x_{i-1}$ , mal in  $x_i$  und mal in  $x_{i+1}$  umgesetzt wird.

Die Vorlage kann dadurch zu Abweichungen von der idealen Abtastung beitragen, daß z.B. durch einen grobkörnigen Film die Vorlage im Mikroskopischen keinen kontinuierlichen Helligkeitswert aufweist, sondern ähnlich wie das gerasterte Druckbild aus Teilflächen unterschiedlicher Helligkeit aufgebaut ist. Bei genügend großer Abtastauflösung werden diese Teilflächen zunehmend Auswirkungen dahingehend haben, daß der der integralen Helligkeit zugeordnete digitale Wert immer seltener als Einzelwert auftritt, sondern sich nur noch in etwa als Mittelwert aus mehreren Einzelwerten ergibt.

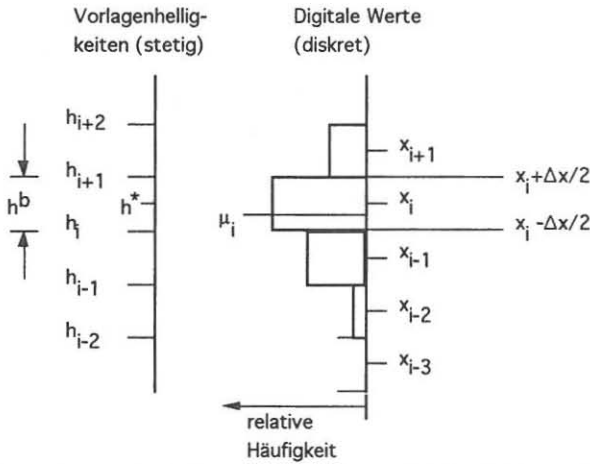
Ebenfalls kann die Vorlage durch das Bildmotiv einen Einfluß haben. Eine in der Vorlage vorhandene schwarz-weiße Kante mit einer scharfen Grenze zwischen hellem und dunklen Bildteil wird durch die Abtastung mit einer Fläche, welche vollständig im schwarzen oder weißen Bildteil liegt,

den dieser Helligkeit zugeordneten digitalen Wert ergeben. Liegt die Abtastfläche über der Bildkante, wird die erfaßte Helligkeit sich aus dem dunklen und dem hellen Bildteil entsprechend der Einzelhelligkeiten und den Flächenanteilen ergeben und dieser wird ein digitaler Wert zugeordnet, der nicht den Helligkeiten der dunklen oder der hellen Fläche entspricht.

Auch bei idealer Vorlage und idealer Abtastung kann die Vorlage dahingehend zu einer nicht eindeutigen Zuordnung von Helligkeit zu digitalisiertem Wert führen, als es etwa denkbar ist, daß die Vorlagenhelligkeit genau dem Wert  $h_i$  entspricht, der die Grenze der Zuordnung von Helligkeiten zwischen  $x_{i-1}$  und  $x_i$  markiert. Durch den Vorgang der Abtastung müßte  $h_i$  nun zufällig mal  $x_{i-1}$ , mal  $x_i$  zugeordnet werden.

Zusammenfassend kann man annehmen, daß das Ergebnis der Abtastung dazu führt, daß einer Helligkeit  $h^*$  zwischen  $h_i$  und  $h_{i+1}$  nicht jedesmal der Wert  $x_i$  zugewiesen wird, sondern sich aus allen Abtastwerten in diesem Helligkeitsintervall eine Verteilung der digitalen Werte ergibt, die durch ihren Mittelwert  $\mu_i$  und ihre Standardabweichung  $\sigma_i$  charakterisierbar ist. Für einen einzelnen Helligkeitswert  $h^*$  bzw. einen Helligkeitsbereich  $h^b$  zeigt das folgende Bild, wie dieser Wert durch eine Verteilung der digitalen Werte im abgetasteten Bild repräsentiert wird.

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines digitalen Ereignisses  $x_i$  wird folglich nicht nur durch den ihm zugeordneten Mittelwert  $\mu_i$  bestimmt, sondern ebenfalls durch die Werte  $\mu_{i\pm 1}$ ,  $\mu_{i\pm 2}$  usw. sowie durch die jeweils den  $\mu_i$  zugeordneten Streuungsmaßzahlen.



*Bild 9a: Nicht eindeutige Wiedergabe eines Helligkeitsbereiches durch unterschiedliche digitale Werte als Ergebnis des Abtastvorganges*

Unterstellt man, daß die einem  $\mu_i$  zugeordnete Verteilung der digitalen Werte einer GAUß'schen Normalverteilung entspricht, so ergibt sich die Wahrscheinlichkeit  $p(x_i)$  für das Auftreten eines bestimmten Ereignisses  $x_i$  aus der Summation über die Beiträge der durch die verschiedenen  $\phi_i$  und  $\sigma_i$  geleisteten Anteile zu diesem bestimmten Ereignis. Die einzelnen Beiträge sind dabei mit der relativen Häufigkeit, mit der die  $\mu_i$  auftreten, zu gewichten. Im Falle, daß alle  $\mu_i$  gleich häufig auftreten, kann die Summe der Einzelbeiträge durch die Anzahl vorkommender Werte dividiert werden. Dieser Fall ist in der folgenden Formulierung des beschriebenen Zusammenhanges in Gleichung 23 unterstellt.

$$p(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} e^{-\frac{(z - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2}} dz . \quad (23)$$

Genauso lassen sich die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisarten  $y_j$  am Ausgang des Kanalelementes Rasterverfahren bestimmen. Die Eingangswerte liegen jetzt im Gegensatz zur abzutastenden Vorlage bereits als diskre-

te Zahlenwerte vor und der Zusammenhang zwischen Eingangswerten und Ausgangswerten des Rasterprozesses läßt sich analog zum Abtastprozeß beschreiben. Der Mittelwert  $\mu_1$  ist der durch den Eingangswert  $x_1$  zustandekommene durchschnittliche Ausgangswert.

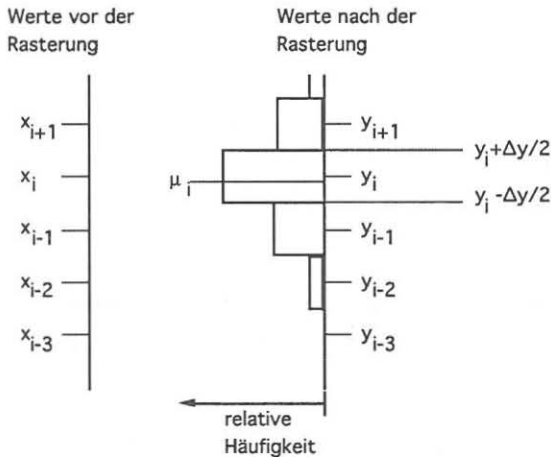


Bild 9b: Nicht eindeutige Wiedergabe eines Eingangswertes durch unterschiedliche Ausgangswerte als Ergebnis des Rasterprozesses

$$p(y_j) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_{y_j - \frac{\Delta y}{2}}^{y_j + \frac{\Delta y}{2}} e^{-\frac{(z - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dz \quad (24)$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein bestimmtes Ereignis  $y$  aus einem bestimmten Ereignis  $x$  hervorgegangen ist, erhält man mit Hilfe des zustandekommenen Mittelwertes und der Standardabweichung des Ereignisses  $x_i$  wie im folgenden angegeben:

$$p_{x_i}(y_j) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_{y_j - \frac{\Delta y}{2}}^{y_j + \frac{\Delta y}{2}} e^{-\frac{(z - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dz \quad (25)$$

Es entfällt im Unterschied zu Gleichung 23 lediglich die Summation, da hier nicht nach der Auswirkung aller Ereignisarten der Vorlage auf eine Ereignisart der Reproduktion gefragt ist, sondern lediglich nach Auswirkung eines bestimmten Ereignisses der Vorlage auf ein bestimmtes Ereignis der Reproduktion. Damit ist bei einer gegebenen Gleichverteilung der Ereignisarten am Eingang des Kanalelementes Rasterverfahren die Transinformation  $R$  beschreibbar als Funktion von  $\sigma$  und  $\mu$  am Ausgang des Kanalelementes.

Die Berechtigung der Annahme einer Normalverteilung für die Verteilung der erzeugten Flächendeckungen ist abhängig vom Rasterverfahren mehr oder weniger gegeben und im Einzelfall zu überprüfen. Ganz unabhängig davon ist aber in jedem Fall der Zusammenhang zwischen dem in der Statistik sehr gängigen und einfach zu berechnenden Maß der Standardabweichung und dem zur Bewertung des Kanalelementes Rasterverfahren verwendeten Gütegrades  $q$  von Bedeutung.

Die Berechnung eines Gütegrades abhängig von Mittelwert und Streuungsmaßzahl ist nur dann möglich, wenn wenigstens zwei Eingangseignisarten vorhanden sind. Existiert nur eine Ereignisart am Eingang des Kanalelementes Rasterverfahren, so ist  $H(x) = 0$ . Damit wird zwangsläufig auch  $R(x) = 0$  und in der Folge  $q(x) = 0$ .  $H(y)$  ist bei einer gegebenen Streuung ungleich Null ebenfalls größer als Null, jedoch ist entsprechend dem BERGER'schen Diagramm  $H(y) = Hx(y)$  und damit komplett irrelevant.

Für die folgende Berechnung des Gütegrades wurden die Annahmen gemacht, daß  $H(x) = 1$  Bit sei und am Eingang des Kanalelementes nur zwei Ereignisarten möglich sind. Damit ergibt sich wegen

$$H(x) = 1 = - \sum_{i=1}^2 p(x_i) \text{ld}(p(x_i)) \quad (26)$$

$$\text{mit } p(x_1) + p(x_2) = 1, \quad (27)$$

$$\text{daß } p(x_1) = p(x_2) = \frac{1}{2} \text{ ist.} \quad (28)$$

Weiterhin soll angenommen werden, daß der Ereignisraum von Vorlage und Reproduktion sehr groß sei und daß die räumliche Aufteilung der Ereignisarten  $x_i$  so sei, daß jede Ereignisart in einem geschlossenen Gebiet mit mög-



lichst kleiner Grenze zum Gebiet der anderen Ereignisart vorkomme. Für einen quadratischen Ereignisraum bedeutet diese Einschränkung, daß die eine Ereignisart in der rechten Hälfte, die andere in der linken Hälfte des Quadrates vorkommt.

Der Grund für diese Bedingungen ist, daß Mittelwert und Streuungsmaßzahl möglichst genau der jeweiligen Ereignisart am Eingang des Kanalelementes zugeordnet werden sollen. Muß das Rasterverfahren den Übergang von einer Ereignisart zur nächsten bewältigen, werden bei zu kleinem Ereignisraum die Ereigniswerte aus diesem Übergangsbereich die den zwei Eingangswerten zuzuordnenden Ereigniswerte verfälschen. Eine Beschränkung der Ereignisarten auf ein Gebiet begrenzt die Ausdehnung des Übergangsbereiches, und ein sehr großer Ereignisraum macht den Einfluß dieser Übergangszone klein.

Es lassen sich jetzt die beiden Mittelwerte und die den Mittelwerten zugeordneten Standardabweichungen variieren. Nimmt man an, daß die Standardabweichungen für nahe beieinanderliegende Mittelwerte gleich sind, so läßt sich mit vorstehend aufgeführten Beziehungen jeweils ein Gütegrad des Übertragungselementes Rasterverfahren berechnen, welcher abhängt vom Abstand zwischen den Mittelwerten der beiden Ausgangsereignisse sowie der Standardabweichung, die die Streuung um die Mittelwerte beschreibt.

Der Eingangsinformation  $H(x) = 1$  Bit läßt sich die Ausgangsinformation  $H(y)$  als Funktion von Mittelwertsabstand und Standardabweichung gegenüberstellen.

Die vier Kurven in Bild 9c wurden mit Standardabweichungen von 1, 2, 3 und 4 errechnet. Erkennbar ist, daß jede Kurve bei einem bestimmten Abstand der beiden Ereignisse voneinander in eine Sättigung geht.  $H(y)$  erreicht also einen nur von der Streuung und der Anzahl und Auftretenswahrscheinlichkeiten der Ereignisarten bestimmten Grenzwert. Da für diese Betrachtung die beiden Größen  $H(x)$  und die Ereigniszahl am Eingang festgehalten sind, hängt der maximal auftretende Wert  $H(y)$  hier nur von  $\sigma$  ab.

Wenn sich der Mittelwertsabstand Null nähert, zeigen alle vier Kurven die Neigung, an unterschiedlichen Stellen die senkrechte Achse zu durchstoßen. In diesem Fall kann man bei o.a. gemachten Angaben über die Ein-

gangsinformation davon ausgehen, daß die Transformation sich Null nähert. Es ist nämlich in diesem Fall stets  $p_{x_1}(y_j) = p(y_j)$ , weil aus

$$p(y_j) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_{y_j - \frac{\Delta y}{2}}^{y_j + \frac{\Delta y}{2}} e^{-\frac{(z-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dz \quad (29)$$

mit  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_{1/2}$  und  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{1/2}$

$$p(y_j) = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_{1/2} \sqrt{2\pi}} \int_{y_{1/2} - \frac{\Delta y}{2}}^{y_{1/2} + \frac{\Delta y}{2}} e^{-\frac{(z-\mu_{1/2})^2}{2\sigma_{1/2}^2}} dz \quad (30)$$

wird, was identisch mit  $p_{x_1}(y_j)$  in Gleichung (25) ist.

Ausgangsinformation  $H(y)$  bei Frequenzmodulierten Druckverfahren als Funktion von Mittelwertsabstand und Standardabweichung

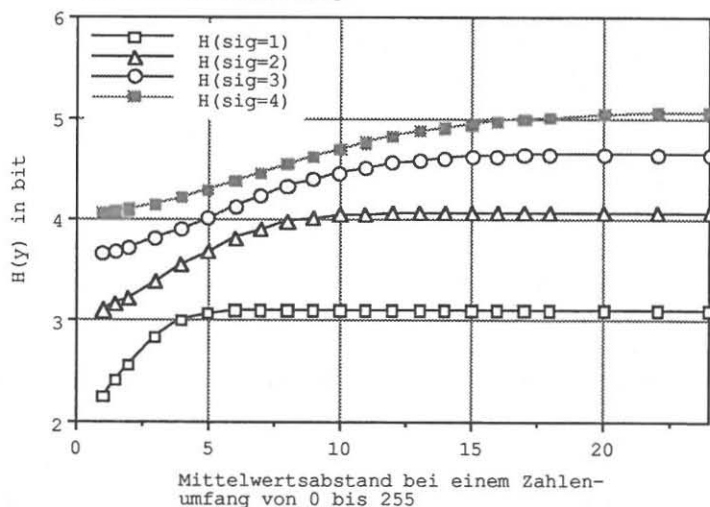
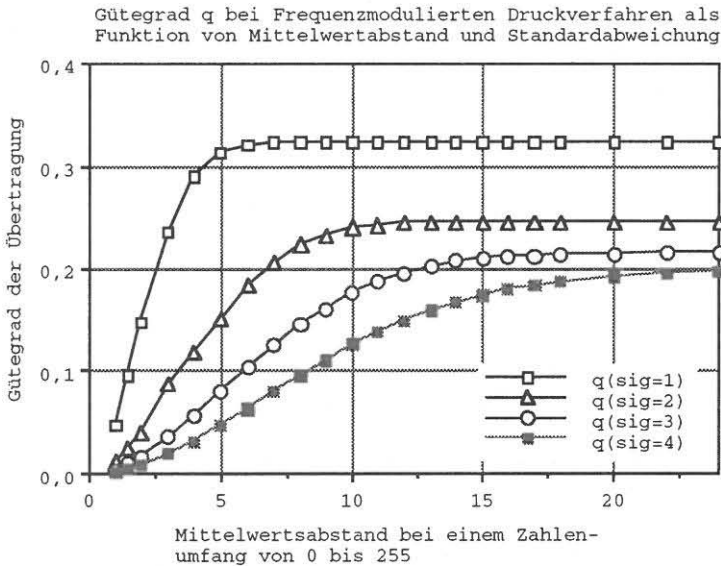


Bild 9c:  $H(y)$  als Funktion von  $\sigma$  ( $\text{sig}=1, \dots, 4$ ) und  $\Delta\mu$  bei gegebener Eingangsinformation  $H(x) = 1$  bit und nur 2 Ereignisarten am Eingang des Kanalelementes

Damit wird das Argument im Logarithmus dualis von Gleichung (14) zu 1. Folglich besteht die Ausgangsinformation für einen Mittelwertsabstand von Null ausschließlich aus Irrelevanz, und das Maß dieser Irrelevanz entspricht dem Schnittpunkt der Kurven mit der senkrechten Achse.

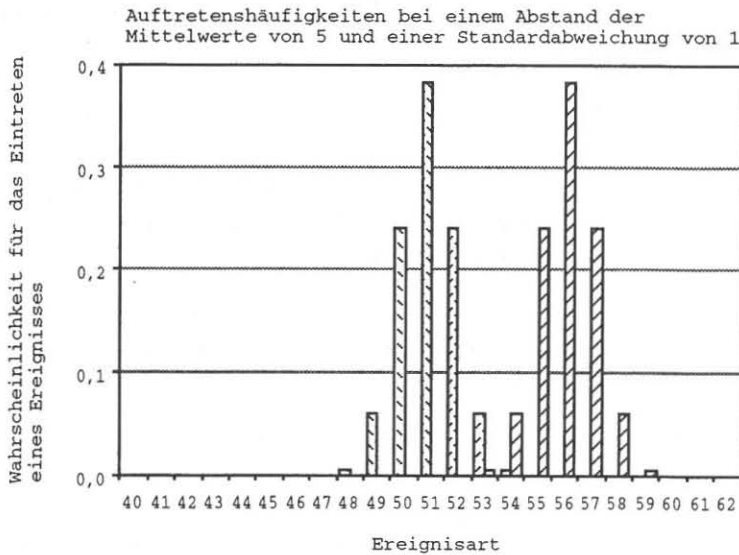
Der Gütegrad der Übertragung für diese vier Fälle ist im Diagramm Bild 10 aufgetragen. Ebenso wie die Ausgangsinformation  $H(y)$  nähert sich auch der Gütegrad  $q$  einem maximalen Wert. Der Gütegrad wird dann maximal, wenn die beiden Dichteverteilungen  $\phi_1(x)$  und  $\phi_2(x)$  mit ihren Maxima (also den Mittelwerten) soweit voneinander entfernt sind, daß zwischen ihnen in der Mitte praktisch der Wert Null erreicht wird.



**Bild 10:** Gütegrad als Funktion von  $\Delta\mu$  und  $\sigma$  ( $\sigma=1,\dots,4$ ) bei gegebener Eingangsinformation  $H(x) = 1$  bit und nur 2 Ereignisarten am Eingang des Kanalelementes

Theoretisch ist das allerdings nie der Fall, jedoch wird ab einem bestimmten durch  $\sigma$  bestimmten Abstand der Betrag von  $\phi(x)$  im Vergleich zum Maximum bei  $\mu$  so klein, daß das Auftreten von Ereignissen in den Bereichen  $x < x_1$  und  $x > x_r$  mit  $x_1 < \mu$  und  $x_r > \mu$  sehr klein wird. In dem oben aufgeführten Bild wird das dadurch dokumentiert, daß ab einem bestimm-

ten Gütegrad  $q_{\max}$  die Kurve zur waagerechten Achse parallel verläuft. Ein Beispiel für die Auftretenshäufigkeiten der einzelnen Ereignissen bei einer Normalverteilung der beiden Ereignisse mit einem Abstand der Mittelwerte von 5 und einer Standardabweichung von 1 zeigt das folgende Bild 11.



*Bild 11: Zuordnung eines Ereignisses  $y_j$  zu einem  $x_i$*

Man erkennt, daß die Ereignisarten 53 und 54 nur mit einer entsprechenden Unsicherheit behaftet einem Mittelwert zugeordnet werden können. Das Ereignis 52 dagegen ist mit hoher Sicherheit dem Mittelwert 51 zuzuordnen.

Das Kanalelement Rasterverfahren läßt sich also unter gewissen Einschränkungen, die die Eingangsinformation betreffen, bei gegebenem Mittelwerts- und Streuungsmaß durch einen informationstheoretischen Gütegrad  $q$  bewerten. Zum einen erhält man als Maß einen theoretisch maximal erreichbaren Gütegrad, der ein Maß für die Ungenauigkeit der lokalen Flächendeckungsreproduktion ist. Zum anderen erhält man einen Verlauf des Gütegrades abhängig vom Mittelwertsabstand. Abhängig von der Lage der Mittelwerte im begrenzten Raum der Ereignisarten (z.B. von 0 bis 255 bei 8 bit Datentiefe oder von 0 bis 1 bei Flächendeckungsgraden) ist dieses Maß theo-

retisch, weil an den Rändern zwangsläufig eine GAUß'sche Normalverteilung der Ereigniswerte nicht mehr vorliegen kann.

Der theoretisch maximal erreichbare Gütegrad  $q_{\max}$  ergibt sich bei genügend großem Abstand der Mittelwerte. Trotz der Streuung ist dann jeder Ereigniswert in der Reproduktion eindeutig dem entsprechenden Ereigniswert der Vorlage zuzuordnen. In das BERGER'sche Diagramm eingeordnet bedeutet das:

$$R(x) = 1 \quad \text{und} \quad H_y(x) = 0 .$$

Der Wert  $q_{\max}$  wird deshalb ausschließlich durch die Streuung bestimmt. Bei einem gewählten Abstand der Mittelwerte von 50 wurde folgende in Tabelle 3 beschriebene Abhängigkeit zwischen der Standardabweichung  $\sigma$ , der Ausgangsinformation  $H(y)$  und dem Gütegrad  $q_{\max}$  ermittelt.

Die graphische Darstellung des Gütegrades über der Streuung zeigt Bild 12, in dem man gut sieht, daß bereits geringe Streuwerte zu einem starken Abfall führen.

