

Running Coupling Constants

Laufende Kopplungskonstanten

Daniel Gütersloh

Vortrag zur Vorlesung Teilchenphysik für Fortgeschrittene

January 12, 2011



Die fundamentalen Kräfte

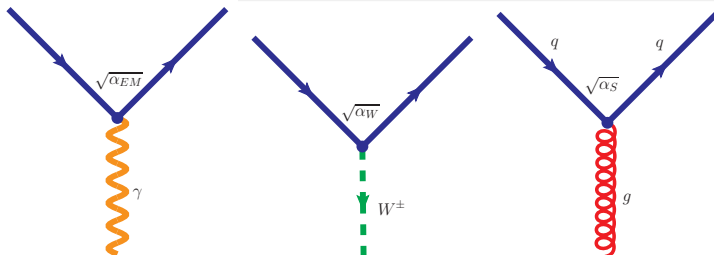
$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi - \mathbf{q} (\bar{\psi} \gamma^\mu \psi) \mathbf{A}_\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi - \sum_{a=1}^8 \mathbf{g}_s (\bar{\psi} \gamma_\mu \mathbf{T}_a \psi) \mathbf{G}_a^\mu - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 G_{a\mu\nu} G_a^{\mu\nu}$$

- Standard Modell: QFT / Eichtheorie mit Lagrangedichte \mathcal{L}_{SM}
- Fordere Invarianz unter lokaler Eichtransformation der Felder
 - $U(1)$: $\psi' = e^{iq\epsilon(x)}\psi \Rightarrow$ elektromagnetische Kraft (QED)
 - $SU(2)$: \Rightarrow schwache Kraft (Diskussion in der Vorlesung)
 - $SU(3)$: $\psi' = e^{ig_s\epsilon_a(x)T_a}\psi \Rightarrow$ starke Kraft (QCD)
- d.h. Wechselwirkungsterme im Lagrangian
- el. Ladung des Fermions q , starker Kopplungsparameter g_s sind freie Parameter der Theorie \Rightarrow Messen!
- Warum stark, schwach? \rightarrow u.a. relative Größe des Kopplungsparameters!

Konvention: Summen $x_\mu x^\mu := \sum_\mu x_\mu x^\mu$, Natürliche Einheiten $c \equiv \hbar \equiv \epsilon_0 \equiv 1$

Die Kopplungskonstanten



$$\alpha_{EM} = \frac{q^2}{4\pi} \text{ mit } q = Z_f \cdot e$$

$$\alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi}$$

$$\alpha_S = \frac{g_S^2}{4\pi}$$

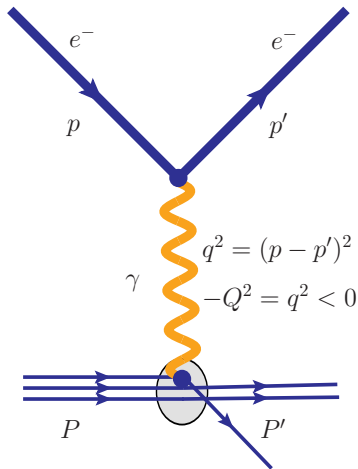
- Fundamentales Prinzip Störungstheorie: Perturbative Reihenentwicklung für α hinreichend klein
- Jede Observable (z.B. Wirkungsquerschnitt σ) als Potenzreihe in Kopplungskonstanten darstellbar
- Feynman Regeln: Kopplungsparameter $\sqrt{\alpha} \rightarrow$ Vertex Faktoren

Sind die Kopplungs-"Konstanten" wirklich konstant?

Fermion-Ladungszahl Z_f Elementarladung $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (makrosk. Prozesse)

Auflösungsvermögen bei Streuexperimenten

$$\Delta \text{Impuls} \cdot \Delta \text{Ort} \approx \frac{\hbar}{2}$$



- Untersuchung der Kopplungskonstanten mit Streuexperimenten (hier z.B. t-Kanal Prozess)
- Optik: Photon Impuls $|\vec{q}| \propto \lambda$
Wellenlänge $\hat{=}$ Auflösungsvermögen
- Allgemein Auflösungsvermögen abhängig von 4er-Impuls-Übertrag $Q^2 \approx (\Delta \text{Impuls})^2$ bei Streuung
- Heisenbergsche Unschärferelation lässt erkennen:
- Q^2 groß \Rightarrow Hohe Auflösung / Kleiner Abstand
- Q^2 klein \Rightarrow Geringe Auflösung / Großer Abstand

