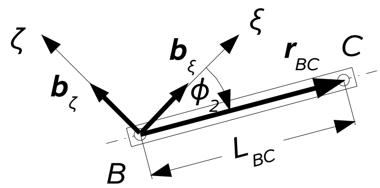
Dynamik 2 Lösungsblatt 2

Aufgabe 1:



Ortsvektor von Punkt C im Koordinatensystem $B\xi\eta\zeta$:

$$\boldsymbol{r}_{BC}=L_{BC}\left(\cos\phi_2\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)$$

Winkelgeschwindigkeiten:

$$\boldsymbol{\omega}_1=-\omega_1\,\boldsymbol{b}_\eta \quad , \quad \boldsymbol{\omega}_2=\omega_2\,\boldsymbol{b}_\eta$$

<u>Relativgeschwindigkeit des Punktes C:</u>

Für einen mit dem System $B\xi\eta\zeta$ mitbewegten Beobachter bewegt sich der Punkt C mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_2 auf einer Kreisbahn um den Punkt B. Für diesen Beobachter hat der Punkt C daher die Geschwindigkeit

$$^B\boldsymbol{v}_C=\boldsymbol{\omega}_2\times\boldsymbol{r}_{BC}=\omega_2\,\boldsymbol{b}_\eta\times L_{BC}\left(\cos\phi_2\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)=-\omega_2\,L_{BC}\left(\cos\phi_2\,\boldsymbol{b}_\zeta+\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\xi\right) \quad .$$

Die Komponenten der Relativgeschwindigkeit im System $B\xi\eta\zeta$ sind also

$$^Bv_{C\xi}=-\omega_2\,L_{BC}\sin\phi_2\,,\quad ^Bv_{C\zeta}=-\omega_2\,L_{BC}\cos\phi_2 \quad .$$

Für die angegebenen Zahlenwerte folgt:

$$\omega_2\,L_{BC}=0{,}2\cdot 1{,}8\,m/s=0{,}36\,m/s$$

$$^Bv_{C\xi}=-0{,}36\,m/s\cdot\sin 30°=\underline{-0{,}1800\,m/s}$$

$$^Bv_{C\zeta}=-0{,}36\,m/s\cdot\cos 30°=\underline{-0{,}3118\,m/s}$$

<u>Relativbeschleunigung des Punktes C:</u>

Für einen mit dem System $B\xi\eta\zeta$ mitbewegten Beobachter ist die Beschleunigung am Punkt C gleich der Zentripetalbeschleunigung, d.h.

$$^B\boldsymbol{a}_C=\boldsymbol{\omega}_2\times{}^B\boldsymbol{v}_C=\omega_2\,\boldsymbol{b}_\eta\times\left(-\omega_2\,L_{BC}\right)\left(\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\xi+\cos\phi_2\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)$$
$$=-\omega_2^2\,L_{BC}\left(-\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\zeta+\cos\phi_2\,\boldsymbol{b}_\xi\right)$$

Die Komponenten der Relativbeschleunigung im System $B\xi\eta\zeta$ sind also

$$^Ba_{C\xi}=-\omega_2^2\,L_{BC}\cos\phi_2\,,\quad ^Ba_{C\zeta}=\omega_2^2\,L_{BC}\sin\phi_2 \quad .$$

Für die angegebenen Zahlenwerte folgt:

$$\omega_2^2\,L_{BC}=0{,}2^2\cdot 1{,}8\,m/s^2=0{,}0720\,m/s^2$$

$${}^{B}a_{C\xi}=-0{,}072\,m/s^2\cdot\cos 30°=\underline{-0{,}06235\,m/s^2}$$

$${}^{B}a_{C\zeta}=0{,}072\,m/s^2\cdot\sin 30°=\underline{0{,}03600\,m/s^2}$$

Absolutgeschwindigkeit des Punktes *C*:

Die Absolutgeschwindigkeit des Punktes *C* berechnet sich aus

$$\boldsymbol{v}_C=\boldsymbol{v}_B+\boldsymbol{\omega}_1\times\boldsymbol{r}_{BC}+{}^{B}\boldsymbol{v}_C \quad .$$

Die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_B$ ist die Geschwindigkeit des Punktes *B* infolge der Rotation um den Punkt *A*, d.h.

