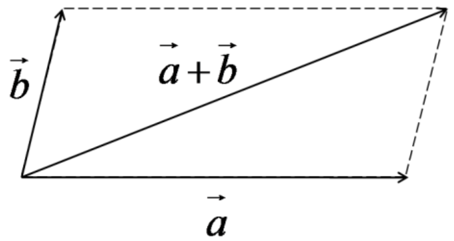
Wektory w układzie współrzędnych

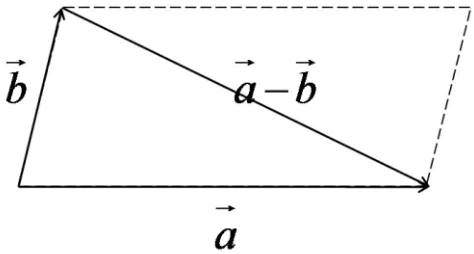
Dodawanie wektorów



$$\vec{a}=\left[a_x,a_y,a_z\right], \vec{b}=\left[b_x,b_y,b_z\right]$$

$$\vec{a}+\vec{b}=\left[a_x,a_y,a_z\right]+\left[b_x,b_y,b_z\right]=\left[a_x+b_x,a_y+b_y,a_z+b_z\right]$$

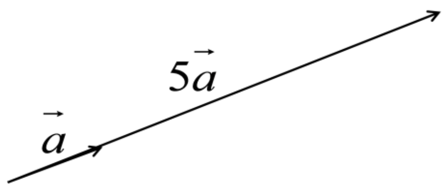
Odejmowanie wektorów



$$\vec{a}=\left[a_x,a_y,a_z\right], \vec{b}=\left[b_x,b_y,b_z\right]$$

$$\vec{a}-\vec{b}=\left[a_x,a_y,a_z\right]-\left[b_x,b_y,b_z\right]=\left[a_x-b_x,a_y-b_y,a_z-b_z\right]$$

Mnożenie wektora przez liczbę



$$\vec{a}=\left[a_x,a_y,a_z\right]$$

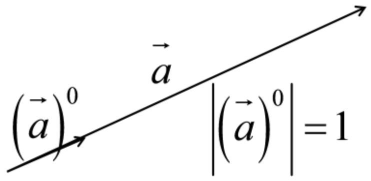
$$k\vec{a}=\left[ka_x,ka_y,ka_z\right]$$

Długość wektora

$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}$$

Wersor wektora



$$\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$$

$$(\vec{a})^0 = \frac{1}{|\vec{a}|}[a_x, a_y, a_z]$$

Kolinearność (równoległość) wektorów

Wektory $\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]$ i $\vec{b} = [b_x, b_y, b_z]$ są kolinearne (równoległe) wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$$

Mnożenie skalarne wektorów (liczba)

$$\vec{a}=\left[a_x,a_y,a_z\right],\ \vec{b}=\left[b_x,b_y,b_z\right]$$

$$\vec{a}\circ\vec{b}=\left[a_x,a_y,a_z\right]\circ\left[b_x,b_y,b_z\right]=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$$

Kąt pomiędzy wektorami

$$\cos\left(\measuredangle\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\circ\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}$$

Wektory prostopadłe

Wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$ są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy $\vec{a}\circ\vec{b}=0$

Rzut wektora $\vec{a}$ oś o kierunku wektora $\vec{b}$

$$\vec{a}_k=\frac{\vec{a}\circ\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^2}\vec{b}$$

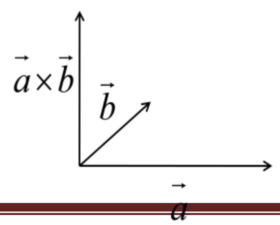
Mnożenie wektorowe wektorów (wektor)

$$\vec{a}=\left[a_x,a_y,a_z\right],\ \vec{b}=\left[b_x,b_y,b_z\right]$$

$$\vec{a}\times\vec{b}=\left[a_x,a_y,a_z\right]\times\left[b_x,b_y,b_z\right]=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}=\left[\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix},-\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ b_x & b_z\end{vmatrix},\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}\right]$$

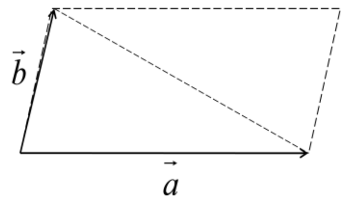
$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\left(\measuredangle\vec{a},\vec{b}\right)$$

Wektor $\vec{a}\times\vec{b}$ jest prostopadły zarówno do wektora $\vec{a}$, jak i $\vec{b}$:



Pole równoległoboku i trójkąta

$$P_{\square} = \left|\vec{a} \times \vec{b}\right| \quad P_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$$



<u>Iloczyn mieszany wektorów (liczba)</u>

$$\vec{a} = \left[a_x, a_y, a_z\right], \vec{b} = \left[b_x, b_y, b_z\right], \vec{c} = \left[c_x, c_y, c_z\right]$$

$$\vec{a} \circ \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Komplanarność wektorów (leżą na jednej płaszczyźnie)

Wektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ są komplanarne (leżą na jednej płaszczyźnie) wtedy i tylko wtedy, gdy $\vec{a} \circ \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = 0$

Objętość równoległościanu i czworościanu (ostrosłupa)

$$V_{\square} = \left|\vec{a} \circ \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)\right|, V_{\triangle} = \frac{1}{6}\left|\vec{a} \circ \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)\right|$$