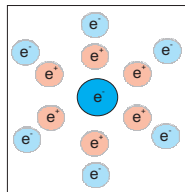
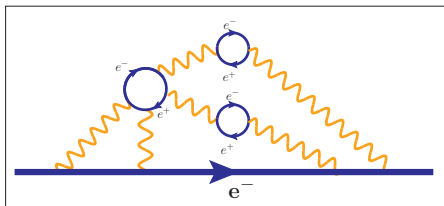
Sind die Kopplungs-Konstanten konstant?

Messprozess	$\sqrt{Q^2}$	α_{EM}	α_S
Thomson Streuung:	0 eV–1 eV	$\approx \frac{1}{137}$	/
τ -Zerfälle:	1.78 MeV = M_{τ^\pm}	/	0.330 ± 0.014
PETRA:	45 GeV	$\approx \frac{1}{129}$	/
Z^0 -Zerfälle:	91 GeV = M_{Z^0}	$\approx \frac{1}{128}$	0.1184 ± 0.0007

- Kopplungen sind freie Parameter der Theorie
aber: Laufen der Kopplungen mit Q^2 durch Theorie bestimmt
→ Renormierung
- Warum wurde Effekt nicht schon von Coulomb oder bei Thomson Streuung oder dem Millikan Versuch entdeckt?
→ Effekt gering nicht auf kleinen Energieskalen erkennbar

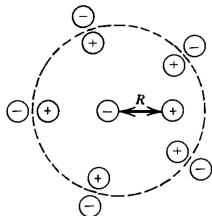
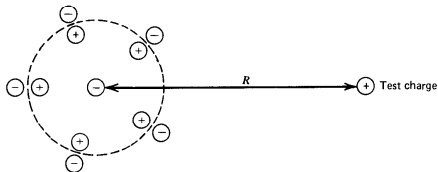
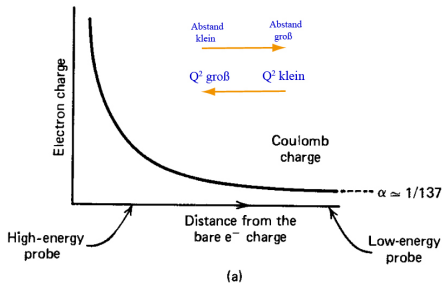
Die Kopplungen sind Q^2 abhängig!

Vakumpolarisation in der QED anschaulich



- freies Elektron im Vakuum immer von E-Feld / Photon Wolke umgeben
- Quantenfluktuation auf Skala $\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$
- QED Vakuum Polarisation: virtuelle Photonen, e^+/e^- Paare
- Ausrichtung wie Dipole \Rightarrow Dielektrikum \Rightarrow Abschirmung der Ladung (**Screening**)
- Entstehung schwerer Fermion Paare $m > m_e$ z.B. μ^-/μ^+ unwahrscheinlicher

Vakumpolarisation in der QED anschaulich

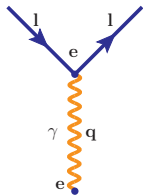


- Untersuchung der Ladung durch Streuung mit einer Testladung 4er-Impuls Übertrag Q
- Großer Abstand $R \Rightarrow Q^2$ klein \Rightarrow Abschirmung groß $\Rightarrow \alpha_{QED}$ klein (kleine Wellenlänge misst weniger Abschirmung)
- Kleiner Abstand $R \Rightarrow Q^2$ groß \Rightarrow Abschirmung klein $\Rightarrow \alpha_{QED}$ groß (große Wellenlänge misst abgeschirmte Ladung)

Effektive Kopplungskonstante $\alpha(Q^2)$ bzw. Ladung $q(Q^2)$

Renormierung der QED

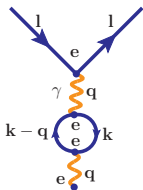
- Ziel: Herleitung einer Formel für laufende Kopplungen
- Betrachte: Lepton Streuung über t-Kanal (z.B. Elektron, Muon Streuung)
- Nutze Feynman Regeln, betrachte Störungstheorie höherer Ordnung



