

Einsendearbeit: Kurs 00522, Allokationstheorie, KE2, Sommersemester 2016

Aufgabe 1

Betrachten Sie den Produktionssektor einer Ökonomie, in dem mit Hilfe von Arbeit A und Kapital K die beiden Endprodukte X und Y hergestellt werden. Durch den Arbeitseinsatz in der Produktion des Gutes X entsteht als Nebenprodukt Wissen V , welches die Produktion des Gutes Y steigert. Die Produktionsfunktionen lauten $X = F(A_x, K_x)$, $V = H(A_x)$ und $Y = G(A_y, K_y, V)$, wobei A_i und K_i , $i = x, y$, die im Sektor i eingesetzte Arbeit bzw. das eingesetzte Kapital bezeichnen. Der Kapitalstock \bar{K} und das Arbeitsangebot \bar{A} seien fest vorgegeben. Für alle Produktionsfunktionen werden positive aber abnehmende Grenzproduktivitäten der Inputfaktoren angenommen.

- Stellen Sie das Optimierungsproblem zur Ermittlung der Bedingungen für ein Paretooptimum in der Produktion auf. (10 Punkte)
- Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Paretooptimum her. (12 Punkte)
- Zeigen Sie, dass in einem Paretooptimum

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial A_x}}{\frac{\partial F}{\partial K_x}} = \frac{\frac{\partial G}{\partial A_y}}{\frac{\partial G}{\partial K_y}} - \frac{\frac{\partial G}{\partial V} \frac{\partial H}{\partial A_x}}{\frac{\partial G}{\partial K_y}}$$

gelten muss.

(16 Punkte)

- Nehmen Sie an, die repräsentativen Endproduktproduzenten besitzen keine Marktmacht und sind damit Preisnehmer. Ermitteln Sie, ob für die beiden im Folgenden beschriebenen Rahmenbedingungen die Bedingung aus Teilaufgabe c) für das Paretooptimum im Marktgleichgewicht erfüllt ist.
 - Es gibt kein Patentsystem, so dass das Wissen V den Y -Produzenten kostenlos als öffentliches Gut zur Verfügung steht. (26 Punkte)
 - Aufgrund eines Patentsystems benötigen die Y -Produzenten pro genutzter Wissens-einheit V eine Lizenz. Diese können Sie zum Preis p_v von den X -Produzenten erwerben. (36 Punkte)