

### Schätzer (Was ist das? Eigenschaften? Methoden? Cramer-Rao Schranke)

- Ein **Schätzer** ist eine Folge von Statistiken (liefert einen Schätzwert für Parameter von Statistik)
- Eine **Statistik** ist eine Menge  $P$  von Verteilungen
- Eine **Stichprobe** ist eine Folge unabhängiger Zufallsvariablen mit einer Verteilung aus  $P$

#### - **Eigenschaften:**

**schwach konsistent:**  $\theta^n$  (Schätzwert) konvergiert in Wahrscheinlichkeit gegen  $\theta$

**stark konsistent:**  $\theta^n$  (Schätzwert) konvergiert mit Wahrscheinlichkeit 1 gegen  $\theta$

**erwartungstreu:**  $E(\theta^n) = \theta$  (also unverzerrt)

**effizient:** erwartungstreu und hat kleinste Varianz unter allen erwartungstreuen Schätzern

#### - **Methoden:**

**Momentenmethode:** Funktion  $m(\theta)$  finden um den Erwartungswert zu beschreiben. Wenn stetig umkehrbar dann ist  $\theta^n = m^{-1}(X^n)$

**Maximum-Likelihood-Methode:** Finde den Parameterwert für den die Wahrscheinlichkeit die Stichprobe zu erhalten am größten ist. Likelihood-Funktion: alle Wahrscheinlichkeiten zusammen multiplizieren. Ableitung null setzen.

- **Cramer-Rao Schranke:** untere Schranke für die Varianz von Schätzer. (Wenn  $V = 1/\text{Fischerinformation}$ , ist der Schätzer effizient)

### Markov-Ketten (Eigenschaften von Zuständen? Klasseigenschaften? Rekurrenz? Stationäre Verteilung?)

- **Eigenschaften v Zuständen:** zB absorbierend oder siehe Klasseigenschaften.

- **Klasseigenschaften:** gelten entweder für alle Zustände einer Klasse oder für keinen

**Periode:** Zeit die man mindestens braucht bis man wieder in  $i$  ist ( $\text{ggT}()$ )

**Rekurrenz:** kehrt unendlich oft zurück -> rekurrent, sonst transient

**Übergangs/Rückkehrzeit**

**Anzahl d Besuche in  $i$**

- **stationäre Verteilung:** wenn gemeinsame Verteilung von  $(X(t_1) \dots X(t_n)) = (X(t_1+h) \dots X(t_n+h))$  das heißt: es existiert ein  $X^\infty$  und  $E(X^\infty) = E(X_1)$

**Zentraler Grenzwertsatz:** Eine Summe von unabhängigen identisch verteilten Zufallsvariablen ist näherungsweise normalverteilt

### Ungleichungen von Markov, Tschebyscheff, Kolmogorov

- **Markov:**  $P(X \geq \lambda) \leq E(X)/\lambda$
- **Chebychev:**  $P(|X - E(X)| \geq \lambda) \leq V(X)/\lambda^2$
- **Kolmogorov:**  $P(\max |S_k| \geq \lambda) \leq V(S_n)/\lambda^2$

### Satz von der vollständigen Wahrscheinlichkeit, Bedingte Wahrscheinlichkeit, was wenn Nenner bei bedingter Wahrscheinlichkeit 0 ist ? (->bedingte Dichten)

- **vollständige Wahrscheinlichkeit:**  $P(A) = \sum (P(B_i)P(A | B_i))$
- **bedingte Wahrscheinlichkeit:**  $P(A | B) = P(A \cap B) / P(B)$   
wenn Nenner Null -> Bedingte Wahrscheinlichkeit nicht definiert -> setzen  $P(A \cap B) = 0$
- **bedingte Dichte:**  $f(x | Y=y) = f(x,y) / f(y)$   
stetig: brauchen Grenzwert

### H(P), H\*(P), Zusammenhang

**Fehler erster Art:** Nullhypothese verworfen

**Fehler zweiter Art:** Nullhypothese angenommen

kann nicht beide verhindern deshalb Niveau  $\alpha$  ->  $P(\text{Fehler 1. Art}) \leq \alpha$

### Randdichte

- berechnet man ganz leicht, indem man nach der ANDEREN Zufallsvariable integriert