Ludwig Maximilians Universität München
Institut für Informatik
Lehr- und Forschungseinheit für Datenbanksysteme

Skript zur Vorlesung

Knowledge Discovery in Databases

im Wintersemester 2006/2007

Kapitel 5: Clustering

http://www.dbs.ifi.lmu.de/Lehre/KDD

5 Clustering

Inhalt dieses Kapitels

Ziel des Clustering

- Identifikation einer endlichen Menge von Kategorien, Klassen oder Gruppen (*Cluster*) in den Daten
- Objekte im *gleichen* Cluster sollen möglichst ähnlich sein
- Objekte aus *verschiedenen* Clustern sollen möglichst unähnlich zueinander sein

Cluster unterschiedlicher Größe, Form und Dichte

hierarchische Cluster

=> unterschiedliche Clustering-Algorithmen

Typische Anwendungen

- Kundensegmentierung

  Clustering der Kundentransaktionen
- Bestimmung von Benutzergruppen auf dem Web

  Clustering der Web-Logs
- Strukturierung von großen Mengen von Textdokumenten

  Hierarchisches Clustering der Textdokumente
- Erstellung von thematischen Karten aus Satellitenbildern

  Clustering der aus den Rasterbildern gewonnenen Featurevektoren

5.1 Einleitung

Typen von Clustering Verfahren

Partitionierende Verfahren

- Parameter: Anzahl *k* der Cluster, Distanzfunktion
- sucht ein „flaches“ Clustering in *k* Cluster mit minimalen Kosten

Hierarchische Verfahren

- Parameter: Distanzfunktion für Punkte und für Cluster
- bestimmt Hierarchie von Clustern, mischt jeweils die ähnlichsten Cluster

Dichtebasierte Verfahren

- Parameter: minimale Dichte in einem Cluster, Distanzfunktion
- erweitert Punkte um ihre Nachbarn solange Dichte groß genug

Andere Clustering-Verfahren

- Fuzzy Clustering, Graph-theoretische Verfahren, neuronale Netze

5.2 Partitionierende Verfahren

Grundlagen

Ziel

Partitionierung in *k* Cluster so dass eine Kostenfunktion minimiert wird (Gütekriterium)

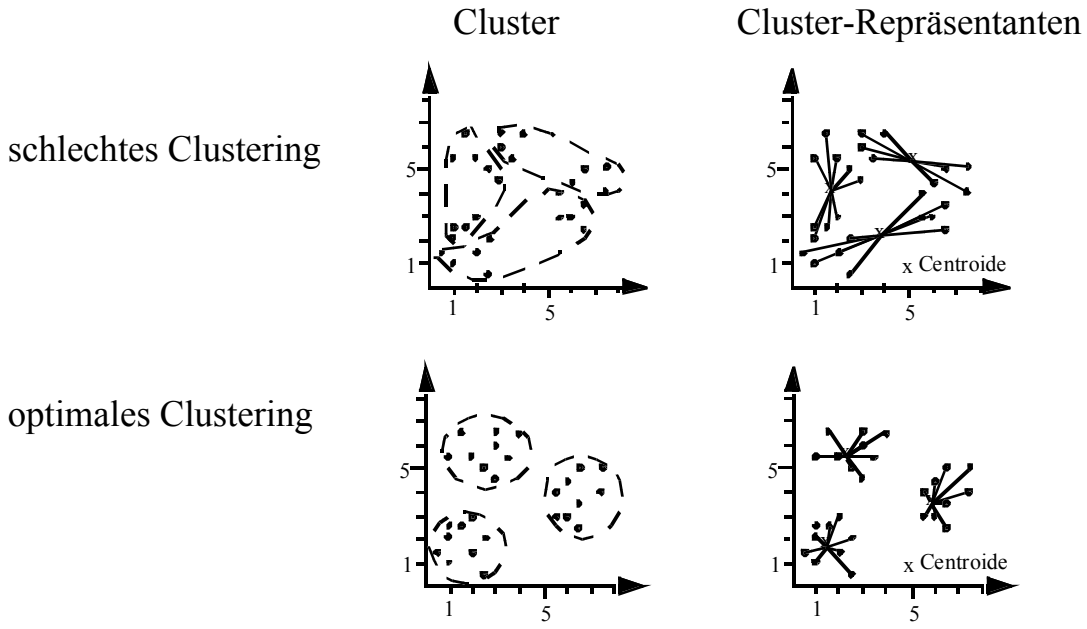
Lokal optimierendes Verfahren

- wähle *k* initiale Cluster-Repräsentanten
- optimiere diese Repräsentanten iterativ
- ordne jedes Objekt seinem ähnlichsten Repräsentanten zu

