

4. Zahldarstellung und Stellenwert

4.1 Frühe Erfahrungen mit Zahlen größer als 10

Die meisten Kinder besitzen im ersten Grundschuljahr bereits ein gewisses Verständnis des „Zehner-und-Einer-Systems“, das sie im wesentlichen durch Beobachtung ihrer Umwelt und durch Nachahmung gewonnen haben. Sie lernen die Zahlwortreihe zunächst jedoch als Anordnung von Wörtern, deren genauere Bedeutung ihnen noch unklar ist. Mit vielen Zahlwörtern verbinden sie aus dem Zusammenhang heraus lediglich die Vorstellung von einer Menge mit *vielen* Elementen. Beim Lernen der Zahlwörter kommt es auch zu individuellen Wortschöpfungen durch Übertragung bestehender Muster der Zahlwortreihe, z. B. „eins-zehn“ für 11, „zwei-zehn“ für 12 in Analogie zu „drei-zehn, vier-zehn, ...“ und „zehn-zehn“ als Fortsetzung von „neun-zehn“ für 20.

Die verbalen Fähigkeiten vieler Kinder vor bzw. bei Schuleintritt dürfen nicht darüber hinwegtäuschen, dass ein Kind in der Regel das fünfte Lebensjahr erreicht hat, ehe es den Zusammenhang zwischen dem Platz in der Zahlwortreihe und der Elementzahl der Menge versteht. Beispielsweise kann ein Kind in der Lage sein, bis 50 zu zählen, weiß aber nicht, dass 43 größer ist als 18. Da es noch nie eine Menge mit 43 oder 18 Elementen bewusst betrachtet hat und sich derartige Anzahlen auch nicht gedanklich konstruieren kann, besitzt es keine genauen Vorstellungen von den Größenverhältnissen dieser Zahlen.

Stellenwert und Bündelung sind grundlegend für das Verständnis eines Stellenwertsystems. Um 43 als 4 Zehner und 3 Einer oder 18 als 1 Zehner und 8 Einer zu begreifen, benötigt das Kind eine klare Vorstellung vom Stellenwert, der mit dem Bündeln eng verknüpft ist. Ferner benötigt es Sicherheit im Lesen und Schreiben der Ziffernfolgen und der Zahlwörter, die nur durch umfangreiche Übungen zu erreichen ist.

Hier ist ein Hinweis auf die Struktur der Zahlwörter in der deutschen Sprache angebracht. Für die Zahlen 1 bis 12 werden zwölf verschiedene Zahlwörter verwendet, die abgesehen von „sieben“ alle einsilbig sind. Ab der Zahl 13 setzt die dezimale Sprechweise mit Inversion ein, wobei die Einer und Zehner getrennt genannt werden, jedoch in umgekehrter Reihenfolge wie die geschriebenen Ziffern. Weiterhin werden ab der Zahl 21 in den Zahlwörtern die Einer und Zehner zusätzlich durch „und“ verbunden.

4.2 Bündelungsprinzip und Stellenwertschreibweise

Die Wahl der Zahl 10 als Basis unseres dezimalen Stellenwertsystems lässt sich wahrscheinlich auf das Zählen und Rechnen mit den zehn Fingern zurückführen und ist mathematisch nicht zwingend. Von entscheidender Bedeutung ist jedoch, dass bei allen Stellenwertsystemen nur wenige Zahlzeichen benötigt werden und das schriftliche Rechnen einfach gestaltet werden kann, was ein Vergleich mit der römischen Zahlschrift sofort zeigt.

Bei der Reform des Mathematikunterrichts der 70er Jahre war man sich einig, dass Stellenwertsysteme mit unterschiedlicher Basis geeignete und notwendige Lerninhalte für den Mathematikunterricht der Grundschule darstellen. Lediglich über den Zeitpunkt der Einführung bestanden unterschiedliche Auffassungen. Die eingehende Behandlung verschiedener Stellenwertsysteme hatte unter anderem das Ziel, durch die Arbeit in mehreren Systemen den Begriff des Stellenwerts zu vertiefen. Es sollte deutlich werden, dass alle Stellenwertsysteme im Prinzip gleichwertig sind (z. B. werden durch jede Ziffer einer Zahldarstellung zwei Informationen übermittelt, nämlich Zahlenwert und Stellenwert) und dass die Vorzüge von Stellenwertsystemen in der guten Lesbarkeit großer Zahlen und bei der Durchführung schriftlicher Rechenverfahren liegen. Außerdem wurde vielfach auf die große Bedeutung des Zweiersystems für die Informatik hingewiesen.

Von diesen Zielsetzungen ist bis heute wenig erhalten geblieben. In allen Lehrwerken beschränkt man sich im wesentlichen auf das Zehnersystem. Doch bleiben auch bei dieser Beschränkung die Begriffe Stellenwert und Bündelung von großer Bedeutung.

4.2.1 Prinzip des Bündelns und Entbündelns

Bei der *Bündelung* einer Menge wird jeweils eine bestimmte Anzahl von Elementen zu einer Teilmenge, einem Bündel, zusammengefasst, bis die Menge in gleichmächtige Bündel und eine Restmenge zerlegt ist. Die Restmenge muss dabei weniger Elemente enthalten als ein Bündel und kann insbesondere auch leer sein.

Wir betrachten folgende *Aufgabe* zum Verpacken von Dingen. Eier sollen in Schachteln zu je sechs verpackt werden. Man sagt, es werden „Sechsermengen“ oder „Sechserbündel“ gebildet. Bei 33 Eiern erhält man 5 volle Schachteln und drei einzelne Eier.

