

# Beuluntersuchung PLII+

## Inhaltsverzeichnis

|   |    |
|---|----|
| Anwendungsmöglichkeiten                     | 2  |
| Allgemeiner Anwendungsbereich               | 2  |
| Spezielle Anwendungsbereiche                | 2  |
| Bemessungsnormen                            | 3  |
| Systemdefinition                            | 3  |
| Besondere Hinweise für die Systemdefinition | 3  |
| Lastfälle und Randlasten                    | 4  |
| Berechnung und Nachweisführung              | 5  |
| Berechnungsgrundlagen                       | 8  |
| FE - Elementformulierung                    | 8  |
| Eigenwertuntersuchung                       | 8  |
| Ideale Beulwerte - Unversteifte Platten     | 9  |
| Ideale Beulwerte - Versteifte Platten       | 10 |
| Berechnungsablauf                           | 11 |
| Nachweis nach EN 1993-1-5, Abschnitt 10     | 11 |
| Nachweiskonzept                             | 11 |
| Plattenartiges Verhalten                    | 13 |
| Knickstabähnliches Verhalten                | 14 |
| Nachweisführung                             | 14 |
| Anforderungen an Beulsteifen                | 15 |
| Allgemeines                                 | 15 |
| Quersteifen                                 | 15 |
| Längssteifen                                | 19 |
| Eingabe                                     | 20 |
| Programmoberfläche                          | 20 |
| Grundparameter                              | 21 |
| System – Beulsteifen                        | 22 |
| Belastung                                   | 25 |
| Literatur                                   | 26 |

## Grundlegende Dokumentationen - Übersicht

Neben den einzelnen Programmhandbüchern (Manuals) finden Sie grundlegende Erläuterungen zur Bedienung der Programme auf unserer Homepage [www.frilo.eu](http://www.frilo.eu) im Downloadbereich (Handbücher).

*Tipp: Zurück - z.B. nach einem Link auf ein anderes Kapitel/Dokument – geht es im PDF mit der Tastenkombination „ALT“ + „Richtungstaste links“*

## FAQ - Frequently asked questions

Häufig auftretende Fragen zu unseren Programmen haben wir auf unserer Homepage im Bereich

► Service ► Support ► [FAQ](#) beantwortet.

# Anwendungsmöglichkeiten

## Allgemeiner Anwendungsbereich

PLII+ ist ein Berechnungsprogramm zum Nachweis unausgesteifter und ausgesteifter, rechteckiger Platten mit benutzerdefinierten Randeinwirkungen. Neben dem Tragsicherheitsnachweis (Beulnachweis auf Grundlage der Methode der reduzierten Spannungen nach EN 1993-1-5, Abschnitt 10) ist auch die alleinige Berechnung der Verzweigungslastfaktoren und Beulbeiwerte nach der linearen Beultheorie möglich. Die Beulfeldberechnung erfolgt dabei auf Grundlage der Methode der finiten Elemente (FEM).

Alle Untersuchungen, auch die Ermittlung der idealen Beulwerte, werden am Gesamtfeld mit diskreten Längs- und Quersteifen durchgeführt. Darin ist die Wirkung aller Steifen auf das Beulverhalten vollständig erfasst. Nachweise für Einzelfeld und Teilfeld sowie ein zusätzlicher Nachweis der Mindeststeifigkeit von Steifen sind daher nicht erforderlich. Beulen mit knickstabähnlichem Verhalten wird ebenfalls am gegebenenfalls ausgesteiften Gesamtfeld berücksichtigt.

Mit PLII+ können innerhalb einer Position beliebig viele Lastfälle berechnet werden, deren Belastung folgende Lastarten umfassen kann:

1. trapezförmige gegengleiche Streckenlasten an den Querrändern
2. trapezförmige gegengleiche Streckenlasten an den Längsrändern
3. zwei Einzellasten (z.B. Radlasten aus Kranbetrieb) auf der Beulfeldoberkante
4. eine frei definierbare Reaktionskraft an der Beulfeldunterkante, z.B. die Auflagerkraft aus einer Auflagerkonsole
5. umlaufend konstante Randschubbelastung

Durch die Punkte 3 und 4 ist es auch möglich veränderliche Biege- und Schubspannungsverteilungen im Beulfeld abzubilden, indem die Scheibenbeanspruchung an einem Kragarm oder an einem beidseitig gelenkig gelagerten Einfeld- oder Zweifeldträger berechnet werden können.

In Fällen, die von der gewählten Bemessungsnorm nicht abgedeckt sind (z.B. ein oder mehrere ungelagerte Beulfeldränder), können die linearen Verzweigungslasten, auch automatisch getrennt für alle Einwirkungskomponenten, berechnet werden.

Zur Veranschaulichung stellt PLII+ für jeden Lastfall folgende Berechnungsergebnisse jeweils für plattenartiges und knickstabähnliches Verhalten (EN 1993-1-5) bzw. für die einzelnen Randlasten (DIN 18800) grafisch dar:

- Spannungsfelder  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  und  $\sigma_v$
- Beulform zugehörig zur niedrigsten Verzweigungslast

Durch Anordnung von Randsteifen zur Modellierung von Gurten können mit PLII+ auch die Stabilitätsprobleme Knicken und Biegedrillknicken mit Querschnittsverformung untersucht werden.

PLII+ liefert hierfür ideale Verzweigungslasten unter Berücksichtigung lokalen Beulens in druckbeanspruchten Stegbereichen.

Die Ergebnisse solcher Untersuchung sind stark abhängig vom Ansatz der einzelnen Anteile der Steifensteifigkeit und deren Beteiligung am Lastabtrag.

## Spezielle Anwendungsbereiche

Das Programm PLII+ ist speziell für den Nachweis von Schweißträgern mit sehr schlanken Stegen ausgelegt, bei denen ein Nachweis der Beulsicherheit erforderlich ist. Die Beulgefährdung kann dabei aus dem Gesamttragverhalten (Biege- bzw. Normalkraftbeanspruchung) und/oder lokalen Lasteinleitungsbeanspruchungen stammen, z.B. bei Kranbahnträgern.

## Bemessungsnormen

Das Programm **PLII+** führt die Tragsicherheitsnachweise nach EN 1993-1-5, Abschnitt 10 (Methode der reduzierten Spannungen) unter Berücksichtigung der Regelungen der Nationalen Anhänge (je nach vorhandener Lizenz)

- DIN EN 1993-1-5/NA
- ÖNORM B 1993-1-5
- NA to BS EN 1993-1-5

Darüber hinaus ist auch der Nachweis nach DIN 18800 implementiert, wobei jedoch nicht alle Berechnungsoptionen für EN 1993-1-5 zur Verfügung stehen.

## Systemdefinition

Im Programm **PLII+** können ausschließlich rechteckige Beulfelder mit konstanter Dicke abgebildet werden. Das Beulfeld kann durch eine beliebige Anzahl von Längs- und Quersteifen ausgesteift sein. Für die Scheibenberechnung wird stets von einer zwängungsfreien (statisch bestimmten) Lagerung ausgegangen, so dass die Scheibenbeanspruchung gänzlich durch die definierten Randlasten und dazu intern generierten Gleichgewichtslasten bestimmt wird. Die Plattenrandbedingungen (Beulanalyse) können für jeden Beulfeldrand getrennt vorgegeben werden.

## Besondere Hinweise für die Systemdefinition

### Beulsteifen

Als Steifen können im Programm **PLII+** nicht nur reine Beulsteifen, sondern auch Gurte von Trägern betrachtet werden. Damit ergibt sich die Möglichkeit realistischere und i.d.R. auch höhere Beulwerte am gedanklich herausgetrennten Träger anstatt am einfachen Beulfeld zu berechnen.

Die Steifen verlaufen orthogonal zu den Plattenrändern und können wahlweise über die gesamte Beulfeldlänge bzw. Beulfeldbreite oder auch bereichsweise angeordnet werden. Die Systemgeometrie ist durch Angabe der Anfangs- und Endkoordinaten der Steifen festzulegen.

**PLII+** behandelt Steifen grundsätzlich diskret, d.h. ein ‚Verschmieren‘ von Steifen ist nicht möglich bzw. nicht nötig. Beim Vergleich mit Beulwerten ‚verschmierter‘ Beulsteifen ist zu beachten, dass darin das Einzelfeldbeulen nicht enthalten ist! **PLII+** berücksichtigt in der Beuluntersuchung auch das Beulen der Einzelfelder zwischen den Steifen und ermittelt den jeweils kleinsten Eigenwert mit der dazugehörigen Beulform.

Im Rahmen der FE-Modellierung werden Steifen in **PLII+** durch räumliche, in der Plattenmitte zentrisch angeschlossene Balkenelemente abgebildet. Der Einfluss einer eventuellen Exzentrizität der Steife wird – wie im Stahlbau üblich – durch wirksame Breiten in Anlehnung an die Vorgaben der gewählten Bemessungsnorm berücksichtigt.

**PLII+** bietet die Möglichkeit, die Wirkung von diskreten Steifen entweder bei Scheiben- und Beuluntersuchung oder nur bei der Beulberechnung zu berücksichtigen. Die Steuerung erfolgt über entsprechende Steuerparameter während der Eingabe der Steifen. **PLII+** stellt dafür Optionen zur Erfassung des Einflusses der Dehn-, Torsions- und Biegesteifigkeit von Steifen in den idealen Beulwerten zur Verfügung.

Beulsteifen sind entweder explizit als

- Flachstahlsteifen - zentrisch oder exzentrisch zur Plattenmittelfläche
- Winkel- oder T-Steifen
- Trapezsteifen

zu beschreiben.

Für Flachstahl-, T-, Winkel- und Trapezsteifen ermittelt PLII+ aus dem Steifenabstand, der Plattendicke und der Querschnittsgeometrie der Steifen automatisch die wirksamen Breiten und die sich daraus ergebenden wirksamen Querschnittswerte.

## Lastfälle und Randlasten

### Hinweis zu den Lastwerten

Bei der Eingabe aller Randeinwirkungen ist darauf zu achten, dass PLII+ die Eingabe von Lasten (verteilt oder konzentriert) erwartet und nicht von Spannungen! Werden Randlasten also aus vorab ermittelten Biege- und Schubspannungen abgeleitet, so müssen diese mit ihren um die Plattendicke multiplizierten Werten als Randlasten eingegeben werden.

### Hinweise zum Lasteinleitungsproblem

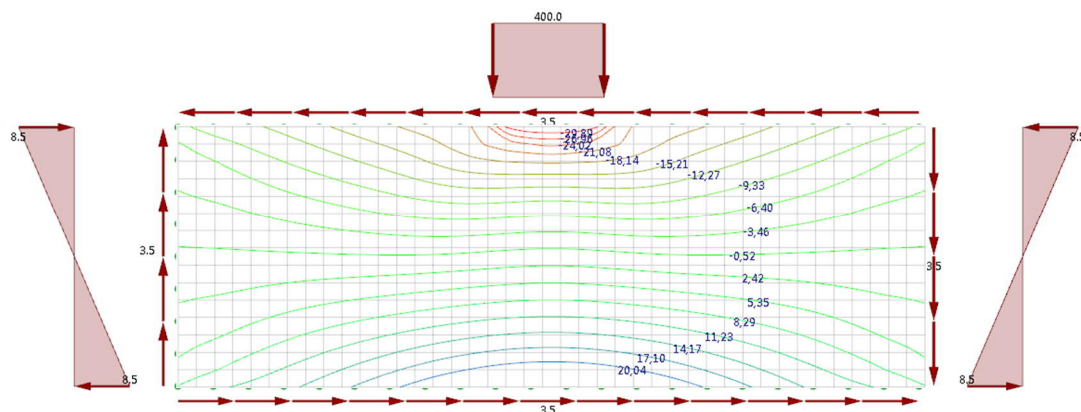


Abbildung:  $\sigma_x$ - Spannungsverlauf für Rechteckplatte unter Einzellastbeanspruchung.

