

**Bildungsplan
Studienstufe**

Mathematik

Impressum

Herausgeber:

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Alle Rechte vorbehalten.

Referat: Unterrichtsentwicklung mathematisch-naturwissenschaftlich-
technischer Fächer und Aufgabengebiete

Referatsleitung: Dr. Najibulla Karim

Fachreferentin: Xenia Rendtel

Redaktion: Katrin Becker
Martina Brandt
Dr. Andreas Busse
Jörg Kreyser
Sarah Lange

Hamburg 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Lernen im Fach Mathematik	4
1.1	Didaktische Grundsätze	5
1.2	Beitrag des Faches zu den Leitperspektiven	9
1.3	Sprachbildung als Querschnittsaufgabe	11
2	Kompetenzen und Inhalte im Fach Mathematik	12
2.1	Überfachliche Kompetenzen.....	12
2.2	Fachliche Kompetenzen	13
2.3	Inhalte	25

1 Lernen im Fach Mathematik

Im Mathematikunterricht lernen die Schülerinnen und Schüler Begriffe und Methoden, um ihre Umwelt mathematisch zu durchdringen, sich in ihr zu orientieren und Probleme mit mathematischen Mitteln zu lösen. Dabei werden mathematische Kompetenzen erworben, d. h. nachhaltige und übertragbare Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten und Einstellungen.

Grunderfahrungen

Der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe trägt zu einer umfassenden Bildung bei, indem Schülerinnen und Schüler Erfahrungen in folgenden drei Bereichen sammeln:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen und als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.

Kurse mit grundlegendem Anforderungsniveau bedürfen aller drei Grunderfahrungen, wobei die innere Welt der Mathematik (2. Grunderfahrung) eher präformal betrachtet wird. Eine präformale Argumentation ist eine vollgültige Schlussweise, die sich auf Realitätsbezüge, Visualisierungen oder Handlungen stützt, aber noch nicht vollständig formalisiert ist.

Kurse mit erhöhtem Anforderungsniveau bleiben nicht bei der präformalen Sicht stehen, sondern dringen an ausgewählten Stellen tiefer in die innere Welt der Mathematik ein und setzen sich intensiver mit einem komplexen mathematischen Problem auseinander, sodass sie auch über erweiterte heuristische Fähigkeiten (3. Grunderfahrung) verfügen.

Verbindung mit der Wirklichkeit

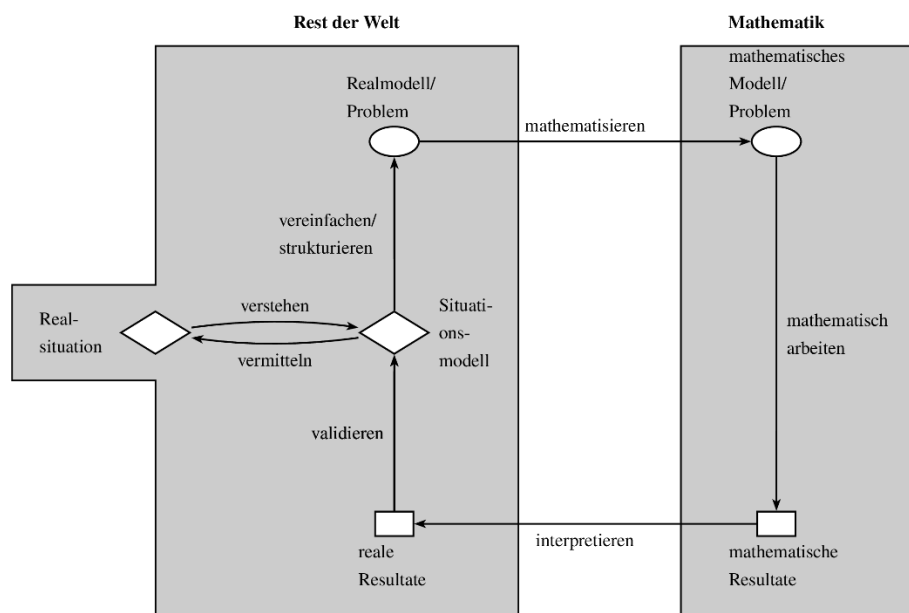


Abb. 1: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß

Mathematik lebt von ihren Verbindungen mit der Wirklichkeit und entwickelt sich durch diese.

Der Mathematikunterricht ermöglicht daher den Schülerinnen und Schülern vielfältige Erfahrungen, wie Mathematik zur Deutung und zum besseren Verständnis sowie zur Beherrschung primär nicht mathematischer Phänomene herangezogen werden kann. So wird die Fähigkeit entwickelt, im Leben nach der Schule die Mathematik als Orientierung in unserer komplexen Umwelt nutzen zu können sowie den Transfer zwischen realen Problemen und Mathematik zu leisten. Schülerinnen und Schüler lernen, selbst zu eigenen Urteilen über relevante Fragen zu kommen.

Daneben hat diese Verbindung auch eine wichtige Bedeutung für die innermathematische Welt:

Mathematik ist von der Bildung erster Zahl- und Formbegriffe an auch abstrakt, selbstbezüglich und autonom, allerdings formen sich die mathematischen Begriffe und Strukturen in Kontakt mit der Wirklichkeit, die als kontrollierende Norm oder als treibende Kraft für kreative Weiterentwicklungen fungiert.

Der Mathematikunterricht zeigt das Spannungsverhältnis von Abbildfunktion und systemischem Charakter der Mathematik auf, d. h., er macht deutlich, dass Mathematik die strukturellen Aspekte von Wirklichkeit aufgreift und sie in Begriffen, Theorien und Algorithmen verarbeitet.

1.1 Didaktische Grundsätze

Schülerinnen und Schüler entwickeln ihre mathematischen Kompetenzen durch aktive Aneignungsprozesse, in denen sie Mathematik betreiben und neue Erkenntnisse zu vorhandenen Vorstellungen in Beziehung setzen. Dabei sind Intuition, Fantasie und schöpferisches Denken, aber auch Abstraktion und Verallgemeinerung wesentliche Bestandteile.

Grundvorstellungen

Um Mathematik sinnerfüllt erleben sowie verstehen zu können, müssen von Schülerinnen und Schülern kontinuierlich tragfähige Grundvorstellungen aufgebaut werden. Dabei gehören zu einem mathematischen Gegenstand oder Verfahren häufig mehrere Grundvorstellungen, mit denen die Schülerin bzw. der Schüler flexibel und situationsgerecht hantieren muss. Ohne Grundvorstellungen können mathematische Kompetenzen nicht entwickelt werden. Leitfragen nach der Bedeutung oder Verwendung von Ergebnissen sind die Grundlage, auf der Schülerinnen und Schüler mathematisches Verständnis ausbilden können.

Mathematisches Denken

Mathematik bringt gedankliche und begriffliche Ordnung in die Welt der Phänomene. Mathematische Tätigkeiten und Denkweisen werden durch folgende Begriffe beschrieben: Ordnen und Klassifizieren, Präzisieren und Definieren, Begründen und Beweisen, Abstrahieren und Verallgemeinern, Vertiefen und Vernetzen. Im Wechselspiel dieser Tätigkeiten entstehen mathematische Kompetenzen in einem spiralförmigen Prozess.

Das Erkennen und das Verwenden von Symmetrien sind für die Mathematik fundamental, erschließen sich aus elementaren Wahrnehmungen durch mathematisches Denken und machen dann mathematische Probleme übersichtlicher, einfacher und unter Umständen erst beherrschbar.

Zum mathematischen Denken gehört es auch, für die Mathematik charakteristische Fragen, z. B. nach der Existenz und nach möglichen Lösungswegen, zu stellen sowie zu wissen, welche Art von Antworten die Mathematik für solche Fragen bereithält. Dabei gilt es zwischen unterschiedlichen Arten von Sprachkonstrukten zu unterscheiden (Definitionen, Sätze, Vermutungen, Hypothesen, Beispiele, Bedingungen).

Eine zentrale Rolle für das mathematische Denken spielt der Begriff der Variable. Die Entwicklung und die Festigung einer adäquaten Variablenvorstellung sind von überragender Bedeutung für den Mathematikunterricht.

Forschendes Lernen

Das Lernen von Mathematik ist ein konstruierend-entdeckender Prozess, der an bereits vorhandene Kompetenzen anschließt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten durch den flexiblen Einsatz verschiedener Unterrichtsmethoden Anregungen, mathematische Probleme selbstständig „forschend“ zu bearbeiten. Sie werden ermutigt, Fragen zu stellen, neue mathematische Inhalte, Zusammenhänge und Erkenntnisse zu erschließen sowie verschiedene Lern- und Lösungsstrategien zu entwickeln. Damit wird im Unterricht eine fruchtbare Balance zwischen der Instruktion durch die Lehrkraft sowie der Wissenskonstruktion durch die Schülerinnen und Schüler hergestellt. Im forschenden Lernen erfahren die Schülerinnen und Schüler ihr Handeln als bedeutungsvoll. Sie erlangen Vertrauen in ihre Denkfähigkeit und gewinnen eine positive Einstellung zur Mathematik.

Konvergente, d. h. auf eine bestimmte Lösung bzw. einen speziellen Lösungsalgorithmus hinauslaufende, Aufgaben werden durch Umformulieren, durch Weglassen einschränkender Bedingungen sowie durch Formulierung inverser Fragestellungen geöffnet und somit *divergent* erweitert. Solche offeneren Aufgaben ermöglichen den Schülerinnen und Schülern, über Mathematik zu sprechen, verschiedene Lösungsansätze zu formulieren und diese zu diskutieren. Damit wird Eigenständigkeit bei Problemsituationen, Team- und Kommunikationsfähigkeit gefördert.