Leading Order / Tree Level

$$-i\mathcal{M} = [\bar{u}(p')ie\gamma^\mu u(p)] \left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \right) [\dots ie \dots]$$

- Vakumpolarisation: Fermion Loops im Propagator mit **k beliebig**
- Weitere Loop Korrekturen sind von der Ordnung $O(e^4)$



NLO Loop Korrektur

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M} &= [\bar{u}(p')ie\gamma^\mu u(p)] \left(\frac{-ig_{\mu\mu'}}{q^2} \right) \times \\ &\times (-1) \left(\int_{\mathbb{R}^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Sp} \left(\left(ie\gamma^{\mu'} \right) \frac{i(\not{k}+m)}{k^2-m^2} \left(ie\gamma^{\nu'} \right) \frac{i(\not{q}-\not{k}+m)}{(q-k)^2-m^2} \right) \right) \\ &\times \left(\frac{-ig_{\nu'\nu}}{q^2} \right) [\dots ie \dots] \end{aligned}$$

Konvention: $\not{\partial} := \gamma^\mu \partial_\mu$ $\not{p} := \gamma^\mu p_\mu$ $Q^2 := -q^2 > 0$

Feynman Rules

		Multiplicative Factor
• External Lines		
Spin 0 boson (or antiboson)		1
Spin 1/2 fermion (in, out)		u, \bar{u}
antifermion (in, out)		\bar{v}, v
Spin 1 photon (in, out)		$\epsilon_\mu, \epsilon_\mu^*$
• Internal Lines—Propagators (need $+i\epsilon$ prescription)		
Spin 0 boson		$\frac{i}{p^2 - m^2}$
Spin 1/2 fermion		$\frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2}$
Massive spin 1 boson		$-\frac{i(g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu / M^2)}{p^2 - M^2}$
Massless spin 1 photon (Feynman gauge)		$-\frac{ig_{\mu\nu}}{p^2}$
• Vertex Factors		
Photon—spin 0 (charge $-e$)		$ie(p + p')^\mu$
Photon—spin 1/2 (charge $-e$)		$ie\gamma^\mu$

Loops: $\int d^4k / (2\pi)^4$ over loop momentum: include -1 if fermion loop and take the trace of associated γ -matrices

Identical Fermions: -1 between diagrams which differ only in $e^- \leftrightarrow e^-$ or initial $e^- \leftrightarrow$ final e^-

Renormierung der QED

- Berücksichtige die Loop Korrekturen \rightarrow effektiver Propagator

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} + \left(\frac{-ig_{\mu\mu'}}{q^2} \right) I^{\mu'\nu'} \left(\frac{-ig_{\nu'\nu}}{q^2} \right) + O(e^4) \equiv \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} (1 - I(q^2)) + O(e^4)$$

wobei $I_{\mu\nu} := -e^2 \int_{\mathbb{R}^4} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{Sp(\gamma_\mu (\not{k} + m) \gamma_\nu (\not{q} - \not{k} + m))}{(k^2 - m^2)((q-k)^2 - m^2)} \equiv -ig_{\mu\nu} q^2 I(q^2)$

- **divergiert logarithmisch!** nicht wie intuitiv $\not\propto \int \frac{1}{|k|^2} |k|^3 d(|k|) \propto |k|^2$
- Wähle Cutoff bei M wegen uv-Divergenz, später $M \rightarrow \infty$

$$I(q^2) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{e^2}{12\pi^2} \int_{m^2}^{M^2} \frac{1}{k^2} d(k^2) - \frac{e^2}{2\pi^2} \int_0^1 z(1-z) \ln\left(1 - \frac{q^2 z(1-z)}{m^2}\right) dz$$

$$\equiv \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{e^2}{12\pi^2} \left[\ln\left(\frac{M^2}{m^2}\right) - f(q^2) \right] = \infty \quad \text{wobei } f(q^2) < \infty$$

$$I(q^2, M^2) = \begin{cases} \frac{e^2}{12\pi^2} \ln\left(\frac{M^2}{m^2}\right) + \frac{e^2}{60\pi^2} \frac{q^2}{m^2} & Q^2 \text{ klein} \\ \frac{e^2}{12\pi^2} \ln\left(\frac{M^2}{-q^2}\right) & Q^2 \text{ groß} \end{cases} \quad Q^2 \equiv -q^2 \quad I(q^2, M^2) \in O(e^2)$$

