Festigkeitslehre

Unterrichtsplanung für TGT-J2

Inhaltsverzeichnis

Seitenumbruch

Lehrplan

Richtziele des Unterrichts in Jahrgangsstufe 13

In der Vermittlung der Inhaltsbereiche Werkstoffe, Statik, Festigkeitslehre und Maschinenelemente erfahren die Schülerinnen und Schüler, dass die Anforderungen an eine technische Konstruktion und die Art der Fertigung von Bauteilen eine gezielte Beeinflussung der Eigenschaften der verwendeten Werkstoffe erfordern. Sie lernen, wie diese Beeinflussung technisch durchgeführt wird.

Sie erkennen die Statik als physikalisch-mathematische Grundlage jeder technischen Konstruktion. Sie üben die Anwendung von Losungsverfahren zur Ermittlung von Bauteilbelastungen.

In der Festigkeitslehre werden die Schülerinnen und Schüler befähigt, einfache Maschinenelemente zu berechnen. Sie erleben dabei, wie das Thema und die bisher erarbeiteten Stoffgebiete Statik und Werkstoffe eine für sie begreifbare systemische Einheit bilden, indem sie die Wechselwirkung von Belastung, Werkstoffkennwerten und Abmessungen eines Bauteils erkennen.

12	Festigkeitslehre und Maschinenelemente		45 Stunden
			Projekthaften Ansatz aus TG 11 wo möglich fortführen
12.1	Die an Bauteilen wirkenden Belastungen erkennen, daraus herrührende Beanspruchungsarten unterscheiden und Spannungen zuordnen, Werkstoffkennwerte einsetzen	Grundbegriffe Belastung durch Kräfte und Momente - Belastungsfalle - Normalkräfte, Querkräfte Beanspruchung - Zug, Druck - Flächenpressung - Biegung - Abscherung - Torsion Spannung - Normal-, Schubspannung - vorhandene Spannung - zulässige Spannung, Sicherheit	Vgl. Lehrplan Statik, LPE 9 Spätere Beispiele vereinfachen auf Belastungsfall I (statische Belastung) Vgl. Lehrplan Werkstoffe I LPE 3
12.2	Zug- und Druckbeanspruchung an Bauteilen erkennen, Bauteile berechnen	Spannungsverteilung im Zug-, bzw. Druckquerschnitt Gefährdeter Querschnitt Werkstoffkennwerte Dimensionierung Elastische Verformung Flächenpressung Schraube - Festigkeitsklassen - Spannungsquerschnitt	Vgl. Lehrplan Werkstoffe I. LPE 3 Nur metrisches Gewinde Kein Verspannungsschaubild
12.3	Biegebeanspruchung an Bauteilen erkennen, Bauteile berechnen	Spannungsverteilung im Biegequerschnitt Lage und Betrag des maximalen Biegemomentes Axiales Widerstandsmoment Biegehauptgleichung Werkstoffkennwerte	Integralrechnung, vgl. Lehrplan Mathematik
12.4	Abscherbeanspruchung an Bauteilen erkennen, Bauteile berechnen	Spannungsverteilung im Scherquerschnitt Scherkraft Scherspannung Werkstoffkennwerte	Auch Beispiel aus der Fertigungstechnik (Scherschneiden) möglich
12.5	Torsionsbeanspruchung an Bauteilen erkennen, Bauteile berechnen	Spannungsverteilung im Torsionsquerschnitt Polares Widerstandsmoment Torsionsgleichung Werkstoffkennwerte	Ohne Verdrehwinkel Wellen
12.6	Getriebe als Drehzahl- und Drehmomentwandler verstehen und berechnen, Wellen dimensionieren	Flachriementrieb, Zahnradtrieb, Schneckentrieb - einstufig - mehrstufig Zahnradabmessungen Drehzahl Zähnezahlen Übersetzung - einzeln, gesamt Drehmoment, Leistung, Wirkungsgrad	Vgl. LPE 12.5

Seitenumbruch

Allgemeines

GFS

- Pflicht ist eine in E und weitere insgesamt 3 in J1/J2
- In J1/J2 kann eine GFS eine Klassenarbeit ersetzen (pro Fach /Semester muss mind. 1 KA geschrieben werden)

Beschluss TG 28.06.11

- In den ersten 3 Semstern der Jahrgangsstufen muss je 1 GFS geschrieben werden.
- Überprüfung in der Notenkonferenz
- GFS soll im Niveau einer KA entsprechen
- GFS-Plan muss für alle 3 Semester bis Herbstferien J1 vorliegen
- Jede GFS muss in einem anderen Fach erfolgen

Ideen / Themen

- Stromtransport: Welche Bedeutung haben die Spannungsebenen (20kV, 110kV, 380kV)
- Biographie eines Ingenieurs / Technikers
- Übersicht über bedeutende Ingenieure (Wissenschaftler, Mathematiker ..) aus der Region
- Übersicht über die Wasserkraftwerke an der Wiese
- Industrialisierung des Wiesentals
- BHKw für Einfamilienhaus
- Solaranlage für Einfamilienhaus
- Abreißblock für Ausreden
- Einsatzgebiete eines Planetengetriebes
- kurze Filme aus dem Metalllabor, z.B. Fräsen, Drehen, Zugversuch…
  Vorbild: 3D-Druck in 3 Minuten
- QR-Code zum Film

ProMan Präsentationen

- Welche Genehmigungen sind erforderlich
- Welche Institutionen unterstützen
- Technische Alternative
- grobe technische Planung einer Alternative
- Grundflächenbedarf
- Anschluss an die Infrastruktur

tg_TA_Allgemeines.odt

Seitenumbruch

mögliche Wiederholung

Zugversuch

Zweck

– dient der Ermittlung des Werkstoffverhaltens bei einachsiger Zugbeanspruchung
– liefert wichtige Werkstoffkennwerte, die auf viele andere Belastungsarten übertragbar sind.

Quellen: DIN EN 10002:2001 Metallische Werkstoffe - Zugversuch in [46], [44], [4]

1) *Ein: Bauarbeiter unter schwebender Last; Bungeespringen Was gibt dennoch einigermaßen Sicherheit?*
2) *Aufbau und Ablauf mündlich entwickeln, anschließend Zugversuch in der Werkstatt durchführen oder Video zeigen.*

Prüfungen sind lange üblich, z.B. enthält [49] Hinweise zu Prüfmaschinen und Spannungsprüfungen bei Drähten [38] S.204, Fußnote 9). Ein anderes Beispiel ist [1]

Durchführung

Zugprobe

wegen ihres Einflusses auf das Ergebnis sind genormt:
– Form (rund oder flach)
– Zylinderköpfe (glatt oder Gewinde)
– Oberfläche (Rz 6,3)
– Längenverhältnis (Proportionalstäbe)

Kurzer Prop.-Stab rund bzw. beliebig	Langer Prop.-Stab (für Sonderfälle)
$\frac{L_0}{d_0}=5$ bzw. $\frac{L_0}{\sqrt{S_0}}=5{,}65$	$\frac{L_0}{d_0}=10$ bzw. $\frac{L_0}{\sqrt{S_0}}=11{,}3$

-> [31] „Zugversuch“
FO verschiedene Zugproben
FO Einfluss des Längenverhältnisses auf die Bruchdehnung
AM Papierstreifen
FO gespante und umgeformte Gewinde

Abhängig vom Längenverhältnis ist z.B. die Bruchdehnung A, weil die Verformung nach der Einschnürung nicht von der Anfangslänge abhängt.

Die Proportionalitätsfaktoren k = 5,65 bzw. 11,3 ([4] S.98; [31] „Baustähle, unlegierte“) für beliebige Querschnitte wurden im Abi bisher nicht verwendet, sondern nur L_0/d_0 = 5 bzw. L_0/d_0 = 10 für runde Proportionalstäbe, gelegentlich mit Umrechnung in entsprechende Flachproben.
Die Proportionalitätsfaktoren k = 5 für runde Stäbe und k = 5,65 für beliebige Stäbe können ineinander umgerechnet werden.

$$\frac{L_0}{\sqrt{S_0}}=\frac{L_0}{\sqrt{\pi/4\cdot d_0^2}}=\frac{L_0}{\sqrt{\pi/4}\cdot d_0}=\frac{1}{\sqrt{\pi/4}}\cdot\frac{L_0}{d_0}=\frac{1}{\sqrt{\pi/4}}\cdot 5\approx 5{,}65$$

Ablauf

man zieht die Zugprobe langsam und ruckfrei bis zum Bruch und zeichnet die Kraft F und Länge L auf.

Langsam und ruckfrei wegen dynamischer Kräfte, vergleiche: Spalten von Holz.
Was langsam ist, hängt vom Werkstoff ab.

Standardisierung

Werkstoffkennwerte werden unabhängig von den Maßen des Bauteiles angegeben.

Damit die Ergebnisse unabhängig von der Probengröße werden, bezieht man sie auf Querschnittsfläche und Länge der Probe. Den Einfluss von Oberfläche und Längenverhältnis vernachlässigt man zunächst. Wenn es genauer sein muss: Im TabB sind die Streckgrenzen R_e bei Stahl abhängig von der Erzeugnisdicke angegeben, und bei der Bruchdehnung gibt man das Längenverhältnis als Index an, z.B A_5 oder A_{10}, wg. des seines Einflusses.
Andere Beispiele: zulässige Stromdichte
Spannung ist auf Fläche bezogene Kraft.

Zugkraft F ↔ Zugspannung σ_z

$$\sigma_z=\frac{F}{S_0}\quad in\left[\frac{N}{mm^2}=MPa\right]$$

S_0 = Anfangsquerschnitt

Ingenieure rechnen mit Zugspannungen, die auf den Anfangsquerschnitt bezogen sind, und ignorieren, dass der Querschnitt kleiner und die tatsächlichen Spannungen größer werden, weil man Bauteile kaum noch beeinflussen kann. Dagegen betrachten Festkörperphysiker bei der Untersuchung von Werkstoffverhalten die tatsächlichen Spannungen im engsten Querschnitt.

Längenänderung ΔL ↔ Dehnung ε

$$\epsilon=\frac{L-L_0}{L}\quad in\ [\%\ oder\ o.E.]$$

L_0 = Anfangsmesslänge

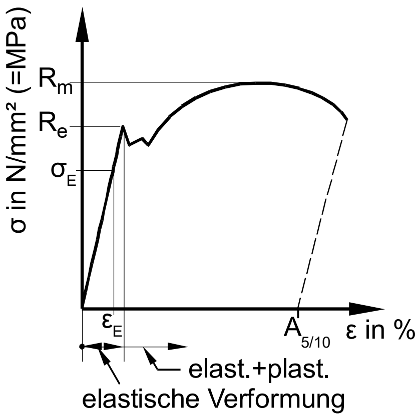
100% = 1, kann in der Formel auch entfallen

Die Werte werden aufgezeichnet im

Spannungs-Dehnungs-Diagramm

mit ausgeprägter Streckgrenze

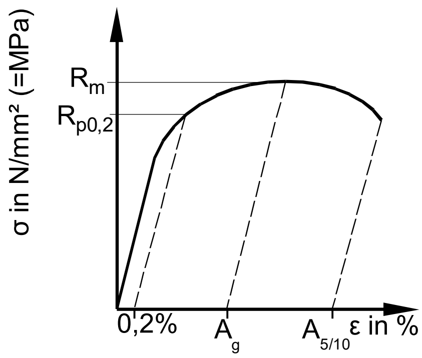
[57] S.154: „.. ausgeprägte Streckgrenze [tritt] nur bei wenigen Werkstoffen auf[..] .. ausgerechnet bei den einfachen Baustählen, der meistgebrauchten metallischen Werkstoffgruppe, eine Ironie der Natur.“



3) *Beschreiben Sie den Kurvenverlauf (makroskopische Vorgänge)*
4) *Gleichmaßdehnung A_g ist verzichtbar*
5) *dann Bezug auf die mikroskopischen Vorgänge*

AB verschiedene gezogene Zugproben

ohne ausgeprägte Streckgrenze



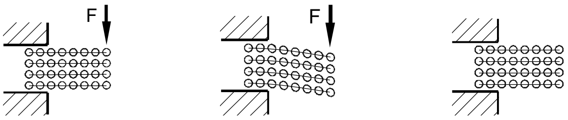
AB SDD kombiniert mit Gitterbildern und 2ten Achsen F und ΔL

Vorgänge im Werkstoff

Metallische Gitter sind einfach angeordnet

elastische Verformung

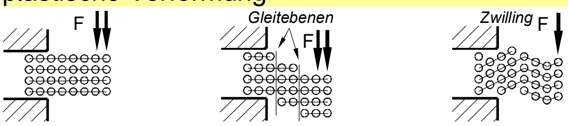
vorher | unter Last | nachher



Werkstoff verhält sich wie eine Feder und nimmt nach Entlastung die ursprüngliche Form wieder an.

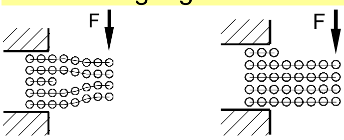
Einschwingverhalten

plastische Verformung



Werkstoff wird bleibend verformt

Kaltverfestigung.



Gitterfehler werden geschlossen, die Streckgrenze eines Metalles steigt beim Umformen (Walzen, Schmieden ..)

Hinweise: Einen gebogenen Draht kann man nicht einfach an der Biegestelle zurückbiegen. Bis zur Brucheinschnürung bleiben Zugproben zylindrisch, weil bereits gedehnte Bereiche eine höhere Festigkeit bekommen und die weitere Dehnungen erstmal woanders stattfindet.

Einschnürung

Nach Überschreiten von R_m tritt Einschnürung der Probe ein. Die Kraft im Diagramm sinkt bis zum Bruch.

Kennwerte aus dem Zugversuch

Es gilt das Hooke'sche Gesetz: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Streckgrenze R_e – Dehngrenze $R_{p0,2}$

= Grenze des elastischen Bereiches [N/mm² = MPa]

(Der) Elastizitätsmodul E

[kN/mm²] (E-Modul)

– ist ein Maß für die Steifigkeit
– $E=\frac{\sigma_E}{\epsilon_E}$ mit einem Wertepaar (σ_E; ε_E) von der Hooke'schen Geraden

Zugfestigkeit R_m

in [N/mm² = MPa]

– das Überschreiten von R_m führt zum Bruch

Bruchdehnung A (=A_5) oder A_{10}

in [% oder ohne Einheit]

– Bleibende Verformung nach dem Bruch
– Index = Längenverhältnis der Zugprobe
→ starker Einfluss auf die Bruchdehnung (s.u.)

Brucheinschnürung Z

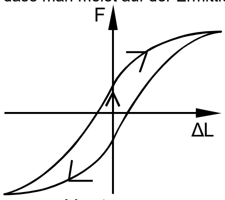
$$Z=\frac{S_0-S_U}{S_0}$$

→ TabB

Streckgrenzenverhältnis V_S

$$V_S=\frac{R_e}{R_m}$$

Tatsächlich ist die elastische Verformung im oberen Bereich nicht genau linear. Doch die Abweichungen von der Geraden sind schwer zu ermitteln und meist vernachlässigbar, sodass man meist auf der Ermittlung der Proportionalitätsgrenze verzichtet.



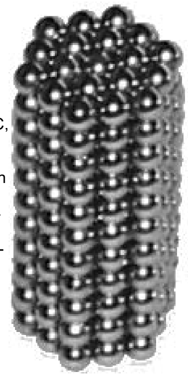
Hysterese beim Zugversuch

Auch beim elastischen Verformen von Material kommt es durch innere Reibung zu einer Hysterese [4] S.112. Deshalb wollen Radfahrer möglichst steife Fahrradbauteile.

AB Hysterese

Man unterscheidet: (1) linear elastisches Verhalten, für das das Hooke'sche Gesetz gilt (gilt für alle Festkörper für kleine Verformungen bis ε=0,1%); (2) nicht-linear- elastisches Verhalten, z.B. Gummi und (3) anelastisches Verhalten (elastische Hysterese): der Werkstoff gibt nicht mehr die ganze Verformungsenergie zurück [45] D42. [44] S.92.
Mit der Dehnung ε erfolgt eine Verringerung des Querschnittes. Ihr Maß ist die Querkürzung ε_q bzw. die Poisson- oder Querdehnzahl ν. Sie beträgt für Stahl ν = 0,3 [19] S.30. $\nu=\frac{\epsilon_q}{\epsilon}$

Sechseckige Säule aus Nanodots, Elmo:



Bei Verdrehung ist die elastische und plastische Verformung gut zu sehen. Wenn man die mittleren Magnete entnimmt, wird die plast. Verformung zufälliger

Nach der 2011 geltenden Theorie entsteht die Einschwingphase ([39] S.533: Lüders-Dehnung) durch Zwischengitteratome (ZGA: C, N), die etwas größer als die Zwischengitterplätze sind und das Wirtsgitter verzerren. Durch die energetische Situation bewegen sich die ZGA bei angelegter (Zug-)Spannung auf die Versetzungen zu, bilden dort s.g. Cottrell-Wolken und blockieren plast. Vfg. (erhöhen Streckgrenze). Wenn sie bei R_{eH} endlich doch beginnt, verlieren die C-Wolken ihre Wirkung und die relativ hohe Spannung dehnt den Werkstoff. Ohne Alterung zeigt der Werkstoff keine ausgeprägte Streckgrenze mehr. [de.Wikipedia.org/../Cottrell-Wolke], [4] S.105f., [57] S.156f.