Handlungsorientierung

Handlungsorientierter Unterricht ermöglicht den Schülerinnen und Schülern einen aktiven und selbst gesteuerten Umgang mit Lerninhalten. Nach Möglichkeit werden die Schülerinnen und Schüler an der Auswahl des zu bearbeitenden Problems beteiligt. In einem handlungsorientierten Unterricht ermöglichen offenere und komplexere Aufgabenstellungen den Schülerinnen und Schülern, individuelle Bearbeitungen auf verschiedenen Niveaus durchzuführen sowie Lösungswege und Arbeitsprodukte zu beschreiben und zu präsentieren. Die Schülerinnen und Schüler werden darin gefördert, ihre eigenen Aussagen argumentativ zu untermauern, die Argumente anderer aufzunehmen und zu prüfen sowie angemessen dazu Stellung zu nehmen. In verschiedenen kooperativen Lernformen entwickeln die Schülerinnen und Schüler ihre Kommunikations-, Kooperations- und Argumentationskompetenz. Auf diese Weise werden Grundsteine für nachhaltiges sowie selbst reguliertes und forschendes Lernen gelegt und spätere Bildungs- und Ausbildungsgänge vorbereitet.

Umgang mit Fehlern

Fehler – dazu gehören auch zunächst unpräzise Formulierungen – sind unverzichtbare und produktive Bestandteile eines als konstruierender Prozess verstandenen Lernens. Aus Fehlern zu lernen, setzt voraus, dass in den Lernphasen des Mathematikunterrichts Fehler nicht vorschnell korrigiert oder gar negativ bewertet werden. Schülerinnen und Schülern wird Gelegenheit zum Nachdenken über die Genese von Fehlern gegeben, damit sie ihre Vorstellungen

– auch mit Unterstützung der Lehrkraft – korrigieren und neu ordnen können. Fehler dokumentieren nicht nur Etappen im individuellen Lernprozess, sondern können insbesondere beim Auftreten von Widersprüchen auch Lerngelegenheiten für alle Schülerinnen und Schüler einer Lerngruppe sein. Der Mathematikunterricht fördert daher die Bereitschaft der Schülerinnen und Schüler, beim Denken eigene Wege zu gehen und dabei Fehler als Weggefährten zu akzeptieren.

Lebensweltbezug durch Modellierung

Mathematik lebt von ihren Verbindungen mit der Wirklichkeit und entwickelt sich durch diese. Die alltägliche Praxis verlangt in vielfältigen Handlungssituationen Verständnis und Nutzung mathematischen Wissens und Könnens. Der Mathematikunterricht ermöglicht daher den Schülerinnen und Schülern abwechslungsreiche Erfahrungen, wie Mathematik zur Deutung, zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär außermathematischer Phänomene herangezogen werden kann. So wird die Fähigkeit entwickelt, Mathematik als Orientierung in unserer komplexen Umwelt zu nutzen und den Transfer zwischen realen Problemen und Mathematik zu leisten.

Lebensweltbezüge werden in einer für das Fach Mathematik charakteristischen Art und Weise hergestellt. Das Spektrum reicht dabei von einfachen standardisierten Anwendungen bis hin zu mathematischen Modellierungen. Beim Modellieren lernen die Schülerinnen und Schüler, reale Probleme durch Annahmen zu vereinfachen, mathematisch erfassbare Aspekte der so reduzierten Probleme zu erkennen, diese herauszuarbeiten und sie in die Sprache der Mathematik zu übertragen. Mathematisch gewonnene Erkenntnisse werden in einem Interpretations- und Bewertungsprozess auf die Ausgangsfragestellung bezogen. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten zunächst kleinere Beispiele, bei denen noch nicht der gesamte Modellierungskreislauf durchlaufen wird. An geeigneten Fragestellungen wird exemplarisch mit Unterstützung der Lehrkraft der vollständige Modellierungsprozess durchgeführt. Den Schülerinnen und Schülern wird dabei deutlich, dass es stattdessen verschiedene Modellierungsansätze gibt, die auch zu verschiedenen Lösungen des realen Problems führen können. Auf diese Weise lernen sie Möglichkeiten und Grenzen einer mathematischen Weltsicht kennen.

Die Mathematik liefert einerseits Werkzeuge zur Klärung außermathematischer Fragen und Probleme, andererseits bieten außermathematische Fragestellungen Anlass für die Entwicklung von Mathematik sowie für den Erwerb individueller mathematischer Kompetenzen. Inhalte des Mathematikunterrichtes und diejenigen anderer Fächer werden so miteinander vernetzt und ermöglichen auf diese Weise fächerübergreifendes Lernen.

Produktive Lernumgebungen

Dem Üben im Mathematikunterricht kommt eine wichtige Rolle zu. Übungsphasen bestehen nicht aus einer Fülle beziehungslos aneinandergereihter Aufgaben eines bestimmten Typs, vielmehr wird an Problemen gearbeitet, die untereinander vernetzt sind, bei denen ein Gebiet exploriert wird und sich Spielräume für die Eigentätigkeit öffnen. Die Beschränkung auf den gerade aktuellen Stoff ist gelockert, aktuelle Unterrichtsinhalte werden mit vergangenen vernetzt. Die wesentlichen Ideen, Inhalte und Methoden werden durch wiederholendes Lernen aktiviert, sodass ein sinnvolles Weiterlernen möglich wird und so auch Routinen, technische Fertigkeiten und Algorithmen gefestigt werden. Auf diese Weise entsteht ein spiralartiger und kumulativer Aufbau von Kompetenzen mit zunehmend höheren Abstraktionsstufen. In diesem aktiven Konstruktionsprozess erfahren die Schülerinnen und Schüler, wie sie einen kontinuierlichen Zuwachs von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten erwerben.

In Erarbeitungs- und Übungsphasen werden – auch spielerisch – induktive Aspekte wie Probieren und Experimentieren, Verifizieren und Falsifizieren von Vermutungen sowie Betrachten von Sonderfällen, Grenzfällen und Fallunterscheidungen betont.

Digitale Medien und Werkzeuge

Im Mathematikunterricht werden neben Büchern, dem Taschenrechner und der Formelsammlung auch Computer genutzt. Diese dienen verschiedenen Zwecken:

- Enzyklopädische Software oder das Internet unterstützen die selbstständige Informationsbeschaffung. Die Lehrkraft fördert dabei eine kritische Einstellung mit auf diese Weise gewonnenen Informationen.
- Geeignete Lernprogramme stützen Übungsprozesse.
- Geeignete Programme – z. B. dynamische Geometriesoftware (DGS) – fördern das Experimentieren sowie das Entdecken und das Begründen von Zusammenhängen.
- Tabellenkalkulationsprogramme erleichtern umfangreiche Rechnungen und unterstützen die Darstellung von Arbeitsergebnissen.
- Visualisierungssoftware – z. B. zum Anzeigen von Funktionsgraphen – fördert ein tieferes Verständnis mathematischer Zusammenhänge.
- Modulare Mathematik-Systeme (MMS) ermöglichen im Zusammenhang mit Modellierungen den Umgang auch mit komplexeren algebraischen Ausdrücken.

Der Taschenrechner und weitaus mehr noch der Computer können in besonderer Weise mathematische Tätigkeiten und Lernprozesse unterstützen. Die leichte Verfügbarkeit von Computern für den Mathematikunterricht ist dabei von entscheidender Bedeutung; jedem Schüler und jeder Schülerin sollte daher regelmäßig ein Computer zur Verfügung stehen.

Ziel des Einsatzes von Computern im Mathematikunterricht ist es auch, dass Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt werden, bezogen auf das jeweils vorliegende Problem, eine adäquate Software auszuwählen. In diesem Sinne werden ebenso allgemeine Ziele der Medienziehung erreicht.

Auch aufgrund der Existenz solcher Computersoftware hat die allgemeinbildende Bedeutung kalkülhafter Berechnungen „mit Papier und Bleistift“ deutlich abgenommen. Stattdessen nimmt die Bedeutung des Erwerbs von Kenntnissen über numerische, iterative und approximative Methoden zu, was sich auch im Mathematikunterricht widerspiegeln soll.

Der Einsatz von Computern im Mathematikunterricht ist jedoch kein Selbstzweck und darf auch nicht in ziellose Empirie ausarten.

Digitale Werkzeuge sind bei allen mathematischen Themen des Bildungsplans in verschiedener Ausprägung ein sinnvolles Hilfsmittel. Deshalb wird bei der Darlegung der mathematischen Inhalte in Abschnitt 2.3 generell auf den expliziten Hinweis, digitale Werkzeuge zu benutzen, verzichtet. An einigen Stellen erscheint dieser Hinweis dennoch, weil die Behandlung der jeweiligen Themen mit vertretbarem Aufwand ohne digitale Hilfsmittel nicht möglich ist.

1.2 Beitrag des Faches zu den Leitperspektiven

1.2.1 Wertebildung/Werteorientierung (W)

Aus dem Stellenwert des Faches Mathematik erwächst die Verantwortung, im Unterricht seine Bedeutung durch häufigen Bezug zur realen Welt herauszuarbeiten.

Durch die Einbeziehung geeigneter Sachkontexte in Mathematikaufgaben wird die Möglichkeit eröffnet, wertbezogene Inhalte, wie geschlechterbedingte Benachteiligungen, Geschlechtsstereotypen und generell gruppenbezogene Menschenfeindlichkeit, auch mit den Mitteln der Mathematik zum Unterrichtsthema werden zu lassen.

Bei der mathematischen Modellierung außermathematischer Phänomene spielen menschliche Entscheidungen und damit auch Wertvorstellungen sowohl im Ansatz („*Welche Aspekte sind zentral für die Modellierung?*“ „*Welche werden vernachlässigt?*“) als auch in der Interpretation („*Was bedeutet das mathematische Ergebnis für das außermathematische Phänomen?*“) eine zentrale Rolle. Die Schülerinnen und Schüler setzen sich somit in ihrem Mathematikunterricht auch mit dieser Seite der oft per se als wertfrei und objektiv betrachteten Mathematik auseinander.

Sowohl im Bereich der beschreibenden Statistik als auch bei der Deutung von Wahrscheinlichkeiten sind Fehlinterpretationen weit verbreitet. Dabei reichen die Ursachen von manipulativem Missbrauch bis hin zu fehlender stochastischer Bildung. Dem Mathematikunterricht kommt die Aufgabe zu, den Schülerinnen und Schülern einen wissensbasierten, rationalen und kritischen Umgang mit stochastischen Ergebnissen zu ermöglichen, sodass sie sachlich fundiert am gesellschaftlichen Diskurs partizipieren können.