$$\boldsymbol{v}_B=\boldsymbol{\omega}_1\times\boldsymbol{r}_B \quad .$$

Damit folgt

$$\boldsymbol{v}_C=\boldsymbol{\omega}_1\times\left(\boldsymbol{r}_B+\boldsymbol{r}_{BC}\right)+{}^{B}\boldsymbol{v}_C \quad .$$

Mit $\boldsymbol{r}_B=L_{AB}\,\boldsymbol{b}_\xi$ ergibt sich

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_C&=-\omega_1\,\boldsymbol{b}_\eta\times\left[\left(L_{AB}+L_{BC}\cos\phi_2\right)\boldsymbol{b}_\xi-L_{BC}\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\zeta\right]\\&\quad-\omega_2\,L_{BC}\left(\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\xi+\cos\phi_2\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)\\&=\left[\omega_1\,L_{AB}+\left(\omega_1-\omega_2\right)L_{BC}\cos\phi_2\right]\boldsymbol{b}_\zeta+\left(\omega_1-\omega_2\right)L_{BC}\sin\phi_2\,\boldsymbol{b}_\xi\end{aligned} \quad .$$

Für die angegebenen Zahlenwerte folgt:

$$v_{C\xi}=\left(0{,}1\,s^{-1}-0{,}2\,s^{-1}\right)\cdot 1{,}8\,m\cdot\sin(30°)=\underline{-0{,}09000\,m/s}$$

$$v_{C\zeta}=0{,}1\,s^{-1}\cdot 2\,m+\left(0{,}1-0{,}2\right)s^{-1}\cdot 1{,}8\,m\cdot\cos(30°)=\underline{0{,}04412\,m/s}$$

Absolutbeschleunigung des Punktes *C*:

Die Absolutbeschleunigung des Punktes *C* berechnet sich aus

$$\boldsymbol{a}_C=\boldsymbol{a}_B+\boldsymbol{\omega}_1\times\left(\boldsymbol{\omega}_1\times\boldsymbol{r}_{BC}\right)+{}^{B}\boldsymbol{a}_C+2\,\boldsymbol{\omega}_1\times{}^{B}\boldsymbol{v}_C \quad .$$

Die Beschleunigung $\boldsymbol{a}_B$ ist die Zentripetalbeschleunigung des Punktes *B* infolge der Rotation um den Punkt *A*, d.h.

$$\boldsymbol{a}_B=\boldsymbol{\omega}_1\times\left(\boldsymbol{\omega}_1\times\boldsymbol{r}_B\right) \quad .$$

Damit folgt

$$\boldsymbol{a}_C=\boldsymbol{\omega}_1\times\left[\boldsymbol{\omega}_1\times\left(\boldsymbol{r}_B+\boldsymbol{r}_{BC}\right)\right]+{}^{B}\boldsymbol{a}_C+2\,\boldsymbol{\omega}_1\times{}^{B}\boldsymbol{v}_C \quad .$$

Mit $\boldsymbol{v}_C-{}^{B}\boldsymbol{v}_C=\boldsymbol{\omega}_1\times\left(\boldsymbol{r}_B+\boldsymbol{r}_{BC}\right)$ (s. o.) folgt weiter

$$\boldsymbol{a}_C=\boldsymbol{\omega}_1\times\left(\boldsymbol{v}_C-{}^{B}\boldsymbol{v}_C\right)+2\,\boldsymbol{\omega}_1\times{}^{B}\boldsymbol{v}_C+{}^{B}\boldsymbol{a}_C=\boldsymbol{\omega}_1\times\left(\boldsymbol{v}_C+{}^{B}\boldsymbol{v}_C\right)+{}^{B}\boldsymbol{a}_C$$

Für die angegebenen Zahlenwerte gilt:

$$\boldsymbol{a}_C = -0{,}1\,s^{-2}\,\boldsymbol{b}_\eta \times \left[(-0{,}09000 - 0{,}1800)\,m/s \cdot \boldsymbol{b}_\xi + (0{,}04412 - 0{,}3118)\,m/s \cdot \boldsymbol{b}_\zeta \right]$$
$$\quad -0{,}06235\,m/s^2 \cdot \boldsymbol{b}_\xi + 0{,}03600\,m/s^2 \cdot \boldsymbol{b}_\zeta$$
$$= (-0{,}1 \cdot 0{,}2700 + 0{,}03600)\,m/s^2 \cdot \boldsymbol{b}_\zeta + (0{,}1 \cdot 0{,}2677 - 0{,}06235)\,m/s^2 \cdot \boldsymbol{b}_\xi$$
$$= -0{,}03558\,m/s^2 \cdot \boldsymbol{b}_\xi + 0{,}009000\,m/s^2 \cdot \boldsymbol{b}_\zeta$$

