



Erdrotation und Pendelschwingung

Eines der eindrucksvollsten Experimente der Naturwissenschaften dreht sich – im wahrsten Sinne des Wortes – um die Rotation der Erde: das berühmte Foucaultsche Pendel.

Bereits im 19. Jahrhundert erbrachte der französische Physiker Jean Bernard Léon Foucault mit Hilfe des später nach ihm benannten Pendels den Nachweis, dass die Erde um ihre eigene Achse rotiert. Fachlich steht das Thema Erdrotation in unmittelbarem Zusammenhang mit der Planung und der Umsetzung von Raumfahrt-Missionen – insbesondere in Bezug auf die Fernerkundung der Erde durch Satelliten.

Schwingungen – wie sie das Foucaultsche Pendel ausführt – begegnen uns aber auch im Alltag als gewolltes (z. B. Tonerzeugung an Musikinstrumenten) oder ungewolltes, störendes Phänomen (z. B. Entstehung von Lärm durch vibrierende Maschinenteile). Was ist eigentlich eine Schwingung? Wie entsteht sie? Wie kann sie verstärkt oder auch unterbunden werden? Das Wissen darüber ist für die Arbeit von Entwicklern und Konstrukteuren eine grundlegende Voraussetzung – egal ob sie sich mit Sound-Anlagen, Motoren oder Raketentriebwerken beschäftigen.

Erdrotation und Pendelschwingung



Foucaultsches Pendel im Pantheon in Paris



Jean Bernard Léon Foucault

Das Foucaultsche Pendel

In der Geschichte der Wissenschaft ist das Foucaultsche Pendel von grundlegender Bedeutung. Erst nach dem historischen Versuch von 1851 im Pantheon in Paris mit einem 67 m langen und 28 kg schweren Pendel setzte sich das heliozentrische Weltbild endgültig durch – auch wenn dies theoretisch schon lange vorher bekannt war.

Bei der von Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) entwickelten Anordnung handelt es sich um ein quasi frei im Raum hängendes Pendel. Unter diesem dreht sich die Erde, was an der allmählichen Drehung der Schwingungsebene zu sehen ist. Diese Änderung kann z. B. durch das Umstoßen von kleinen Holzzyllindern eindrucksvoll veranschaulicht werden. Foucaults Verdienst besteht darin, dass er unseren Planeten zu einem Teil seines Versuchs machte und damit die Erdrotation so „einfach“ nachwies.

Die Drehung der Schwingungsebene kann jedoch nur ein auf der Erde stehender Beobachter wahrnehmen. Ein „Außenstehender“ stellt dagegen fest, dass sich aufgrund der Erdrotation die Orientierung der Schwingungsebene im Raum trotz Bewegung der gesamten Experimentieranordnung nicht verändert.

Auch Satelliten und Raumstationen bewegen sich auf Bahnen, die in solchen raumfesten Ebenen liegen. Fernerkundungssatelliten, wie der in Neustrelitz empfangene TerraSAR-X, mittels derer die gesamte Erdoberfläche beobachtet werden soll, müssen auf kreisähnlichen Bahnen fliegen, die annähernd über beide Erdpole verlaufen. Die Erde dreht sich unter diesen Bahnkurven weg. Der TerraSAR-X benötigt für ein einmaliges komplettes „Abtasten“ der gesamten Erde elf Tage und durchläuft dabei 167-mal seine Bahn.

Wenn ein über den Nordpol kommender Satellit sichtbar wäre, würde ein auf der Erde stehender Beobachter eine Bahnverschiebung nach Westen registrieren. Theoretisch könnte er aus seiner Position die richtungsändernde sog. Corioliskraft am Satelliten messen. Diese ist auch am Foucaultschen Pendel wirksam. Ihre Stärke und damit die Ablenkung der Schwingungsebene hängt von der geografischen Breite φ des Pendelortes ab.