Insbesondere bei der Beurteilung von Lösungen, der kritischen Wertung von Modellen und Verfahren, der Begegnung mit Mathematik im Alltag und dem Umgang mit zufälligen Ereignissen sowie dem Unendlichen entwickeln die Schülerinnen und Schüler ihr Weltbild weiter. Sie verstehen es, Lösungen und Lösungswege sowie Aussagen und Argumentationsketten kritisch zu hinterfragen. Bei der Wertung von Verfahren und Ergebnissen spielen Überlegungen zur Effektivität sowie zum optimalen Umgang mit Zeit und Ressourcen eine wesentliche Rolle. In der Auseinandersetzung mit gesellschaftlichen, politischen und ökonomischen Sachverhalten im Problemlösen fördert das Fach Mathematik das Interesse der Schülerinnen und Schüler an lokalen, regionalen und globalen Herausforderungen unserer Zeit.

Auch und gerade im Fach Mathematik ist es zudem wichtig, die Schülerinnen und Schüler zu Werten und Haltungen wie Selbstdisziplin und Anstrengungsbereitschaft zu begleiten.

1.2.2 Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE)

Der Mathematikunterricht trägt dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler lernen, in vielfältigen Kontexten und Lebensbereichen verantwortungsvoll sowie nachhaltig zu denken und zu agieren. Als Grundlagenfach leistet Mathematik im Prinzip mit all seinen Kompetenzbereichen Beiträge zur Bildung für nachhaltige Entwicklung, insbesondere beim mathematischen Modellieren und mathematischen Darstellen in Unterrichtsmodulen zu den Leitideen Daten und Zufall, Messen sowie funktionaler Zusammenhang.

Nicht nur, aber besonders in den höheren Jahrgängen bis zum Abitur stehen funktionale Abhängigkeiten im Fokus. Dadurch wird den Schülerinnen und Schülern ein quantitativ-analytisches Instrument nahegebracht, mit dem sie die hochkomplexe und vernetzte Welt um sie herum in Ansätzen verstehen und somit potenziell auch nachhaltig verändern können.

Im Rahmen des Wahlmoduls „Lineare Algebra“ in der Studienstufe setzen sich die Schülerinnen und Schüler mit der Modellierung von Wechselwirkungen mehrerer Akteure in einem System auseinander. Dabei gehören Fragen wie Stabilität, Schwankungen, Expansion und Zusammenbruch des Systems zum Kern der Betrachtungen. Auf diese Weise werden die Schülerinnen und Schülern exemplarisch in die systemische Denkweise als Grundlage einer Bildung für eine nachhaltige Entwicklung eingeführt.

Durch entsprechende Auswahl realitätsbezogener Lernsituationen bietet der Unterricht Anlass, über gesellschaftliche, wirtschaftliche und ökologische Zusammenhänge und Entwicklungen nachzudenken. Der Kompetenzerwerb im Fach Mathematik trägt so dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler lernen, fundierte Aussagen zu Fragen nachhaltiger Entwicklung zu treffen und zu sachlich begründeten Bewertungen zu gelangen. Zudem lernen sie, dass Vorhersagen über die Zukunft auf Annahmen über Zusammenhänge und Parameter basieren, die auch interessensgeleitet getroffen sein können.

Beispiele sind

- Wasserbedarf im Haushalt, in einzelnen Ländern bzw. weltweit,
- Energieerzeugung und Energieverbrauch im Haushalt, in der Region, in einzelnen Ländern und weltweit,
- Finanzierung von Sozialsystemen, z. B. Renten- und Arbeitslosenversicherung,
- Verteilung des Wohlstandes in der Welt,
- zeitliche Entwicklung von Straßenverkehr und Abgasausstoß in verschiedenen Ländern,
- Häufigkeit und Ausbreitung von Krankheiten in verschiedenen Ländern und im historischen Verlauf,
- Simulationen zum Verlauf von Epidemien,
- Bevölkerungswachstum in verschiedenen Regionen der Welt sowie
- Klimadaten und Klimawandel am Beispiel der Erderwärmung.

1.2.3 Leben und Lernen in einer digital geprägten Welt (D)

Befähigung zur aktiven Teilhabe am sozialen, gesellschaftlichen, wirtschaftlichen, beruflichen, kulturellen und politischen Leben bedeutet in einer digital geprägten Welt, dass Schülerinnen und Schüler lernen müssen,

- die technischen Möglichkeiten versiert zu nutzen, aber auch ihre Grenzen zu reflektieren,
- Grundlagen und Hintergründe digitaler Verarbeitungsweisen, z. B. die Wirkungsweisen von Algorithmen, zu verstehen,
- Handlungswissen für die eigene Datensouveränität zu erwerben sowie
- über Kompetenzen hinsichtlich der Gestaltung ihres sozialen und kulturellen Lebens mithilfe innovativer, digitaler Technik zu verfügen.

Darüber hinaus nutzen die Schülerinnen und Schüler digitale Medien zur Informationsgewinnung, speichern und teilen digitale Repräsentationen von Information und produzieren einzeln

sowie kooperativ digitale Darstellungen. Sie nutzen Werkzeuge zum Erkunden mathematischer Zusammenhänge, zur Förderung von Problemlöseprozessen, zur Entwicklung von Modellen und zur Entwicklung mathematischer Grundvorstellungen. Durch die Reflexion der Vor- und Nachteile einzelner digitaler Werkzeuge für verschiedene Aufgabenstellungen lernen sie, selbstständig geeignete digitale Mathematikwerkzeuge zur Lösung bestimmter Probleme auszuwählen.

In der Studienstufe stehen den Schülerinnen und Schülern leistungsfähige Rechner auch in Klausuren und Abschlussprüfungen zur Verfügung. Damit verschiebt sich ebenso der Unterrichtsfokus weg vom Kalkül und hin zum Verstehen sowie verständigem Anwenden. Über die Bedienkompetenzen hinaus ist unterrichtlich eine kritische Perspektive einzunehmen. Dazu gehört eine stets fragende Haltung, ob z. B. technische Beschränkungen zu falschen oder unvollständigen Ergebnissen geführt haben können.

1.3 Sprachbildung als Querschnittsaufgabe

Für die Umsetzung der Querschnittsaufgabe Sprachbildung im Rahmen des Fachunterrichts sind die im allgemeinen Teil des Bildungsplans niedergelegten Grundsätze relevant. Die Darstellung und Erläuterung fachbezogener sprachlicher Kompetenzen erfolgt in der Kompetenzmatrix Sprachbildung. Innerhalb der Kerncurricula werden die zentralen sprachlichen Kompetenzen durch Verweise einzelnen Themen- bzw. Inhaltsbereichen zugeordnet, um die Planung eines sprachsensiblen Fachunterrichts zu unterstützen.

2 Kompetenzen und Inhalte im Fach Mathematik

2.1 Überfachliche Kompetenzen

Überfachliche Kompetenzen bilden die Grundlage für erfolgreiche Lernentwicklungen und den Erwerb fachlicher Kompetenzen. Sie sind fächerübergreifend relevant und bei der Bewältigung unterschiedlicher Anforderungen und Probleme von zentraler Bedeutung. Die Vermittlung überfachlicher Kompetenzen ist somit die gemeinsame Aufgabe und gemeinsames Ziel aller Unterrichtsfächer sowie des gesamten Schullebens. Die überfachlichen Kompetenzen lassen sich vier Bereichen zuordnen:

- **Personale Kompetenzen** umfassen Einstellungen und Haltungen sich selbst gegenüber. Die Schülerinnen und Schüler sollen Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und die Wirksamkeit des eigenen Handelns entwickeln. Sie sollen lernen, die eigenen Fähigkeiten realistisch einzuschätzen, ihr Verhalten zu reflektieren und mit Kritik angemessen umzugehen. Ebenso sollen sie lernen, eigene Meinungen zu vertreten und Entscheidungen zu treffen.
- **Motivationale Einstellungen** beschreiben die Fähigkeit und Bereitschaft, sich für Dinge einzusetzen und zu engagieren. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, Initiative zu zeigen und ausdauernd und konzentriert zu arbeiten. Dabei sollen sie Interessen entwickeln und die Erfahrung machen, dass sich Ziele durch Anstrengung erreichen lassen.
- **Lernmethodische Kompetenzen** bilden die Grundlage für einen bewussten Erwerb von Wissen und Kompetenzen und damit für ein zielgerichtetes, selbstgesteuertes Lernen. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, Lernstrategien effektiv einzusetzen und Medien sinnvoll zu nutzen. Sie sollen die Fähigkeit entwickeln, unterschiedliche Arten von Problemen in angemessener Weise zu lösen.
- **Soziale Kompetenzen** sind erforderlich, um mit anderen Menschen angemessen umgehen und zusammenarbeiten zu können. Dazu zählen die Fähigkeiten, erfolgreich zu kooperieren, sich in Konflikten konstruktiv zu verhalten sowie Toleranz, Empathie und Respekt gegenüber anderen zu zeigen.

Die in der nachfolgenden Tabelle genannten überfachlichen Kompetenzen sind jahrgangsübergreifend zu verstehen, d. h., sie werden anders als die fachlichen Kompetenzen in den Rahmenplänen nicht für unterschiedliche Jahrgangsstufen differenziert ausgewiesen. Die Entwicklung der Schülerinnen und Schüler in den beschriebenen Bereichen wird von den Lehrkräften kontinuierlich begleitet und gefördert. Die überfachlichen Kompetenzen sind bei der Erarbeitung des schulinternen Curriculums zu berücksichtigen.

