

Neufassung der DAfStb Hefte 220/240

Überarbeitung Heft 220 (neu: Heft 630)

Begrenzung der Verformung unter Gebrauchslast

Univ.-Prof. Dr.-Ing. **Martin Empelmann**
Technische Universität Braunschweig, iBMB, Fachgebiet Massivbau

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. **Peter Mark**
Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Massivbau

5. Jahrestagung des DAfStb | TU Kaiserslautern | Mittwoch 20.09.2017

Neufassung der DAfStb Hefte 220/240
Begrenzung der Verformung (neu: Heft 630)

Vortragsgliederung

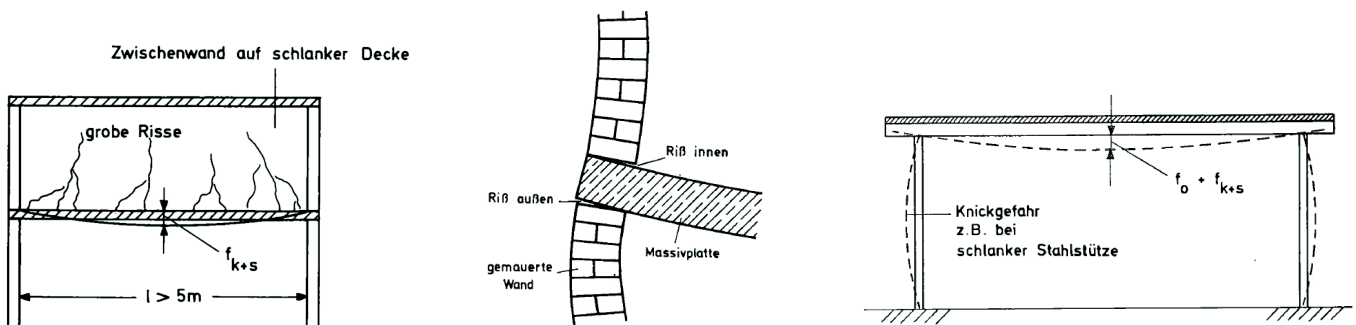
- **Allgemeines zur Verformungsbegrenzung**
 - Definition und Grenzwerte der Verformungen
 - Berechnungs- und Nachweisverfahren
- **Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung**
 - Nachweis nach *DIN EN 1992-1-1*
 - Berechnungsverfahren aus der Literatur
- **Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung**
 - Nachweis nach *DIN EN 1992-1-1*
 - Berechnungsverfahren aus der Literatur
- **Besondere Aspekte bei der Berechnung der Verformung**
- **Zusammenfassung**



Foto: iBMB, FG Massivbau

Notwendigkeit der Verformungsbegrenzung

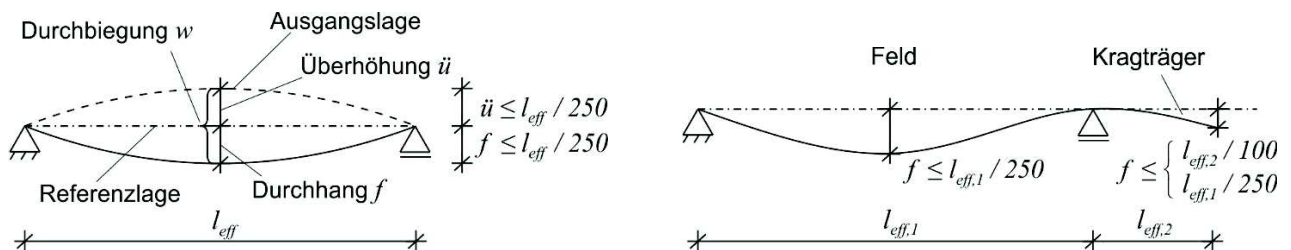
- Sicherstellung der geplanten Nutzung und Vermeidung von Schäden an Bauteilen
 - Vermeidung von Schäden an Unter- und Oberkonstruktionen durch zu starke Deckendurchbiegungen
 - Vermeidung großer Endverdrehwinkel
 - Gewährleistung einer ordnungsgemäßen Entwässerung
 - Vermeidung von Stabilitätsproblemen



