
4. Index

A

abgeschlossen 131, 257, 334
Abgeschlossenheit des Produkts 342
absolute Formel 218
Absolutheit der Definierbarkeit 261
Absolutheit der Endlichkeit 225
Absolutheit der Gödel-Funktionen 256
Absolutheit der Wohlfundiertheit 224
Absolutheit des Definierbarkeitsoperators 248
Absolutheit des Ordinalzahlbegriffs 222
Absolutheit von Δ_1^T -Formeln 224
Absolutheit von L 248
Absorption 349
abwärts absolut 218
abzählbar 56
Abzählbares Auswahlaxiom 176
Abzählbares Auswahlaxiom für Paarmengen 179
Ackermann-Interpretation 204
Addition 94
Additionssatz 96
additiv abgeschlossene Ordinalzahlen 81

Aleph-Reihe 90
Allgemeine Kontinuumshypothese 181, 210
allgemeine Kontinuumshypothese 95
allgemeines Reflexionsprinzip 278
Allklasse 32
Amalgamierung von Wohlordnungen 62

Anfangselement 45
Anfangsstück 59
Angabe der Elemente 31
angeordneter Körper 47
Antifundierungsaxiom 121
Antikette 149, 307
Antikettenbedingung 326
Approximation 43
Äquivalenz von FST und AST 196
Äquivalenzen zu $V = OD$ 281

Äquivalenzen zum Auswahlaxiom 169, 174
Arithmetik auf ω 44
arithmetische Mengenlehre 195
arithmetische Progression 165
Aronzajn-Baum 150
Assoziativität 349
Atom 355
atomfrei 355
aufsteigend 91
aufwärts absolut 218
Aufzählung 91
Aussonderung 259
Aussonderungsschema 26
Aussonderungsschema für Sigma-Null-Formeln 226
Auswahlaxiom 3, 26, 197
Auswahlaxiom für wohlordenbare Mengen 180
Auswahlaxiom in HOD 280
Auswahlfunktion 50
Automorphiesatz für transitive Klassen 117
Automorphismus 344
Axiom der Konstruierbarkeit 249
Axiom der mehrfachen Auswahl 173

B

Bairescher Kategoriensatz 58
Basen in Erzeugendensystemen 175
Basisaxiome 27
Basisfunktion 255
Baum 147, 160
Baumeigenschaft 160
Bedingungsmenge 306
Berechnung von $\aleph_\alpha^{\aleph_\beta}$ 104
Bernstein-Menge 186
beschränkte Formel 217
Betrag 48
Bijektionen der Γ -Funktion 84
Bijektionen der $\&$ -Funktion 85
bijektiv 36

Bild 36
 Blatt 148
 B-Modell 364
 Boolesche Algebra 349
 Boolesches Modell 364

C

Cantorsche Normalform 82
 Cauchyfolge 48
 Cauchyfolgen 48
 Charakterisierung von echten Klassen 75
 Charakterisierung von $L[A]$ 265
 Cichoń-Diagramm 130
 club-Filter 132
 club-Menge 131
 club-Schießen 342
 Cohensche reelle Zahl 333

D

Dedekind-endlich 54, 347
 Dedekind-Struktur 45
 definierbar 242
 definierbar relativ zu A 263
 Definierbarkeitslemma 315
 Definition durch Abstraktion 77
 Definitionsbereich 36
 Dekoration 121
 dekoriertes Graph 121
 Delta-Lemma 326, 328
 Delta-System 326
 Diamant-Prinzip 155
 dicht 135, 307, 334
 direkte Ordinalzahlarithmetik 80
 distributiv 334
 Distributivität 349
 Dominierungseigenschaft 139
 duale Filter 410
 dünn 132
 dynamisch 54

E

echte Klasse 33
 E-Extension 107
 Eigenschaften der Ordinalzahlen 67
 Eigenschaften der semantischen Forcing-Relation 319
 Eigenschaften von $M[G]$ 312
 einbettbar 352
 Einbettung 351