Typen von Cluster-Repräsentanten

- Mittelwert des Clusters (*Konstruktion zentraler Punkte*)
- Element des Clusters (*Auswahl repräsentativer Punkte*)
- Wahrscheinlichkeitsverteilung des Clusters (*Erwartungsmaximierung*)

Konstruktion zentraler Punkte (Beispiel)



Konstruktion zentraler Punkte (Grundbegriffe) [Forgy 1965]

- Objekte sind Punkte $x = (x_1, ..., x_d)$ in einem euklidischen Vektorraum
- *dist* = euklidische Distanz (L_2-Norm)
- *Centroid* μ_C: Mittelwert aller Punkte im Cluster C
- *Maß für die Kosten* (Kompaktheit) *eines Clusters C*

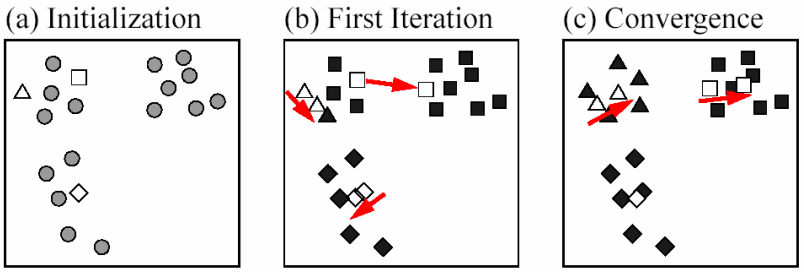
$$TD^2(C) = \sum_{p \in C} dist(p, \mu_C)^2$$

- *Maß für die Kosten* (Kompaktheit) *eines Clustering*

$$TD^2 = \sum_{i=1}^{k} TD^2(C_i)$$

Idee des Algorithmus

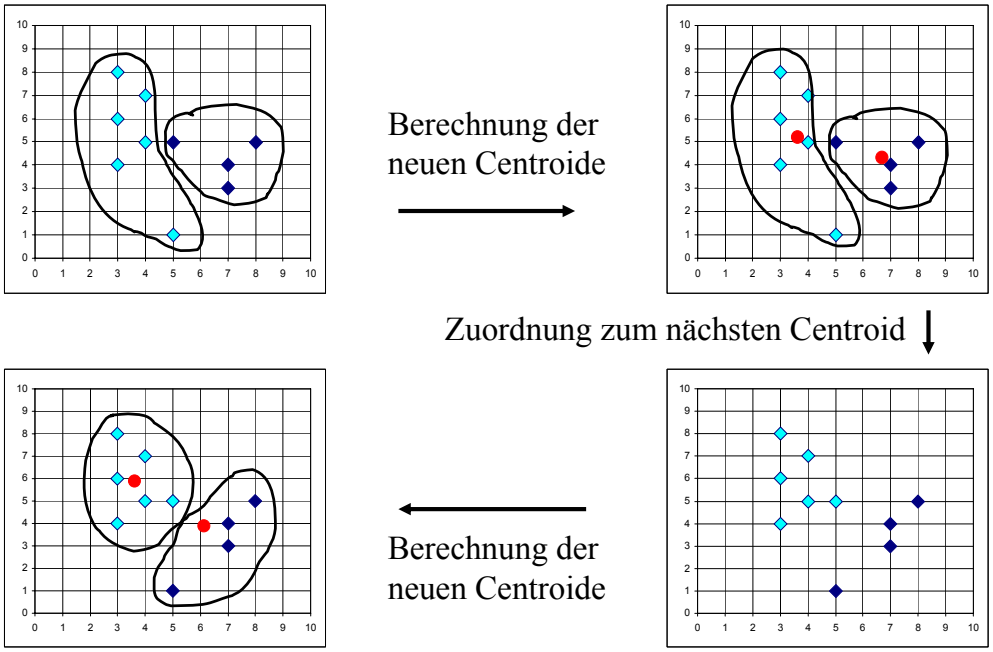
- Algorithmus startet z.B. mit zufällig gewählten Punkten als Cluster-Repräsentanten
- Der Algorithmus besteht aus zwei alternierenden Schritten:
  - Zuordnung jedes Datenpunktes zum räumlich nächsten Repräsentanten
  - Neuberechnung der Repräsentanten (Centroid der zugeordneten Punkte)
- Diese Schritte werden so lange wiederholt, bis sich keine Änderung mehr ergibt