Struktur überfachlicher Kompetenzen	
Personale Kompetenzen (Die Schülerin, der Schüler...)	Lernmethodische Kompetenzen (Die Schülerin, der Schüler...)
Selbstwirksamkeit ... hat Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und glaubt an die Wirksamkeit des eigenen Handelns.	Lernstrategien ... geht beim Lernen strukturiert und systematisch vor, plant und organisiert eigene Arbeitsprozesse.
Selbstbehauptung ... entwickelt eine eigene Meinung, trifft eigene Entscheidungen und vertritt diese gegenüber anderen.	Problemlösefähigkeit ... kennt und nutzt unterschiedliche Wege, um Probleme zu lösen.
Selbstreflexion ... schätzt eigene Fähigkeiten realistisch ein und nutzt eigene Potenziale.	Medienkompetenz ... kann Informationen sammeln, aufbereiten, bewerten und präsentieren.
Motivationale Einstellungen (Die Schülerin, der Schüler...)	Soziale Kompetenzen (Die Schülerin, der Schüler...)
Engagement ... setzt sich für Dinge ein, die ihr/ihm wichtig sind, zeigt Einsatz und Initiative.	Kooperationsfähigkeit ... arbeitet gut mit anderen zusammen, übernimmt Aufgaben und Verantwortung in Gruppen.
Lernmotivation ... ist motiviert, Neues zu lernen und Dinge zu verstehen, strengt sich an, um sich zu verbessern.	Konstruktiver Umgang mit Konflikten ... verhält sich in Konflikten angemessen, versteht die Sichtweisen anderer und geht darauf ein.
Ausdauer ... arbeitet ausdauernd und konzentriert, gibt auch bei Schwierigkeiten nicht auf.	Konstruktiver Umgang mit Vielfalt ... zeigt Toleranz und Respekt gegenüber anderen und geht angemessen mit Widersprüchen um.

2.2 Fachliche Kompetenzen

Für den Mathematikunterricht bedeutet „mathematische Kompetenz“ die Fähigkeit und die Bereitschaft, Mathematik in einer Vielheit von inner- und außermathematischen Kontexten zu verstehen, zu bewerten und anzuwenden. In einer entwickelten mathematischen Kompetenz sind auch Methoden- sowie Sozialkompetenzen eingebettet.

Grundfertigkeiten und Grundvorstellungen sind Voraussetzungen zum Erwerb neuer Kompetenzen: Elementare Fertigkeiten im Umgang mit mathematischen Objekten wie Zahlen und Größen, geometrischen Objekten, dem Funktionsbegriff und Grundlagen der Stochastik sind notwendige Voraussetzungen für den Erwerb neuer mathematischer Kompetenzen.

Langfristig angelegte inhaltliche Vorstellungen zu mathematischen Begriffen und Verfahren (Leitfragen: „Was bedeutet das?“, „Wozu verwendet man das?“) sind die Grundlage, auf der Schülerinnen und Schüler mathematisches Verständnis ausbilden können. Ohne das Aktivieren von Vorstellungen werden Kompetenzen nicht wirksam. Auch im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe wird ein Großteil der Aktivitäten hierfür aufzubringen sein.

Mathematisches Denken ist eine Klammer über alle Kompetenzen. Mathematische Denkweisen ziehen sich durch alle Kompetenzen hindurch und sind daher unverzichtbar für deren Erwerb.

Der Mathematikunterricht der Sekundarstufe II enthält sowohl neue Inhalte als auch Inhalte der Sekundarstufe I, die aber von einem höheren Standpunkt aus bearbeitet werden. Vertiefen, Präzisieren, Verallgemeinern, Vernetzen und Abstrahieren sind typische Tätigkeiten, die mathematisches Denken in der Sekundarstufe II charakterisieren.

Mathematik bringt gedankliche und begriffliche Ordnung in die Welt der Phänomene. Daher erfordert ein nachhaltiger Aufbau von Kompetenzen, dass Aktivitäten des Präzisierens, des Ordnen, des Klassifizierens, des Definierens, des Strukturierens und des Verallgemeinerns, das Sehen von Mustern usw. im Unterricht vorkommen.

Der Gedanke der Substitution ist ein wichtiges Beispiel für „mathematisches Denken“: Anstelle eines mathematischen Gegenstandes setzt man einen anderen gleichrangigen ein. So könnte eine Zahl als Ergebnis einer Rechnung gedeutet werden – oder eine Figur als Teilfigur einer anderen, bereits allgemein bewiesenen bleibt auch in komplexerem Zusammenhang gültig.

Die Symmetrie ist ebenfalls ein wichtiges Beispiel, weil sich der optische Aspekt oft erst durch „mathematisches Denken“ erschließt.

Dazu gehört aber auch Fragen zu stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wenn ja, wie viele?“, „Wie finden wir ...?“), zu wissen, welche Art von Antworten die Mathematik für solche Fragen bereithält, zwischen unterschiedlichen Arten von Aussagen zu unterscheiden (Definitionen, Sätze, Vermutungen, Hypothesen, Beispiele, Bedingungen) sowie Reichweite und Grenzen mathematischer Konzepte zu verstehen und zu berücksichtigen.

Die Kompetenzbereiche

Der Kompetenzbegriff im Fach Mathematik lässt sich strukturieren nach prozessbezogenen *allgemeinen mathematischen Kompetenzen* sowie *inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen*, geordnet nach fünf Leitideen. Neben der Prozess- und der Inhaltsdimension kommt die Niveaudimension hinzu, die die kognitive Komplexität mathematischer Tätigkeiten und Aufgabenstellungen erfasst.

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen sind jeweils Leitideen zugeordnet, die nicht an bestimmte mathematische Themenbereiche gebunden sind.

Sie begünstigen so ein sachgebietsübergreifendes Denken, fördern Vernetzungen und ermöglichen Einsicht in die Sinnhaftigkeit der zu vermittelnden Inhalte.

- L1: Leitidee Algorithmus und Zahl
- L2: Leitidee Messen
- L3: Leitidee Raum und Form
- L4: Leitidee funktionaler Zusammenhang
- L5: Leitidee Daten und Zufall

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Die nachfolgenden Kompetenzen sind in verschiedenen Schulstufen und Schulformen zu finden. Sie erhalten je nach Schulstufe bzw. Schulform besondere Akzentuierungen oder Betonungen.

- K1: Mathematisch argumentieren
- K2: Mathematisch kommunizieren
- K3: Probleme mathematisch lösen
- K4: Mathematisch modellieren
- K5: Mathematisch darstellen
- K6: Mit mathematischen Objekten umgehen
- K7: Mit Medien mathematisch arbeiten

Im Rahmen der KMK-Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ werden Kompetenzen definiert, die Kinder und Jugendliche in der Schule erwerben müssen, um aktiv, reflektiert und mündig an einer von Digitalisierung geprägten Gesellschaft teilhaben zu können. Diese Kompetenzen sind folgenden sechs Kompetenzbereichen zugeordnet:

- D1: Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren
- D2: Kommunizieren und Kooperieren
- D3: Produzieren und Präsentieren
- D4: Schützen und sicher Agieren
- D5: Problemlösen und Handeln
- D6: Analysieren und Reflektieren

Die in diesen Bereichen formulierten digitalen Kompetenzen sind mit den prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen verwoben und ihre Entwicklung kann in vielfältigen Erfahrungs- und Lernmöglichkeiten stattfinden. Beide Kompetenzarten ergänzen hierbei einander.

Im Fach Mathematik speichern Schülerinnen und Schüler Informationen, teilen sie miteinander und produzieren daraus einzeln oder gemeinsam eigene digitale Darstellungen. Sie lernen verschiedene digitale Werkzeuge kennen, mit denen sie mathematische Probleme lösen können, und setzen diese bedarfsgerecht ein.

Der Einsatz digitaler Technologien und Medien ermöglicht eine Entlastung von Routinearbeiten und ebnet somit der Behandlung realistischer Anwendungssituationen und dem Vernetzen von Inhalten den Weg. Durch häufige, digital gestützte Darstellungswechsel (z. B. Term, Tabelle oder Graph) können Schülerinnen und Schüler Begriffe besser ausbilden sowie ein tiefgreifendes konzeptuelles Verständnis entwickeln.

In den folgenden Kapiteln werden Möglichkeiten, für den Mathematikunterricht relevante Kompetenzen der KMK-Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ in den Unterricht zu integrieren, gemeinsam mit den prozessbezogenen und den inhaltsbezogenen Kompetenzen dargestellt.

Die Anforderungsbereiche

Da sich Kompetenzen insbesondere in Form von Tätigkeiten beim – im weiten Sinne – Aufgabenlösen zeigen, sollen die Anforderungsbereiche den kognitiven Anspruch erfassen. Man unterscheidet dabei folgende drei Bereiche.

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang, die Verständnissicherung sowie das Anwenden und das Beschreiben geübter Arbeitstechniken und Verfahren.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang sowie das selbstständige Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbstständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen. Dabei wählen die Schülerinnen und

Schüler selbstständig geeignete Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung der Aufgabe, wenden sie auf eine neue Problemstellung an und reflektieren das eigene Vorgehen.

K1 Mathematisch argumentieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen (wie Begründungen, Beweise) als auch das Erläutern, Prüfen und Begründen von Lösungswegen sowie das begründete Äußern von Vermutungen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis hin zu Argumentationsketten.

Anforderungsbereich I

Die Schülerinnen und Schüler ...

- geben vertraute Argumentationen wieder (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze) und wenden diese an.
- formulieren typische Fragen, die auf Argumentationen zielen („Wie verändert sich ...?“, „Ist das immer so ...?“).
- geben einfache rechnerische Begründungen oder ziehen einfache logische Schlussfolgerungen.
- begründen angemessen auch auf Basis von Alltagswissen.

Anforderungsbereich II

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen.
- erläutern Lösungswege und prüfen sie u. a. auf Konsistenz.
- bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. ihres Anwendungskontextes.
- erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen.

Anforderungsbereich III

Die Schülerinnen und Schüler ...

- entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen – auch Beweise.
- bewerten verschiedene Argumentationen (z. B. in Texten und Darstellungen aus digitalen Medien).
- stellen selbstständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und äußern begründet Vermutungen.