*Tabelle 3:  $H(y)$  und  $q$  als Funktion von  $\sigma$  bei einem Mittelwertsabstand von 50, einer Eingangsinformation von  $H(x) = 1$  bit und einem Wertebereich von 0 bis 255*

Standardabweichung $\sigma$	Ausgangsinformation [bit] $H(y)$	Gütegrad $q_{\max}$
0,2	1,109	0,902
0,4	1,957	0,511
0,5	2,241	0,446
0,75	2,732	0,366
1,0	3,105	0,322
2,0	4,062	0,246
3,0	4,639	0,216
4,0	5,051	0,198
5,0	5,371	0,186
6,0	5,632	0,178

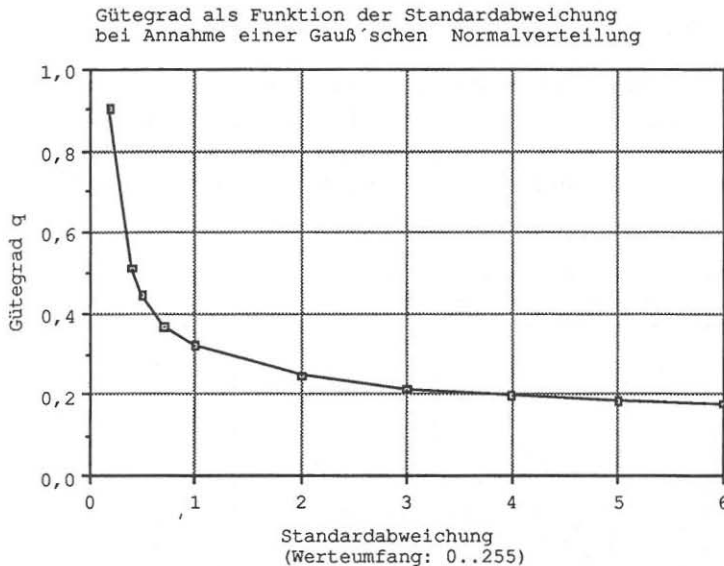


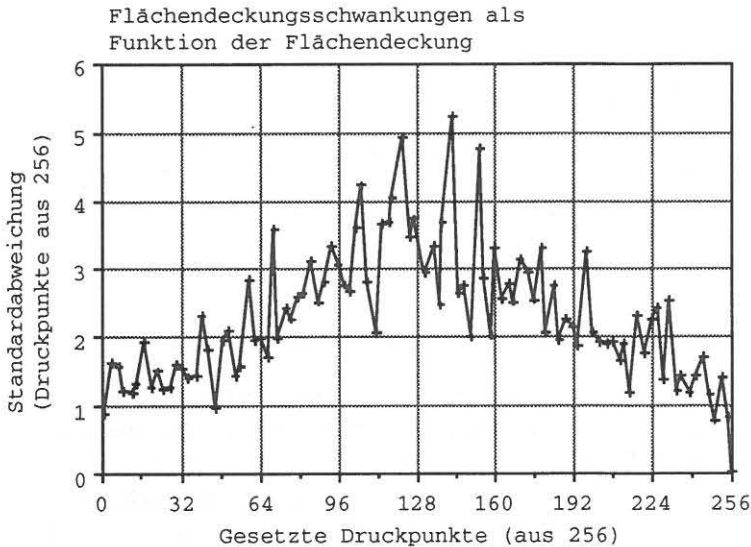
Bild 12: Gütegrad als Funktion der Standardabweichung (Bild zu Tabelle 3)

Von den verschiedenen Rasterverfahren wurde stellvertretend die Errordiffusion mit zufälliger Fehlerverteilung auf ihre Schwankungen der Flächendeckung untersucht. Dazu wurden "Bilder" mit konstanten Tonwerten der Größe 100x100 Bildpunkte gerastert. Beginnend mit einer Flächendeckung von  $\varphi = 0,01$  wurden 99 Bilder mit jeweils  $\Delta\varphi = 0,01$  Zunahme der Flächendeckung gerastert und ausgewertet. Die Auswertung erfolgte so, daß jeweils über eine quadratische Fläche von 16x16 Druckpunkten die Anzahl der innerhalb dieser Fläche gesetzten Punkte ermittelt wurden. Dieses Auswertequadrat wurde dann um einen Bildpunkt Abstand weiter geschoben, die Zählung der gesetzten Punkte wiederholt, usf. bis eine Zeile des Rasterbildes ausgewertet war. Anschließend wurde dieser Vorgang um einen Druckpunkt nach unten verschoben wiederholt, usf. bis das ganze Bild bearbeitet war. Durch diese Art der Zählung wurden die Rasterpunkte zum Teil mehrfach in Meßwerte einbezogen (bis zu 256 mal), es wurden aber auch alle möglichen Auswerteorte erfaßt.

Insgesamt ergaben sich pro Rasterbild 6216 Flächendeckungswerte. Diese Zahl ergab sich wegen des Fortlassens der ersten 10 Rasterpunktzeilen und berechnet sich damit zu  $(100-10-16) \cdot (100-16)$ . Aus diesen wurden arith-

metisches Mittel und Standardabweichung berechnet. Die Maße wurden in gesetzten Punkten berechnet.

Das Verfahren der Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten wurde gewählt, weil es insgesamt wegen seiner sehr gleichmäßigen Punktverteilung eine geringe Standardabweichung zu haben verspricht. Ihren Verlauf über der Anzahl von gesetzten Punkten aus 256 möglichen Punkten zeigt folgendes Bild 13.



**Bild 13:** Schwankungen der Flächendeckung bei Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten

Es ist zu erkennen, daß die Standardabweichung im Mittel beträchtlich ist. Bezogen auf die Änderung des Gütegrades bedeutet das, da die Standardabweichung im Wesentlichen im Bereich zwischen  $\sigma = 1,5$  bis  $\sigma = 6$  liegt, daß der Gütegrad zwischen 0,3 und 0,178 liegt.

### 3.3 Informationstheoretische Bewertung der Gradationsanpassung

#### 3.3.1 Freie Kantenlänge und Lichtfang

Die frequenzmodulierten Rasterverfahren machen eine stärkere Gradationsanpassung notwendig als die konventionellen Verfahren. Unter Gradationsanpassung soll hier verstanden werden, daß das Verfahren der Rasterung in bezug auf die Druckkennlinie so angepaßt werden soll, daß ein gewünschter Tonwertverlauf erzielt wird. Die Druckkennlinie beschreibt den Zusammenhang zwischen der Flächendeckung auf dem Film bzw. der Vorlage für die Plattenkopie und der Flächendeckung in der Reproduktion, also dem Druck. Der gewünschte Tonwertverlauf kann z.B. die mit einem anderen Rasterverfahren erzielte Tonwertabstufung sein, welche durch die Frequenzmodulation ebenfalls erreicht werden soll.

Das Verfahren der Frequenzmodulation macht gegen das Verfahren der Amplitudenmodulation im allgemeinen eine stärkere Gradationsanpassung nötig, wofür es verschiedene Ursachen gibt.

Eine Ursache ist der zu erwartende stärker ausgeprägte Lichtfang. Lichtfang bezeichnet die durch die Druckpunkte verursachte Hinderung von in das Papier eingedrungenen Photonen, dieses wieder zu verlassen. Ein unbedrucktes Papier wird einen Teil des auftreffenden Lichtes an der Oberfläche reflektieren und einen Teil in das Papier eindringen lassen. Der eingedrungene Teil wird im Papier gestreut, zu einem Teil absorbiert, zu einem Teil an der Unterseite, zu einem Teil an der Oberseite wieder austreten. Der an der Oberseite wieder austretende Anteil wird in der Regel das Papier an einer anderen Stelle als am Eintrittsort verlassen, und zwar mit irgendwie mit der Entfernung abnehmender Wahrscheinlichkeit. Bei bedrucktem Papier wird ein Teil der Austrittsorte mit Farbe bedeckt sein, so daß an diesen Orten das Licht nicht aus dem Papier austreten kann, sondern verschluckt werden wird. In diesem Fall wird die von der Papieroberfläche zurückgeworfene Lichtmenge kleiner sein, als aus den Flächenanteilen von Papier und Farbe sowie deren einzelnen Remissionsfaktoren zu erwarten wäre. Eine grundlegende Arbeit zum Lichtfang stammt von YULE und NEILSEN /42/, welche mittels eines Korrekturfaktors die MURRAY-DAVIES-Gleichung, die den Zusammenhang zwischen optischer Dichte und Flächendeckung beschreibt, erweiterten. Aus den von YULE und NEILSEN ermittelten Korrekturfaktoren



für verschiedene Rasterweiten geht hervor, daß mit zunehmender Rasterfeinheit der Lichtfang immer stärker wirkt. Weitere Ergebnisse zum an Linienmustern gemessenen Lichtfang finden sich in /37/ und /17/. Eine bildhafte Darstellung zum Zustandekommen des Lichtfanges findet man in /4/. Zur Lichtstreuung und Lichtdiffusion in optischen Schichten findet man ebenfalls in Verbindung mit der Wiedergabe kleiner Details Informationen in /19/.

Das Licht wird an einem Ort in der Umgebung des Eintrittspunktes wieder aus dem Papier austreten. Mit zunehmender Entfernung dieses Ortes vom Eintrittspunkt sinkt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Licht ausgerechnet dort austritt. Es ist deshalb sicher berechtigt, davon auszugehen, daß ein Zusammenhang zwischen notwendiger Gradationsanpassung und dem Verhältnis von durch Farbe bedeckter Fläche zur Länge der Farbe-Papier-Begrenzungslinie besteht. Betrachtet man diese Eigenschaft unter der Voraussetzung, daß im AM-Verfahren noch kein Punktschluß existiert und die Druckpunkte im FM-Verfahren einzeln stehen, also auch hier kein Punktschluß existiere, so kann man mit

$\phi$	:	Flächendeckung
$L$	:	Umrandungslänge/Umfang
$n$	:	Anzahl von Punkten (FM)
$rp$	:	Radius des AM-Punktes
$rd$	:	Radius des FM-Punktes
$t$	:	Kantenlänge eines Rasterquadrates (AM)

für AM schreiben:

$$\phi_{AM} = \frac{rp^2}{t^2} \pi \quad (31)$$

$$L_{AM} = 2 rp \pi \quad (32)$$

Für FM gilt:

$$\phi_{FM} = \frac{n rd^2}{t^2} \pi \quad (33)$$

$$L_{FM} = n 2 rd \pi \quad (34)$$

Bildet man den Quotienten aus L und  $\varphi$  so erhält man:

$$\text{für AM: } \frac{2 t^2}{r p} \quad (35)$$

$$\text{für FM: } \frac{2 t^2}{r d} \quad (36)$$

Man sieht, daß bei herkömmlicher Rasterung mit zunehmender Flächendeckung der Quotient aus L und  $\varphi$  immer kleiner wird, da  $r p$  immer mehr wächst. Bei frequenzmodulierter Rasterung bleibt er dagegen wegen  $r d = \text{const.}$  konstant. Der Quotient aus  $L_{AM}$  und  $L_{FM}$  gibt Auskunft darüber, in welchem Ausmaß der den Lichtfang beeinflussende Rand beim einen Verfahren gegenüber dem anderen Verfahren größer ist.

$$\frac{L_{AM}}{L_{FM}} = \frac{2 r p \pi}{n r d \pi 2} \quad (37)$$

Ersetzen von n und  $r p$  durch Umformen der Beziehungen für  $\varphi$  ergibt:

$$\frac{L_{AM}}{L_{FM}} = \frac{2 t \pi \sqrt{\frac{\varphi}{\pi}}}{\varphi \frac{t^2}{r d^2} \frac{1}{\pi} \pi r d 2} \quad (38)$$

$$\frac{L_{AM}}{L_{FM}} = \frac{r d}{t} \sqrt{\frac{\pi}{\varphi}} \quad (39)$$

Mit der für die Rasterzahl gängigen Größe  $r z$  (in Linien pro Zentimeter) kann man das Verhältnis auch als Funktion von Rasterzahl und FM-Punktdurchmesser angeben. Mit  $t = 10/r z$  und  $r d$  in [mm]:

$$\frac{L_{AM}}{L_{FM}} = \frac{r d r z}{10} \sqrt{\frac{\pi}{\varphi}} \quad (40)$$

Die folgende Graphik veranschaulicht diesen Zusammenhang am Beispiel eines konventionellen Rasters mit 60 Linien/cm und eines FM Rasters mit 0.01, 0.02 und 0.03 mm Punktdurchmesser. Das Ergebnis gilt ausschließlich

unter der oben gemachten Voraussetzung einzeln stehender Punkte ohne Kontakt zu Nachbarpunkten.

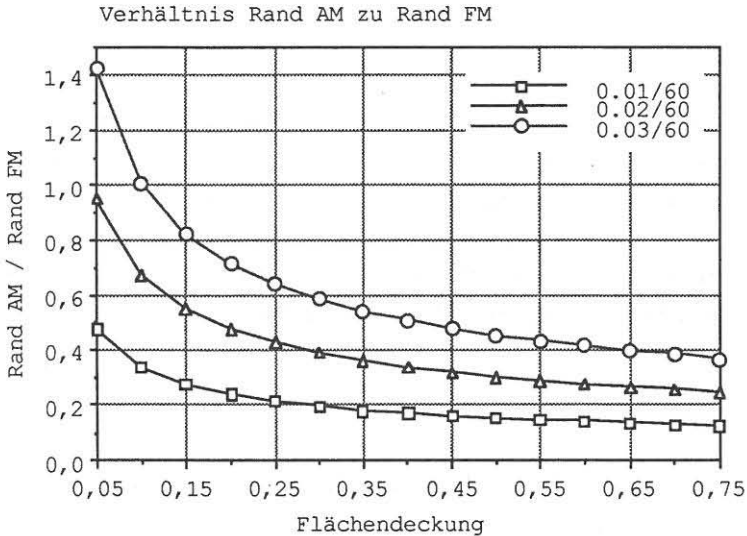


Bild 14: Verhältnis der Druckpunktränder bei AM-/FM-Rasterung für den Fall eines 60er Rasters (AM) und 10/20/30  $\mu\text{m}$  Punktdurchmesser (FM)

Man liest z.B. ab, daß bei  $\phi = 0.5$  und Punktdurchmessern von 20  $\mu\text{m}$  der Rand der FM-Rasterpunkte bereits drei mal länger ist als beim konventionellen Raster.

Diese zunächst sehr einfache Betrachtung soll nun erweitert werden. Der Punktschluß bei konventioneller Rasterung und die Wahrscheinlichkeit einer Nachbarschaft mit Linienberührung bei der Rasterung mit Punkten konstanter Größe soll berücksichtigt werden.

Bei konventioneller Rasterung mit kreisrunden Punkten müssen die Verhältnisse für den Fall unterschieden werden, daß der Druckpunktradius kleiner oder größer als die halbe Rasterquadratlänge ist. Abhängig vom Punktschluß gilt:

Für  $r_p < \frac{t}{2}$  gelten die o.a. Beziehungen.

Für  $rp > \frac{t}{2}$  gilt:

$$\frac{1}{4} F_{AM} = \frac{t}{2} \sqrt{rp^2 - \frac{t^2}{4}} + \frac{rp^2}{2} \left[ \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{t}{2rp} \right] \quad (41)$$

Diese Beziehung wurde für den Viertelkreis gebildet und die entsprechenden Größen sind im folgenden Bild 15 skizziert.

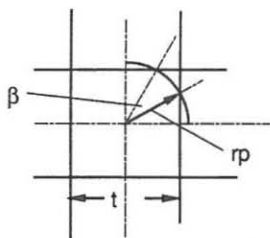


Bild 15: Geometrie am Rasterpunkt

Man erkennt, daß sich die bedeckte Fläche im Viertelkreis aus zwei gleichgroßen Dreiecken und einem Kreissektor zusammensetzt. Der Winkel  $\beta$  errechnet sich zu

$$\beta = \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{t}{2rp} \quad (42)$$

und die Fläche der beiden Dreiecke  $f_{(2\Delta)}$  ist

$$f_{(2\Delta)} = \frac{t}{2} \sqrt{rp^2 - \frac{t^2}{4}} \quad (43)$$

Es ist also

$$F_{AM} = 2t \sqrt{rp^2 - \frac{t^2}{4}} + 2rp^2 \left[ \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{t}{2rp} \right] \quad (44)$$

und für die Flächendeckung ergibt sich daraus

$$\varphi_{AM} = \frac{F_{AM}}{t^2} = \frac{2}{t} \sqrt{rp^2 - \frac{t^2}{4}} + \frac{2}{t^2} rp^2 \left[ \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{t}{2rp} \right] \quad (45)$$

Für die Länge des freien Punktrandes erhält man

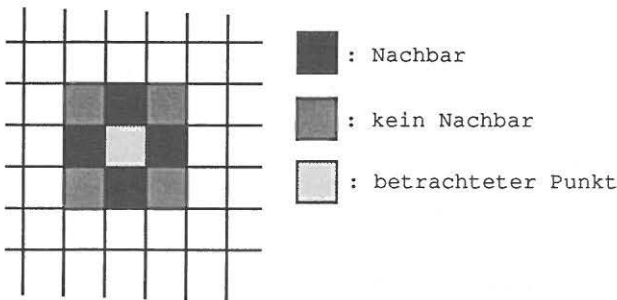
$$L_{AM} = 4rp \left[ \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \frac{t}{2rp} \right] \quad (46)$$

Setzt man  $rp = k \cdot t$  in die Gleichungen für  $\varphi$  und  $L$  ein so erhält man:

$$\varphi_{AM} = 2 \sqrt{k^2 - \frac{1}{4}} + 4k^2 \left[ \frac{\pi}{4} - \arccos \frac{1}{2k} \right] \quad (47)$$

$$L_{AM} = t \left[ 2k\pi - 8k \arccos \frac{1}{2k} \right] \quad (48)$$

Bei den FM-Rastern ist, sofern die Bestimmung des Ortes, an dem die Punkte gesetzt werden, zufällig ist, die Tatsache einer mit wachsender Flächendeckung/Punktanzahl steigenden Wahrscheinlichkeit für den Kontakt zwischen zwei Punkten zu berücksichtigen. Als Kontakt soll verstanden werden, daß zwei Punkte so benachbart sind, daß sie in dem orthogonalen Gitter möglicher Punktorte nicht diagonal, sondern in Achsenrichtung auf den nächstmöglichen Plätzen sitzen. Für die folgenden Betrachtungen sei hier erwähnt, daß sie unter der vereinfachenden Annahme einer quadratischen Punktform angestellt werden. Für die Größe der Punkte in Beziehung zum Aufzeichnungsraster wird angenommen, daß ein idealer Punkt mit dem Maß seiner Kantenlänge genau dem Abstand von einem möglichen Aufzeichnungsort zum nächsten entspricht. Das bedeutet, daß die Punkte genau wie im folgenden Bild 16 dargestellt, sich eben an den Kanten berühren.



*Bild 16: Definition von Nachbarschaft unter der Annahme quadratischer Aufzeichnungspunkte*

Ist die Nachbarschaft völlig zufällig, wie z.B. beim stochastischen Raster mit zufälligem Schwellwert, lassen sich die Wahrscheinlichkeiten von einem, zwei, drei bzw. vier Nachbarn einfach angeben. Man findet sie unter dem Stichwort - Ziehen ohne Zurücklegen - bzw. - Hypergeometrische Verteilung - in [7], und sie seien hier in ihrer Anwendung auf den vorliegenden Fall kurz dargestellt.

Wenn man aus einer Urne mit  $N$  Kugeln, von denen  $M$  rot und folglich  $N-M$  weiß sind,  $m$  Kugeln zieht, so berechnet sich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß unter den gezogenen Kugeln  $k$  Rote sind, zu

$$p_k(N,M,m) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{m-k}}{\binom{N}{m}} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} k \leq m \text{ und} \\ k = 0 \dots M \end{cases} \quad (49)$$

Dieser Fall läßt sich auf die Untersuchung der Nachbarschaftsbeziehungen übertragen.  $N$  ist die Anzahl der für Rasterpunkte zur Verfügung stehenden Orte,  $m$  die Zahl der zu setzenden Punkte und  $M$  die Anzahl von Nachbarpositionen eines Punktes. Da für jeden Punkt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß er gesetzt wird oder nicht, nur von  $N$  und  $m$  abhängt, nicht aber von den anderen Punkten, spielt die Reihenfolge, in der die Punkte gesetzt werden, für das Ergebnis keine Rolle. Wird zunächst ein erster Punkt gesetzt, stehen anschließend noch  $N-1$  Orte für weitere  $m-1$  noch zu setzende Punkte zur Verfügung. Darüber hinaus stehen die  $M$  von  $N-1$  Orten, welche als Nachbarn gelten sollen, ebenfalls fest. Das Setzen der  $m-1$  Punkte entspricht in bezug auf die Aussage, wie wahrscheinlich  $k$  der  $M$  Nachbarn dabei gesetzt werden, genau dem Beispiel "Ziehen ohne Zurücklegen". Für die Wahrscheinlichkeit von gesetzten Nachbarpunkten erhält man:

$$p_k(N,M,m) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M-1}{m-k-1}}{\binom{N-1}{m-1}} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} k \leq m-1 \text{ und} \\ k = 0 \dots M \end{cases} \quad (50)$$

Aus diesen fünf Wahrscheinlichkeiten (bei  $M = 4$ ) berechnet sich die Anzahl freier Kanten aus der Differenz von  $M$  und der Anzahl von Nachbarn. Da die Summe der fünf Wahrscheinlichkeiten 1 ergeben muß, ergibt sich  $p_0(N,M,m)$  auch anschaulich aus  $p_1(N,M,m)$  bis  $p_4(N,M,m)$  wie folgt:

$$p_0(N,M,m) = 1 - p_1(N,M,m) - p_2(N,M,m) - p_3(N,M,m) - p_4(N,M,m) \quad (51)$$

Die Anzahl freier Kanten NK erhält man zu

$$NK = m \left[ 4p_0(N,M,m) + 3p_1(N,M,m) + 2p_2(N,M,m) + p_3(N,M,m) \right] \quad (52)$$

Für die Anzahl freier Kanten bezogen auf eine Fläche von N Punkten ergibt sich dann abhängig von der Flächendeckung

$$\varphi = \frac{m}{N} \quad (53)$$

und nach Einsetzen der Beziehung für  $p_0(N,M,m)$

$$\frac{NK}{N} = \varphi \left[ 4 - p_1(\varphi,M) - 2p_2(\varphi,M) - 3p_3(\varphi,M) - 4p_4(\varphi,M) \right] \quad (54)$$

Zur Vergleichbarkeit der Rasterverfahren miteinander ist es zweckmäßig, auf eine Bezugsfläche  $F_B$  zu normieren, welche von anderen rastertechnischen Größen unabhängig ist. Weiterhin muß bei den FM-Verfahren die Punktgröße bzw. die diese beschreibende Kantenlänge  $l_K$  angegeben werden. Es ergibt sich die Anzahl von Punkten dann zu

$$m = \frac{F_B}{l_K^2} \varphi \quad (55)$$

und für die wahrscheinliche freie Kantenlänge  $L(\varphi,M)$  ergibt sich bei FM und AM somit:

$$L_{FM} = NK l_K \quad (56)$$

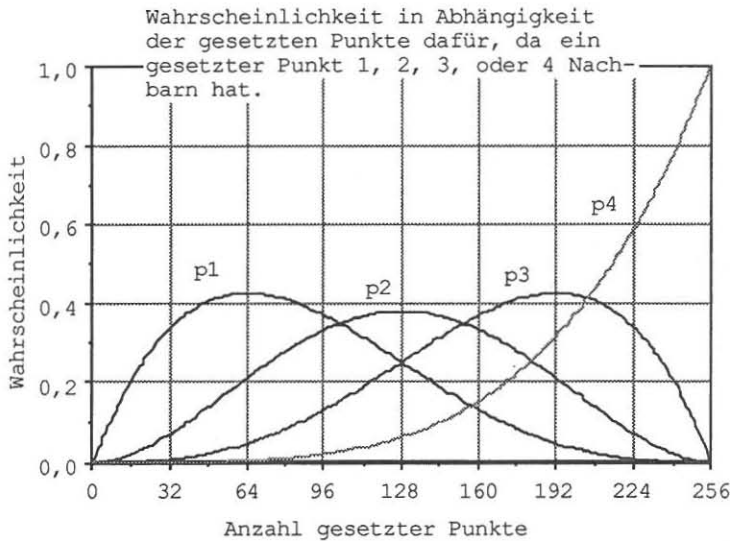
$$L_{FM}(\varphi,M) = \frac{F_B}{l_K} \varphi \left[ 4 - p_1(\varphi,M) - 2p_2(\varphi,M) - 3p_3(\varphi,M) - 4p_4(\varphi,M) \right] \quad (57)$$

und mit (48)

$$L_{AM}^* = L_{AM} \frac{F_B}{t^2} = \frac{F_B}{t} \left[ 2k\pi - 8k \arccos \frac{1}{2k} \right] \quad (58)$$

Mit diesen Maßbeziehungen unter den genannten Voraussetzungen wurden Rechnungen für AM-Rasterung und für Rasterung mit Punkten gleicher Größe durchgeführt. Das Bild 17 zeigt die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von 1, 2, 3 und 4 Nachbarn, die sich aus der hypergeometrischen Verteilung ergeben. Zahlenwerte waren  $N = 255$ ,  $M = 4$  und  $m-1$  lief von 0 bis 255.

Mit den Wahrscheinlichkeiten aus Bild 17 erhält man bei einer Bezugsfläche von  $1 \text{ mm}^2$  für Raster mit 60 und 80 Linien/cm (AM) bzw. Kantenlängen der Druckpunkte von  $10 \mu\text{m}$  und  $20 \mu\text{m}$  (FM) die in Bild 18 dargestellten Ergebnisse für die freie Kantenlänge.