Quelle: Leonhardt (1978) – Vorlesungen über Massivbau

Allgemeines zur Verformungsbegrenzung

- Definition und Grenzwerte der Verformungen nach **DIN EN 1992-1-1**

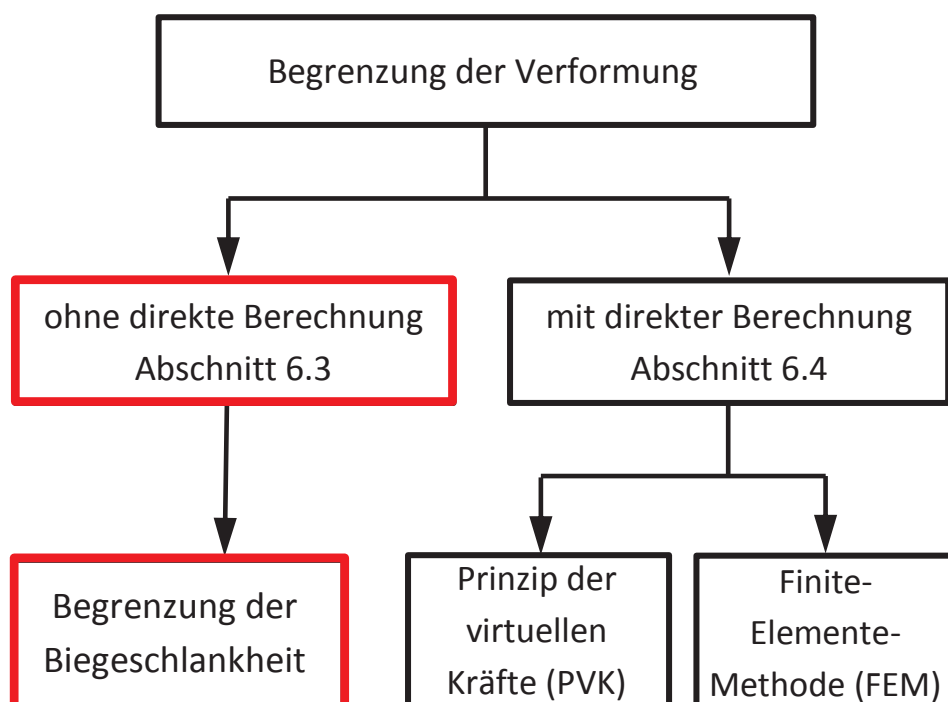


- Quasi-ständige Einwirkungskombination
- Sicherstellung der Gebrauchstauglichkeit und des optischen Erscheinungsbildes
 - ✓ $f \leq l_{eff}/250$ bei Kragträgern: $l_{eff} = 2,5 \cdot l_K$
- Vermeidung von Schäden an angrenzenden Bauteilen (erhöhte Anforderung)
 - ✓ $w \leq l_{eff}/500$ bei Kragträgern: $l_{eff} = 2,5 \cdot l_K$

Allgemeines zur Verformungsbegrenzung

- Einflussfaktoren auf die Größe und zeitliche Entwicklung der Durchbiegung
 - Materialeigenschaften
 - ✓ Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit des Betons
 - ✓ Kriechen und Schwinden
 - System
 - ✓ Querschnittsabmessungen bzw. tatsächlich vorhandene geometrische Größen
 - ✓ Lastabtrag (ein-/zweiachsig) und effektive Stützweite
 - Einwirkungen
 - ✓ Planmäßige Abweichungen von den Rechengrößen der Lastnormen
 - ✓ Unplanmäßige bzw. nicht erfasste Last- und Zwangbeanspruchung
 - Bauart (Verbundwerkstoff)
 - ✓ Rissbildung nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit
 - ✓ Veränderung der Materialparameter durch Kurzzeit-/Langzeit-/Wechselbeanspruchung

