

## Fakultät für Wirtschaftswissenschaft

### Einsendearbeit zum

**Kurs**                **00522** Allokationstheorie

**Kurseinheit**    **2**

zur Erlangung der Teilnahmeberechtigung an der Prüfung zum

**Modul**            **32771**            **Allokationstheorie und Fiskalpolitik**

Hinweise:

1. Die Einsendearbeit umfasst 1 Aufgabe.
2. Insgesamt sind max. 100 Punkte erreichbar.
3. Bei jeder Aufgabe bzw. Teilaufgabe ist die erreichbare Punktzahl vermerkt.
4. Sie benötigen mindestens 50 Prozent der insgesamt erreichbaren Punktzahl, damit diese Einsendearbeit als erfolgreich bearbeitet gelten kann.

## Einsendearbeit: Kurs 00522, Allokationstheorie, KE2, Wintersemester 2015/16

### Aufgabe 1

Betrachten Sie die Produktionsseite einer Ökonomie, in der mit Hilfe von Arbeit  $A$  und Kapital  $K$  die beiden Endprodukte  $X$  und  $Y$  sowie das öffentliche Gut  $Z$  hergestellt werden. Die Produktionsfunktionen seien gegeben durch  $X = F(A_x, K_x, Z)$ ,  $Y = G(A_y, K_y, Z)$  und  $Z = H(A_z, K_z)$ , wobei  $A_i$  und  $K_i$ ,  $i = x, y, z$  die für die Produktion von Gut  $i$  eingesetzte Arbeit bzw. das eingesetzte Kapital bezeichnen.  $Z$  bezeichnet die Menge des öffentlichen Gutes, welches in nicht rivalisierender Art und Weise für die Produktion der beiden Endprodukte genutzt wird. Der Kapitalstock  $\bar{K}$  und das Arbeitsangebot  $\bar{A}$  seien fest vorgegeben. Für alle Produktionsfunktionen werden positive aber abnehmende Grenzproduktivitäten der Inputfaktoren angenommen.

- a) Stellen Sie das Optimierungsproblem zur Ermittlung der Bedingungen für ein Paretooptimum in der Produktion auf. (20 Punkte)
- b) Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Paretooptimum her. (14 Punkte)
- c) Zeigen Sie, dass in einem Paretooptimum
  - i) die Grenzraten der Substitution zwischen Arbeit und Kapital in allen drei Sektoren (X,Y und Z - Produktion) identisch sein müssen. (12 Punkte)
  - ii) die folgenden Bedingungen gelten:

$$\frac{\partial F}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial A_z} \frac{\frac{\partial F}{\partial A_x} + \frac{\partial G}{\partial A_y}}{\frac{\partial F}{\partial A_x}} + \frac{\partial G}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial A_z} \frac{\frac{\partial F}{\partial A_x} + \frac{\partial G}{\partial A_y}}{\frac{\partial G}{\partial A_y}} = \frac{\partial F}{\partial A_x} + \frac{\partial G}{\partial A_y}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial K_z} \frac{\frac{\partial F}{\partial K_x} + \frac{\partial G}{\partial K_y}}{\frac{\partial F}{\partial K_x}} + \frac{\partial G}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial K_z} \frac{\frac{\partial F}{\partial K_x} + \frac{\partial G}{\partial K_y}}{\frac{\partial G}{\partial K_y}} = \frac{\partial F}{\partial K_x} + \frac{\partial G}{\partial K_y}$$

(10 Punkte)

- d) Interpretieren Sie die in Teilaufgabe c) ii) genannten Bedingungen kurz ökonomisch. Erläutern Sie kurz ökonomisch, warum die Gewichte  $\frac{\frac{\partial F}{\partial A_x} + \frac{\partial G}{\partial A_y}}{\frac{\partial F}{\partial A_x}}$ ,  $\frac{\frac{\partial F}{\partial A_x} + \frac{\partial G}{\partial A_y}}{\frac{\partial G}{\partial A_y}}$ ,  $\frac{\frac{\partial F}{\partial K_x} + \frac{\partial G}{\partial K_y}}{\frac{\partial F}{\partial K_x}}$ ,  $\frac{\frac{\partial F}{\partial K_x} + \frac{\partial G}{\partial K_y}}{\frac{\partial G}{\partial K_y}}$  größer als 1 sind. (12 Punkte)

Das öffentliche Gut werde von der Regierung zur Verfügung gestellt. Zur Finanzierung der fixen Menge  $\bar{Z}$  besteuert die Regierung den Konsum der beiden Endprodukte mit den Wertsteuern  $t_x$  und  $t_y$ , so dass  $p_x^b = p_x(1 + t_x)$  und  $p_y^b = p_y(1 + t_y)$ , mit  $p_x$  und  $p_y$  als Nettopreise der Güter  $X$  und  $Y$ , sowie  $p_x^b$  und  $p_y^b$  als deren Bruttopreise. Die Regierung kann entweder beide Steuersätze identisch setzen oder das Gut  $X$  höher als das Gut  $Y$  besteuern.

Gehen Sie davon aus, dass die beiden Konsumenten 1 und 2 ihr Einkommen als gegeben ansehen, und dass alle Produzenten und Konsumenten Preisnehmer sind. Die Nutzenfunktion des Konsumenten  $i = 1, 2$  lautet  $U_i = U_i(x_i, y_i)$ .  $y_i$  und  $x_i$  bezeichnen die von Konsument  $i = 1, 2$  nachgefragten Mengen.

- e) Welche der zwei genannten Besteuerungsvarianten sollte die Regierung wählen, wenn sie eine effiziente Güterverteilung und (gegeben die fixe Menge  $\bar{Z}$ ) globale Effizienz, d.h.  $-\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{dy_2}{dx_2}$  und  $-\frac{dy_i}{dx_i} = -\frac{dY}{dX} = \frac{\frac{\partial G}{\partial K_y}}{\frac{\partial F}{\partial F_x}}$ , garantieren möchte? Argumentieren Sie formal-analytisch! (32 Punkte)