Umklappen eines nichtorthogonalen Gitters ist ebenfalls möglich. Gleitebenen gehören zu den typischen metallischen Eigenschaften. Sie werden möglich durch Isotropie (richtungsunabhängige Bindung) der Metalle, die zu einfachen und dichten Gittern führt.

Die Verschiebung endet an den Korngrenzen oder an Gitterfehlern.
Ohne Gitterfehler wären Metalle praktisch nicht verformbar bzw. bearbeitbar. Für monokristallines Fe wird R_m ≈ 14000 N/mm² errechnet, tatsächlich ist R_m (Fe100) ≈ 150 N/mm². Die Verschiebung entlang der realen Gitterebene muss also abgeschwächt sein.
Bruchmechanismen siehe [60] 01/2000

Die auf den Ausgangsquerschnitt bezogene Spannung sinkt im Diagramm jenseits von R_m, die tatsächliche Spannung unter Berücksichtigung des verengenden Querschnitts steigt aber weiter an; es tritt sogar noch Kaltverfestigung auf. Die tatsächliche Spannung spielt für den Ingenieur aber keine Rolle, solange er den Querschnitt an belasteten Stellen nicht wachsen lassen kann – wie die Natur es bei Bäumen, Knochen usw. tut ([48]).

→ [31] „Zugversuch"
[57] S.149: R kommt von engl.: resistance für mechanischen Widerstand.
DIN EN 10002:2001 unterscheidet Obere (R_{eH}) und untere (R_{eL}) Streckgrenze [46], [4]. Ich verwende die obere Streckgrenze R_e wie in → [31] „Zugversuch". R_p auch technische Elastizitätsgrenze.
Dehngrenze: Bei Werkstoffen ohne ausgeprägte Streckgrenze ist der Übergang von elastischer zu plastischer Verformung, von der Geraden zur Kurve, messtechnisch nur schwer erfassbar, außerdem wird der Werkstoff dort nicht voll ausgenutzt. Deshalb verwendet man die Dehngrenze, bei der ein bestimmtes Maß an plast. Verformung auftritt, $R_{p0,2}$ ist die gängigste.

→ [31] „Elastizitätsmodul"; Tabellenwerte → [45] E66 und D44
Der (!) E-Modul ist der Proportionalitätsfaktor zwischen Normalspannung und Dehnung. Bildlich ist er eine Federkonstante oder die Steigung der Hooke'schen (!) Geraden und damit die gedachte Spannung für 100% Dehnung. Vergleiche auch Schubmodul G für Schubspannungen und Kompressionsmodul K für hydrostatischen Druck.
[4] S.97: Es gibt nichtlineare Elastizität (z.B. Grauguss), der E-Modul für Zug und Druck muss nicht symmetrisch sein (z.B. Sinterwerkstoffe, Nichtmetalle).

E-Modul aus SDD ermitteln (HP96/97-3)

R_m ist eine rechnerische Größe mit dem Anfangsquerschnitt S_0, die für Konstruktionen zweckmäßig ist. Will man das Werkstoffverhalten untersuchen, legt man den tatsächlichen Querschnitt zugrunde und erhält eine wesentlich größere Spannung.

[57] S.150: A kommt von vermutlich von frz. allongement für Dehnung.
A_5 oder $A_{5,65}$ oder ohne Index sind kurze; A_{10} und $A_{11,3}$ lange Prop.-Stäbe.
FO Zugprobe: Folgen des Längenverhältnisses
[4] S.96: Die Rückfederung parallel zur Hooke'schen Geraden ist eine Vereinfachung, die bei höheren Temperaturen oder Kriechversuchen nicht zulässig ist.

Verhältnis kleinster Querschnitt nach Bruch zu Anfangsquerschnitt.
Verformungskennwerte (Bruchdehnung, Brucheinschnürung, Dehnung bei Höchstkraft) dienen nicht der Konstruktion, aber der Beurteilung des Werkstoffverhaltens.

Wird benötigt bei:
– Festigkeitsklassen von Schrauben
– Umrechnung von Brinellhärten auf R_m
– Anhaltswert der Verformbarkeit für Umformverfahren

Vertiefung

1) Ordnen Sie Kurven mit verschiedenen Streckgrenzenverhältnissen zu:
Bruchgetrenntes Pleuel, FO Tiefziehen
Seil einer Hängebrücke (plastische Verformung erwünscht, um Überlastung anzuzeigen).
Zum Thema → [57] „Kerbschlagbiegeversuch"

Gespeicherte Energie im elastischen Bereich , Verfomungsenergie im plastischen Bereich (Zähigkeit) und freiwerdende elastische Energie beim Bruch berechnen.[44] S.92

Werkstoff_TA_Zugversuch.odt

Video Zugversuch

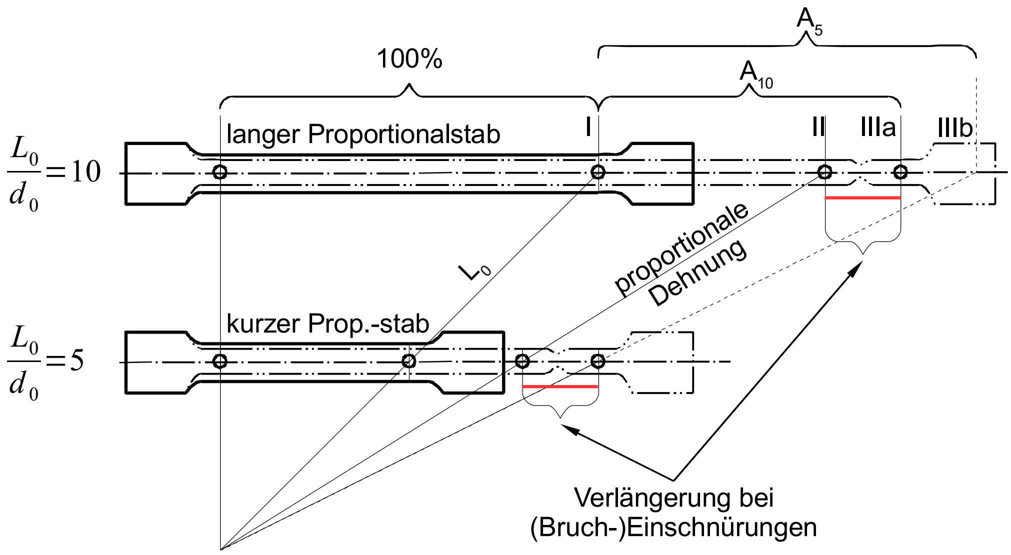
Zeigt Durchführung des Zugversuches und Ermittlung der Kennwerte

0050 Universalprüfmaschine
0075 genormter Prüfstab mit Gewindeköpfe
0100 genormte Geschwindigkeit, Dehnung, Schleppzeiger für F_m
0147 Einschnürung
0160 $Rm = F_m / S_0$
0170 Spannungs-Dehnungs-Diagramm
0185 R_{eH}, R_{eL}, R_m
0199 Diagrammschreiber, Kraftanzeige
0234 ohne ausgeprägte Streckgrenze, $R_{p0,2}$, F_m und ε-Anzeige; mehrmaliges Be- und Entlasten mit steigender Kraft zur Ermittlung von $R_{p0,2}$
0330 Zeichnerische Ermittlung
0340 Bruchdehnung messen
0376 Vergleich St-60 und St-37 im Spannungs-Dehnungs-Diagramm mit Kraftanzeige

Bruchdehnung A_5 ↔ A_{10}

A_5, $A_{5,65}$ = Bruchdehnung am kurzen Prop.-Stab
A_{10}, $A_{11,3}$ = Bruchdehnung am langen Prop.-Stab
A_5, A_{10} : zylindrische Probe
$A_{5,65}$, $A_{11,3}$: Flachprobe

[57] S.146: „Der kurze Proportionalstab ist Standard… Früher hat man den [langen Proportionalstab] gerne angewendet, weil die Längenmesstechnik noch nicht so ausgefeilt war. Heute findet man ihn eher selten, weil er von der Herstellung her teurer ist.“
[57] S.155f: „Statt A5 wird seit einiger Zeit gerne auch nur A oder A5,65 verwendet, statt A10 auch A11,3. Das hängt mit den Faktoren 5,65 und 11,3 zusammen, .., die auch bei .. Proben und anderen Querschnittsformen sinnvoll sind.“



1) Unterschied langer / kurzer Proportionalstab?

Phase I: unbelastete Zugproben aus gleichem Werkstoff

2) Verhalten im elastischen Bereich?

Phase II: Proben werden dünner und länger, Dehnung ist bei gleicher Kraft bei den Proben proportional gleich

3) Verhalten bei Einschnürung?

Phase III: Dehnung findet fast (weglassen? Kraft steigt nicht mehr) nur noch im Bereich der Einschnürung statt, die Längenänderung ist bei beiden Proben gleich → die Dehnung ist bei gleicher Kraft in einer längeren Probe proportional geringer.

4) Bruchdehnung?

Nach dem Bruch werden die Bruchstücke gegeneinander gedrückt und die Bruchdehnung gemessen.

A_g = Gleichmaßdehnung

Zusammenhang zwischen A_5, A_{10} und A_g

Die Bruchdehnung $A_{5/10}$ [%] setzt sich zusammen aus der Gleichmaßdehnung A_g [%], die bei beiden Proben gleich ist, und der Längenänderung x [mm] bei der Brucheinschnürung, bezogen auf die ursprüngliche Länge L_5 bzw. L_{10} [mm]. Bei gleichem Querschnitt gilt: $L_{10} = 2 \cdot L_5$.

$$A_5 = A_g + \frac{x}{L_5} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{L_5} = A_5 - A_g$$

$$A_{10} = A_g + \frac{x}{L_{10}} = A_g + \frac{x}{2 \cdot L_5} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{L_5} = 2 \cdot (A_{10} - A_g)$$

$$A_5 - A_g = \frac{x}{L_5} = 2 \cdot A_{10} - 2 \cdot A_g \quad \Rightarrow$$

$$A_g = 2 \cdot A_{10} - A_5$$

[4] S.99: Nennt die Gleichung „hinreichend genau“.

[57] S.149, Sinngemäß: „Es wurde genau untersucht und festgestellt, dass das Volumen einer Probe immer konstant bleibt.“ [4] S.99: „Die mit der Längenänderung verbundene Verminderung des Querschnitts ist .. überwiegend darauf zurückzuführen, dass das Volumen annähernd konstant bleiben muss.“
Meine Vermutung: Es handelt sich wohl um die Frage, wie genau man es nimmt.

[57] S.149, Sinngemäß: „Bis R_m wird die Probe zwar länger und dünner, aber sie bleibt zylindrisch. Ursache ist eine Art innere Regelung durch Kaltverfestigung: Dort, wo die Probe etwas stärker gedehnt wird, steigt die Festigkeit, deshalb findet die weitere Dehnung zunächst an anderen Stellen statt. Die innere Regelung funktioniert nur bis zur so genannten Gleichmaßdehnung A_g, die laut SDD (S.148) und Text bei R_m auftritt. Gemessen wird sie wie A_5 und A_{10} abzüglich des elastischen Anteil.“ [57] S.155: „Die Gleichmaßdehnung .. ist ein Kennwert, der in der Umformtechnik sehr wichtig ist, vor allem, wenn es um Ziehen, Biegen oder Strecken geht. Die Gleichmaßdehnung wird immer im Höchstlastpunkt des Zugversuches erreicht.“. [4] S.99: „In der Regel sinkt bei Einschnürung der Probe die übertragene Prüfkraft.
Meine Vermutung: Auch hier geht es wohl nur um die Genauigkeit. Für mich klingt es jedenfalls seltsam, dass die Brucheinschnürung genau im Maximum des Diagramms ohne Knick beginnen soll.

Werkstoff_TA_Zugversuch.odt

Seitenumbruch

Zugversuch

Ablauf

Probe wird mit konstanter Geschwindigkeit (=ruckfrei) gezogen und die Kraft F und die Verlängerung ΔL gemessen.

Standardisierung

Kraft F [N] ↔ Spannung σ [MPa]

Verlängerung ΔL [mm] ↔ Dehnung ε [%]

unabhängig von der Probengröße

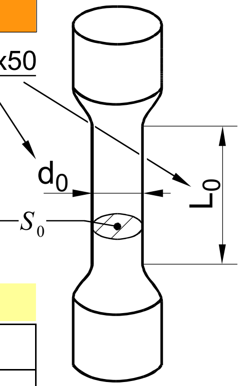
Diese Umrechnung kommt im Abi immer vor !

$$\epsilon=\frac{L-L_0}{L} \quad in[\%\,oder\,o.E.]$$

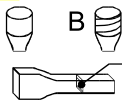
$$\sigma_z=\frac{F}{S_0} \quad in\left[\frac{N}{mm^2}=MPa\right]$$

Zugprobe

z.B. DIN 50125 – A 10x50



Form

rund: A  B

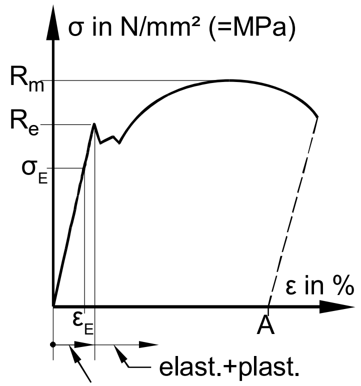
flach: E

Proportionalstäbe

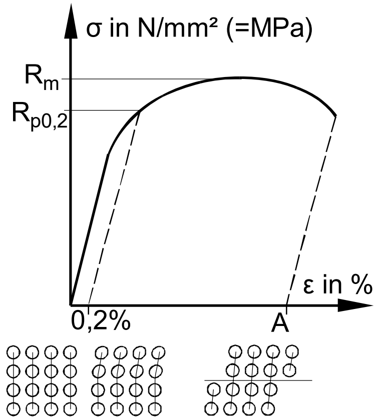
	rund	flach
kurzer P.-Stab	$\frac{L_0}{d_0}=5$	$\frac{L_0}{\sqrt{S_0}}=5{,}65$
langer P.-Stab	$\frac{L_0}{d_0}=10$	$\frac{L_0}{\sqrt{S_0}}=11{,}3$

Spannungs-Dehnungs-Diagramme

mit ausgeprägter Streckgrenze



ohne ausgeprägter Streckgrenze



Kennwerte

- R_m: Zugfestigkeit [N/mm²]
- R_e: Streckgrenze [N/mm²]
  $R_{p0,2}$: Dehngrenze [N/mm²]
- A: Bruchdehnung [%]
- E: Elastizitätsmodul [kN/mm²]

$$E=\frac{\sigma_E}{\epsilon_E} \quad in\left[\frac{kN}{mm^2}\right]$$

Seitenumbruch

Festigkeitsberechnung in Kurzform

Zugversuch

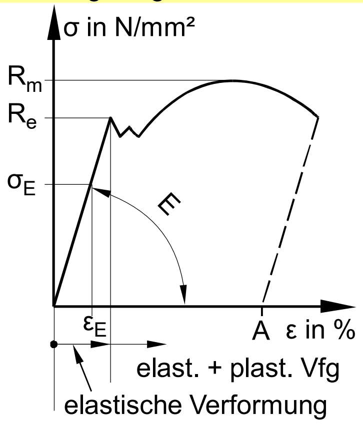
1) Probe ziehen
2) Kraft und Verlängerung messen
3) Wegen der Übertragbarkeit umrechnen

$$Spannung\ \sigma = \frac{F}{S} = \frac{Kraft}{Querschnitt}\ in \left[\frac{N}{mm^2} oder\ MPa\right]$$

$$Dehnung\ \epsilon = \frac{F}{S} = \frac{Längenänderung}{Anfangslänge}\quad [ohne\ Einheit]$$

4) Im Diagramm darstellen

Spannungs-Dehnungsdiagramm



Werkstoffkennwerte σ_{lim}

= Grenzwerte

R_m Zugfestigkeit [N/mm²] („Bruchspannung")
$R_{p0,2}$ / R_e Dehngrenze / Streckgrenze [N/mm²]

Auslegung von Bauteilen

Die Reihenfolge hängt von der Aufgabe ab

1. Bauteil-Kräfte F oder -Momente M ermitteln
s.o. (Statik)
2. F / M mit dem Querschnitt S / W in die Bauteil-Spannung σ / τ umrechnen

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

3. Werkstoffkennwert σ_{lim} / τ_{lim} ermitteln
i.d.R. aus TabB
4. Aus σ_{grenz} / τ_{grenz} und der Sicherheitszahl ν die zulässige Spannung σ_{zul} / τ_{zul} berechnen

$$\frac{\sigma_{grenz}}{\nu} = \sigma_{zul}$$

ν ist abhängig von Belastungsfall (→ TabB), Wert, Folgen, Zuverlässigkeit der Bauteilspannung, Form des Bauteiles usw.
5. Prüfen, ob die zulässige Spannung σ_{zul} / τ_{zul} größer als die die Bauteil-Spannung σ / τ ist.

$$\frac{\sigma_{grenz}}{\nu} = \sigma_{zul} > \sigma = \frac{F}{S}$$

Ansonsten neuer Querschnitt oder Werkstoff

Zur Wdh. oder Einführung, wenn es noch nicht unterrichtet wurde: Zugversuch, Spannungs-Dehnungs-Diagramm, Kennwerte, Formeln

1) Wozu dient die Ermittlung der Kräfte?
Zur Berechnung der Festigkeit, d.h. Vergleich tatsächlicher Kräfte mit Erlaubten.