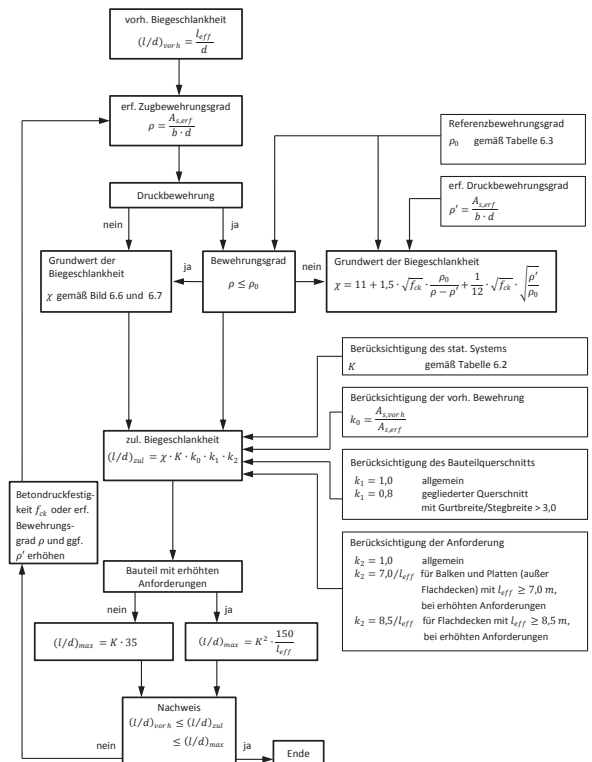
Berechnungs- und Nachweisverfahren



Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

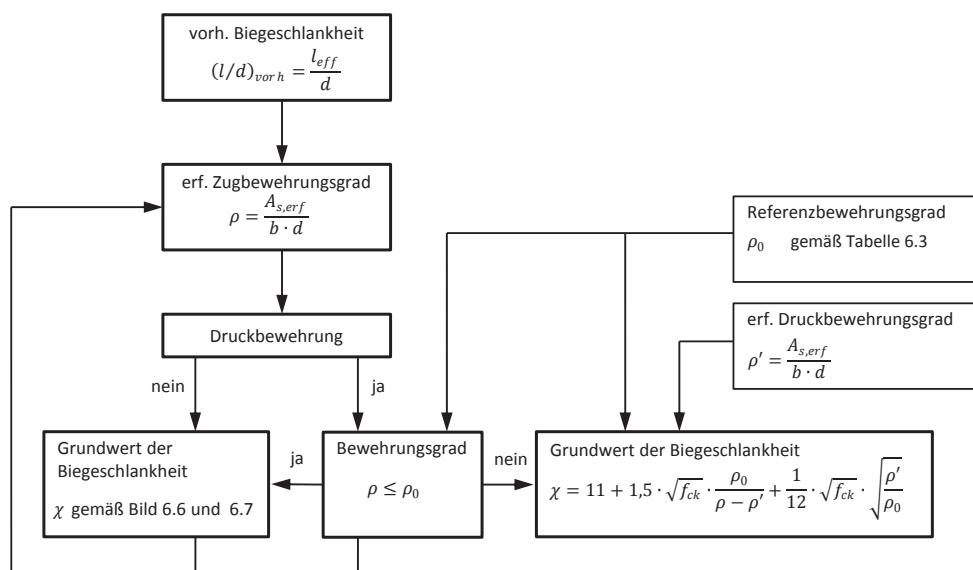
Nachweis nach **DIN EN 1992-1-1**

- Nachweis der Begrenzung der Biegeschlankheit l/d
- Anwendungsbereich
 - ✓ Stahlbetonbalken und -platten des üblichen Hochbaus
 - ✓ Gleichlasten (nicht anzuwenden bei konzentrierten Lastenleitungen aus Wänden oder Stützen)
 - ✓ statische Beanspruchungen
- Flussdiagramm mit Vorgehensweise und Berechnungsschritte



Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

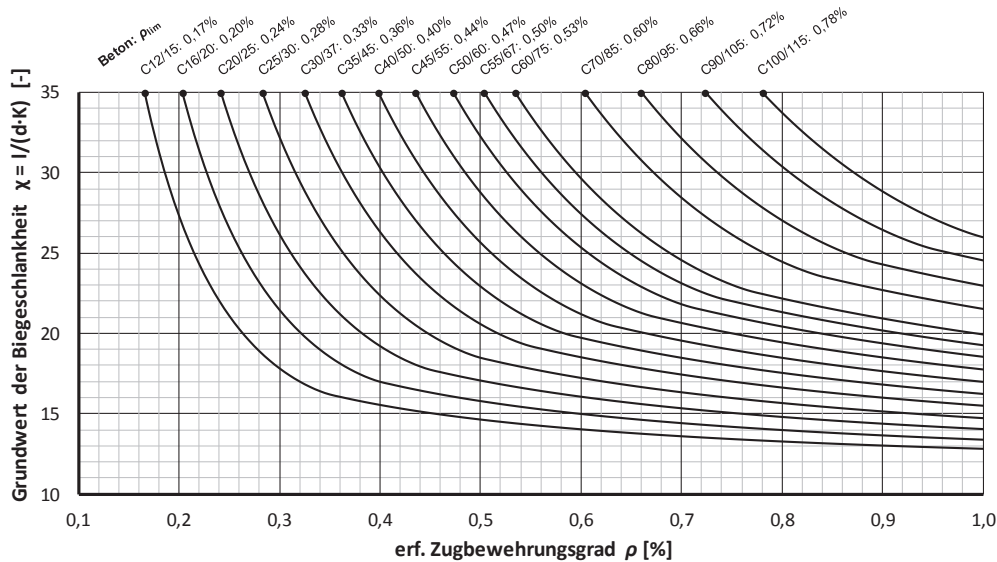
Nachweis nach **DIN EN 1992-1-1**



f_{ck} [N/mm ²]	ρ_0 [%]
12	0,35
16	0,40
20	0,45
25	0,50
30	0,55
35	0,59
40	0,63
45	0,67
50	0,71
55	0,74
60	0,77
70	0,84
80	0,89
90	0,95
100	1,00

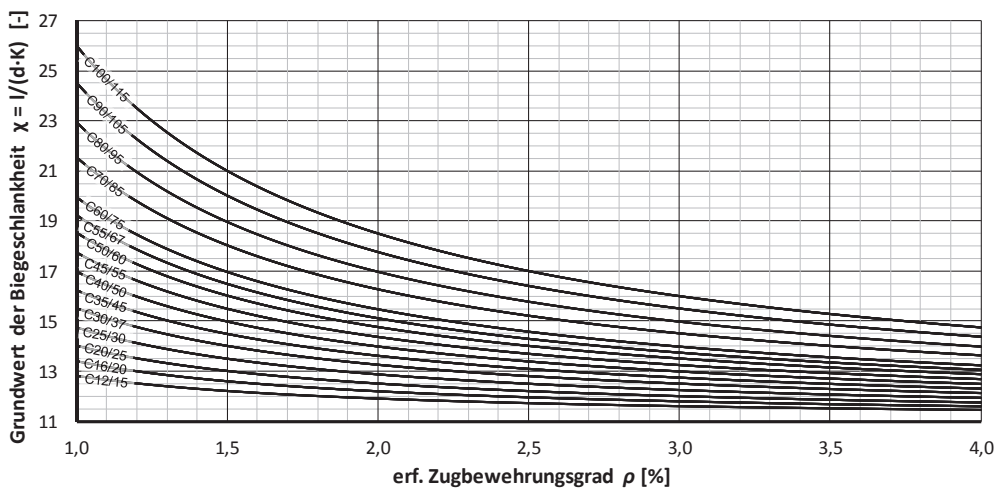
Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