K2 Mathematisch kommunizieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen, Lösungswegen bzw. Ergebnissen in mündlicher und schriftlicher Form, auch unter Verwendung einer adressatengerechten Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte bzw. vom Dokumentieren

einfacher Lösungswege zum strukturierten Darlegen oder Präsentieren eigener Überlegungen, auch mithilfe geeigneter Medien.

Anforderungsbereich I

Die Schülerinnen und Schüler ...

- formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich.
- entnehmen Informationen aus mathemathikhaltigen Texten und Abbildungen.
- reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen.

Anforderungsbereich II

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen Überlegungen, mehrschrittige Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar.
- erfassen, interpretieren und deuten komplexere mathemathikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen.
- verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung.
- gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (z. B. konstruktiver Umgang mit Fehlern, Weiterführen mathematischer Ideen).

Anforderungsbereich III

Die Schülerinnen und Schüler ...

- präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich.
- interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend.
- vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen.

K3 Probleme mathematisch lösen

Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Heuristiken sowie das Entwickeln und Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht vom Bearbeiten vorgegebener und selbst formulierter Probleme auf der einen Seite bis hin zum Überprüfen der Plausibilität von Ergebnissen, dem Finden von Lösungsideen und dem Reflektieren von Lösungswegen auf der anderen Seite. Geeignete heuristische Strategien (u. a. Skizzen erstellen, systematisch probieren, rückwärts arbeiten, zerlegen und ergänzen) zum Problemlösen werden ausgewählt und angewendet.

Anforderungsbereich I

Die Schülerinnen und Schüler ...

- geben Heuristiken an (z. B. Skizze erstellen, systematisch probieren).
- lösen einfache Probleme mit bekannten heuristischen Strategien (z.B. systematisches Probieren).

Anforderungsbereich II

Die Schülerinnen und Schüler ...

- formulieren Problemstellungen.
- wählen geeignete heuristische Strategien zur Lösung entsprechender Probleme aus.
- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.

Anforderungsbereich III

Die Schülerinnen und Schüler ...

- lösen anspruchsvolle, komplexe oder offen formulierte Probleme.
- reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege.

K4 Mathematisch modellieren

Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines realen Problems mithilfe von Mathematik. Von besonderer Bedeutung ist dabei das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und das Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Arbeiten im mathematischen Modell, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen sowie des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen bis hin zu komplexeren Modellierungen.

Anforderungsbereich I

Die Schülerinnen und Schüler ...

- ordnen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu.
- nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle.
- prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung.

Anforderungsbereich II

Die Schülerinnen und Schüler ...

- wählen ein geeignetes mathematisches Modell aus.
- nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern.
- interpretieren Ergebnisse einer Modellierung.

- prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation.
- ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu.

Anforderungsbereich III

Die Schülerinnen und Schüler ...

- modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln ggf. eigene Modelle.
- reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation.
- entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

K5 Mathematisch darstellen

Diese Kompetenz umfasst das Erzeugen und das Vernetzen von sowie das Umgehen mit mathematischen Darstellungen – der grafisch-visuellen, algebraisch-formalen, numerisch-tabellarischen, verbal-sprachlichen Darstellung. Das Spektrum reicht von Anwenden, Interpretieren und Unterscheiden von Standarddarstellungen über den Wechsel geeigneter mathematischer Darstellungen bis hin zum Erstellen eigener Darstellungen, die dem Strukturieren und dem Dokumentieren individueller Überlegungen dienen.

Anforderungsbereich I

Die Schülerinnen und Schüler ...

- nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen.
- interpretieren vertraute Darstellungen.

Anforderungsbereich II

Die Schülerinnen und Schüler ...

- wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus.
- wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind.
- übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache – und umgekehrt.

Anforderungsbereich III

Die Schülerinnen und Schüler ...

- entwickeln eigene Darstellungen.
- analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihres Zwecks.
- interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft.

K6 Mit mathematischen Objekten umgehen

Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen sowie Vektoren und geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren, einschließlich deren reflektierenden Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und grundlegendes Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten mathematischer Aufgabenstellungen.

Anforderungsbereich I

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verwenden Routineverfahren.
- gehen mit vertrauten mathematischen Objekten um.

Anforderungsbereich II

Die Schülerinnen und Schüler ...

- führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus.
- beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte und gehen flexibel und sicher mit ihnen um.

Anforderungsbereich III

Die Schülerinnen und Schüler ...

- bewerten Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz.
- beschreiben die innere Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen.
- führen komplexe Verfahren durch.

K7 Mit Medien mathematisch arbeiten

Mathematische Bildung in der digitalen Welt umfasst, fachliche Kompetenzen digital zu fördern und digitale Kompetenzen fachlich zu fördern. Darüber hinaus sollte ein Beitrag zur digitalen personalen Bildung geleistet werden, um Mathematik für die kritische Rezeption von Alltagsmedien zu nutzen. Dazu gehört der Umgang analoger Medien (Schulbuch, Lineal, Körpermodell, Formelsammlung, Spielwürfel ...) im Verbund mit digitalen Medien. Digitale Medien, die für das Lernen und das Lehren von Mathematik relevant sind, umfassen mathematikspezifische sowie allgemeine Medien. Mathematikspezifisch sind insbesondere digitale Mathematikwerkzeuge als themenübergreifende Medien, aber auch themenspezifische mathematikhaltige Medien (z. B. Apps, interaktive Lernangebote). Allgemeine Medien (etwa Videos, Textverarbeitung, Präsentationsmedien) spielen eine Rolle, da sie es erfordern, mathematikhaltige Informationen zu bündeln sowie zu präsentieren und nach mathematischen Kriterien zu beurteilen. Das Spektrum der Kompetenzen reicht von der Nutzung analoger Medien, der kritischen Prüfung von Informationen der digitalen Welt unter mathematischen Gesichtspunkten, der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation oder Geometrie-Software) und Lernumgebungen über die Erstellung und Gestaltung eigener allgemeiner Medien, wie Videos und Präsentationen, bis hin zur bewussten Verwendung, Entwicklung und Reflexion von Algorithmen mithilfe digitaler Medien.

Anforderungsbereich I

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verwenden allgemeine Medien zur Kommunikation (z. B. Recherche in Fachliteratur oder Internet, Nutzung von Lernplattformen) und zur Präsentation mathematischer Inhalte in Situationen, in denen der Einsatz geübt wurde.
- nutzen analoge und digitale Lernumgebungen zum Lernen von Mathematik.
- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation, modulares Mathematiksystem, dynamische Geometrie-Software), indem sie mit diesen
 - Terme faktorisieren und ausmultiplizieren,
 - Wertetabellen erstellen,
 - Punkte und Funktionsgraphen anzeigen,
 - Ableitungsfunktionen, Stammfunktionen und bestimmte Integrale angeben,
 - Gleichungen und Gleichungssysteme lösen,
 - mit Matrizen und Vektoren rechnen, Matrixinverse und Skalarprodukte bestimmen,
 - Zufallszahlen erzeugen,
 - Werte für Wahrscheinlichkeitsverteilungen finden,
 - Fakultäten und Binomialkoeffizienten bestimmen.
- ziehen Informationen aus mathemathikhaltigen Darstellungen in Alltagsmedien.

Anforderungsbereich II

Die Schülerinnen und Schüler ...

- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. dynamische Geometrie-Software, Tabellenkalkulation, modulares Mathematiksystem, Stochastiktool (Stochastiktools sind dynamische digitale Mathematikwerkzeuge zur interaktiven Datenerfassung und- analyse sowie zur stochastischen Simulation) etc.) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten-Erarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc.
- nutzen weitere mathematikspezifische Medien (z. B. Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos zum Verstehen, Programme zum Üben) zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik.
- nutzen bekannte Algorithmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen.
- vergleichen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten.
- wählen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung bewusst aus.
- gehen mit digitalen Mathematikwerkzeugen flexibel um, indem sie
 - Objekte der begrenzten Größe des Bildschirms anpassen,
 - beim Versagen eines Standardvorgehens oder -befehls Alternativen finden und nutzen,

- Einstellungen des Werkzeugs situationsadäquat vornehmen,
- Fehlermeldungen angemessen deuten.

Anforderungsbereich III

Die Schülerinnen und Schüler ...

- reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien, auch im Vergleich zwischen analogem und digitalem Medium.
- konzipieren und erstellen selbst analoge und digitale Medien, um mathematische Sachverhalte darzustellen oder zu bearbeiten, und stellen ihre Ergebnisse vor (z. B. Präsentation, Videos).
- beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung.
- beurteilen mathemathikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten.
- setzen bekannte mathematische Verfahren mithilfe digitaler Werkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation) als Algorithmus um.
- nutzen Algorithmen mithilfe digitaler Werkzeuge, um den jeweils zugrundeliegenden mathematischen Inhalt zu untersuchen.
- reflektieren bei der Arbeit mit digitalen Mathematikwerkzeugen die Ergebnisse, indem sie
 - die mathematische Konsistenz überprüfen,
 - Rundungsphänomene erkennen und beurteilen,
 - technikbedingte falsche oder fehlende Lösungen erkennen und beurteilen.

2.3 Digitale Kompetenzen

D1 Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren

Dieser Kompetenzbereich umfasst die Kompetenzen, die sich Schülerinnen und Schüler aneignen müssen, um effizient und zeitsparend an vertrauenswürdige Informationen zu gelangen und diese zur weiteren Verwendung sicher, strukturiert und wiederauffindbar aufbewahren zu können.

D1.1 Suchen und Filtern

Die Schülerinnen und Schüler ...

- klären Arbeits- und Suchinteressen und legen diese fest.
- nutzen Suchstrategien in digitalen Umgebungen und entwickeln diese weiter.
- identifizieren relevante Quellen und führen diese zusammen.
- überprüfen die Plausibilität von Vermutungen an Beispielen und suchen Gegenbeispiele.

D1.2 Auswerten und Bewerten

Die Schülerinnen und Schüler ...

- analysieren, Informationsquellen analysieren und bewerten diese kritisch.