*Bild 17: Nachbarn bei stochastischer Rasterung*

Eine andere Art der Rasterung für den Druck mit gleichgroßen Punkten, das sogenannte Dithering, läßt sich ebenfalls gut bezüglich seiner freien Kantenlänge beschreiben. Die Anordnung der Druckpunkte beim Dithering ergibt sich aus der Belegung der Schwellwertmatrix. Diese wird im allgemeinen so gewählt, daß sich die Druckpunkte möglichst lange nicht an den Kanten berühren. Das ist bis zu einer Flächendeckung von  $\phi = 0.5$  möglich (Schachbrettmuster), so daß bis dahin die Anzahl der Nachbarn im o.a. Sinne Null ist. Jeder darüber hinaus gesetzte Punkt hat zwangsläufig an jeder seiner



vier Kanten einen Nachbarn. Die Kantenlänge, die bis  $\varphi = 0,5$  mit jedem Punkt um  $4l_k$  linear gestiegen ist, fällt ebenso wieder linear ab, bis sie mit Besetzen des letzten freigeblichenen Ortes wieder Null erreicht.

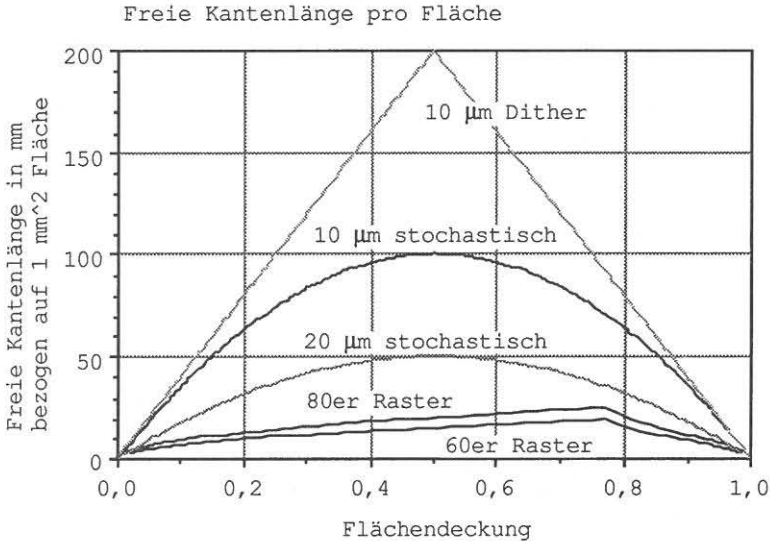


Bild 18: Freie Kantenlänge für verschiedene Rasterarten

$$L_{\text{DITHER}}(\varphi) = \begin{cases} 4 l_k m(\varphi) & \text{für } 0 \leq \varphi \leq 0,5 \\ 4 l_k (m_{\text{max}} - m(\varphi)) & \text{für } 0,5 < \varphi \leq 1 \end{cases} \quad (59)$$

Mit o.a. Bezug für  $m$  bei Normierung mit einer Bezugsfläche erhält man:

$$L_{\text{DITHER}}(\varphi) = \begin{cases} \frac{F_B}{l_k} \cdot 4 \cdot \varphi & \text{für } 0 \leq \varphi \leq 0,5 \\ \frac{F_B}{l_k} \cdot 4 \cdot (1 - \varphi) & \text{für } 0,5 < \varphi \leq 1 \end{cases} \quad (60)$$

Bei stochastischer Rasterung und gleichverteilten Schwellwerten sowie für das Dithering lassen sich die Nachbarschaftsbeziehungen für gleichverteilte Schwellwerte analytisch leicht angeben. Es sind aber auch andere statistische Schwellwertverteilungen möglich. In /39/ wird zur Verminderung der star-

ken Granulierung angeregt, eine Schwellwertverteilung mit hohen Ortsfrequenzen der Schwellwerte zu erzeugen. Auf einen zufälligen Schwellwert soll mit einer höheren Wahrscheinlichkeit ein zahlenmäßig entfernter Schwellwert folgen als eine Zahl ähnlicher Größe. Also soll z.B. bei einem Schwellwertumfang von 0 bis 255 auf den Wert 234 mit größerer Wahrscheinlichkeit 85 folgen als z.B. 221. Unabhängig von dem Verfahren der Schwellwertbildung in /39/ wurde zur Untersuchung der Nachbarschaftsbeziehung hier das im folgenden beschriebene Vorgehen gewählt, das dem Modellieren einer MARKOFF'schen Kette mit 2 Zuständen entspricht. In /10/ ist hierzu beschrieben, wie mit einem Startvektor, der die Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Anfangs-/Startzustandes enthält, und einer sogenannten Übergangsmatrix, welche die Wahrscheinlichkeiten dafür enthält, daß auf einen Zustand  $i$  ein Zustand  $j$  folgt, die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses nach einem durch die Übergangsmatrix charakterisierten Zufallsexperiment angegeben werden kann. In Analogie zur Übergangsmatrix wird im folgenden mit einer einzelnen Übergangswahrscheinlichkeit gearbeitet, welche zur Konstruktion einer MARKOFF'schen Kette ausreicht, weil im gewählten Fall nur zwei Zustände möglich sind und die Übergangsmatrix symmetrisch gewählt wird (das bedeutet, daß auf den Zustand 0 der Zustand 1 mit der selben Wahrscheinlichkeit folgt, wie auf den Zustand 1 der Zustand 0, und daß der Zustand 1 auf Zustand 1 mit der selben Wahrscheinlichkeit folgt, wie der Zustand 0 auf den Zustand 0).

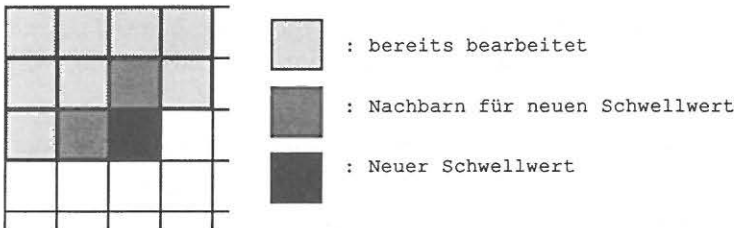
Für die erste Bildzeile wurde eine gleichlange Schwellwertzeile so gebildet, daß zunächst der erste Wert zufällig ermittelt wurde. Auf der Basis des ersten Wertes und einer Übergangswahrscheinlichkeit  $p_{\bar{u}}$  wurde der zweite Wert gebildet, indem

- ermittelt wurde, ob der erste Wert in der oberen oder der unteren Hälfte des für die Schwellwerte erlaubten Zahlenumfanges lag,
- eine Zufallszahl aus dem Intervall 0..1 gebildet wurde,
- wenn die Zufallszahl größer ist als  $p_{\bar{u}}$ , wird der neue Schwellwert durch zufälliges Ziehen aus der gleichen Hälfte des Zahlenumfanges gewählt, in der der alte Schwellwert lag.
- Ist die Zufallszahl kleiner als  $p_{\bar{u}}$ , wird ein neuer Schwellwert durch zufälliges Ziehen aus der anderen Hälfte des Zahlenumfanges bestimmt.

Der dritte Wert wird auf der Basis des zweiten Wertes ebenso bestimmt, wie der zweite Wert aus dem ersten Wert. Der vierte Wert hängt ab vom dritten Wert usw.. Jeder Wert in der ersten Schwellwertzeile ist also außer von der Übergangswahrscheinlichkeit ausschließlich von dem Wert seines Vorgängers abhängig.

Um Schwellwerte auch in die zweite Dimension zu bilden, wird nun eine weitere Schwellwertzeile so erzeugt:

- Der erste Wert der zweiten Schwellwertzeile wird abhängig vom ersten Wert der ersten Schwellwertzeile genauso gebildet, wie der zweite Wert der ersten Zeile.
- Für den zweiten Wert der zweiten Zeile wird als Vorgänger der arithmetische Mittelwert der beiden nächstliegenden bereits erzeugten Nachbarn verwendet, also des ersten Wertes der zweiten Zeile und des zweiten Wertes der ersten Zeile.
- Entsprechend dieser Vorgehensweise ist für den dritten Wert der zweiten Zeile als Vorgänger das Mittel aus dem dritten Wert der ersten Zeile und dem zweiten Wert der zweiten Zeile zu verwenden usw..



*Bild 19: Vorgänger für Zufallszahlenerzeugung*

Jede neue Zufallszahl hängt also vom Wert ihres Vorgängers in der Zeile und vom Wert des Vorgängers in der Spalte ab. Folgendes Zahlenbeispiel in Tabelle 4a/b soll zur Verdeutlichung des verbal beschriebenen Vorganges dienen. Die Schwellwerte seien aus dem Bereich 0 ..255 und die Übergangswahrscheinlichkeit betrage  $p_{ij} = 0.8$ :

Tabelle 4.a: Erzeugen der Schwellwerte für  $p_{\ddot{u}} = 0.8$ 

Erste Bildzeile

Spalten- Nummer	Schwellwert	Zufalls- zahl	Zufalls- zahl < $p_{\ddot{u}}$	Intervall für Schwellwert
1	88	0.641	ja	128 ..255
2	195	0.430	ja	0 ..127
3	63	0.918	nein	0 ..127
4	12	0.448	ja	128 ..255
5	241	0.162	ja	0 ..127
6	114	0.986	nein	0 ..127
usf.				

Tabelle 4b: Erzeugen der Schwellwerte für  $p_{\ddot{u}} = 0.8$ 

Zweite Bildzeile

Spalt. Nr.	Vorgänger	Zufalls- zahl	Zufalls- zahl < $p_{\ddot{u}}$	Interv. für Schwellwert	Schwell- wert
1	88	0.5724	ja	128 ..255	241
2	(241+195)/2	0.6904	ja	0 ..127	69
3	(69 + 63)/2	0.2989	ja	128 ..255	130
4	(130+ 12)/2	0.9593	nein	0 ..127	12
5	(12 +241)/2	0.7120	ja	128 ..255	250
6	(250+114)/2	0.1584	ja	0 ..127	98
usf.					

Zur Bestimmung der freien Kantenlänge wurden mit den auf diese Weise erzeugten Schwellwerten synthetische Bilder (100 x 100 Bildpunkte) mit jeweils konstantem Bildwert (gleichbedeutend mit der zu erzeugenden Flächendeckung) gerastert und bezüglich der Nachbarschaftsbeziehungen ausgewertet. Dabei wurden sämtliche gesetzten Punkte des Rasterbildes mit Ausnahme der auf dem Rand liegenden in die Auswertung einbezogen.

Die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Übergangswahrscheinlichkeit zeigen die folgenden Bilder. Es wurden Rechnungen mit Übergangswahrscheinlichkeiten von 0.1, 0.3, 0.7 und 0.9 durchgeführt, und jeweils die Anzahl von gesetzten Punkten mit einem, zwei, drei oder vier Nachbarn in Abhängigkeit von der Flächendeckung ermittelt. Die Ergebnisse zeigen die vier folgenden Bilder.

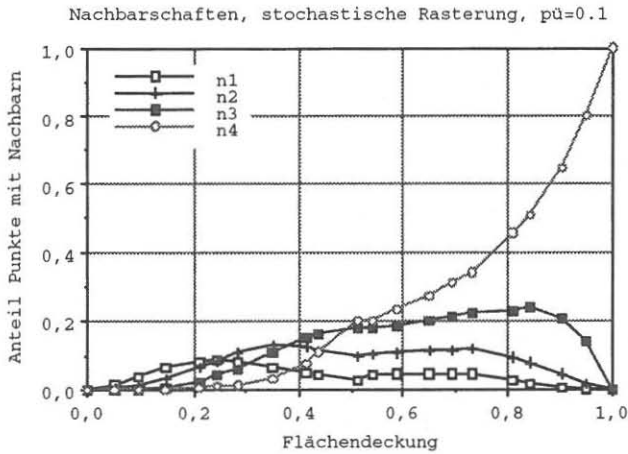


Bild 20a: Nachbarn bei  $p_{\bar{u}}=0.1$  (n1..n4 für 1..4 Nachbarn)

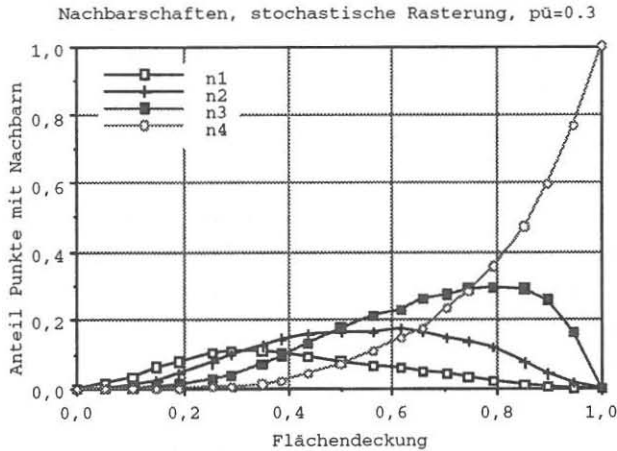


Bild 20b: Nachbarn bei  $p_{\bar{u}}=0.3$  (n1..n4 für 1..4 Nachbarn)

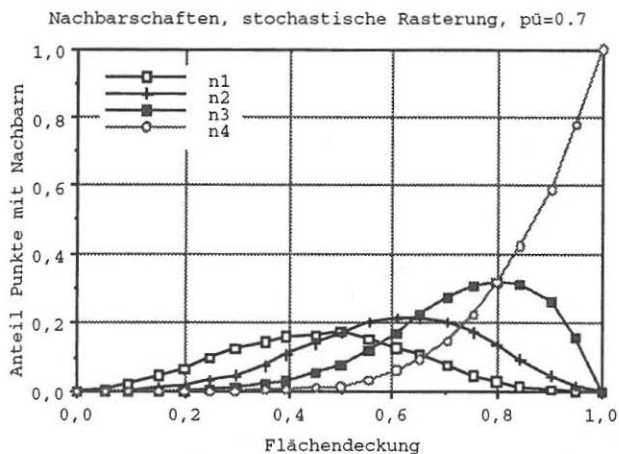


Bild 20c: Nachbarn bei  $p_{\bar{u}}=0.7$  (n1..n4 für 1..4 Nachbarn)

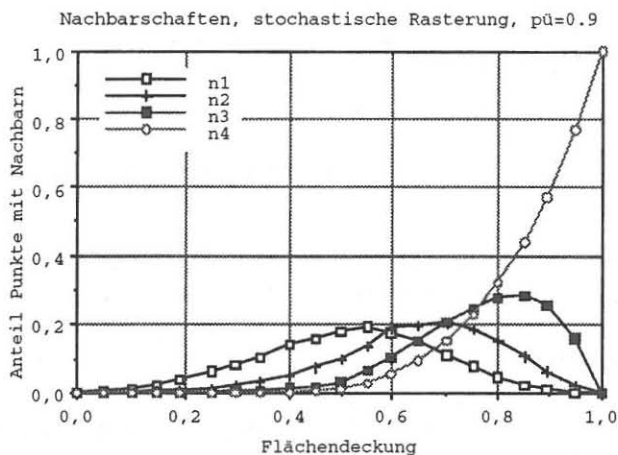
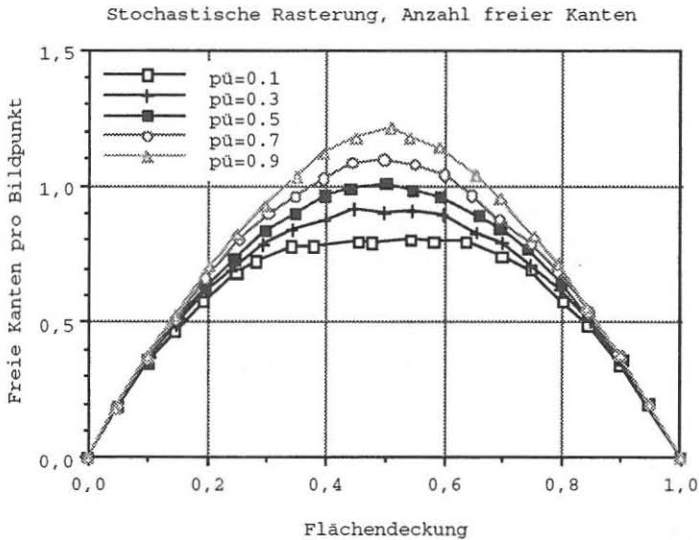


Bild 20d: Nachbarn bei  $p_{\bar{u}}=0.9$  (n1..n4 für 1..4 Nachbarn)

Aus der o.a. Berechnungsweise der Schwellwerte ergibt sich, daß bei  $p_{\bar{u}} = 0,5$  eine rein stochastische Rasterung vorliegt und für Werte  $p_{\bar{u}} < 0,5$  die Körnigkeit des Bildes zusätzlich verstärkt wird.

Die Anzahl freier Kanten als Funktion der Flächendeckung zeigt das folgende Bild 21. Hier sind die Kurven für die Werte von  $p_{\ddot{u}} = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$  eingetragen.



*Bild 21: Freie Kanten als Funktion der Flächendeckung bei stochastischer Rasterung*

Auf dieselbe Weise wurde für das Rasterverfahren der Errordiffusion die Auswertung durchgeführt. Dabei wurde eine Punktzahl von 28182 in die Auswertung einbezogen. Als variable Größen existieren bei der Errordiffusion der Schwellwert und die Gewichte zur Fehlerverteilung. Die Größe des Schwellwertes spielt, sofern der Schwellwert sich während der Bildrastrung nicht ändert, nur zu Beginn der Abarbeitung, also am Bildrand, eine Rolle. Mehr Einfluß haben die Gewichte, mit denen die Verteilung des Fehlers auf die nicht bearbeiteten Nachbarn festgelegt wird. Es wurden vier willkürlich gewählte Fehlerverteilungen verglichen. Mit den in den Gleichungen (4) bis (5) bzw. in Bild 6 verwendeten Abkürzungen

$a_1$ : nächster zu bearbeitender Punkt,

$a_2$ : Punkt unter dem nächsten zu bearbeitenden Punkt,

$a_3$ : Punkt unter dem gerade bearbeiteten Punkt,

$a_4$ : Punkt unter dem zuletzt bearbeiteten Punkt,

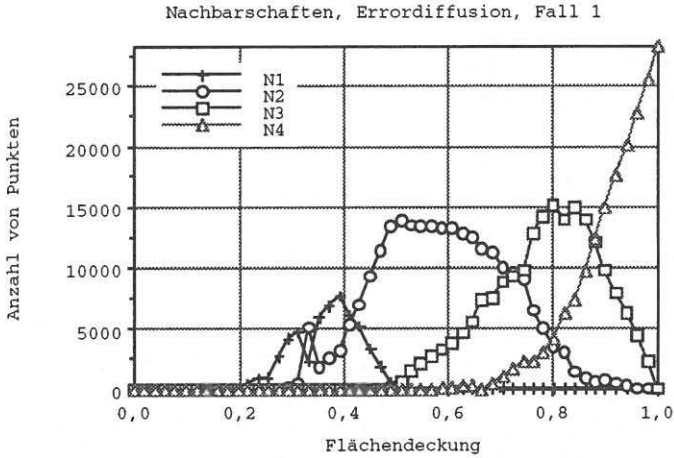
wurden als Fehlergewichte mit der Randbedingung, daß die Summe aller Fehlergewichte eins ist, festgelegt:

Fall 1:	$a_1: 0.21$	$a_2: 0.07$	$a_3: 0.190$	$a_4 = 0.530$
Fall 2:	$a_1: 0.63$	$a_2: 0.09$	$a_3: 0.020$	$a_4 = 0.260$
Fall 3:	$a_1: 0.10$	$a_2: 0.24$	$a_3: 0.371$	$a_4 = 0.289$
Fall 4:	$a_1: 0.25$	$a_2: 0.25$	$a_3: 0.250$	$a_4 = 0.250$

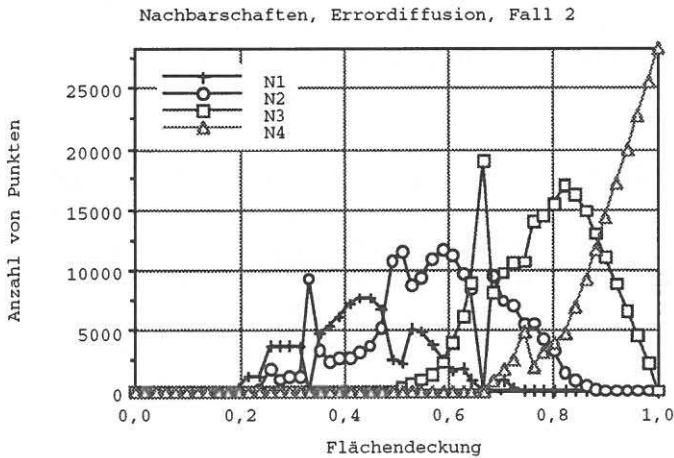
Bei der Auswertung wurden nicht alle Punkte des Rasterbildes berücksichtigt, wie bei der Auswertung der mit Übergangswahrscheinlichkeiten erzeugten Bilder. Der Grund dafür ist, daß bei der Errordiffusion wegen des Fehlertransportes zu Bildbeginn Strukturen auftreten können, die deshalb entstehen, weil bei z.B. sehr niedrigen Bildwerten und hohem Schwellwert erst über einen gewissen Bildbereich Fehler summiert und transportiert werden müssen, ehe das erste Mal die Bedingung zum Setzen eines Punktes erfüllt wird. Zur Verkleinerung der Wegstrecke bis zum Ausgleich solcher Randeffekte wurde deshalb für die erste Bildzeile ein Fehlervektor angenommen, der mit zufälligen Fehlern aus dem Intervall  $-127$  bis  $+127$  belegt wurde (bei einem für die Bildraasterung verwendeten Schwellwert von  $127$ ). Dabei hat eine visuelle Bewertung der Bilder die zehnte Bildzeile als praktikablen Startwert für die Auswertung bei allen Flächendeckungen ergeben.

Das Ergebnis der Zahl von Punkten mit einem, zwei, drei oder vier Nachbarn als Funktion der Flächendeckungen zeigen die folgenden Abbildungen. Die Nachbarschaftsbeziehungen wurden in Schritten von  $\Delta\phi = 0.05$  ermittelt. In den Diagrammen sind die einzelnen Ergebniswerte jeweils durch Geraden verbunden, um die Zugehörigkeit der Punkte zur entsprechenden Anzahl Nachbarn zu erleichtern. Sie sind auf keinen Fall so zu verstehen, daß mit ihnen der Verlauf zwischen den ermittelten Punkten beschrieben werden soll.