Eindeutigkeit des transitiven Kollaps 120
 Eindeutigkeitsatz 68
 Einschränkung 36
 elementare Einbettung 289
 Enderweiterung 61, 246
 endlich 54, 347
 endliche Mengenlehre 194
 Endliches abzählbares Auswahlaxiom 178
 Endlichkeits-Axiom 193
 Epsilon-Zahl 82
 erblich in A 116
 Erblichkeitssatz 115
 Ersetzungsschema 26, 79, 197, 227
 Erweiterungslemma 314
 Erweiterungslemma für \Vdash^* 316
 erzwingt 314
 Erzwingung des \diamond -Prinzips 336
 Erzwingung von (CH) 336
 Erzwingung von Suslin-Bäumen 337
 Existenz generischer Filter 308
 Existenz von Aronzajn-Bäumen 151
 Exponentiation 94
 Exponentiationssatz 96
 exponentiell abgeschlossene Ordinalzahlen 81
 extensionale Relation 118
 extensionales Klassenmodell 232
 Extensionalitätsaxiom 25

F

Faktorisierung 366
 fast disjunkt 126 f
 fast universell 230
 Filter 307, 352
 Fixpunktsatz von Bourbaki 65
 Fixpunktsatz von Knaster-Tarski 65
 Folge 36
 Folgenbaum 148
 Formel 217
 Fullness-Lemma 319
 fundiert 108
 fundierte Induktion 114
 Fundierungsschema 26, 73, 233
 Fundierungsschema und Nullinduktion 200
 Fundierungsschema 193
 Funktion 36
 funktionale Formel 32

funktionale Klasse 36
 Funktionswert 36

G

generisch 308
 generische Erweiterung 313
 geordnetes Paar 35
 Gimelfunktion 98
 G-Interpretation 311
 gleichlang 59
 Gödel-Funktion 255
 Graph 121
 Gültigkeit der allgemeinen Kontinuums-
 hypothese in L 253
 Gültigkeit in Booleschen Modellen 365

H

Hartogs-Wohlordnung 63
 Hartogs-Zahl 90
 Hauptsatz der Metatheorie von ZFC
 211
 Hauptultrafilter 410
 Hausdorffs Maximalprinzip 169
 Hessenberg-Summe 85
 Hierarchie 72
 Hierarchiesatz 74
 hierarchischer Wohlordnungssatz 172
 H_K -Modelle 239
 Höhe 147
 homogen 344
 homogene Teilmenge 162

I

Ideal 352
 Identität 36
 Induktionsanfang 70
 Induktionssatz für die endlichen Mengen
 55
 Induktionssatz für On 70
 Induktionssatz für Wohlordnungen 60
 induktiv 39
 induzierter Ultrafilter 292
 injektiv 36
 Inklusionsform 52
 inneres Modell 225
 Interpretierbarkeit von AST in PA 205
 Interpretierbarkeit von PA in FST 204
 Intervallalgebra 355
 Invarianz der Kardinalität 81
 isomorph 352

Isomorphiesatz 49
 Isomorphiesatz für Dedekind-Strukturen
 45
 Isomorphismus 351
 iteriertes Forcing 391

K

kanonische Funktion 136
 kanonische Wohlordnung 262
 Kardinalität 89
 Kardinalzahl 89
 Kardinalzahldefinition in ZF 78
 Kardinalzahlinvarianten 130
 Karo-Prinzip 155
 Karo-Prinzip in L 266
 Karo-Prinzip und Suslin-Bäume 156
 Kern 353
 Klassenaussonderung 31
 Klassenmodell 214
 Klassennotation 29
 Klassensprechweise 29
 Klassenversion des Fundierungssaxioms
 73
 Klassenversion des Satzes von Cantor-
 Bernstein 53, 201
 Knaster-Bedingung 341
 Knoten 147
 Kodierungssatz für L 245
 kollabiert 325
 Kollektionsschema 79, 226
 Kommutativität 349
 kompatibel 307
 Komplementierung 349
 Komprehensionsschema 33
 Kompressionssatz 120
 Kondensationslemma 252
 Kondensationslemma in $L[A]$ 265
 konfinal 91, 149
 Konfinalität 92
 Konfinalität und Zerlegbarkeit 93
 konstruktibel 243
 konstruktibel relativ zu A 264
 konstruktibel über A 263
 konstruktible Hierarchie 243
 konstruktible Limesstufen 251
 konstruktible L-reguläre Stufen 251
 konstruktible Mengen 243
 Kontinuumshypothese 95, 210
 Kopplungslemma 92
 Korrektheitssatz 215