- Nachweis nach **DIN EN 1992-1-1**
 - Grundwert der Biegeschlankheit $\chi = l_{eff}/(d \cdot K)$
 - ✓ für Bauteile ohne Druckbewehrung für $\rho \leq 1,0$



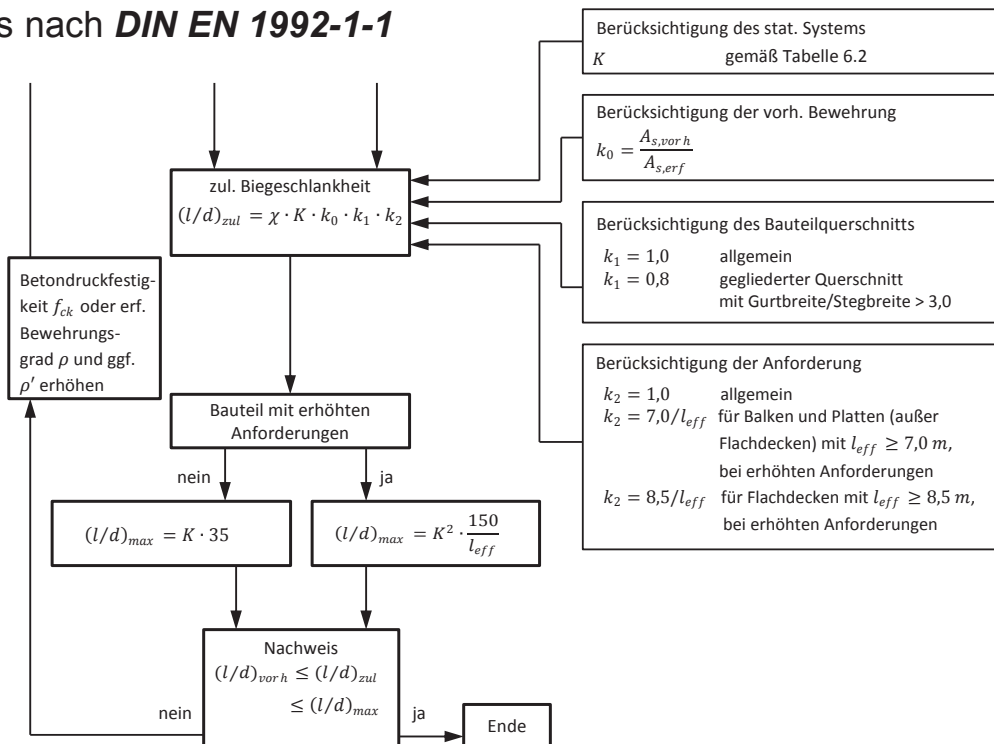
Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

- Nachweis nach **DIN EN 1992-1-1**
 - Grundwert der Biegeschlankheit $\chi = l_{eff}/(d \cdot K)$
 - ✓ für Bauteile ohne Druckbewehrung für $1,0 \leq \rho \leq 4,0$