Wie aus der Abbildung zu ersehen ist, treten beim Lasteinleitungsproblem neben  $\sigma_y$ - Spannungen auch  $\sigma_x$ - Spannungen (Biegespannungen) auf, die nicht über die Beulfeldlänge konstant sind. Deren Einfluss auf die ideale Beullast ist nur bei kleinen  $\alpha$ -Werten vernachlässigbar (kleine Biegebeanspruchung). Beim Vergleich der Beulwerte von langen Beulfeldern mit Lösungen z.B. nach [10], ist zu beachten, dass in dieser Lösung nur  $\sigma_y$ - Spannungen berücksichtigt werden.

Ursache für die  $\sigma_x$ - Spannungen sind einerseits die Beanspruchung durch die örtliche Lasteinleitung (oberer Beulfeldrand) und andererseits die globale Lastabtragung durch Biegung. Zur Eliminierung beider Ursachen bietet PLII+ optional an, nur die  $\sigma_y$ - Spannungen mittels FEM zu ermitteln und die verbleibenden Spannungskomponenten aus den definierten Randbelastungen abzuleiten.

## Berechnung und Nachweisführung

### Sonderregelungen der Nationalen Anhänge

Bei der Nachweisführung ist zu beachten, dass einige Nationale Anhänge die Anwendung des Nachweisverfahrens einschränken. So reduziert z.B. der Nationale Anhang für Deutschland seine Anwendung auf allseitig gelenkig gelagert Platten. Ist diese Randbedingung nicht eingehalten, so können zumindest die Lastverzweigungsfaktoren bestimmt werden, die für plattenartiges Verhalten (unausgesteifte oder nur schwach ausgesteifte Platten mit kleinen Seitenverhältnisse) einen groben Anhaltswert für die Beulgefährdung darstellen. Die reale Traglast liegt in diesem Fall aufgrund der überkritischen Tragreserven i.d.R. über der kleinsten Verzweigungslast.

Alle Nationalen Anhänge empfehlen die Beschränkung der Anwendung auf die „unter Druck stehenden Plattenbereiche“. Diese Erleichterung ist nicht leicht zu interpretieren, existieren doch auch komplexe Beanspruchungsszenarien und das Phänomen des Schubbeulens. PLII+ behilft sich hier mittels Nullsetzen der Zugspannungskomponente. Auf diese Weise gehen nur Druck- und Schubspannungen in die Nachweisgleichung des Beulversagens ein. Zusätzlich wird ein Vergleichsspannungsnachweis unter Berücksichtigung aller Spannungskomponenten, jedoch ohne Ansatz der Abminderungsfaktoren für Beulen, gegen die Fließgrenze des Stahls geführt.

### Knickstabähnliches Verhalten

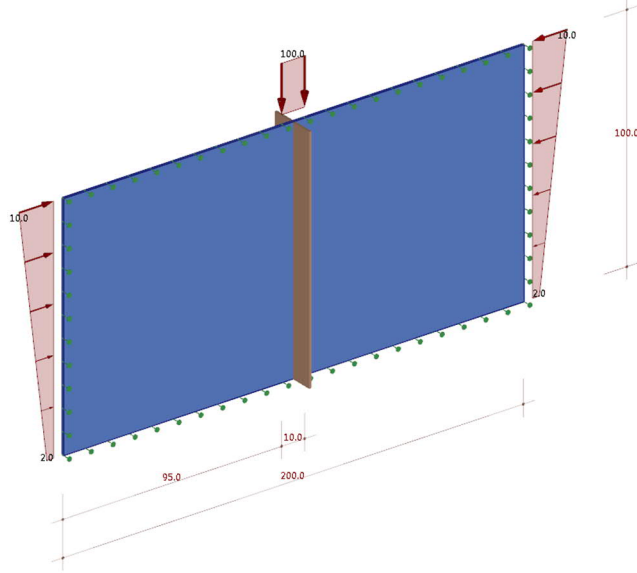
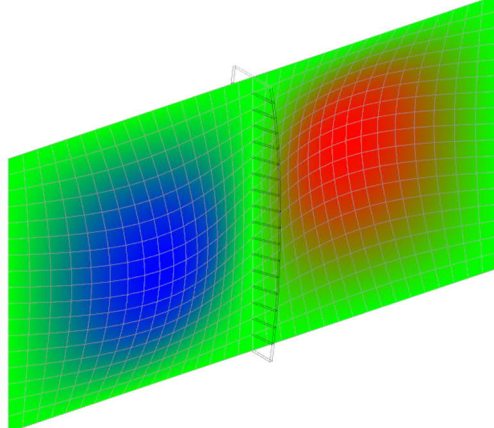
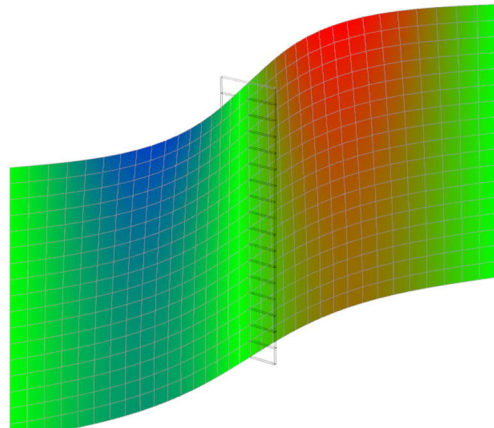
Die in EN 1993-1-5 als auch DIN 18800 Verwendung findenden Beulkurven (Tragfähigkeitsbeiwerte in Abhängigkeit einer ideellen Bauteilschlankheit) stellen empirische Ansätze dar, welche zu einem gewissen Grad überkritische Tragreserven aktivieren. Ihre Gültigkeit beschränkt sich somit auf plattenartiges Verhalten, das durch einen signifikanten Lastabtrag in Querrichtung charakterisiert ist.

Kann nur ein einachsiger Lastabtrag stattfinden, z.B. wenn die Querränder sehr weit von einander entfernt sind oder ein ausgesteiftes Beulfeld ein starke Orthotropie aufweist, sind beim Nachweis der Tragfähigkeit die Knickkurven für stabförmige Bauteile anzuwenden - siehe EN 1993-1-5, 4.5.3 (5). In der Realität liegt bei Platten stets eine Mischform zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten vor, weshalb EN 1993-1-5 (als auch DIN 18800) eine Interpolation zwischen den Abminderungsfaktoren für beide Extremfälle vorschreibt.

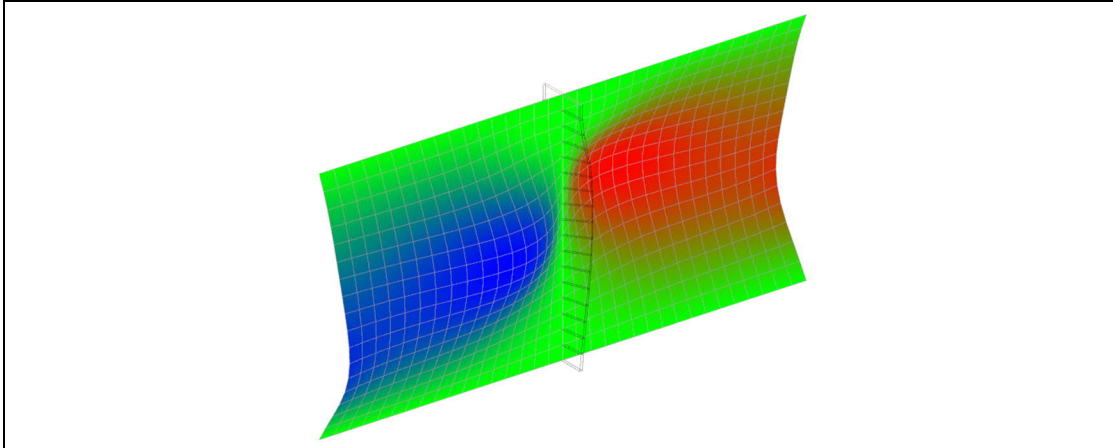
Zur Quantifizierung des Interpolationspunktes wird der Einfluss der Lagerung der Längsränder auf den kleinsten Lastverzweigungsfaktor herangezogen. Für die Beurteilung des knickstabähnlichen Verhaltens erfolgt also eine erneute lineare Beulanalyse, jedoch mit freigesetzten Rändern parallel zur betrachteten Beanspruchungsrichtung - siehe EN 1993-1-5, 4.5.3 (1). Dabei gilt: Umso größer der Abfall der Verzweigungslast, desto ausgeprägter ist das plattenartige Verhalten (starker Lastabtrag in Querrichtung). Oder umgekehrt: Umso kleiner der Abfall der Verzweigungslast, desto ausgeprägter ist das knickstabähnliche Verhalten (geringer Abtrag in Querrichtung).

Für die Handrechnung bietet EN 1993-1-5 eine vereinfachte Berechnung des Lastverzweigungsfaktors über einen Formelapparat basierend auf einem Knickstab an. Zu beachten ist jedoch, dass hier typische „auf der sicheren Seite liegende Ansätze“ zu einer Unterschätzung der Verzweigungslasten führen, die wiederum den falschen Schluss auf ein „zu plattenartiges Verhalten“ provozieren und so letztendlich die Tragfähigkeit der Platte überschätzen!

Die folgende Tabelle demonstriert das Vorgehen beispielhaft.

| System und Belastung  |
|---|
|  <p>The diagram shows a 3D perspective of a blue plate system. The plate is supported along its edges. A central vertical strip is highlighted in brown. Dimensions are indicated: a total length of 200.0, with a 95.0 segment on the left and a 10.0 segment on the right. A height of 100.0 is shown on the right. A downward load of 100.0 is applied to the central strip. The plate is supported at the corners with dimensions 10.0 and 2.0.</p> |
| alle Plattenränder gelenkig gestützt → plattenartiges Verhalten ( $\alpha_{cr,p} = 1.31$ )  |
|  <p>A 3D visualization of the plate's buckling mode. The plate is shown with a color gradient from blue (low displacement) to red (high displacement). The buckling shape is characterized by a central region of high displacement (red) and a surrounding region of lower displacement (blue/green).</p>   |
| nur Querränder gelenkig gestützt → knickstabähnliches Verhalten in x-Richtung ( $\alpha_{cr,c,x} = 0.28$ )  |
|  <p>A 3D visualization of the plate's buckling mode in the x-direction. The plate is shown with a color gradient from blue (low displacement) to red (high displacement). The buckling shape is characterized by a central region of high displacement (red) and a surrounding region of lower displacement (blue/green).</p>   |

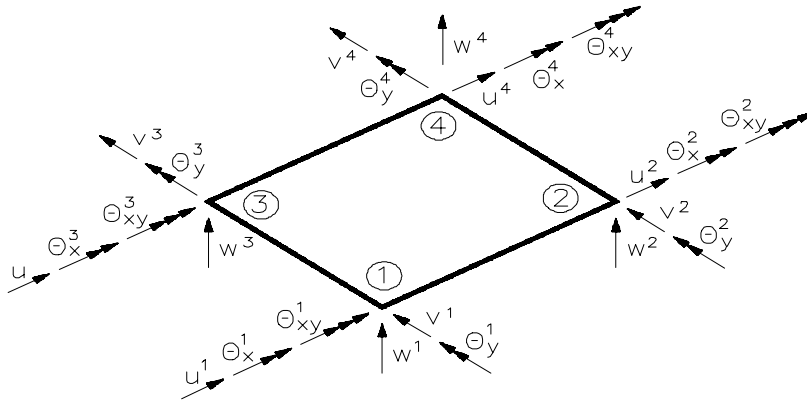
nur Längsränder gelenkig gestützt → knickstabähnliches Verhalten in y-Richtung ( $\alpha_{cr,c,y} = 51.2$ )



**Bemerkungen:** Die maßgebende Betrachtungsrichtung ist hier die Längsrichtung. Obwohl die Quersteife jeweils auf gestützten Längsrändern endet, muss sie auch für das knickstabähnliche Verhalten an den Enden gestützt werden, um die Knicklast nicht zu unterschätzen. Um lokales Beulen infolge Lasteinleitungsspannungen auszuschließen, werden für knickstabähnliches Verhalten nur die Randlasten angesetzt, die in Betrachtungsrichtung wirken. Der hohe Lastverzweigungsfaktor in y-Richtung betont die Dominanz der x-Richtung auf das Beultragverhalten.