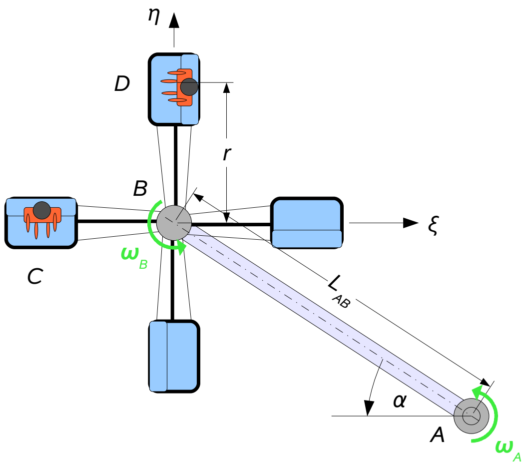
Die Komponenten der Absolutbeschleunigung sind also:

$$a_{C\xi} = \underline{-0{,}03558\,m/s^2} \quad , \quad a_{C\zeta} = \underline{0{,}009000\,m/s^2}$$

Aufgabe 2:

<u>Bewegung bezüglich des bewegten Koordinatensystems *Bξηζ*:</u>

Im bewegten System bewegen sich die Fahrgäste *C* und *D* auf einer Kreisbahn mit Radius *r* um den Punkt *B*. Sie bewegen sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_B.



Ortsvektoren im System *Bξηζ*:

$$\boldsymbol{r}_{BC} = -r\,\boldsymbol{b}_\xi \quad , \quad \boldsymbol{r}_{BD} = r\,\boldsymbol{b}_\eta$$

Ortsvektor des Punktes *B* im ortsfesten System *Axyz*:

$$\boldsymbol{r}_B = L_{AB}(-\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi + \sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta)$$

Winkelgeschwindigkeiten im System *Bξηζ*:

$$\boldsymbol{\omega}_A = \omega_A\,\boldsymbol{b}_\zeta \quad , \quad \boldsymbol{\omega}_B = \omega_B\,\boldsymbol{b}_\zeta$$

Geschwindigkeiten im System *Bξηζ*:

$${}^B\boldsymbol{v}_C = \boldsymbol{\omega}_B \times \boldsymbol{r}_{BC} = -\omega_B\,r\,\boldsymbol{b}_\zeta \times \boldsymbol{b}_\xi$$
$$= -\omega_B\,r\,\boldsymbol{b}_\eta$$

$${}^B\boldsymbol{v}_D = \boldsymbol{\omega}_B \times \boldsymbol{r}_{BD} = \omega_B\,r\,\boldsymbol{b}_\zeta \times \boldsymbol{b}_\eta$$
$$= -\omega_B\,r\,\boldsymbol{b}_\xi$$

Beschleunigungen im System *Bξηζ*:

$${}^B\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{\omega}_B \times {}^B\boldsymbol{v}_C = -\omega_B^2\,r\,\boldsymbol{b}_\zeta \times \boldsymbol{b}_\eta = \omega_B^2\,r\,\boldsymbol{b}_\xi$$

$${}^B\boldsymbol{a}_D = \boldsymbol{\omega}_B \times {}^B\boldsymbol{v}_D = -\omega_B^2\,r\,\boldsymbol{b}_\zeta \times \boldsymbol{b}_\xi = -\omega_B^2\,r\,\boldsymbol{b}_\eta$$

<u>Bewegung des Punktes *B*:</u>

Punkt *B*, der Ursprung des bewegten Systems *Bξηζ*, bewegt sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_A auf einer Kreisbahn mit Radius L_{AB} um den Punkt *A*. Damit gilt:

$$\boldsymbol{v}_B=\boldsymbol{\omega}_A\times\boldsymbol{r}_B=\omega_A L_{AB}\boldsymbol{b}_\zeta\times\left(-\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi+\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\right)=-\omega_A L_{AB}\left(\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta+\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi\right)$$

$$\boldsymbol{a}_B=\boldsymbol{\omega}_A\times\boldsymbol{v}_B=-\omega_A^2 L_{AB}\boldsymbol{b}_\zeta\times\left(\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta+\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi\right)=\omega_A^2 L_{AB}\left(\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\right)$$