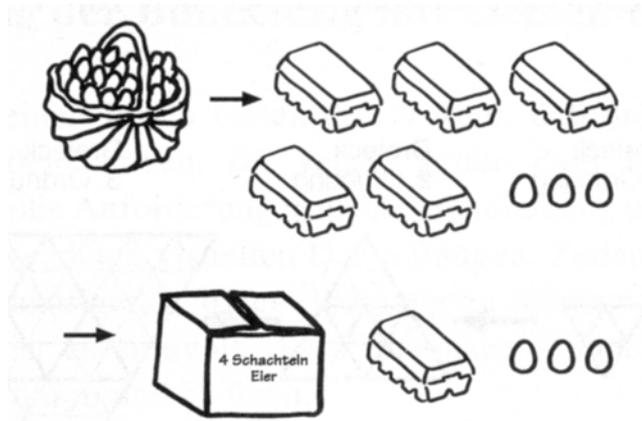


Abb. 31

Das Prinzip des Bündelns kommt zur vollen Entfaltung, wenn der Bündelungsvorgang wiederholt wird. Dabei wird eine bestimmte Anzahl der zuerst gebildeten Bündel (Bündel 1. Ordnung) erneut zu einem Bündel (Bündel 2. Ordnung) zusammengefasst. Dieser Bündelungsvorgang wird soweit wie möglich fortgesetzt. In unserem Beispiel werden 4 Eierschachteln in einen Karton verpackt. Insgesamt haben wir somit ein Bündel 2. Ordnung (Viererbündel), ein Bündel 1. Ordnung (Sechserbündel) und drei restliche Eier erhalten.

Anzahl der Eier	→		
33	Karton (Viererbündel)	Schachtel (Sechserbündel)	Restliche Eier
	1	1	3

Bei diesen beiden Schritten des Bündelungsvorgangs wird nach verschiedenen Zahlen, zuerst nach 6, dann nach 4 gebündelt. Die Basis oder Grundzahl ändert sich dabei vom 1. Schritt zum 2. Schritt. Beispiele dieser Art findet man in der Praxis bei der Einteilung von z. B. 300 Stunden in eine Woche, fünf Tage und zwölf Stunden und beim Wechseln von z. B. 66 Markstücken in möglichst wenig Fünfzig-, Zwanzig- und Zehnmarkscheine sowie in Fünfmark- und Einmarkstücke. Vor der allgemeinen Einführung des Dezimalsystems vor mehr als 100 Jahren waren verschiedene Bündelungszahlen noch in vielen Lebensbereichen als Stück- oder Zählmaße üblich, z. B. 1 Ballen Papier = 10 Ries, 1 Ries Papier = 1000 Bogen, 1 Ballen Tuch = 10 oder 12 Stück, 1 Groß = 12 Dutzend, 1 Dutzend = 12 Stück, 1 (große) Mandel = 16 Stück, 1 (kleine) Mandel = 15 Stück, 1 Decher = 10 Stück, 1 Mille = 1000 Stück, 1 Paar = 2 Stück, 1 Schock = 60 Stück, 1 Stiege = 20 Stück, 1 Zimmer = 40 oder 60 Stück.

Während bei einer Reihe von praktischen Fragestellungen wie in den genannten Beispielen Bündelungen auftreten, bei denen bei jedem Schritt nach einer anderen Basis gebündelt wird, bleibt bei den *Zahlssystemen* (Zehner-, Zweier-, Dreier-, Vierersystem usw.) die Basis jeweils während des gesamten Bündelungsvorgangs unverändert.

Z. P. Dienes hat für den Unterricht eine Reihe *strukturierter Materialien* entwickelt, die Einsicht in den Bündelungsvorgang vermitteln. Folgendes Material, das aus ver-

schieden großen Dreiecken besteht, eignet sich zur Veranschaulichung des *Vierersystems*.

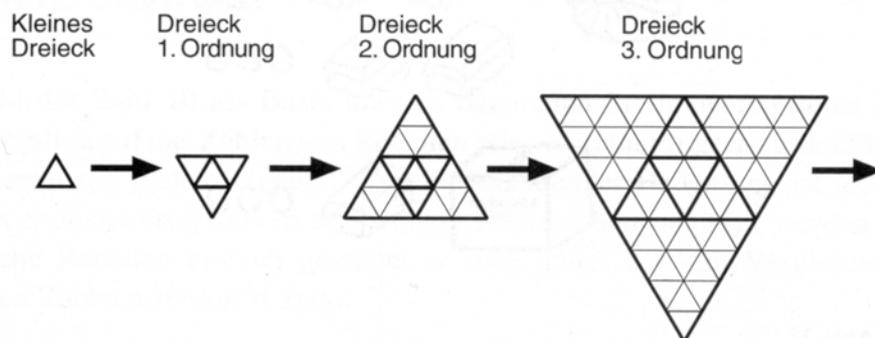


Abb.32

33 kleine Dreiecke sollen nun zur Basis 4 gebündelt werden. Das Ergebnis wird in eine Tabelle eingetragen.

Anzahl der kleinen Dreiecke	Dreiecke 2. Ordnung (Sechzehnerbündel: 4^2 Elemente)	Dreiecke 1. Ordnung (Viererbündel: 4 Elemente)	Restliche kleine Dreiecke (1 Element)
33	2	0	1

Die Tabelle enthält neben den Bezeichnungen für die verschiedenen Bündel auch (in Klammern) die Anzahl der Elemente, die jedes Bündel umfasst.

Einer der Vorteile dieses Bündelungsmaterials besteht darin, dass die Anzahl der kleineren Einheit bei jedem Schritt des Bündelungsvorgangs erkennbar ist. Ein weiterer ist, dass die kleineren Einheiten zu neuen, größeren Gesamtheiten aufgebaut werden, die durch Dreiecke aus einem Stück ersetzt werden können. Damit wird die Handlung des *Umtauschens* notwendig, was zu einem vertieften Verständnis des Stellenwerts führt.

Zur Begriffsbildung eignen sich alle Arbeitsmittel und visuellen Darstellungsformen, die die Bündelungsstruktur betonen. Hierzu gehören die *Systemblöcke* mit Basis 10 (und anderen Basen) von Dienes, das *Registerspiel*, die *Stellenwerttafel* mit Rechenplättchen oder -steinen und mit Spielgeld, die *Farbstäbe von Cuisenaire*, die *Feld-Balken-Punkt-Darstellung* und die *Hunderterfelder* (vgl. 2.6). Bei den Cuisenaire-Stäben ist zu beachten, dass die höheren Bündelungsstufen nicht unmittelbar zugänglich sind.

Die Kinder sollten mit der Bündelung soweit vertraut gemacht werden, dass sie folgende Fertigkeiten besitzen:

1. Für konkrete Anwendungssituationen Bündel 1. Ordnung, Bündel 2. Ordnung usw. bilden bzw. diese wieder auflösen können,
2. die Bündelungsergebnisse in einer Stellenwerttafel festhalten und diese Stellenwerttafel lesen und erläutern können,
3. mit verschiedenen Materialien bündeln und entbündeln können.