## Berechnungsgrundlagen

### FE - Elementformulierung



Zur numerischen Untersuchung mittels der FE-Methode wird die betrachtete Platte durch finite, rechteckige Faltwerkselemente mit je 4 Knoten und insgesamt 24 Freiheitsgraden beschrieben. Das geometrisch nichtlineare Faltwerkselement basiert auf dem linearen, konformen Plattenelement von [Bogner/Fox/Schmit](#) [8] mit 4 Knoten und je 4 Freiheitsgraden.

Als Interpolationsfunktionen kommen dabei unter Verwendung der Knotenverformungen Hermite-Polynome zur Anwendung. Interelementkompatibilität senkrecht zu den Rändern (C1-Kompatibilität) entsteht dabei insbesondere durch je einen Verwölbungsfreiheitsgrad an jedem Knoten. Das Element ist damit konform bezüglich Biegung mit garantierter Konvergenz. Das Konvergenzverhalten des auf das Plattenelement aufgelegten bilinearen Scheibenelementes mit 4 Knoten und je 2 Freiheitsgraden wird verbessert, indem elementweise konstante Schubverzerrung erzwungen wird. Scheiben- und Biegewirkung sind wie in der linearen Theorie üblich entkoppelt. Zur Erstellung der geometrischen Steifigkeitsmatrizen der Plattenelemente für die Eigenwertuntersuchung werden alle Membranspannungskomponenten  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau$  infolge der verschiedenen Lastfälle als konstant innerhalb eines Elementes betrachtet.

### Eigenwertuntersuchung

Die Eigenwertuntersuchung nach der linearen Beultheorie erfolgt iterativ mittels inverser Vektoriteration bzw. unter Verwendung der Unterraummethode getrennt für jeden der drei maximal möglichen o.g. Lastfälle. Die FE-Formulierung führt hierbei auf die Lösung des folgenden allgemeinen Matrixeigenwertproblems für den kleinsten Eigenwert  $\eta_{ki}$

$$[K_e + \eta K_g] \Phi = 0$$

Darin ist  $K_e$  die elastische, lineare Systemsteifigkeitsmatrix,  $K_g$  die geometrische Systemsteifigkeitsmatrix und  $\Phi$  die Matrix der Eigenvektoren.  $K_g$  ist eine Funktion der Membranspannungskomponenten in Elementmitte sowie dessen geometrischer Abmessungen. Stark veränderliche Membranspannungen, lokale Effekte oder komplexe Eigenformen z.B. bei Platten mit mehreren Steifen beeinflussen dabei das Konvergenzverhalten der Eigenwertiterationsverfahren ebenso nachteilig wie sehr kleine Membranspannungen. Führt die Eigenwertlösung mittels inverser Vektoriteration zu keinem Ergebnis, startet [PLII+](#) in diesem Fall eine Eigenwertlösung mit der Unterraummethode.

Bei der Berechnung der idealen Verzweigungslasten (Beullasten) werden alle Membranspannungsanteile infolge der jeweiligen Randbelastung in der geometrischen Steifigkeitsmatrix berücksichtigt. Sofern bei den Grundparametern spezifiziert, sind beim  $r_y$ - Randlastfall in den Beullasten, ebenso wie in [11], auch der Einfluss der gleichzeitig vorhandenen  $\sigma_x$ - und  $\tau$ -Spannungen enthalten.



## Ideale Beulwerte - Unversteifte Platten

Für unversteifte Rechteckplatten mit gelenkig gelagerten Rändern liegen analytische Vergleichslösungen z.B. nach [7] und [9] vor.

Für allseitig naviergelagerte Rechteckplatten mit Randspannungen  $\sigma_x$ , dem Randspannungsverhältnis  $\psi$  und dem Seitenverhältnis  $\alpha = a/b$  stellt die nachfolgende Tabelle einen Vergleich der analytisch ermittelten idealen Beulspannungen mit den kursiv gedruckten Werten aus einer Berechnung mit PLII+ mit jeweils 600 Elementen dar.

Dabei gilt: Beulfeldbreite  $b = 100$  cm, Plattendicke  $t = 1,0$  cm, Elastizitätsmodul  $E = 21000$  kN/cm<sup>2</sup>, Querdehnzahl  $\mu = 0,3$

| $\psi$ | $\alpha = 0,5$        | $\alpha = 1,0$        | $\alpha = 1,5$        | $\alpha = 2,0$        |
|--------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1,0    | 11,86<br><i>11,86</i> | 7,59<br><i>7,59</i>   | 7,59<br><i>8,24</i>   | 7,59<br><i>7,59</i>   |
| -1,0   | 48,40<br><i>48,45</i> | 45,40<br><i>48,47</i> | 45,36<br><i>45,76</i> | 45,36<br><i>45,33</i> |

Tabelle: Vergleich von Beulwerten unversteifter Platten mit  $\sigma_x$  - Randspannungen

In der nachfolgenden Tabelle werden ideale Beulspannungen für die o.g. Parameter für konstanten Randschub auf der Grundlage einer analytischen Lösung mit den kursiv gedruckten Werten aus einer Berechnung mit PLII+ mit jeweils 200 Elementen verglichen.

| $\alpha = 0,5$        | $\alpha = 1,0$        | $\alpha = 1,5$        | $\alpha = 2,0$        |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 48,13<br><i>49,72</i> | 17,73<br><i>17,70</i> | 13,51<br><i>13,42</i> | 12,03<br><i>12,43</i> |

Tabelle: Vergleich von Beulwerten unversteifter Platten mit Randschublasten

Die Vergleiche zeigen, dass bei nicht versteiften Platten für  $\sigma_x$  - und  $\tau$  -Randlasten die mit PLII+ ermittelten Werte mit geringen Abweichungen mit den analytischen Lösungen übereinstimmen.

## Ideale Beulwerte - Versteifte Platten

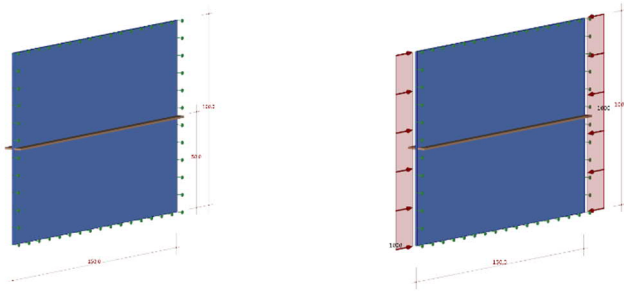
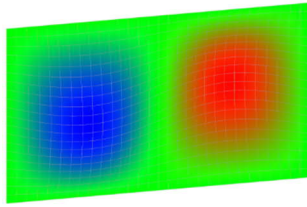
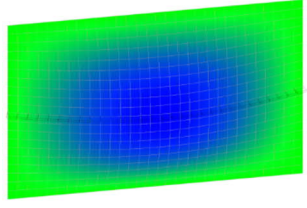
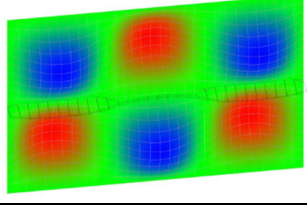
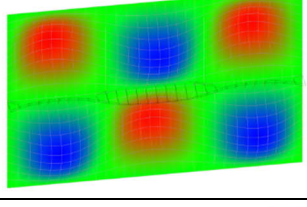
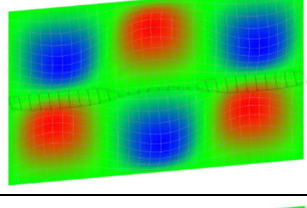
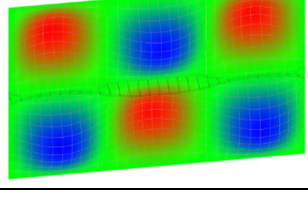


Bild: System 1 - Platte 1500x1000 mm mit Flachstahlsteife 100x10,  $\psi = 1,0$

| Fall | Beschreibung  | $\sigma_{cr,p,x}$        | Beulform   |
|------|---|--------------------------|--|
| i)   | ohne Steife   | 8,24 kN/cm <sup>2</sup>  |    |
| ii)  | mit zentrischer Steife, ohne Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit bei der Scheibenberechnung, ohne Torsionssteifigkeit der Steife   | 23,52 kN/cm <sup>2</sup> |   |
| iii) | mit exzentrischer Steife, ohne Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit bei der Scheibenberechnung, ohne Torsionssteifigkeit der Steife | 30,37 kN/cm <sup>2</sup> |  |
| iv)  | mit exzentrischer Steife, mit Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit bei der Scheibenberechnung, ohne Torsionssteifigkeit der Steife  | 32,43 kN/cm <sup>2</sup> |  |
| v)   | mit exzentrischer Steife, ohne Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit bei der Scheibenberechnung, mit Torsionssteifigkeit der Steife  | 32,21 kN/cm <sup>2</sup> |  |
| vi)  | mit exzentrischer Steife, mit Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit bei der Scheibenberechnung, mit Torsionssteifigkeit der Steife   | 34,37 kN/cm <sup>2</sup> |  |

## Berechnungsablauf

Der Berechnungsablauf gliedert sich in 3 Phasen.

1. FE-Scheibenberechnung
2. FE-Beulanalyse
3. Beulnachweis
4. Nachweis der Beulsteifen

Im ersten Schritt wird der Scheibenspannungszustand unter gleichzeitiger Wirkung aller Randlasten bestimmt. Auf Grundlage dieser Scheibenspannungen kann anschließend die geometrische Steifigkeit der Plattenelemente berechnet und das Eigenwertproblem für plattenartiges Verhalten gelöst werden. Anschließend wird dieser Schnitt noch zwei weitere Male wiederholt, jeweils unter Freisetzung der von zwei parallelen Plattenrändern um die Lastverzweigungsfaktoren für knickstabähnliches Verhalten zu ermitteln. Im letzten Schritt erfolgt der Beulnachweis jeweils im Mittelpunkt aller finiten Elemente. Eventuell vorhandene Zugbeanspruchungen werden dabei ignoriert. Der Nachweis der unter Zugbeanspruchung stehenden Plattenbereiche wird über die Vergleichsspannung als Nachweis der Querschnittstragfähigkeit geführt. Abschließend werden für alle Beulsteifen, die jeweils das gesamte Beulfeld überspannen, die Steifenkräfte aus der FE-Scheibenberechnung ausgelesen und deren Tragfähigkeit nach Theorie 2. Ordnung unter Ansatz von Vorverformungen (und zusätzlichen Kräften aus Zugfeldausbildung und Abtrieb aus Querverformung) bestimmt.