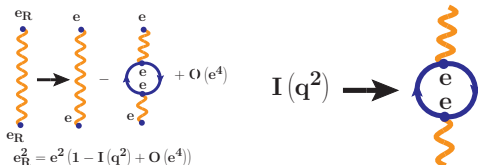
$$e_R := e \left[1 - \frac{1}{2} I(q^2) + O(e^2) \right] \Rightarrow e_R^2 = e^2 \left[1 - \frac{2}{2} I(q^2) + O(e^4) \right]$$

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \frac{e_R^2}{e^2} + O(e^4)$$

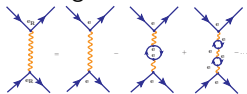
Renormierung der QED

$$e_R^2 \equiv e^2 [1 - I(q^2) + O(e^4)]$$

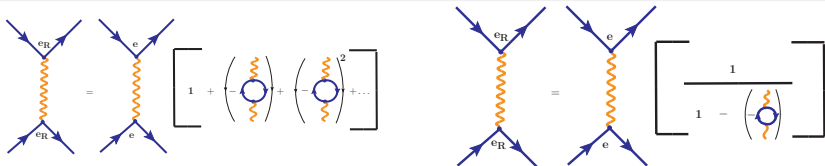
$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \frac{e_R^2}{e^2} + O(e^4)$$



- Renormierung anschaulich: Ersetze e durch e_R
- Physikalische Observablen sind endlich d.h gemessen wird:
Renormierte / physikalische Ladung $e_R(q^2)$ (enthält alle Loop Korrekturen) und ist Funktion von q^2
- Absorbieren Divergenz in "nackter" Ladung e
 $\hat{=}$ Kopplung Fermion-Photon Vertex-Faktor
(ohne weitere Loop Korrekturen)
- e nicht endlich \Rightarrow Störungsreihe divergiert / hat unendliche Koeffizienten
- Idee der Renormierung: Reparametrisiere Störungsreihe mit gemessener physikalischer Ladung bei Renormierungsskala $\mu^2 \rightarrow$ endliches Ergebnis
- Wir werden sehen: Eliminieren der nackten Ladung e durch Messung $e_R(\mu^2)$ löst Unendlichkeits-Problem
- berücksichtigen jetzt alle Loop Korrekturen:



Rechnung QED Laufende Kopplungen



$$e_R^2(q^2) = e^2 \left(1 - I(q^2) + (I(q^2))^2 - (I(q^2))^3 + \dots \right) = \frac{e^2}{1 - (-I(q^2))} = \frac{e^2}{1 + I(q^2)}$$

- Geometrische Reihen-Formel (Konvergenz sei erfüllt)
- Messung bei μ^2 um nackte Ladung e bzw. koppl. Konstante α_0 zu eliminieren und physikalische Kopplungskonstante bei q^2 zu bestimmen

- Rechnung für große Q^2 : $I(q^2) = \frac{e^2}{12\pi^2} \ln\left(\frac{M^2}{-q^2}\right)$ $\alpha_0 = \frac{e^2}{4\pi}$ $Q^2 \equiv -q^2$

$$\frac{\alpha_0}{\alpha(q^2)} = 1 + I(q^2) = 1 + \frac{\alpha_0}{3\pi} \ln \frac{M^2}{Q^2} \quad \alpha_0 = \frac{\alpha(q^2)}{1 - \frac{\alpha(q^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{M^2}{Q^2}\right)} = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right)}$$

$$\alpha(q^2) - \frac{\alpha(q^2)\alpha(\mu^2)}{3\pi} \left[\ln\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \ln\left(\frac{M^2}{Q^2}\right) \right] = \alpha(\mu^2)$$

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

- Ausdruck unabhängig von M also $\lim_{M \rightarrow \infty}$ ausführbar, Term bleibt endlich!