2) Wie werden die einen Werkstoff maximal möglichen Kräfte ermittelt?
z.B. im Zugversuch

3) Wie wird der Zugversuch durchgeführt und ausgewertet?
Kraft und Verlängerung wird gemessen und in Spannung und Dehnung umgerechnet, damit die Werte übertragbar werden. Im Zugversuch wird der Anfangsquerschnitt S_0 verwendet, weil dies messtechnisch leicht erfassbar ist und der praktischen Realität entspricht.

$$MPa = 10^6 \frac{N}{m^2} = 10^6 \frac{N}{(1000\,mm)^2} = 1\,Mio \frac{N}{1\,Mio\,mm^2} = \frac{N}{mm^2}$$

[37] „Zugversuch"

4) Welche Kennwerte sind für die Festigkeitsberechnung wichtig?
Kennwerte aus dem Zugversuch können z.T. auf andere Belastungsarten angepasst werden

Grobe Zusammenfassung, nicht im TG unterrichten
5) Wie stark muss die Welle ausgelegt werden?

Zur Begründung der Sicherheitszahl
Merke: „Eine genaue rechnerische Vorhersage der vorhandenen Bauteilsicherheit kann aufgrund der nur schwer erfassbaren Einflussgrößen, der z.T. recht erheblichen Streuung der Festigkeitswerte und der Vereinfachung im Rechnungsansatz nicht gemacht werden." [52] S.52]
Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten. Die angegebenen Werte gelten nur für einachsige Spannungszustände.
[37] „Festigkeitswerte"
[37] „Werkstoffe"

Festigkeitslehre

Im TG kann das Thema mit einigen Referaten behandelt werden. Ausgabe der Referatthemen nach der Einführungsstunde.
FO Referatthemen zur Festigkeitslehre

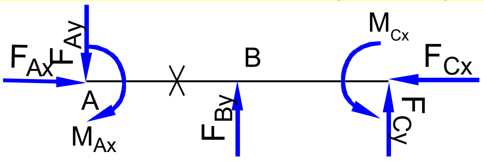
Festigkeitsberechnungen

Auch per Referate möglich, aber zeitintensiv

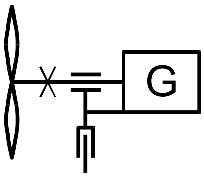
ODP für die einzelnen Aufgaben, z.B. [11] Aufg. 741, Scherhülse
Einarbeiten: [18]; [63]; [47];[43],[51]; [3]
FO Referatthemen zur Festigkeitslehre
Werkstoffkunde und Statik fließen hier zur Festigkeitslehre zusammen.

Kräfte ermitteln

Äußere Kräfte: Freimachen (→ Statik)



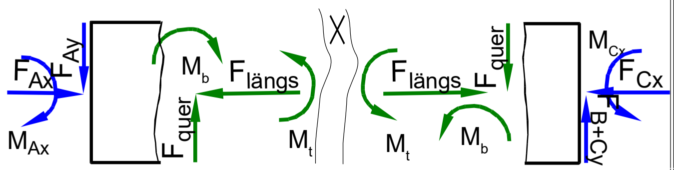
1) Welche Belastungen (Kräfte und Momente) wirken an der Stelle x auf die Welle eines Windgenerators?



G unterscheidet den Generator vom Propeller mit Motor M.
- F_{AX}: Windkraft auf Propeller
- F_{AY}: Eigengewicht Propeller
- M_{Ax}: Drehmoment durch Wind auf Propeller (Torsion um die x-Achse)
- F_{By}: Stützkraft des Lagers
- F_{Cx}: Axiallager im Generator um Fay aufzufangen
- F_{Cy}: Radiallager im Generator
- M_{Cx}: Drehwiderstand im Generator durch Lorentzkraft
-

Innere Kräfte: Freischneiden

- An der Stelle x, die betrachtet werden soll
- Alle externen Kräfte auf einer Seite eintragen
- Interne Kräfte an der Schnittstelle ergänzen, bis das linke Teilstück im Gleichgewicht ist.
- Schnittstelle X ins Gleichgewicht bringen, ebenso rechtes Teilstück.

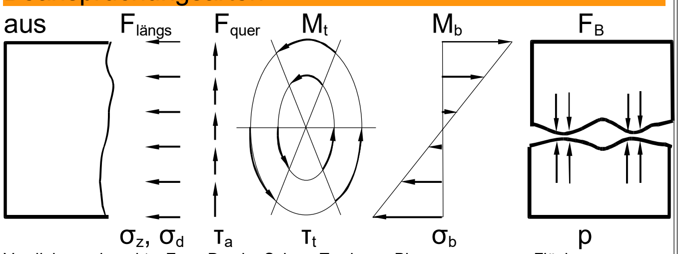


2) Welche Kräfte und Momente werden an der Stelle x übertragen?
Externe Kräfte (vereinfacht in der Ebene) ohne Betrag mit Richtung eintragen lassen.

3) Kräfte an der Schnittstelle eintragen lassen.
An der Schnittstelle der Welle wirken:
- $F_{längs}$: Druckkräfte heben F_{Ax} auf
- M_t: Torsionsmoment hebt M_{Ax} auf
- F_{quer}: Scherkräfte heben F_{Ay} auf
- M_b: Biegemoment entsteht durch F_{Ay} und den Hebelarm

Zum Verständnis: Innere und äußere Kräfte des linken Teilstückes heben sich auf, genau wie die inneren Kräfte links und rechts der Schnittstelle (des Schnittufers) und die Kräfte am rechten Teilstück.
[18]: Äußere Kräfte (Belastung) bewirken innere Kräfte (Schnittlasten).

Beanspruchungsarten



Von links nach rechts: Zug-, Druck-, Scher-, Torsions-, Biegespannungen, Flächenpressung

Begriff Beanspruchungsarten siehe [18] S.25

4) Wie verteilen sich die Kräfte im Werkstück? → Spannungen

$F_{längs}$ (Normalkraft zur Schnittfläche) bewirkt Druck-/Zugspannungen (Normalspannungen).
p (Flächenpressung) Druckbeanspruchung an Berührungsflächen.
F_{quer} (Querkraft zur Schnittfläche) bewirkt Scherspannungen (Schubspannungen).
M_T (Torsionsmoment) erzeugt Torsionsspannungen (Schubspannungen). Sie verlaufen etwa 45° zur Schnittfläche, zum Beweis Torsionsbruch einer Kreide zeigen.
M_b (Biegemoment) erzeugt Dehnung, die linear abhängig vom Abstand zur Drehachse ist (Strahlensatz). Dehnung erzeugt Druck-/Zug- (Normalspannungen), die ebenfalls linear zusammenhängen (Hookesche Gesetz), sodass der Spannungsverlauf im elastischen Bereich theoretisch linear ist. Im plastischen Bereich (Umformen) gilt dies nicht mehr.
Die Beanspruchungen bewirken eine Längenänderung (Hooke'sches Gesetz, für viele Stoffe annähernd linear) und Querschnittsänderungen.

Belastungsfälle, Lastfälle

Lastfall I: Ruhende Belastung

→ [29] „Belastungsfälle, Festigkeitswerte"

Lastfall II: Schwellende Belastung

→ [29] „Belastungsfälle, Festigkeitswerte"

Lastfall III: Wechselnde Belastung

5) anhand → [29] „Belastungsfälle"

Ruhende Belastung halten Teile am besten aus. Vgl. Pyramiden: Ruhend belastet halten sie seit Jahrtausenden, wenn man genauso lange mit einem kleinen Hämmerchen daran geklopft hätte, wären sie längst Sand.
tgtm_NP201011 Aufgabe 1.1.4: „wird schwellend beansprucht".

tgt: Bisher nur Lastfall 1

tgtm: Alle Belastungsfälle möglich

(Knickung)

Knickung ist bei langen schlanken Körpern eines wesentlichere größere Belastung als Druck, steht aber nicht im Lehrplan (TG, FTM). Bei Flächen tritt Beulung auf.

Überlagerte Spannungen

Überlagern sich Normal- und Schubspannungen, wird eine Vergleichspannung σ_V errechnet. Hypothesen:
- Normalspannungsh. NH, nach Rankine, 1861
- Schubspannungsh. SH, nach Tresca, 1868
- Gestaltänderungsh. GEH, nach v.Mises, 1913

Details: [18] S.28f

Beispiel für überlagerter Normalspannungen: Eine Spannbetonbrücke wird unten durch Stahleinlagen auf Druck gespannt. Biegt sich die Brücke unter Last, wird der Beton (geringe Zugfestigkeit) nicht auf Zug belastet, sondern vom Druck entlastet, während die Stahleinlagen noch mehr Zug aushalten müssen. Ähnlich: Verspannungsschaubild Schrauben, übereinander geschrumpfte Geschützrohre.

Kein Abithema

Vertiefung

[11] Aufgabe 651-656 (nicht erforderlich)

Festigkeit_TA_Einführung.odt

Seitenumbruch

Allzweckformel für Festigkeitslehre

am Beispiel der Zugfestigkeit

$$\frac{\sigma_{grenz}}{\nu} = \sigma_{zul} > \sigma = \frac{F}{S} \qquad \left[\frac{N}{mm^2} = MPa \right]$$

F äußere Kraft [N]
oder andere Belastung: Moment M_b oder M_t [Nm]
S Querschnittsfläche [mm²]
(gemeint ist immer die Fläche, die kaputt geht)
oder andere Flächenkennwerte
Widerstandsmomente W oder W_p
σ tatsächliche Spannung [N/mm²] im Werkstoff, mithilfe Rechnung geschätzt
oder Schubspannung τ
σ_{grenz} Grenzspannung [N/mm² = MPa] im Werkstoff
Werkstoffkennwert, z.B. R_m, R_e, $R_{p0,2}$, σ_{bF}, τ_{tF}
ν Sicherheitszahl [ ]
ist eine typische Ingenieurslösung !
vom Konstrukteur festgelegt nach:
- Umfang der Unwägbarkeiten (Belastung, -sfall, überlagerte Spannungen..)
- Risiko, Wert
- gesetzliche Vorschriften
- Erfahrung
- Veränderung während der Lebensdauer (Korrosion, Alterung, Verschleiß, Ermüdung..)

σ_{zul} zulässige Spannung [N/mm²] im Werkstoff
vom Konstrukteur festgelegt

Diese Formel ist für alle Belastungsarten einsetzbar, nur die Formelzeichen wechseln

1) *Ein: Bungeespringen. Welche Größen sind bei der Auswahl des Seiles zu berücksichtigen ? Von rechts nach links durchgehen.*

Belastung (Kraft) wird mithilfe der Statik (bzw. Dynamik) näherungsweise ermittelt und ist in schulischen Aufgaben vorgegeben.
Querschnitt S und Werkstoff sind die Freiheiten des Konstrukteurs.
Aus Kraft und Querschnitt ergibt sich die vorhandene Spannung, die immer nur geschätzt ist, denn die folgen Werte sind nicht exakt:
- Die Belastung F oder M F beruht im Wesentlichen auf Annahmen
- Der Querschnitt stimmt bestenfalls zu Beginn des Lebenszyklusses
- Die Formel selbst ist nur eine Annäherung. [51], S.35: "Aus der Vielzahl der Festigkeitshypothesen haben sich für die Festigkeitsberechnung bewährt ....."
  Hinweis zum Unterschied zw. Mathematik und Technik: In der Mathematik sind einmal gefundene Zusammenhänge „wahr" im Sinne von überall und ewig gültig. In der Technik beruhen Formeln noch mehr als in den Naturwissenschaften auf Hypothesen, die nur solange gültig sind, bis bessere gefunden wurden.

Die Werkstofffestigkeit wird mit σ_{lim} eingebracht.
Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten (im Abi nur Belastungsfall 1, statische Belastung). Die angegebenen Werte gelten nur für einachsige Spannungszustände, mehrachsige (überlagerte) Spannungen siehe oben.
→ [29] „Festigkeitswerte", „Werkstoffe"

$$MPa = 10^6 \frac{N}{m^2} = 10^6 \frac{N}{(1000\,mm)^2} = 1\,Mio \frac{N}{1\,Mio\,mm^2} = \frac{N}{mm^2}$$

Die Sicherheitszahl ν ist eine typische Ingenieurslösung: Probleme werden durch Erfahrungswerte gelöst, auch wenn sie noch nicht vollständig verstanden sind. Alle Unwägbarkeiten werden mit der Sicherheitszahl abgedeckt. Sie ist aber kein Freibrief, um eine Konstruktion zu überlasten.
→ [29] „Sicherheitszahlen"
[51] , S.52]: „Die Höhe der erforderlichen Sicherheit kann für den Anwendungsbereich Maschinenbau allgemein nicht angegeben werden. Es liegt im Ermessensbereich des Konstrukteurs, für jeden Einzelfall nach den zu erwartenden Betriebsbedingungen (Häufigkeit der Höchstlast, Art des Lastkollektivs, Spannungsverhältnis κ u.a.) die Sicherheit eigenverantwortlich festzulegen ...:
- kleinere Sicherheit, wenn die äußeren Kräfte sicher erfasst werden können und ein etwaiger Bruch des betreffenden Bauteils keinen großen Schaden anrichtet und dieser schnell behoben werden kann;
- höhere Sicherheit, wenn äußere Kräfte nicht genau zu erfassen sind und bei einem etwaigen Bruch des betreffenden Bauteils großer Schaden (Lebensgefahr, Betriebsstörungen) entstehen kann."

FO [51] S.52: „Eine genaue rechnerische Vorhersage der vorhandenen Bauteilsicherheit kann aufgrund der nur schwer erfassbaren Einflussgrößen, der z.T. recht erheblichen Streuung der Festigkeitswerte und der Vereinfachung im Rechnungsansatz nicht gemacht werden."
Die Sicherheitszahl kann reduziert werden, z.B. aus Gewichtsgründen im Flugzeugbau: komplexere Rechenmodelle (FEM), mehr Versuche, erhöhter Q-Aufwand, häufigere Wartung, polierte Oberflächen.
Mit dieser Formel können Zug- und Druckspannungen, Flächenpressung und Scherung berechnet werden. Die Frage bleibt nur, welche Spannung, Kraft und Fläche man einsetzen muss.
Formel:und Kennwerte → [29] „Festigkeitswerte"

AB entwerfen

Zur Übersicht die betrachteten Spannungen, ihre übliche Abkürzungen und Grenzwerte.
Normalspannungen σ, Schubspannungen τ;. Tatsächliche Spannungen erhalten Kleinbuchstaben als Indices, Grenzspannungen Großbuchstaben
Die Indices z und d dienen zur Unterscheidung von Zug- und Druckspannungen.
Flächenpressung ist zwar keine typische Spannung und erhält deshalb einen anderen Buchstaben. Da sie aber wie Spannungen gerechnet wird, wird sie hier aufgenommen.
τ_t und σ_b meinen die maximale Spannung an der Außenfläche des Profils.
Flächenpressung ist die Beanspruchung der Berührungsflächen zweier gegeneinander gedrückter fester Bauteile und heißt bei Nieten auch Lochleibungsdruck. Es ist eigentlich keine innere Spannung und hat deshalb eine andere Abkürzung, wird aber ähnlich berechnet.

Grenzwerte oder Festigkeitskennwerte:
Festigkeit ist die innere Widerstandskraft eines Werkstoffes. Festigkeit ist der Widerstand gegen Verformung oder Bruch.
Grenzspannungen erhalten Großbuchstaben als Indices. Sie gelten nur unter Prüfbedingungen, im wirklichen Leben müssen sie meist reduziert werden (zulässige Grenzspannungen). Überschreiten von (Fließ-)Grenzen führt zu plastischer Verformung. Überschreiten von Festigkeiten führt zum Bruch.