4.2.2 Einführung der Bündelung mit kleinen Basen

Bündelungen mit kleinen Basen bieten den Vorteil, dass die einzelnen Anzahlen simultan erfasst werden können. Die relativ große Zahl 10 erfordert sehr viel Material. Sie stellt große Anforderungen an die Handhabung und zusätzliche Anforderungen an die verwendeten visuellen Darstellungen. Zudem erfolgt das Bündeln bei kleineren Basen häufiger, und der Übergang zu höheren Bündelungseinheiten ist leichter. Darum ist es sinnvoll, das Prinzip des Bündelns im Unterricht an kleinen Basen einzuführen und zu üben.

Die Anzahl der Kinder einer Schulklasse soll ohne Abzählen bestimmt werden. Dazu wählt man eine Bündelung, z. B. mit der Bündelungszahl 4. Jeweils 4 Kinder halten sich an den Händen. Wir erhalten zunächst z. B. sieben Vierergruppen, die wir als „kleine Gruppen“ bezeichnen. Zwei Kinder bleiben übrig. Wir teilen die Kinder weiter ein, fassen 4 „kleine Gruppen“ zu einer „großen Gruppe“ zusammen und erhalten: 1 große Gruppe, 3 kleine Gruppen und 2 Kinder.

Entsprechend können wir die Kinder der Klasse nach anderen Regeln in Gruppen einteilen. Die Ergebnisse werden in eine Tabelle eingetragen, wobei nach Bedarf weitere Namen für die größeren Gruppen, wie z. B. „Riesengruppe“, eingeführt werden.

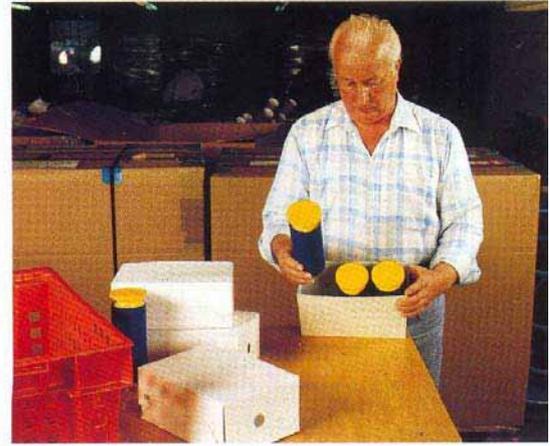
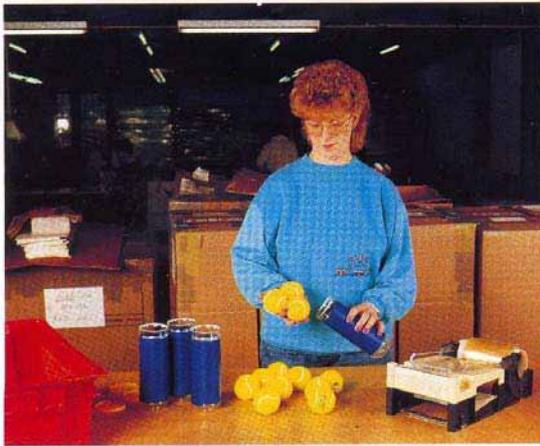
	Riesengruppen	Große Gruppen	Kleine Gruppen	Restliche Kinder
Vierereinteilung		1	3	2
Dreiereinteilung	1	0	1	0

Zum Verständnis des Bündelungsprinzips ist es vorteilhaft, dass die Schülerinnen und Schüler neben den Handlungserfahrungen des Bündelns gleichzeitig die Handlungen des Entbündelns üben. Dies kann z. B. durch Aufgaben folgender Art durchgeführt werden: In einer anderen Klasse ergab die Vierereinteilung 2 große Gruppen, 1 kleine Gruppe und ein einzelnes Kind? Wie viele Kinder sind in dieser Klasse?

Das folgende Beispiel stammt aus dem Schulbuchwerk *Denken und Rechnen für das 2. Schuljahr*.

Bündeln nach der Dreierregel

1.



Wie viele Bälle sind in einer Dose? Wie viele Dosen sind in einem Karton?
Wie viele Bälle sind in einem Karton?

2. Ute bündelt 16 Bälle nach der Dreierregel. Beschreibe.

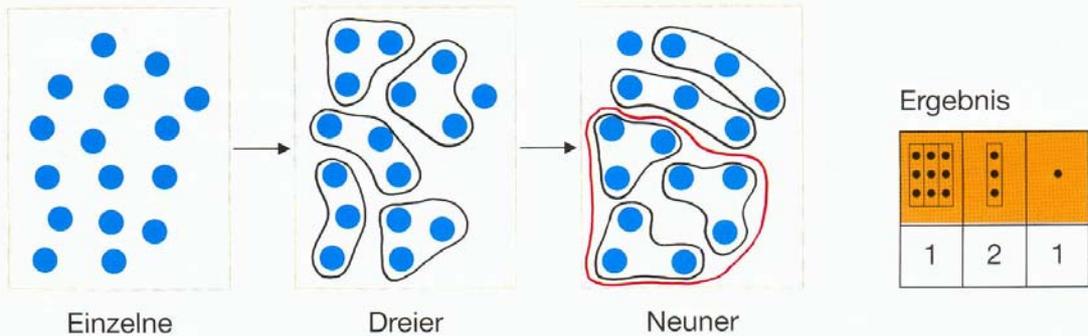


Abb.33 aus *Denken und Rechnen 2 / Baden-Württemberg*, Westermann 1994

Bei der Behandlung der Bündelung treten Umgangssprache und Fachsprache nebeneinander auf. Beispielsweise werden Kinder im Unterricht oder in der Freizeit bei sportlichen und geselligen Aktivitäten in Gruppen etwa zu je 4, 5 oder 10 eingeteilt und zusammengefasst. Äpfel werden in Beutel, Orangen in Kisten, Bananen, Karotten, Radieschen als Bündel verpackt und verkauft. Dagegen sind die Begriffe Bündeln und Entbündeln und die Bündelnamen Vierer-, Fünfer- und Zehnerbündel sowie Einer, Zehner, Hunderter usw. Fachbegriffe, die zur Beschreibung des mathematischen Bündelungsvorgangs und seiner Darstellung in der Stellenwerttafel dienen.