Algorithmus

```
ClusteringDurchVarianzMinimierung(Punktmenge D, Integer k)
  Erzeuge eine „initiale" Zerlegung der Punktmenge D in k
    Klassen;
  Berechne die Menge C'={C1, ..., Ck} der Centroide für die
    k Klassen;
  C = {};
  repeat
     C = C';
     Bilde k Klassen durch Zuordnung jedes Punktes zum
       nächstliegenden Centroid aus C;
     Berechne die Menge C'={C'1, ..., C'k} der Centroide für
       die neu bestimmten Klassen;
  until C = C';
  return C;
```

Beispiel



Varianten des Basis-Algorithmus

k-means [MacQueen 67]

- Idee: die betroffenen Centroide werden direkt aktualisiert, wenn ein Punkt seine Clusterzugehörigkeit ändert
- *K*-means hat im wesentlichen die Eigenschaften des Basis-Algorithmus
- *K*-means ist aber reihenfolgeabhängig

ISODATA

- basiert auf *k*-means
- Verbesserung des Ergebnisses durch Operationen wie
  - Elimination sehr kleiner Cluster
  - Verschmelzung und Aufspalten von Clustern
- Benutzer muss viele zusätzliche Parameter angeben

Diskussion

+ Effizienz
  Aufwand: O($k \cdot n$) für eine Iteration (k kann für kleine Anzahl von Clustern vernachlässigt werden),
  Anzahl der Iterationen ist im allgemeinen klein (~ 5 - 10).
+ einfache Implementierung

➡ *K*-means ist das populärste partitionierende Clustering-Verfahren

– Anfälligkeit gegenüber Rauschen und Ausreißern
  alle Objekte gehen ein in die Berechnung des Zentroids
– Cluster müssen konvexe Form haben
– die Anzahl k der Cluster ist oft schwer zu bestimmen
– starke Abhängigkeit von der initialen Zerlegung
  sowohl Ergebnis als auch Laufzeit

Auswahl repräsentativer Punkte [Kaufman & Rousseeuw 1990]

- setze nur Distanzfunktion (*dist*) für Paare von Objekten voraus
- *Medoid*: ein zentrales Element des Clusters (repräsentativer Punkt)
- *Maß für die Kosten* (Kompaktheit) *eines Clusters C*

$$TD(C) = \sum_{p \in C} dist(p, m_C)$$

- *Maß für die Kosten* (Kompaktheit) *eines Clustering*

$$TD = \sum_{i=1}^{k} TD(C_i)$$

die Laufzeitkomplexität der erschöpfenden Suche ist $O(n^k)$

Überblick über k-medoid Algorithmen

PAM [Kaufman & Rousseeuw 1990]

- Greedy-Algorithmus:
  in jedem Schritt wird nur ein Medoid mit einem Nicht-Medoid vertauscht
- vertauscht in jedem Schritt das Paar (Medoid, Nicht-Medoid), das die größte Reduktion der Kosten TD bewirkt

CLARANS [Ng & Han 1994]

zwei zusätzliche Parameter: *maxneighbor* und *numlocal*

- höchstens *maxneighbor* viele von zufällig ausgewählten Paaren (Medoid, Nicht-Medoid) werden betrachtet
- die erste Ersetzung, die überhaupt eine Reduzierung des *TD*-Wertes bewirkt, wird auch durchgeführt
- die Suche nach *k* „optimalen“ Medoiden wird *numlocal* mal wiederholt

Algorithmus PAM

```
PAM(Punktmenge D, Integer k)
  Initialisiere die k Medoide;
  TD_Änderung := −∞;
  while TD_Änderung < 0 do
     Berechne für jedes Paar (Medoid M, Nicht-Medoid N)
      den Wert TD_{N↔M};
     Wähle das Paar (M, N), für das der Wert
      TD_Änderung := TD_{N↔M} − TD minimal ist;
     if TD_Änderung < 0 then
          ersetze den Medoid M durch den Nicht-Medoid N;
          Speichere die aktuellen Medoide als die bisher
           beste Partitionierung;
  return Medoide;
```

Algorithmus CLARANS

```
CLARANS(Punktmenge D, Integer k,
        Integer numlocal, Integer maxneighbor)
  for r from 1 to numlocal do
    wähle zufällig k Objekte als Medoide; i := 0;
    while i < maxneighbor do
         Wähle zufällig (Medoid M, Nicht-Medoid N);
         Berechne TD_Änderung := TD_{N↔M} – TD;
         if TD_Änderung < 0 then
           ersetze M durch N;
           TD := TD_{N↔M}; i := 0;
         else i:= i + 1;
    if TD < TD_best then
         TD_best := TD; Speichere aktuelle Medoide;
  return Medoide;
```

