Ausgabe: 1.11.2011
Abgabe: 8.11.2011 in der Vorlesung

Übungen zur Elementarteilchenphysik WS 11/12

2. Übungsblatt

P.Schleper, A.Meyer, C.Sander

Aufgabe 4: Adjungierte Dirac-Gleichung – 6 Punkte

Die adjungierte Dirac-Gleichung lautet

$$i\partial_\mu \overline{\Psi}\gamma^\mu + m\overline{\Psi} = 0.$$

Leiten Sie diese Gleichung aus der Dirac-Gleichung $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi = 0$ her und zeigen Sie, dass $\overline{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma^0$. Dabei ist $\Psi^\dagger := \Psi^{T*}$ der hermitesch konjugierte Spinor.

Hinweis: Schreiben Sie die Dirac-Gleichung aus und bilden Sie die hermitesch konjugierte Gleichung. Durch Multiplikation von rechts mit γ^0 und Anwenden der Vertauschungsrelationen der γ-Matrizen erhält man die adjungierte Dirac-Gleichung.

Aufgabe 5: Kontinuitätsgleichung – 6 Punkte

Zeigen Sie, daß für ein freies Dirac Teilchen die Kontinuitätsgleichung gilt, d.h. $\partial_\mu j^\mu = 0$ mit $j^\mu = \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$. Hinweis: Multiplizieren Sie die Dirac-Gleichung für Ψ von links mit $\bar{\Psi}$ und die Dirac-Gleichung für $\bar{\Psi}$ von rechts mit Ψ. Addieren Sie die beiden Gleichungen.

Aufgabe 6: Lagrange-Dichten – 8 Punkte

Seien Φ_1, Φ_2 reelle Lösungen der Klein-Gordon Gleichungen

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\Phi_1\right)\left(\partial^\mu\Phi_1\right) - m^2\Phi_1^2$$

$$\mathcal{L}_\in = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\Phi_2\right)\left(\partial^\mu\Phi_2\right) - m^2\Phi_2^2$$

Zeigen Sie, dass für die komplexe Funktion

$$\Phi = \Phi_1 + i\Phi_2$$

die entsprechende Klein-Gordon Gleichung lautet

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\Phi\right)\left(\partial^\mu\Phi\right)^* - m^2\Phi\Phi^* = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$$

Warum erfüllt diese Lagrange-Dichte die Bewegungsgleichungen für freie Φ_1 und Φ_2 ?