Zwischen Umgangssprache und Fachsprache haben sich vor allem im Mathematikunterricht der Grundschule spezielle Darstellungsformen und methodische Kunstwörter eingebürgert, die sich durch hohe Anschaulichkeit und Situationsgebundenheit auszeichnen. Als Beispiel sei hier der Begriff des *Bündelhauses* genannt, der sich bei der Beschreibung des Bündelungsvorgangs nützlich für die Begriffsbildung erweist. Zu beachten ist, dass diese methodischen Hilfsmittel nicht als eigene mathematische Inhalte aufgefasst werden.

4.2.3 Schritte zum Verständnis der Stellenwertschreibweise im Zehnersystem

Nachdem die Handlungen des Bündelns und Entbündelns an kleinen Basen mit Personen und Dingen aus der Erfahrungswelt der Kinder durchgeführt wurden, wendet man sich der Behandlung des Zehnersystems zu. Dabei unterscheiden wir vier Schritte.

1. Handlungserfahrungen zum Bündeln und Entbündeln mit Dingen der Umwelt

Zehnerbündelungen werden durch Zusammenlegen oder Verpacken von Dingen in Zehnerpäckchen durchgeführt. Bleistifte werden in Schachteln zu je 10, Perlen in Beutel mit jeweils 10 usw. verpackt. Die Zehnerpäckchen, -schachteln und -beutel werden auf die linke, die restlichen Einzelnen auf die rechte Seite gelegt.

Oft werden *Bündeltabellen* oder *Bündelhäuser* mit unterschiedlichen Darstellungsformen der Zehner und Einer zur Notation der Ergebnisse verwendet. Die Anzahl der Zehnerbündel wird links, die Anzahl der Einzelnen rechts in die Tabelle eingetragen.

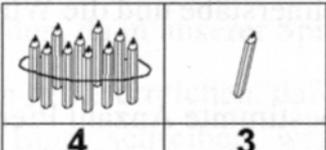
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Zehnerpäckchen</th> <th>Einzelne Bleistifte</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Zehnerpäckchen	Einzelne Bleistifte	4	3	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Zehnerbündel</th> <th>Einzelne</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Zehnerbündel	Einzelne	4	3
Zehnerpäckchen	Einzelne Bleistifte									
4	3									
Zehnerbündel	Einzelne									
4	3									

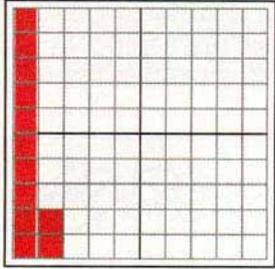
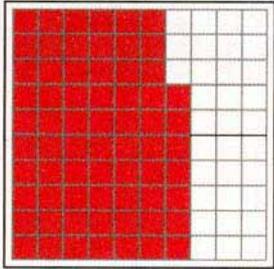
Abb. 34

2. Handlungserfahrungen zum Bündeln und Entbündeln mit speziellem Bündelmaterial

Die einzelnen Elemente des Materials werden jetzt beim Bündeln verbunden. Perlen werden auf eine Schur gereiht, Steckwürfel werden zu Zehnertürmen oder Zehnerstangen zusammengesteckt.

Die folgenden Aufgaben sind dem Schulbuch *Mathebaum 2* entnommen.

1 Baue. Schreibe ins Heft.

a)  b) 

Z	E
1	2

2 Baue:

a)

Z	E
1	9

 b)

Z	E
3	2

Abb. 35 aus *Mathebaum 2/Mathematik für Grundschulen*, Schroedel 1994, S.14

Die Nützlichkeit des Bündels erweist sich beim Vergleich der Mächtigkeit zweier Mengen mit unübersichtlich vielen Elementen. Im Vergleich zum vollständigen Auszählen ist das Bündeln übersichtlich und fehlerarm.

Eine wichtige Stufe ist der Umgang mit Bündelmaterial, bei dem die einzelnen Einer der Zehnerstangen immer noch unterscheidbar, aber untrennbar verbunden sind, wie z. B. bei den Systemblöcken mit Basis 10 von Dienes. Die Zehnerstangen können aufgrund der Unterteilungsmarken in Gedanken jeweils in 10 Einer zerlegt werden.

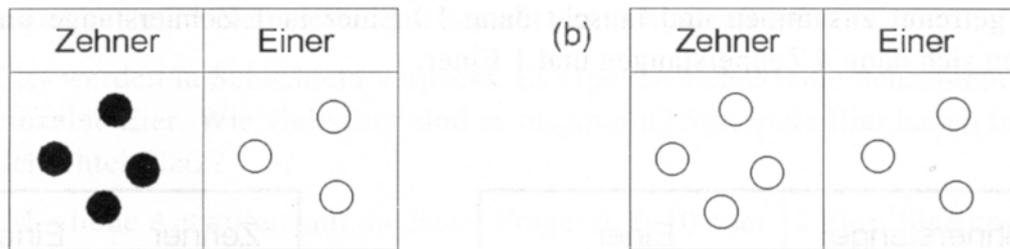
Der Umgang mit Bündelmaterial aus Zehnerstangen und Einerwürfeln, bei dem die Zehner *keine* Unterteilungsmarkierungen mehr tragen, stellt bereits recht hohe Anforderungen an das Abstraktionsvermögen. Als Arbeitsmaterial eignen sich z. B. die Farbstäbe von Cuisenaire, von denen jedoch nur die Zehnerstäbe und die Würfel verwendet werden.

Unerlässlich sind Wechselübungen mit Rechengeld. Eine bestimmte Anzahl Pfennige wird z. B. in 10-Pfennig-Stücke gewechselt, wobei die Anzahlen der 10-Pfennig-Stücke und der restlichen 1-Pfennig-Stücke in der Stellenwerttafel notiert werden.

Bei den Tauschverfahren sind solche von Bedeutung, bei denen die Einer- und Zehner-Elemente sich nicht in der Form, sondern nur durch die Farbe und die Position oder allein durch die Position unterscheiden:

- Einer werden z. B. durch grüne Plättchen, Zehner durch rote Plättchen dargestellt.
- Als Einer und Zehner wird die gleiche Sorte Plättchen verwendet.

Die Zehner-Plättchen werden stets links, die Einer-Plättchen stets rechts hingelegt. Dementsprechend werden in der Stellenwerttafel die Zehner links, die Einer rechts eingetragen.