Experimenteller Nachweis: α_{EM} Messung bei LEP

- Bhabha Streuung: $e^+ + e^- \rightarrow e^+ + e^-$
- im CMS Mandelstam Variable (ultrarelativistisch)
 $t = -Q^2 \approx -\frac{s}{2} (1 - \cos(\theta)) \approx -\frac{s}{4} \theta^2$
- Messung u.a. bei kleinen Q^2 d.h. kleinem θ möglich mit Kleinwinkel Kalorimeter
- Wirkungsquerschnitt

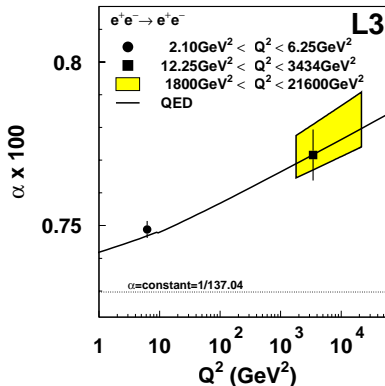
$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{d\sigma^0}{dt} \left(\frac{\alpha(t)}{\alpha_0} \right)^2 (1 + \epsilon)(1 + \delta_\gamma) + \delta_Z$$

α_0 Feinstrukturkonst. ϵ Strahlungskorrekturen $\frac{d\sigma^0}{dt} = \frac{4\pi\alpha_0^2}{t^2}$
 δ_Z, δ_γ Korrektur wegen s-Kanal Prozess mit γ bzw. Z^0

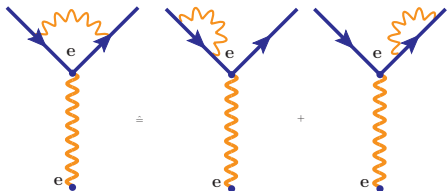
- Bhabha Streuung σ gut bekannt \Rightarrow Wird genutzt um Beschleuniger Luminosität L zu messen
 \Rightarrow Man kann also nicht absoluten Wert α_{QED} messen ohne unabhängige L Messung

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)} \quad \text{bei } Q^2 \text{ groß}$$

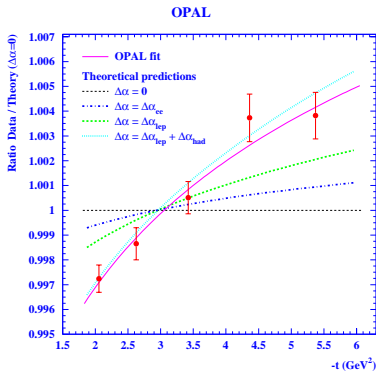
- Q^2 groß \Rightarrow Kleiner Abstand \Rightarrow Abschirmung klein $\Rightarrow \alpha_{QED}$ groß
- Q^2 klein \Rightarrow Großer Abstand \Rightarrow Abschirmung groß $\Rightarrow \alpha_{QED}$ klein



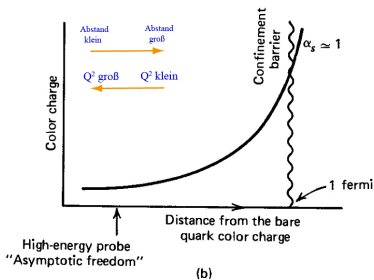
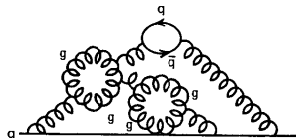
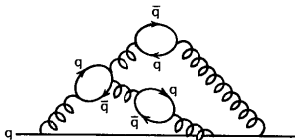
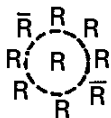
Anmerkungen: QED Laufende Kopplungen



- Bis jetzt nur Loop Korrekturen diskutiert.
∃ Vertex Korrekturen $O(e^2)$ heben sich auf wegen Ward Identitäten (Bedingung dass Theorie renormierbar)
- aber ∃ Einfluss auf Masse (wird auch renormiert), magnetisches Moment des Elektrons
- Erklärt warum g -Faktor aus Dirac Gleichung nur ≈ 2
 - Bis jetzt nur e^+/e^- Loops. Berücksichtige Fermionen mit $m > m_e$!
 - Laufende QED Kopplung erklärt Lamb-Shift bei Wasserstoff Energieniveaus