*Bild 22/1: Nachbarn bei Errordiffusion nach Fall 1; N1 bis N4 steht für Punkte mit 1 bis 4 Nachbarn (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)*



*Bild 22/2: Nachbarn bei Errordiffusion nach Fall 2; N1 bis N4 steht für Punkte mit 1 bis 4 Nachbarn (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)*

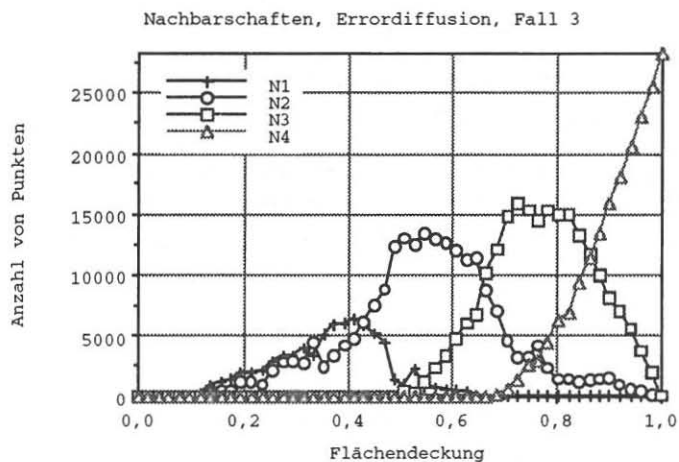


Bild 22/3: Nachbarn bei Errordiffusion nach Fall 3; N1 bis N4 steht für Punkte mit 1 bis 4 Nachbarn (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)

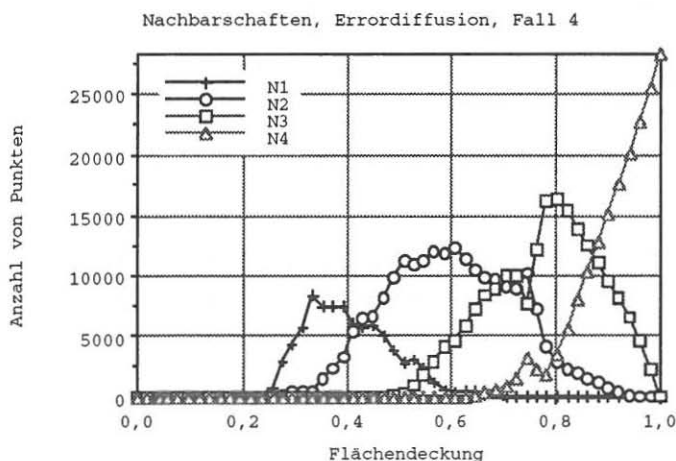
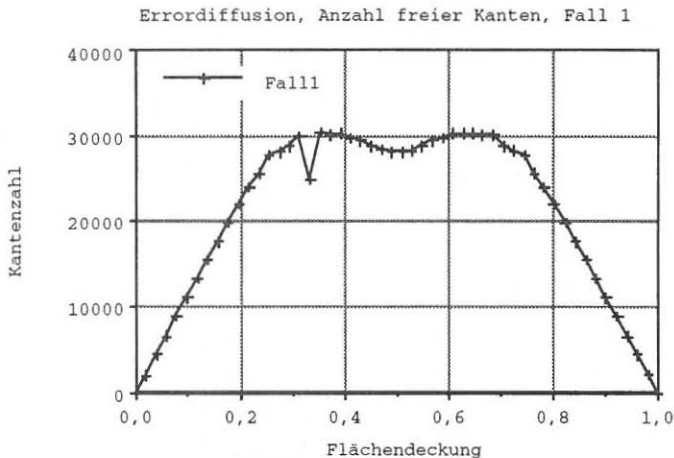


Bild 22/4: Nachbarn bei Errordiffusion nach Fall 4; N1 bis N4 steht für Punkte mit 1 bis 4 Nachbarn (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)

Abhängig von den Fehlergewichten weisen die Rasterbilder in ihren Nachbarschaften über der Flächendeckung zum Teil große Schwankungen auf und unterscheiden sich auch untereinander erheblich.

Für die Anzahl freier Kanten erhält man in diesen vier Fällen das in den Bildern 23/1 bis 23/4 dargestellte Ergebnis.

Verteilt man im Gegensatz zu oben die Fehler mit für jeden Bildpunkt neu zu bestimmenden zufälligen Gewichten, ergibt sich das in den Bildern 24 und 25 dargestellte Ergebnis für Nachbarschaften sowie freie Kantenlänge:



*Bild 23/1: Anzahl freier Kanten als Funktion der Flächendeckung für Error-diffusion nach Fall 1 (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)*

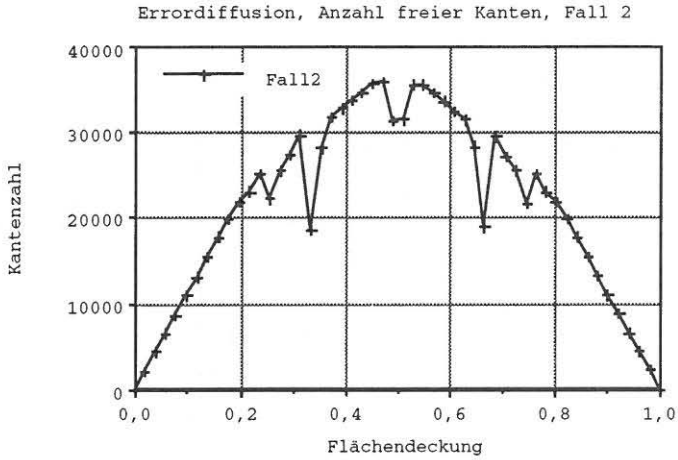


Bild 23/2: Anzahl freier Kanten als Funktion der Flächendeckung für Error-diffusion nach Fall 2 (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)

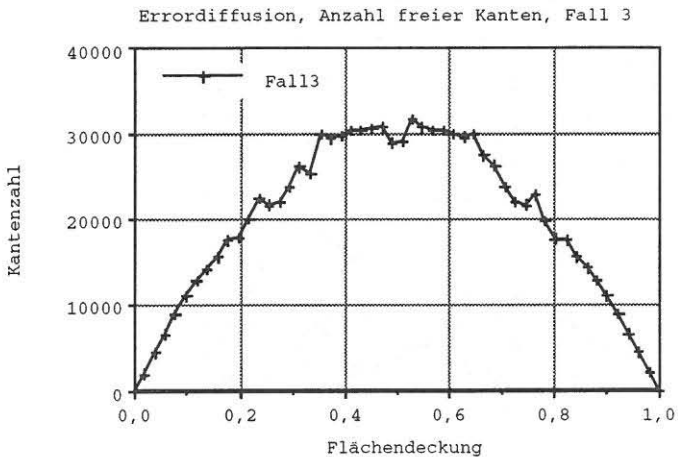
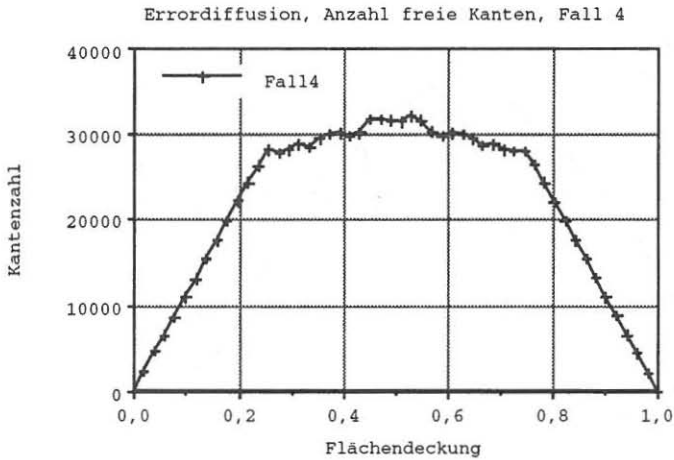
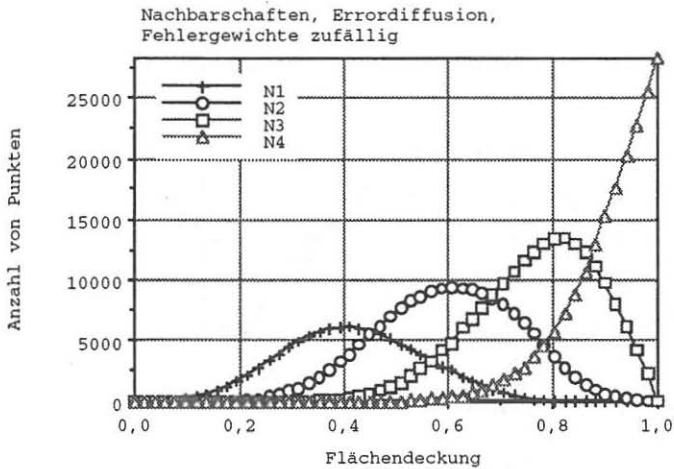


Bild 23/3: Anzahl freier Kanten als Funktion der Flächendeckung für Error-diffusion nach Fall 3 (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)



**Bild 23/4:** Anzahl freier Kanten als Funktion der Flächendeckung für Errordiffusion nach Fall 4 (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)



**Bild 24:** Nachbarn bei Errordiffusion mit zufälligen Fehlerrgewichten; N1 bis N4 steht für Punkte mit 1 bis 4 Nachbarn (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)

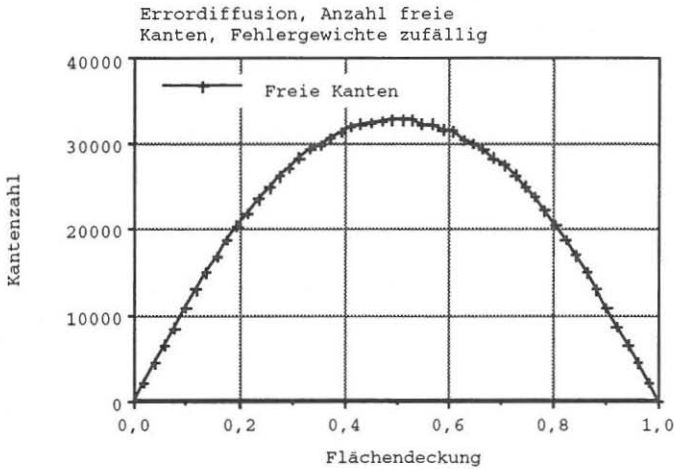


Bild 24: Anzahl freie Kanten als Funktion der Flächendeckung für Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten (Die Anzahl ausgewerteter Punkte betrug 28182)

### 3.3.2 Freie Kantenlänge und Punktzunahme

Neben den Nachbarschaftsbeziehungen und dem daraus resultierenden Lichtfang kann eine zweite Ursache für eine zu erwartende dunklere Wirkung im Druck trotz gleicher Flächendeckung auf der Druckplatte bzw. dem Film in der Punktzunahme gesucht werden. Zu ihr kommt es dadurch, daß beim Abwälzen der Druckplatte auf dem Gummituch bzw. des Gummituches auf dem Papier eine zunächst in ihrer flächenhaften Ausdehnung auf die farbführenden Stellen der Druckplatte begrenzte Farbmenge eine Vergrößerung in der Fläche erfährt. Auch hier darf erwartet werden, daß ein Rasterverfahren, welches bei gleicher Flächendeckung eine längere Randzone zum Papier hat, einer stärkeren Gradationsanpassung bedarf.

In Zusammenhang mit der freien Kantenlänge/Bildpunkt läßt sich der Zuwachs der Flächendeckung wie folgt angeben.

$$\varphi_{\text{real}} = \varphi_{\text{ideal}} \left[ 1 + \frac{\kappa(\varphi) \Delta s}{l_k} \right] \quad (61)$$

mit  $\kappa(\varphi)$  : freie Kantenzahl/Bildpunkt  
 $\Delta s$  : Punktverbreiterung  
 $l_k$  : Kantenlänge des Druckpunktes

Daraus ergibt sich die Differenz aus idealer und realer Flächendeckung zu:

$$\Delta\varphi = \frac{\kappa(\varphi) \Delta s}{l_k} \quad (62)$$

Unbedruckter Untergrund wird solange vorhanden sein, solange gilt:

$$\varphi + \Delta\varphi < 1 \quad (63)$$

$$\text{bzw.: } \varphi + \kappa(\varphi) \frac{\Delta s}{l_k} < 1 \quad (64)$$

$$\text{Mit } \varphi_{\text{real}} = \varphi_{\text{ideal}} + \Delta\varphi \quad (65)$$

ergibt sich ein Verlauf für die berechnete reale Flächendeckung, der für die Fälle

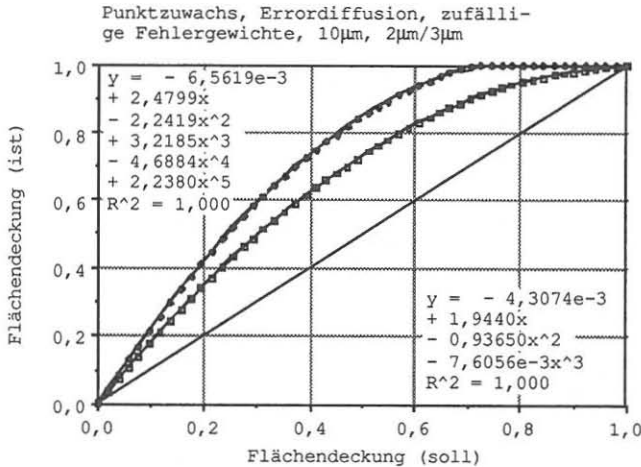
- Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten und
- Errordiffusion, Fall 1 und Fall 2

im folgenden dargestellt ist. Dabei wurden für alle Rechnungen Kantenlängen der Druckpunkte von  $10 \mu\text{m}$  und jeweils Punktverbreiterungen  $\Delta s$  von  $2 \mu\text{m}$  und  $3 \mu\text{m}$  angenommen. Daraus ergaben sich für das Verhältnis Verbreiterung/Kantenlänge Werte von

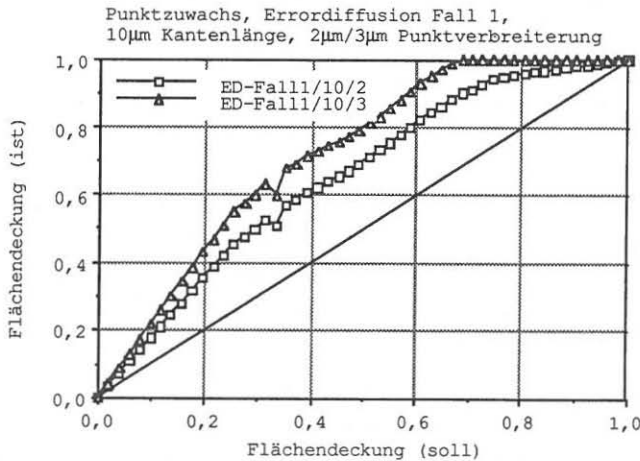
$$\frac{\Delta s}{l_k} = 0.2 \quad \text{und} \quad \frac{\Delta s}{l_k} = 0.3 \quad (66)$$

Die drei Fälle werden hier exemplarisch für die übrigen dargestellt, weil sie jeweils charakteristische Verläufe aufweisen und die Spannweite möglicher Ereignisse abdecken. Die Auswirkungen der vom Rasterverfahren und der Flächendeckung abhängigen Länge freier Kanten läßt u.U. eine Korrektur nur in Grenzen zu. Besonders die unsteten Verläufe der Nachbarschaftsbeziehungen über der Flächendeckung wirken sich beträchtlich aus.

Das Bild 25 zeigt einen Verlauf, wie er qualitativ für stochastische Rasterung Gültigkeit haben wird.



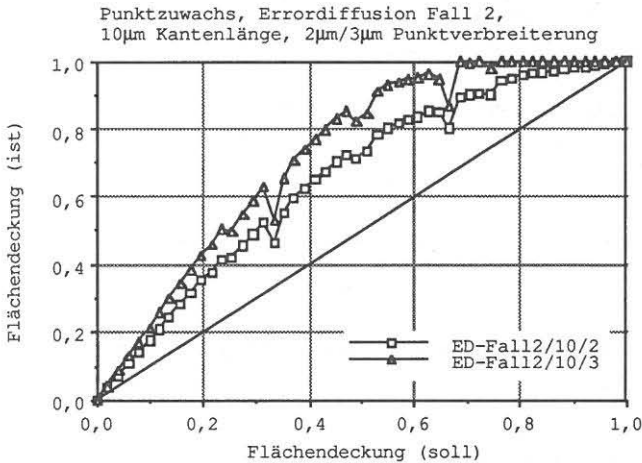
*Bild 25: Punktzuwachs bei Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten und 10  $\mu$ m Druckpunkten*



*Bild 26: Punktzuwachs bei Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 1, 10  $\mu$ m Druckpunkten sowie Punktverbreiterungen an jedem Rand von 2  $\mu$ m und 3  $\mu$ m*



Bereits bei 0% Flächendeckung unter einem Winkel von der idealen Flächendeckung weglaufend entfernt sich die reale Flächendeckung immer mehr, erreicht dann zwischen 40% und 60% ihre maximale Abweichung, um sich bei 100% unter einem Winkel mit der idealen Flächendeckung wieder zu treffen. Zusätzlich zu den Verläufen sind in dem Diagramm noch die Interpolationspolynome zu den beiden Verläufen angegeben, die im weiteren Verlauf der Betrachtung noch verwendet werden.



*Bild 27: Punktzuwachs bei Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 2, 10 µm Druckpunkten sowie Punktverbreiterungen an jedem Rand von 2 µm und 3 µm*

Alle drei Fälle zeigen bei 3 µm Punktzuwachs einen Verlauf, der ab ca. 70% Eingangsflächendeckung keine Differenzierung in der Ausgangsflächendeckung mehr erkennen lässt. Die beiden letzten Abbildungen zeigen einen Punktzuwachs, der im Vergleich zur Errordiffusion mit zufälliger Fehlerverteilung noch ungünstiger ist.

Die mit Fall 1 bezeichneten Fehlergewichte ergeben einen Punktzuwachs, der über der Flächendeckung relativ unstetig verläuft. Durch diesen Verlauf wird der Zusammenhang zwischen idealer und realer Flächendeckung im oberen Teil der Kurve (80% - 100%) sehr flach und lässt in diesem Bereich kaum noch eine Differenzierung zu. Eine unstetige Stelle bei ca. 34%

Flächendeckung deutet sogar auf eine Verfälschung derart, daß statt einer Zunahme der Flächendeckung im Verlauf eine Abnahme erfolgen kann.

Die mit Fall 2 bezeichneten Fehlergewichte haben eine ganze Reihe von unsteten Stellen im Verlauf von Soll- zu Istflächendeckung. Es ist hier nicht mehr möglich, jeder realen Flächendeckung zumindest rechnerisch eine einzige ideale Flächendeckung zuzuordnen. Damit ist für diesen Fall eine Gradationsanpassung gar nicht möglich.

Eine dritte Ursache, die jedoch in ihrer Wirkung umgekehrt zu den beiden ersten ist, besteht in einer mit abnehmendem Punktdurchmesser kleiner werdenden Farbschichtdicke, die im Punkt erreicht wird. Es ist davon auszugehen, daß eine Farbfläche nicht vom Rand zum Papier sofort die volle Schichtdicke hat, sondern diese erst nach einer endlichen Strecke erreicht. Einen Zusammenhang zwischen gemessener Dichte und Punktdurchmesser findet man in /2/, wo nicht nur die gemessene Dichte als Maß für die Farbschichtdicke dokumentiert ist, sondern auch Photographien von Papierschnitten die Druckpunktdicke direkt zeigen. Eine Umsetzung der dort gewonnenen Ergebnisse ist hier nicht direkt möglich, weil sämtliche Druckproben aus einzeln stehenden Punkten ohne Kontakt zu Nachbarpunkten bestanden. Man kann sich aber ausgehend von den dort gemessenen Ergebnissen überlegen, daß der Kurvenverlauf im Bereich hoher Flächendeckungen wenig beeinflußt werden wird, im Bereich sehr niedriger Flächendeckungen dagegen die reale Flächendeckung geringer als die ideale Flächendeckung sein wird und zwar um so mehr, je kleiner die Druckpunkte sind.

Diese und andere Faktoren wirken bei der Verzerrung der Druckkennlinie zusammen und erzeugen einen Verlauf, der im allgemeinen auf dem Wege

- Messung
- Bestimmen des Abstandes zum gewünschten Soll-Verlauf
- Korrektur
- erneute Messung

usw. korrigiert wird.

In der Durchführung dieser Korrektur wird man zweckmäßigerweise den abtastseitig vorliegenden Bildwerten neue Werte so zuordnen, daß nach erneuter Rasterung die Tonwertkurve den gewünschten Verlauf aufweist. Be-

schreibbar ist diese Umkodierung z.B. durch eine Korrekturfunktion, welche aus einem abtastseitig vorliegenden Bildwert den korrigierten Bildwert errechnet. Die Folge dieser Umkodierung des Bildes wird eine Reduktion des abtastseitig vorliegenden Bildes im Informationsgehalt sein. Dies ist zunächst nicht einsichtig, da die Anzahl korrigierter Bildwerte ja der Anzahl unkorrigierter Bildwerte entspricht. Die Gründe für den dennoch eintretenden Informationsverlust sind in der Art und Weise zu suchen, wie die Bilddaten zu einem Rasterbild verrechnet werden.

Durch den Einsatz einer Datenverarbeitungsanlage/eines Computers zur Bildraasterung ist man bei der Bildverarbeitung an bestimmte dort vorliegende Gegebenheiten gebunden. Bei der Abtastung eines Bildes wird die Auflösung von Tonwertstufen i.a. in Bit angegeben. Die abtastseitig vorliegende Kodierung der Bildwerte in Zahlen von 0 bis 255 entspricht einer Auflösung von 8 Bit. Mit diesen 8 Bit lassen sich im dualen Zahlensystem 256 verschiedene Zustände differenzieren. 8 Bit entsprechen zugleich der in der Datentechnik verwendeten Größe 1 Byte. Die meisten Prozessoren, welche die Rechenarbeit verrichten, sind so aufgebaut, daß sie die Zahlen byteweise verarbeiten, bzw. daß sie ganzzahlige Vielfache eines Bytes verarbeiten. Hierbei gibt es, sofern Zahlen durch arithmetische Operationen verrechnet werden müssen, einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen Rechengeschwindigkeit und Größe der Zahlen in Bytes. Je mehr Bytes verrechnet werden müssen (z.B. 2 Bytes statt 1 Byte pro Bildpunkt), um so länger dauert der Rechengang. Ebenfalls gibt es einen deutlichen Geschwindigkeitsvorteil bei der Beschränkung auf Ganzzahlarithmetik, also ausschließliche Verwendung natürlicher Zahlen, und dem Rechnen mit realen Zahlen, also Zahlen mit einem Nachkommaanteil.

Bei einer Beschränkung der die Bildwerte repräsentierenden Informationsträger auf 8 Bit pro Bildelement stehen diese sowohl vor als auch nach Durchlaufen der Korrekturfunktion nur zur Verfügung. Abhängig von der lokalen Steigung der Korrekturfunktion können drei Fälle auftreten, zwischen denen zu unterscheiden ist. Das folgende Bild 28 verdeutlicht das.

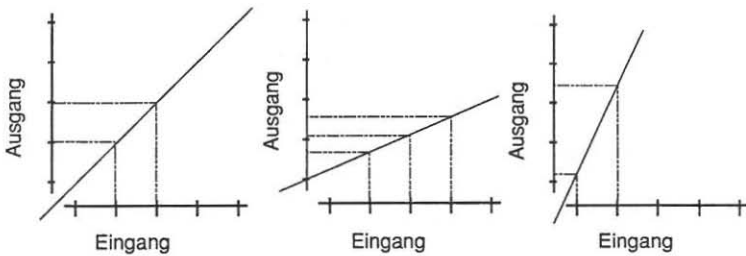


Bild 28: Steigungseinfluß der Korrekturfunktion

Im ersten Bild beträgt die Steigung Eins. Jedem Eingangswert wird, auch nach Rundung, genau ein Ausgangswert zugeordnet. Im zweiten Fall ist die Steigung kleiner als Eins. Je nach Steigung und Lage werden jetzt einem Ausgangswert auch mehr als ein Eingangswert zugeordnet. Im dritten Fall ist die Steigung größer als Eins. Jetzt wird jedem Eingangswert zwar genau ein Ausgangswert zugeordnet, bestimmte Ausgangswerte werden aber übersprungen und kommen gar nicht mehr vor.