Korrektheitssatz für Boolesche Modelle 367
 Kreuzprodukt via Σ_0 -Ersetzung 227
 Kriterium für innere Modelle 230, 259
 kritischer Punkt 290
 kumulative Hierarchie 72
 Kuratowski-Paar 35
 Kurepa-Baum 158
 Kurepa-Bäume in $L[A]$ 271
 Kurepa-Bäume und Unerreichbarkeit 271
 Kurepa-Familie 158
 kürzer 59

L_____

L 243
 Lebesgue-messbar 186, 192
 leere Klasse 31
 Lemma von König 160
 Limesordinalzahl 68
 Limeschritt 70
 Lindenbaum-Tarski-Algebra 356
 lineare Ordenbarkeit 180

M_____

Mächtigkeit 52, 89
 Mächtigkeit der konstruktiblen Stufen 247
 Mächtigkeit von $[x]^k$ 97
 Mächtigkeitsdefinition in ZFC 89
 mager 57
 Martins Axiom 394
 Martins Axiom und Suslin-Hypothese 396
 Martins Maximum 401
 maximales B-Modell 366
 Maximumsprinzip 319
 Mengenalgebra 353
 Mengenmodelle von $V = L$ 251
 messbare Kardinalzahlen in L 295
 metrische Vollständigkeit 49
 minimal 109
 Minimum 68
 Mischung 372
 Mischungslemma 372
 Modell von $ZF + \neg(AC)$ 346
 monotone Aufzählung 91
 Mostowski-Isomorphiesatz 119
 Mostowski-Kollaps 118
 Multiplikation 94

Multiplikationssatz 96, 169
 multiplikativ abgeschlossene Ordinalzahlen 81
 multiplikative Abgeschlossenheit 95

N_____

Nachfolger 148
 Nachfolgerfunktion 40, 45
 Nachfolger-Induktion für ω 40
 Nachfolgeroperation 90
 Nachfolgerordinalzahl 68
 Nachfolgerschritt 70
 Name 311
 natürliche Zahl 39
 natürliche Zahlen im Tarski-Fragment 203
 Negierung des Unendlichkeitsaxioms 199
 nichtregulär 142
 nichtstationär 132
 nirgendsdicht 57
 normal 410
 Normaldarstellung 82
 Normalformtheorem von Gödel 258
 Normalität des club-Filters 132
 Nullfolge 48

O_____

obere Dichte 165
 offen dicht 307
 Ordinalzahl 27, 67
 Ordinalzahlarithmetik 80
 ordinalzahldefinierbar 275, 278
 Ordinalzahldefinition 66
 Ordnung $<$ auf ω 40
 Ordnungsisomorphismus 59
 ordnungstreu 59
 Ordnungstyp 69

P_____

Paarmengenaxiom 25
 Paarungsfunktion 84
 Paarungssumme 85
 Partitionseigenschaften schwach kompakter Kardinalzahlen 166
 Peano-Arithmetik 204
 Peano-Struktur 45
 Pfeil-Notation 162, 167
 Potenzmengenaxiom 25
 prädict 307

Primideal 352, 410
 Prinzip der abhängigen Auswahl 176
 Produkt 100
 Produktaussonderungsfunktion 257
 Produktaussonderungsschema 227
 Produktformel 101, 105
 Produktordnung 338
 Produktsatz 339
 Projektionen 339
 Projektionssatz 34, 36

R

Ramsey-Kardinalzahl 167
 Rangfunktion 75, 112, 114
 Reflexionslemma 133
 Reflexionsprinzip 276
 regressive Funktion 411
 regulär 92
 Regularität von Nachfolgerkardinalzahlen 94
 Reichhaltigkeit der Wohlordnungen 62
 Rekursion 229
 Rekursionssatz 113
 Rekursionssatz für ω 42
 Rekursionssatz für On 70
 Rekursionssatz für Wohlordnungen 61
 Relation 35
 relationale Klasse 35
 relativ konsistent 209 f
 relativ konsistente Werte von 2^{ω} 334
 relative Konsistenz des Fundierungsaxioms 233
 relative Konsistenz von (AC) 249
 relative Konsistenz von (GCH) 253
 relativierte Klasse 223
 Relativierung 232
 Relativierung einer Formel 213
 Repräsentationssatz 68
 Robinson-Arithmetik 203
 Russell-endlich 54
 Russell-Zermelo-Klasse 33

S

s.a.k. 91
 saturiert 135
 Saturiertheit von $\text{part}_{<\kappa}(A, B)$ 329
 Saturiertheit von $\text{part}(A, B)$ 328
 Satz von Cantor 56, 95
 Satz von Cantor-Bernstein 52, 201
 Satz von Erdős-Alaoglu 141