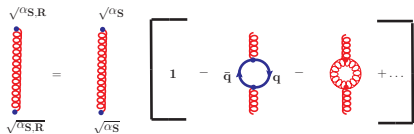


Vakumpolarisation in der QCD anschaulich



- Vakumpolarisation: Quark Antiquark-Paare $q/\bar{q} \Rightarrow$ Abschirmung der Farbladung
- Alles genau wie bei QED? Nein! Gluonen (Selbst WW) \Rightarrow Gluon-Loops möglich
- Effektiv: Ladung bevorzugt von Ladung gleicher Farbe umgeben \Rightarrow Ladungsverstärkung (**Antiscreening**)
- Q^2 groß \Rightarrow Kleiner Abstand $\Rightarrow \alpha_s$ klein
- Q^2 klein \Rightarrow Großer Abstand $\Rightarrow \alpha_s$ groß

Renormierung der QCD

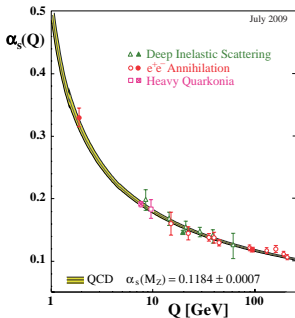


Laufende starke Kopplung

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \beta_0 \alpha_s(\mu^2) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)} \quad \text{mit}$$
$$\beta_0 = \frac{33 - 2N_f}{12\pi} \quad (\text{1-Loop-Approximation})$$

- Ähnliches Renormierungs-Verfahren wie bei QED Renormierung
- Achtung: QCD Nicht Abelsche Eichtheorie \Rightarrow Gluon Selbst WW
- Renormierung: Absorbiere Divergenz wieder in Ladungen / Kopplung
- aber: in QCD andere Koeffizienten der Störungsreihe
- $N_f(Q^2)$ = Anzahl aktiver Quark Flavour bei Q^2
= Anzahl aller Quarksorten mit $m_{quark}^2 \leq Q^2$ Bsp. $N_f((91 \text{ GeV})^2) = 5$
- **Screening:** N_f verschiedene Quark Loops, **Anti-Screening:** Gluon Loops
- $N_f \leq 16$ Gluon Beitrag überwiegt Antiscreening (in SM erfüllt, max. 6 Quark Flavour)
- Kopplungskonstante α_s entwickelt sich genau umgekehrt als in QED
- $\alpha_s(Q^2, N_f)$ Funktion sollte stetig sein $\forall N_f(Q^2)$ (matching)
- $\alpha_s(\mu^2 = M_{Z^0}^2)$ bei Z^0 Masse M_{Z^0} ist oft Renormierungs-Referenzgröße

Confinement & Asymptotic Freedom



$$\alpha_s(Q^2) \equiv \frac{1}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \quad \Lambda^2 = \frac{\mu^2}{\exp(1/(\beta_0 \alpha_s(\mu^2)))}$$

- **Asymptotische Freiheit:** Bei Prozessen mit großem Impulsübertrag Q^2 d.h. Auflösung sehr kleiner Abstände x wird die starke Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$ und damit die Wechselwirkung zwischen Quarks beliebig klein \Rightarrow Quarks quasi frei für $Q^2 \rightarrow \infty$ (Nobelpreis 2004)
- **Confinement:** Bei Prozessen mit kleinem Impulsübertrag Q^2 d.h. schlechter Auflösung und damit großen Abständen x wird starke Wechselwirkung d.h. $\alpha_s(Q^2)$ beliebig stark.