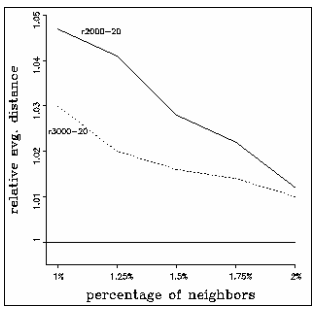

Vergleich von PAM und CLARANS

Laufzeitkomplexitäten

- PAM: $O(n^3 + k(n-k)^2 * \#Iterationen)$
- CLARANS $O(numlocal * maxneighbor * \#\text{Ersetzungen} * n)$
  praktisch $O(n^2)$

Experimentelle Untersuchung

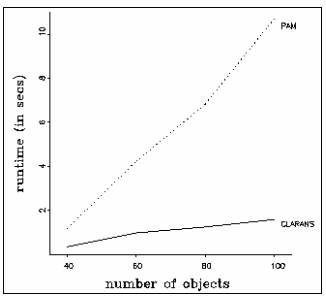
Qualität



TD(CLARANS)

TD(PAM)

Laufzeit



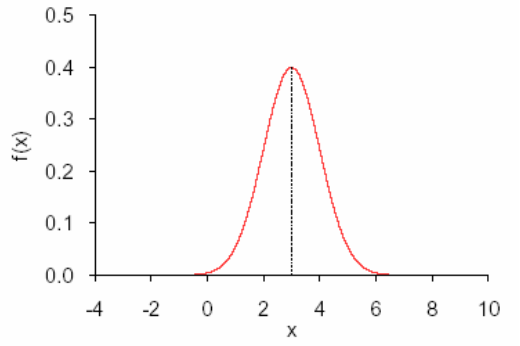
Erwartungsmaximierung (EM) [Dempster, Laird & Rubin 1977]

- Objekte sind Punkte x = (x_1, ..., x_d) in einem euklidischen Vektorraum
- ein Cluster wird durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben
- typisch: Modell für einen Cluster ist eine multivariate Normalverteilung
- Repräsentation eines Clusters C
  - Mittelwert μ_C aller Punkte des Clusters (Centroid)
  - d x d Kovarianzmatrix Σ_C für die Punkte im Cluster C
- Wahrscheinlichkeitsdichte eines Clusters C

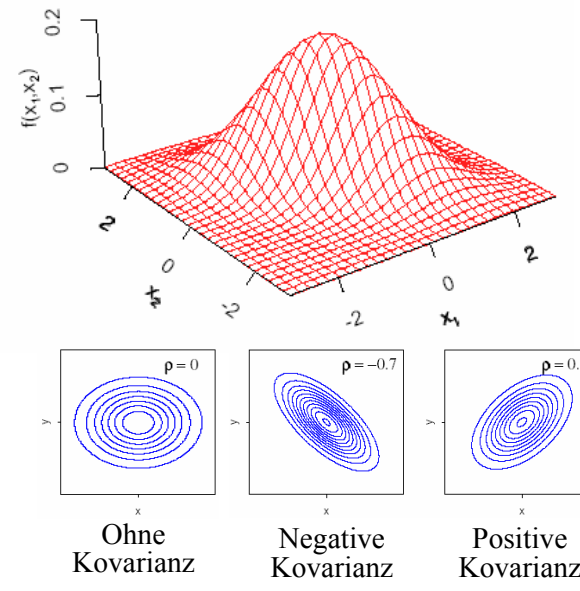
$$P(x \mid C) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d \mid \Sigma_C \mid}} e^{-\frac{1}{2}\cdot(x-\mu_C)^T\cdot(\Sigma_C)^{-1}\cdot(x-\mu_C)}$$

Multivariate Normalverteilung

Univariate Normalverteilung



Bivariate Normalverteilung



Ohne Kovarianz | Negative Kovarianz | Positive Kovarianz

Idee des EM-Algorithmus:

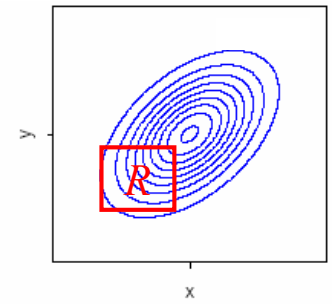
- Jeder Punkt gehört zu mehreren (eigentlich *allen*) Clustern, jeweils mit unterschiedlicher Wahrscheinlichkeit, abh. v. $P(x|C)$
- Algorithmus besteht wieder aus zwei alternierenden Schritten:
  - Zuordnung von Punkten zu Clustern (hier nicht absolut sondern relativ/nach Wahrscheinlichkeit)
  - Neuberechnung der Cluster-Repräsentanten (Gauß-Kurven)

Alles muss auf eine stochastische Grundlage gestellt werden:

- Bei Berechnung der Clusterzentren (μ_C) muss berücksichtigt werden, dass Punkte Clustern nicht absolut sondern nur relativ zugeordnet sind
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit der Clusterzugehörigkeit?