Für den Fall der gleichverteilten Eingangsinformation soll für die Rasterung mittels Errordiffusion und zufälligen Fehlergewichten jetzt die Transinformation  $R(x)$  und der Gütegrad  $q$  des Kanalelementes Gradationsanpassung berechnet werden. Gleichverteilte Eingangsinformation bedeutet Bewertung des Kanalelementes mit der Randbedingung einer maximalen Eingangsinformation. Die Auswirkung des Kanalelementes Rasterverfahren auf ein Bild mit einer anderen Häufigkeitsverteilung ist selbstverständlich stark von der Verteilung und Lage der Eingangsinformation abhängig. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Ereignisse am Eingang des Kanalelementes ist im hier betrachteten Fall:

$$p(x_i) = \frac{1}{256} = \text{const.} \quad (67)$$

Ausgehend von der oben angegebenen Berechnungsformel für die Transinformation

$$R(x) = - \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N p(x_i; y_j) \text{ld} \frac{p(x_i)p(y_j)}{p(x_i; y_j)} \quad \text{vergl. Gl. (12)} \quad (68)$$

gilt folgendes bei der Umsetzung von  $x_i$  zu  $y_j$ :

- zu jedem  $x_i$  existiert immer nur ein  $y_j$   $\Rightarrow (px_i(y_j) = 1)$
- zu manchen  $y_j$  existiert kein  $x_i$   $\Rightarrow (px_i(y_j) = 0)$
- zu manchen  $y_j$  existieren mehrere  $x_i$   $\Rightarrow (px_i(y_j) = 1)$

Der Ausdruck  $p(x_i; y_j)$  kann daher nur zwei Werte annehmen. Mit

$$p(x_i; y_j) = p(x_i)px_i(y_j) \quad (69)$$

sieht man, daß im Falle der Gradationskennlinie immer  $p(x_i) = \frac{1}{256}$  ist und für  $px_i(y_j)$  gilt:

$$p(x_i; y_j) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } p(x_i) = \frac{1}{256} \text{ und } px_i(y_j) = 0 \\ \frac{1}{256}, & \text{wenn } p(x_i) = \frac{1}{256} \text{ und } px_i(y_j) = 1 \end{cases} \quad (70)$$

$p(x_i; y_j)$  ist immer dann 0, wenn  $y_j = 0$  ist. In allen Fällen, in denen  $p(x_i; y_j) = \frac{1}{256}$  ist, gilt also:

$$R(x) = - \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N p(x_i) \text{ld}(p(y_j)) \quad (71)$$

In allen anderen Fällen wäre  $p(y_j) = 0$  und  $\text{ld}(0)$  würde  $-\infty$ . Da aber die Transformation in den Fällen, wo  $p(y_j) = 0$  ist, den Beitrag Null ergeben muß, ist eine Fallunterscheidung in der Berechnung nötig.

$$R(x) = \begin{cases} - \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N p(x_i) \text{ld}(p(y_j)) & \text{für } p(y_j) > 0 \\ 0 & \text{für } p(y_j) = 0 \end{cases} \quad (72)$$

Ausgehend von dem oben aufgeführten Fall der Veränderung des Flächendeckungsgrades bei Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten taucht zunächst die Frage auf, wie eine Korrektur erfolgen muß bzw. wie man zu einer Korrekturtafel gelangt.

Ausgehend von Bild 25 soll das Ziel einer solchen Tabelle eine Zuordnung sein, mit der die ideale Flächendeckung am Eingang so verändert wird, daß trotz Punktzuwachs ebendiese Flächendeckung in der Reproduktion erreicht wird. Für eine Flächendeckung von 0,4 erhält man im Beispiel mit 10  $\mu\text{m}$ -Punkten bei 2  $\mu\text{m}$  Punktzuwachs eine Flächendeckung von 0,615. Eine Flächendeckung von 0,4 in der Reproduktion wurde aber hier durch eine Flächendeckung von 0,22 am Eingang erreicht. Folglich muß der Zahlenwert, der eine ideale Flächendeckung von 0,4 repräsentiert, vor der Bildraasterung durch den Zahlenwert ersetzt werden, welcher einer idealen Flächendeckung von 0,22 entspricht.

Der Zahlenwert von 0,22 wurde aus dem in Bild 25 angegebenen Polynom durch Suchen ermittelt. Suchen heißt in diesem Fall, daß von dem Polynom 0,4 subtrahiert und anschließend seine Nullstelle bestimmt wurde. Das Gleiche erreicht man durch Bilden der Umkehrfunktion zu entsprechendem Polynom, mit welcher direkt der ideale Flächendeckungsgrad als Funktion des einzusetzenden/zu erzeugenden realen Flächendeckungsgrades berechnet werden kann. Graphisch erhält man die Umkehrfunktion einer gegebenen Funktion durch Spiegelung an der Geraden  $y = x$ . Das folgende Bild 29 zeigt die Funktion für 2  $\mu\text{m}$  Punktzuwachs aus Bild 25 und die durch Spiegelung erzeugte Umkehrfunktion.

Umkehrfunktion des Zusammenhangs zwischen idealer und realer Flächendeckung zur Korrektur

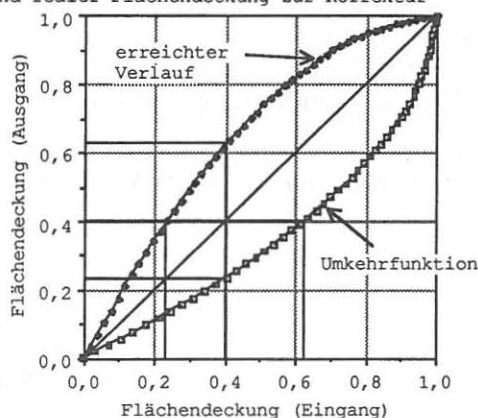


Bild 29: Prinzip der Gradationsanpassung

Damit bietet sich eine sehr einfache Verfahrensweise zur Berechnung des Funktionszusammenhangs für die erforderliche Korrekturtabelle an.

Nach Vertauschen der errechneten oder gemessenen Werte liegt die Korrekturtabelle in graphischer Form unmittelbar vor, und die Werte können nach linearer Interpolation zwischen den einzelnen Punkten oder polynomischer Interpolation durch alle Punkte einfach ermittelt werden. Bei Verwendung eines Ausgleichspolynoms zur Beschreibung der Korrekturfunktion ist zu beachten, daß damit nur eine näherungsweise Korrektur möglich ist. Im vorliegenden Beispiel wurde die Korrekturfunktion durch folgendes Polynom 5. Ordnung genähert:

$$\varphi_n = -1.007 \cdot 10^{-2} + 1.068 \varphi_{id} - 4.490 \varphi_{id}^2 + 14.145 \varphi_{id}^3 + \\ - 17.828 \varphi_{id}^4 + 8.092 \varphi_{id}^5 \quad (73)$$

Setzt man hier die beiden Eckpunkte 0 und 1 ein, so erhält man:

$$0 \rightarrow -0.0101 \rightarrow -0.26 \text{ Punkte aus } 256 \\ 1 \rightarrow 0.9769 \rightarrow 249.12 \text{ Punkte aus } 256$$

Die richtigen Werte sollten aber 0 und 1 bzw. 0 Punkte und 255 Punkte lauten. Dennoch bietet ein Ausgleichspolynom Vorteile, z.B. die Glättung der Werte, welche in der praktischen Anwendung durch eine Messung ermittelt werden.

Mit o.a. Polynom 5. Ordnung wurde eine Wertetabelle erstellt und deren Gütegrad als Kanalelement bestimmt. Alle errechneten Werte wurden nach Multiplikation mit 255 auf ganzzahlige Werte gerundet. Alle Werte mit negativem Vorzeichen wurden durch Null ersetzt und das Ergebnis für einen Eingangswert größer oder gleich 255 durch einen Ausgangswert von 255.

Die Auswertung der Wertetabelle ergibt, daß Werte entweder gar nicht, einmal, zweimal, dreimal oder viermal vorkommen. Durch Auszählen erhält man:

- 54 Werte kommen doppelt vor.
- 2 Werte kommen dreifach vor.
- 1 Wert kommt vierfach vor.

256 Werte stehen insgesamt zur Differenzierung am Eingang zur Verfügung.

$$256 - 2 \cdot 54 - 3 \cdot 2 - 4 = 138 \text{ Werte kommen einmal vor.} \\ 138 + 54 + 3 + 1 = 196 \text{ verschiedene Werte kommen am Ausgang vor.}$$

Damit läßt sich  $p(y_j)$  für die nach ihrer Häufigkeit zu unterscheidenden zwei Ereignisarten angeben mit:

$$P(y_{\text{einfach}}) = \frac{1}{256}$$

$$P(y_{\text{doppelt}}) = \frac{2}{256}$$

$$P(y_{\text{dreifach}}) = \frac{3}{256}$$

$$P(y_{\text{vierfach}}) = \frac{4}{256}$$

Für die einzelnen Größen im BERGER'schen Diagramm ergibt sich:

$$H(x) = -256 \frac{1}{256} \text{ld} \left[ \frac{1}{256} \right] = -\text{ld} \left[ \frac{1}{256} \right] = 8.0000 \text{ Bit}$$

$$H(y) = - \left[ 138 \frac{1}{256} \text{ld} \frac{1}{256} + 54 \frac{2}{256} \text{ld} \frac{2}{256} + \right. \\ \left. + 2 \frac{3}{256} \text{ld} \frac{3}{256} + 1 \frac{4}{256} \text{ld} \frac{4}{256} \right] = 7.5097 \text{ Bit}$$

$$R(x) = - \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N p(x_i) \text{ld}(p(y_j)) \quad (74)$$

mit  $p(x_i) = \frac{1}{256}$  und  $N = 256$  folgt

$$R(x) = - \sum_{j=1}^M \text{ld}(p(y_j)) \sum_{i=1}^N p(x_i) = H(y) = 7.5097 \text{ Bit} \quad (75)$$

Bei gleichverteilten Eingangssignalen ergibt sich so für den Gütegrad der Korrektur:

$$Q = \frac{R(x)}{H(x)+H(y)} = \frac{R(x)}{H(x)+H(y)-R(x)} = \frac{7.5097}{8.0056+7.5097-7.5097} = 0.9387 \quad (76)$$

Weil  $R(x) = H(y)$  ist, entsteht der Gütegrad durch Division von  $H(y)$  mit  $H(x)$ . Aus Gleichung (75) erkennt man, daß das bei anders verteilter Eingangsinformation ebenfalls gilt. Generell enthält also das Kanalelement "Korrektur der Punktzunahme" keine Irrelevanz. Es geht ausschließlich Information verloren. Der Verlust an differenzierbaren Werten beträgt im gerechneten Beispiel 23,4% während auf der Seite des Gütegrades nur ein Verlust von 6,13% auftritt.



## 4 Bewertung bildfremder Strukturen

Bei Betrachtung der durch die verschiedenen Rasteralgorithmen erzeugten FM-Rasterbilder lassen sich immer wieder Punktanordnungen feststellen, die störend erscheinen. Sie erwecken den Eindruck einer Bildinformation oder einer nicht zum eigentlichen Bild gehörenden Struktur. Es stellt sich die Frage, inwieweit diese Punktanordnungen einen Einfluß auf die Qualität des gedruckten Bildes haben, und vor allem, ob und welche Folgen sich aus den bildfremden Strukturen ergeben können.

### 4.1 Definition bildfremder Strukturen

Im strengen Sinne ist ein Halbtonbild mit dem Verfahren des Offsetdruckes kaum oder nur mit hohem Aufwand reproduzierbar. Im strengen Sinne heißt, daß das Ergebnis der Reproduktion dem Original entspricht, also aus Halbtönen besteht. Wegen des hohen Aufwandes simuliert man deshalb im Druck die Halbtöne durch die Rasterung des Bildes. Schwarze und weiße Teilflächen ("Schwarzweiß-Bild") stellen, sofern sie nicht als Einzelflächen, sondern in ihrem Gesamteindruck wahrgenommen werden, die Palette aller zwischen Papierweiß und Volltonschwarz erreichbaren Grautöne dar.

Wann die Wahrnehmung dieser Teilflächen durch den Betrachter erfolgt, hängt neben der Beleuchtungsstärke und der individuellen Sehleistung des Betrachters auf der Seite des Druckproduktes vor allem davon ab, welche Größe die einzelnen Druckpunkte haben, und wie sie verteilt sind. Die Größe spielt eine Rolle beim Vergleich von FM- und AM-Verfahren. Beim bloßen Vergleich von FM-Verfahren ist vor allem die Anordnung von Bedeutung, solange die Druckpunkte gleiche Größe und Form haben.

Betrachtet man die Punktmuster zu den verschiedenen Rasterverfahren, stellt man abhängig vom Verfahren und der Flächendeckung unterschiedlichste Strukturen fest. Bei sehr niedriger Flächendeckung liegen bei der Errordiffusion häufig mehrere Punkte so angeordnet, daß sie eine leicht diagonale, kurze Linie bilden. In einiger Entfernung findet sich wieder solch ein Element, usf.. Ähnliches, nur mit freibleibenden Stellen, ist bei sehr hohen Flächendeckungen zu beobachten. Im gesamten Bereich mittlerer Flächendeckungen nimmt man unterschiedlichste Variationen von Punktanordnungen wahr, welche von periodisch erscheinenden Linienzügen bis zu richtigen Irrgärten reichen. Diese Strukturen, die visuell als nicht zum Bild gehörend

erkannt werden und außerdem auch störend wirken, weil sie abhängig von der Punktgröße einen unruhigen Bildeindruck zur Folge haben, sollen im folgenden bewertet werden.

## 4.2 Texturen

### 4.2.1 Definition und Bedeutung

Texturen lassen sich auf vielfältige Weise beschreiben /1/. Das Verfahren muß sich von Fall zu Fall an dem ausrichten, was ermittelt werden soll. Im Falle der Bildrasterung besteht eine Möglichkeit die Struktur als Textur zu beschreiben darin, zu untersuchen, wie weit der nächste Punkt von einem gesetzten Punkt (bei Flächendeckungen über 50% gilt das jeweils für nicht gesetzte Punkte) entfernt ist und in welcher Richtung er liegt. Das Ergebnis, also die Entfernung des nächsten Nachbarn in waagerechter und in senkrechter Richtung, vermerkt man in einer Ergebnismatrix, in der das über die Entfernung in Punkten bzw. Punktorten indizierte Matrixelement um Eins inkrementiert wird.

Für die niedrigen und hohen Flächendeckungen erscheint das als ein brauchbares Verfahren, um differenzierte Aussagen sowohl betreffend Richtung als auch Entfernung von Nachbarn zu erhalten. Bei mittleren Flächendeckungen ist im Ergebnis eine gute Differenzierung betreffend Vorzugsrichtungen zu erwarten, nicht mehr aber zu den Abständen, da notgedrungen immer mehr Punkte pro Fläche zur Folge haben, daß nahezu jeder Punkt einen Nachbarn entweder im Abstand Eins (also in horizontaler oder vertikaler Richtung) oder im Abstand  $\sqrt{2}$  (also in diagonalen Richtung) hat.

Eine andere Möglichkeit zur Ermittlung von Vorzugsrichtungen besteht darin, zu überprüfen, wie häufig z.B. zwei Punkte nebeneinander liegen, wie häufig sie sich diagonal berühren oder wie häufig zwei Punkte in einer Reihe mit einem freiem Punkt liegen, um nur einige Beispiele zu nennen.

Die Bedeutung der so zu ermittelnden Texturen liegt bei entsprechender Ausprägung in den Fehlern, welche sich bei der Reproduktion ergeben werden. Treten bei einer Flächendeckung bevorzugt waagerechte und senkrechte Linien auf, so kann im Druck die Folge sein, daß die Teilflächen einer Orientierung eine andere Dichte aufweisen als die der anderen Orientierung. Das kann seine Ursache z.B. in einem Schieben zwischen Gummituch- und

Plattenzylinder haben. Eine andere Ursache kann in einem durch die Papierstrukturierung bedingten richtungsabhängigen Lichtfang liegen, der bei Linien in der einen Vorzugsrichtung ausgeprägter ist als in der anderen Richtung. Zusätzlich wird bei einer Farbproduktion, bei der zwei oder mehr Auszüge mit solchen Texturmerkmalen übereinanderliegen, nicht nur die Farbdichte bzw. die Intensität des Farbtones schwanken, sondern abhängig von der Orientierung der Texturen eine wechselnde Verteilung der Flächenanteile von Primär-, Sekundär- und Tertiärfarben die Folge sein. Daraus sich ergebende Farbtenschwankungen werden texturabhängig mehr oder weniger stark sein und u.U. vom Betrachter wahrgenommen werden.

Das Vorkommen von Punktberührung bevorzugt diagonal, anstatt vertikal oder horizontal, kann bedingt durch die unterschiedlichen Abstände der Punktmitten zu Folge haben, daß der Punktschluß bei runden Punkten anders ausfällt, sich also ein anderes Verhältnis von idealer zu realer Flächendeckung einstellt. Die Folge wären Dichteabweichungen abhängig von der bevorzugten Nachbargeometrie.

#### 4.2.2 Ermittlung von Texturmerkmalen

Wegen der guten Durchführbarkeit soll das zuletzt genannte Verfahren beschrieben und angewandt werden.

Die Druckpunktmatrix  $P$  läßt sich Punkt für Punkt daraufhin untersuchen, ob zu einem bestimmten gesetzten Punkt  $P_{i,j}$  der zu untersuchende Nachbar, z.B.  $P_{i+1,j+1}$ , ebenfalls gesetzt ist. Die Summe dieser Fälle wäre ein Charakteristikum zur Unterscheidung verschiedener Rasterverfahren. Ebenfalls wäre die Anzahl der Fälle ein Charakteristikum verglichen mit der Anzahl von Fällen, in denen z.B. der Nachbar  $P_{i+1,j}$  zu einem gesetzten Punkt ebenfalls gesetzt wäre.

Die Form, in der diese Untersuchung erfolgt, ist variabel. Im folgenden sollen die Nachbarschaftsbeziehungen mit Hilfe einer Faltung der Druckpunktmatrix  $P$  mit einer Gewichtsfunktion  $G$  ermittelt werden. Die Gewichtsfunktion  $G$  enthält die Information über die zu bewertende Nachbarschaft. Das Ergebnis läßt sich wiederum als Bild  $T$  auffassen. In diesem Bild  $T$  stellt jeder Bildpunkt mit einem bestimmten Wert je ein Ereignis der gesuchten Art

dar. Bildpunkte  $T_{i,j}$  mit geringerem Wert stellen Teilereignisse der gesuchten Art dar.  $T$  erhält man aus  $P$  und  $G$  mit

$$T_{l,k} = \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} P_{l+i,k+j} G_{i,j} \quad \text{mit } i,j = 0..M-1 \quad (77)$$

$c$  stellt einen Normierungsfaktor dar, z.B.

$$c = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} G_{i,j} \quad \text{oder} \quad c = M^2. \quad (77a)$$

In der hier angebotenen Darstellung ist der Wert  $T_{l,k}$  dem Rasterbildwert  $P_{l,k}$  räumlich zugeordnet. Es werden in die Gewichtung nur Rasterbildwert  $P_{i,j}$  mit  $i \geq l$  und  $j \geq k$  einbezogen. Das umgeht man mit

$$T_{l,k} = \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} P_{l-o+i,k-o+j} G_{i,j} \quad \text{mit } o = \frac{M-1}{2} \quad \text{und } M = 3,5,7,\dots \quad (78)$$

Abhängig von der Größe und Besetzung von  $G$  lassen sich verschiedene Informationen gewinnen. Mit  $G_{i,j} = 1$  (für alle  $i,j$ ) ist eine Mittelwertbildung möglich, wobei das Ergebnis nicht mehr wie das Druckbild ein Schwarz-Weiß-Bild ist, sondern ein Grauwertbild mit  $M^2 + 1$  möglichen Graustufen. Hier soll aber vor allem interessieren, ob bestimmte Punktanordnungen häufiger vorkommen als andere. Bereits für  $M = 3$  lassen sich eine Reihe verschiedener Anordnungen/Richtungen untersuchen. Beispiele für  $M = 3$  mit 7 Elementen zu Null und zwei Elementen zu Eins in der die Gewichtsfunktion beschreibenden Matrix  $G$  zeigt das folgende Bild 30.

Das Beispiel in Bild 31 soll das Ergebnis einer solchen Faltungsoperation zeigen, wobei für  $c$  die Summe der  $G_{i,j}$  gesetzt wurde und in der Ergebnismatrix  $T$  alle Werte  $T_{i,j} < 1$  zu Null gesetzt sind.

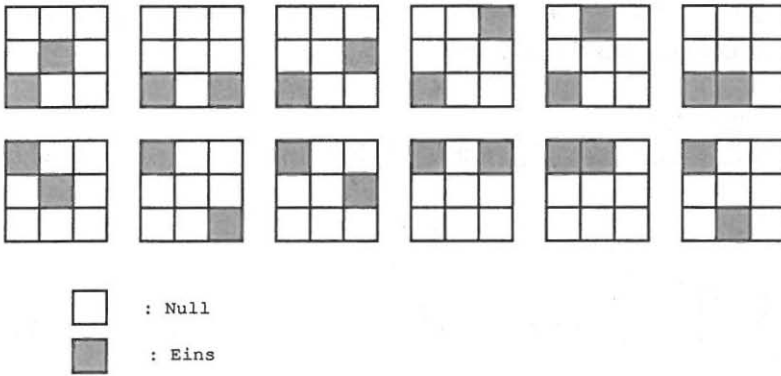


Bild 30: Beispiele für die Belegung von G

P	G	T																																																																																															
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	0	0	0	0	0	1	1	0	0	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0																																																																																										
0	0	0	0	1	1	0	0																																																																																										
1	0	0	1	0	1	0	0																																																																																										
0	1	1	0	0	1	0	0																																																																																										
0	0	0	0	1	0	0	0																																																																																										
0	0	1	0	1	0	0	0																																																																																										
0	1	1	0	1	0	0	0																																																																																										
0	0	0																																																																																															
0	0	1																																																																																															
1	0	0																																																																																															
0	0	0	1	0	0																																																																																												
0	1	0	0	0	0																																																																																												
0	0	0	0	0	0																																																																																												
0	0	1	0	0	0																																																																																												
0	0	1	0	0	0																																																																																												

Bild 31: Beispiel für die Durchführung der Faltung entsprechend Gl. (78)

In T sind alle die Orte mit 1 markiert, für die eine der Belegung von G entsprechende Punktanzahl in P vorgefunden wurde. Die zugehörigen Punkte in P sind durch einen senkrechten Strich markiert. Man erkennt, daß in P die gesuchte Anordnung in einem Fall in der Verlängerung ein weiteres Mal auftaucht. Für diesen Fall findet sich dieselbe Anordnung, welche mit G beschrieben wurde, in T ein zweites Mal. Über wiederholte Anwendung von G auf T kann also ermittelt werden, ob eine längere Kette von Punkten mit der gesuchten Orientierung bezüglich Abstand und Richtung vorliegt.

Bei Flächendeckungen von  $\varphi > 0.5$  wird zunehmend zu erwarten sein, daß eher die verbleibenden weißen Teilflächen mit ihrer Orientierung als Strukturen wahrgenommen werden. In diesem Fall erhält man das Ergebnis für die freibleibenden Punkte, indem die Werte in P jeweils vertauscht werden,

also 1 durch 0 und 0 durch 1 ersetzt werden. Man kann dann T auch bilden mit

$$T_{l,k} = \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} |P_{l-o+i, k-o+j} - 1| G_{i,j} \quad (79)$$

Die Auswertung von T bezüglich der Häufigkeit der vorkommenden in G beschreibenden Anordnungen läßt den Vergleich von verschiedenen Punktanordnungen in einem Rasterbild zu.

### 4.2.3 Ergebnisse der Texturbestimmung

Im folgenden werden die Ergebnisse der Texturbestimmung zu den Verfahren stochastische Rasterung und Errordiffusion dargestellt. Bei der stochastischen Rasterung wurden Schwellwertmatrizen mit sämtlichen schon früher verwendeten Übergangswahrscheinlichkeiten berücksichtigt. Bei der Errordiffusion wurden die Fehlerverteilungen von Fall 1 bis Fall 4 (s.S. 56) sowie die zufällige Fehlerverteilung untersucht.

Mit folgenden 4 Belegungen der Gewichtsfunktion G wurden die Faltungen durchgeführt:

Tabelle 6: Belegung und Benennung der Gewichtsfunktionen

D1	D2	VERTIKAL	HORIZONTAL
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
G = 0 1 0	G = 1 0 0	G = 1 0 0	G = 0 0 0
1 0 0	0 1 0	1 0 0	1 1 0

Daraus ergibt sich für die Normierung  $c = 2$ . Wie in o.a. Beispiel wurden nur die Werte mit  $T_{i,j} = 1$  in der Auswertung berücksichtigt. Alle Werte kleiner Eins wurden zu  $T_{i,j} = 0$  gesetzt.