Überarbeiten

Übersicht über die Formelgrößen

Spannung	Abk.	Grenzwerte (statisch)	Ursächliche Kraft	Profilkennwert
Zugspannung	σ, σ_z	Streckgrenze R_e bzw. Dehngrenze $R_{p0,2}$ Zugfestigkeit R_m	Zugkraft F_z	Querschnittsfläche S_0
Druckspannung	σ, σ_d	Druckfließgrenze σ_{dF} Druckbruchgrenze σ_{dB}	Druckkraft F_d	Querschnittsfläche S_0
(Ab-)Scherspannung	τ_a	Scherfließgrenze τ_{aF} Scherfestigkeit τ_{aB}	Querkraft F_a	Querschnittsfläche S_0
Torsionsspannung	τ_t	Torsionsfließgrenze τ_{tF} Torsionsbruchgrenze τ_{tB}	Torsionsmoment M_t	polares Widerstandsmoment W_p
Biegespannung	σ_b	Biegefließgrenze σ_{bF}	Biegemoment M_b	axiales Widerstandsmoment W
Flächenpressung	p	zulässige Flächenpressung p_{zul}	Normalkraft F_N	projizierte Fläche A_{proj}
Knickung				

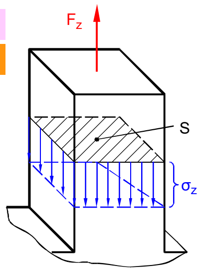
Beanspruchungen im Einzelnen

Zugfestigkeit

Allzweckformel für Zugfestigkeit

$$\frac{\sigma_{zgrenz}}{\nu}=\sigma_{zzul}>\sigma_z=\frac{F_z}{S}$$

Normalspannung ist gleichmäßig auf dem Querschnitt verteilt.



FTM, MVK, TG:

1) *Variante 1: Beanspruchungen als HA in Einzel- oder Partnerarbeit erarbeiten und anschließend im Unterricht vortragen lassen.*
Dazu sollen die Vortragenden die Vorgehensweise anhand des TabB erklären und als Beispiel 2 passende Aufgaben aus Hauptprüfungen vorrechnen. Zugspannungen soll von 2 Schülern vorgetragen werden, da hier σ_z , σ_{zzul}, σ_{lim} erklärt werden muss.
Wdhg: Zugversuch, Spannungs-Dehnungs-Diagramm, R_m, R_e, $R_{p0,2}$, Kennwerte, Formeln

2) *Variante 2: Wiederholung Zugversuch.*

→ [25] „Zugversuch“

Festigkeitswerte σ_{zgrenz}

Belastungsfall 1

= statische Belastung
– R_e bzw. $R_{p0,2}$: gg. plast. Verformung
– R_m : gegen Bruch:
→ [25] „Baustähle, Stähle, ..“

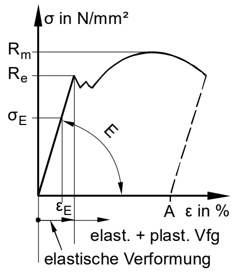
Belastungsfall 2

= schwellende Belastung
– σ_{zSch} : gegen plast. Verformung
→ [25] „Festigkeitswerte“

Belastungsfall 3

= wechselnde Belastung
– σ_{zW} : gegen plast. Verformung
→ [25] „Festigkeitswerte“

FTM, MVK, TGME: nur Belastungsfall 1
TGTM: Belastungsfälle 1 – 3
Belastungsfall 4 (?) (= allgemein schwingend) → war in [25] Aufl. 38-41 aufgeführt.
Für Grenzspannung ist der Belastungsfall zu beachten:
→ [25] „Festigkeitslehre“, „Druckspannung“
→ [25] „Festigkeitswerte“, „Stähle,..“, „Werkstoffe“, „Sicherheitszahlen“...



Vertiefung

MVK: [22]; TG: Festigkeit_Ub_Abi

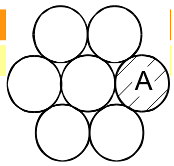
FTM: [5] 661ff „Beanspruchung auf Zug“
661-662: Warmlauf; 663-<u>664</u>: Gewinde; <u>665</u> Drahtseil; <u>666</u> Drahtseil mit Eigengewicht entweder analytisch oder iterativ ausrechnen; <u>668</u>, 673 Rundgliederkette, <u>670</u>, <u>674</u>, <u>677</u>, <u>679</u>

Sonderfälle

Stahlseil mit Einzeldrähten

$$\sigma_z=\frac{F_z}{S}=\frac{F_z}{n\cdot A}$$

n: Anzahl der Einzeldrähte



Im Laufe der Übungen folgende Besonderheiten zeigen:
Möglichst gar nicht erst den Gesamtquerschnitt S ausrechnen. Es gibt nämlich Schüler, die aus dem Gesamtquerschnitt einen Gesamtdurchmesser ausrechnen und den dann durch die Anzahl der Drähte teilen.

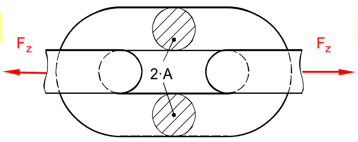
iterative Rechnung

[5] 666 Drahtseil mit Eigengewicht entweder analytisch oder iterativ ausrechnen: 1. Gewicht schätzen; 2. Querschnitt und das daraus folgende Gewicht berechnen; 3. Schätzung und Rechnung sind idealerweise gleich, wenn nicht: 1. Neue Schätzung anhand der Rechnung; 2. ...

Video „Drahtseil spleißen“

(Rundglieder-)Kette

$$\sigma_z=\frac{F_z}{S}=\frac{F_z}{2\cdot A}$$



Heißen auch Gliederkette bzw. Rundstahlkette
Die Erfahrung zeigt, dass Rundgliederketten halten, wenn man die beiden parallelen Querschnitte A dimensioniert.
Das gleiche gilt für Hülsen-, Rollen-, und ähnliche Ketten.
Video Herstellung „Kette Rundstahl“

Schrauben (Gewinde)

<u>Festigkeitsklasse</u>

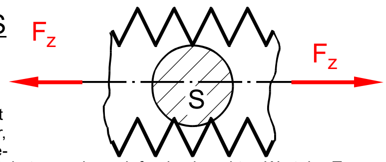
→ [25] „Festigkeitsklassen ...“
ist im Schraubenkopf eingeprägt. Beispiel: 6.8

6: → $R_m=6\cdot 100\frac{N}{mm^2}=600\frac{N}{mm^2}=600\,MPa$

.8: → $R_e=0{,}8\cdot R_m=0{,}8\cdot 600\frac{N}{mm^2}=480\frac{N}{mm^2}=480\,MPa$

<u>Spannungsquerschnitt S</u>

→ TabB „Gewinde“



Der Querschnitt des KernØ des Gewindes ist eine brauchbare Schätzung des Spannungsquerschnitt S. Tatsächlich ist der Spannungsquerschnitt etwas größer, da sich die Täler des Gewindes nicht gegenüberliegen. Da man sowohl für die Schätzung als auch für den korrekten Wert das Tabellenbuch aufschlagen muss, kann man gleich den korrekten Spannungsquerschnitt S nehmen.
[54] S.4.90: verwendet für Schrauben den Begriff 'Güte 10.9'

Festigkeit_TA_Zug.odt

eitenumbruch

Druckfestigkeit

Allzweckformel für Druckfestigkeit

$$\frac{\sigma_{dgrenz}}{\nu}=\sigma_{dzul}>\sigma_d=\frac{F_d}{S}$$

Festigkeitswerte σ_{dgrenz}

<u>gegen bleibende Verformung:</u>

– $\sigma_{dF}\approx R_e$ bzw. $R_{p0,2}$ (Stahl)

<u>gegen Bruch</u>

– $\sigma_{dB}\approx R_m$ (Stahl)
– $\sigma_{dB}\approx 4\cdot R_m$ (GGL)

FTM, MVK, TG:

Druckfestigkeit kommt im Abi selten vor, vermutlich weil Knickung i.d.R. die größere Belastung ist. Knickung steht nicht im Lehrplan.

Bilder ähnlich wie im Zugversuch
→ [26] „Festigkeitslehre“, „Druckbeanspruchung“
→ [26] „Festigkeitswerte“ einschließlich Fußnote

Gusseisen mit Lamellengrafit GJL hat eine sehr hohe Druckfestigkeit. (Eselsbrücke GJL – Guss Jron Lamelle). Im Englischen wird das I (großes India) öfters als J geschrieben, wenn Verwechslungsgefahr mit l (kleines Lima) besteht.
Bild / Spannungs-Dehnungsdiagramm von GJL

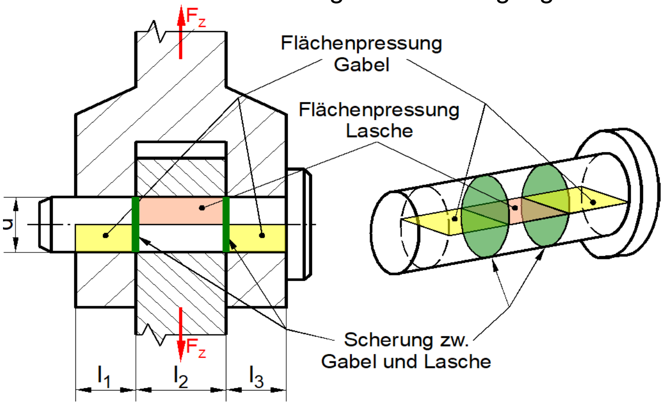
Vertiefung

Mbm: [23] ; TG: -----; FTM: [6] 714ff, „Beanspruchung auf Druck“

Festigkeit_TA_Druck.odt
Seitenumbruch

Scherung und Flächenpressung

treten oft gemeinsam auf
→ beide berechnen und die größere Auslegung wählen



Flächenpressung, Lochleibung

Allzweckformel für Flächenpressung

$$p_{zul} > p = \frac{F}{A} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = MPa\right]$$

– p_{zul}: zulässige Flächenpressung
– A: Fläche senkrecht zur Kraft = projizierte Fläche

Festigkeitswerte p_{zul}

$$p_{zul} = \frac{R_e}{1{,}2}$$ ohne Sicherheitszahl zu rechnen

→ [27] „Flächenpressung“

Scherfestigkeit und Schneidkräfte

Allzweckformeln für Scherung

$$\frac{\tau_{agrenz}}{\nu} = \tau_{azul} > \tau_a = \frac{F}{n \cdot S} \quad \left[\frac{N}{mm^2} = MPa\right]$$

– τ_{aB} : Scherfestigkeit; τ_{aF} : Scherfließgrenze
– S: Fläche zwischen zwei gegenläufigen Kräften
– n: Anzahl der Scherflächen

Festigkeitswerte τ_{agrenz}

– τ_{aF} ≈ 0,6 · R_e für zähe Werkstoffe (Stahl)
→ [27] „Festigkeitswerte“, auch für andere Werkstoffe
wenn es halten muss (z.B. Bolzen)

– τ_{aBmax} ≈ 0,8 · R_{mmax}
→ [27] S.371 „Schneidkraft“
wenn es brechen soll (Scheren, Stanzen)

Auswahl treffen

Konstruktion auf die größere Belastung auslegen.

Normzahlen

Vertiefung

Im Laufe der Übungen Besonderheiten zeigen:

Sonderfälle

Lochleibung

Leibungsdruck: Flächenpressung für Bolzen oder Schrauben in Bohrungen. Es muss sich nicht um Passschrauben oder -bolzen handeln. [20] Laibung (bevorzugt!), Leibung = innere Mauerfläche bei Wandöffnungen, innere Wölbfläche bei Wölbungen.

Passfedern

Geänderte Berechnung: Bisher wurde bei rundstirnigen Passfedern im Sinne der projizierten Fläche die volle Länge berücksichtigt. Ab [27] 48. Auflage, S.253 „Passfedern, Flächenpressung“ gilt dies in Umsetzung der DIN 6892 *Passfedern-Berechnung und Gestaltung* von 1998 nicht mehr und die Rundung muss auf die erf. Länge aufgeschlagen werden: $l \geq l_{erf} + b$

Stanzen

Rollen- bzw. Hülsenketten

Video Herstellung „Kette Rollen“

FTM, MVK, TG:
AB Tafelzirkel

Scherung und Flächenpressung treten oft meist gemeinsam auf, deshalb muss man eine Konstruktion auf beide Belastungen hin prüfen und auf die größere auslegen. In neueren Abi-Aufgaben wurde dies oft nicht mehr ausdrücklich, wohl aber stillschweigend gefordert. Ein Konstrukteur muss die Flächenpressungen für die innere und äußeren Laschen (innere und äußere Fläche einer Passfeder ..) getrennt untersuchen, aber in Prüfungen genügt es meist, seine diesbezügliche Fähigkeiten an einer Fläche zu demonstrieren. Welche das ist, erfuhr man im Abi bisher im Aufgabentext oder mit der Bemaßung – unbemaßte Elemente kann man nicht berechnen.
Leider ist es auch schon vorgekommen, dass man aus der Bemaßung schließen musste, ob auf Scherung oder Flächenpressung berechnet werden sollte – aber zu einfach soll ein Abi ja auch nicht sein ;-)

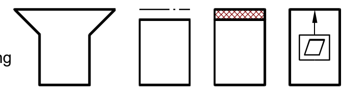
Wenn man nicht weiß, welche Fläche gerechnet werden muss, stelle man die Frage:
Welche Fläche geht kaputt?
Einarbeiten: [15] S.193, Bild 8.10

[55] Tabelle 8.50c: Grenzabscherkräfte je Scherfuge, abhängig von Schraubengröße, Festigkeitsklasse im Schaft, im Gewinde oder im Schaft von Passschrauben. → Im Bauingenieurwesen werden gewöhnliche Schrauben auf Scherung belastet.

Fläche wird senkrecht zur Kraftrichtung ermittelt: z.B. Gleitlager: A= d · L; z.B. Berührungsfläche Gewinde p=F/(π x d_2 x H_1) x (P/m) mit m= Mutternhöhe und p/m= Anzahl tragender Gewindegänge. Weitere Darstellungen siehe → [27] „Flächenpressung“

Im Beispiel: $p_{Lasche} = \frac{F}{b \cdot l_2}$ und $p_{Gabel} = \frac{F}{b \cdot (l_1 + l_3)}$

Im Abi muss bisher nur eine Variante (innen, außen) berechnet werden. Erkenntlich ist dies daran, dass nur eine Variante bemaßt ist.
Maßnahmen zur Senkung der Flächenpressung oder Erhöhung der zul. Flächenpressung: 1) Verbreitern (Säulen, Stempel); 2) Härten; 3) Mörtel; 4) Planflächen 5) hydrostat. Lagerung



Flächenpressung p = „Druck“ zwischen festen Berührungsflächen. Da Oberflächen nicht genau plan sind, berühren sich 2 Teile nicht mit ihrer ganzen Fläche → zulässige Flächenpressungen sind deutlich kleiner als zul. Druckspannungen.
Vereinfachend wird angenommen, dass die Flächenpressung gleichmäßig über die projizierte Fläche verteilt ist. Gegenbeispiel Steckstift unter Biegelast: [15] S.308f.
Die Kennwerte in [27] „Flächenpressung“ sind zulässige Werte, Sicherheitszahlen sind nicht mehr nötig. Es scheint sich um eine Vereinfachung zu handeln, denn in [50] wird mit Sicherheitszahl gerechnet;
Verteilung der Flächenpressung in Zapfenlagern, zB. [12] S.227

Im Beispiel: $\tau_a = \frac{F}{2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}}$

→ [27] „Normzahlen“

- *Mbm: [24]; TG: Festigkeit_Ub_Abi*
- *FTM: [7] 714ff, „Beanspruchung auf Druck und Flächenpressung“; 714, 716, (717,) 718, 720, 721, 722; [7] 738ff, „Beanspruchung auf Abscheren“ 738, 739, 740, (742,) 743, 744, (748,) 749, 751*

[55] S.8.52: „Die Tragsicherheit auf Lochleibung ist nachgewiesen, wenn die vorhandene Abscherkraft .. je Bauteil und je Schraube die Grenzlochleibungskraft .. nicht überschreitet.“ Tabelle 8.53 enthält Grenzlochleibungskräfte abhängig vom Lochabstand und für Lochdurchmesser etwa der Reihe mittel!!

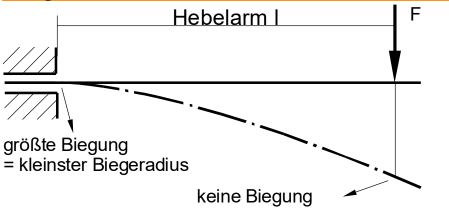
Bei rundstirnigen Passfedern trägt die Rundung nicht zur Flächenpressung bei, sie muss entsprechend länger gewählt werden. Der kleine Unterschied in Kraft und Flächenpressung zwischen Nabe und Welle wird in der überschlägigen Berechnung nach DIN 6892 vernachlässigt. (→ [62] S.519; [15] S.292, [40] S.146). $L = l_{erf} + b$
[53] S.378: „Die ebenfalls auftretende Scherspannung ist bei zum Wellendurchmesser gehörigen Passfederabmessungen unkritisch.“ Dem Schüler nützt das aber nichts, weil in Aufgaben trotzdem häufig verlangt wird, auf Scherung zu rechnen.