Übungsformen mit Plättchen erscheinen anspruchsvoller als mit Geld, da in einem Plättchen höherer Ordnung die ursprünglichen Einheiten auch nicht mehr andeutungsweise an der Größe oder Metallqualität zu erkennen sind. Die Kinder müssen sich dabei die Umtauschregeln stets vor Augen halten.

3. Übergang von der Stellenwerttafel zur Stellenwertschreibweise

Bei der Beschäftigung mit der Stellenwerttafel, kurz auch als Stellentafel bezeichnet, werden die Schülerinnen und Schüler, statt Rechensteine zu legen, bald nur noch Punkte oder Kringel zeichnen. Danach ist der Weg frei zum Übergang zur symbolischen Notation durch Ziffern, zuerst noch mit, später auch ohne Hilfe der Stellentafel.

(a)

Z	E
4	3

(b) 4 Z 3 E

(c) Reine Zifferschreibweise: 43

(d) Zahl in Buchstaben geschrieben: dreiundvierzig

Zahlendiktate mit langsam steigendem Schwierigkeitsgrad schließen sich an. Das Lesen und Schreiben von zwei- und mehrstelligen Zahlen muss sorgfältig geübt werden, da in unserer Sprache Zehner und Einer von der Zahl 13 an vertauscht sind.

Man sollte erreichen, dass alle Schülerinnen und Schüler zuerst die Zehner und dann die Einer schreiben, weil diese Reihenfolge beim Telefonieren und später dann beim Eintippen in den Taschenrechner und Computer bedeutsam ist.

Im Laufe der Grundschulzeit erfolgt mit Hilfe der Stellenwerttafel eine stufenweise Erweiterung des Zahlenraums der natürlichen Zahlen: in den ersten beiden Schuljahren von 0 bis 100, im dritten bis 1000 und im vierten bis zu einer Million. Die Stellenwerttafel ist auch ein unverzichtbares Hilfsmittel bei der Behandlung der verschiedenen Größenarten und ihrer Maßeinheiten.

4. Bündelungsmaterial und Stellenwerttafel als Hilfsmittel beim Rechnen

Durchführung von Additions- und Subtraktionsaufgaben mit dem Bündelmaterial: Additionsaufgaben mit Zehnerübergang, wie z. B. $23 + 18$.

Nachdem die Zahlen mit dem Bündelmaterial gelegt sind, fasst man Zehner und Einer getrennt zusammen und tauscht dann 10 Einer in 1 Zehnerstange um. Es ergeben sich dann 4 Zehnerstangen und 1 Einer.

Zehnerstange	Einer

Zehner	Einer
2	3
+	
1	8

Umgetauscht:

Zehnerstange	Einer

Zehner	Einer
4	1

Entsprechend wird bei Subtraktionsaufgaben mit Zehnerübergang, wie z. B. 23-18, 1 Zehnerstange in 10 Einer zurückgetauscht.

4.3 Methodisch-didaktische Anregungen zum Bündeln und Entbündeln

Im folgenden sind einige Übungen zusammengestellt, die als Anregungen zum Bündeln und Entbündeln, zum Verständnis der Stellenwerttafel, zum Zählen und zur Erarbeitung des Dezimalsystems dienen können.

Verschiedene Bündelungszahlen

Bei einer vorgelegten Bündelung muss die Bündelungszahl bekannt sein, wenn man die Anzahl der beteiligten Einheiten bestimmen will. Diese Bündelungszahl lässt sich durch Entbündeln bestimmen. Auch das Protokoll in Gestalt des Bündelhauses oder in der Stellenwerttafel ist nur dann eindeutig, wenn die Bündelungszahl

bekannt ist. Dies ist eine wichtige Erkenntnis, die den Schülerinnen und Schülern durch geeignete Problemstellungen bewusst gemacht werden sollte.

- 1a)** Eier werden in Schachteln verpackt. Es ergeben sich 2 volle Schachteln und 5 einzelne Eier. Wie viele Eier sind es insgesamt? Wie viele Eier haben in einer Schachtel Platz?

(Mögliche Antworten auf die letzte Frage: 6, 8, 10 oder 12 Eier. Eine ungerade Anzahl oder größere Packungen wird man aus praktischen Gründen nicht wählen.)

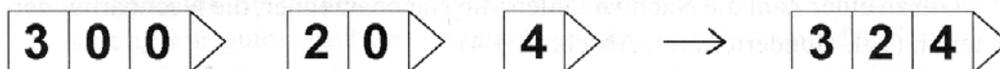
- 1b)** Virginia kauft in einem Geschäft 3 Päckchen Filzschreiber. Ihr Bruder Pascal kauft in einem Kaufhaus 2 Päckchen Filzschreiber und 12 einzelne. Wer von beiden hat mehr Filzschreiber eingekauft?

(Antwort: Wenn die Päckchen aus beiden Geschäften die gleiche Anzahl Filzschreiber enthalten, kann gefolgert werden: Wenn 12 Filzschreiber in einem Päckchen sind, haben beide gleich viel. Sind weniger als 12 in einem Päckchen, hat Pascal mehr, sind mehr in einem Päckchen, hat Virginia mehr Filzschreiber.)

Klopf-, Sprech- und Schreibübungen mit der Stellenwerttafel

Als nützliches Arbeitsmittel bei der Behandlung des Stellenwertsystems hat sich die Verwendung von Pfeilkarten bewährt. Ein Satz besteht aus insgesamt 28 Pfeilkarten: 10 Einer-Karten mit den Zahlen von 0 bis 9, 9 Zehnerkarten mit den vollen Zehnern 10, 20, ..., 90 und 9 Hunderterkarten mit den vollen Hundertern 100, 200, ..., 900. Die Karten werden zu der entsprechenden Zahl rechtsbündig übereinander gelegt und vermitteln auf diese Weise direkte Einsicht in den Aufbau des Stellenwertsystems. Bei der Tafelarbeit kann hierzu auch eine passend zugeschnittene Plastikhülle verwendet werden, in die die Karten gelegt werden.

z.B.



- 2a)** An die Tafel wird eine Stellenwerttafel mit Einern, Zehnern und Hundertern gezeichnet. Die Lehrerin gibt die Ziffer der jeweiligen Stelle durch Klopfen in der betreffenden Spalte der Stellenwerttafel an. Beispielsweise erfolgen für die Zahl 324 drei Schläge in die Hunderterspalte, zwei Schläge in die Zehnerspalte und vier Schläge in die Einerspalte. Die Kinder nennen die Zahl oder tragen die Ziffern in die Stellenwerttafel ein oder schreiben die Zahl frei auf.