The Nobel Prize in Physics 2004
David J. Gross, H. David Politzer, Frank Wilczek



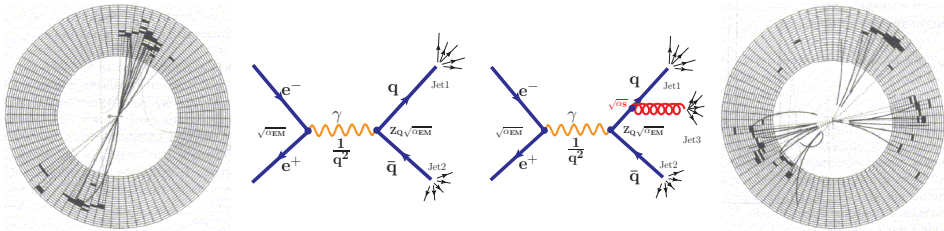
David J. Gross

H. David Politzer

Frank Wilczek

- \Rightarrow \nexists freie Farbladungen d.h. alle Teilchen makroskopisch farbneutral gebunden
- Quarks nicht trennbar ("Energistrafe" so hoch, dass Paarbildung günstiger), Bildung von Hadronen
- Nicht perturbativer Bereich! Beschreibung ohne Störungsth.: Gitter Eichtheorie

α_S Messung bei PETRA (JADE Experiment)



- Entdeckung des Gluons: 3 Hadron-Jet Ereignis bei PETRA
- Neue Observable z.B. 3 Jet-Rate $R_3(\alpha_S(Q^2)) := \frac{\sigma_{3\text{-jet}}}{\sigma_{\text{tot}}}$
- Abhängig von $\alpha_S(Q^2)$ wobei $Q^2 = E_{\text{CMS}}^2 = s$
- Prozesse mit mehr Jets beobachtbar!
- Nutze Messung von Jet-Raten zur α_S Bestimmung
- Wie erkennt man überhaupt einen Jet? → Jet Algorithmen

Durham Jet Algorithmus

- Definiere alle Teilchen i als Proto-Jets
- Maß für "Abstand" zweier Jets: Durham Jet Resolution Variable (E_i Jetenergie θ_{ij} Winkel zwischen Jets i, j $s = E_{CMS}^2$)

$$y_{ij} := \frac{2 \min(E_i^2, E_j^2)}{s} (1 - \cos(\theta_{ij}))$$

- Clustering: Falls $y_{ij} < y_{cut}$ vereinige Proto-Jets i, j :

$$p_{ij}^\mu = p_i^\mu + p_j^\mu$$

- 4er-Impuls Summe definiert neuen Proto-Jet
- y_{cut} willkürlich gewählter Cutoff
- kleine Abstände θ_{ij} , kleine Energien $E_i \Rightarrow y_{ij}$ klein \Rightarrow werden zu einem Jet zusammengefasst
- Verfahren iterativ anwenden mit verbleibenden Proto-Jets
- Abbruchbedingung: $\forall y_{ij} > y_{cut} \Rightarrow$ Verbleibende Proto-Jets sind physikalische Jets
- Anzahl Jets abhängig von y_{cut}

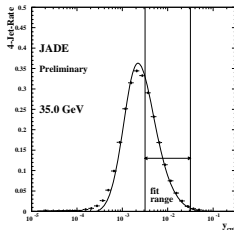
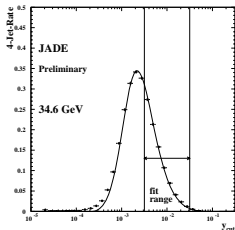
y_{cut} klein \rightarrow mehr Jets



y_{cut} groß \rightarrow weniger Jets



PETRA: α_s aus Fit an Messung $R_4(y_{cut})$



Prüfgröße der Statistik χ^2 :

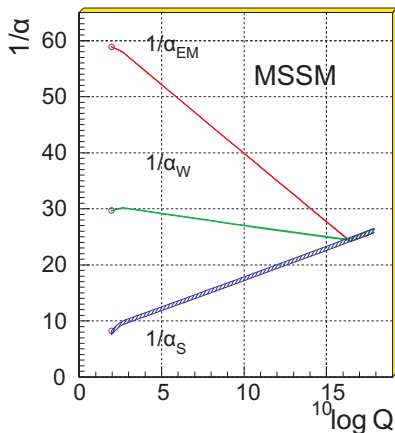
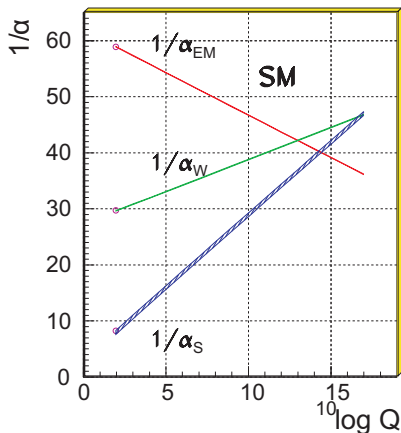
$$\chi^2(\alpha_s) = \sum_{y_{cut}} \frac{(R_{4,theo,y_{cut}}(\alpha_s) - R_{4,exp,y_{cut}})^2}{(\Delta R_{4,exp,y_{cut}})^2}$$