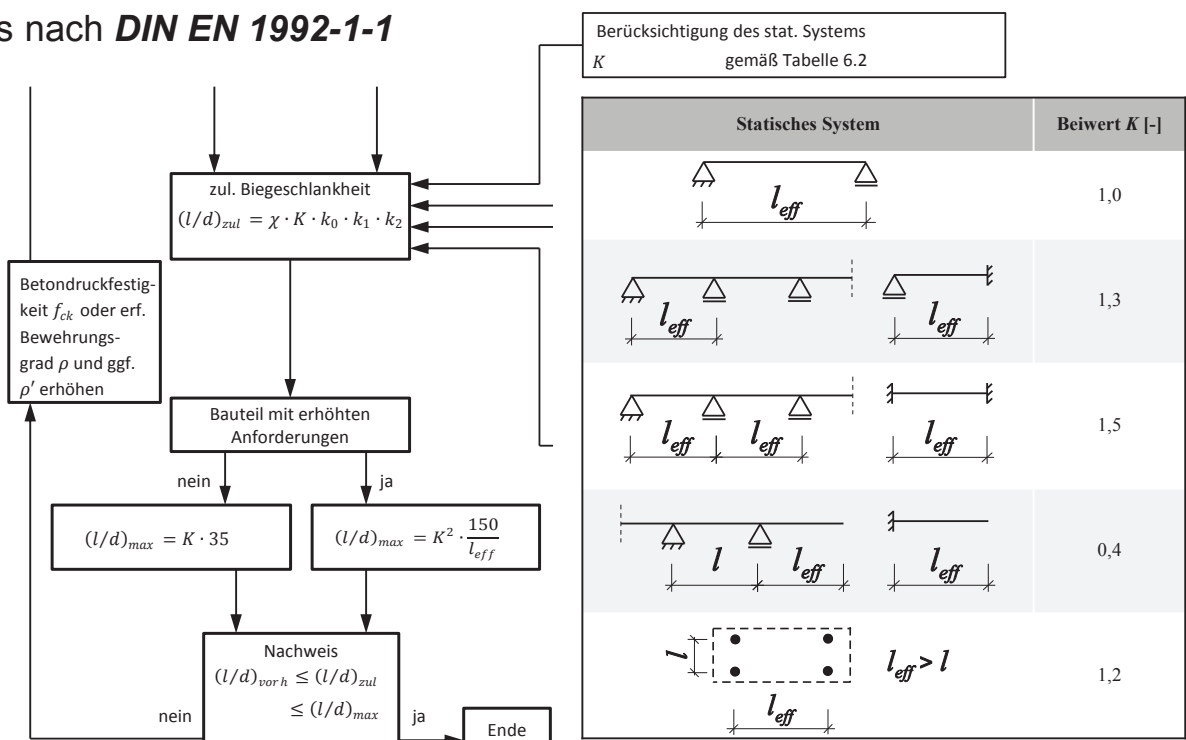
Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

Nachweis nach **DIN EN 1992-1-1**



Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

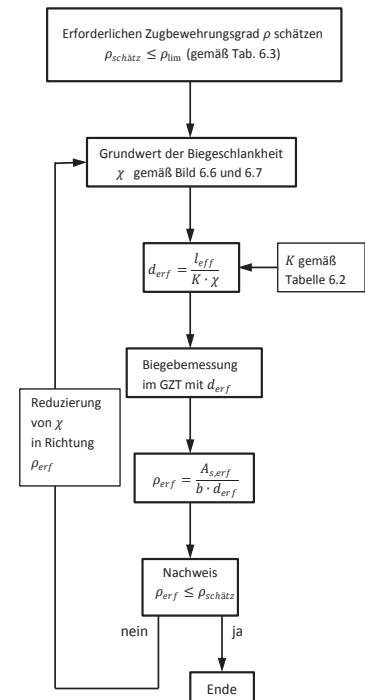
Nachweis nach **DIN EN 1992-1-1**



Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

Vorbemessung nach **DIN EN 1992-1-1**

- Allgemein $d \geq \frac{l_{eff}}{K \cdot 35}$
- Erhöhte Anforderung $d \geq \frac{l_{eff}^2}{K^2 \cdot 150}$
- Genauere Vorbemessung mit Flussdiagramm



Begrenzung der Verformung ohne direkte Berechnung

Verfahren nach **Zilch/Donaubauer**

- einachsig gespannte Stahlbetonplatten
- zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten

$$(l/d)_{zul} = \chi_0 \cdot \left(\frac{l_0}{l_i}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{f_{ck0}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Verfahren nach **Krüger/Mertzsch**

- Stahlbetonbalken
- einachsig gespannte Stahlbetonplatten
- zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten

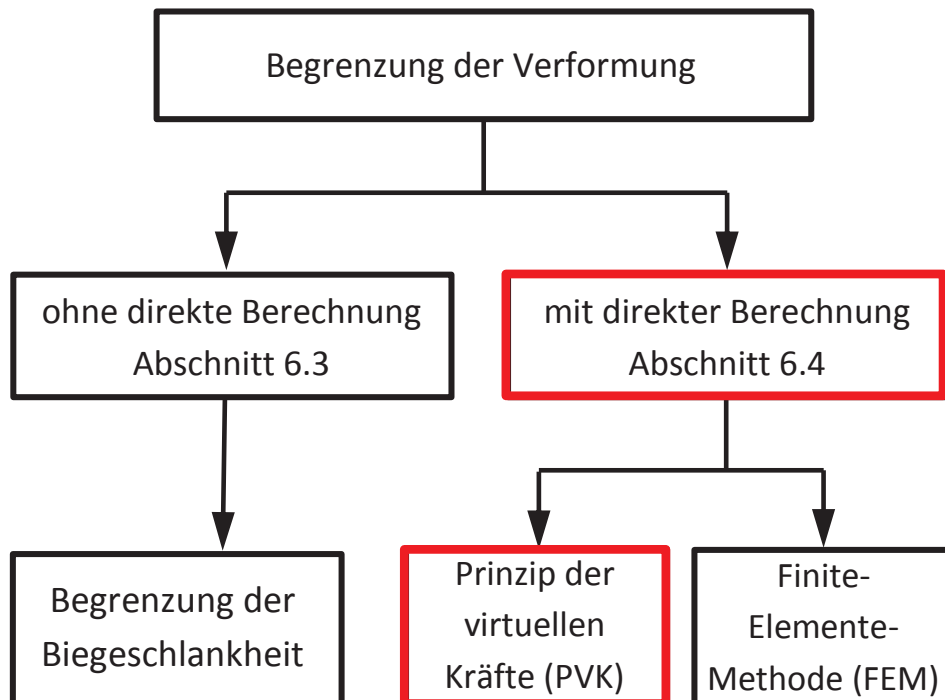
$$(l/d)_{zul} = \frac{\chi_{lim}}{\left(\frac{f_{ck0}}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \eta_i}$$