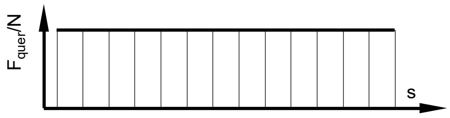
Flyerketten

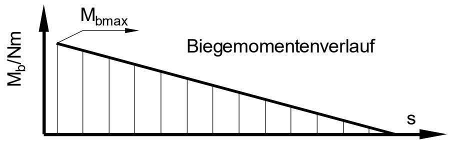
Biegefestigkeit

wird bei äußerem Biegemoment $M_b = F \cdot l$ benötigt.

Biegemoment



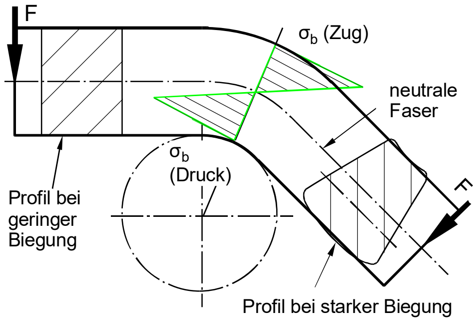




Biegespannung

Biegemomente bewirken Verformungen und diese wiederum Spannungen:

Spannungsverlauf im Biegequerschnitt



– maßgebend die größte Biegespannung σ_b
– Material trägt außen mehr zur Biegefestigkeit bei

Allzweckformel für die Biegefestigkeit

$$\frac{\sigma_{bgrenz}}{\nu} = \sigma_{bzul} \geq \sigma_b = \frac{M_{bmax}}{W} \qquad \left[\frac{N}{mm^2} = \frac{Nm}{cm^3}\right]$$

– Biegehauptgleichung: $\sigma_b = M_{bmax} / W$
– W: (axiales) Widerstandsmoment [cm³]
→ Kennzahl für die Biegetauglichkeit eines Profiles
→ [33] S.45 „Widerstandsmoment“ für geometrisch einfache Querschnitte
→ [33] S.45 „T-Stahl, U-Stahl, IPB...“ für handelsübliche Profile

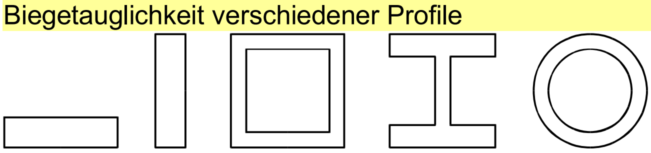
Festigkeitswerte σ_{bgrenz}

$\sigma_{bF} = 1{,}2 \times R_e$: Biegefließgrenze (gegen plast. Vfg.)
$\sigma_{bB} = R_m$: Biegefestigkeit (gegen Bruch)
statische Belastung, Stahl→ [33] S.41
σ_{bSch}, σ_{bW} : dynamische Belastung → [33] S.46

Vertiefung

Böge 835ff
Darstellung: [41] S.9ff

Biegetauglichkeit verschiedener Profile

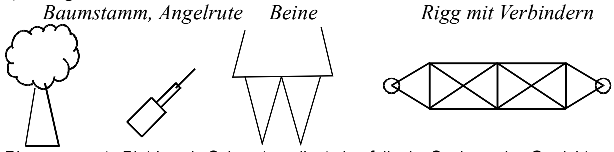


FTM, MVK, TG:

1) *Tafellineal: Ein Ende mit einer Hand fest „einspannen“, das andere Ende mit einem Finger biegen?*
2) *Wo ist das Lineal am stärksten gebogen?*
3) *Wodurch wird Biegung bewirkt?*

Kräfte auf ein Bauteil bewirken Biegemomente, diese biegen das Bauteil. Die Verformung führt zu internen Spannungen.

4) *Begründen Sie die Form des Baumstamm, Angelrute Beine Rigg mit Verbindern*



Die sogenannte Blutrinne in Schwertern dient ebenfalls der Senkung des Gewichtes ohne wesentliche Beeinträchtigung der (Biege-)Festigkeit.

Außen: Zugspannungen σ_Z
Innen: Druckspannungen σ_D
Mitte: neutrale Faser ohne axiale Spannungen
Die neutrale Faser oder Nulllinie wandert bei starker Biegung nach innen, dadurch steigen die Zugspannungen außen noch stärker, sodass der Bruch gewöhnlich außen beginnt.
Anforderung eines Herstellers von Lackierrobotern: „Die Schlauchführung soll im Roboter durch die neutrale Phase erfolgen.“ heißt, die Schläuche sollen im Inneren der Roboterarme geführt werden, sind dadurch von der Umgebung geschützt und erfahren weniger Biegung.

[41]: Querschnittsformen, die an der Randfaser eine große Materialanhäufung aufweisen … haben einen einen wesentlich größeren Widerstand gegen Biegung als mittenversteifte Querschnittsformen.
Skythischer Reiterbogen → [59] 08/91

Bisher kannten die Schüler als Kennwert für ein Profil nur die (Querschnitts-)Fläche A, aber es gibt auch andere Kennwerte, die andere Eigenschaften eines Profiles beschreiben:
- (axiales) Widerstandsmoment W, z.B. bei Belastung mit einem Biegemoment.
- polares Widerstandsmoment W_P, z.B. bei Belastung mit einem Torsionsmoment.
- Flächenmoment 0. Grades (Querschnittsfläche A), z.B.bei Zugbelastung.
- Flächenmoment 1. Grades, z.B. bei Drehbeschleunigung, Pirouetteneffekt
- Flächenmoment 2. Grades (Flächenträgheitsmoment I), z.B. bei Knickung, Durchbiegung

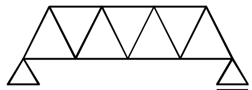
Die Spannung, bei der unter Biegebelastung die plastische Verformung beginnt, heißt Biegefließgrenze σ_{bF}. Sie ist etwas größer als die Streckgrenze R_e, da beim Biegen die äußeren Atome von den inneren auch dann noch auf Position gehalten werden, wenn R_e schon überschritten ist. [16] S.30, Läpple: Einführung in Festigkeitsberechnung]
„Biegeversuche zur Ermittlung von Werkstoffkennwerten haben nur wenig Bedeutung, z.B. für spröde Werkstoffe... Das Biegeverhalten homogener, zäher Werkstoffe lässt sich bis zum Erreichen der Streckgrenze.. hinreichend genau aus den Kennwerten des Zugversuchs abschätzen.“ [2] S.101.]

Visualisierung

FO skythischer Kompositbogen
Begründen Sie die Form einer Blattfeder, Balkenbrücke, eines Baumstammes, einer Angelrute? Warum wird eine (Vogel-)Feder außen dünner ?
FTM: [8] Aufg. 835-863 Freiträger mit Einzellasten
TG: Festigkeit_Ub_Abi „Biegefestigkeit“ Aufg. 3.1-3.3

Überschrift

5) *Bewerten Sie die gezeichneten Profile*



Fachwerkbrücken und I-Träger bringen Material in Ober- und Untergurt. Die Streben dazwischen halten vornehmlich die Gurte zusammen.

6) *Begründen Sie den Aufbau von Wellpappe.*

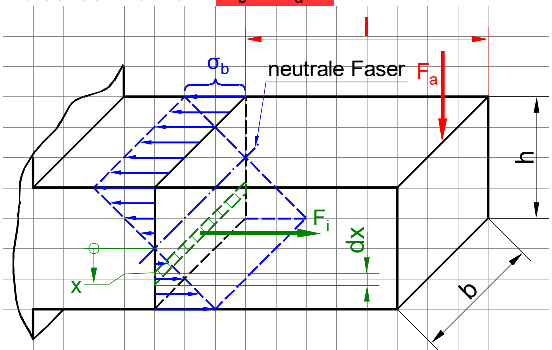
Wellpappe ist ähnlich wie die Fachwerkbrücke aufgebaut. Ihre Biegefestigkeit ist richtungsabhängig (anisotrop) und vermutlich nicht der Hauptgrund für den Aufbau. Dies sind eher die Druckfestigkeit und die Knickfestigkeit (Widerstandsmoment!), alle bei geringer Dichte.

Biegehauptgleichung

Herleitung für ein Rechteckprofil

(gerade Biegung)

Äußeres Moment $M_b = F_a \cdot l$

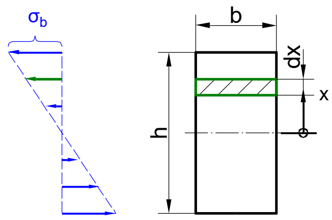


Inneres Moment $M_i = \sum F_i \cdot x$ bzw. $M_i = \int F_i \cdot dx$

Es muss gelten: äußeres = inneres Moment

$M_b = \Sigma M_i$ oder M_b = Summe aller M_i

$$dA(x) = b \cdot dx$$



$$\sigma(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{h/2}$$

$$dF_i(x) = \sigma(x) \cdot dA(x)$$

$$= \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot x \cdot dx$$

$$dM_i(x) = x \cdot dF_i(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot x^2 \cdot dx$$

$$M_b = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} dM_i(x) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} x^2 \cdot dx = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}$$

$$= \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \left(\frac{(+h/2)^3}{3} - \frac{(-h/2)^3}{3} \right) = \sigma_b \cdot \frac{2 \cdot b}{h} \cdot \frac{h^3}{12} = \sigma_b \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Biegehauptgleichung $\sigma_b = \frac{M_b}{W}$

(axiales) Widerstandsmoment W $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$

für ein Rechteckprofil

= Maß für den Widerstand eines Profiles gegen Biegung

– hängt von Form, Maßen des gebogenen Profils ab und und wird in der Praxis aus Tabellen entnommen

– Biegeachse beachten

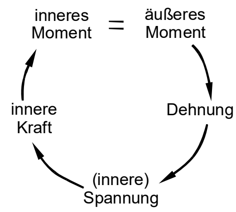
FTM, TG: Herleitung; MVK: überspringen

σ für Normalspannungen

1) Ein:

Bei der Berechnung der maximalen Biegespannung geht man von kleinen Biegewinkeln (großen Biegeradien) und den folgenden, vereinfachenden Voraussetzungen aus:

- Gerade Biegung heißt, dass sie um eine Hauptachse stattfindet (F_a greift mittig an).
- Das äußere Biegemoment M_b bewirkt einachsige Dehnung / Stauchung senkrecht zum Biegequerschnitt, der Querschnitt wird nicht verändert. Tatsächlich verändert sich der Querschnitt bei größeren Biegungen und die neutrale Faser verschiebt sich nach innen.
- Die Faserschicht, die ihre ursprüngliche Länge behält, heißt neutrale Faser (Nulllinie). Das Maß der Dehnung / Stauchung im restlichen Querschnitt hängt aus geometrischen Gründen linear vom Abstand von der neutralen Faser ab.
- Durch die Dehnung entstehen außen Zug- und innen Druckspannungen. Bei Werkstoffen und Belastungen, für die das Hooke'sche Gesetz annähernd gilt, hängen Dehnung und Spannung im elastischen Bereich linear zusammen. Es ergibt sich der skizzierte lineare Verlauf der Normalspannungen senkrecht zum Querschnitt.

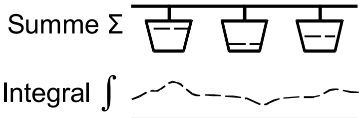


Für Festigkeitsberechnungen rechnet man mit der maximale Biegespannung σ_b (innen bzw. außen am Biegequerschnitt), weil dort die Bauteile zuerst kaputt gehen.

Summe ↔ Integral

Wird Kies mit einer Eimerkette transportiert, kann man die Netto-Gewichte der Eimer addieren = Summe.

Bei einem Förderband muss man integrieren = kleinste Abschnitte addieren



2) Kann übersprungen werden.

- Wir betrachten ein schmales Flächenelement dA (grün), das parallel zur neutralen Faser (= Biegeachse) liegt. Die Flächenelemente dA(x) werden so gewählt, weil innerhalb jeden Elementes der Hebelarm x zur Biegeachse und die Spannung σ(x) konstant sind.
- Die Größe der Fläche dA hängt von der Breite b und von dx ab. Im Rechteckprofil ist b konstant, bei anderen Profilen abhängig von x. In diesem allgemeinen Fall schreibt man dA(x) und b(x) und erhält ein komplizierteres Integral.
- Die Spannung σ(x) im betrachteten Element wird mit dem Strahlensatz aus der maximalen Biegespannung σ_b an einer Außenseite des Biegequerschnittes abgeleitet.
- Die Normalspannungen bewirken in jedem Flächenelement Kräfte F_i (x) = σ(x) · dA(x). F_i bewirken über den Hebelarm zur Biegeachse innere Biegemomente M_i.

Das innere Biegemoment dM_i in jedem Flächenelement ist Moment = Kraft x Hebelarm. Alle Spannungen sind Normalspannungen senkrecht zum Biegequerschnitt.

- Die Summe aller inneren Biegemomente M_i muss dem äußeren Biegemoment M_b das Gleichgewicht halten.
- Auch das Integral ist übrigens eine weitere Vereinfachung, weil Werkstoffe nicht infinit homogen sind (Kristalle, Gitterfehler, Atome ..).
- Die maximale Biegespannung σ_b hängt vom Biegemoment M_b und einem Kennwert, dem axialen Widerstandsmoment W, ab.
- Das Widerstandsmoment W ist ein profilspezifischer Flächenkennwert, der die Eigenschaften der Fläche bei Biegung beschreibt. Der Querschnitt einer Fläche ist auch nur ein (sehr bekannter) Kennwert, der zum Beispiel für den Schneidstoffverbrauch beim Durchsägen gebraucht wird. Es gibt weitere Kennwerte für verschiedene Anforderungen.

3) Zwingend

Aus dem Biegemoment und einem Kennwert für das Profil ergibt sich der Betrag der maximalen Biegespannung.

Die Bezeichnung 'axial' ist nicht zwingend erforderlich, dient aber der Unterscheidung zum polaren Widerstandsmoment.

Kombinationen aus mehreren Profilen

Warum entspricht das Widerstandsmoment eines Kastenprofils nicht der Differenz zwischen den außen und innen begrenzenden Rechtecken? → W herleiten!

Herleitung für ein Rundprofil

$$dA = 2\sqrt{r^2 - x^2}\,dx \qquad \sigma(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{r}$$

$$dF(x) = \sigma(x) \cdot dA(x) = \sigma_b \cdot \frac{x}{r} \cdot 2\sqrt{r^2 - x^2}\,dx$$

$$dM(x) = dF(x) \cdot x = \sigma_b \cdot \frac{x^2}{r} \cdot 2\sqrt{r^2 - x^2}\,dx$$

$$M_b = \frac{2 \cdot \sigma_b}{r} \int_{-r}^{+r} \sqrt{r^2 - x^2} \cdot x^2 \cdot dx = \frac{2 \cdot \sigma_b}{r} \cdot \frac{\pi x^4}{8} \Big|_{-r}^{+r}$$

$$M_b = \sigma_b \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Nicht unterrichten, werden aus Tabellen entnommen

Biegespannung abhängig vom Abstand zur Mittelachse

- Mathelehrer: $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]$ von a bis b
- [56] S2.23: $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b$

Herleitung im allgemeinen Fall

$$dA = b(x) \cdot dx \qquad s(x) = x \cdot s_0$$

$$\int dF(x) = \int s(x) \cdot dA(x) = s_0 \cdot \int x \cdot dA = 0$$

→ neutrale Faser = Schwerlinie

Es ergeben sich die folgenden Änderungen:

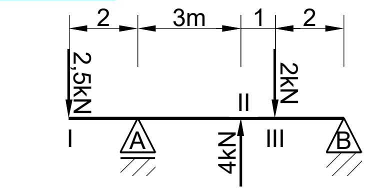
Für beliebige Profile und Biegeachsen ist die Breite nicht konstant. Bei unsymmetrischen Profilen muss zunächst die Lage der neutralen Faser bestimmt werden. Dazu wird die Spannung auf die Vergleichsspannung σ_0 im Abstand 1 von der neutralen Faser bezogen.

Zur Bestimmung der Lage der neutralen Faser wird die Gleichgewichtsbedingung ΣF=0 angesetzt. Beim Therm $\int dA(x)$ handelt es sich um das Flächenintegral 1.Grades bezüglich der neutralen Faser. Da es gleich null ist, muss die neutrale Faser in der Schwerlinie liegen.