Die Rasterbilder bestanden aus 100 Zeilen á 100 Punkte/Punktorte. Für jedes Verfahren wurden Flächendeckungen von 0.1 bis 0.9 in Schritten von 0.1 untersucht.

Im Ergebnisfeld T der Größe 98x98 Punkte wurden über einen Ausschnitt von 90x90 bzw. 50x50 Punkten die Werte aufsummiert. Die Lage des Auswertefeldes innerhalb T war zufällig. Die kleineren Auswertefelder fanden in den Fällen Anwendung, in denen Einflüsse aus dem Rand des Rasterfeldes nicht schnell genug verschwunden waren. Hier wurde mit einer kleineren "Meßfläche" in dem Bereich von T ausgewertet, in dem keine Einflüsse aus dem Rand mehr sichtbar waren. Die ermittelte Summe von Ereignissen wurde schließlich durch die maximal mögliche Anzahl (also 8100 bzw. 2500) dividiert und jeweils über der Flächendeckung aufgetragen.

Die Bildbeispiele für die zugehörigen Rasterbilder finden sich in den Kapiteln 4.3.3.2 bis 4.3.3.5.

#### 4.2.3.1 Ergebnisse für stochastische Rasterung

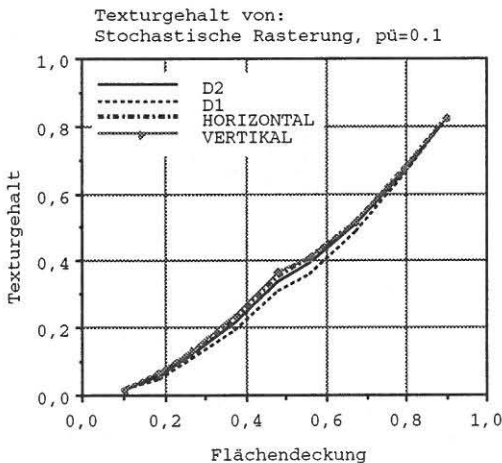


Bild 32/1: Ergebnis der Texturermittlung für stochastische Rasterung mit  $p_{\bar{u}}=0.1$

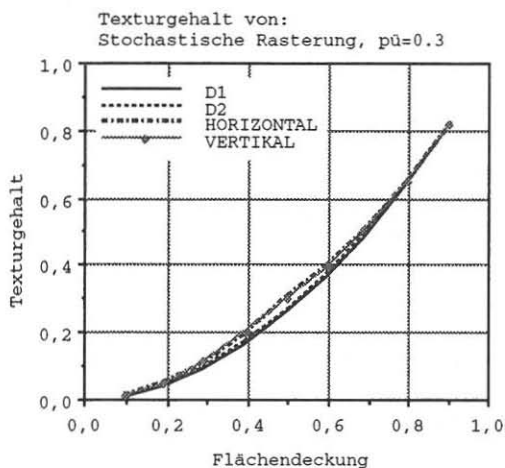


Bild 32/2: Ergebnis der Texturermittlung für stochastische Rasterung mit  $p_{\bar{u}}=0.3$

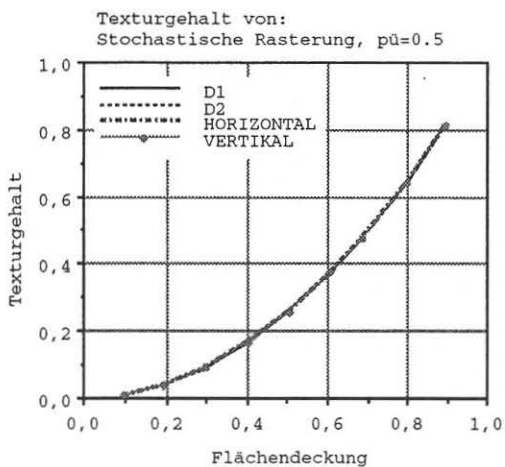


Bild 32/3: Ergebnis der Texturermittlung für stochastische Rasterung mit  $p_{\bar{u}}=0.5$



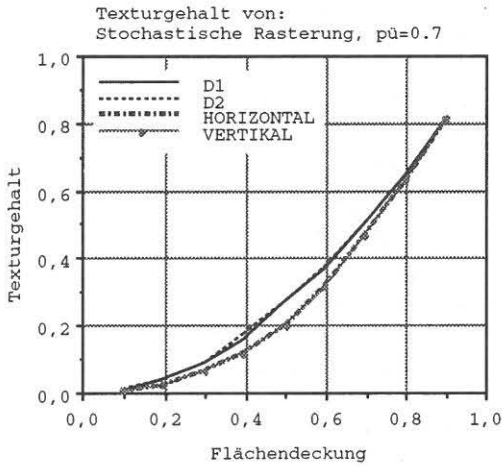


Bild 32/4: Ergebnis der Texturermittlung für stochastische Rasterung mit  $p_{\bar{u}}=0.7$

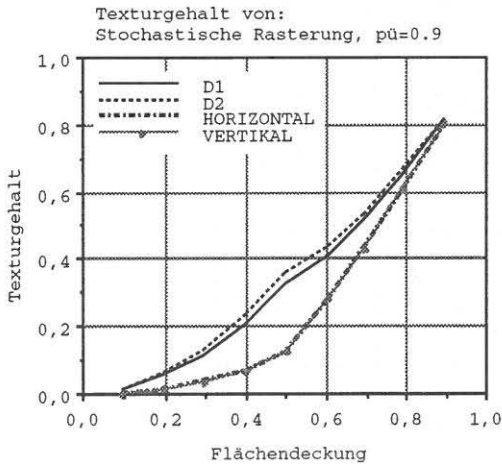


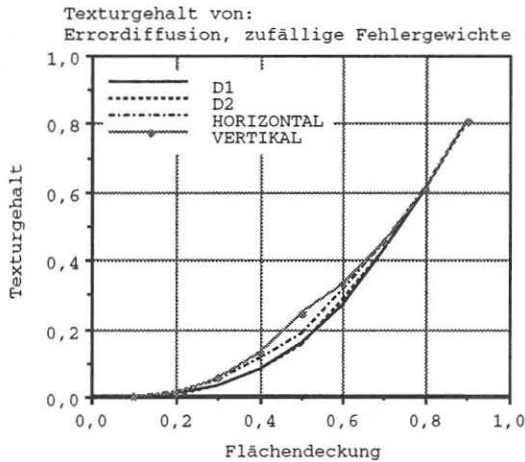
Bild 32/5: Ergebnis der Texturermittlung für stochastische Rasterung mit  $p_{\bar{u}}=0.9$

Der mittlere der fünf Fälle zeigt keinerlei bemerkenswerte Bevorzugung einer bestimmten Richtung. Das deckt sich auch mit der Erwartung, die man hier haben darf. Bei den beiden letzten, für eine gleichmäßige Punktverteilung interessanten Fällen mit  $p_{\bar{u}}=0.7$  und  $p_{\bar{u}}=0.9$ , zeigt sich eine deutliche Tendenz dahin, daß Druckpunkte wesentlich häufiger diagonal zu anderen Punkten sitzen als in Achsenrichtung. Dabei tritt der mit D2 in der Legende bezeichnete Fall mit zunehmender Übergangswahrscheinlichkeit etwas häufiger auf. Das ist plausibel, bedenkt man die gerichtete Erzeugung der Schwellwertmatrix, welche von links oben nach rechts unten stattfindet.

#### 4.2.3.2 Ergebnisse für Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten

Aus Bild 33 geht hervor, daß Nachbarn in horizontaler und vertikaler Richtung häufiger vorkommen als in Richtung der beiden Diagonalen. Vertikale Nachbarschaft tritt hier wiederum mehr auf als horizontale Nachbarschaft. Letzteres ist leicht aus der Art der Abarbeitung der Vorlage beim Rastern erklärbar. Ein Bildpunkt des zu rasternden Bildes **B** hat, bevor entschieden wird, ob an der zu ihm korrespondierenden Stelle in der Druckpunktmatrix **P** ein Punkt gesetzt wird, bei der Bearbeitung der vier nächstliegenden Vorgänger passiv durch Fehleraufnahme mitgewirkt.

Dabei hat er von drei obenliegenden Vorgängern vertikale Anteile und von einem links sitzenden sowie zwei oben liegenden Vorgängern horizontale Anteile aufgenommen. Da die horizontalen Anteile der oben liegenden Vorgänger im Vorzeichen entgegengesetzt sind, heben diese sich im Mittel auf, so daß letztendlich 0.5 Fehleranteile in horizontaler und  $(2/\sqrt{2}) \cdot 0.25$  Fehleranteile in vertikaler Richtung vorliegen.



*Bild 33: Ergebnis der Texturermittlung für Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten*

#### 4.2.3.1 Ergebnisse für Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 1 bis Fall 4

Angeichts der starken Schwankungen im Kurvenverlauf sei hier eine Bemerkung zur Darstellung aus dem Kapitel 3.3 über den Punktzuwachs wiederholt. Die ermittelten Wertepaare wurden jeweils durch Linien verbunden. Damit soll kein Verlauf des dargestellten Zusammenhanges zwischen den Punkten behauptet werden zumal er bei diesem Beispiel offensichtlich mehr oder weniger stark abweichen dürfte. Die Verbindung zwischen den Punkten dient nur der besser wahrnehmbaren Abgrenzung der Wertepaare.

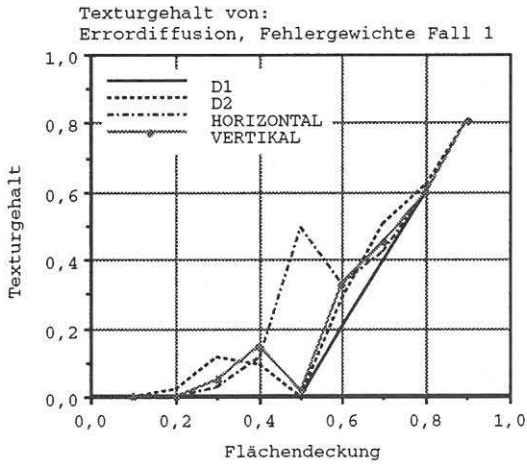


Bild 34/1: Ergebnis der Texturermittlung für Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 1

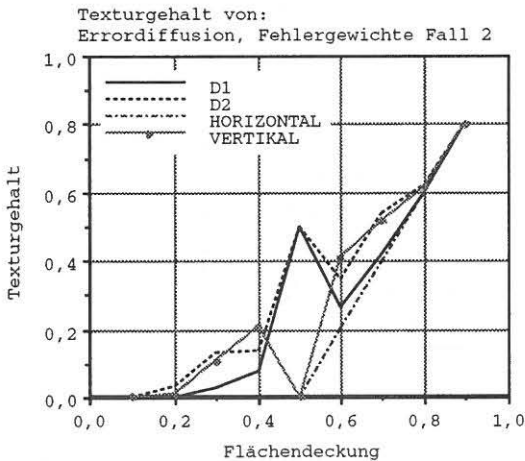
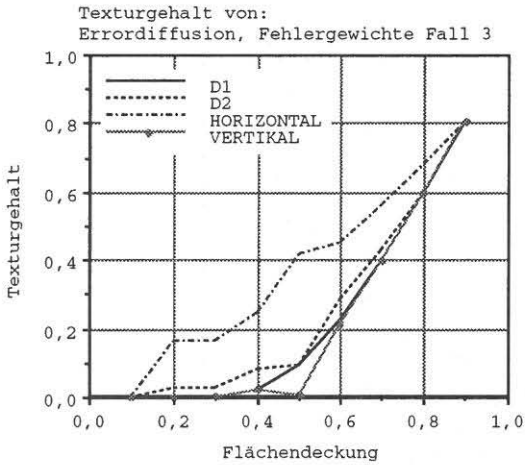
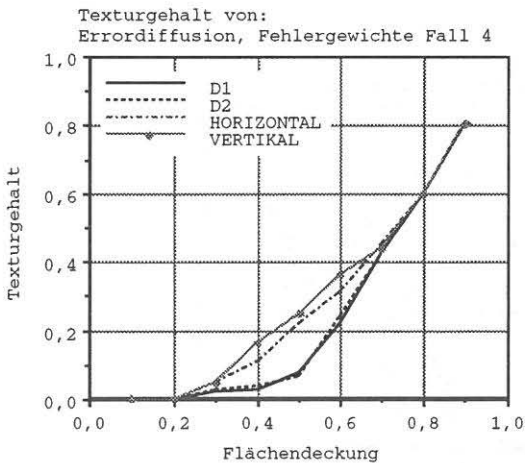


Bild 34/2: Ergebnis der Texturermittlung für Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 2



*Bild 34/3: Ergebnis der Texturermittlung für Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 3*



*Bild 34/4: Ergebnis der Texturermittlung für Errordiffusion mit Fehlergewichten nach Fall 4*

Die Kurvenverläufe sind abhängig von den starren Fehlergewichten sehr unterschiedlich. Auffällig in Fall 1 und Fall 2 sind die Umkehrungen in den

Häufigkeiten bei einer Flächendeckung von 50%. Am ausgewogensten innerhalb dieser 4 Fälle erscheint der sich aus der Auswertung von Fall 4 ergebende Kurvenverlauf. Es kommt hier bis zu einer Flächendeckung von 20% kaum zu Berührungen mit Nachbarpunkten und anschließend bei deutlicher Dominanz der horizontalen und vertikalen Nachbarschaften zu einer über den ganzen Bereich der ermittelten Werte im wesentlichen gleichbleibenden Rangfolge.

## 4.3 Periodische Strukturen

### 4.3.1 Definition und Bedeutung

Die Auswirkungen von periodischen Strukturen im gerasterten Bild sind aus der konventionellen AM-Rastertechnik bestens bekannt und werden mit dem Begriff Moiré bezeichnet. Im einfarbigen Druckbild bedeutungslos, treten die Probleme bei periodischen Bildstrukturen in Drucken, für welche zwei oder mehr Farbauszüge gebraucht werden, deutlich zutage. Sie seien am Beispiel von zwei Farbauszügen kurz beschrieben. Der erste und der zweite Farbauszug seien mit konstanter Rasterweite und identischer Rasterwinkelung erzeugt. Kommt es bei der Montage und Plattenkopie zu einer geringen Verwinkelung des einen Farbauszuges gegenüber dem anderen, wird im Druck in der einen Bildecke u.U. genau Punkt auf Punkt sitzen. In der nächstliegenden benachbarten Ecke wird aufgrund der Verwinkelung der Punkt des verdrehten Farbauszuges nicht mehr auf dem Punkt des unverdrehten sitzen, sondern um die Strecke Winkel mal Kantenlänge versetzt. Möglicherweise liegen die beiden Punkte genau nebeneinander, so daß der Farbeindruck trotz gleicher Flächendeckungen in den beiden Ecken ein ganz anderer ist. Ein weiteres Problem beim Druck mit unverwinkelten Farbauszügen stellt die Empfindlichkeit gegen Passerschwankungen, Dehnungen des Bedruckstoffes beim Weg durch die Maschine usw. dar. Die Folgen solcher unvermeidbaren Realitäten im verfahrenstechnischen Prozeß des Druckens wären, daß die Druckpunkte mal über-, mal nebeneinander lägen und auch noch jede Position zwischen diesen zwei Extremen einnehmen.

Dem beugt man bei konventioneller Rasterung durch gezielte Rasterverwinkelung vor. Bei kleinen Verdrehwinkeln kommt es zu großflächigen deutlich sichtbaren Farbschwankungen, die mit steigendem Verdrehwinkel immer kleiner werden. Schließlich erreicht die periodisch wiederholte Farbschwankung selbst eine minimale Periodenlänge, die bei weiterer Erhöhung des Winkels wieder steigt. Die Farbschwankung wird so durch die Verwinkelung bewußt erzeugt, in ihrer Wirkung für den Betrachter aber durch die kleine Periodenlänge und eine geeignete Rasterzahl unter der Wahrnehmungsschwelle des menschlichen Sehsinnes gehalten. Bei entsprechendem Betrachtungsabstand wird die Interferenz oder das Moiré nicht mehr wahrgenommen. Auf diese Weise ist es möglich, für bis zu drei Farbauszüge Rasterwinkelungen zu finden, die ein minimales Moiré ergeben.

Die Rasterung mit Punkten konstanter Durchmesser und mit variablen Abständen verspricht zunächst, frei von periodischen Strukturen und damit von Moiré zu sein. Betrachtet man die Druckpunktverteilungen der verschiedenen Verfahren und verschiedenen Flächendeckungen näher, ist in einigen Fällen offensichtlich eine Regelmäßigkeit in der Punktverteilung vorhanden.

### 4.3.2 Ermittlung von regelmäßigen Strukturen

Die Mathematik bietet verschiedene Möglichkeiten, Funktionen als endliche oder unendliche Reihen darzustellen. Diese Reihen bestehen aus Basisfunktionen, die in der Reihe mit bestimmten Linearfaktoren auftreten. Bei Festlegung geeigneter Basisfunktionen läßt sich die Funktion mit Hilfe der Linearfaktoren beschreiben. Je nach Wahl der Basisfunktionen lassen sich Eigenschaften der Funktion an den Linearfaktoren besser erkennen, als an der Funktion selber.

Ein bekanntes Beispiel für eine solche Anwendung bei kontinuierlichen oder diskreten Funktionen ist die Fourierreihenentwicklung und die Fouriertransformation. Diese findet in der Bildverarbeitung häufig sowohl bei der Bildanalyse als auch der Bildfilterung Anwendung. Beispiele finden sich in /1/, /8/, /19/, /20/, /31/, /32/, /40/ und /43/.

Bei Fourierreihenentwicklungen wird eine Funktion  $f(x)$  mit der Periode  $2\pi$  durch eine Reihe nach trigonometrischen Funktionen entwickelt:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)] \quad (80)$$

Die Fourierkoeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  berechnen sich zu:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx; \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (81)$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(kx) dx; \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (82)$$



Im Falle einer Periodenlänge von  $2l$  statt  $2\pi$  berechnen sich die Koeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  zu:

$$a_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \left[ \frac{k\pi x}{l} \right] dx; \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (83)$$

$$b_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \left[ \frac{k\pi x}{l} \right] dx; \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (84)$$

und die Reihe hat die Gestalt:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \cos \left[ \frac{k\pi x}{l} \right] + b_k \sin \left[ \frac{k\pi x}{l} \right] \right] \quad (85)$$

Ist die Funktion  $f(x)$  im Intervall  $0 \leq x < L$  nur auf einem System diskreter Punkte  $x_k = \frac{kL}{N}$  mit  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$  bekannt, berechnen sich die  $a_i$  und  $b_i$  zu:

$$a_u = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(x_k) \cos \left[ 2\pi \frac{ku}{N} \right] \quad (86)$$

$$b_u = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(x_k) \sin \left[ 2\pi \frac{ku}{N} \right] \quad (u = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (87)$$

Es nimmt dann  $T(x)$  an den Stellen  $x_k$  den Wert von  $f(x)$  an:

$$T(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{u=0}^{N-1} \left[ a_u \cos \left[ 2\pi \frac{ux}{L} \right] + b_u \sin \left[ 2\pi \frac{ux}{L} \right] \right] \quad (88)$$

Dies gilt für ungerade  $N$ . Näheres hierzu entnehme man /7/.

Wegen der Verbindung von trigonometrischen Funktionen und der Exponentialfunktion durch die EULER'sche Formel läßt sich die Fourierreihe auch in komplexer Form darstellen. Anstatt

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \cos \left[ \frac{k\pi x}{l} \right] + b_k \sin \left[ \frac{k\pi x}{l} \right] \right] \quad (89)$$

kann man mit Hilfe von

$$e^{\pm i \frac{2\pi k x}{l}} = \cos \left[ 2\pi k \frac{x}{l} \right] \pm i \sin \left[ 2\pi k \frac{x}{l} \right] \quad (90)$$

schreiben:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx} \quad \text{bzw.} \quad f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{\frac{i2\pi k x}{l}} \quad (91)$$

Die zugehörigen  $c_k$  berechnen sich zu:

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx} dx \quad \text{bzw.} \quad c_k = \int_0^1 f(x) e^{-i2\pi \frac{kx}{l}} dx \quad (92)$$

über die EULER'sche Formel ergibt sich für die  $c_k$ :

$$c_k = \begin{cases} \frac{a_0}{2} & \text{für } k=0 \\ \frac{1}{2}(a_k - ib_k) & \text{für } k>0 \\ \frac{1}{2}(a_{-k} - ib_{-k}) & \text{für } k<0 \end{cases} \quad (93)$$

Die Fourierreihenentwicklung setzt eine Funktion aus Basisfunktionen zusammen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache einer Grundfrequenz sind. Die Fouriertransformation beschreibt eine Funktion mit Basisfunktionen, deren Frequenzen beliebig sein können. Je nach Art der zu transformierenden Funktion kann die Fouriertransformierte einzelne Frequenzen enthalten, aber auch eine kontinuierliche Funktion sein, die alle Frequenzen mit Anteilen enthält. Man sagt deshalb, die Fouriertransformation entwickle eine Funktion in ein kontinuierliches Spektrum. Die Fouriertransformierte  $F(y)$  einer Funktion  $f(x)$  erhält man mit:

$$F(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iyx} dx \quad (94)$$

Die Funktion  $f(x)$  erhält man aus der Fouriertransformierten  $F(y)$  durch die Transformation:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(y) e^{ixy} dy \quad (95)$$

Da der Vorgang der Rücktransformation bis auf das Vorzeichen im Exponenten identisch zur Transformation ist, wird diese auch als inverse Transformation bezeichnet. Wenn die zu transformierende Funktion nicht kontinuierlich ist, sondern z.B. durch den Vorgang der Abtastung als Folge diskreter Werte gegeben, so erhält man die diskreten Fourierkoeffizienten über:

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(x_n) e^{-i2\pi k \frac{n}{N}} \quad (96)$$

$N$ : Anzahl der diskreten Werte

$x_n$ : Äquidistante Stützstellen,  
für die  $f(x)$  bekannt ist.

$k$ :  $-\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1$

Mit den  $F(k)$  ist  $f(x_n)$  beschreibbar.

$$f(x_n) = \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} F(k) e^{i2\pi k \frac{n}{N}} \quad (97)$$

Für eine Funktion von zwei diskreten Variablen, wie sie ein abgetastetes Bild darstellt, berechnet sich die zweidimensionale diskrete Fouriertransformierte zu:

$$F_{k,l} = \frac{1}{N M} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f(x_n, y_m) e^{-2\pi i \left[ k \frac{n}{N} + l \frac{m}{M} \right]} \quad (98)$$

mit  $k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1$  und  $l = -\frac{M}{2}, \dots, \frac{M}{2} - 1$

Das Ergebnis ist punktsymmetrisch bezüglich  $F_{0,0}$ , welches den Durchschnittswert von  $f$  angibt. Während die Fouriertransformation im Eindimensionalen, z.B. in der Akustik für den Fall eines Klanges, die Frage danach beantwortet, wie groß die Anteile bestimmter Frequenzen an diesem Klang sind, beantwortet sie im Falle einer zweidimensionalen Struktur die Frage danach, mit welchem Anteil ein Strichgitter einer bestimmten Periode und Winkellage zum Bildaufbau beiträgt.