Jeder Cluster C_i wird durch eine Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion (Normalverteilung) modelliert:

$$P(x \mid C_i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d \mid \Sigma_{C_i} \mid}} e^{-\frac{1}{2}\cdot(x-\mu_{C_i})^T \cdot (\Sigma_{C_i})^{-1} \cdot (x-\mu_{C_i})}$$



Dichtefunktion:

- Integral über den Gesamtraum ergibt 1
- Integral über Region *R* ergibt Wahrscheinlichkeit, dass in der Region ein beliebiger Punkt des Clusters liegt, bzw. den relativen Anteil (z.B. 30%) der Punkte des Clusters, die in *R* liegen

$$P(x|C_i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d |\Sigma C_i|}} e^{-\frac{1}{2}\cdot(x-\mu_{C_i})^T\cdot(\Sigma_{C_i})^{-1}\cdot(x-\mu_{C_i})}$$

Bedingte Wahrscheinlichkeit:

- Dies würde unter der Voraussetzung gelten, dass der Punkt x ausschließlich dem Cluster C_i zugeordnet wäre (was nicht stimmt)
- Deshalb Notation als *bedingte* Wahrscheinlichkeit

Bei k Gaussverteilungen (durch k Cluster) ergibt sich folgende Gesamt-Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$P(x) = \sum_{i=1}^{k} W_i \cdot P(x|C_i)$$

wobei W_i der relative Anteil der Datenpunkte ist, der zum Cluster C_i gehört (z.B. 5%), was man auch als Gesamt-Wahrscheinlichkeit des Clusters $P(C_i)$ interpretieren kann.

Mit dem *Satz von Bayes* kann man die Wahrscheinlichkeit bestimmen, dass ein gegebener Punkt x zum Cluster C_i gehört, geschrieben als bedingte Wahrscheinlichkeit $P(C_i|x)$

$$P(C_i|x) = W_i \cdot \frac{P(x|C_i)}{P(x)}$$

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

- Seien $A, B \subseteq \Omega$. Die *bedingte Wahrscheinlichkeit* von A unter B, $P(A|B)$, ist definiert als

$$P(A|B) = \begin{cases} 0 \ \textit{falls} \ P(B) = 0 \\ \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \ \textit{sonst} \end{cases}$$

- A und B heißen *unabhängig*, wenn gilt $P(A|B) = P(A)$ und $P(B|A) = P(B)$.

Satz von Bayes

Sei $A_1, \ldots, A_k$ eine disjunkte Zerlegung von Ω , so daß für mindestens ein i, $1 \le i \le k$, gilt: $P(A_i) > 0$ und $P(B|A_i) > 0$. Dann gilt für alle $1 \le j \le k$:

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) \cdot P(A_j)}{P(B)}$$

a-priori-Wahrscheinlichkeit: $P(A_i)$

a-posteriori-Wahrscheinlichkeit: $P(A_i|B)$

- Maß für die Güte eines Clustering M

$$E(M) = \sum_{x \in D} \log(P(x))$$

➡ $E(M)$ soll maximiert werden.

- Anteil des Clusters an der Datenmenge:

$$W_i = P(C_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} P(C_i \mid x_j)$$

- Mittelwert und Kovarianzmatrix der Gaußverteilung:

$$\mu_i = \left(\sum_{x \in D} x \cdot P(C_i|x)\right) / \left(\sum_{x \in D} P(C_i|x)\right)$$

$$\Sigma_i = \left(\sum_{x \in D} (x - \mu_i)(x - \mu_i)^{\mathrm{T}} \cdot P(C_i|x)\right) / \left(\sum_{x \in D} P(C_i|x)\right)$$

Algorithmus

```
ClusteringDurchErwartungsmaximierung
      (Punktmenge D, Integer k)
  Erzeuge ein „initiales" Modell M' = (C1', ..., Ck');
  repeat // „Neuzuordnung"
     Berechne P(x|Ci), P(x) und P(Ci|x) für jedes
      Objekt aus D und jede Gaußverteilung/jeden
      Cluster Ci;
     // „Neuberechnung des Modells"
     Berechne ein neues Modell M ={C1, ..., Ck} durch
      Neuberechnung von wi, μC und ΣC für jedes i;
     M' := M;
  until |E(M) - E(M')| < ε;
  return M;
```


Diskussion

- Aufwand:

O(n ∗ |M| * #*Iterationen*)

Anzahl der benötigten Iterationen im allgemeinen sehr hoch

- Ergebnis und Laufzeit hängen (wie beim *k-means* und *k-medoid*) stark ab
  - von der initialen Zuordnung
  - von der „richtigen" Wahl des Parameters *k*
- Modifikation für Partitionierung der Daten in *k disjunkte* Cluster:

  jedes Objekt nur demjenigen Cluster zuordnen,

  zu dem es am wahrscheinlichsten gehört.