Absolutgeschwindigkeiten:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_C&=\boldsymbol{v}_B+\boldsymbol{\omega}_A\times\boldsymbol{r}_{BC}+{}^B\boldsymbol{v}_C=-\omega_A L_{AB}\left(\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi+\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\right)-\omega_A r\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\xi-\omega_B r\,\boldsymbol{b}_\eta\\&=-\omega_A L_{AB}\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\left[\omega_A L_{AB}\cos\alpha+\left(\omega_A+\omega_B\right)r\right]\boldsymbol{b}_\eta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_D&=\boldsymbol{v}_B+\omega_A\times\boldsymbol{r}_{BD}+{}^B\boldsymbol{v}_D=-\omega_A L_{AB}\left(\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi+\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\right)+\omega_A r\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\eta-\omega_B r\,\boldsymbol{b}_\xi\\&=-\left[\omega_A L_{AB}\sin\alpha+\left(\omega_A+\omega_B\right)r\right]\boldsymbol{b}_\xi-\omega_A L_{AB}\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\end{aligned}$$

Absolutbeschleunigungen:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_C&=\boldsymbol{a}_B+\boldsymbol{\omega}_A\times\left(\boldsymbol{\omega}_A\times\boldsymbol{r}_{BC}\right)+{}^B\boldsymbol{a}_C+2\boldsymbol{\omega}_A\times{}^B\boldsymbol{v}_C\\&=\omega_A^2 L_{AB}\left(\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\right)-\omega_A^2 r\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\left(\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\xi\right)+\omega_B^2 r\,\boldsymbol{b}_\xi-2\omega_A\omega_B r\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\eta\\&=\left(\omega_A^2 L_{AB}\cos\alpha+\omega_B^2 r\right)\boldsymbol{b}_\xi-\omega_A^2 L_{AB}\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta-\left(\omega_A^2 r+2\omega_A\omega_B r\right)\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\eta\\&=\left[\omega_A^2 L_{AB}\cos\alpha+\left(\omega_A+\omega_B\right)^2 r\right]\boldsymbol{b}_\xi-\omega_A^2 L_{AB}\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_D&=\boldsymbol{a}_B+\boldsymbol{\omega}_A\times\left(\boldsymbol{\omega}_A\times\boldsymbol{r}_{BD}\right)+{}^B\boldsymbol{a}_D+2\boldsymbol{\omega}_A\times{}^B\boldsymbol{v}_D\\&=\omega_A^2 L_{AB}\left(\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\eta\right)+\omega_A^2 r\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\left(\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\eta\right)-\omega_B^2 r\,\boldsymbol{b}_\eta-2\omega_A\omega_B r\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\xi\\&=\omega_A^2 L_{AB}\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\left(\omega_A^2 L_{AB}\sin\alpha+\omega_B^2 r\right)\boldsymbol{b}_\eta-\left(\omega_A^2+2\omega_A\omega_B\right)r\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\boldsymbol{b}_\xi\\&=\omega_A^2 L_{AB}\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\left[\omega_A^2 L_{AB}\sin\alpha+\left(\omega_A+\omega_B\right)^2 r\right]\boldsymbol{b}_\eta\end{aligned}$$

Zahlenwerte:

$$v_{C\xi}=-1\cdot 7{,}5\,m/s\cdot\sin\,30°=-3{,}750\,m/s$$

$$v_{C\eta}=-\left(7{,}5\,m/s\cdot\cos 30°+3\cdot 4\,m/s\right)=-18{,}495\,m/s$$

$$v_C=\sqrt{v_{C\xi}^2+v_{C\eta}^2}=18{,}871\,m/s$$

$$v_{D\xi}=-\left(7{,}5\,m/s\cdot\sin 30°+12\,m/s\right)=-15{,}750\,m/s$$

$$v_{D\eta}=-7{,}5\,m/s\cdot\cos 30°=-6{,}495\,m/s$$

$$v_D=\sqrt{v_{D\xi}^2+v_{D\eta}^2}=17{,}037\,m/s$$

$$a_{C\xi}=1^2\cdot 7{,}5\,m/s^2\cdot\cos 30°+3^2\cdot 4\,m/s^2=42{,}495\,m/s^2=4{,}33\,g$$