*Hinweis: Der Nachweis der Beulsteifen ist derzeit noch nicht für Trapezsteifen implementiert.*

## Nachweis nach EN 1993-1-5, Abschnitt 10

### Nachweiskonzept

Der Grundgedanke der Methode der reduzierten Spannungen ist die Begrenzung der elastischen Spannungen in allen Teilen des Querschnittes auf eine lokale Tragbeulspannung. Die Tragbeulspannung entspricht der um einen Faktor reduzierten Streckgrenze, bis zu deren Erreichen der Querschnitt voll tragfähig ist. Wird die Tragbeulspannung in keinem Querschnittsteil überschritten, kann eine Einordnung in Querschnittsklasse 3 erfolgen. Spannungsumverteilungen innerhalb des Querschnittes können somit natürlich nicht berücksichtigt werden. Der am höchsten beanspruchte Querschnittsteil bestimmt die Tragfähigkeit des gesamten Querschnittes.

Der Abminderungsfaktor für die Streckgrenze basiert auf einem Systemschlankheitsgrad, der auf Grundlage des gesamten einwirkenden Spannungsfeldes ermittelt wird. Der Nachweis der Einzelbeanspruchbarkeiten und die anschließende Zusammenführung über ein Interaktionskriterium können entfallen. Das Nachweiskonzept enthält bereits eine Interaktion sowohl auf Spannungsebene, basierend auf der Vergleichsspannungshypothese, als auch für die Abminderungsfaktoren. Für nicht stabilitätsgefährdete Bleche geht dieses Kriterium in einen gewöhnlichen Vergleichsspannungsnachweis über.

Der Nachweis lautet:

$$\frac{\sigma_{v,Ed}}{\sigma_{v,Rd}} \leq 1$$

Darin bedeuten

$\sigma_{v,Ed}$  Bemessungswert der Vergleichsspannung des gesamten einwirkenden Spannungsfeldes.

$$\sigma_{v,Ed} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{z,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \cdot \sigma_{z,Ed} + 3 \cdot \tau_{xz,Ed}^2}$$

$\sigma_{v,Rd}$  Bemessungswert der Tragbeulspannung

$$\sigma_{v,Rd} = \rho_p \cdot f_{y,d}$$

$\rho_p$  Abminderungsfaktor für Plattenbeulen unter Berücksichtigung des knickstabähnlichen Verhaltens.

Das Nachweisformat selbst ist sehr einfach. Die entscheidende Herausforderung ist die Berechnung des Abminderungsfaktors. Die Grundlage hierfür ist die so genannte Systemschlankheit.

Die Systemschlankheit ist die Eingangsgröße für die Ermittlung der Abminderungsfaktoren für Plattenbeulen und knickstabähnliches Verhalten. Die bezogene Systemschlankheit für beulgefährdete Bleche bestimmt sich zu:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}}$$

Darin bedeuten

$\alpha_{ult,k}$  Faktor, mit dem die Bemessungswerte der Beanspruchungen erhöht werden müssen, um in der ungünstigsten Faser die Streckgrenze zu erreichen.

$$\alpha_{ult,k} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{y,d}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{y,d}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_{y,d}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_{y,d}}\right) + 3 \cdot \left(\frac{\tau_{xz,Ed}}{f_{y,d}}\right)^2}} = \frac{f_{y,d}}{\sigma_{v,Ed}} \quad \text{Vgl. [1], Gl.(10.3)}$$

$\alpha_{cr} = \frac{\sigma_{v,cr}}{\sigma_{v,Ed}}$  Faktor, mit dem die Bemessungswerte der Beanspruchungen erhöht werden müssen, um in der ungünstigsten Faser die elastische kritische Beulvergleichsspannung zu erreichen.

Dieser Wert stellt sich in gleicher Weise dar, wie dies auch schon bei den Stabilitätsproblemen Biegeknicken und Biegedrillknicken der Fall ist. Während der Dividend einen nicht stabilitätsgefährdeten Grenzwert darstellt, beinhaltet der Divisor ideale Traglast bezogen auf das Stabilitätsproblem.

Ausgangspunkt für die Berechnung der Systemschlankheit ist die ideale Grenzbeulspannung. Liegen entsprechende Beulwerte vor, berechnet sich diese zu:

$$\sigma_{cr} = k \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_k}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Die entscheidende Größe ist also der Beulwert. Dieser entspricht dem Knicklängenbeiwerte  $\beta$  des Druckstabes. Beulwerte können der Literatur entnommen werden.

Bei genauerer Betrachtung des Beiwertes  $\alpha_{cr}$  ist zu erkennen, dass es sich hierbei bereits um den Lastverzweigungsfaktor für das Gesamtsystem handelt. Steht dem Ingenieur ein Programm zur Verfügung, welches auf Grundlage der Finite-Elemente-Methode diesen Lastverzweigungsfaktor ermittelt, kann auf den Umweg über ideale Verzweigungslasten verzichtet werden.

Die Systemschlankheit kann dann mit folgender Gleichung zum Ausdruck gebracht werden:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\sigma_{v,cr}}{\sigma_{v,Ed}}} = \sqrt{\frac{f_{y,d}}{\sigma_{v,Ed} \cdot \frac{\sigma_{v,cr}}{\sigma_{v,Ed}}}} = \sqrt{\frac{f_{y,d}}{\sigma_{v,cr}}} = \sqrt{\frac{f_{y,d}}{\alpha_{cr} \cdot \sigma_{E,cr}}}$$

Um den für den Tragsicherheitsnachweis maßgebenden Bemessungswert der Tragbeulspannung berechnen zu können, sind Abminderungsfaktoren für Plattenbeulen und knickstabähnliches Verhalten zu ermitteln. Für die Methode der reduzierten Spannungen stehen entweder die Abminderungsfunktionen aus [1], Kap. 4 und 5, oder aus [1], Anhang B, zur Verfügung.

Die Abminderungsfunktionen aus Kap. 4.5.4(1) und 5.3(1), beziehen sich jeweils auf eine der Spannungskomponenten  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  bzw.  $\tau_{xz}$ . Die so berechneten Abminderungsbeiwerte, die auch den Einfluss aus knickstabähnlichem Verhalten berücksichtigen müssen, können dann auf Grundlage der Vergleichsspannungshypothese interpoliert werden.

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x \cdot f_{y,d}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z \cdot f_{y,d}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x \cdot f_{y,d}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z \cdot f_{y,d}}\right) + 3 \cdot \left(\frac{\tau_{xz,Ed}}{\chi_w \cdot f_{y,d}}\right)^2 \leq 1$$

In [15] wird darauf hingewiesen, dass Gl. (10.5) für den Fall des biaxialen Drucks teilweise zu unsicheren Ergebnisse führte. Es wurde folgende Modifikation der Interaktionsgleichung vorgeschlagen:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - V \cdot \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right) + 3 \cdot \left(\frac{\tau_{xz,Ed}}{\chi_x \cdot f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 \leq 1$$

mit  $V = \rho_x \cdot \rho_z$  falls  $\sigma_{x,Ed}$  und  $\sigma_{z,Ed}$  Druckspannungen sind; sonst  $V = 1$

Die modifizierte Gleichung wird bei der Bemessung nach DIN EN 1993-1-5 im Programm angewendet.

Der Abminderungsbeiwert im Falle Längsspannungen bestimmt sich nach EN 1993-1-5, Kap. 4.5.4. Diese Regelungen sind ebenfalls für Querspannungen anzuwenden, die über den gesamten Längsrand verteilt sind. Für Beanspruchungen, die nicht über den gesamten Längsrand verteilt sind, führt die Interpolation von plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten zu falschen Ergebnissen. In diesem Fall muss auf Anhang B zurückgegriffen werden. Für Schubbeanspruchung ist EN 1993-1-5, Kap. 5.3 anzuwenden.

## Plattenartiges Verhalten

Es gilt allgemein:

$$\rho_p = \frac{1}{\varphi_p + \sqrt{\varphi_p - \bar{\lambda}_p}}$$

Darin bedeuten

$$\varphi_p = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 + \alpha_p \cdot (\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p0}) + \bar{\lambda}_p \right]$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_{yd}}{\alpha_{cr} \cdot \sigma_{v,Ed}}} \quad \text{bezogene Systemschlankheit}$$

Die Zahlenwerte für  $\alpha_p$  und  $\bar{\lambda}_{p0}$  sind wie folgt zu wählen:

| Querschnitt                       | vorherrschende Beulform       | $\alpha_p$ | $\bar{\lambda}_{p0}$ |
|-----------------------------------|-------------------------------|------------|----------------------|
| warmgewalzt                       | Längsspannungen $\psi \geq 0$ | 0,13       | 0,70                 |
|                                   | $\psi < 0$                    |            |                      |
|                                   | Schubspannungen<br>Querlasten |            | 0,80                 |
| geschweißt<br>oder<br>kaltgeformt | Längsspannungen $\psi \geq 0$ | 0,34       | 0,70                 |
|                                   | $\psi < 0$                    |            |                      |
|                                   | Schubspannungen<br>Querlasten |            | 0,80                 |

Tabelle 1: Zahlenwerte für  $\alpha_p$  und  $\bar{\lambda}_{p0}$ . (Vgl. [1], Tabelle B1.1).

Liegt kein knickstabähnliches Verhalten vor, kann auf Grundlage eines einzigen Systemschlankheitsgrades und Vergleichsspannungshypothese der Nachweis geführt werden. In anderen Fällen ist diese Vorgehensweise auf alle Spannungskomponenten getrennt anzuwenden. Das Ergebnis sind die Abminderungsfaktoren  $\rho_x$ ,  $\rho_z$  und  $\chi_w$ , die dann mit den Abminderungsfaktoren für knickstabähnliches Verhalten zu interpolieren sind. (Vgl. [1], B.1(3)).

## Knickstabähnliches Verhalten

Siehe hierzu auch Option [Grundparameter - Knickstab](#)

Die Abminderungsfaktoren für knickstabähnliches Verhalten werden analog der Vorgehensweise bei der Anwendung des Verfahrens mit mitwirkenden Breiten ermittelt. Für Längsspannungen und Querspannungen ist auf [1], Kap. 4.5.3, zurückzugreifen. Die Interpolation zwischen den Abminderungsfaktoren für plattenartiges und knickstabähnliches Verhalten regelt sich dann nach [1], Kap. 4.5.4.

Für die elastische Knickspannung ist der Wert anzusetzen, der sich beim Freisetzen der parallel zur Spannungskomponente verlaufenden Ränder ergibt. Bei  $\sigma_x$  sind es die Längsränder und bei  $\sigma_y$  die Querränder.