In /40/ wie auch in /31/ findet sich eine Darstellung des Zusammenhanges zwischen Orts- und Frequenzbereich für Funktionen der Form

$$A_{k,l} \cos \left[ 2\pi \left[ k \frac{n}{N} + l \frac{m}{M} \right] \right], \quad (99)$$

an der sich das folgende Bild orientiert:

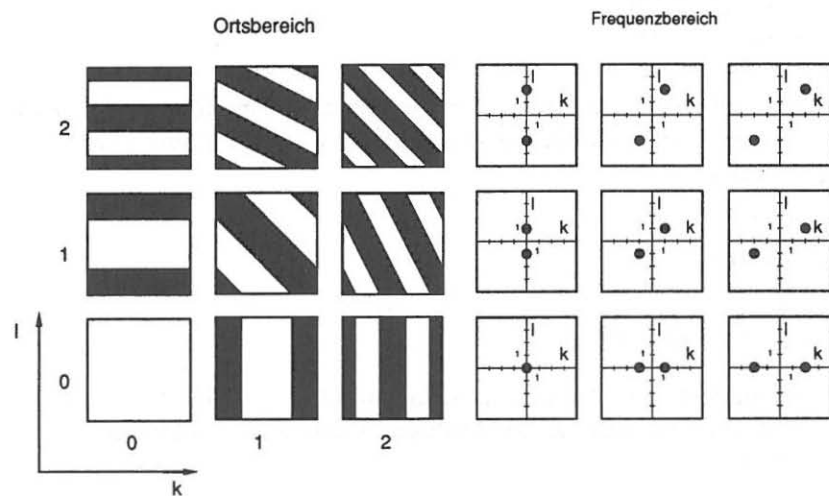


Bild 35: Bedeutung der 2-dimensionalen Fouriertransformation

Für die Verwinkelung und den Abstand zwischen den Linien gelten folgende Beziehungen:

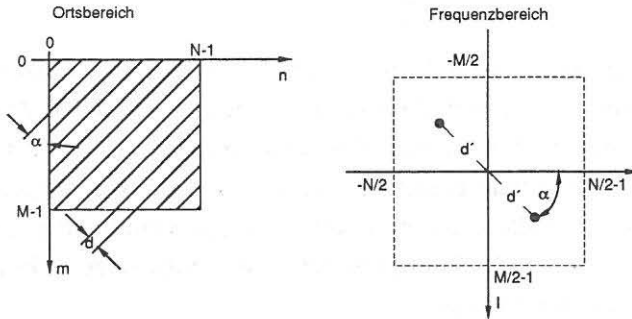


Bild 36: Periodenlänge und Winkelbeziehungen im Orts- und Frequenzbereich

Der Abstand  $d'$  im Frequenzbereich lässt sich zur Berechnung von  $d$  verwenden. Es gilt:

$$d' = \sqrt{k^2 + l^2} \quad \text{und} \quad (100)$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{k}{N}\right]^2 + \left[\frac{l}{M}\right]^2}} \quad (101)$$

Bei der praktischen Durchführung der Fouriertransformation wurde wegen der schnelleren Durchführbarkeit der Rechnung immer Bildmaterial verwendet, für das galt:

$$\begin{aligned} M &= N \\ [0, X] &= [0, Y] \\ \Delta x &= \Delta y \\ N &= 2^j \quad \text{mit } j \text{ ganzzahlig.} \end{aligned}$$

Die sich aus letzterem ergebenden rechentechnischen Vorteile, die zur sogenannten Fast-Fourier-Transformation führen, findet man ausführlich in /6/ erläutert.

Es gilt dann:

$$d = \frac{N}{\sqrt{k^2 + l^2}} \quad \text{bzw.:} \quad d = \frac{N}{d'} \quad (102)$$

### 4.3.3 Anwendung auf Rasterbilder

Es wurden Tonwertflächen konstanter Dichte/Flächendeckung mit folgenden Verfahren untersucht:

- Errordiffusion, Fall 1 bis Fall 4,
- stochastische Rasterung mit Schwellwertmatrizen der Übergangswahrscheinlichkeiten 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
- Errordiffusion, zufällige Fehlergewichte,
- Puls-Dichte-Modulation.

Mit den drei ersten Verfahren wurden jeweils Testflächen mit den Flächendeckungen 0.1, 0.2, ..., 0.9 gerastert. Das Verfahren der Puls-Dichte-Modulation nach ESCHBACH und HAUCK wurde in der Form berücksichtigt, daß in den Veröffentlichungen vorhandene Bildbeispiele über einen Flachbettscanner digitalisiert und dann als Rasterbilder weiterverwendet wurden. Aus diesen Bildern wurden einzelne Ausschnitte, in denen bestimmte periodische Strukturen bevorzugt aufzutreten schienen, herausgegriffen und unabhängig vom Restbild untersucht.

Bei den selbstgerechneten Rasterbildern wurden, mit einer Ausnahme, aus den Rasterbildern Teilbilder mit einer Kantenlänge von  $64 \times 64$  Bildpunkten herausgenommen. Diese stellten die Funktion  $f(x_n, y_m)$  dar, deren zweidimensionale diskrete Fouriertransformierte  $F_{k,l}$  berechnet wurde. Im Falle des Druckes mit Punkten von  $20 \mu\text{m}$  Kantenlänge bzw. Durchmesser entspricht diese Teilfläche einem Quadrat von  $1.28 \text{ mm}$  Kantenlänge. Die stochastische Rasterung für Übergangswahrscheinlichkeiten von 0.5 wurde mit Teilbildern der Größe  $128 \times 128$  durchgeführt. Diese wird außerhalb der Betrachtung der übrigen Rasterbilder zur Demonstration der Fouriertransformierten eines Rasterbildes ohne periodische Strukturen dargestellt.

#### 4.3.3.1 Gewichtung der Rasterbilder mit einer Fensterfunktion

Vor der Durchführung der Fouriertransformation wurde das Rasterbild mit einer Fensterfunktion gewichtet. Der Grund für diese Maßnahme liegt in der Eigenschaft von Fourierreihen bzw. der Fouriertransformierten, daß sie die Funktion, mit der sie errechnet wurden, nicht nur auf dem begrenzten In-

tervall wiedergeben, aus dem die Funktion gewonnen bzw. auf dem sie abgetastet wurde. Statt dessen wiederholt sich die Funktion, wenn sie aus ihren Fourierkoeffizienten berechnet wird, mit der Periodenlänge des Abtastintervalles ständig. Läßt sich die Funktion am Ende des Abtastintervalles nicht stetig in die Funktion am Anfang des Abtastintervalles fortsetzen, so wird das zur Folge haben, daß eine Vielzahl von Frequenzen mit entsprechenden Gewichten im Fourierspektrum erscheinen, die im wesentlichen eine Ursache dieser Unstetigkeitsstelle sind bzw. diese beschreiben. Die Gewichtung der abgetasteten Funktion mit einer Fensterfunktion hat in unserem Fall den Zweck, diese Unstetigkeitsstelle zu vermeiden.

Zur Gewichtung wurde die HANNING-Fensterfunktion /6/ verwendet. Für den eindimensionalen Fall lautet sie allgemein:

$$x(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left[ \frac{2\pi t}{T_0} \right] \quad \text{mit } 0 \leq t \leq T_0 \quad (103)$$

und  $T_0$  : Länge des Abtastfensters

Für den zweidimensionalen Fall wird die Funktion so abgewandelt, daß sie - einmal vom Maximum in der Bildmitte auf Null gefallen - auf dem Wert Null bleibt. In Achsenrichtung entspricht Bildbreite und Bildhöhe jeweils dem, was im eindimensionalen die Länge des Abtastfensters ist. In Diagonalenrichtung würde die Gewichtsfunktion zu den Bildecken wieder ansteigen und damit das, was mit der Gewichtung erreicht werden soll, wieder zunichte machen. Sie lautet:

$$FE(n,m) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left[ \frac{2\pi r}{R} \right] & \text{für } r \leq R \\ 0 & \text{für } r > R \end{cases} \quad (104)$$

$$\text{mit } r = \sqrt{m^2 + n^2} \quad \text{und} \quad R = \sqrt{\left[ \frac{M}{2} \right]^2 + \left[ \frac{N}{2} \right]^2} \quad (105)$$

Das folgende Beispiel zeigt den Effekt der Gewichtung eines Bildes durch Gegenüberstellung der Ergebnisse. Es zeigt im ersten Bild eine um 35 Grad im Uhrzeigersinn gedrehte zweidimensionale Sinusfunktion  $B(n,m)$  mit zwei unterschiedlichen Ortsfrequenzen. Die zugehörige Fouriertransformierte im zweiten Bild zeigt nun, da  $B(n,m)$  am rechten sowie oberen Rand nicht stetig durch sich selbst fortgeführt werden kann, nicht nur die Frequenzen und ihre Orientierung, sondern auch entsprechende weitere Frequenzen in senkrechter und waagerechter Richtung. Das dritte Bild zeigt die gleiche Funktion, diesmal Bildpunkt für Bildpunkt mit der Fensterfunktion multipliziert, also

$$B'_{k,l} = B_{k,l} FE_{k,l} \quad (106)$$

Fouriertransformation ohne und mit Gewichtung durch die Hanning-Fensterfunktion

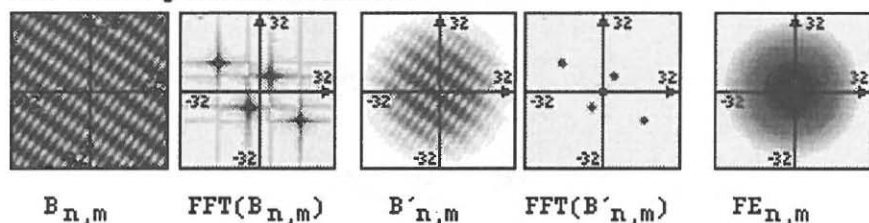


Bild 37: Gewichtung der Bildfunktion mit einer Fensterfunktion und Auswirkung auf die Fouriertransformierte

Zwar sind jetzt in der Fouriertransformierten  $FFT(B')$  dieser Funktion  $B'$  die Peaks, welche die Frequenz nach Höhe und Richtung markieren, etwas verbreitert, jedoch sind alle sich aus dem rechteckigen Abtastfenster ergebenden Störungen eliminiert, so daß der Informationswert der Darstellung insgesamt größer ist.

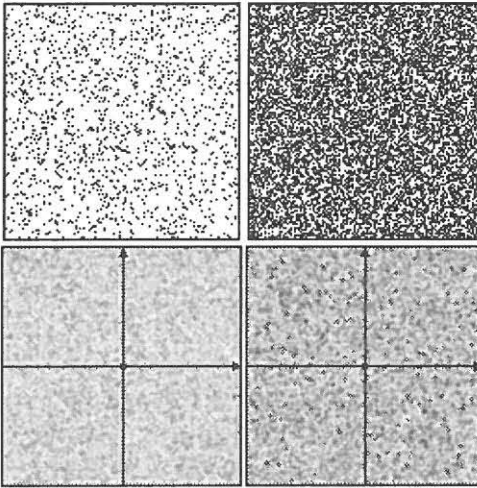
#### 4.3.3.2 Fouriertransformierte bei stochastischer Rasterung

Zunächst wurde der Fall untersucht, in dem aller Voraussicht nach keine regelmäßigen Strukturen zu erwarten waren. Das war die stochastische Rasterung mit zufälligen Schwellwerten bzw. einer Übergangswahrscheinlichkeit  $p_{\bar{u}} = 0.5$ .

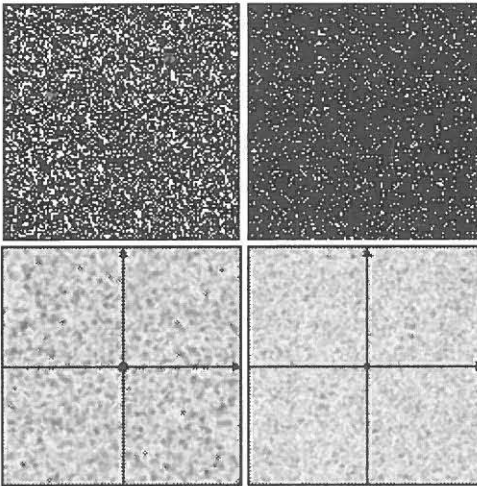
In den zwei nächsten Bildern sind nun die Ergebnisse der Auswertung für die stochastische Rasterung zu sehen. Es sind jeweils Rasterpunktbild und zugehörige Fouriertransformierte übereinander abgebildet. Die beiden Bilder zeigen Rasterbildflächen mit Flächendeckungen von 0.1 und 0.5 in [Bild 38](#) und 0.7 sowie 0.88 in [Bild 39](#). Es ist zu erkennen, daß keine bevorzugten Ortsfrequenzen nach Amplitude und Richtung auftreten. Die Verteilung der Punkte im Rasterbild ist tatsächlich zufällig. Dieser Zufälligkeit im Ortsbereich entspricht die Zufälligkeit der am Bild beteiligten Frequenzen nach Richtung und Amplitude. Sieht die Fouriertransformierte eines Rasterbildes



so aus, wie in den o.a. Bildern, darf man sicher sein, daß periodische Farbschwankungen im Druckbild nicht auftreten.



*Bild 38: Fouriertransformierte bei stochastischer Rasterung Flächendeckungen im Rasterbild: links: 0.1, rechts: 0.5*



*Bild 39: Fouriertransformierte bei stochastischer Rasterung Flächendeckungen im Rasterbild: links: 0.7, rechts: 0.88*

### 4.3.3.3 Fouriertransformierte bei Errordiffusion Fall 1 bis Fall 4

Die bereits in der Untersuchung der Nachbarschaftsbeziehungen verwendeten 4 Fälle mit unterschiedlichen Fehlergewichten wurden untersucht. Im folgenden sind jeweils das Rasterbild und darunter die Fouriertransformierte des Rasterbildes dargestellt. Je Fall sind 8 Rasterbilder mit Flächendeckungen von 0.1, 0.2, 0.3, ..., 0.8 ausgewertet worden. Auf die Eintragung eines Koordinatensystemes wurde verzichtet. Alle Bilder sind in ihren Abmessungen identisch, und der Koordinatenursprung ist in der jeweiligen Fouriertransformierten gut sichtbar. Bei einigen Rasterbildern der Errordiffusion nach Fall 4 wurde ein Rahmen um das Bild der Fouriertransformierten gezogen. Die Rasterbilder sind in ihrer ursprünglichen Form dargestellt. Vor der Fouriertransformation wurden sie jeweils mit einer HANNING-Fensterfunktion gewichtet.

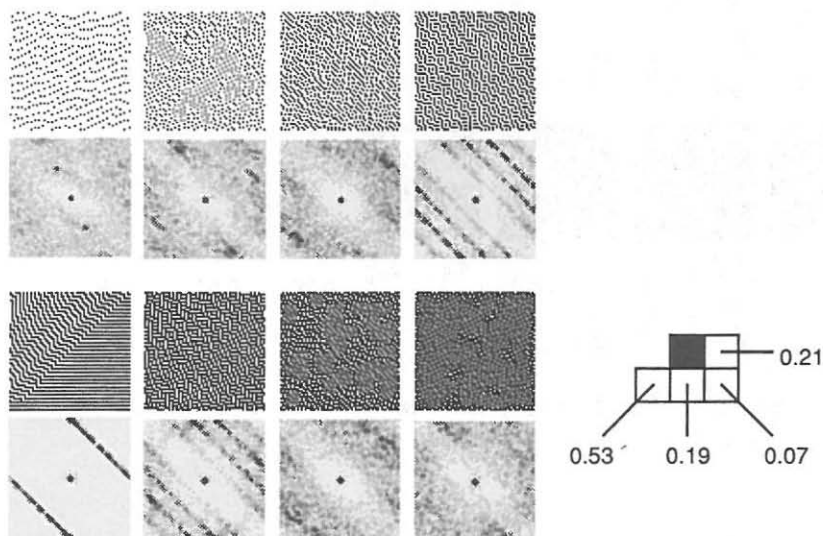
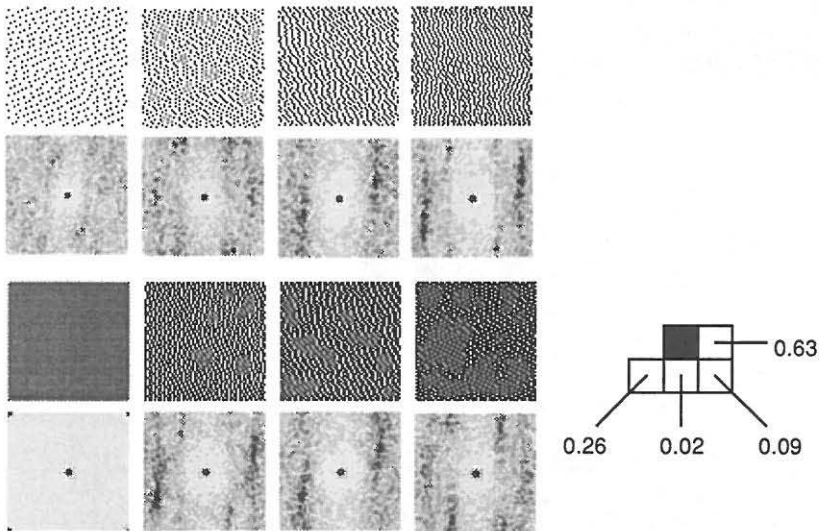


Bild 40: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Errordiffusion, Fehlergewichte nach Fall 1

Das Auftreten periodischer Strukturen ist offenbar abhängig von der Flächendeckung. Die periodischen Anteile sind in ihrer Ausprägung ebenso schwankend wie in ihrer Orientierung. Teils sind sie sehr deutlich, wie bei  $\varphi = 0.1$ , teils sind sie eher stochastischer Natur, wie bei z.B.  $\varphi = 0.8$  oder

$\varphi = 0.2$ . Dort werden im Bereich einer bestimmten Richtung und Entfernung vom Ursprung die Amplituden zwar im Vergleich deutlich größer, sind innerhalb dieses Bereiches aber eher zufällig verteilt. Ein Sonderfall ist das Ergebnis bei der Flächendeckung 0.5. Hier stellt sich bei den nach Fall 1 gegebenen Fehlergewichten bei der Rasterung nach kurzer Anlaufphase ein stabiler Zustand, nämlich ein waagrechtes Linienmuster, ein. Für die Frequenzanalyse wurde der Übergangsbereich aus dem gerasterten Bild herausgegriffen.



*Bild 41: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Errordiffusion, Fehlergewichte nach Fall 2*

Wie in Fall 1 ist auch in Fall 2 die Flächendeckung  $\varphi = 0.5$  mit einem sehr regelmäßigen Rasterbild, einem Schachbrettmuster, verbunden. Für die Verteilung der Punkte bei den übrigen Flächendeckungen gilt betreffend Richtung und Ausprägung der periodischen Anteile das unter Fall 1 bemerkte.

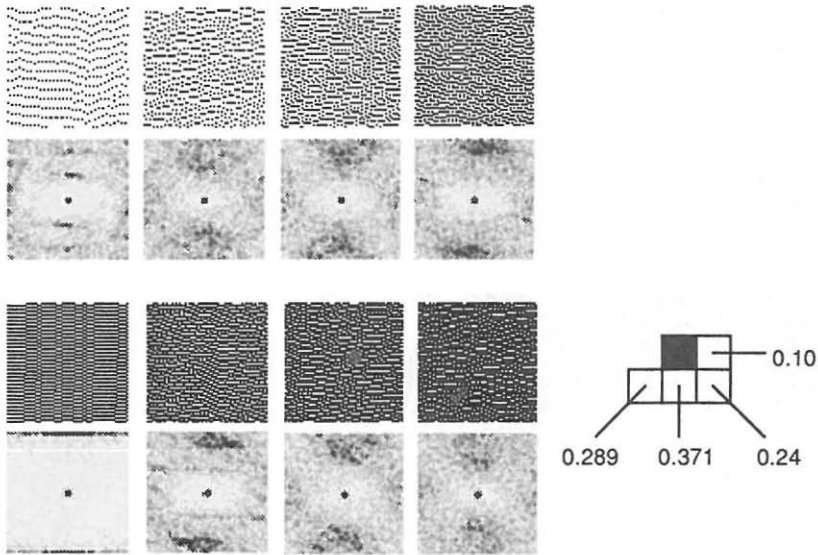
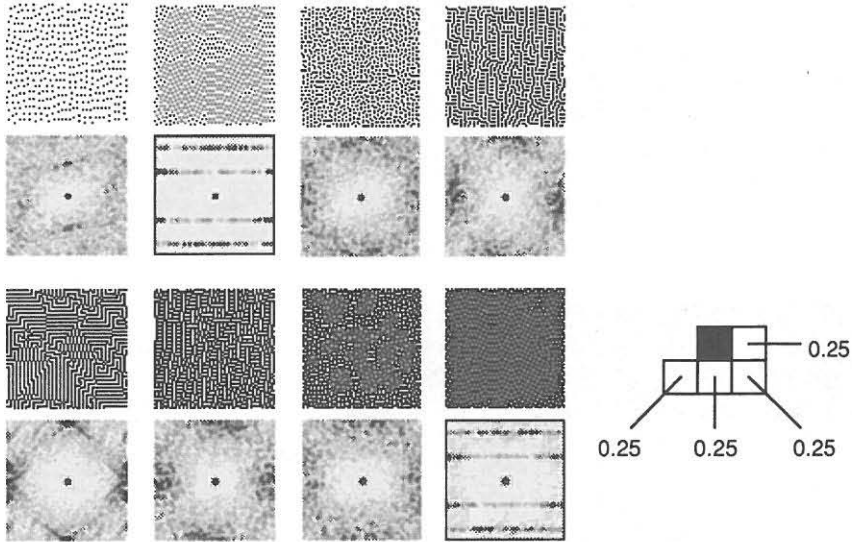


Bild 42: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Errordiffusion, Fehlergewichte nach Fall 3

Der Eindruck vermehrt auftretender waagerechter Linien, den die gerasterten Bilder vermitteln, findet sich in den Bildern der Fouriertransformierten wieder. Bei den Flächendeckungen um  $\varphi = 0.5$  sind die periodischen Anteile nach Ausprägung und Richtung deutlicher.

Die Verteilung der Fehler mit Gewichten nach Fall 4 führt, wie im folgenden Bild zu sehen, mit zunehmender Näherung der reproduzierten Flächendeckung an  $\varphi = 0.5$  zu einem immer stärkeren Auftreten senkrechter und waagerechter Linienelemente und entsprechend in der zugehörigen Fouriertransformierten zu höheren Amplituden in der Richtung  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$  im Abstand von ca. 32 Linienpaaren/Abtastintervall. Extrem in seiner Punktstruktur ist auch hier, wie in den vorigen Fällen, die Flächendeckung  $\varphi = 0.5$ . Es bilden sich überwiegend lokal kleinere Zonen, in denen ausschließlich senkrechte oder waagerechte Streifen liegen. Hier wäre, bei starker Richtungsabhängigkeit der Lichtstreuung im Papier, mit einer deutlichen Dichteschwankung im Druck zu rechnen. Bei mehrfarbigem Druck und entsprechender Textur in dem weiteren Farbausügen ergäben sich deutliche Farbschwankungen.

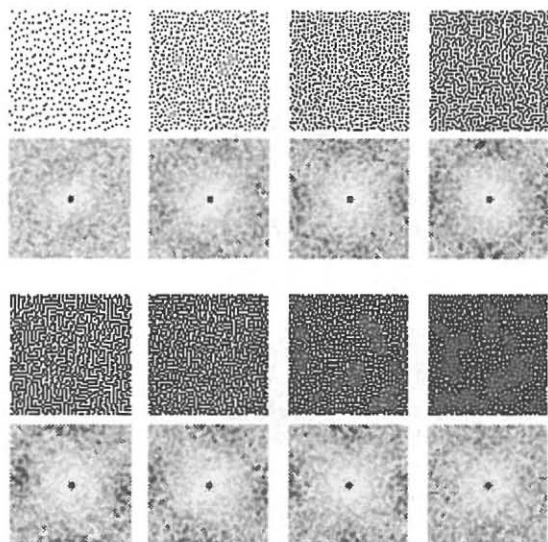


*Bild 43: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Errordiffusion, Fehlergewichte nach Fall 4*

Bei den Flächendeckungen  $\varphi = 0.3$  und  $\varphi = 0.7$  ist eine im Sinne der o.a. Fouriertransformierten der stochastischen Punktverteilungen sehr schwache Ausprägung der periodischen Anteile vorhanden. Man kann hier sicher davon ausgehen, daß eventuelle Farbtönschwankungen bei mehrfarbigem Druck, wenn sie denn meßbar sind, in ihrer Bedeutung anderen Einflüssen auf die Farbtreue unterzuordnen sind.