D1.3 Speichern und Abrufen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- speichern sicher Informationen und Daten, finden diese wieder und rufen sie von verschiedenen Orten ab.
- fassen Informationen und Daten zusammen, organisieren und strukturieren diese und bewahren sie auf.

D2 Kommunizieren und Kooperieren

Dieser Kompetenzbereich thematisiert, welche digitalen Kommunikationsmittel für welche Zwecke auf welchen technischen Plattformen zur Verfügung stehen und wie man mit diesen digitalen Kommunikationsmitteln sicher und verantwortungsvoll kommuniziert. Hierbei werden auch Kompetenzen erworben, um mittels digitaler Werkzeuge mit anderen respektvoll und effizient zusammenzuarbeiten, indem z. B. gemeinsam Präsentationen oder Tabellen erstellt werden. Der sichere Austausch von Daten spielt hierbei eine wichtige Rolle.

D2.1 Interagieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

- kommunizieren mithilfe verschiedener digitaler Kommunikationsmöglichkeiten.
- wählen zielgerichtet und situationsgerecht digitale Kommunikationsmöglichkeiten aus.

D2.2 Teilen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- teilen Dateien, Informationen und Links.
- beherrschen eine Referenzierungspraxis (Quellenangaben).

D2.3 Zusammenarbeiten

Die Schülerinnen und Schüler ...

- nutzen digitale Werkzeuge für die Zusammenarbeit bei der Zusammenführung von Informationen, Daten und Ressourcen.
- verwenden digitale Werkzeuge bei der gemeinsamen Erarbeitung von Dokumenten.

D2.5 An der Gesellschaft aktiv teilhaben

Die Schülerinnen und Schüler ...

- nutzen öffentliche und private Dienste.
- geben Medienerfahrungen weiter und bringen sie in kommunikative Prozesse ein.
- nehmen als selbstbestimmte Bürgerinnen und Bürger aktiv an der Gesellschaft teil.

D3 Produzieren und Präsentieren

Dieser Kompetenzbereich beinhaltet Kompetenzen, die zur Nutzung digitaler Mittel zur eigenständigen Herstellung und Verarbeitung unterschiedlicher Medienformate, wie von Bildern, Texten, Videos, Hörspielen, Erklärfilmen, Animationen, digitalen Präsentationen und Collagen, nötig sind. Hierbei werden nicht nur technische, sondern auch rechtliche Aspekte berücksichtigt.

D3.1 Entwickeln und Produzieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

- kennen mehrere technische Bearbeitungswerkzeuge und wenden diese an.
- planen eine Produktion zur Darstellung von mathematischen Sachverhalten oder Problemlösungen und gestalten, präsentieren, veröffentlichen oder teilen sie in verschiedenen Formaten.

D3.2 Weiterverarbeiten und Integrieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

- bearbeiten Inhalte in verschiedenen Formaten, führen sie zusammen und präsentieren und veröffentlichen oder teilen diese.
- verarbeiten Informationen, Inhalte und vorhandene digitale Produkte weiter und integrieren sie in bestehendes Wissen.

D3.3 Rechtliche Vorgaben beachten

Die Schülerinnen und Schüler ...

- kennen die Bedeutung von Urheberrecht und geistigem Eigentum.
- berücksichtigen Urheber- und Nutzungsrechte (Lizenzen) bei eigenen und fremden
- Werken.
- beachten Persönlichkeitsrechte.

D4 Schützen und sicher Agieren

In diesem Kompetenzbereich sind die Kompetenzen gebündelt, die Schülerinnen und Schüler erwerben müssen, um sich der Risiken und Gefahren in digitalen Umgebungen bewusst zu sein und damit umgehen zu können.

D4.1 Sicher in digitalen Umgebungen agieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

- kennen, erkennen, berücksichtigen und reflektieren Risiken und Gefahren in digitalen Umgebungen.
- entwickeln Strategien zum Schutz und wenden diese an.

D5 Problemlösen und Handeln

In diesem Kompetenzbereich sind die Kompetenzen zusammengefasst, die man benötigt, um Probleme identifizieren und analysieren sowie geeignete Werkzeuge und Methoden zu deren Lösung auswählen und anwenden zu können. Die Schülerinnen und Schüler erwerben hierbei Kompetenzen zur systematischen Entwicklung von Lösungsstrategien deren Anwendung, Bewertung und Verbesserung unter Berücksichtigung eigener Stärken und Schwächen.

D5.2 Werkzeuge bedarfsgerecht einsetzen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- kennen eine Vielzahl digitaler Werkzeuge und wenden diese kreativ an.
- formulieren Anforderungen an digitale Werkzeuge.

- identifizieren passende Werkzeuge zur Lösung von Problemen.
- passen die digitalen Umgebungen und Werkzeuge zum persönlichen Gebrauch an.

D5.4 Digitale Werkzeuge und Medien zum Lernen, Arbeiten und Problemlösen nutzen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- finden, bewerten und nutzen effektive digitale Lernmöglichkeiten.
- können ein persönliches System von vernetzten digitalen Lernressourcen selbst organisieren.
- nutzen digitale Werkzeuge, um ihr Repertoire an Lösungsstrategien zu erweitern.

D5.5 Algorithmen erkennen und formulieren

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erkennen und formulieren algorithmische Strukturen in genutzten digitalen Tools.
- planen und verwenden eine strukturierte, algorithmische Sequenz zur Lösung eines Problems.
- beschreiben, wählen und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen.

D6 Analysieren und Reflektieren

Durch die Kompetenzen dieses Kompetenzbereichs werden Schülerinnen und Schüler befähigt, Medien sowie deren Wirkungen auf sich selbst und die Gesellschaft zu bewerten und zu reflektieren, indem sie lernen, Medien sowie deren Gestaltungsmittel zu analysieren und zu verstehen.

D6.1 Medien analysieren und bewerten

Die Schülerinnen und Schüler ...

- kennen und bewerten Gestaltungsmittel digitaler Medienangebote.
- erkennen und beurteilen interessengeleitete Setzung, Verbreitung und Dominanz von Themen in digitalen Umgebungen.
- analysieren Wirkungen von Medien in der digitalen Welt (z. B. mediale Konstrukte, Computerspiele, mediale Darstellungen von Statistiken) und gehen damit konstruktiv um.

2.4 Inhalte (Kerncurriculum)

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen bauen auf den Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I auf. Paradigmatische Beispiele, die Kernideen der Module enthalten, bilden jeweils die Grundlage für die Entwicklung der vorgesehenen Kompetenzen. Im ersten Jahr der Studienstufe werden die Module 1.1, 1.2, 2 und 3 erarbeitet, im zweiten Jahr die Module 4 und 5 sowie eines der Wahlpflichtmodule 6 und 7. Es ist möglich, das Modul 1.2 vor dem Modul 4 zu unterrichten. Des Weiteren ist es möglich, dass aus dem Modul 5 bereits im Anschluss an das Modul 2 die Binomialverteilung in der ersten Studienstufe unterrichtet wird.

Kursiv dargestellte Inhalte sind für das erhöhte Anforderungsniveau vorgesehen.

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
<p>Leitperspektiven</p> <p>W BNE D</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> Berufsorientierung Gesundheitsförderung Globales Lernen Medienerziehung Umwelterziehung Verkehrserziehung <p>Sprachbildung</p> <p>D 1 9 12</p> <p>14</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>Phy Bio PGW Geo</p>	<p>Funktionale Zusammenhänge</p> <ul style="list-style-type: none"> Darstellen und Anwenden funktionaler Zusammenhänge mit den untenstehenden Funktionsklassen, Kennen von Besonderheiten und Nutzen dieser Funktionsklassen in Sachzusammenhängen <ul style="list-style-type: none"> ganzrationale Funktionen einfache gebrochen – rationale Funktionen einfache Wurzelfunktionen <p>Unter einfachen Funktionen werden Funktionen verstanden, deren jeweiliger Graph aus dem Graphen zu $f(x) = \frac{1}{x}$ bzw. $f(x) = \sqrt{x}$ durch Verschieben in x-Richtung und y-Richtung, Strecken in x- oder y-Richtung sowie Spiegeln an Abszissenachse oder Ordinatenachse hervorgehen kann.</p> <ul style="list-style-type: none"> Beschreibung und Nutzung der Auswirkung von Parametervariationen in einer Funktionsvorschrift für den Graphen einer Funktion Erstellung, Interpretation und Beurteilung von Modellen Berechnungen mit Parametern in einer Funktionsvorschrift, insbesondere unter Vorgabe und Einsetzen konkreter Werte, sowie Interpretation der Ergebnisse Erkennung von Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung anhand der Exponenten der freien Variablen im Funktionsterm ganzrationaler Funktionen, Nutzung dieser Eigenschaft für Argumentationen und Berechnungen Erkennung von Punktsymmetrie zum Ursprung am Funktionsterm einfacher gebrochen-rationaler Funktionen Beschreibung des Verhaltens im Unendlichen Bestimmung von senkrechten und waagerechten Asymptoten <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. Nachweis von Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung u. a. mithilfe der Zusammenhänge $f(x) = f(-x)$ bzw. $f(x) = -f(-x)$ <p>Gleichungen</p> <ul style="list-style-type: none"> Bestimmung der Koeffizienten ganzrationaler Funktionen durch Aufstellen linearer Gleichungssysteme (Steckbriefaufgaben) Gleichungslösen als Hilfsmittel, um Fragestellungen in funktionalen Zusammenhängen zu lösen. <ul style="list-style-type: none"> geeignete Verfahren zur Lösung quadratischer Gleichungen grundlegende algebraische Umformungen, z. B. Ausklammern der Unbekannten tabellarisches Lösen von Gleichungen graphisches Lösen von Gleichungen Lösen biquadratischer Gleichungen mittels Substitution <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. Gleichungslösen in Abhängigkeit von Parametern 	<p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4 K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.2 2.1 3.1 5.2</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L1 L2 L4</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>die Tangente die Sekante die Tangentengleichung der Steigungswinkel der Sattelpunkt die Stelle das Argument die Abzisse die Ordinate die ganzrationale Funktion die gebrochen-rationale Funktion der Definitionsbereich der Wertebereich die Wurzelfunktion die Asymptote die Substitution die mittlere Änderungsrate die lokale Änderungsrate der Differenzenquotient der Grenzwert des Differenzenquotienten die Ableitung an einer Stelle die Ableitungsfunktion die Faktorregel die Potenzregel die Summenregel das Vorzeichenwechselkriterium der Hochpunkt der Tiefpunkt das Randextremum</p>	<p><i>[bleibt zunächst leer]</i></p>