Daraus ergibt sich dann der Schlankheitsgrad für knickstabähnliches Verhalten:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_{yd}}{\sigma_{cr,c}}} = \sqrt{\frac{f_{yd}}{\alpha_{cr,c} \cdot \sigma_{Ed}}}$$

Mit diesem Schlankheitsgrad ist dann der Abminderungsfaktor für Biegeknicken nach EN 1993-1-1, Abs. 6.3.1.2, zu berechnen:

$$\chi_c = \frac{1}{\phi_p + \sqrt{\phi_p - \bar{\lambda}_c^2}} \leq 1$$

Darin bedeuten

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c \right]$$

Für nicht ausgesteifte Beulfelder ist der Imperfektionsbeiwert  $\alpha$  entsprechend der Knickspannungskurve a mit  $\alpha = 0,21$  zu verwenden.  
(Vgl. [1], Kap. 4.5.3(5)).

## Interpolation zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten

Um den für den Nachweis maßgebenden Abminderungsfaktor zu erhalten, sind die Abminderungsfaktoren aus plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten zu interpolieren. Die Interaktionsgleichung lautet:

$$\rho_c = (\rho_p - \chi_c) \cdot \xi \cdot (2 - \xi) + \chi_c$$

Darin bedeuten

$$0 \leq \xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \leq 1$$

Der Faktor  $\xi$  kann praktisch als Abstand der Beulspannung von Knickspannung verstanden werden.

Durch die Kappung des Wertes  $\xi$  können drei Bereiche definiert werden:

1. Die elastische Knickspannung ist größer als die elastische Grenzbeulspannung. Der Wert  $\xi$  wird zu  $\xi = 0$ . Es liegt der Versagensmodus Knicken vor.  
Es gilt:  $\rho = \chi_c$
2. Die elastische Knickspannung ist kleiner als die elastische Grenzbeulspannung. Der Wert  $\xi$  liegt im Bereich größer  $0 < \xi$  und kleiner  $\xi < 1$ . Es liegt der Versagensmodus knickstabähnliches Verhalten vor.  
Es gilt:  $\rho_c = (\rho_p - \chi_c) \cdot \xi \cdot (2 - \xi) + \chi_c$
3. Die elastische Knickspannung ist viel kleiner als die elastische Grenzbeulspannung. Der Wert  $\xi$  wird zu  $\xi = 1$ . Es liegt der Versagensmodus Plattenbeulen vor.  
Es gilt:  $\rho = \rho_p$

## Nachweisführung

Der Nachweis erfolgt auf Grundlage der Vergleichsspannungshypothese:

$$\left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x \cdot f_{y,d}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z \cdot f_{y,d}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x \cdot f_{y,d}} \right) \cdot \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z \cdot f_{y,d}} \right) + 3 \cdot \left( \frac{\tau_{xz,Ed}}{\chi_w \cdot f_{y,d}} \right)^2 \leq 1$$

## Anforderungen an Beulsteifen

### Allgemeines

Beulfelder sind unversteifte oder versteifte Bleche, an deren Rändern i.d.R. eine gelenkige Lagerung angenommen wird. Beulfeldränder können natürlich auch elastisch gestützt oder frei sein. Zu beachten ist allerdings, dass die Nationalen Anhänge zur EN 1993-1-5 restriktivere Regelungen bezüglich der Randbedingungen vorgeben können. So darf bspw. die Methode der reduzierten Spannungen nach DIN EN 1993-1-5/NA:2010-12 NDP zu 10(1) Anmerkung 2 nur dann angewendet werden, wenn alle Beulfeldränder als gelenkig gelagert angenommen werden können.

Bei der Definition der Mindestanforderungen an Beulsteifen wird zwischen Quer- und Längssteifen unterschieden. Die zu führenden Tragsicherheitsnachweise sind insofern gleich, dass in beiden Fällen sowohl die Querschnittstragfähigkeit als auch die Knick- und Drillknicksicherheit nachzuweisen ist, jedoch die Beanspruchungen nach unterschiedlichen Kriterien zu berechnen sind.

### Quersteifen

#### Mindestanforderungen an Quersteifen

Dem Beulnachweis von Einzel- oder Teilfeldern wird die Annahme zugrunde gelegt, dass die Quersteifen für das nachzuweisende Blechfeld eine starre Lagerung darstellen. Um diese Annahme zu erfüllen, müssen Quersteifen bestimmte Steifigkeits- und Festigkeitsanforderungen erfüllen.

Die Steifigkeitsanforderungen können als erfüllt angesehen werden, wenn die Flächenträgheitsmomente für Biegung und Torsion bestimmte Werte nicht unterschreiten. Ein entsprechender Formelapparat steht in EN 1993-1-5, Abs. 9.2.1 (5), (8) und (9) zur Verfügung. Wird der Beulnachweis mittels numerischer Berechnung auf Grundlage eines einzigen Systemschlankheitsgrades geführt, sind die Steifigkeiten der Beulsteifen bereits darin enthalten. Es ist dann mit einer elastischen Berechnung nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung unter Ansatz von Vorverformungen nachzuweisen, dass im Grenzzustand der Tragfähigkeit

- die Tragfähigkeit des Ersatzquerschnittes der Beulsteife gewährleistet ist und
- die elastische Verformung den Wert  $b/300$  nicht überschreitet.

### Querschnitt und statisches System

Der Steifenquerschnitt darf mit einer auf beiden Seiten liegenden mitwirkenden Plattenbreite von  $15\epsilon t$  angenommen werden, jedoch ohne Überschneidungen. Ist die halbe geometrische Breite zu benachbarten Quersteifen oder Beulfeldrändern kleiner als  $15\epsilon t$ , so ist der jeweils kleinere Wert in Rechnung zu stellen.

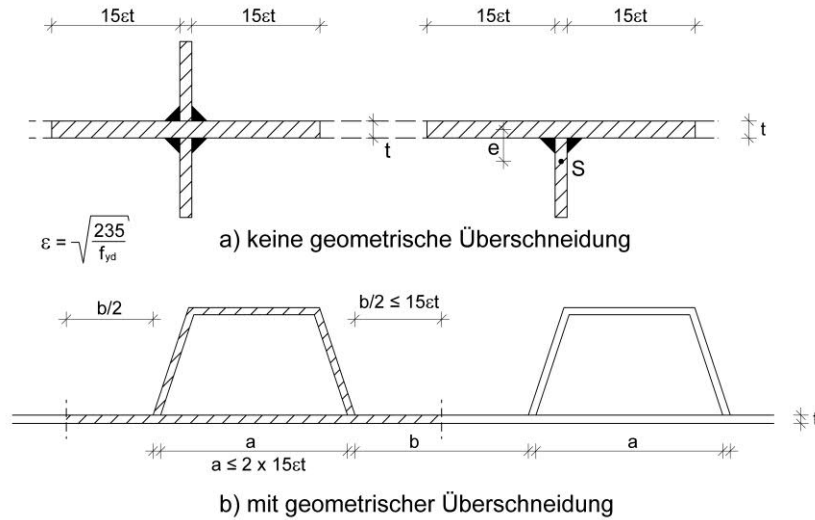


Abbildung 1: Wirksamer Steifenquerschnitt für den Steifennachweis

Es ist zu beachten, dass der Steifenquerschnitt für den Nachweis der Beulsteife ein anderer ist als für den Nachweis ausgesteifter Beulfelder.

Als statisches System wird ein beidseitig gelenkig gelagerter Ersatzstab unter Ansatz einer sinusförmigen Vorverformung  $w_0$  mit der Länge  $b$  gewählt, die sich aus dem Abstand der Schwerpunkte der jeweiligen Flansche ergibt. Dabei wird unterstellt, dass die benachbarten Quersteifen keine Verformungen erfahren. Des Weiteren wird unterstellt, dass Bleche und ggf. Längssteifen ebenfalls gelenkig an die Quersteifen angeschlossen sind.

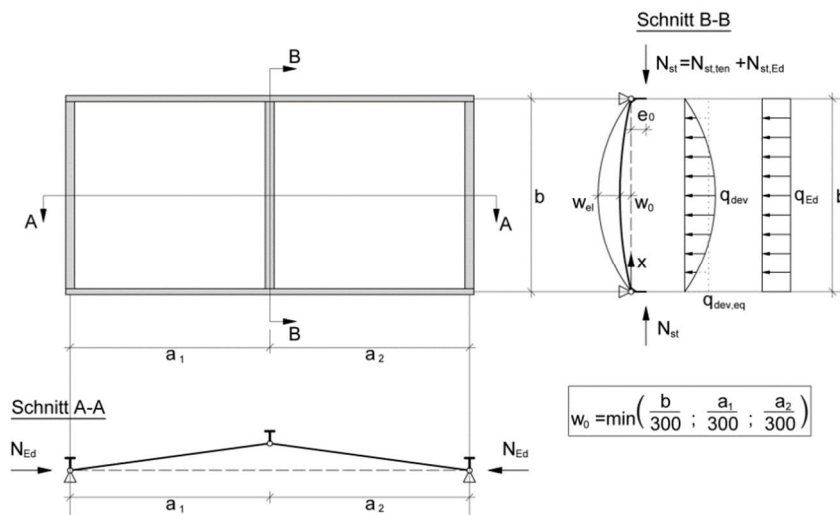


Abbildung 2: Statisches System für den Nachweis von Quersteifen



## Einwirkungen

Folgende Einwirkungen sind zu berücksichtigen:

1. Abtriebskräfte infolge Längsnormalspannungen  $q_{dev}$ .
2. Normalkraft infolge Zugfeld- bzw. Membranspannungen aus Querkrafteinwirkung  $N_{st,ten}$ .
3. Normalkraft infolge äußerer Querlasten  $N_{st,Ed}$ .

### Abtriebskräfte infolge Längsnormalspannungen

Abtriebskräfte infolge Längsnormalspannungen bestimmen sich auf Grundlage der Quersteifenverformung und der Abtriebsspannung zu:

$$q_{dev} = (w_0(z) + w_{el}(z)) \cdot \sigma_m$$

Darin bedeuten

$w_0(z)$  Funktion der Vorverformung

$w_{el}(z)$  Funktion der elastischen Verformung aus Steifenberechnung

$\sigma_m$  Abtriebsspannungen infolge Längsspannungen in der Nachbarfeldern

Auf Grund der sinusförmigen Vorverformung stellt sich auch ein sinusförmiger Verlauf der Abtriebskräfte infolge Längsspannungen  $\sigma_x$  ein, der in eine äquivalente konstante Streckenlast umgerechnet werden kann:

$$q_{dev,eq} = \frac{\pi}{4} \cdot \sigma_m \cdot (w_0 + w_{el}) \quad w_0 \text{ und } w_{el} \text{ sind Amplitudenwerte}$$

Die vorangestellten Gleichungen lassen erkennen, dass die Abtriebskräfte sowohl vom bekannten Verlauf der Vorverformungen als auch vom quantitativ unbekanntem Verlauf der elastischen Verformung abhängig sind. Dies macht im Grunde eine iterative Berechnung erforderlich.