An den Polen würde sich die Schwingungsebene des Pendels während einer Erdrotation um den Tageswinkel $\alpha_{\text{Tag}} = 360^\circ$ drehen. Bei Pendeln in Deutschland beträgt der Wert noch ca. 275° . Allgemein gilt:

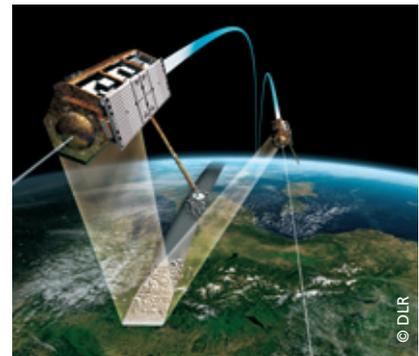
$$\alpha_{\text{Tag}} = 360^\circ \cdot \sin(\varphi)$$

Unter Verwendung der Dauer t_{Tag} für eine Erddrehung (ein Sternentag) und der geografischen Breite kann z. B. die Zeit t für eine komplette Drehung der Schwingungsebene um $\alpha = 360^\circ$ berechnet werden. Dazu ist die obere Beziehung in die Verhältnisgleichung

$$\frac{t_{\text{Tag}}}{t} = \frac{\alpha_{\text{Tag}}}{\alpha}$$

einzusetzen und nach t umzuformen:

$$t = \frac{t_{\text{Tag}}}{\sin(\varphi)}$$



TerraSAR-X im Formationsflug mit seinem Zwillingssatelliten TanDEM-X

Im DLR_School_Lab ist ein Foucaultsches Pendel mit einer Länge von 4,5 m aufgebaut, die Masse der Pendelkugel beträgt 32 kg. Die bei kurzen Pendellängen rasch entstehende zusätzliche elliptische Bewegung wird durch einen an der Aufhängung befindlichen sog. Charron-Ring begrenzt. Die Kompensation aller Reibungsverluste (Entdämpfung) erfolgt durch einen Elektromagneten, der sich exakt in der Mitte unter der Ruhelage des Pendels befindet. Er wird immer automatisch eingeschaltet, wenn das Pendel seine Bewegung von der maximalen Auslenkung (Umkehrpunkt) zurück beginnt. Die Leuchtdioden der Lichtband-Anzeige teilen den Kreis in 2° -Schritte. Jede der 180 Dioden ist mit einem sog. Reedkontakt verbunden, der die jeweilige Diode beim Überschwingen durch den an der Kugel befindlichen Magneten einschaltet. Dadurch ist die Winkelmessung möglich.

Schwingungsforschung

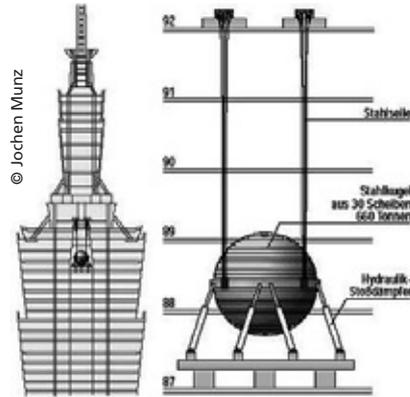
Während eines Fluges kann das Umströmen von Luft zu unerwünschten Schwingungen, dem sog. Flattern führen. Dabei nehmen die Schwingungsamplituden deutlich zu. Dieses „Aufschaukeln“ führt bei fehlender Dämpfung im Extremfall zu Schäden am Flugzeug. Aber nicht nur Flugzeuge sind von diesem Phänomen betroffen: Jeder von Luft umströmte Körper neigt zu Schwingungen. Anschauliches Beispiel dafür ist eine Fahne, die bereits bei geringer Windstärke zu flattern beginnt – ein gewollter Effekt. Das gleiche Phänomen kann z. B. eine Brücke so stark in Bewegung versetzen, dass sie – wie bei der Tacoma-Narrows-Brücke 1940 passiert – einstürzt. Darum ist z. B. auch bei hohen Bauwerken die Schwingungsdämpfung ein Thema.

Der Berliner Fernsehturm verfügt über einen 1,5 t schweren Metallstab, aufgehängt an drei Stahlseilen, der die Auslenkung an der Turmspitze auf maximal 60 cm begrenzt. Das größte dieser sog. Tilgerpendel befindet sich im Gebäude des Taipei 101. Die Pendelkugel hat eine Masse von 660 t und ist an vier 42 m langen Stahlseilen zwischen der 87. und 92. Etage aufgehängt. Für die Schwingungsdämpfung sind Pendel und Gebäude so aufeinander abgestimmt, dass das Pendel dem Bauwerk Schwingungsenergie entzieht. Das Tilgerpendel schwingt dabei gegenphasig zur Erregerschwingung des Gebäudes und seine Eigenfrequenz steht in einem definierten Verhältnis zur Schwingungsfrequenz des Gebäudes.