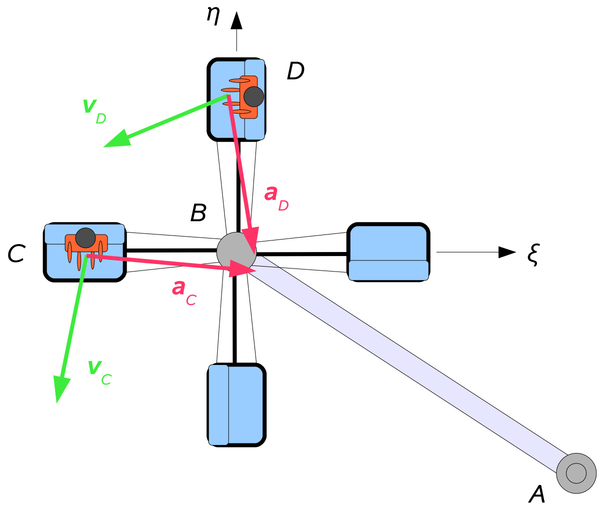
$$a_{C\eta}=-7{,}5\,m/s^2\sin 30°=-3{,}750\,m/s=-0{,}38\,g$$

$$a_C=42{,}660\,m/s^2=4{,}35\,g$$

$$a_{D\xi} = 7{,}5\,m/s^2 \cdot \cos 30° = 6{,}495\,m/s^2 = 0{,}66\,g$$

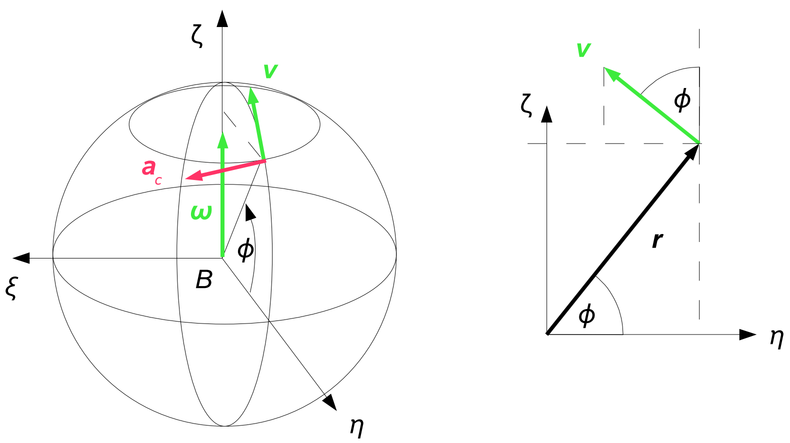
$$a_{D\eta} = -\left(7{,}5\,m/s^2 \cdot \sin 30° + 36\,m/s^2\right) = -39{,}750\,m/s^2 = -4{,}05\,g$$

$$a_D = 40{,}277\,m/s^2 = 4{,}11\,g$$



Aufgabe 3:

Die Winkelgeschwindigkeit der Erde beträgt



$$\omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600\,s} = 7{,}27 \cdot 10^{-5}\,s^{-1} \quad .$$

Im erdfesten $B\xi\eta\zeta$ -System lautet der Geschwindigkeitsvektor

$$\boldsymbol{v} = v\left(-\sin\phi\,\boldsymbol{b}_\eta + \cos\phi\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)$$

und der Vektor der Winkelgeschwindigkeit

$$\boldsymbol{\omega}=\omega\,\boldsymbol{b}_\zeta \quad .$$

Damit folgt für die Coriolisbeschleunigung

$$\boldsymbol{a}_c=2\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}=2\omega\, v\,\boldsymbol{b}_\zeta\times\left(-\sin\phi\,\boldsymbol{b}_\eta+\cos\phi\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)=2\omega\, v\sin\phi\,\boldsymbol{b}_\xi$$

<u>Zahlenwert:</u>

$$a_c=2\cdot 7{,}27\cdot 10^{-5}\,s^{-1}\cdot 1\,m/s\cdot\sin\phi=14{,}54\cdot 10^{-5}\,m/s^2\cdot\sin\phi=1{,}48\cdot 10^{-5}\,g\cdot\sin\phi$$

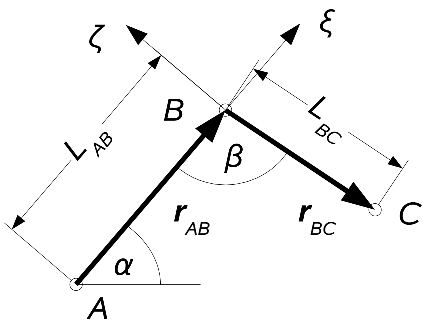
Die Coriolisbeschleunigung hat ihr Maximum an den Polen. Das Maximum beträgt $1{,}48\cdot 10^{-6}g$.