Wahl des initialen Clusterings

Idee

- Clustering einer kleinen Stichprobe liefert im allgemeinen gute initiale Cluster
- einzelne Stichproben sind evtl. deutlich anders verteilt als die Grundgesamtheit

Methode [Fayyad, Reina & Bradley 1998]

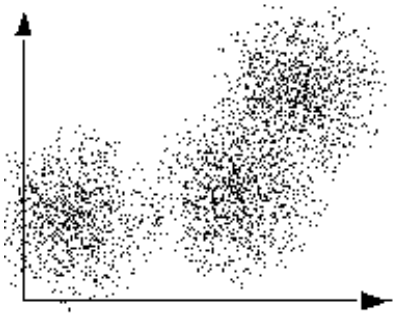
- ziehe unabhängig voneinander m verschiedene Stichproben
- clustere jede der Stichproben

  ⇒ m verschiedene Schätzungen für k Clusterzentren

  $A = (A_1, A_2, \ldots, A_k), B = (B_1, \ldots, B_k), C = (C_1, \ldots, C_k), \ldots$
- Clustere nun die Menge $DB = A \cup B \cup C \cup \ldots$

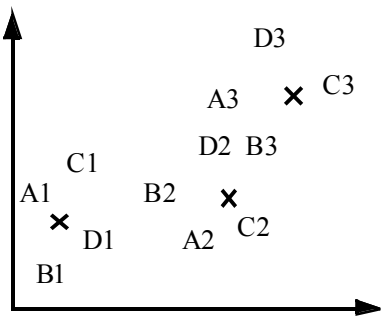
  mit m verschiedenen Stichproben $A, B, C, \ldots$ als Startkonfiguration
- Wähle von den m Clusterings dasjenige mit dem besten Wert bezüglich des zugehörigen Maßes für die Güte eines Clustering

Beispiel



Grundgesamtheit

$k = 3$ Gauß-Cluster



Clusterzentren

von $m = 4$ Stichproben

× *wahre Clusterzentren*

Wahl des Parameters k

Methode

- Bestimme für $k = 2, ..., n-1$ jeweils ein Clustering
- Wähle aus der Menge der Ergebnisse das „beste“ Clustering aus

Maß für die Güte eines Clusterings

- muss unabhängig von der Anzahl k sein
- bei k-means und k-medoid: TD^2 und TD sinken monoton mit steigendem k
- bei EM: E steigt monoton mit steigendem k

Brauche ein von k unabhängiges Gütemaß für die k-means- und k-medoid-Verfahren

⇒ *Silhouetten-Koeffizient*

Silhouetten-Koeffizient [Kaufman & Rousseeuw 1990]

- sei $a(o)$ der Abstand eines Objekts o zum Repräsentanten seines Clusters und $b(o)$ der Abstand zum Repräsentanten des „zweitnächsten“ Clusters
- Silhouette $s(o)$ von o

$$s(o) = \frac{b(o) - a(o)}{\max\{a(o), b(o)\}}$$

$-1 \leq s(o) \leq +1$

$s(o) \approx -1 / 0 / +1$: schlecht / indifferent / gute Zuordnung

Silhouettenkoeffizient s_C eines Clustering

durchschnittliche Silhouette aller Objekte

- Interpretation des Silhouettenkoeffizients

$s_C > 0{,}7$: starke Struktur,

$s_C > 0{,}5$: brauchbare Struktur, . . .

Grundlagen

Idee

- Cluster als Gebiete im *d*-dimensionalen Raum, in denen die Objekte dicht beieinander liegen
- getrennt durch Gebiete, in denen die Objekte weniger dicht liegen

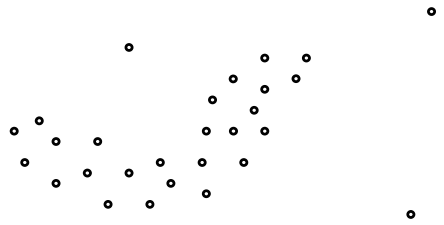
Anforderungen an dichtebasierte Cluster

- für jedes Objekt eines Clusters überschreitet die lokale Punktdichte einen gegebenen Grenzwert
- die Menge von Objekten, die den Cluster ausmacht, ist räumlich zusammenhängend