Verfahren nach **Jeromin**

- einachsig gespannte Stahlbetonplatten mit starrer und elastischer Lagerung
- zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten mit starrer und elastischer Lagerung sowie Punktstützung

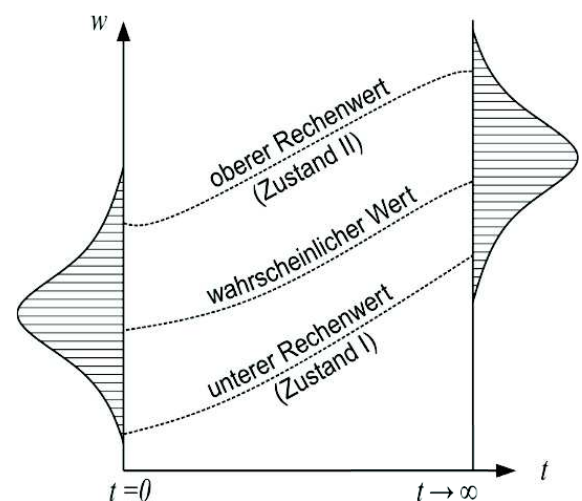
$$(l/d)_{zul} = \frac{1}{a \cdot l_{eff} + b + \frac{c}{l_{eff}}}$$

Berechnungs- und Nachweisverfahren



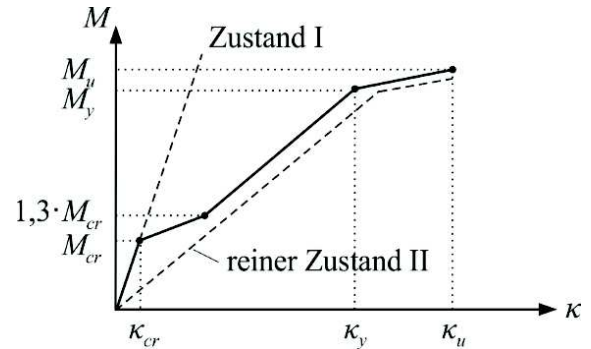
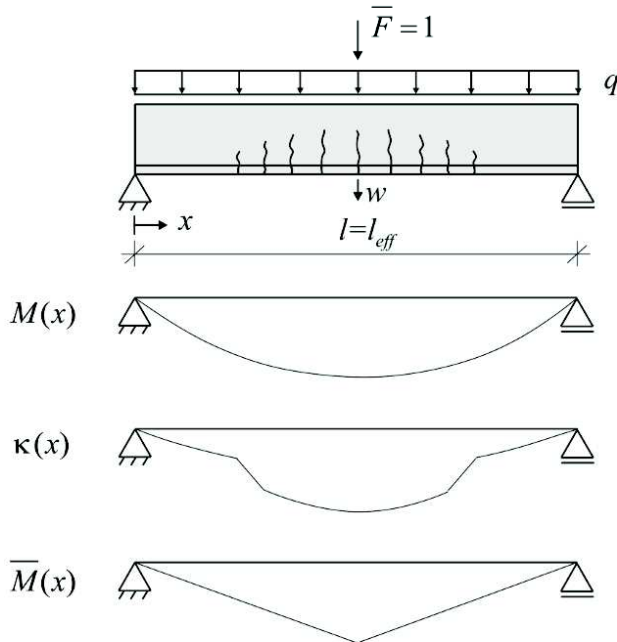
Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung

- Direkte Berechnungen der Durchbiegung sollten
 - nicht als genaue Vorhersage der zu erwartenden Durchbiegung angesehen werden
 - das tatsächliche Bauwerksverhalten mit einer Genauigkeit wiedergeben, die dem Berechnungszweck entspricht
 - auf einer Grenzwertbetrachtung der Verformung basieren, um die sich in der Realität einstellende Durchbiegung möglichst genau einzugrenzen
 - ✓ oberer/unterer Rechenwert der Durchbiegung
 - ✓ wahrscheinlicher Wert der Durchbiegung



Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung

- Prinzip der virtuellen Kräfte (PVK)



$$w = \int_0^l \kappa(x) \cdot \bar{M}(x) dx$$

$$= \int_0^l \frac{M(x)}{EI(x)} \cdot \bar{M}(x) dx$$

Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung

- Vereinfachte Berechnung der Verformung nach **DIN EN 1992-1-1**

- Verteilungsbeiwert

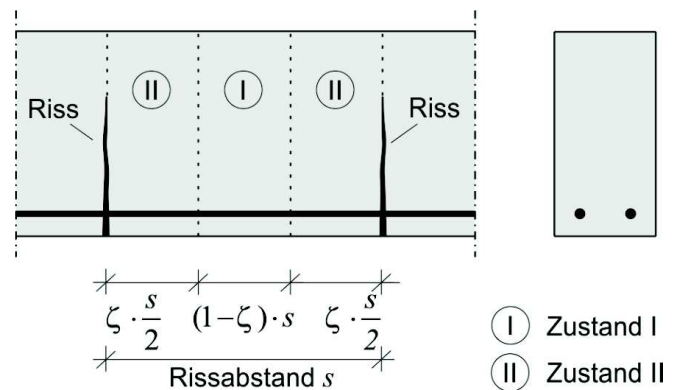
$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I$$

- Berücksichtigung von Kriechen

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{[1 + \varphi(\infty, t_0)]}$$

- Berücksichtigung von Schwinden

$$\kappa_{cs} = \frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S}{I}$$



Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung

- Vereinfachte Berechnung der Verformung unter Ansatz einer **konstanten** Biegesteifigkeit nach **Litzner**

- (mittlere) Durchbiegung

$$w_m = k \cdot l_{eff}^2 \cdot \kappa_m$$

- mittlere Krümmung

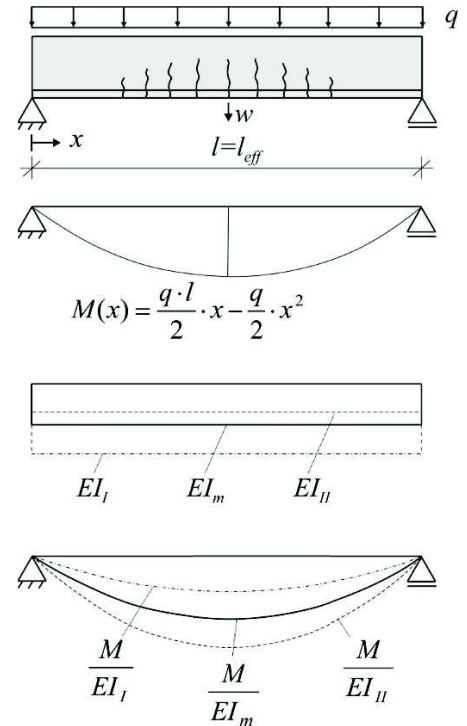
$$\kappa_m = \zeta \cdot \kappa_{II} + (1 - \zeta) \cdot \kappa_I$$

- Krümmung im Zustand I bzw. II

$$\kappa_{I/II} = \frac{M}{E_{c,eff} \cdot I_{I/II}}$$

- Krümmung infolge Schwinden

$$\kappa_{I/II} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_{I/II}}{I_{I/II}}$$



Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung

- Vereinfachte Berechnung der Verformung unter Ansatz einer **konstanten** Biegesteifigkeit nach **Litzner**

- (mittlere) Durchbiegung

$$w_m = k \cdot l_{eff}^2 \cdot \kappa_m$$

- mittlere Krümmung

$$\kappa_m = \zeta \cdot \kappa_{II} + (1 - \zeta) \cdot \kappa_I$$

- Krümmung im Zustand I bzw. II

$$\kappa_{I/II} = \frac{M}{E_{c,eff} \cdot I_{I/II}}$$

- Krümmung infolge Schwinden

$$\kappa_{I/II} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_{I/II}}{I_{I/II}}$$

	Beiwert k [-]
	$\frac{5}{48}$
	$\frac{5}{128}$
	$\frac{1}{80} \cdot \frac{(5 - 4 \cdot \alpha^2)^2}{3 - 4 \cdot \alpha^2}$
	$\frac{1}{12}$

Auszug für Einfeldträger

Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung

- Vereinfachte Berechnung der Verformung unter Ansatz einer **bereichsweise konstanten** Biegesteifigkeit nach **Zilch/Reitmayer**

- Durchbiegung

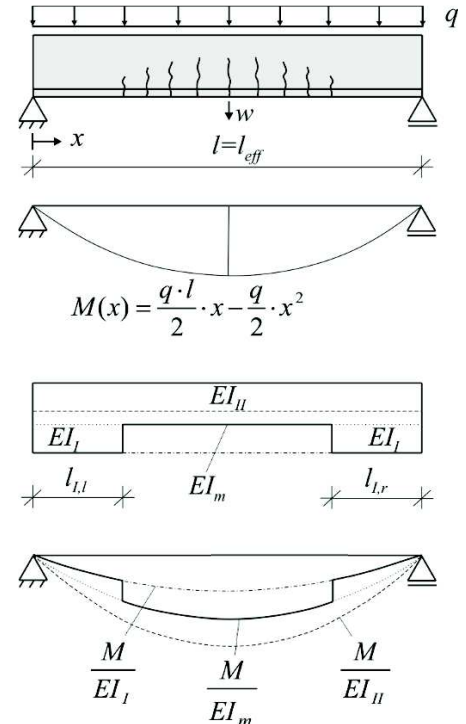
$$w = w_m - \Delta w$$

- (mittlere) Durchbiegung

$$w_m = k \cdot l_{eff}^2 \cdot \kappa_m$$

- Zunahme der Durchbiegung

$$\Delta w = (k_l + k_r) \cdot l_{eff}^2 \cdot (\kappa_m - \kappa_l)$$



Begrenzung der Verformung mit direkter Berechnung

- Vereinfachte Berechnung der Verformung unter Ansatz einer **bereichsweise konstanten** Biegesteifigkeit nach **Zilch/Reitmayer**