Schwingungsmessungen im DLR_School_Lab

Um funktionstüchtige Tilgerpendel konstruieren zu können, müssen die Ingenieure grundlegende Kenntnisse über mechanische Schwingungen besitzen. Was bedeutet „Eigenfrequenz“ eines Pendelschwingers? Von welchen Parametern ist sie abhängig? Unter welchen Bedingungen tritt Resonanz auf? Was heißt gegenphasig?

Mit der Experimentieranlage im DLR_School_Lab soll die Eigenfrequenz bzw. Periodendauer in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern an einem Fadenpendel untersucht werden. Während einer virtuellen Reise wird weiterhin erforscht, wie sich das als



Das größte Tilgerpendel mit einer Masse der Pendelkugel von 662 t befindet sich im Gebäude des Taipei 101

„Sekundenpendel“ eingestellte Pendel auf anderen Himmelskörpern verhält. Die in den genannten Experimenten gewonnenen Erkenntnisse sind Voraussetzung für die Durchführung von Untersuchungen zu erzwungenen Schwingungen, wie sie auch das Tilgerpendel ausführt. Das Fadenpendel wird dazu an einen Vibrationsgenerator mit einstellbarer Erregerfrequenz gekoppelt. So kann z. B. untersucht werden, unter welchen Bedingungen Resonanz auftritt. Im Resonanzfall führt das Pendel die erzwungene Schwingung mit einer besonders großen Amplitude aus. Bei fehlender Dämpfung kann es im Extremfall durch das sog. Aufschaukeln zur Zerstörung des Schwingers kommen.

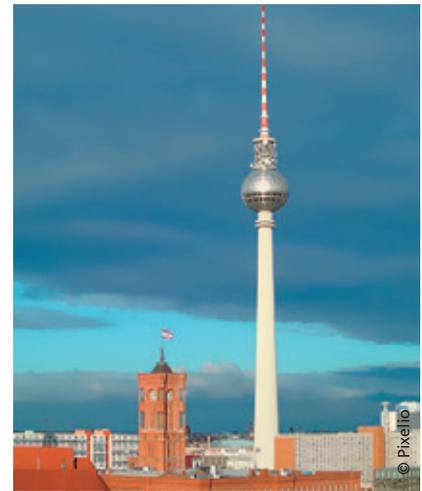
Harmonische Schwingung

Unter der Voraussetzung kleiner Auslenkwinkel (maximal 5°) führt das ungedämpfte Pendel eine harmonische Schwingung aus. Das bedeutet, dass die rücktreibende Kraft $F_{\text{rück}}$ proportional zur Auslenkung y ist (lineares Kraftgesetz). In diesem Fall gilt für das Ort-Zeit-Gesetz der Schwingung:

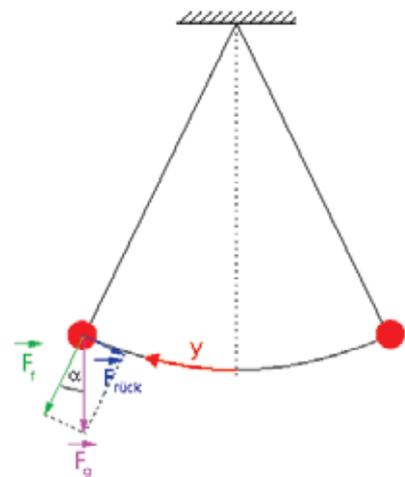
$$y(t) = y_{\text{max}} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

mit

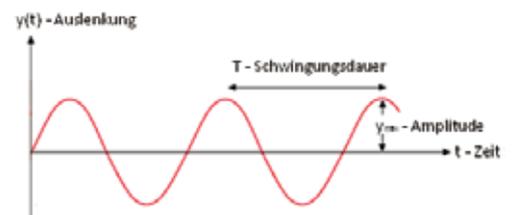
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{Kreisfrequenz})$$



Auch die Schwingung des Berliner Fernsehturms wird durch ein Tilgerpendel gedämpft



Kräfte am Fadenpendel:
 F_g – Gewichtskraft
 F_f – Spannkraft des Fadens
 $F_{\text{rück}}$ – rücktreibende Kraft



Glossar

Die **Corioliskraft** gehört zu den Schein- oder Trägheitskräften. Sie wirkt auf jeden Körper, dessen Bewegung in einem rotierenden Bezugssystem (mitbewegter Beobachter) untersucht wird.