4-Jet Ereignisrate

$$R_4(\alpha_s(Q^2 = s), y_{cut}) := \frac{\sigma_{4\text{-jet}}}{\sigma_{tot}}$$

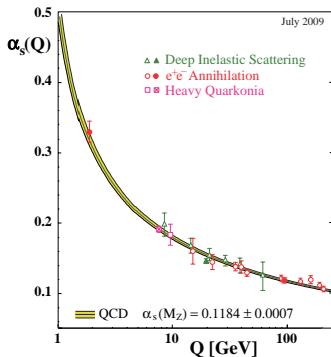
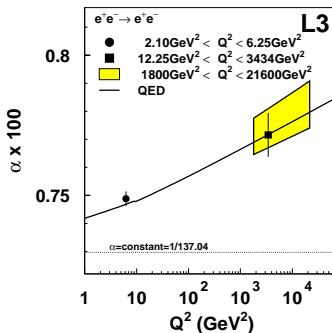
- $R_4(y_{cut})$ Kurve wird bei verschiedenen E_{CMS} bestimmt
- α_s ist Parameter in (bekannter) Theorie von $R_{4,theo,\alpha_s}(y_{cut})$
Intuitiv klar: $y_{cut} \rightarrow 0$: alle Teilchen Jets $y_{cut} \rightarrow \infty$: Nur 1 Jet $\Rightarrow R_4 \rightarrow 0$
- Fit gut $\Leftrightarrow \chi^2$ klein \Leftrightarrow quadratische Abweichung von Theorie und Experiment klein
- jede Abweichung gewichtet mit Reziprok des experimentellen Fehlers
- Minimiere also $\chi^2(\alpha_s)$ Fit mit freiem Parameter $\alpha_s(E_{CMS})$ und 4 Jet-Rate als Observablen $R_{4,exp,y_{cut}}$

Laufende Kopplungen & GUT: STM vs. SUSY



- Extrapolieren der SM Messungen \Rightarrow Voraussagen für exp. unzugängliche Q
- Kopplungen bei $\approx 10^{15}$ GeV nahezu gleich. Grand Unification? Nein!?
- Grand Unified Theory: Vereinheitlichung der fundamentalen Kräfte in eine gemeinsame Eichgruppe, mit einheitlicher Kopplung
- Supersymmetrie: Viele neue Teilchen \Rightarrow Einfluss auf Renormierung \Rightarrow Vereinheitlichung der Kopplung!

Kopplungen von Energieskala des Prozesses Q^2 abhängig!



Quantenelektrodynamik

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)} \quad \text{bei } Q^2 \text{ groß}$$

Quantenchromodynamik

$$\alpha_S(Q^2) \equiv \frac{1}{\frac{33-2N_f}{12\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}$$

- 1 P. Schleper, "Vorlesungsskript: E-Teilchen für Fortgeschrittene", Uni Hamburg 2011
- 2 F. Halzen & A. Martin, "Quarks and Leptons. Introductory Course in Modern Particle Physics", (Wiley, 1984)
- 3 R.K. Ellis et al. , "QCD and Collider Physics" Cambridge Monographs on particle physics, nuclear physics and cosmology 8
- 4 M. Peskin D. Schroeder, "An introduction to Quantum Field theory", Westview Press
- 5 G. Abbiendi et al. , "Measurement of the running of the QED coupling in small-angle Bhabha scattering at LEP", OPAL Col.
- 6 "Measurement of the Running of the Electromagnetic Coupling at Large Momentum-Transfer at LEP", L3 Col.
- 7 S. Bethke, "The 2009 World Average of α_S "
- 8 J. Schieck, "Measurement of the Strong Coupling Constant α_S from the Four-Jet Rate in e^+e^- Annihilation using JADE data" MPP-2004-99