Mittlere und lokale Änderungsrate

- Interpretation der mittleren Änderungsrate in Sachzusammenhängen und als Sekantensteigung
- Beschreibung der Annäherung der mittleren Änderungsrate an die lokale Änderungsrate
- Interpretation der lokalen Änderungsrate an einer Stelle in Sachzusammenhängen und als Tangentensteigung
- Berechnung der Tangentensteigung an einer Stelle mit dem Grenzwert des Differenzenquotienten an einigen Beispielen
- Beschreibung der Ableitungsfunktion als Funktion der lokalen Änderungsraten
- Aufstellung der Tangentengleichung
- Berechnung von Steigungswinkeln mithilfe des Tangens
- Anwendung der Ableitungsregeln
 - Potenzregel
 - Faktorregel
 - Summenregel
- Bestimmung höherer Ableitungen
- Herleitung des Graphen der Ableitungsfunktion aus dem gegebenen Graphen einer Funktion

Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:

- Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.

Ableitungsfunktion

- Monotonieuntersuchungen mithilfe der Ableitungsfunktionen
- Nutzung von erster und zweiter Ableitung sowie dem Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung und Klassifikation von lokalen Extrema von Funktionen
- Nutzung von zweiter und dritter Ableitung sowie dem Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Wendepunkten
- Untersuchung des Krümmungsverhaltens von Funktionen
- Entwicklung und Umsetzung von Strategien zum Lösen von Optimierungsproblemen
- Untersuchung abschnittsweise definierter Funktionen auf Sprung- und Knickfreiheit

Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:

- Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.
- Unterscheidung zwischen lokalen und globalen Extrema
- Berechnung von Nullstellen, Extrem- und Wendepunkten von Funktionsscharen in Abhängigkeit von Parametern
- einfache Fallunterscheidungen bei Funktionsscharen
- Nutzung von Funktionsscharen in Sachzusammenhängen
- Deutung der Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen

Bestandsänderungen

- Interpretation von Inhalten von Flächen unter Funktionsgraphen als Bestandsänderung in verschiedenen Sachzusammenhängen
- Abschätzen von Inhalten von Flächen unter Funktionsgraphen
- näherungsweise Bestimmung der Inhalte von Flächen unter Funktionsgraphen durch Berechnen von Unter- und Obersummen sowie Beschreibung deren gegenseitiger Annäherung bei steigender Anzahl von Teilintervallen
- Notation und Interpretation von Integralen

das Monotonieverhalten
das Krümmungsverhalten

die Sprung- und Knickfreiheit

der Wendepunkt

die Zielfunktion

die Nebenbedingung

die Bestandsfunktion

die Stammfunktion

das Integral

der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

der Mittelwert von Funktionen

die Funktionsschar

der Scharparameter

das lokale Extremum

das globale Extremum

das Rotationsvolumen

der Rotationskörper

Fachinterne Bezüge

2	Bedingte W.
5	Normalverteilung
10.4	Einführung in die Differentialrechnung
7	Abstand Punkt-Gerade

	<ul style="list-style-type: none"> • Definition und Beschreibung von Bestandsfunktion, Stammfunktion, Integralfunktion und deren Zusammenhang • Kenntnis des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung und des geometrisch-anschaulichen Beweises • Anwendung der Potenzregel, der Faktorregel und der Summenregel zur Bestimmung von Stammfunktionen • Deutung des bestimmten Integrals, insbesondere als (re-) konstruierter Bestand • Berechnung von Flächeninhalten und die Deutung in Sachsituationen • Berechnung von Flächeninhalten zwischen zwei Funktionsgraphen • Berechnung von Mittelwerten von Funktionen mit dem bestimmten Integral • Herleitung der Graphen einer Funktion aus dem gegebenen Graphen einer Ableitungsfunktion 		
	<p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.</i> • <i>Bestimmung des Volumens von Körpern, die durch Rotation von Funktionsgraphen um die x-Achse entstehen</i> • <i>Begründung der Volumenformel für Körper, die durch Rotation von Funktionsgraphen um die x-Achse entstehen</i> 		
	<p>Beitrag zur Leitperspektive W</p> <p>Bei der mathematischen Modellierung außermathematischer Phänomene spielen menschliche Entscheidungen und damit auch Wertvorstellungen sowohl im Ansatz (Welche Aspekte sind zentral für die Modellierung? Welche werden vernachlässigt?) als auch in der Interpretation (Was bedeutet das mathematische Ergebnis für das außermathematische Phänomen?) eine zentrale Rolle. Die Schülerinnen und Schüler setzen sich somit in ihrem Mathematikunterricht auch mit dieser Seite der Mathematik auseinander.</p> <p>Beitrag zur Leitperspektive BNE</p> <p>Im Bereich der Analysis stehen funktionale Abhängigkeiten im Fokus. Dadurch wird den Schülerinnen und Schülern ein quantitativ-analytisches Instrument nahegebracht, mit dem sie die hochkomplexe und vernetzte Welt um sie herum in Ansätzen verstehen und somit potenziell auch verändern können. Sie lernen, die Rolle der Mathematik mit weltweit gültigen Standards für einen rationalen Diskurs zu Fragen der globalen Entwicklung wertzuschätzen</p> <p>Beitrag zur Leitperspektive D</p> <p>Digitale Werkzeuge sind im Mathematikunterricht traditionell sowohl Rechenwerkzeug als auch Erkenntnisinstrument. Über die Bedienkompetenzen hinaus ist unterrichtlich eine kritische Perspektive einzunehmen. Dazu gehört eine stets fragende Haltung, ob z. B. technische Beschränkungen zu falschen oder unvollständigen Ergebnissen geführt haben können.</p>		

Sachgebiet: Analysis

S1/S2 1.2 Von der Änderungsrate zum Bestand

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen								
<p>Leitperspektiven</p> <p>W BNE D</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> Berufsorientierung Gesundheitsförderung Globales Lernen Medienerziehung Umwelterziehung Verkehrserziehung <p>Sprachbildung</p> <p>D 1 9 12</p> <p>14</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>Phy Bio Spo PGW</p>	<p>Funktionale Zusammenhänge</p> <ul style="list-style-type: none"> Darstellung und Anwendung von funktionalen Zusammenhängen mithilfe der Sinus- und Kosinusfunktion der Form $f(x) = a \cdot \sin(bx + c) + d$ und $g(x) = a \cdot \cos(bx + c) + d$ sowie Kenntnis der Besonderheiten und Nutzung in Sachzusammenhängen Beschreibung und Nutzung der Auswirkung von Parametervariationen in einer Funktionsvorschrift für den Graphen einer Funktion Erstellung, Interpretation und Beurteilung von Modellen, Berechnungen mit Parametern in einer Funktionsvorschrift, insbesondere unter Vorgabe und Einsetzen konkreter Werte, sowie Interpretation der Ergebnisse Erkennung von Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung am Funktionsterm mithilfe des Wissens über die Symmetrieeigenschaften der Sinus- und der Kosinuskurve, Nutzung dieser Eigenschaft für Argumentationen und Berechnungen <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. Nutzung von Funktionsscharen zum Lösen von Problemen Beschreibung und Untersuchung von Sinus- und Kosinusfunktionen sowie deren Verkettungen und Verknüpfungen mit den Funktionen aus Modul 1.1 auch in Sachsituationen Nachweis von Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung u. a. mithilfe der Zusammenhänge $f(x) = f(-x)$ bzw. $f(x) = -f(-x)$ <p>Mittlere und lokale Änderungsrate</p> <ul style="list-style-type: none"> Kenntnis und Nutzung der Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion Anwendung der Ableitungsregeln <ul style="list-style-type: none"> Produktregel Kettenregel <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <p>Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.</p> <p>Nutzung von Funktionsscharen, die mithilfe der Sinus- und der Kosinusfunktion gebildet werden – auch in Sachzusammenhängen, Berechnung von Nullstellen, Extrem- und Wendepunkten in Abhängigkeit von den Scharparametern, einfache Fallunterscheidungen</p>	<p>Prozessbezogenen Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4 K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.1 2.3 4.1 6.1</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L1 L2 L4</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>die Sinus- und Kosinusfunktion die Produktregel die Kettenregel</p> <p>Fachinterne Bezüge</p> <table border="1"> <tr> <td>10.1</td> <td>Trigonometrie</td> </tr> <tr> <td>10.4</td> <td>Einführung in die Differentialrechnung</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Exponentialfunktion - Ableitungsregeln</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>Periodische Prozesse bei Populationen</td> </tr> </table>	10.1	Trigonometrie	10.4	Einführung in die Differentialrechnung	4	Exponentialfunktion - Ableitungsregeln	8	Periodische Prozesse bei Populationen	<p><i>[bleibt zunächst leer]</i></p>
10.1	Trigonometrie										
10.4	Einführung in die Differentialrechnung										
4	Exponentialfunktion - Ableitungsregeln										
8	Periodische Prozesse bei Populationen										

Bestandsänderungen

- Bestimmung von Stammfunktionen der Sinus- und Kosinusfunktion
- Berechnung von Flächeninhalten und ihre Deutung in Sachsituationen

Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:

- *Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.*
- *Berechnung von Integralen bei Sinus- und Kosinusfunktionen mit linearen Argumenten*
- *Anwendung von elementaren Rechenregeln und Nutzung von Symmetriebetrachtungen*

Beitrag zur Leitperspektive W

Bei der mathematischen Modellierung außermathematischer Phänomene spielen menschliche Entscheidungen und damit auch Wertvorstellungen sowohl im Ansatz (Welche Aspekte sind zentral für die Modellierung? Welche werden vernachlässigt?) als auch in der Interpretation (Was bedeutet das mathematische Ergebnis für das außermathematische Phänomen?) eine zentrale Rolle. Die Schülerinnen und Schüler setzen sich somit in ihrem Mathematikunterricht auch mit dieser Seite der Mathematik auseinander.

