

ÜBUNGSBLATT 10B

Beispiel 1 (Homogene Differentialgleichung).

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Randwertproblems

$$\begin{aligned}x''(t) - x(t) &= \cosh(t), \\x(0) &= 1, \\x(1) &= 0.\end{aligned}$$

Beispiel 2 (Differentialgleichung mit vorgegebenen Lösungen).

Finden Sie Parameter $a, b, c \in \mathbb{R}$ derart, daß die Differentialgleichung

$$ax''(t) + bx'(t) + cx(t) = 0$$

die Lösungen $x(t) = e^{2t} \sin(t)$ und $x(t) = 5e^{2t}(\cos(t) + \sin(t))$ besitzt.

Beispiel 3 (Beschränktheit).

Bestimmen Sie, für welche Parameter $a \in \mathbb{R}$ die Lösung $x: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ der Differentialgleichung

$$x''(t) - 2ax'(t) + x(t) = 0 \text{ für alle } t \in]0, +\infty[$$

mit den Anfangswerten $x(0) = 0$ und $x'(0) = 1$ beschränkt bleibt (das heißt, eine Zahl $C > 0$ mit $|x(t)| \leq C$ für alle $t \in [0, +\infty[$ existiert).

Beispiel 4 (Differentialgleichung mit exponentieller Inhomogenität).

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x''(t) - 2x'(t) + 3x(t) = e^{2t} \cos(t).$$

Beispiel 5 (Differentialgleichung mit einer Summe als Inhomogenität).

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x''(t) + 2x'(t) + x(t) = te^{-t} + t^2.$$

Beispiel 6 (Differentialgleichung dritter Ordnung).

Bestimmen Sie die Lösung $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ der Differentialgleichung

$$x'''(t) + x''(t) - x'(t) - x(t) = 0, \quad t \in \mathbb{R},$$

mit $x(1) = 1$, $x'(1) = 0$, $x''(1) = -1$.