Aufgabe 4:

Für die Ortsvektoren gilt:

$$\boldsymbol{r}_{AB}=L_{AB}\,\boldsymbol{b}_\xi$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}_{BC}&=L_{BC}\left(\cos(180°-\beta)\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin(180°-\beta)\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)\\&=-L_{BC}\left(\cos\beta\,\boldsymbol{b}_\xi+\sin\beta\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)\end{aligned}$$



Die Vektoren der Winkelgeschwindigkeiten lauten

$$\boldsymbol{\omega}_A=\omega_A\,\boldsymbol{b}_\eta \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\omega}_B=\omega_B\,\boldsymbol{b}_\eta \quad .$$

Für den Geschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{v}$ des Baggers gilt:

$$\boldsymbol{v}=v\left(\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)$$

Für einen mit dem System $B\xi\eta\zeta$ mitbewegten Beobachter bewegt sich der Punkt C mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_B auf einer Kreisbahn um den Punkt B. Für diesen Beobachter hat der Punkt C daher die Geschwindigkeit

$$\begin{aligned}{}^B\boldsymbol{v}_C&=\boldsymbol{\omega}_B\times\boldsymbol{r}_{BC}=-\omega_B L_{BC}\left(\cos\beta\,\boldsymbol{b}_\eta\times\boldsymbol{b}_\xi+\sin\beta\,\boldsymbol{b}_\eta\times\boldsymbol{b}_\zeta\right)\\&=\omega_B L_{BC}\left(\cos\beta\,\boldsymbol{b}_\zeta-\sin\beta\,\boldsymbol{b}_\xi\right)\end{aligned} \quad .$$

Die Relativbeschleunigung ist gleich der Zentripetalbeschleunigung, d.h.

$$\begin{aligned}{}^B\boldsymbol{a}_C&=\boldsymbol{\omega}_B\times{}^B\boldsymbol{v}_C=\omega_B^2 L_{BC}\left(\cos\beta\,\boldsymbol{b}_\eta\times\boldsymbol{b}_\zeta-\sin\beta\,\boldsymbol{b}_\eta\times\boldsymbol{b}_\xi\right)\\&=\omega_B^2 L_{BC}\left(\cos\beta\,\boldsymbol{b}_\xi+\sin\beta\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)\end{aligned} \quad .$$

Punkt B bewegt sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_A um Punkt A, der sich selbst mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegt. Daher gilt

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_B&=\boldsymbol{v}+\boldsymbol{\omega}_A\times\boldsymbol{r}_{AB}=v\left(\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\sin\alpha\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)+\omega_A L_{AB}\,\boldsymbol{b}_\eta\times\boldsymbol{b}_\xi\\&=v\cos\alpha\,\boldsymbol{b}_\xi-\left(v\sin\alpha+\omega_A L_{AB}\right)\boldsymbol{b}_\zeta\end{aligned} \quad .$$

Die Beschleunigung von Punkt *B* ist gleich der Zentripetalbeschleunigung, d.h.

$$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{\omega}_A \times \left(\boldsymbol{\omega}_A \times \boldsymbol{r}_{AB} \right) = \omega_A^2 L_{AB} \boldsymbol{b}_\eta \times \left(\boldsymbol{b}_\eta \times \boldsymbol{b}_\xi \right) = -\omega_A^2 L_{AB} \boldsymbol{b}_\eta \times \boldsymbol{b}_\zeta = -\omega_A^2 L_{AB} \boldsymbol{b}_\xi \quad .$$