Intuition

Parameter $\varepsilon \in \Re$ und $MinPts \in \aleph$ spezifizieren Dichtegrenzwert

ε $MinPts = 4$

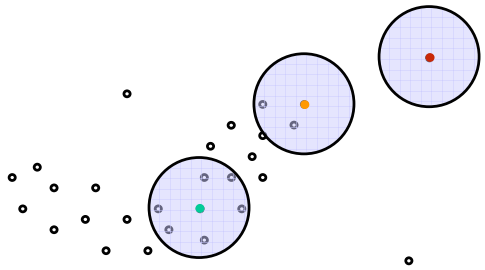


Intuition

Parameter $\varepsilon \in \Re$ und $MinPts \in \aleph$ spezifizieren Dichtegrenzwert

ε $MinPts = 4$

- *Kernpunkt*

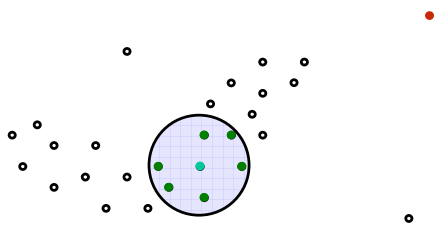


Intuition

Parameter $\varepsilon \in \Re$ und $MinPts \in \aleph$ spezifizieren Dichtegrenzwert

ε $MinPts = 4$

- *Kernpunkt*
- *Direkt Dichte-Erreichbarkeit*

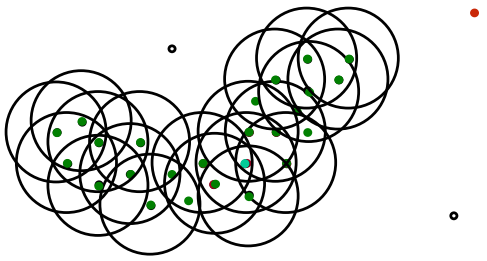


Intuition

Parameter $\varepsilon \in \Re$ und *MinPts* $\in \aleph$ spezifizieren Dichtegrenzwert

ε *MinPts* = 4

- *Kernpunkt*
- *Direkt Dichte-Erreichbarkeit*
- *Dichte-Erreichbarkeit*

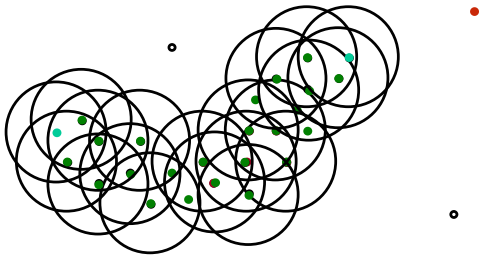


Intuition

Parameter $\varepsilon \in \Re$ und *MinPts* $\in \aleph$ spezifizieren Dichtegrenzwert

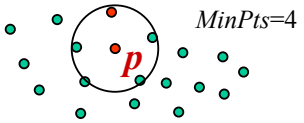
ε *MinPts* = 4

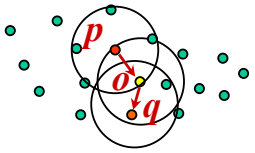
- *Kernpunkt*
- *Direkt Dichte-Erreichbarkeit*
- *Dichte-Erreichbarkeit*
- *Dichte-Verbundenheit*

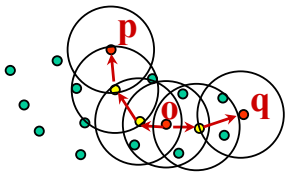


Formalisierung [Ester, Kriegel, Sander & Xu 1996]

- Ein Objekt $p \in DB$ heißt *Kernobjekt*, wenn gilt: $|\mathrm{RQ}(o,\varepsilon)| \geq MinPts$ ($\mathrm{RQ}(o,\varepsilon)$ siehe Kap. 2.2, Folie 37)
- Ein Objekt $p \in DB$ ist *direkt dichte-erreichbar* von $q \in DB$ bzgl. ε und *MinPts,* wenn gilt: $p \in \mathrm{RQ}(q,\varepsilon)$ und q ist ein Kernobjekt in *DB*.
- Ein Objekt p ist *dichte-erreichbar* von q, wenn es eine Kette von direkt erreichbaren Objekten zwischen q und p gibt.
- Zwei Objekte p und q sind *dichte-verbunden*, wenn sie beide von einem dritten Objekt o aus dichte-erreichbar sind.







Formalisierung

- Ein (*dichtebasierter*) *Cluster* C bzgl. ε und *MinPts* ist eine nicht-leere Teilmenge von *DB* für die die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

  Maximalität: $\forall p,q \in DB$: wenn $p \in C$ und q dichte-erreichbar von p ist, dann ist auch $q \in C$.