Satz von Erdős-Rado 166
 Satz von Fodor 133
 Satz von König-Zermelo 100
 Satz von Kunen 299
 Satz von Łos 286
 Satz von Ramsey 163 f
 Satz von Scott 295
 Satz von Sierpiński 182
 Satz von Solovay 133
 Satz von Specker 183
 Satz von Stone 354
 Satz von Szemerédi 165
 Satz von Tarski 353, 410
 Satz von van der Waerden 165
 Scheeffers-Eigenschaft 186
 Schnitt 48, 357
 Schrittweite 165
 schwach homogen 344
 schwach kompakt 160
 schwach normal 142
 schwach unerreichbar 254
 schwache Forcing-Relation 315
 semantische Forcing-Relation 314
 separativ 336
 singular 92
 Singuläre Kardinalzahlhypothese 99
 Standardordinalzahlen 381
 starke Dominierungseigenschaft 139
 starke Induktion 40
 starker Limes 98
 stationär 132, 410
 stationär-kostationär 132
 Stern-Produkt 386
 stetig 91
 strikt aufsteigend 91
 striktes Supremum 68
 Summe 100
 Summenformel 101
 Supremum 68
 Supremum von Kardinalzahlen 90
 surjektiv 36
 Suslin-Baum 150
 Suslin-Gerade 153
 Suslin-Hypothese 152
 Suslin-Hypothese in L 268

T

tail-Filter 410
 Tarski-endlich 54
 Tarski-Fragment 201

Tarski-Vermutung 102
 Theorie von HOD 282
 transitiv 40, 108, 217
 transitive Erweiterung 108
 Transitive Obermengen 199
 transitiver Abschluss 73, 108
 transitivierte Ultrapotenz 289
 Transitivierung von Klassenmodellen
 233
 Transversalen-Hypothese 140
 Transversalen-Hypothese und Kurepa-
 Bäume 159
 triviale Ultrafilter 410

U

überabzählbar 56
 Überabzählbarkeit von \mathbb{R} 57
 U-Faktorisierung 366
 Ulam-Eigenschaft 142
 Ulam-Matrix 133
 Ultrafilter 142, 352, 410
 Ultrapotenz von V mit U 285
 Umkehrfunktion 36
 Umkehrrelation 36
 Umstrukturierung 235
 unabhängig 209
 Unabhängigkeit der Kontinuumshypo-
 these 332
 unbeschränkt 131
 unendlich 56
 Unendlichkeitsaxiom 26
 unerreichbare Stufen 238
 Universum 32
 Unmöglichkeit relativer Konsistenzbe-
 weise 237
 Unteralgebra 351
 unvollständig 48

V

$V \neq L$ 324
 $V = V^*$ 74
 Vereinigungsmengenaxiom 25
 vergleichbar 149
 Vergleichbarkeitssatz für Mächtigkeiten
 169
 Vergleichbarkeitssatz für Wohlordnungen
 60
 Verknüpfung 36
 verträglich 307
 Vitali-Menge 185

V_λ -Modelle 238
 volle Mengenalgebra 353
 vollständig 356, 410
 vollständigen angeordneten Körper 49
 von Neumann-Hierarchie 71
 V-relational 107

W

Wahrheitslemma 315, 318
 Wahrheitslemma für \Vdash^* 316
 Wahrheitswert 364 f
 weak forcing 315
 Wertebereich 36
 Wertevorrat 36
 wohlfundiert 108
 wohlfundierte Hierarchie 111
 wohlfundierte Induktion 112
 wohlfundierte Rekursion 113
 wohlfundierter Teil 111
 Wohlfundiertheit der transitiven Erweite-
 rung 110
 Wohlordenbarkeit des Universums 198
 Wohlordnung 41, 59
 Wohlordnung auf ω des Typs ω^ω 82
 Wohlordnung auf ω des Typs ε_0 83
 Wohlordnungssatz 64, 169
 Wurzel 148, 326

Z

Zahlreihe 27
 Zeichengeneration 77
 zerlegbar 93
 Zerlegung 161, 408
 Zermelo-Fraenkel-Axiomatik 27
 ZF-Kardinalität 78
 ZF-Mächtigkeit 78
 Zornsches Lemma 169
 Zweig 149