Damit berechnet sich die Absolutgeschwindigkeit von Punkt *C* zu

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_C &= \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{\omega}_A \times \boldsymbol{r}_{BC} + {}^B\boldsymbol{v}_C \\
&= v \cos\alpha\, \boldsymbol{b}_\xi - \left(v \sin\alpha + \omega_A L_{AB} \right) \boldsymbol{b}_\zeta \\
&\quad - \omega_A L_{BC} \boldsymbol{b}_\eta \times \left(\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\xi + \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta \right) + \omega_B L_{BC} \left(\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta - \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\xi \right) \\
&= v \cos\alpha\, \boldsymbol{b}_\xi - \left(v \sin\alpha + \omega_A L_{AB} \right) \boldsymbol{b}_\zeta \\
&\quad + \left(\omega_A + \omega_B \right) L_{BC} \cos\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta - \left(\omega_A + \omega_B \right) L_{BC} \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\xi \\
&= \left(v \cos\alpha - \left(\omega_A + \omega_B \right) L_{BC} \sin\beta \right) \boldsymbol{b}_\xi \\
&\quad + \left(\left(\omega_A + \omega_B \right) L_{BC} \cos\beta - v \sin\alpha - \omega_A L_{AB} \right) \boldsymbol{b}_\zeta
\end{aligned}$$

Für die Absolutbeschleunigung von Punkt *C* folgt

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{a}_C &= \boldsymbol{a}_B + \boldsymbol{\omega}_A \times \left(\boldsymbol{\omega}_A \times \boldsymbol{r}_{BC} \right) + {}^B\boldsymbol{a}_C + 2 \boldsymbol{\omega}_A \times {}^B\boldsymbol{v}_C \\
&= -\omega_A^2 L_{AB} \boldsymbol{b}_\xi - \omega_A^2 L_{BC} \boldsymbol{b}_\eta \times \left(\boldsymbol{b}_\eta \times \left(\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\xi + \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta \right) \right) \\
&\quad + \omega_B^2 L_{BC} \left(\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\xi + \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta \right) \\
&\quad + 2 \omega_A \boldsymbol{b}_\eta \times \omega_B L_{BC} \left(\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta - \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\xi \right) \\
&= -\omega_A^2 L_{AB} \boldsymbol{b}_\xi - \omega_A^2 L_{BC} \boldsymbol{b}_\eta \times \left(-\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta + \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\xi \right) \\
&\quad + \omega_B^2 L_{BC} \left(\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\xi + \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta \right) \\
&\quad + 2 \omega_A \omega_B L_{BC} \left(\cos\beta\, \boldsymbol{b}_\xi + \sin\beta\, \boldsymbol{b}_\zeta \right) \\
&= \left(-\omega_A^2 L_{AB} + \omega_A^2 L_{BC} \cos\beta + \omega_B^2 L_{BC} \cos\beta + 2 \omega_A \omega_B L_{BC} \cos\beta \right) \boldsymbol{b}_\xi \\
&\quad + \left(\omega_A^2 L_{BC} \sin\beta + \omega_B^2 L_{BC} \sin\beta + 2 \omega_A \omega_B L_{BC} \sin\beta \right) \boldsymbol{b}_\zeta
\end{aligned}$$

Zahlenwerte:

$$\left(\omega_A + \omega_B \right) L_{BC} = \left(0{,}08 + 0{,}15 \right) s^{-1} \cdot 2\,m = 0{,}46\,m/s$$

$$v_{C\xi} = 0{,}5\,m/s \cdot \cos(40°) - 0{,}46\,m/s \cdot \sin(100°) = \underline{-0{,}07000\,m/s}$$

$$\begin{aligned}
v_{C\zeta} &= 0{,}46\,m/s \cdot \cos(100°) - 0{,}5\,m/s \cdot \sin(40°) - 0{,}08\,s^{-1} \cdot 3\,m \\
&= \underline{-0{,}6413\,m/s}
\end{aligned}$$

$$\left(\omega_A^2 + \omega_B^2 \right) L_{BC} = \left(0{,}08^2 + 0{,}15^2 \right) s^{-2} \cdot 2\,m = 0{,}0578\,m/s^2$$

$$\begin{aligned}
a_{C\xi} &= -0{,}08^2 s^{-2} \cdot 3\,m + 0{,}0578\,m/s^2 \cdot \cos(100°) + 2 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}15\,s^{-2} \cdot 2\,m \cdot \cos(100°) \\
&= \underline{-0{,}03757\,m/s^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{C\zeta} &= 0{,}0578\,m/s^2 \cdot \sin(100°) + 2 \cdot 0{,}08 \cdot 0{,}15\,s^{-2} \cdot 2\,m \cdot \sin(100°) \\
&= \underline{0{,}1042\,m/s^2}
\end{aligned}$$