Die Übung kann auch umgekehrt so ausgeführt werden, dass zuerst die Zahl genannt oder geschrieben wird. Eine Variante der Übungsform ergibt sich

durch Einsatz eines Musikinstruments, z. B. eines Xylophons, wobei Hunderter, Zehner und Einer durch Töne unterschiedlicher Höhe dargestellt werden.

2b) Schließe deine Augen und schreibe in Gedanken die Zahl 3528.

Beantworte nun die folgenden Fragen:

- Wie viele Stellen hat diese Zahl?
- Welche Ziffer steht ganz links?
- Welche Ziffer steht ganz rechts?
- Wo steht die Ziffer 2?
- Wo steht die Ziffer 8?
- Welche Ziffer steht an der Zehnerstelle?
- Welche Ziffer steht an der Hunderterstelle?
- Welche Zahl ergibt sich, wenn man die Zahl rückwärts liest?

Übungen zum Zählen und Ordnen der Zahlen

3) Übungen zum Zählen bilden einen wichtigen Bestandteil zur Erarbeitung des Zahlenraums. Das Zählen sollte in beide Richtungen und mit unterschiedlichen Schrittweiten erfolgen:

- Zählen vorwärts in Einerschritten,
- Zählen rückwärts in Einerschritten,
- Zählen vorwärts / rückwärts in Zweier-, Dreier-, ..., Zehner-, Hunderter-, Tausenderschritten,
- Zählen bis zum nächst größeren / kleineren Zehner, z. B. 66, 67, 68, 69, 70 und 66, 65, 63, 62, 61, 60.
- Gib zu einer Zahl die Nachbarzahlen, die Nachbarzehner, die Nachbarhunderter an (vgl. Hundertertafel, Abschnitt 4,4).
- Ordne die Zahlen nach ihrer Größe. Beginne mit der kleinsten Zahl.

Übungen und Spiele zum Stellenwert

4a) Größte und kleinste Zahl

Zwei Sätze Karten mit den Ziffern 0 bis 9 werden gut gemischt und verdeckt in einem Stapel auf den Tisch gelegt. Drei Karten werden nun gezogen und nebeneinander zu einer dreistelligen Zahl auf den Tisch gelegt oder an die Tafel geheftet. Wie viele dreistellige Zahlen lassen sich mit diesen Ziffern bilden? Wie findet man die größte, wie die kleinste Zahl?

4b) Wer kommt am nächsten? (für 2-4 Spieler ab 3. Schuljahr)

Material: Zwei Sätze Karten mit den Ziffern 1 bis 6 (also 12 Karten), einige Chips sowie ein Spielwürfel mit den Ziffern 1 bis 6. Jeder Spieler erhält einen

Spielplan mit sechs leeren Stellenwerttafeln (Einer, Zehner, Hunderter) für sechs Spielrunden,

Ziel: Eine vorgegebene Zahl soll durch Würfeln der Ziffern so nahe wie möglich erreicht werden.

Spielregeln:

1. Zu Beginn einer Runde werden drei Ziffernkarten aus dem gut gemischten und verdeckt liegenden Stapel gezogen und in der Reihenfolge ihrer Ziehung nebeneinander von links nach rechts zu einer dreistelligen Zahl gelegt.
2. Es wird reihum im Uhrzeigersinn gewürfelt. Ist ein Spieler an der Reihe, so kann er einmal würfeln und trägt seine gewürfelte Ziffer in eines der Felder der Stellenwerttafel ein.
3. Hat jeder der Spieler drei Ziffern in der Stellenwerttafel eingetragen, ist die Runde beendet.
4. Der Spieler, dessen Zahl am nächsten zur gelegten Zahl ist, erhält einen Chip.
5. Sieger ist, wer am Ende der sechs Runden die meisten Chips hat.

Variante 1: Das Spiel wird erleichtert, wenn die Regel 4 ersetzt wird durch „Jeder Spieler, der eine Zahl größer als die gelegte hat, erhält einen Chip.“

Variante 2: Als Material werden nun zwei Sätze Karten mit den Ziffern 0 bis 9 und entweder ein 10flächiger Würfel mit den Ziffern 0 bis 9 oder ein 12flächiger Würfel verwendet, bei dem zehn Flächen mit den Ziffern 0 bis 9 beklebt werden und die verbleibenden zwei Flächen als Joker mit freier Wahl der Ziffern dienen.

4c) Das Potztausend-Spiel (für 2 oder mehr Spieler ab 3. Schuljahr)

Dieses bei Kindern und Erwachsenen gleichermaßen sehr beliebte Spiel verdeutlicht die Bedeutung des Stellenwerts und verlangt zur erfolgreichen Meisterung ein gutes Maß an vorausschauendem Denken und die Entwicklung einer oder mehrerer Strategien zur geeigneten Platzierung der Ziffern in der Stellenwerttafel. Darüber hinaus dient das Spiel als gute Übung der schriftlichen Addition.

Material: Ein Spielwürfel sowie für jeden Spieler einen Spielplan mit sechs Stellenwerttafeln (H, Z, E) zum Eintragen und zur Addition von drei dreistelligen Zahlen in folgender Form:

	H	Z	E
+			
+			

Ziel: In jeder Runde soll eine Summe so nahe wie möglich an 1000, aber immer noch kleiner als 1000, erreicht werden.

Spielregeln:

1. Zu Beginn des Spiels erhält jeder Spieler einen Spielplan mit sechs Stellenwerttafeln in der abgebildeten Form. Einer der Mitspieler wird zum Spielleiter ernannt.
2. Ein Spiel besteht aus sechs Runden. In jeder Runde würfelt der Spielleiter insgesamt neunmal, so dass die Spieler in eine der Stellenwerttafeln neun Ziffern in die oberen neun Felder eintragen können. Nach jedem Wurf des Spielleiters tragen die Spieler die gewürfelte Ziffer in ein Feld der Stellenwerttafel ein.
3. Am Ende einer Runde werden die drei dreistelligen Zahlen in der Stellenwerttafel schriftlich addiert.
4. Der Spieler, dessen Summe am größten, aber kleiner als 999 ist, erhält einen Punkt, Bei einer Summe von 999 erhält ein Spieler 2 Punkte. Keinen Punkt erhält ein Spieler bei einer Summe von 1000 oder darüber.
5. Sieger ist, wer nach sechs Runden die meisten Punkte erzielt hat.