Ein wesentliches Steifigkeitskriterium für Quersteifen ist jedoch die Beschränkung der elastischen Verformung auf den Wert von  $b/300$ . Dieser Wert bildet damit auch den maximal zulässigen Beitrag auf den Betrag der Abtriebskräfte. Aus diesem Grund darf nach EN 1993-1-5, Abs. 9.2.1 (7), bei Ermittlung der Abtriebskräfte auf ein iteratives Vorgehen verzichtet werden, wenn  $w_{el}$  mit  $b/300$  in die Berechnung einfließt. Unter Ansatz von  $w_0$  und  $w_{el}$  mit  $b/300$  vereinfacht sich dann die Berechnung zu:

$$q_{dev,eq} = \frac{\pi \cdot b}{600} \cdot \sigma_m$$

### Ermittlung der Abtriebsspannung $\sigma_m$

Die Abtriebsspannung auf eine Quersteife wird anhand der einwirkenden Längsdruckkraft wie folgt ermittelt:

$$\sigma_m = \frac{N_{Ed}}{b} \cdot \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \cdot \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \quad \text{mit} \quad 0,5 \leq \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \leq 1$$

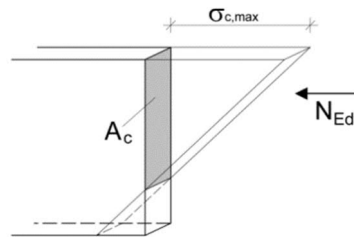
Darin bedeuten

$$N_{Ed} = t \cdot \int_0^b \sigma_x(z) \cdot dz \quad \text{sofern der gesamte Querrand unter Druckspannungen steht, } 0 < \psi$$

$$N_{Ed} = \sigma_{c,max} \cdot \frac{A_c}{2} \quad \text{Für Spannungsverhältnisse mit } -1 \leq \psi \leq 0$$

$A_c$ 

Die unter Druck stehende Querschnittsfläche des Blechfeldes



$$\frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}}$$

Berücksichtigung des knickstabähnlichen Verhaltens

### Normalkraft aus inneren Lasten $N_{st,ten}$ und äußeren Lasten $N_{st,Ed}$

Die anzusetzende Normalkraft in den Steifen setzt sich im allgemeinen Fall aus einem äußeren Anteil  $N_{st,Ed}$  und einem zusätzlichen inneren Anteil  $N_{st,ten}$  zusammen.  $N_{st,Ed}$  ergibt sich aus der direkten Einwirkung äußerer Lasten wie bspw. in Auflagersteifen einzuleitende Auflagerkräfte. In PLII+ werden diese durch die elastische FE-Scheibenberechnung mit diskreten Steifen realitätsnah erfasst.

Durch die starre Knotenkopplung sind die Längsdehnungen in den Steifenelementen und den Plattenelementen entlang der Kontaktlinie identisch. Über die Dehnsteifigkeit der Balkenelemente lassen sich somit die Normalspannungen in den Steifen berechnen. In jedem Schnitt entlang der Steife setzt sich die Normalkraft im rechnerischen Ersatzquerschnitt somit aus dem Produkt der Normalspannung mit der Nettofläche der Steife und dem Integral der Normalspannungen über die mitwirkenden Plattenbereiche zu beiden Seiten der Steife zusammen (siehe auch Abbildung 3):

$$N_{St,Ed} = A_{St,netto} \cdot \sigma_{z,x=0} + \int_{b_m} \sigma_{z,x} \cdot t dx$$

Aufgrund dieses allgemeingültigen Ansatzes erübrigt sich die Unterscheidung der Steifen in Auflager- und Zwischensteifen, da im zugrundeliegenden Spannungsfeld für die Platte stets die Wirkung aller Lasten enthalten ist. Zur besseren Nachvollziehbarkeit wird für den Steifennachweis die maximale Drucknormalkraft angesetzt. Die Abweichungen der Ergebnisse im Vergleich zum Ansatz des tatsächlichen Normalkraftverlaufs sind gering.

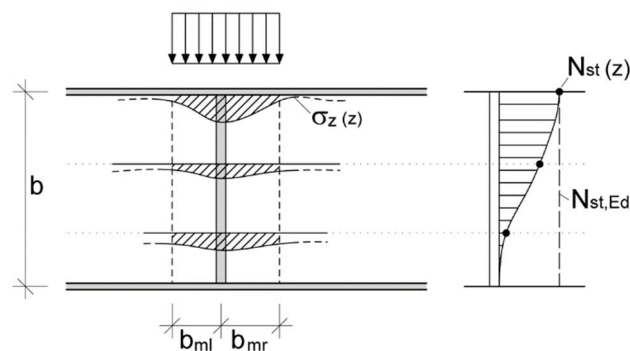


Abbildung 3: Ermittlung der Steifennormalkraft  $N_{St,Ed}$  aus den Plattennormalspannungen  $\sigma_z$

Der innere Anteil der Normalkraft in den Steifen ergibt sich aus dem Mechanismus, der sich beim Abtrag der überkritischen Schubspannungen einstellt. Bis zur kleinsten Verzweigungslast werden die Schubkräfte über Schubspannungen in der Platte abgetragen. Der Anteil, der dieses Spannungsniveau überschreitet, führt zur Ausbildung eines Zugfeldes, also über das Schubfeld diagonale Zugnormalspannungen (Gedankenmodell Faltenwurf), wobei die umlaufenden Steifen als Druckpfosten dienen.

Stark vereinfacht lässt sich die innere Drucknormalkraft über die Gleichung

$$N_{st,ten} = V_{Ed} - \frac{1}{\lambda_{vw}^2} \cdot t \cdot h_w \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1} \sqrt{3}} > 0$$

berechnen.  $V_{Ed}$  stellt hierin die größte Querkraft der benachbarten Beulfelder dar. Da diese Abschätzung weit auf der sicheren Seite liegt, darf der Nachweisschnitt im Abstand von max. 50% der Schubfeldhöhe von der Stelle der max. Querkraftbeanspruchung angenommen werden. Im Rahmen von FE-gestützten Berechnungen lässt sich die Querkraft über das Integral der Schubspannungen entlang des Nachweisschnittes ermitteln.

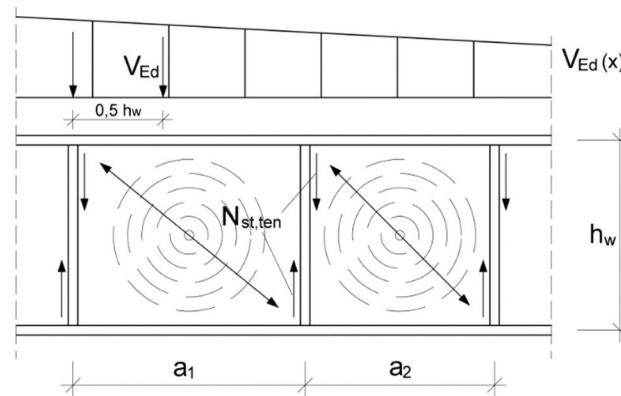


Abbildung 4: Annahmen zur Berechnung von  $N_{st,ten}$

Werden Steifen einseitig bzw. asymmetrisch angeordnet, ergibt sich ein Versatz zwischen der Plattenmittelebene als angenommene Wirkungsebene der Scheibennormalkräfte und dem Schwerpunkt des rechnerischen Steifenquerschnitts. Diese Ausmitte  $e_0$  ist zu berücksichtigen.

## Längssteifen

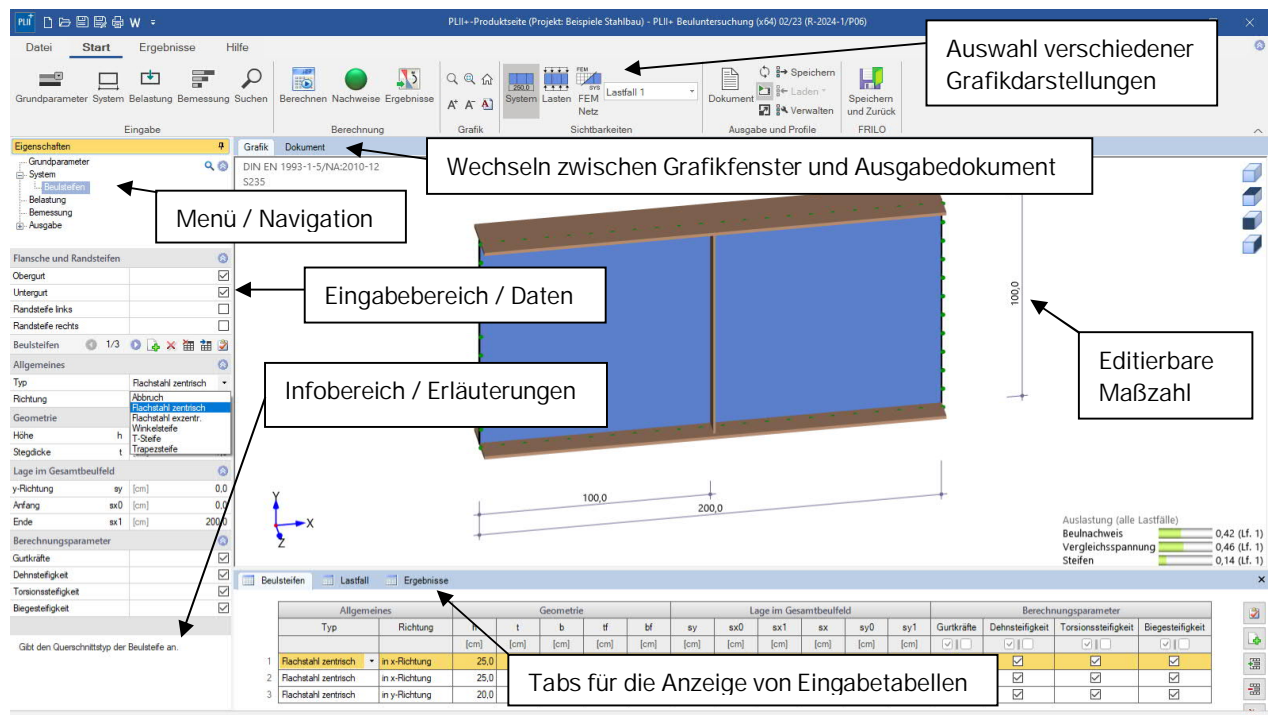
Die Querschnittstragfähigkeit von Längssteifen ist ebenfalls nachzuweisen. Hierbei ist analog zu den Quersteifen zu verfahren. Sind Längssteifen zwischen Quersteifen angeordnet, dürfen die Quersteifen als starre gelenkige Lagerung angenommen werden. Der Ersatzdruckstab hat dann die Länge des Abstandes der jeweiligen Quersteifen.

## Eingabe

Hilfstexte und Infos zu jedem einzelnen Eingabewert werden im Infobereich angezeigt, sobald Sie in ein Eingabefeld klicken. In dieser Dokumentation werden nur Eingabewerte erläutert, die im Infobereich nicht ausreichend beschrieben werden können.

## Programmoberfläche

Die allgemeine Beschreibung der Programmoberfläche finden Sie im Dokument: [Bedienungsgrundlagen-PLUS.pdf](#).



### Interaktive 3D-Grafik PLII+

Im Mittelpunkt steht die interaktive 3D-Grafik. Alle Eingaben werden sofort maßstabsgetreu grafisch dargestellt. Die einzelnen grafischen Elemente zeigen bei längerem Verweilen des Mauszeigers Tooltips mit Informationen zu deren Eigenschaften an. Per Mausklick wird das entsprechende Eingabefeld aktiviert. Kontextmenüs können über einen Rechtsklick angezeigt werden, wodurch eine Reihe von nützlichen Hilfsfunktionen nutzbar werden (z.B. Hinzufügen von Beulsteifen oder Lasten/Lastfällen bei Rechtsklick auf die Platte oder Entfernen einer Last/Beulsteife bei Rechtsklick auf die Last/Beulsteife).

### Tabelleneingabe

Für alle listenartigen Eingaben (z.B. Beulsteifen) kann die Eingabe auch in tabellarischer Form erfolgen. Durch Klick auf das entsprechende Register am unteren Bildschirmrand öffnet sich eine Tabelle.

