Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\{S\}, \{a, +, *\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch

$$S \to SS+ \mid SS* \mid a$$

- Geben Sie die Sprache an, die von G erzeugt wird.
- Sei $w = aa + a*$. Geben Sie zu w alle Syntaxbäume an. Geben Sie anschließend alle Links-, Rechts und Reverse-Rechtsableitungen an.
- Ist die Grammatik eindeutig?

Aufgabe 2 Zu $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^n$ sei $w^R = a_n \dots a_1$ das umgedrehte Wort. Geben Sie kontextfreie Grammatiken zu folgenden Sprachen an:

- $L_1 = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- $L_2 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = w^R\}$
- $L_3 = \{a^m b^{2m} \mid m \in \mathbb{N}\}$
- $L_4 = \{a^m b^{m+n} c^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
- $L_5 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i = j \vee j = k\}$

Sind Ihre Grammatiken eindeutig?

Aufgabe 3 Seien L_1 und L_2 kontextfreie Sprachen. Zeigen Sie, dass

- $L_1 \cup L_2$,
- $L_1 \circ L_2$ und
- $\{w^R \mid w \in L_1\}$

kontextfrei sind.

Aufgabe 4 Sei $G = (N, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Zeigen Sie

- S ist erreichbar.

- S ist nicht produktiv genau dann, wenn $L(G) = \varnothing$.

Sei $N' \subseteq N$ mit $S \in N'$. Die Einschränkung von G auf N' ist definiert als

$$G[N'] = (N', \Sigma, \{X \to \alpha \in P \mid X \in N' \wedge \alpha \in (N' \cup \Sigma)^*\}, S)$$

Sei nun $L(G) \neq \varnothing$. Seien $N_\to$ die erreichbaren und $N_\leftarrow$ die produktiven Nichtterminalzeichen von G. Wir setzen $G_\to = G[N_\to]$ und $G_\leftarrow = G[N_\leftarrow]$. Zeigen Sie

- $L(G) = L(G_\to)$
- $L(G) = L(G_\leftarrow)$