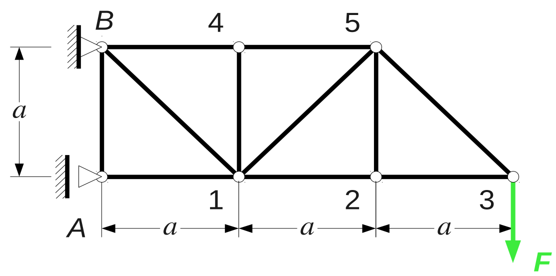
2.1 Formänderungsenergie

Aufgaben

Aufgabe 1:

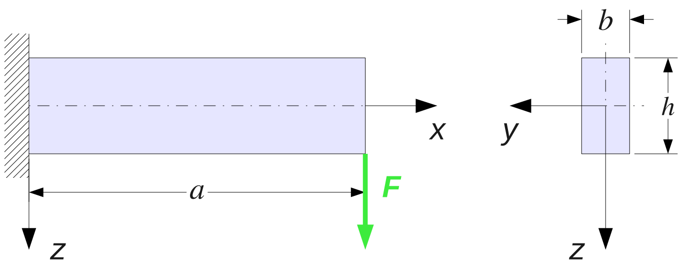
Ermitteln Sie für das abgebildete Fachwerk die Vertikalverschiebung v des Lastangriffspunkts in Abhängigkeit von der Kraft F. Alle Stäbe haben die gleiche Querschnittsfläche A und den gleichen Elastizitätsmodul E.



(Ergebnis: $v = 27{,}49\, a\, F / EA$)

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie mit Hilfe der Formänderungsenergie für den abgebildeten Kragbalken mit rechteckigem Querschnitt die Vertikalverschiebung des Lastangriffspunkts unter Berücksichtigung des Einflusses des Querkraftschubs.

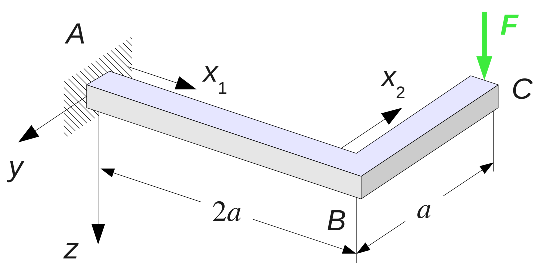


Welche Beziehung gilt für das Verhältnis der Verschiebung v_S aufgrund des Schubs zur Verschiebung v_B aufgrund des Biegemoments?

(Ergebnis: $\dfrac{v_S}{v_B} = \dfrac{3(1+\nu)}{5}\left(\dfrac{h}{a}\right)^2$)

Aufgabe 3:

Der abgebildete abgewinkelte Balken ist im Punkt A fest eingespannt. Im Punkt C greift die Kraft F an. Der Balken hat einen konstanten Querschnitt mit dem Flächenträgheitsmoment I_y und dem Torsionträgheitsmoment I_T.

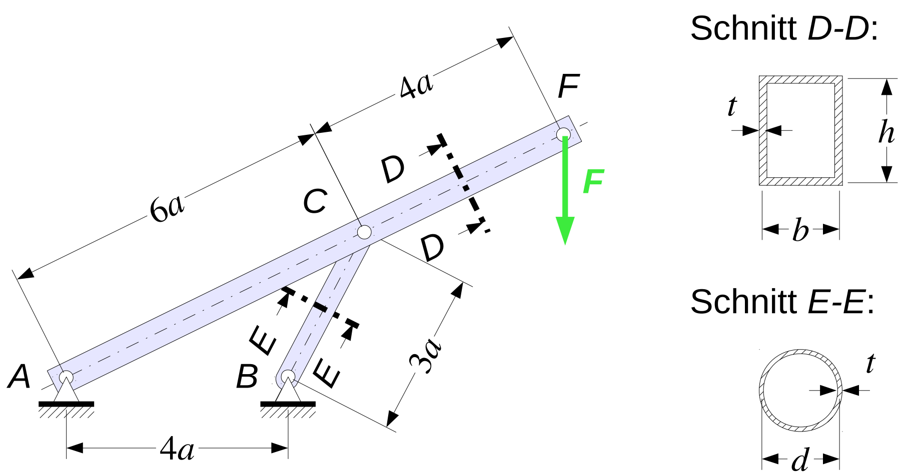


Ermitteln Sie die Vertikalverschiebung w_C am Lastangriffspunkt *C*. Der Einfluss des Querkraftschubs kann vernachlässigt werden.

Zahlenwerte: $a = 250mm$, $I_y = 30000mm^4$, $I_T = 50000mm^4$, $E = 210000MPa$, $\nu = 0{,}3$, $F = 1kN$

(Ergebnis: $w_C = 15{,}18mm$)

Aufgabe 4:



Der abgebildete Kran besteht aus dem Kranarm *AF* und dem im Punkt *C* gelenkig angeschlossenen Hubzylinder *BC*. Kranarm und Hubzylinder sind aus dem gleichen Material. Im Punkt *F* greift die Kraft F an.

Der Kranarm hat einen dünnwandigen Kastenquerschnitt und darf als dehnstarr angenommen werden. Der Querschnitt des Hubzylinders ist ein dünnwandiger Kreisring.

Bestimmen Sie die Vertikalverschiebung v_F von Punkt *F.*

Zahlenwerte: $a = 0{,}5m$, $b = 30mm$, $h = 60mm$, $d = 20mm$, $t = 3mm$, $E = 2{,}1 \cdot 10^5 MPa$, $F = 1kN$

(Ergebnis: $v_F = 9{,}46cm$)

Aufgabe 5:

In einem Koordinatensystem, das kein Hauptachsensystem ist, gilt für die Biegespannung:

$$\sigma_x(x,y,z)=\frac{\bar{M}_y(x)}{I_y}z-\frac{\bar{M}_z(x)}{I_z}y$$

Dabei sind die Ersatzmomente definiert durch

$$\bar{M}_y=\frac{M_y-M_z I_{yz}/I_z}{1-I_{yz}^2/(I_y I_z)} \quad \text{und} \quad \bar{M}_z=\frac{M_z-M_y I_{yz}/I_y}{1-I_{yz}^2/(I_y I_z)} \quad .$$

Welche Beziehung folgt daraus für die Formänderungsenergie?

(Ergebnis: $E^F=\frac{1}{2}\int_0^L\left(\frac{\bar{M}_y^{\,2}}{E I_y}+2\frac{\bar{M}_y \bar{M}_z I_{yz}}{E I_y I_z}+\frac{\bar{M}_z^{\,2}}{E I_z}\right)dx$)