Max. Biegemoment M_{bmax} ermitteln

Grafische Lösung

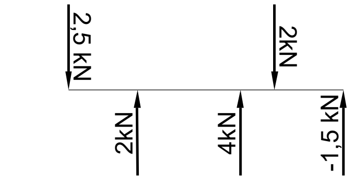
Beispiel 1



FTM, MVK, TG: Die grafische Lösung des Biegemomentes ist im Lehrplan TGT zwar nicht explizit aufgeführt, aber gelegentlich doch in Prüfungen verlangt:
tgt_NP2010/11-2 Motorradbühne, Aufgabe 3.1 (Querkraftlinie)

Achtung: Tafel wird knapp
1) *Beispiel vorgeben*
2) *Lageskizze, Querkraftverlauf, Biegemomentenverlauf zur Anschaulichkeit genau darunter zeichnen..*

Freimachen (Lageskizze)

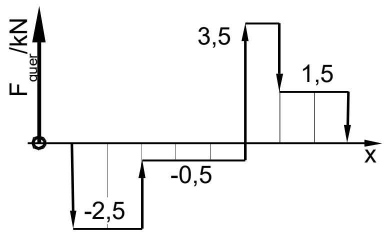


Auflagerkräfte ermitteln

$$\Sigma M_A = 0 = 2{,}5\,kN \cdot 2\,m + 4\,kN \cdot 3\,m - 2\,kN \cdot 4\,m + F_B \cdot 6\,m \rightarrow$$
$$F_B = \frac{-5-12+8}{6}\,kN = -1{,}5\,kN$$
$$\Sigma F_y = -2{,}5\,kN + F_A + 4\,kN - 2\,kN + (-1{,}5\,kN) \quad \rightarrow \quad F_A = 2\,kN$$

oder grafisch per Schlusslinienverfahren

Querkraftverlauf



Biegemomente M_b aus Querkraftverlauf

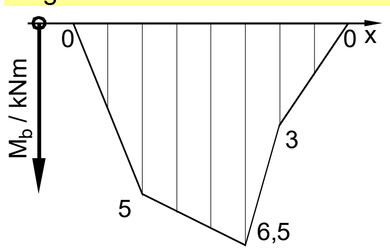
3) *Nach dem Querkraftverlauf, parallel zum Biegemomentenverlauf.*

Das Moment M_{n+1} baut auf M_n auf, das vereinfacht die Rechnung, was ja der Sinn grafischer Lösungen ist. Hinweis: Vor Einführung des Taschenrechners etwa 1970 wurden alle, danach noch sehr viele Bauwerke mit grafischen Methoden berechnet.

$$M_I = 0\,kNm$$
$$M_A = M_I - 2{,}5\,kN \cdot 2\,m = -5\,kNm$$
$$M_{II} = M_A - 0{,}5\,kN \cdot 3\,m = -6{,}5\,kNm$$
$$M_{III} = M_{II} + 3{,}5\,kN \cdot 1\,m = -3{,}0\,kNm$$
$$M_B = M_{III} + 1{,}5\,kN \cdot 2\,m = 0$$

Die Berechnung der Biegemomente beginnt hier von links, deshalb ergeben sich mit den üblichen Vorzeichenregeln negative Werte. Von rechts wären sie positiv.

Biegemomentenverlauf



M_b = 0 gilt für alle äußeren Lager, wenn sie drehbar gelagert sind. Gegenbeispiel: Balkonplatte

Biegemomentenverlauf = Flächenintegral der Querkraft

Der Biegemomentenverlauf entspricht der Querkraftfläche (= Flächenintegral der Querkraft).

4) *Nachträgliche Erklärung, nachdem der Biegemomentenverlauf skizziert ist: Querkraftverlauf abdecken, dann die Abdeckung nach rechts (links) wegziehen. Der Biegemomentenverlauf entspricht der jeweils sichtbaren Fläche unter dem Querkraftverlauf.*

$$M_b(x) = \int F(x)\,dx$$

Schlussfolgerungen für KA, Abi & Co

für Punktlasten gilt:

– M_{bmax} kann nur an einem inneren Krafteinleitungspunkt liegen („innen“ = „liegt zwischen anderen Kräften“)
Diese (im Abi bisher max. 3) Punkte kann man ohne grafische Lösung relativ schnell berechnen
– wo der Querkraftverlauf die Nulllinie schneidet
– Querkraftverlauf und Nulllinie können sich mehrfach schneiden.

Lösungsmöglichkeiten für M_{bmax}

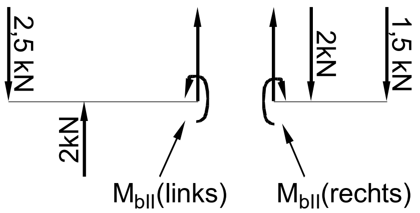
– M_{bmax} mit Biegemomentenverlauf ermitteln
.. oder ..
– Querkraftverlauf zeichnen und M_b dort berechnen, wo die Querkraftlinie die Nulllinie kreuzt
.. oder .. (meist schneller)
– M_b an allen inneren Krafteinleitungspunkten berechnen und M_{bmax} nach Betrag auswählen

Rechnerische Lösung aus der Lageskizze

ohne Kenntnis des Biegemomentenverlaufs

Freischneiden (!)

an der Stelle II:



[61] S.68 verwendet statt „von links / rechts“ die Begriffe „positives/ negatives Schnittufer“ → VZ klären, Erwähnen zur Veranschaulichung

Wenn man alle Momente an einem Bauteil berechnet, muss ihre Summe gemäß den Gleichgewichtsbedingungen der Statik Null ergeben. Das gilt für jedes Teil und auch für jedes Bruchstück davon. Deshalb schneidet man das Teil gedanklich an der untersuchten Stelle auf und betrachtet nur eine Seite (eines der beiden „Bruchstücke“). Bei beiden Teilen müssen die Momente einschließlich des Biegemomentes im Gleichgewicht stehen.

Links unten sind die Momente an der Stelle II einmal von links $M_{bII(li)}$ und einmal von rechts M_{bIIre} berechnet. In beiden Gleichungen entfällt F_{II}=1kN, weil sein Hebelarm 0 ist. Die beiden Momente $M_{bII(li)}$ und M_{bIIre} müssen sich gemäß der Gleichgewichtsbedingung aufheben, und haben deshalb den gleichen Betrag, aber unterschiedliche Vorzeichen. Innerhalb der Gleichungen verwenden wir das gewohnte Koordinatensystem mit der positivem VZ bei ccw. Bei der Auswahl von M_{bmax} zählt nur der Betrag (ohne Vorzeichen).

In der Praxis kann man zur Kontrolle beide Seiten rechnen, aber nötig ist es nicht. Es genügt, eines der Momente von der „bequemeren“ Seite her zu rechnen. Im Abi sollte man die Kontrollrechnung vermeiden, weil man ungenaue Werte vorgegeben werden, die von links und rechts gerechnet unterschiedliche Biegemomente ergeben, und das kann verwirren. Bei Systemen, die statisch im Gleichgewicht sind, dürfte das nicht vorkommen.

Biegemomente M_b nach links oder rechts

Stelle II von links $\quad M_{bII}(li) = 2{,}5\,kN \cdot 5\,m - 2\,kN \cdot 3\,m = 6{,}5\,kNm$
Stelle II von rechts $\quad M_{bII}(re) = -1{,}5\,kN \cdot 3\,m - 2\,kN \cdot 1\,m = -6{,}5\,kNm$
Stelle A von links $\quad M_{bA} = 2{,}5\,kN \cdot 2\,m = 5{,}0\,kNm$
Stelle III von rechts $\quad M_{bIII} = -1{,}5\,kN \cdot 2\,m = -3\,kNm$
M_{bmax} = 6,5 kNm (der größte Beträg

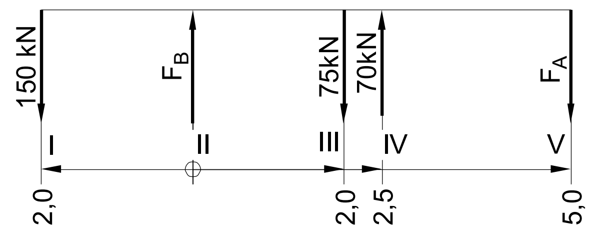
Im Abi keine Kontrollrechnungen für M_b!!

Links stehen die Rechnungen für jeden inneren Krafteinleitungspunkt, an der Stelle II sogar doppelt. Da man diese Rechnungen ohne die obigen Vorbereitungen (außer Lageskizze) durchführen kann, ist dies im Abi der schnellste Weg zu Mbmax. Deshalb

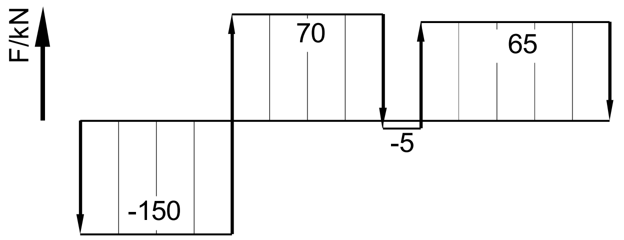
M_{bmax} an inneren Krafteinleitungspunkten suchen.

Beispiel 2

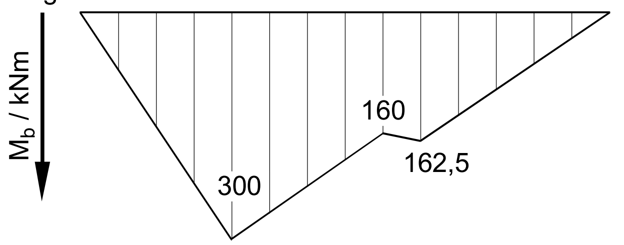
Lageskizze



Querkraftverlauf



Biegemomentenverlauf



Auflagerkräfte ermitteln

$\Sigma M_{II} = 0 = +150\,kN \cdot 2\,m - 75\,kN \cdot 2\,m + 70\,kN \cdot 2{,}50\,m - F_B \cdot 5\,m \quad \Rightarrow$

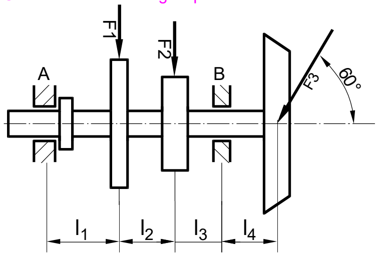
$$F_A = \frac{+150\,kN \cdot 2\,m - 75\,kN \cdot 2\,m + 70\,kN \cdot 2{,}50\,m}{5\,m} = 65\,kN$$

$\Sigma F_y = -150\,kN + F_B - 75\,kN + 70\,kN - 65\,kN \quad \Rightarrow \quad F_B = 220\,kN$

oder grafisch per Schlusslinienverfahren

Beispiel Getriebewelle

Umstellen auf Kraftangriffspunkt am Teilkreis



Ermittlung der Eckpunkte

Von links nach rechts:

$M_I = 0\,kNm$

$M_{II} = 0\,kNm + 150\,kN \cdot 2{,}0\,m = 300\,kNm$

$M_{III} = 300\,kNm - 70\,kN \cdot 2{,}0\,m = 160\,kNm$

$M_{IV} = 160\,kNm + 5\,kN \cdot 0{,}5\,m = 162{,}5\,kNm$

$M_V = 162{,}5\,kNm - 65\,kN \cdot 2{,}5\,m = 0$

Vertiefung

FTM: [9] Aufg. 864 ff; TG: Beispiel HP 1997/98-1 Verladeanlage

AB mit Aufgaben erstellen

TGT: ausdrücklich gefordert in NP2007/08-5 Industrieroboter

Weitere Beispiele: [42] S.14

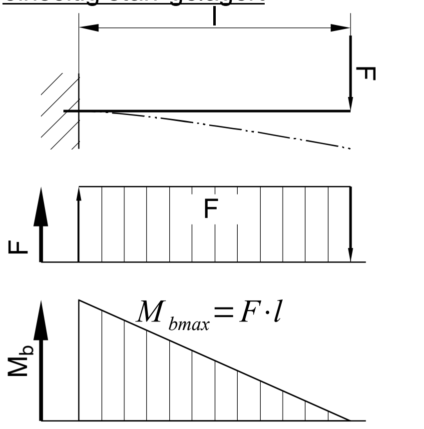
In [34] sind die starr eingespannten Beispiele entfallen

Formeln im Tabellenbuch: unbrauchbar

– behandeln nur Sonderfälle, z.B. zentrische Last

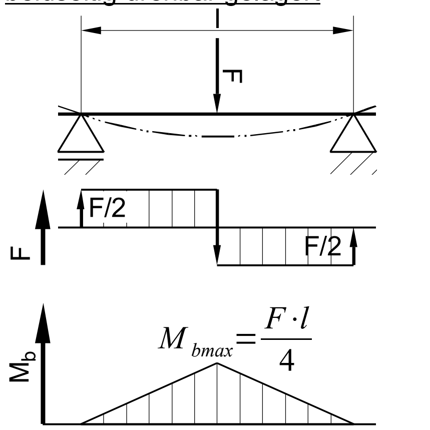
– führen mit der biegesteifen Einspannung in die Irre

einseitig starr gelagert



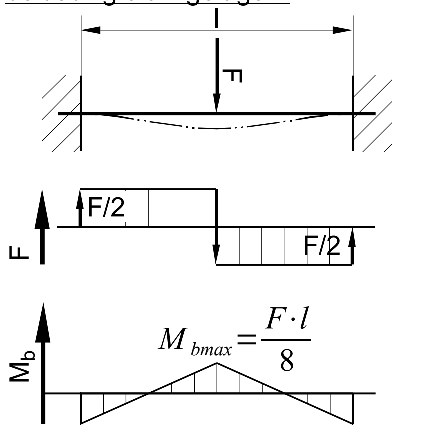
Das maximale Moment wird wg. des max. Hebelarmes im Lager erreicht, nach außen nimmt es linear ab. Elastische Verformung im Lager ändert nichts !

beidseitig drehbar gelagert



Halbe Kraft je Seite mal halbe Länge zum max. Moment = Viertel Moment

beidseitig starr gelagert



Bei vollkommen biegesteifer Einspannung ist die Steigung des gebogenen Balkens in den Lagern und in der Mitte waagerecht. Aus Symmetriegründen müssen dort die Biegemomente gleich groß sein.
Wenn die Einspannung nachgibt, nähert sich die Belastung der Situation „beidseitig drehbar" → Deshalb sollte diese zur Sicherheit immer angenommen werden. Elastische Lagerung ist statisch überbestimmt und nur schwer zu berechnen (E-Modul, Temperaturausdehnung, Spannungen, exakte Maße usw.)

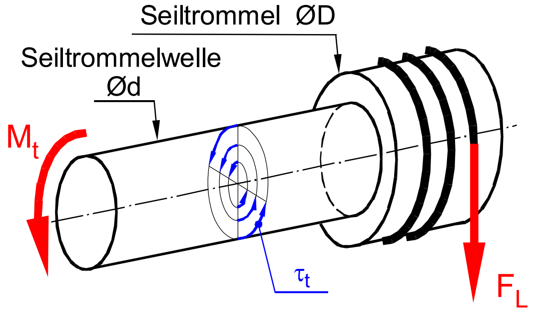
Festigkeit_TA_Biegeverlauf.odt

Seitenumbruch

Torsionsfestigkeit

= Spannung durch Verdrehung „in sich“

Typische Aufgabe: Seilwinde



Last F_L erzeugt an der Seiltrommel (ØD) ein Torsionsmoment M_t

$$M_t = F_L \cdot \frac{D}{2}$$

Seiltrommelwelle (Ød) muss M_t aushalten

Allzweckformeln für Torsionsfestigkeit

$$\frac{\tau_{tgrenz}}{\nu} = \tau_{tzul} > \tau_t = \frac{M_t}{W_p}$$

– Torsionshauptgleichung: $\tau_t = M_t / W_p$
– W: Polares Widerstandsmoment [cm³]
→ Kennzahl für die Verdrehfestigkeit eines Profiles
→ [35] S.45 „Widerstandsmoment“ für geometrisch einfache Querschnitte

Festigkeitswerte τ_{tgrenz}

τ_{tF} = 0,7 x R_e : Torsionsfließgrenze (Stahl gg. plast. Vfg.)
τ_{tB} = 0,8 x R_m : Torsionsfestigkeit (gegen Bruch)
statische Belastung, Stahl→ [35] S.41
τ_{tSch}, τ_{tW} : dynamische Belastung → [35] S.46

Vertiefung

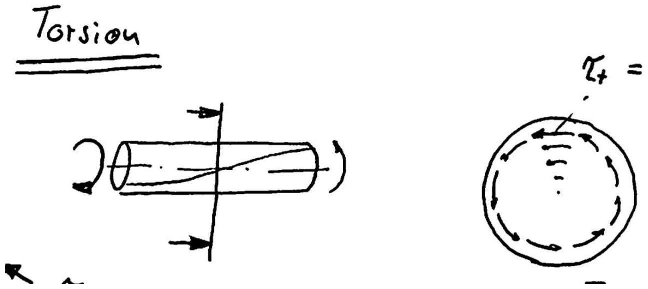
TG: Festigkeit_Ub_Abi.odt
FTM: [10] S.809ff
815ff: Aufgaben mit Verdrehwinkel auslassen
826 Lösung durch Ausprobieren
831: kombinierte Aufgaben

FTM, MVK, TG: bis Formeln für Torsionsfestigkeit.
1) *Torsionsspannung analog zur Biegespannung schnell erklären.*
2) *Herleitung der Torsionshauptgleichung nur bei viel Zeit.*

– τ für Schubspannungen
– Als Torsionsspannung τ_t bezeichnet man die innerhalb der Spannungsverteilung maximale Torsionsspannung an der Oberfläche, die auch zum Bruch führt.
– Die Spannung verläuft im Innern theoretisch im Kreis. Tatsächlich gibt es Schubspannung, die zum typischen Torsionsbruch mit einer wendelförmigen Bruchfläche führt.