Variables Bündeln und Entbündeln im Zehnersystem

In manchen Anwendungen und Situationen wird das Dezimalsystem nicht streng angewandt. Man weicht von der strengen Zehnerbündelung ab, wenn man z. B. sagt, im Jahr 1999 (neunzehnhundertneunundneunzig) oder 1500 DM (fünfzehnhundert Mark). Ein vertieftes Verständnis des Stellenwerts beinhaltet die Fähigkeit des variablen Bündelns und Entbündelns. Beispielsweise kann die Zahl 523 als 52 Zehner und 3 Einer oder als 5 Hunderter, 1 Zehner und 13 Einer oder als 3 Hunderter, 22 Zehner und 3 Einer usw. gesehen werden.

5a) Gegeben sind 25 Hunderter und 4 Zehner. Welche der folgenden Zahlen ist damit gemeint?

25040, 2540, 2504

5b) Schreibe als eine einzige Zahl:

- (a) 7 Hunderter, 5 Zehner und 12 Einer
- (b) 2 Tausender, 35 Hunderter, 18 Zehner und 6 Einer

5c) Welche der folgenden Angaben stimmt mit 15320 überein?

- (a) 15 Hunderter und 320 Zehner
- (b) 1532 Zehner
- (c) 153 Hunderter und 20 Einer

4.4 Zahlenstrahl und Hundertertafel

Der Zahlenstrahl und die Hundertertafel sind für den Mathematikunterricht unersetzliche Mittel zur Veranschaulichung der Folge der natürlichen Zahlen (vgl. hierzu auch Abschnitt 2.6). Zahlreiche Übungen zur Einführung des Zahlenstrahls durch Zahlenkette und Zahlenband und zur Benutzung des Zahlenstrahls finden sich in vielen Schulbüchern.

Zahlenkette

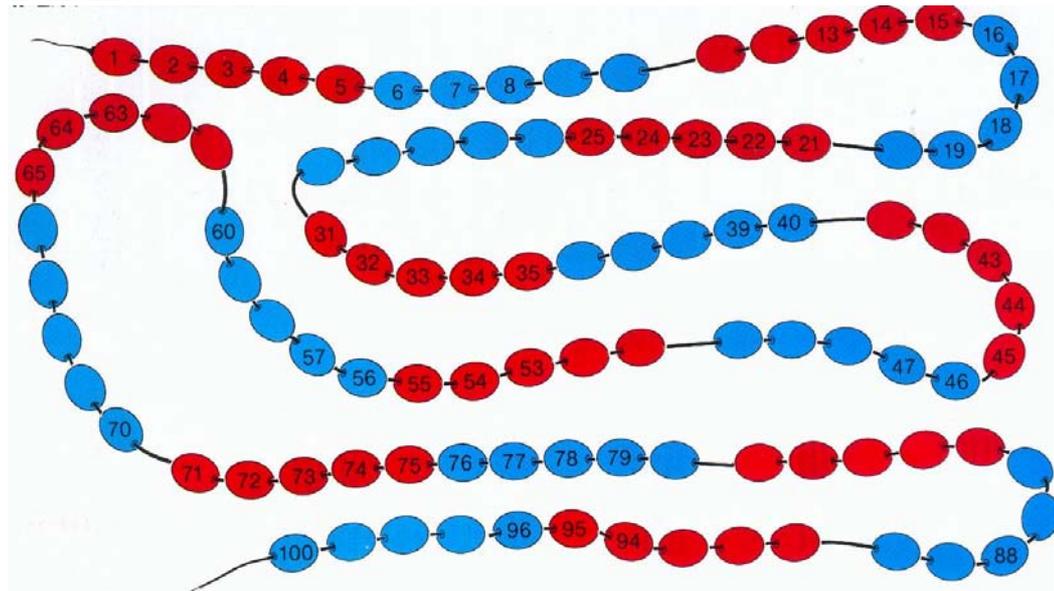


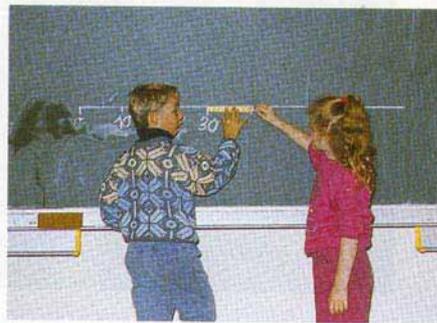
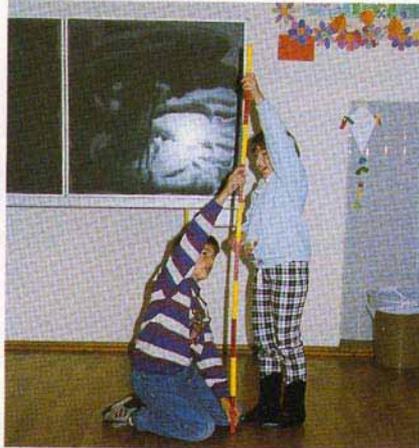
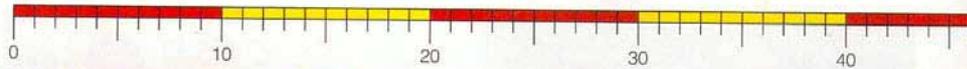
Abb. 36 aus *Denken und Rechnen 2*, Baden-Württemberg, Westermann 1994, S.14

- Lies die Zahlen. Schreibe die fehlenden Zahlen auf.
- Male alle Perlen mit Zehnerzahlen gelb an.
- Zeichne um alle Perlen mit Fünferzahlen einen grünen Kreis.
- Setze die Zahlenfolgen fort:

26, 28, ..., 36	36, 34, ..., 26
47, 49, ..., 67	67, 65, ..., 47
3, 13, ..., 93	93, 83, ..., 3
1, 6, ..., 56	56, 51, ..., 1

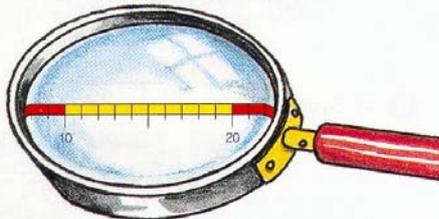
Zahlenstrahl

Zahlenstrahl

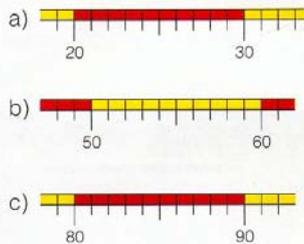


- 1** Zeige am Zahlenstrahl, zähle.
 a) Schreibe auf: 0, 10, 20, ..., 100.
 b) Nun rückwärts: 100, 90, ..., 0.