#### 4.3.3.4 Fouriertransformierte bei Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten

Im Vergleich zur Errordiffusion mit festen Fehlergewichten sind die periodischen Anteile in der Fouriertransformierten bei der Errordiffusion mit zufälligen Fehlergewichten nur sehr schwach ausgeprägt. Sie bestätigt aber, was auch in den Rasterbildern wahrnehmbar ist, nämlich einen zu mittleren Tonwertbereichen zunehmenden Anteil von senkrechten und waagerechten Linienelementen.



*Bild 44: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Errordiffusion, zufällige Fehlergewichte*

Diese treten am deutlichsten bei  $\varphi = 0.5$  auf, jedoch immer nur in lokal sehr kleinen Gebieten. Im Vergleich zu den propagierten Auswirkungen des entsprechenden Rasterbildes bei zufälligen Fehlergewichten nach Fall 4 wird sich dieses Punktmuster im Druck sicher gutartig verhalten.

#### 4.3.3.5 Fouriertransformierte bei stochastischer Rasterung mit Übergangswahrscheinlichkeiten von 0.1, 0.3, 0.7 und 0.9

In der Beschreibung der einzelnen Rasteralgorithmen wurde gezeigt, wie sich mit Hilfe von Übergangswahrscheinlichkeiten gezielt höher- bzw. niederfrequente Schwellwertmatrizen erzeugen lassen, die bei stochastischer Rasterung zu feineren/gröberen Punktverteilungen führen.

Wegen der Berücksichtigung der Vorgänger oberhalb und links des gerade zu erzeugenden Schwellwertes ergeben sich bei extrem niedriger Übergangswahrscheinlichkeit deutlich sichtbar Strukturen ([Bild 45](#)), die von links oben nach rechts unten verlaufen. In der Fouriertransformierten findet sich dieser Sachverhalt mit schwacher Ausprägung wieder.

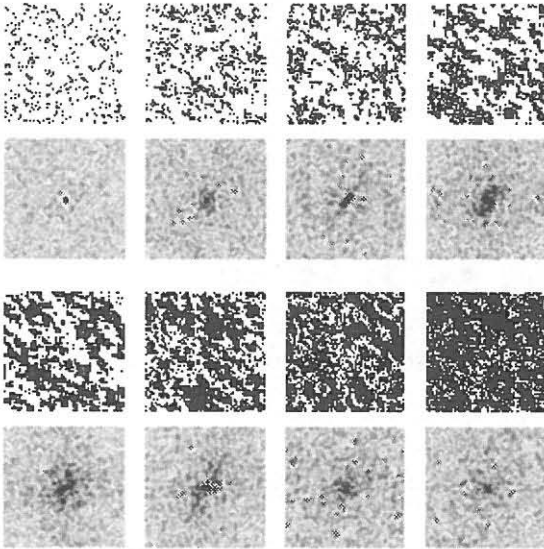


Bild 45: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Stochastische Rasterung,  $p_{\ddot{u}}=0.1$

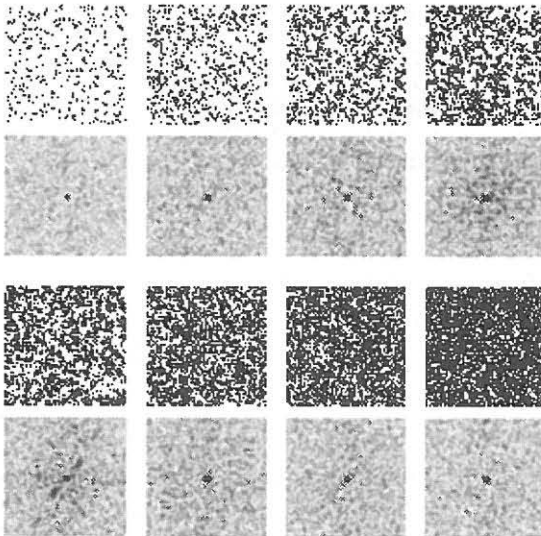


Bild 46: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Stochastische Rasterung,  $p_{\ddot{u}}=0.3$

Bei der Übergangswahrscheinlichkeit von 0.3 ist der o.a. Effekt im Rasterpunktbild auch mit Kenntnis der Vorgehensweise bei der Bilderzeugung visuell nicht mehr wahrnehmbar. Auch die Darstellung der Bilder im Frequenzbereich kommt hier über die Frequenzdarstellungen der rein stochastischen Rasterung mit  $p_{\ddot{u}}=0.5$  nicht hinaus. Bei den Flächendeckungen  $\varphi=0.3$  bis  $\varphi=0.6$  scheinen die höheren Frequenzen in ihrem Betrag etwas niedriger zu liegen, doch sind eindeutige Orientierungen nicht feststellbar.

Während bei den Rasterbildern mit  $p_{\ddot{u}}=0.3$  eine stärkere Betonung niedriger Frequenzen in der Fouriertransformierten erahnbar war, findet bei  $p_{\ddot{u}}=0.7$  mit ähnlicher Ausprägung eine Bevorzugung höherer Frequenzen statt.

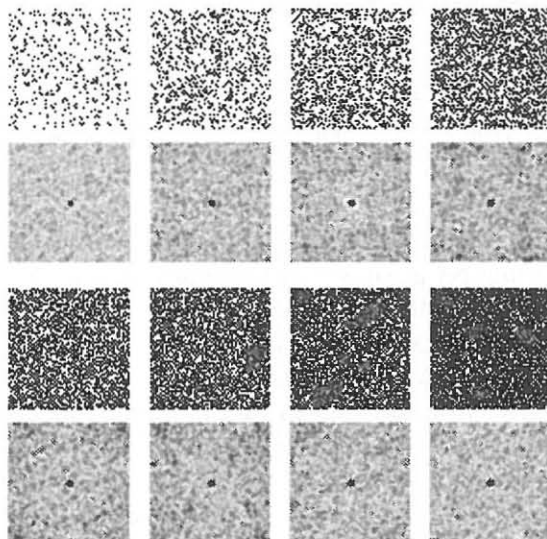


Bild 47: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Stochastische Rasterung,  $p_{\ddot{u}}=0.7$

Nach Betrag und Richtung deutlich wird das in den Bildern mit  $p_{\ddot{u}}=0.7$  nur andeutungsweise Sichtbare in den Bildern mit  $p_{\ddot{u}}=0.9$ . Hier tritt ähnlich wie in den Bildern, die mit  $p_{\ddot{u}}=0.1$  erzeugt wurden, die aus der gerichteten Erzeugung der Schwellwertmatrizen hervorgerufene 45°-Orientierung deutlich hervor.



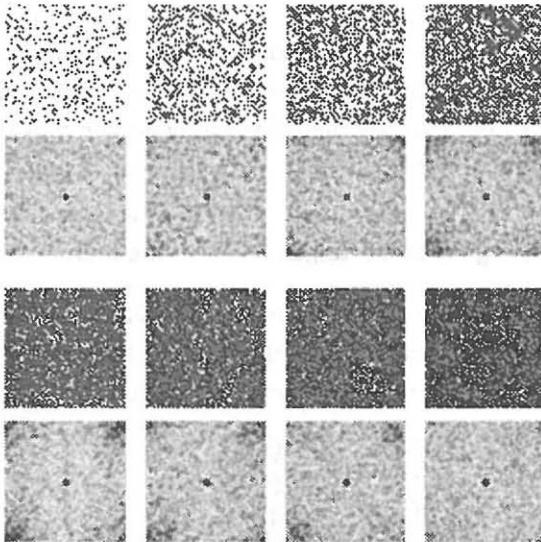
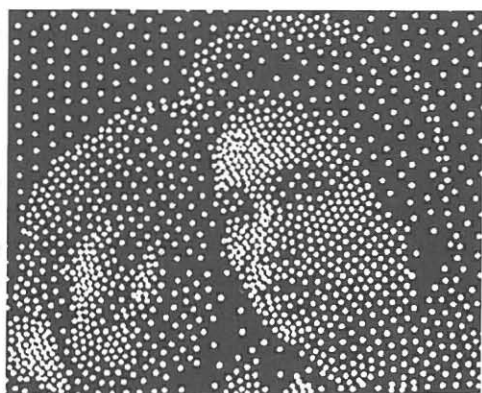


Bild 48: Rasterbilder und Fouriertransformierte, Stochastische Rasterung,  $p_{ü}=0.9$

Die mit niedrigen Übergangswahrscheinlichkeiten erzeugten Rasterbilder sind allenfalls von Bedeutung bei gewünschter Grobkörnigkeit im Bild und zeigen hier nur die Möglichkeit des Verfahrens. Die mit hochfrequenten Schwellwertmatrizen gerasterten Bilder zeigen bei mittleren Flächendeckungen lokal sehr ausgeprägte Regelmäßigkeiten, welche zwar durch das bei der Erzeugung der Schwellwerte wirkende Element des Zufalles immer wieder unterbrochen werden, aber dennoch erhebliche periodische Anteile haben. Bei Übereinanderdruck von zwei Farben ist ein lokal zufällig wechselndes Moiré zu erwarten, woraus sich trotz der z.B. bei der Flächendeckung von 0.5 augenfälligen gleichmäßigen Punktverteilung in einem Farbauszug insgesamt ein grobkörniger Bildeindruck ergäbe.

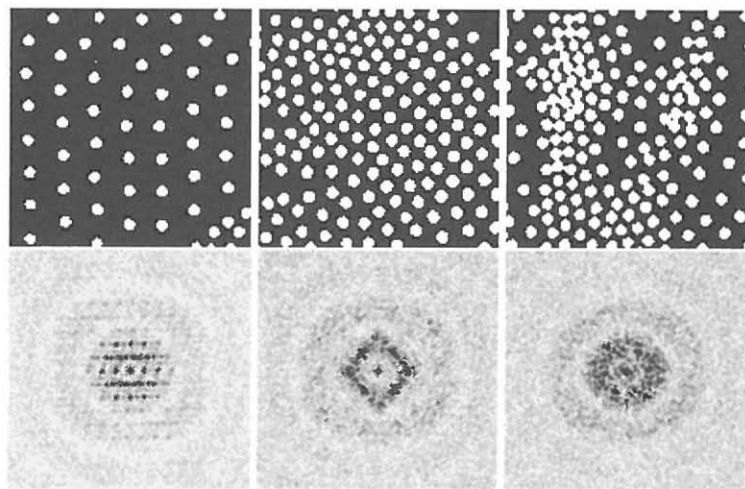
#### 4.3.3.6 Fouriertransformierte bei Puls-Dichte-Modulation

Das folgende Bild wurde /21/ entnommen und mit einem Flachbettscanner der Bildverarbeitung und damit der Fouriertransformation zugänglich gemacht.



*Bild 49: Puls-Dichte-Modulation aus Eschbach/Hauck /21/*

Aus diesem Bild wurden drei verschiedene Ausschnitte auf ihre Anteile an periodischen Strukturen untersucht. Diese Ausschnitte und die zugehörigen Fouriertransformierten zeigt das nächste Bild. Gegenüber der oberen Abbildung sind die Ausschnitte in der Darstellung um den Faktor 2 vergrößert. Wegen der großen sich über mehrere Abtast-/Bildpunkte erstreckenden Druckpunkte wurden entgegen den o.a. Auswertungen hier Bilder der Größe 128x128 Bildpunkte verarbeitet.



*Bild 50: Verschiedene Rasterbildausschnitte aus Bild 49 und Fouriertransformierte*

Die aus den Rasterbildern erkennbaren Orientierungen finden ihre Entsprechung in den Bildern der Fouriertransformierten. Die senkrechten Linien, an denen die Punkte im ersten Bild aufgereiht sind, finden sich mit ihrem regelmäßigen Abstand deutlich in der Fouriertransformierten wieder.

Die Ansätze zu einer hexagonalen Punktanordnung sind ebenfalls in der Frequenzdarstellung sichtbar, wenn auch nicht so deutlich. Im mittleren Bild ist die Punktanordnung nicht mehr hexagonal, sondern i.A. rautenförmig mit veränderlichen Winkellagen. Der Frequenzdarstellung kann man ein Überwiegen von periodischen Strukturen mit  $0^\circ$  und  $\pm 45^\circ$  Orientierung entnehmen. Im rechten Bild treten, bedingt durch ständig schwankende Dichteänderungen der Reproduktion, keine bevorzugten Orientierungen auf.

Was im Grunde schon bei der visuellen Untersuchung der Punktanordnungen klar wird, nämlich die mangelnde Eignung dieses Verfahrens für den mehrfarbigen Druck, findet sich in der Untersuchung auf periodische Anteile bestätigt. Das Bemühen um eine lokal möglichst genaue Grauwertreproduktion führt letztlich zu regelmäßigen Punktanordnungen. Diese sind in ihrer Orientierung bzw. Verwinkelung und Frequenz abhängig von der durch die Vorlage geforderten Flächendeckung. Die lokal schwankende Orientierung läßt daher auch eine Verkleinerung der Überlagerungsstrukturen/Moiré durch eine Rasterverwinkelung ähnlich der konventionellen Rasterung nicht zu.

## 5 Zusammenfassung

Am Anfang der Arbeit steht zunächst die Erläuterung verschiedener in der Literatur beschriebener Verfahren zur Bildrasterung mit gleichgroßen Punkten für den Druck. Die beschriebenen Verfahren sind stochastische Rasterung/Kornraster, Errordiffusion, Dithering, Puls-Dichte-Modulation und Frequenzmodulation. Die Verfahren werden nach übergeordneten Merkmalen unterschieden und derart in eine Ordnung gestellt, daß die Abwandlung bestehender Verfahren, die Zuordnung neuer Verfahren und die Erzeugung weiterer Verfahren möglich ist.

Die bei der Rasterung mit diesen Verfahren infolge der unregelmäßigen Punktanordnung meist auftretende lokale Schwankung des Grauwertes wird im folgenden Kapitel in eine Beziehung zu den Größen der Informationstheorie gesetzt. Mit Hilfe des BERGER'schen Diagrammes werden die einzelnen informationstheoretischen Größen erläutert. Der durch die Rasterung erzeugte Grauwert und seine Schwankung, gekennzeichnet durch Mittelwert und Standardabweichung, werden zur Berechnung des bereits von WOLF /41/ eingeführten Gütegrades verwendet. Unter Annahme einer GAUß'schen Normalverteilung wird in einem Beispiel der Einfluß der Standardabweichung und des Mittelwertabstandes auf den Gütegrad dargestellt.

Ein weiteres Kapitel widmet sich der freien Kantenlänge, also der Länge der Umrandung des mit Farbe bedeckten Gebietes bzw. des belichteten Filmes. Die freie Kantenlänge ist bei den frequenzmodulierten Bildrasterverfahren deutlich länger als bei den konventionellen, auch als amplitudenmoduliert bezeichneten, Verfahren. Der Einfluß der freien Kantenlänge auf die Tonwertzunahme wird gezeigt und ein Verfahren zur Korrektur beschrieben. Die Korrektur der Tonwertzunahme führt zur Verringerung der Anzahl von Tonwerten und ist damit ebenfalls mit den Mitteln der Informationstheorie bewertbar.

Die Untersuchung der Bildrasterverfahren hinsichtlich Texturen bildet einen dritten Schwerpunkt. Insbesondere konnte das lokale Auftreten von periodischen Strukturen bei einigen Verfahren gezeigt werden. Bei der Untersuchung mittels der zweidimensionalen Fourieranalyse zeigte sich eine Abhängigkeit der auftretenden Frequenzen nach Richtung und Periodenlänge von der Flächendeckung und vom Rasterverfahren. Für einen Teil der aus der Literatur bekannten Verfahren zur Erzeugung von Halbtönen mittels

gleichgroßer Druckpunkte bedeutet das, daß sie für den mehrfarbigen Über-einanderdruck nicht geeignet sind. Mehr oder weniger ausgeprägte periodische Anteile lassen in kleinen Flächen nicht kontrollierbare Farbtonschwankungen auftreten.

Mit den verschiedenen in dieser Arbeit vorgestellten Kriterien können Aussagen zu einzelnen druckverfahrenstechnisch relevanten Eigenschaften der frequenzmodulierten Bildrasterverfahren gemacht werden. Insbesondere ist es möglich, die verschiedenen Verfahren zur Berechnung der Punktverteilungen hinsichtlich dieser Eigenschaften in eine Qualitätsreihenfolge zu stellen.

## 6 Schrifttum

- /1/ B. Bargel und H. Kazmierczak, Erfassung und maschinelle Verarbeitung von Bilddaten : Texturanalyse, Hrsg.: H. Kazmierczak, Springer Verlag, Wien, 1980
- /2/ R. Bäuerle, Die Unterschiedsschwelle als Maß für die übertragbare Information, Kybernetik 13, S: 164-171 (1973), 1973
- /3/ F. Bestenreiter, Vom Punkt zum Bild, Wichmann Verlag GmbH, Karlsruhe, 1988
- /4/ E. Born, Handbuch der Rasterphotographie, Verlag ambripress Basel, Basel, 1983
- /5/ R. Bosse, Frequenzmodulierter Raster - konsequente Weiterentwicklung mit vielversprechender Zukunft, Deutscher Drucker Nr. 27, 1.9.1983
- /6/ E.O. Brigham, FFT Schnelle Fouriertransformation, R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 3. Aufl., 1987
- /7/ Bronstein, Semendjajew, Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, 1981, hrsg. von G. Grosche und V. Ziegler
- /8/ C. Chareza und L. Götsching, Analyse optischer Oberflächeneigenschaften bedruckter und unbedruckter Papiere mit Bildanalysator, aus: Das Papier, 44. Jahrgang, Heft 5 und 7, 1990
- /9/ J. Encarnação, W. Straßer, Computer Graphics, Kapitel 7.2, Oldenbourg Verlag GmbH, München 1986
- /10/ S. M. Ermakow, Die Monte-Carlo-Methode und verwandte Fragen, R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1975
- /11/ R. Eschbach und R. Hauck, Analytic Description of the 1-D Error Diffusion Technique for Halftoning, Optics Communications, Vol. 52, Nr. 3, 1984
- /12/ R. Eschbach, R. Hauck; Implicit Binarization Procedures in 1-D; Optics Communications; Vol 54, number 2; 15. May 1985
- /13/ R. Eschbach und R. Hauck, A 2-D Pulse Density Modulation by Iteration for Halftoning, Optics Communications Vol. 62, Nr. 5, 1987
- /13a/ R. Eschbach and R. Hauck, Binarization using a 2-D pulse density modulation, Physics Department, University of Essen, 4300 Essen 1, Fed. Rep. Germany
- /14/ G. Fischer, Der frequenzmodulierte Bildaufbau - ein Beitrag zum Optimieren der Druckqualität, Diss. Darmstadt, 1986

- /15/ G. Fischer und K.R. Scheuter, Frequenzmodulierter Bildaufbau - Vergleich zum autotypisch gerasterten Offsetlitho, Deutscher Drucker Nr. 5, 13.2.1984 und Nr. 9, 15.3.1984
- /16/ G. Fischer und K.R. Scheuter, Frequenzmodulierter Bildaufbau im Mehrfarbendruck, in: Die Farbe 31, Nr. 1/3, 1983/1984
- /17/ G. Fischer, J. Rodriguez-Giles und K.R. Scheuter, Ein physikalisches Modell für die Beschreibung von Lichtstreuprozessen, in: Die Farbe 30 (1982); Nr. 1/6
- /18/ R.W. Floyd und L. Steinberg, An Adaptive Algorithm for Spatial Greyscale, Proc. SID, Vol. 17, No. 2, S. 75-77, 1976
- /19/ H. Frieser, Photographische Informationsaufzeichnung, R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1975
- /20/ P. Haberecker, Digitale Bildverarbeitung, Hanser Verlag München Wien, 2. Aufl. 1987
- /21/ R. Hauck; Binary Coding Techniques with Emphasis on Pulse Density Modulation; SPIE Vol. 700 IOCC-1986 International Optical Computing Conference (1986)/265
- /22/ V. Humbel, Frequenzmodulierte Rasterverfahren und ihre Eignung für niedrig auflösende Wiedergabesysteme, St. Gallen, Dezember 1990, Bericht 89/1, EMPA/UGRA
- /23/ D. J. Maetz, Frequenzmodulierter Raster - müssen wir diese Technologie von der Industrie fordern?, Deutscher Drucker Nr. 1, 5.1.1984
- /24/ D. Morgenstern, 1x1 der Rasterungstechnik, Polygraph Verlag GmbH, Frankfurt am Main, 1978
- /25/ D. Morgenstern, Die Rasterverfahren und ihre Bedeutung für die Kartographische Reproduktionstechnik, Habilitationsschrift, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität zu Bonn, ohne Jahresangabe
- /26/ Patentschrift DE 29 31 098 C2, Verfahren zur Druckformherstellung
- /27/ Patentschrift EP 0 032 908 B1, Verfahren zur autotypischen Tonwertzerlegung
- /28/ Patentschrift EP 0 074 422 B1, Verfahren zur Herstellung von Druckformen mittels unregelmäßig verteilter Druckpunkte
- /29/ Patentanmeldung EP 0 132 453 A1, Verfahren und Einrichtung zum Minimieren von Fehlern bei der digitalen Verarbeitung von elektrischen Signalen

- /30/ H. Plettenberg, Belichtungssysteme an Farbscannern zur autotypischen Bildwiedergabe, Deutscher Drucker Nr. 9, 20.3.1986
- /31/ H. Praast und L. Göttching, Differenzierte Analytik der Geometrie und Intensität von Siebmarkierungen, aus: Das Papier, 44. Jahrgang, Heft 10, 1990
- /32/ H. Praast und L. Göttching, Formation graphischer Papiere, aus: Das Papier, 45. Jahrgang, Heft 7, 1990
- /33/ G. Respondek, Farblose Darstellung, aus: c' t, Heft 9, 1991, S.180-185
- /34/ W.H. Roth, Faksimiledruck mit >Rauschraster< und >Metallfolientransfer<, in Der Polygraph 22/89
- /35/ K.R. Scheuter und S. Gölling, Die Sicherheit der Farbübertragung bei kleinsten Bildpunkten im Offsetdruck, Darmstadt 1986, Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren, Institutsbericht 2/1986
- /36/ T. M. Schnitzler, Wo sind die Grenzen der Rasterfeinheit bei der Farbproduktion für den Offsetdruck?, in: Der Polygraph 7/91, 9/91, 11/91
- /37/ A. Schupp, Lichtfangeffekt, Studienarbeit TH Darmstadt, Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren, 1980
- /38/ J.C. Stoffel und J.F. Moreland, A Survey of Electronic Techniques for Pictorial Reproduction, IEEE Trans. Commun. 29, S. 1898-1925, 1981
- /39/ H. Thomas, Markoff-Netze und ihre Anwendung in der Bild-Daten-Verarbeitung, DISS. ETH Nr. 7213, Eidgen. Techn. Hochsch. Zürich, Zürich, 1983
- /40/ F. M. Wahl, Digitale Bildsignalverarbeitung: Grundlagen, Verfahren, Beispiele, Berichtiger Nachdruck, Springer-Verlag, 1989, (Nachrichtentechnik 13)
- /41/ K. Wolf, Beitrag zur Systemtheorie der Druckverfahren, Diss. Darmstadt 1970
- /42/ J.A.C. Yule und W.J. Neilsen, The Penetration of Light into Paper and its Effect on Halftone Reproduction, aus TAGA Proceedings 1951, S. 65-76
- /43/ E. Zeitler, Bildverarbeitung, eine Einführung, aus: Physik in unserer Zeit / 22. Jahrgang 1991 / Nr. 6, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim
- /44/ Bericht über ein Symposium der Forschungsgesellschaft Druckmaschinenbau (FGD) in Frankfurt, Bringt die Zukunft den Frequenzmodulierten Bildaufbau?, Deutscher Drucker Nr. 13, 28.4.1993
- /45/ »DD« - Repro Forum: Schlaglichter, Meinungen und Kommentare, Deutscher Drucker Nr. 9, 15.03.1984, S. VI und VII