AM Kreide bis zum Bruch verdrehen

Erklärung Schubspannung bei Torsion



Die maximale Torsionsspannung τ_t hängt vom Torsionsmoment M_t und einem profilspezifischem Kennwert, dem polaren Widerstandsmoment W_p, ab.
Aus dem Torsionsmoment und einem Kennwert für das Profil ergibt sich der Betrag der maximalen Torsionsspannung.
Das axiale Widerstandsmoment hängt von Form und Maßen des tordierten Profils ab.
„Tordieren“ steht nicht im [21], ist aber in der Technik gebräuchlich (z.B. [13]). Im Duden, 15.Auflage, von 1961 stehen „Torsion“ (=Verdrehung, Verdrillung, Verwindung) und „torquieren“ (= techn. krümmen, drehen; veraltet für peinigen)

Verdrehwinkel

(Nur zur Info für Aufgaben im [10]

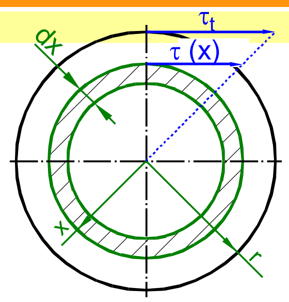
$$\phi[°] = \frac{\tau_t \cdot l}{G \cdot d} \cdot \frac{360°}{\pi} = \frac{M_t \cdot l}{W_P \cdot G \cdot d} \cdot \frac{360°}{\pi}$$ mit

– l, d: Länge und Ø der verdrehten Welle
– G: Gleitmodul des Werkstoffes (vgl. E-Modul), G(Stahl) = 80 kN/mm²

TG: Nur auf Nachfrage

Torsionshauptgleichung

Herleitung für ein Rundprofil



Kreisringfläche

$$dA(x) = 2\pi \cdot x \cdot dx$$

Spannung im Kreisring

$$\tau(x) = \tau_t \cdot \frac{x}{r}$$

Bei der Berechnung der maximalen Torsionsspannung geht man von kleinen Torsionswinkeln und den folgenden Voraussetzungen aus:
- Das äußere Torsionsmoment M_t bewirkt einachsige Dehnung, der Querschnitt wird nicht verändert. Tatsächlich? Das Torsionsmoment wirke genau um die Stabachse.
- Durch die Dehnung entstehen Schubspannungen. Bei Werkstoffen und Belastungen, für die das Hooke'sche Gesetz annähernd gilt, hängen Dehnung und Spannung im elastischen Bereich linear zusammen. Es ergibt sich der skizzierte lineare Verlauf der Schubspannungen parallel zum Querschnitt.

Wir betrachten einen schmales kreisförmiges zentrisches Flächenelement. Dieser Ansatz ist zweckmäßig, weil darin Hebelarm und Spannung konstant sind. Die Fläche wird nicht mit der Kreisringformel, sondern mit Umfang mal dx berechnet. Dies ist korrekt, weil dx sehr klein ist.

Die Spannung τ im betrachteten Element wird auf die maximale Torsionsspannung τ_t an der Oberfläche des Profils bezogen, weil nur diese für die Festigkeitsberechnung interessiert.

$$dF(x) = \tau(x) \cdot dA(x) = \tau_t \cdot 2\frac{\pi}{r} \cdot x^2 \cdot dx$$

Die Schubspannungen bewirken in jedem Flächenelement Kräfte. Die Kraft F im Flächenelement ergibt sich aus Spannung und Fläche.

$$dM = x \cdot dF(x) = \tau_t \cdot 2\frac{\pi}{r} \cdot x^3 dx$$

Die Kräfte bewirken über den Hebelarm zum Mittelpunkt innere Torsionsmomente M. Das innere Torsionsmoment dM aus dem Flächenelement ergibt sich aus Moment = Kraft x Hebelarm. Alle Schubspannungen verlaufen tangential.

$$M_t = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r} \cdot \int_0^r x^3 \cdot dx = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r} \cdot \frac{r^4}{4} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot r^3}{2} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Die Summe aller inneren Torsionsmomente M muss dem äußeren Torsionsmoment M_t das Gleichgewicht halten.

polares Widerstandsmoment W_p

$$M_t = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r_a} \cdot \int_{r_i}^{r_a} x^3 \cdot dx = \tau_t \cdot \frac{2\pi}{r_a} \cdot \frac{r_a^4 - r_i^4}{4} = \tau_t \cdot \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

Das Rohrprofil wird wie das Rundprofil (voll) berechnet, nur die Grenzen des Integral reichen vom inneren bis zum äußeren Radius (r_i, r_a) bzw. Durchmesser (d, D).

Festigkeit_TA_Torsion.odt

Seitenumbruch

nicht unterrichten

Knickfestigkeit

zulässige Knickkraft

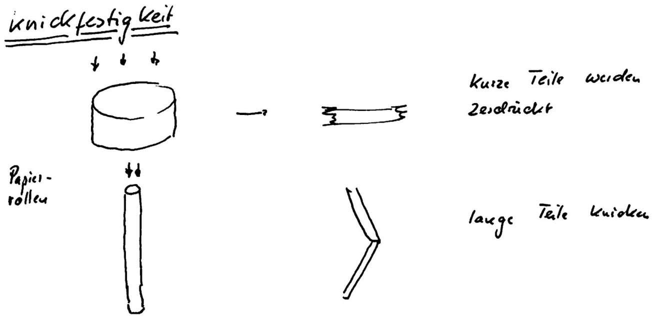
$$F_{K\,zul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_K^2 \cdot \nu}$$

E E-Modul [kN/mm²] → TabB
= Werkstoffkennwert

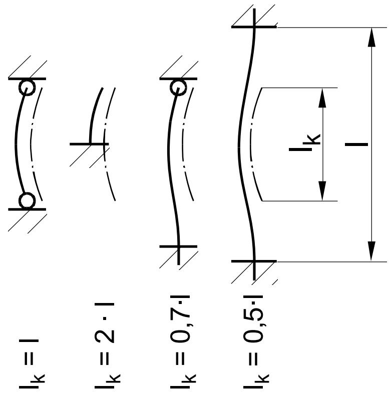
I Flächenmoment 2. Grades [mm²] → TabB
= Kenngröße für die Knickfestigkeit des Profils

l_K Klemmlänge [mm]
hängt von der Art der Einspannung ab

ν Sicherheitszahl [ ] → TabB



Bis [28] bis Aufl.44 enthalten; [28] Aufl.45 – 46 enthalten zwar noch die Grenzwerte, aber keine Formeln mehr.
FTM, TG: nicht im Lehrplan enthalten
MVK: bei Gelegenheit
Die Klemmlänge l_K ist die Länge, die vergleichbar einer beidseitig drehbaren Einspannung ist..



Festigkeit_TA_Knickung.odt
Seitenumbruch

Kennwerte vom Zugversuch übertragen

komplett überarbeiten

FTM, MVK, TG: Hintergrundinfo, nicht unterrichten
Einarbeiten: [17]

1) *Welches sind die 6 wichtigsten Belastungsarten ? oder Mit welchen Methoden kann eine Kreide zerstört werden ?*

Durchsprechen anhand
→ *[32] „Festigkeitslehre“*

Belastungsarten

Zugbeanspruchung

Druckbeanspruchung

für viele Metalle ist die Zug- und Druckkurve annähernd symmetrisch.

Zähe Werkstoffe: Quetschgrenze σ_{dF} ist so groß wie Re.
Spröde Werkstoffe: Druckfestigkeit σ_{dB}
Gegenbeispiele: Gusseisen, Beton, Keramik (druck-, aber nicht zugfest), Seile

(Flächenpressung)

entspricht Druck zwischen festen Grenzflächen und hat eigene Kennwerte.

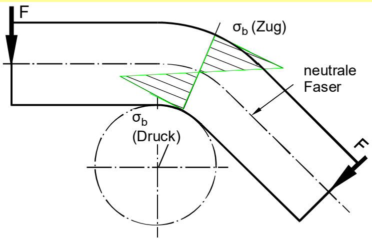
Die maximale zulässige Flächenpressung ist kleiner als die maximale Druckspannung, weil sich die Oberfläche nicht vollständig anschmiegt. Dies ist auch der Unterschied zum Druck. Ist keine klassische Spannung, wird aber ähnlich gerechnet.

Abscherung

für viele Werkstoffe wird die Zugfestigkeit mit dem Faktor 0,8 umgerechnet.

Biegespannung

– kann direkt in Zug- und Druckspannung erklärt werden.



AM gebogener Vierkant
Integral der Spannung mal Hebelarm und Flächenelement gleicht das Biegemoment aus.

Torsionsbeanspruchung

– wird theoretisch durch Zugspannung erklärt und gerechnet.
– Der Bruchverlauf zeigt aber, dass es sich um mehrachsige Spannungszustände handelt. Deshalb werden i.d.R. eigene Grenzwerte verwendet.

AM gebogener Vierkant
Integral der Spannung mal Hebelarm und Flächenelement gleicht das Biegemoment aus.

Belastungsfall

dynamische, mehrachsige oder andere unüberschaubare Belastungen werden mit der Sicherheitszahl abgedeckt.
zulässige Belastung = Werkstoffkennwert / Sicherheit

Entwickeln anhand
→ *[32] „Belastungsfälle“*
anschließend Philosophie des Ingenieurs darstellen:
Probleme, die theoretisch noch nicht geklärt sind, werden durch Erfahrungswerte pragmatisch gelöst. Dies ergibt nicht unbedingt die optimale Konstruktion, aber es ergibt immerhin eine funktionierende Konstruktion – und der Spatz in der Hand ist bekanntlich ..

Abhängig von

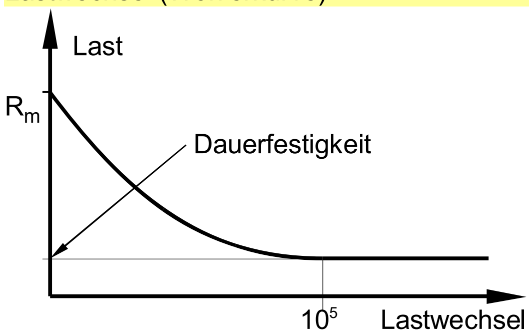
– Belastungsfall
– Komplexität der Beanspruchung
– möglicher Schaden
– Wartung
– gesetzlichen Vorschriften
– .....

Andere Beispiele für Faktoren

- Kerbwirkungszahl
- Oberflächenbeiwert
- Größenbeiwert

→ *[32] „Festigkeistlehre“*

Lastwechsel (Wöhlerkurve)



Dauerschwingversuch nach DIN 50100

Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

[36] S.46 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith einarbeiten.

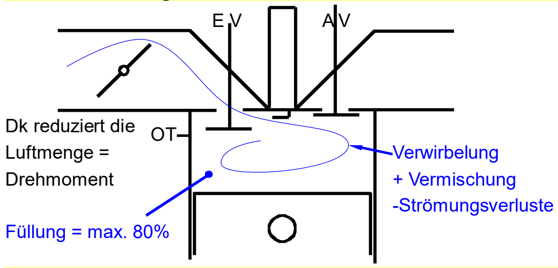
Maschinenelemente – Getriebe

Diese Einheit dient dem Nachweis der Notwendigkeit von Getriebe und Kupplung in Pkw. Es ist z.T. eine Wdhg der Energietechnik und soll die Schüler in der Auswertung technischer Darstellungen (Diagramme) üben, sie hinsichtlich ihres Fahrverhaltens beeinflussen und allgemein ihr technisches Verständnis steigern. Dafür erscheint der Zeitbedarf von fast 90' für eine Einleitung gerechtfertigt. Bei Zeitknappheit kann man diese Einheit einfach weglassen.

Drehmoment- und Leistungsverhalten

eines 4-Takt- Ottomotors

Laststeuerung eines Ottomotors



Zeitbedarf: ca. 90'

1). Vorgehensweise anhand

Verbrauchskennfeld_AB.

AM OH-Modell mit Ventilen

1) Wer arbeitet in einem Viertakt-Ottomotor ?

KLG wird gezündet, verbrennt, wird heiß und will sich ausdehnen. Da die Ausdehnung behindert ist, entsteht Druck. Die Kraft, die auf den Kolben wirkt, wird vom Kurbeltrieb in Motormoment umgewandelt.

2) Von welcher Größe wird das abgegebene Moment bestimmt ?

Bei gegebenem Motor kann das Drehmoment durch die Menge des KLG (Füllungsgrad) beeinflusst werden.

3) Wie kann man sie beeinflussen ?

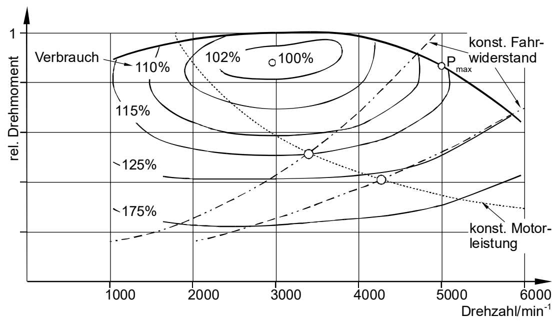
Der ungedrosselte und ungebremste Motor läuft mit maximaler Drehzahl ohne Abgabe von Drehmoment. Wenn er Drehmoment abgeben könnte, würde er seine Drehzahl steigern.

4) Welche Aufgabe hat die Dk ?

Die Dk dient der Senkung / Steuerung der Füllmenge.

Verbrauchskennfeld

oder Muscheldiagramm



Quelle: [14]

Der Mitteldruck ist der durchschnittliche Druck, der während des Arbeitstaktes auf den Kolben wirkt. Der effektive Mitteldruck ist um die Verluste bereinigt, enthält somit den mechanischen (?) Wirkungsgrad des Motors und ist ein Maß für das abgegebenen Motormoment. Der relative Mitteldruck verzichtet auf absolute Werte (etwa 15bar ?).

Die Drehzahl wird traditionell in U/min angegeben. Bei 3000/min (= 50Hz) dauert eine 1 KW-Umdrehung 0,02s, der Einlasstakt umfasst mehr als 180°KW und dauert knapp über 1/100s (für typisch 0,5l Frischgas). Deshalb erreichen Saugmotoren maximal 80% Liefergrad,

Die Füllung als Maß für das erreichbare Motormoment hängt von der Dk-Stellung (Isolinien) und der Drehzahl ab. Unter der LL-Drehzahl erzeugt der Motor nicht genügende Moment, um seine eigene Reibung zu überwinden, er stellt ab. Um die LL-Drehzahl herum läuft der Motor, gibt aber kein Moment ab. Bei steigender Drehzahl steigt das Moment, weil die Verhältnisse (Resonanz, Strömungsverhalten, Zündverzug, Steuerzeiten usw.) für die Energiewandlung günstiger werden. Die Lage des maximalen Motormomentes wird konstruktiv beeinflusst, darüber sinkt das Drehmoment, vor allem wegen steigender Strömungsverluste.

Aufgabe in Partnerarbeit: Tragen Sie in das Diagramm ungefähr ein:

- eine Isolinie für die konstante Dk-Stellung bei etwa 50% Öffnung (Lsg: die Linie für maximales Drehmoment entspricht 100% Öffnung, 50% verläuft parallel darunter.
- eine Isolinie für konstante Motorleistung bei verschiedenen Drehzahlen. Lsg $P = 2\pi Mn$.
- zwei Linien für Fahrwiderstand abhängig von der Drehzahl bei 2 verschiedenen Übersetzungen (Stufensprung 0,8). Lsg: der Fahrwiderstand steigt überproportional mit der Drehzahl an, weil der Luftwiderstand im Quadrat eingeht.

Fahrverhalten ohne Schalten

Aufgabe: Gegeben sei ein Kfz mit Tempomat, das auf ebener Strecke auf einen Berg zufährt. Der Tempomat regelt die Geschwindigkeit auf einen konstanten Wert. Der Fahrer greift nicht ein. Beschreiben Sie das Fahrverhalten anhand des Muscheldiagrammes, wenn der Tempomat nur auf die Dk wirkt und ein Schaltgetriebe vorliegt.