  Verbundenheit: $\forall p,q \in C$: p ist dichte-verbunden mit q.

Formalisierung

- Definition Clustering

  Ein *dichtebasiertes Clustering* *CL* der Menge *DB* bzgl. ε und *MinPts* ist eine „vollständige“ Menge von dichtebasierten Clustern bzgl. ε und *MinPts* in *DB*.

- Definition Noise

  Die Menge $Noise_{CL}$ („*Rauschen*“) ist definiert als die Menge aller Objekte aus *DB*, die nicht zu einem der dichtebasierten Cluster $C \in CL$ gehören.

- Grundlegende Eigenschaft

  Sei *C* ein dichtebasierter Cluster und sei $p \in C$ ein Kernobjekt. Dann gilt: $C = \{o \in DB \mid o$ dichte-erreichbar von p bzgl. ε und *MinPts*$\}$.

Algorithmus DBSCAN

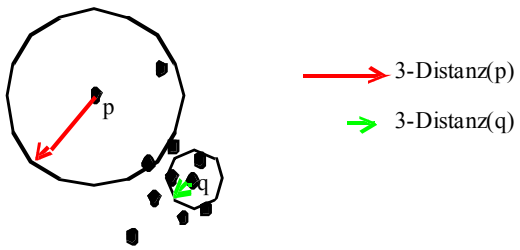
```
DBSCAN(Punktmenge DB, Real ε, Integer MinPts)
  // Zu Beginn sind alle Objekte unklassifiziert,
  // o.ClId = UNKLASSIFIZIERT für alle o ∈ DB

  ClusterId := nextId(NOISE);
  for i from 1 to |DB| do
     Objekt := DB.get(i);
     if Objekt.ClId = UNKLASSIFIZIERT then
          if ExpandiereCluster(DB, Objekt, ClusterId, ε,
            MinPts)
          then ClusterId:=nextId(ClusterId);
```

```
ExpandiereCluster(DB, StartObjekt, ClusterId, ε, MinPts): Boolean;
   seeds:= RQ(StartObjekt, ε);
   if |seeds| < MinPts then // StartObjekt ist kein Kernobjekt
      StartObjekt.ClId := NOISE;
      return false;
   // sonst: StartObjekt ist ein Kernobjekt
   forall o ∈ seeds do o.ClId := ClusterId;
   entferne StartObjekt aus seeds;
   while seeds ≠ Empty do
      wähle ein Objekt o aus der Menge seeds;
      Nachbarschaft := RQ(o, ε);
      if |Nachbarschaft| ≥ MinPts then // o ist ein Kernobjekt
         for i from 1 to |Nachbarschaft| do
            p := Nachbarschaft.get(i);
            if p.ClId in {UNCLASSIFIED, NOISE} then
               if p.ClId = UNCLASSIFIED then
                  füge p zur Menge seeds hinzu;
               p.ClId := ClusterId;
      entferne o aus der Menge seeds;
   return true;
```


Parameterbestimmung

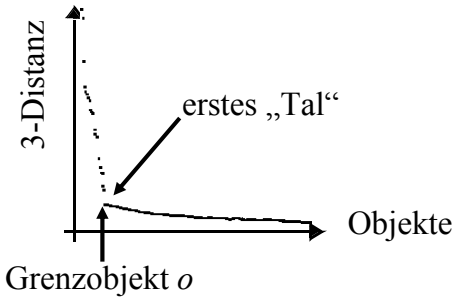
- Cluster: Dichte größer als die durch ε und *MinPts* spezifizierte „Grenzdichte“
- Gesucht: der am wenigsten dichte Cluster in der Datenmenge
- Heuristische Methode: betrachte die Distanzen zum *k*-nächsten Nachbarn.



- Funktion *k-Distanz*: Distanz eines Objekts zu seinem *k*-nächsten Nachbarn
- *k-Distanz-Diagramm*: die *k*-Distanzen aller Objekte absteigend sortiert

Parameterbestimmung

Beispiel eines *k*-Distanz-Diagramms



Heuristische Methode

- Benutzer gibt einen Wert für *k* vor (Default ist $k = 2*d - 1$), *MinPts* := *k*+1.
- System berechnet das *k*-Distanz-Diagramm und zeigt das Diagramm an.
- Der Benutzer wählt ein Objekt *o* im *k*-Distanz-Diagramm als Grenzobjekt aus, ε := *k*-Distanz(*o*).

Probleme der Parameterbestimmung

- hierarchische Cluster
- stark unterschiedliche Dichte in verschiedenen Bereichen des Raumes
- Cluster und Rauschen sind nicht gut getrennt