- 2** Zähle genauer.
 Zeige und zähle von 10 bis 20.



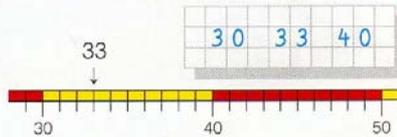
- 3** Zähle und schreibe die Zahlen auf.



- 4** Schau am Zahlenstrahl nach.
 Welche Zahlen liegen dazwischen?

- a) Zwischen 54 und 61
- b) Zwischen 28 und 36
- c) Zwischen 76 und 82
- d) Zwischen 85 und 100
- e) Zwischen 37 und 51
- f) Zwischen 17 und 33

- 5** Zwischen welchen Zehnern liegt die Zahl 33?



- a) 33 69 41 52 48 67 82 91
- b) 38 46 74 64 29 85 67 56

- 6** Bei welchen Zahlen stehen die Buchstaben? Schreibe a: 7

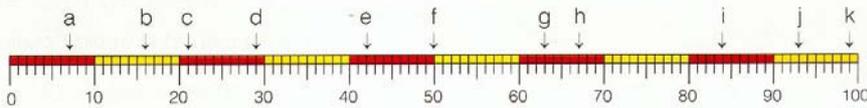


Abb. 37 aus *Mathebaum 2 / Mathematik für Grundschulen*, Schroedel 1994, S.20

Hundertertafel

Die Hundertertafel besitzt eine lange Tradition in der Rechenmethodik. Sie bietet aufgrund ihrer Struktur vielfachen Einblick in Zahlzusammenhänge und sollte aus diesem Grund weiterhin gepflegt werden. Als Einstieg eignen sich insbesondere analogische Darstellungen der Hundertertafel zusammen mit umfangreichen Orientierungsübungen im Hunderterraum.



1. a) Welche Plätze sind in der ersten Reihe?
 b) Welche Plätze sind in der dritten Reihe?
 c) Welche Plätze sind in der achten Reihe?

a)	1	2	3						
b)	2	1	2	2	2	3			

2. a) Welche Stühle stehen hinter Platz 1?
 b) Welche Stühle stehen hinter Platz 5?
 c) Welche Stühle stehen hinter Platz 9?

a)	1	1	2	1	3	1			
b)	1	5	2	5	3	5			

3. a) Christian sitzt in der 8. Reihe ganz links.
 b) Karin trägt einen roten Pulli. Sie sitzt in der 3. Reihe.
 c) Daniel sitzt neben Karin.
 d) Hinter Daniel sitzt Rolf.

a) Christian sitzt auf Platz									
b) Karin sitzt auf Platz									
c) Daniel sitzt auf Platz									

4. Ulf sitzt auf Platz 84. Hinter Ulf sitzt Ute. Neben Ulf sitzt Rainer.

5. Carola sitzt auf Platz 88. Links neben ihr sitzt Birgit, rechts Sven.

6. a) Elke und Jürgen sitzen in der letzten Reihe auf der rechten Seite.
 b) Fatima setzt sich neben Jürgen.
 c) Carmen setzt sich vor Elke.

Abb. 38 aus *Die Welt der Zahl 2*, Schroedel 1994, S.17

Verdeckte Zahlen in der Hundertertafel

Durch Auflegen von Schablonen aus Karton, z. B. in Form eines 3x3-Kreuzes oder eines 3x3-Quadrats, bei dem ein kleineres inneres Quadrat ausgeschnitten ist, werden in der Hundertertafel einige Felder bedeckt, deren Zahlen herausgefunden werden müssen. Dabei lassen sich verschiedene Gesetzmäßigkeiten feststellen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22		24	25	26	27	28	29	30
31				35	36	37	38	39	40
41	42		44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56				60
61	62	63	64	65	66		68		70
71	72	73	74	75	76				80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Die Zahlenwerte der verdeckten Felder können aus den benachbarten Feldern einer Zeile, einer Spalte oder einer Diagonalen durch *Zahlenfolgen* ermittelt werden, beim Kreuz z. B.:

zeilenweise: 22, 23, 24,
 31, 32, 33, 34, 35,
 42, 43, 44,
 spaltenweise: 22, 32, 42,
 13, 23, 33, 43, 53,
 24, 34, 44,
 diagonal: 22, 33, 44, bzw. 24, 33, 42,
 12, 23, 34, 45, 14, 23, 32, 41,
 21, 32, 43, 54, 25, 34, 43, 52.

Die Suche nach Gesetzmäßigkeiten lässt sich am Ende der Primarstufe und in der Sekundarstufe fortführen.

Die Zahlenwerte der verdeckten Felder können aus den benachbarten Feldern einer Zeile, einer Spalte oder einer Diagonalen auch durch den *Mittelwert* (arithmetisches Mittel) bestimmt werden,

beim Quadrat z. B.: $(66+68):2 = 67$

$$(48+68):2 = 58$$

$$(46+68):2 = 57$$

Der Zahlenwert des nicht verdeckten Feldes ergibt sich (auf verschiedene Weise) als arithmetisches Mittel der verdeckten Felder:

$$68 = (58+78):2$$

$$68 = (48+88):2$$

$$68 = (57+79):2$$

$$68 = (57+59+77+79):4$$

$$68 = (57+58+59+67+69+77+78+79):8$$

Die Summe aller neun Zahlenwerte des 3x3-Quadrats lässt sich z. B. folgendermaßen aus der mittleren Zahl bestimmen:

$$\begin{aligned} & (57+58+59)+(67+\underline{68}+69)+(77+78+79) \\ &= \underline{68}+(67+69)+(57+79)+(58+78)+(59+77) \\ &= 9 \cdot \underline{68} = 612 \end{aligned}$$

Weitere Übungen können mit Schablonen der Größe 5x5 und anders geformten Schablonen durchgeführt werden.