Siehe hierzu [Bedienungsgrundlagen-PLUS.pdf](#) ▶ [Tabelleneingabe](#)

### Darstellungsauswahl

Hier wird zwischen der Darstellung der verschiedenen Grafiken umgeschaltet, z.B.: Lastfall, System- und Belastung.

**Hinweis:** Nach dem Programmstart bzw. dem Öffnen einer Position startet PLII+ stets in der Systemdarstellung, mit der entsprechenden Vermaßung des Beulfeldes und der Beulsteifen. Erst durch Umschalten in die Belastungsdarstellung werden für den ausgewählten Lastfall alle definierten Lasten sichtbar und es erscheint die Vermaßung der Einzellasten.

## Grundparameter

### Berechnungsmodus

Standardmäßig wird immer versucht den Tragfähigkeitsnachweis nach der gewählten Norm zu führen. Ist ein Nachweis aufgrund normativer Einschränkungen, z.B. Anzahl der gelagerten Ränder o.ä., nicht möglich, kann hier in den reinen Analyse-Modus umgeschaltet werden, um zumindest die Lastverzweigungsfaktoren und Beulbeiwerte nach der linearen Beultheorie zu bestimmen.

### Biegung infolge Einzellasten

Siehe Erläuterungen im Kapitel [Anwendungsmöglichkeiten](#), insbesondere Abschnitt [Lastfälle und Randlasten](#).

### Knickstab

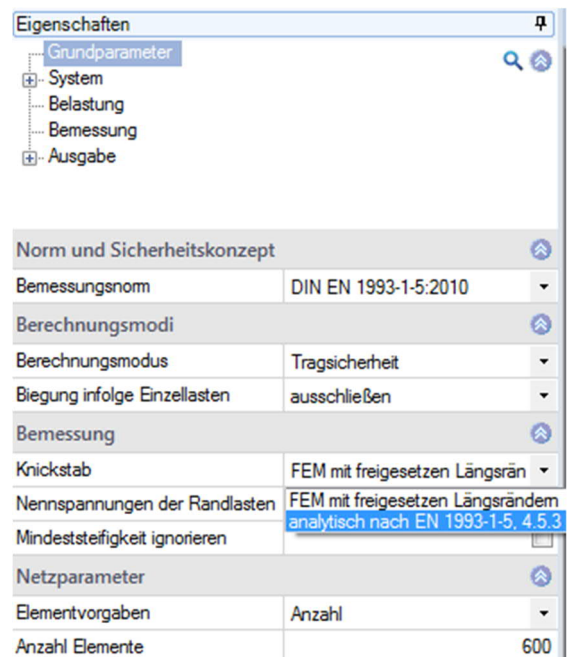
Auswahl des Verfahrens, nach dem die Knicklast bei knickstabähnlichem Verhalten bestimmt werden soll.

Standardmäßig wird dies stets numerisch am System mit freigestellten Rändern parallel zur betrachteten Belastungsrichtung berechnet. Bei Systemen, die globales Beulen zeigen (z.B. Platten mit schwachen Steifen), kann diese Vorgehensweise u.U. jedoch zu lokalem Beulen aufgrund der fehlenden Randlagerung und damit zu einer Überschätzung der Plattenwirkung (d.h. zu kleiner Verzweigungsfaktor für knickstabähnliches Verhalten) führen. In diesem Fall kann nun über die analytische Bestimmung dieses Verzweigungslastfaktors auf Grundlage von EN 199-1-5, Abschn. 4.5.3, globales Beulen auch bei knickstabähnlichem Verhalten erzwungen werden.

Eine Entscheidung für diese analytische Vorgehensweise sollte nach einer visuellen Analyse der Beulfiguren für plattenartiges und knickstabähnliches Verhalten mittels FE und freigestellter Ränder (= Standardeinstellung) getroffen werden.

### Nennspannungen der Randlasten

Generell stellt die Finite Element Methode ein Näherungsverfahren dar, dessen Genauigkeit mit steigender Netzfeinheit steigt. Dies trifft insbesondere für die Membranspannungen unter Einzellasten zu, während die berechneten Verzweigungslasten wesentlich geringer von der Netzfeinheit abhängen. Aus diesem Grund bietet das Programm die Option, den Nachweis (Nachweisgleichungen nach gewählter Norm) mit den Spannungen aus den Nennwerten der Randlasten zu führen. Unter einer Einzellast wird dann z.B. mit der Nennspannung aus Betrag und Aufstandsfläche gerechnet und nicht mit der im Regelfall geringeren Scheibenspannung aus der FE-Rechnung.



## System – Beulsteifen

### Scheibenrandbedingungen

Eine Vorgabe von Scheibenrandbedingungen ist nicht vorgesehen, da sich die Randlasten stets im Gleichgewicht befinden bzw. intern Gleichgewichtskräfte an den Vertikalrändern angesetzt werden.

### Lagerbedingungen

Plattenrandbedingungen beziehen sich auf die Verschiebungen  $w$  in z-Richtung, die Verdrehungen  $\varphi_x$  um die x-Achse,  $\varphi_y$  um die y-Achse sowie die Verwölbung  $\varphi_{xy}$  an den Knoten.

PLII+ erlaubt unter Beachtung der Nachweisbarkeit folgende Randlagerungen:

- Freier Rand:** Die Verschiebung  $w$  senkrecht zur Platte, die beiden Biegeverdrehungen  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  und die Verwölbung  $\varphi_{xy}$  eines Randes sind nicht behindert.
- Gelenkiger Rand** (gelenkige, momentenfreie Lagerung): Die Verschiebung  $w$  und Verdrehung  $\varphi$  senkrecht zum Rand sind unterdrückt, die Verdrehung um Randachse und Verwölbung frei.
- Eingespannter Rand:** Verschiebung  $w$ , Verdrehungen  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  und Verwölbung  $\varphi_{xy}$  an allen Knoten eines Randes sind unterdrückt.

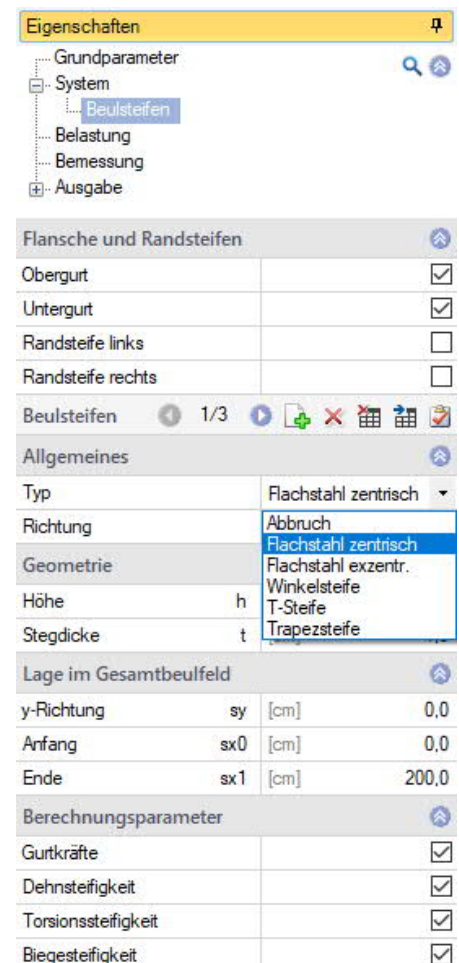


### Flansche und Randsteifen

Über die vier Optionen lassen sich bequem Steifen auf den vier Plattenrändern vordefinieren, z.B. Ober- und Untergurt beim I-Träger. Beim Setzen eines Häkchens wird eine Flachstahlsteife über die gesamte Länge des jeweiligen Plattenrandes generiert, dessen Querschnitt anschließend noch entsprechend angepasst werden muss – siehe [Steifengeometrie - Typ](#). Die einzelnen Steifen können über die [Tabellen-Symboleiste](#) ausgewählt/angezeigt werden. Wird das Häkchen wieder entfernt, wird auch die entsprechende Beulsteife aus der Auflistung entfernt.

### Berechnungsparameter

- Gurtkräfte:** Bei markierter Option werden vom Programm zusätzliche Gurtkräfte generiert, um ein Abfließen der Randlasten in die Steifen zu verhindern. Gurtkräfte können nur an Steifen generiert werden, die über die gesamte Plattenlänge oder -breite verlaufen.
- Dehnsteifigkeit:** Bei markierter Option wird vom Programm die Dehnsteifigkeit bei der Scheibenberechnung berücksichtigt.
- Bei Nichtberücksichtigung der Dehnsteifigkeit der Steifen in der Scheibenuntersuchung (übliches Vorgehen im Stahlbau) ermittelt PLII+ die Steifenkräfte für die Beuluntersuchung aus den Dehnungen in der Scheibe an den Stellen der Steifen. Die daraus errechneten Steifenkräfte werden sodann bei Druck als Abtriebskräfte oder bei Zug als Stabilisierungskräfte in der geometrischen Steifigkeitsmatrix erfasst. Die daraus sich ergebenden Beulwerte stimmen mit denen in [3] und [4] überein (siehe auch [Ideale Beulwerte](#) → S. 9).





Bei Berücksichtigung der elastischen Steifensteifigkeit in der Scheibenuntersuchung kommt es zu einer Umverteilung der Randbelastung insbesondere im Bereich der Steifen. Die daraus resultierenden Steifenkräfte können sich erheblich von denen aus einer Berechnung mit Vernachlässigung der Steifensteifigkeit unterscheiden. Die damit ermittelten Beulwerte weisen jedoch i.d.R. trotzdem nur geringe Unterschiede auf.

Die Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit von Gurtsteifen bewirkt insbesondere bei Rad- und Auflagerlasten auf den Beulfeldlängsrändern eine Erhöhung der Biegesteifigkeit um die Stegnormale infolge der Steineranteile und somit eine Verringerung der lokalen Beanspruchung. Daraus ergibt sich eine deutliche Erhöhung der idealen Beulwerte für diesen Lastfall. Bei gleichzeitiger Randbelastung der Querränder durch  $\sigma_x$ -Spannungen aus Biegemoment und Normalkraft muss jedoch sichergestellt werden, dass keine Spannungsumverteilung durch ‚Abfließen‘ der Längsspannungen in die Gurte erfolgt. Dazu ist in den Steifendefinitionen die Option ‚Gurtkräfte‘ zu aktivieren. In diesem Fall erzeugt PLII+ aus der Randbeanspruchung  $r_x$  konzentrierte Gurtkräfte an den Enden durch Multiplikation der Randspannung in Höhe der Gurte mit der zugehörigen Querschnittsfläche der Steifen (Gurte). Eine Umverteilung der  $r_x$ -Belastung ist somit ausgeschlossen. In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass bei Vernachlässigung der Dehnsteifigkeit von Quersteifen an I-Trägern mit Längsrandbelastung der 1. Eigenwert i.d.R. abfällt. Die Ursache liegt darin, dass die Quersteife durch Druckkräfte belastet wird, die sich aus der Scheibenberechnung ohne Steife ergeben und somit zu einer weiteren Destabilisierung des Gesamtsystems führt. Daher muss zur korrekten Lösung solcher Aufgaben die Dehnsteifigkeit der Quersteifen in der Scheibenberechnung berücksichtigt werden.

**Torsionssteifigkeit:** Bei markierter Option wird vom Programm die Torsionssteifigkeit bei der Beuluntersuchung berücksichtigt.