Ein **Sterntag** ist die Zeit einer vollständigen Drehung der Erde um 360°. Das ist die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen (Höchstständen) eines Fixsterns. Ein Sterntag dauert 86164 s = 23 h 56 min 4 s.

Die **geografische Breite** φ ist die im Winkelmaß angegebene nördliche oder südliche Entfernung eines Punktes der Erdoberfläche vom Äquator. Die Breite umfasst Werte von 0° (am Äquator) bis $\pm 90^\circ$ (an den Polen).

Ein Beispiel:

Das Foucaultsche Pendel im Pantheon in Paris befindet sich auf der geografischen Breite $\varphi = 48,85^\circ$. Die Länge des Sternentages beträgt $t_{\text{Tag}} = 86164$ s. Das Einsetzen dieser Werte in die Gleichung:

$$t = \frac{t_{\text{Tag}}}{\sin(\varphi)}$$

liefert die Zeit für eine vollständige Drehung der Pendelebene um 360°:

$$t = \frac{86164 \text{ s}}{\sin 48,85^\circ} \\ = 114429 \text{ s} = 31 \text{ h } 47 \text{ min } 9 \text{ s.}$$

Kenngößen der harmonischen Schwingung:

y_{max} - Amplitude
(maximale Auslenkung)
T - Periodendauer
(Zeit für eine vollständige Schwingungsperiode)

Von der Periodendauer kann auf die **Schwingungsfrequenz** f (auch Eigenfrequenz) geschlossen werden. Es gilt:

$$f = \frac{1}{T}$$

Die Frequenz ist ein Maß dafür, wie viele Schwingungsperioden innerhalb einer bestimmten Zeit durchlaufen werden. Ihre Einheit ist Hertz (1 Hz = 1/s). Für ein ungedämpftes Fadenpendel gilt auf der Erde:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

l - Pendellänge

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 \text{ (Fallbeschleunigung / Normalbeschleunigung)}$$

Ein **Sekundenpendel** führt innerhalb einer Sekunde eine halbe Schwingungsperiode aus (T = 2 s).

Eine **gegenphasige Schwingung** liegt vor, wenn sich Erreger und Schwinger zu jedem Zeitpunkt in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden:

$$y_{\text{Erreger}}(t) = - y_{\text{Schwinger}}(t) \text{ und} \\ v_{\text{Erreger}}(t) = - v_{\text{Schwinger}}(t)$$

v - Geschwindigkeit

Das DLR im Überblick

Das DLR ist das nationale Forschungszentrum der Bundesrepublik Deutschland für Luft- und Raumfahrt. Seine umfangreichen Forschungs- und Entwicklungsarbeiten in Luftfahrt, Raumfahrt, Energie, Verkehr und Sicherheit sind in nationale und internationale Kooperationen eingebunden. Über die eigene Forschung hinaus ist das DLR als Raumfahrt-Agentur im Auftrag der Bundesregierung für die Planung und Umsetzung der deutschen Raumfahrtaktivitäten zuständig. Zudem fungiert das DLR als Dachorganisation für den national größten Projektträger.

In den 16 Standorten Köln (Sitz des Vorstands), Augsburg, Berlin, Bonn, Braunschweig, Bremen, Göttingen, Hamburg, Jülich, Lampoldshausen, Neustrelitz, Oberpfaffenhofen, Stade, Stuttgart, Trauen und Weilheim beschäftigt das DLR circa 7.000 Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter. Das DLR unterhält Büros in Brüssel, Paris und Washington D.C.

Das DLR Neustrelitz

Der DLR-Standort Neustrelitz liegt etwa 100 Kilometer nördlich von Berlin im Bundesland Mecklenburg-Vorpommern. Hier arbeiten über 70 Wissenschaftler, Ingenieure und Angestellte.

Die Forschungs- und Entwicklungsarbeiten am Standort sind den Themenbereichen satellitengestützte Erdbeobachtung, Navigation und Ionosphärenerkundung zugeordnet und gliedern sich in verschiedene Forschungsprogramme ein.



DLR

**Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt**

DLR_School_Lab Neustrelitz
Kalkhorstweg 53
17235 Neustrelitz

Leitung: Dr. Albrecht Weidermann
Telefon: 03981 237 862
oder 03981 480 220
Telefax: 03981 237 783
E-Mail: schoollab-neustrelitz@dlr.de

www.DLR.de/dlrschoollab