1. Kräftegleichgewicht auf dem Kfz ist gestört, es beschleunigt negativ
2. Drehzahl sinkt geringfügig, Tempomat öffnet Dk, bis das Fz beschleunigt oder VL erreicht ist.
3. Wenn VL erreicht ist, steigt bei sinkender Drehzahl das Drehmoment, bis die Kräfte auf dem Pkw im Gleichgewicht sind oder bis das maximale Drehmoment erreicht wird.
4. Wenn das maximale Drehmoment unterschritten ist, sinken Drehzahl und Drehmoment immer schneller, bis der Motor abwürgt (außer die Fahrwiderstandslinie schneidet sich mit der Momentenkurve).

Fahrverhalten mit Schalten

Schussfolgerungen

5) Wie kann man das Abwürgen verhindern ?

5. Herunterschalten: bei konstanter Leistungsabgabe steigt die Drehzahl und sinkt das notwendige Drehmoment. Dadurch erhält man eine Drehmomentreserve. Wenn nach dem Herunterschalten kein Moment mehr verfügbar ist, nützt Schalten nichts mehr.

Erinnerung: beim Erreichen der Steigung müssen wir zur Erhöhung des Drehmomentes zurückschalten, nicht zur Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit !

Mofas kommen ohne Getriebe aus, da sie nur einen kleinen Drehzahlbereich benötigen.

Fahrzeuge mit hydrodynamischem Drehmomentwandler benötigen weniger Gänge, weil durch die Drehmomentverstärkung des Wandlers der erste Gang eingespart werden kann.

Dieselmotoren haben etwa einen waagerechten Drehmomentverlauf. Sie sind deshalb instabil und benötigen einen Drehzahlregler, wenn sie nicht nur äußere Umstände stabilisiert werden (z.B. Fahrwiderstandsverlauf beim Kfz).

Notwendigkeit von Kupplung und Getriebe

Ottomotoren haben nur einen engen nutzbaren Drehzahlbereich. In Kfz benötigt man deshalb

- eine schaltbare Kupplung zum Anfahren und Anhalten
- und ein Wechsel-Getriebe (Drehmomentwandler), um den Geschwindigkeitsbereich zu erweitern.

elastischer Bereich

Zwischen M_{max} und P_{max} ist das Drehzahlverhalten eines Ottomotors stabil (elastischer Bereich).

- Nfz- und Pkw: maximales Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen (komfortabler zu fahren)
- Sportwagen: maximales Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen (höhere Leistung)

Unter dem elastischen Bereich ist das Drehzahlverhalten eines Ottomotors instabil, weil bei jeder Erhöhung des Fahrwiderstandes und daraus bedingter Drehzahlverringerung das Motormoment abfällt und die Drehzahl weiter verringert.

Über dem elastischen Bereich ist zwar das Drehzahlverhalten immer noch stabil, aber ausgereizt, weil auch Zurückschalten Drehmoment / Leistungsabgabe nicht mehr steigert.

Vertiefung

FO QEII: Warum benötigt die QEII weder Anfahrkupplung noch Getriebe ? Weil das Schiff einen Hybridantrieb hat, d.h. die Verbrennungsmotoren treiben nur Generatoren an, d.h.. sie müssen nicht unter Last anfahren und arbeiten nur bei einer Drehzahl.

Warum benötigen Mofa keine Getriebe ? Weil sie mit geringem Geschwindigkeitsbereich arbeiten.

FO Chanderli (Dampflokomotive): Warum benötigt das Chanderli weder Anfahrkupplung noch Getriebe ? Weil eine Dampfmaschine schon bei Drehzahl 0 ihr höchstes Moment abgibt und weil sie einen sehr hohen Drehzahlbereich hat.

FO Trämli (Straßenbahn): Warum benötigen Trämli weder Anfahrkupplung noch Getriebe ? Weil einige Typen von E-Motoren (Gleichstrom-(?), Asynchronmotoren (Käfigläufer)) bereits bei niedrigen Drehzahlen hohe Momente erreichen und einen weiten Drehzahlbereich haben

Warum benötigen Kinder keine Schaltung am Fahrrad, aber Rad-Profis ? Um den engen Geschwindigkeitsbereich des Muskels durch Drehmomentwandlung zu erhöhen.

Aufgaben mechanischer Getriebe

- Drehmomentänderung
- Drehzahländerung
- Drehsinnänderung

Dazu können auch Antriebe gerechnet werden, die geradlinige in drehende Bewegung u.u. umwandeln: Kurbelschwingengetriebe, Ventilsteuerung durch Nockenwelle, Kurbeltrieb.

Aufgaben von Kupplungen

Verbindung von Wellen; Unterbrechung des Drehmomentes, z.B. im Kfz zum Schalten; Drehzahlangleichung z.B. zum Anfahren mit dem Kfz, auch zum Bremsen !; Überlastschutz, z.B. bei Seilwinden oder NC-Maschinen für den Kollisionsfall; Dämpfung von Schwingungen und Stößen, z.B. Förderanlagen; Ausgleich von Wellenversetzungen, z.B. Gelenkwelle, Kardanwelle, Topfgelenk, Kreuzgelenkwelle usw.

Motor_TA_Verbrauchskennfeld.odt

Manueller Seitenumbruch

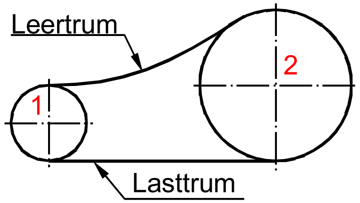
Übersetzungen

Bauarten

2) *Nummerierung erfolgt in der Reihenfolge des Kraftflusses*
3) *Drehrichtung des Riementriebs?*

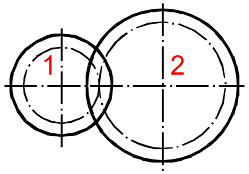
Riementrieb

→ *[30] „Übersetzungen“*



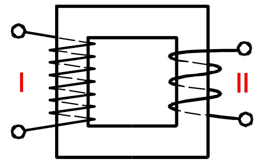
Zahnradtrieb

→ *[30] „Übersetzungen“*



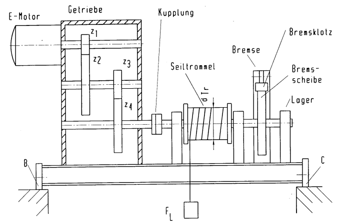
Transformator

→ *[30] „Transformator“*



nur TG

1) *Zeichnung ?*



Größen

Bestimmungsgrößen

	Riementrieb	Zahnradtrieb	Transformator
Bestimmungsgrößen	n_x Drehzahl M_x Drehmoment d_x RiemenscheibenØ	n_x Drehzahl M_x Drehmoment z_x Zähnezahlen	I_x Strom U_x Spannung N_x Windungszahlen
Übertragende Größen	v Riemengeschwindigk. F Zugkraft	v Umfangsgeschw. F Zahnkraft	Φ magn. Induktionsfluss $\dot{\Phi}$ = Induktion B x Fläche A

4) *Welche Größen bestimmen Leistung und Verhalten eines Getriebes, welche Größen übertragen die Leistung ?*

$\dot{\Phi}$ [Vs oder Wb]

Übertragung ohne Verluste

Beim Zahnrad wird die Drehzahl verlustfrei übersetzt, beim Riementrieb gibt es in der Realität Schlupf; im Abi wird Schlupf vernachlässigt.
Trafo soll die Analogie verdeutlichen, kann aber entfallen.

Riementrieb:

$$v=\pi\cdot d_x\cdot n_x\Rightarrow$$
$$d_1\cdot n_1=\frac{v}{\pi}=d_2\cdot n_2$$

Zahnradtrieb:

$$v=z_x\cdot\pi\cdot m\cdot n_x\Rightarrow$$
$$z_1\cdot n_1=\frac{v}{\pi\cdot m}=z_2\cdot n_2$$

m: Modul = Zähneabstand, bezogen auf den TeilkreisØ, ist für Zahnräder im Eingriff gleich.

Transformator:

$$\Phi=\mu_0\cdot\mu_r\cdot N_x\cdot I_x\cdot\frac{A}{l}\Rightarrow$$
$$N_1\cdot I_1=\Phi\cdot const=N_2\cdot I_2$$

μ_0, μ_r: magn. Feldkonstanten
A, l: Länge und Querschnitt des Eisenkerns

5) *WelcherZusammenhang besteht zwischen Bestimmungs- und übertragenden Größen ?*
Da die Übertragenden auf beiden Seiten gleich sind, gilt ...., damit können die Übersetzungsregeln hergeleitet werden
μ_0 = 1,2566·10^-6 Vs/Am; $\mu_r\approx 1$ (für Luft)

6) *Weiterer Zusammenhang ?*
Teilkreisdurchmesser m · z Skizze

Riementrieb:

$$F\cdot\frac{d_x}{2}=M_x\Rightarrow\frac{M_1}{d_1}=\frac{F}{2}=\frac{M_2}{d_2}$$

Zahnradtrieb:

$$F\cdot\frac{m\cdot z_x}{2}=M_x\Rightarrow\frac{M_1}{z_1}=\frac{F\cdot m}{2}=\frac{M_2}{z_2}$$

Transformator:

$$U_x=+N_x\cdot\dot{\Phi}\Rightarrow\frac{U_1}{N_1}=\dot{\Phi}=\frac{U_2}{N_2}$$

Übersetzung i ohne Verluste

wird bei Momenten wie der Wirkungsgrad berechnet.
Entnahme aus dem Tabellenbuch.

Riementrieb:

$$i=\frac{n_1}{n_2}=\left(\frac{M_2}{M_1}\right)=\frac{d_2}{d_1}$$

Zahnradtrieb:

$$i=\frac{n_1}{n_2}=\left(\frac{M_2}{M_1}\right)=\frac{z_2}{z_1}$$

Transformator:

$$i=\frac{I_1}{I_2}=\frac{U_2}{U_1}=\frac{N_2}{N_1}$$

7) *Übersetzung ?*
Momente in Klammern, weil sie Verlusten unterliegen; gilt auch für Drehzahl bei Riementrieben.

Übersetzung mit Verlusten

aus $\eta=\frac{P_2}{P_1}$ folgt

Riementrieb:

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}=\frac{2\pi\cdot n_2\cdot M_2}{2\pi\cdot n_1\cdot M_1}=\frac{1}{i}\cdot\frac{M_2}{M_1}$$
$$\downarrow$$
$$i\cdot\eta=\frac{M_2}{M_1}$$

Zahnradtrieb:

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}=\frac{2\pi\cdot n_2\cdot M_2}{2\pi\cdot n_1\cdot M_1}=\frac{1}{i}\cdot\frac{M_2}{M_1}$$
$$\downarrow$$
$$i\cdot\eta=\frac{M_2}{M_1}$$

Transformator:

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}=\frac{I_2\cdot U_2}{I_1\cdot U_1}=\frac{1}{i}\cdot\frac{U_2}{U_1}$$
$$\downarrow$$
$$i\cdot\eta=\frac{U_2}{U_1}$$

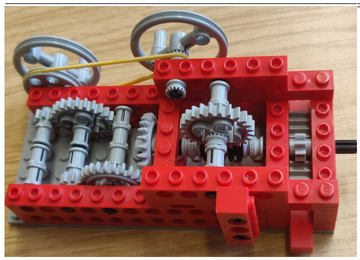
8) *Einbeziehung der Verluste ?*
Im TabB nachtragen lassen
Tatsächlich haben Riementriebe auch bei der Drehzahl Verluste (ohne Schlupf gibt es keine Kraftübertragung!), aber dies wird am TG vernachlässigt.

Sonstiges

$$P_{ab}=F_{ab}\cdot v_{ab}$$

$$P=\Phi\cdot\dot{\Phi}\cdot const$$

Das Produkt der bestimmenden Größen bleibt konstant (Goldene Regel der Mechanik).



Andere Beispiele

Die 5 einfachen Maschinen der Antike: Welle und Rad, Hebel, Flaschenzug, Keil, Schraube

Kraft x Weg = const. (bei verschiedenen Steigungen, Schraubenschlüssel auf Axialbewegung)

OH-Projektor

Lichtstärke x Bildgröße = const.

Vertiefung

Getriebe_Ub

Getriebe_TA_Uebersetzung.odt

Seitenumbruch quer → hoch

Anhang

Fundstellen

– Der Antikythera-Mechanismus ist ein astronomischer Taschenrechner aus dem 2.Jhd. v.u.Z. Er umfasst 82 Einzelteile, darunter zahlreiche Zahnräder, mit denen astronomische Konstellationen dargestellt wurden, und muss ein feinmechanisches Meisterwerk gewesen sein. Er wurde 1900 von Schwammtauchern vor der grch. Insel Antikythera gefunden und vielleicht in Syrakus hergestellt. [58] 05/2010 S.62ff
– [64]

Literaturverzeichnis

[] Georg Agricola: De Re Metallica libri XII - 12 Bücher vom Berg- und Hüttenwesen, fourierverlag Wiesbaden, 2003?
[2] H.-J. Bargel, G. Schulze: Werkstoffkunde, Springer Berlin, 2005
[] H.-J. Bargel, G. Schulze: Werkstoffkunde, Springer Berlin, 2005
[] H.-J. Bargel, G. Schulze: Werkstoffkunde, Springer Berlin, 2005
[] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
[] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
[] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
[6] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
[5] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
[] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
[] Alfred Böge ua.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, Vieweg , 1999
[] Alfred Böge: Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, Vieweg + Teubner , 2009
[] Alfred Böge: Technische Mechanik Statik - Dynamik - Fluidmechanik - Festigkeitslehre, Vieweg + Teubner , 2009
[] Ulrich Adler ua.: Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, Robert Bosch GmbH Stuttgart, 1991
[] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
[16] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
[] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
[] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
[] Decker et al.: Maschinenelemente, Carl Hanser Verlag München, 2009
[] -: Duden - Die deutsche Rechtschreibung, VDI-Verlag Mannheim, 2006
[] -: Duden - Die deutsche Rechtschreibung, VDI-Verlag Mannheim, 2006
[] : Europa Rechenbuch Metall, Europa Haan-Gruiten,
[] : Europa Rechenbuch Metall, Europa Haan-Gruiten,
[] : Europa Rechenbuch Metall, Europa Haan-Gruiten,
[] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
[] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
[] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
[] Ulrich Fischer ua.: Tabellenbuch Metall, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
[29] diverse Autoren: Tabellenbuch Metall, Europa-Verlag, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
[] diverse: Tabellenbuch Metall, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
[] Ulrich Fischer ua.: Tabellenbuch Metall, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten,
[] Ulrich Fischer ua.: Tabellenbuch Metall 45.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2011
[33] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
[33] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
[] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
[] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
[] Roland Gommeringer ua.: Tabellenbuch Metall 46.Auflage, Europa-Lehrmittel Haan-Gruiten, 2014
[] Eugene S. Ferguson: Das innere Auge - von der Kunst des Ingenieurs, Birkhäuser Basel, 1993
[] Ekbert Hering (Hrsg.), Karl-Heinz Modler (Hrsg.): Grundwissen des Ingenieurs, Fachbuchverlag Leipzig, 2007
[] Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstein: Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
[41] Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstein: Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
[40] Horst Haberhauer, Ferdinand Bodenstein: Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008
[] Ekbert Hering ua.: Physik für Ingenieure, vdi verlag Düsseldorf, 1992
[] Ekbert Hering ua.: Physik für Ingenieure, vdi verlag Düsseldorf, 1992
[] Ahrendts ua.: Hütte - die Grundlagen der Ingenieurswissenschaften, Springer Berlin, 1989
[] Dieter Alex ua.: Klein Einführung in die DIN-Normen, Beuth Verlag Berlin, 2008
[] Claus Mattheck: Warum alles kaputt geht, Forschungszentrum Karlsruhe, 2003

[] Claus Mattheck: Warum alles kaputt geht, Forschungszentrum Karlsruhe, 2003
[] Pieter van Musschenbroek: Dissertationes physicae experimentalis et geometricae de magnete, Leyden, 1729
[] Matek et al.: Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1995
[] Matek et al.: Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1995
[] Matek et al.: Maschinenelemente, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1995
[] Herbert Wittel et al.: Roloff/Matek Maschinenelemente, Vieweg+Teubner Wiesbaden, 2011
[] Andrej Albert ua.: Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage,, Bundesanzeiger Verlag Köln, 2014
[] Andrej Albert ua.: Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage,, Bundesanzeiger Verlag Köln, 2014
[56] Andrej Albert ua.: Bautabellen für Ingenieure, 21.Auflage,, Bundesanzeiger Verlag Köln, 2014
[] Rainer Schwab: Werkstoffkunde und Werkstoffprüfung für Dummies, Wiley-VCH Weinheim, 2013
58: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft,
59: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft,
: wechselnde Autoren, Spektrum der Wissenschaft,
[61] Werner Skolaut (Hrsg.): Maschinenbau - Ein Lehrbuch für das ganze Bachelor-Studium, Springer Vieweg Berlin Heidelberg, 2014
[] Albers u.a.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1, Springer-Verlag Berlin, 2007
[] Albers u.a.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1, Springer-Verlag Berlin, 2007
[64] Ulrich Troitzsch, Wolfhard Weber: Die Technik - von den Anfängen bis zur Gegenwart, Unipart-Verlag Stuttgart, 1987