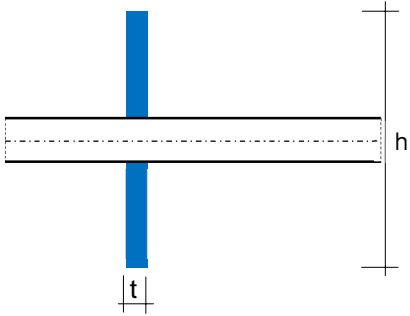
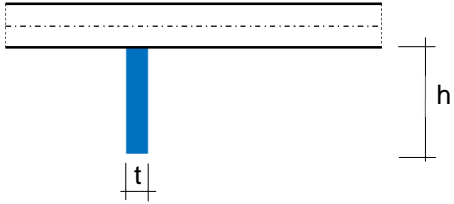
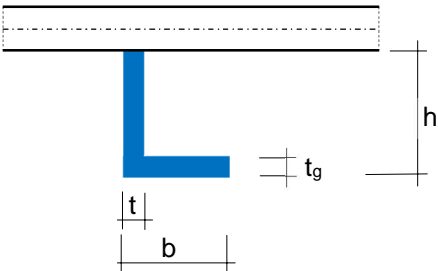
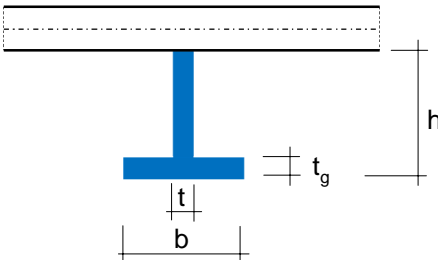
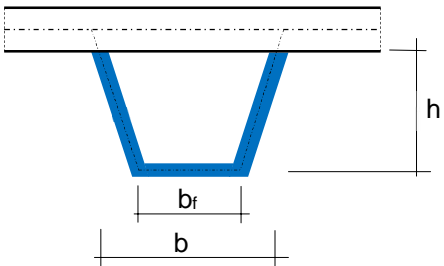
In den Beulwerten in [3] und [4] wurden im Hinblick auf eine Reduktion der Parameter auf der sicheren Seite liegend die Torsionssteifigkeit der Steifen vernachlässigt. Wie die Beispiele ([Ideale Beulwerte](#) → S. 9) zeigen, führt deren Berücksichtigung insbesondere bei geschlossenen Trapezsteifen zu einer erheblichen Erhöhung der Beulspannungen, zu einer geringeren Beulschlankheit und somit zu einer Vergrößerung der Beultragfähigkeit. Die Berücksichtigung der Torsionssteifigkeit ist standardmäßig aktiviert, kann aber bei der Steifendefinition auch deaktiviert werden. Das Drillknicken der Steife (Torsionsverdrehung um die Längsachse) bei einer zentrischen Druckbeanspruchung wird berücksichtigt.

**Biegesteifigkeit:** Steifigkeit um die Plattennormale. Bei markierter Option wird vom Programm die Steifigkeit um die Plattennormale bei der Beuluntersuchung berücksichtigt.

Eine weitere Anhebung der Beultragfähigkeit ist prinzipiell durch die Berücksichtigung der Biegesteifigkeit der Steifen um die Plattennormale möglich. Diese ergibt sich aus der lastverteilenden Wirkung von Längssteifen insbesondere bei Lasteinleitungsproblemen.

**Hinweis:** *Standardmäßig werden sämtliche Steifigkeitsanteile berücksichtigt, da diese in der Realität durch die Schweißverbindung auch wirksam sind. Eine Deaktivierung ist gewöhnlich nur bei Sonderfällen, z.B. bei der Nachstellung von Handrechnungen, notwendig.*

## Steifengeometrie - Typ

| Flachstahl zentrisch  | Flachstahl exzentrisch  |
|---|---|
|    |   |
| Winkelsteife  | T-Steife  |
|   |  |
| Trapezsteife  |   |
|  |   |



## Belastung

Bedienung der Lastfalltabelle: siehe auch [Tabellen-Symbolleiste](#)

*Tipp:* Informationen zu den einzelnen Eingabefeldern werden im unteren [Infobereich](#) angezeigt, sobald sie in ein Eingabefeld klicken.

### Gleichgewichtskräfte

Stehen die definierten Randlasten nicht im Gleichgewicht (z.B. bei Einzellasten), so werden programmintern automatisch Gleichgewichtskräfte generiert. Dabei kann vorgegeben werden, ob an beiden Vertikalrändern Schubkräfte erzeugt werden sollen (entspricht gelenkiger Trägerlagerung) oder nur an einem vertikalen Plattenrand Schubkräfte und Einspannmoment (entspricht Kragarm). Damit stellen sich über die Plattenlänge veränderliche Längsspannungen ein, die so auch für die Beulanalyse and die Nachweisführung verwendet werden.

### Auflagerkraft

PLII+ erlaubt die Platzierung einer Einzellast am unteren Plattenrand, die im Sinne einer Auflagerkraft entgegengesetzt zu den Einzellasten am oberen Plattenrand wirkt. Wenn Einzellasten und Auflagerkraft nicht im Gleichgewicht stehen, werden programmintern an den vertikalen Plattenrändern Gleichgewichtskräfte generiert. Es besteht somit die Möglichkeit, einfache Zweifeldträger abzubilden. Der Hauptanwendungsfall ist jedoch die Untersuchung des Situation „Rad(paar) über Auflager“.

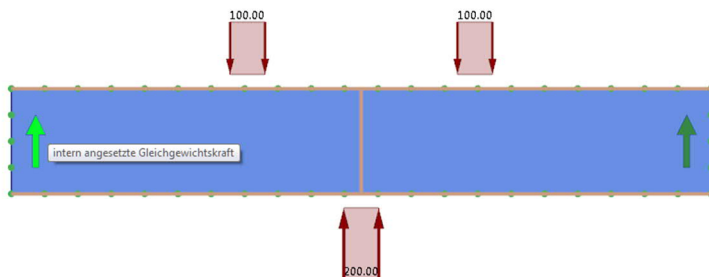


Bild: Belastung durch Radpaar über Auflager, inklusive intern angesetzter Gleichgewichtskräfte

**Eigenschaften**

- Grundparameter
- System
- Belastung
- Bemessung
- Ausgabe

---

**Lastfälle**

Lastfall 1/1

**Allgemeines**

Bezeichnung

**Randlasten in x-Richtung**

|                             |        |        |
|-----------------------------|--------|--------|
| Lastordinate bei y=0 x(y=0) | [N/mm] | 200,0  |
| Lastordinate bei y=b x(y=b) | [N/mm] | 1000,0 |

**Randlasten in y-Richtung**

|                      |                                   |       |
|----------------------|-----------------------------------|-------|
| Lasttyp              | Einzellasten (+ Gleichgewichtskr) |       |
| Gleichgewichtskräfte | lineare Randlasten                |       |
| erste Einzellast     | Ry,1,d [kN]                       | 100,0 |
| Abstand              | x1 [cm]                           | 100,0 |
| Lastausdehnung       | c1 [cm]                           | 10,0  |
| zweite Einzellast    | Ry,2,d [kN]                       | 0,0   |
| Abstand              | x2 [cm]                           | 0,0   |
| Lastausdehnung       | c2 [cm]                           | 0,0   |
| Auflager ansetzen    | <input type="checkbox"/>          |       |

**Randschublasten**

|              |             |       |
|--------------|-------------|-------|
| Lastordinate | rx,y [N/mm] | 250,0 |
|--------------|-------------|-------|

**Bemerkungen**

... zu den Einwirkungen

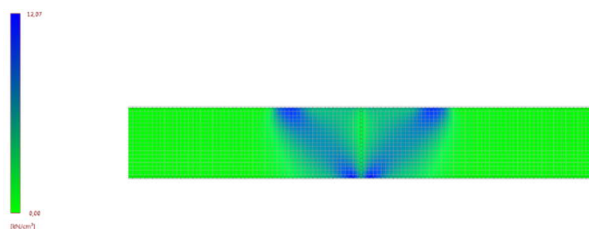


Bild: zugehörige Vergleichsspannungen

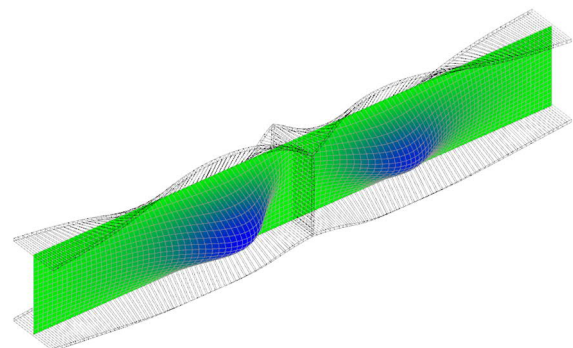


Bild: zugehörige Beulfigur

## Literatur

- [1] EN 1993-1-5, Eurocode 3: [Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-5: Plattenförmige Bauteile](#), Dezember 2010
- [2] DIN 18800 Teil 3, [Stahlbauten, Stabilitätsfälle, Plattenbeulen](#), November 1990
- [3] Klöppel, K., Scheer, J., [Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten](#), Ernst & Sohn, Berlin, 1960
- [4] Klöppel, K., Möller, K.H., [Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten](#), Band II, Ernst & Sohn, Berlin, 1968
- [5] J. Lindner; J. Scheer; H. Schmidt (Hrsg.): [Stahlbauten. Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4 \(Beuth Kommentare\)](#). Beuth, Berlin, Köln; Ernst & Sohn, Berlin 1993
- [6] Peil,U., [Kompaktseminar DIN 18800](#), Universität Karlsruhe, Lehrstuhl für Stahl-und Leichtmetallbau, 1994
- [7] DIN 4114, [Stabilitätsfälle im Stahlbau](#)
- [8] Bogner, F.K., Fox, R.L., Schmit, L.A., [The generation of interelement compatible stiffness and mass matrices by the use of interpolation formulae.](#)” Proc. Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics, Air Force Institut of Technology, Wright Patterson A.F. Base, Ohio, 1965 (October).
- [9] Petersen, Ch., [Statik und Stabilität der Baukonstruktionen](#), 2. Auflage, Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1982
- [10] Kutzelnigg, E., Beulwerte nach der linearen Theorie für längsversteifte Platten unter Längsrandbelastung, in: [Der Stahlbau 51](#) (1982), Heft 3, S.76-84
- [11] Protte, W., Beulwerte für längsrandversteifte Rechteckplatten unter symmetrischer Querbeltung nur eines Längsrandes, in: [Stahlbau 63](#) (1994), Heft 2, S. 33-40
- [12] Wagenknecht, G.: [Stahlbau-Praxis nach Eurocode 3](#). Band 2 – Verbindungen und Konstruktionen. 3. Auflage, Beuth-Verlag Berlin, 2011
- [13] Beg, D. et al, [Design of plated Structures](#). 1. Auflage, Ernst & Sohn Verlag, 2010
- [14] Johansson, B. et al, [Commentary and worked examples to 1993-1-5 “Design of plated Structures”](#). Joint Report - Joint Report - Prepared under the JRC – ECCS cooperation agreement for the evolution of Eurocode 3. 1. Auflage, 2007
- [15] Timmers, R. et al, [Stabilitätsnachweise nach EN 1993-1-5 – Theorie und Beispiele](#)“. Stahlbau- Kalender 2015, S. 209 – 286. Ernst & Sohn 2015