- Durchbiegung

$$w = w_m - \Delta w$$

- (mittlere) Durchbiegung

$$w_m = k \cdot l_{eff}^2 \cdot \kappa_m$$

- Zunahme der Durchbiegung

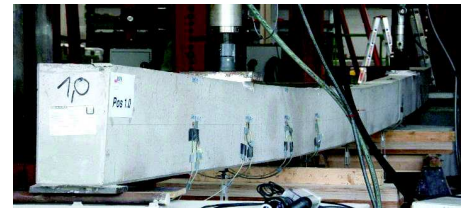
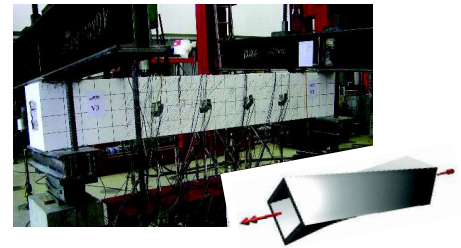
$$\Delta w = (k_l + k_r) \cdot l_{eff}^2 \cdot (\kappa_m - \kappa_l)$$

	Beiwert k [-]	Beiwert k_l [-] mit: $\xi_l = l_{l1}/l \leq 0,5$	Beiwert k_r [-] mit: $\xi_r = l_{lr}/l \leq 0,5$
	$\frac{5}{48}$	$\xi_l^3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{\xi_l}{2}\right)$	$\xi_r^3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{\xi_r}{2}\right)$
	$\frac{5}{128}$	$\xi_l^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{3 \cdot \xi_l}{8} + \frac{\xi_l^2}{10}\right)$	$\xi_r^3 \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{\xi_r^2}{10}\right)$
	$\frac{1}{12}$	$\frac{\xi_l^3}{3}$	$\frac{\xi_r^3}{3}$
	$\alpha \leq 0,5:$ $\frac{3 - 4 \cdot \alpha^2}{48 \cdot \beta}$ $\alpha \geq 0,5:$ $\frac{3 - 4 \cdot \beta^2}{48 \cdot \alpha}$	$\xi_l \leq \alpha:$ $\frac{\xi_l^3}{6 \cdot \alpha}$ $\xi_l \geq \alpha:$ $\frac{3 \cdot \xi_l^2 - 2 \cdot \xi_l^3 - \alpha^2}{12 \cdot \beta}$	$\xi_r \leq \beta:$ $\frac{\xi_r^3}{6 \cdot \beta}$ $\xi_r \geq \beta:$ $\frac{3 \cdot \xi_r^2 - 2 \cdot \xi_r^3 - \beta^2}{12 \cdot \alpha}$
	$\frac{1}{8}$	$\frac{\xi_l^2}{4}$	$\frac{\xi_r^2}{4}$

Auszug für Einfeldträger

Besondere Aspekte bei der Berechnung der Verformung

- Verformungen infolge Querkraft oder Torsion
- Verformungen infolge Zwang (Temperatur, Setzungen etc.)
- Bauteile mit veränderlichem Querschnitt oder nachträglicher Ergänzung
- Bauteile mit Vorspannung
- Bauteile aus Leichtbeton oder Stahlfaserbeton



Fotos: iBMB, FG Massivbau

Zusammenfassung

- **Begrenzung der Verformung** zur Sicherstellung der geplanten **Nutzung** und des optischen **Erscheinungsbildes** sowie zur Vermeidung von **Schäden**
- Verformung von Stahlbetonbauteilen ist von **vielen Einflussfaktoren** abhängig, u.a. Materialeigenschaften, System, Einwirkungen und Bauart
- Mögliche **Nachweis- und Berechnungsverfahren**
 - Begrenzung der Verformung **ohne direkte Berechnung**
 - Begrenzung der Verformung **mit direkter Berechnung**
- **Besondere Aspekte**, z. B. Verformungen infolge Querkraft oder Verformungen von Spannbetonbauteilen sind zu berücksichtigen

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Mitwirkende

- Technische Universität Braunschweig, iBMB, Fachgebiet Massivbau
 - Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann
 - Dr.-Ing. Vincent Oettel
 - Jörn Remitz, M.Sc.

- Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Massivbau
 - Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark
 - Dr.-Ing. Mark Alexander Ahrens
 - Dipl.-Ing. Reinhard Post