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Im Bereich der Analysis stehen funktionale Abhängigkeiten im Fokus. Dadurch wird den Schülerinnen und Schülern ein quantitativ-analytisches Instrument nahegebracht, mit dem sie die hochkomplexe und vernetzte Welt um sie herum in Ansätzen verstehen und somit potenziell auch verändern können. Sie lernen, in ihrem Handeln Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Methoden zur Reduktion von Komplexität des globalen Wandels einschätzen.

Beitrag zur Leitperspektive D

Digitale Werkzeuge sind im Mathematikunterricht traditionell sowohl Rechenwerkzeug als auch Erkenntnisinstrument. Über die Bedienkompetenzen hinaus ist unterrichtlich eine kritische Perspektive einzunehmen. Dazu gehört eine stets fragende Haltung, ob z. B. technische Beschränkungen zu falschen oder unvollständigen Ergebnissen geführt haben können.

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
<p>Leitperspektiven</p> <p>W BNE</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> Berufsorientierung Gesundheitsförderung Globales Lernen Medienerziehung Umwelterziehung Verkehrserziehung <p>Sprachbildung</p> <p>A 1 7 12</p> <p>14</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>Phi PWG Bio</p>	<p>Grundlagen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung</p> <ul style="list-style-type: none"> Unterscheidung der Begriffe relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit sowie arithmetisches Mittel und Erwartungswert und Kenntnis des Gesetzes der großen Zahlen Darstellung der Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf unterschiedliche Weise (z. B. in Histogrammen), Interpretation und Nutzung dieser Darstellungen und Beurteilung der Angemessenheit Bestimmung und Deutung der Lage- und Streumaße, u. a. Varianz und Standardabweichung, zu empirischen Daten und Wahrscheinlichkeitsverteilungen Beschreibung von Zufallsexperimenten durch Ergebnis- und Ereignismengen und Baumdiagramme Nutzung verschiedener Wahrscheinlichkeitskonzepte (empirisch, subjektiv, theoretisch nach Laplace) Nutzung von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln, auch zur Bestimmung bedingter Wahrscheinlichkeiten, Satz von Bayes Untersuchung von Ereignissen auf stochastische Unabhängigkeit und Interpretation der Ergebnisse Entnahme von Daten aus Texten und anderen Darstellungsformen, Prüfung ihrer Plausibilität mithilfe stochastischer Methoden, Beurteilung wahrscheinlichkeitsbasierter Aussagen und das Ziehen geeigneter Schlüsse Verwendung von Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen Erstellung, Interpretation und Beurteilung von Modellen. Es ist möglich, dass bereits im Anschluss an das Modul 2 die Binomialverteilung aus dem Modul 5 im ersten Jahr der Studienstufe unterrichtet wird. <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. <p>Beitrag zur Leitperspektive W</p> <p>Sowohl im Bereich der beschreibenden Statistik als auch bei der Deutung von Wahrscheinlichkeiten sind Fehlinterpretationen weit verbreitet. Dabei reichen die Ursachen von manipulativem Missbrauch bis hin zu fehlender stochastischer Bildung. Dem Mathematikunterricht kommt die Aufgabe zu, den Schülerinnen und Schülern einen wissensbasierten, rationalen und kritischen Umgang mit stochastischen Ergebnissen zu ermöglichen, sodass sie sachlich fundiert am gesellschaftlichen Diskurs partizipieren können. Die gesellschaftlichen Begriffe Fairness und Risiko können mathematisch betrachtet werden.</p> <p>Beitrag zur Leitperspektive BNE</p> <p>Es bieten sich zahlreiche unterschiedliche Kontexte an, anhand derer die Bedeutung stochastischer Inhalte und Methoden für BNE demonstriert werden können, z. B.:</p> <ul style="list-style-type: none"> Wasserbedarf im Haushalt, in einzelnen Ländern bzw. weltweit Energieerzeugung und Energieverbrauch im Haushalt, in der Region, in einzelnen Ländern und weltweit der ökologische Fußabdruck Krisen und Aufschwünge – Daten zu Staatsverschuldungen, Pro-Kopf-Verschuldungen, Bruttosozialprodukten und Arbeitsmärkten Daten und Konsequenzen des demografischen Wandels in Deutschland und weltweit Finanzierung von Sozialsystemen, z. B. Renten- und Arbeitslosenversicherung 	<p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4</p> <p>K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.1 2.2 3.1 5.4</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L2 L4 L5</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>die bedingte Wahrscheinlichkeit</p> <p>der Satz von Bayes</p> <p>die stochastische Unabhängigkeit</p> <p>die Varianz</p> <p>die Standardabweichung</p> <p>der Erwartungswert</p> <p>das arithmetische Mittel</p> <p>die Simulation</p> <p>Fachinterne Bezüge</p> <p>1.1 Extremwerte</p>	<p><i>[bleibt zunächst leer]</i></p>

Sachgebiet: Lineare Algebra/Analytische Geometrie

S1/S2 3 Koordinatengeometrie

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen						
<p>Leitperspektiven</p> <p>W BNE D</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medienerziehung <p>Sprachbildung</p> <p>1 7 8 9</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>Phy Bio Geo BK</p>	<p>Vektoren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beschreibung von Vektoren im zwei- und dreidimensionalen Koordinatensystem als Zahlentupel • Deutung von Vektoren als Ortsvektor eines Punktes, Verbindungsvektor zwischen Punkten und als Verschiebungsvektor • Modellierung von räumlichen Objekten, Koordinatisieren dieser Objekte durch Modelle • Zeichnen mathematischer Objekte mithilfe von Punkten im zwei- und dreidimensionalen Koordinatensystem <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. <p>Rechnen mit Vektoren</p> <ul style="list-style-type: none"> • Berechnung von Streckenlängen und Beträgen von Vektoren • Berechnung des Skalarprodukts zweier Vektoren und Nutzung zur Bestimmung von Winkelgrößen • geometrische Deutung des Skalarprodukts • Addition und Subtraktion von Vektoren • Multiplikation von Vektoren mit einem Skalar • geometrische Veranschaulichung von Operationen • Untersuchung zweier Vektoren auf Kollinearität • Vierecksuntersuchungen mithilfe der Begriffe orthogonal, Betrag, kollinear <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. <p>Beitrag zur Leitperspektive W</p> <p>Der historisch und subjektiv bedeutsame kartesische Perspektivenwechsel vom Geometrischen zum Rechnerischen, der diesem Modul zugrunde liegt, kann als mathematisches Beispiel für die erkenntnisfördernde Kraft des Wechsels der Blickrichtung angesehen werden.</p> <p>Beitrag zur Leitperspektive BNE</p> <p>Der Schwerpunkt nachhaltige Entwicklung zielt auf notwendige innovative Prozesse in Wissenschaft und Technik, in Unternehmen und in der Gesellschaft ab. Mithilfe von Vektoren können verschiedene räumliche Objekte mathematisch beschrieben und untersucht werden, die zur weiteren Modellbildung nützlich sind. Diese Erkenntnisse können beim Verständnis und bei der Optimierung alltäglicher Prozesse angewendet werden und können zu einer nachhaltigen Lebensweise beitragen.</p> <p>Beitrag zur Leitperspektive D</p> <p>Die Darstellung und die Beschreibung mathematischer Modelle anhand von Vektoren erfordern den sicheren Umgang mit dynamischer Geometrie-Software durch die Lehrkräfte und die Schülerinnen und Schüler. Für eine sinnvolle Nutzung dieser Tools ist der kritische Umgang der Schülerinnen und Schüler zu fördern und zu fordern, um die mathematischen Ergebnisse bezüglich ihrer Verwendbarkeit in der Realität angemessen zu interpretieren.</p>	<p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4 K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.2 2.1 3.1 5.2</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L1 L2 L3</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>der Vektor der Nullvektor der Betrag eines Vektors das Skalarprodukt orthogonal kollinear der Ortsvektor das Zahlentupel</p> <p>Fachinterne Bezüge</p> <table border="1"> <tr> <td>Sek 1</td> <td>Darstellungen im Koordinatensystem</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>Vektoren, koordinatisierte Objekte</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>Vektoren</td> </tr> </table>	Sek 1	Darstellungen im Koordinatensystem	6	Vektoren, koordinatisierte Objekte	7	Vektoren	<p><i>[bleibt zunächst leer]</i></p>
Sek 1	Darstellungen im Koordinatensystem								
6	Vektoren, koordinatisierte Objekte								
7	Vektoren								

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen								
<p>Leitperspektiven</p> <p>W BNE D</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> Berufsorientierung Gesundheitsförderung Globales Lernen Medienerziehung Umwelterziehung Verkehrserziehung <p>Sprachbildung</p> <p>1 9 12 14</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>Phy Bio Che PGW</p>	<p>Funktionale Zusammenhänge</p> <ul style="list-style-type: none"> Erstellung und Modifizierung mathematischer Modelle zu Wachstums- und Veränderungsprozessen unter Verwendung von e-Funktionen mit linearen Exponenten und Darstellung zugehöriger Funktionsgraphen graphische Darstellung von e-Funktionen und Beschreibung des prinzipiellen Verlaufs, einschließlich ihres asymptotischen Verhaltens Bestimmung der Eulerschen Zahl e mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge Beschreibung und Nutzung der Auswirkung von Parametervariationen in einer Funktionsvorschrift für den Graphen einer Funktion Berechnungen mit Parametern in einer Funktionsvorschrift, insbesondere unter Vorgabe und Einsetzen konkreter Werte, sowie Interpretation der Ergebnisse Erstellung, Interpretation und Beurteilung von Modellen <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. Nutzung von Funktionsscharen zum Lösen von Problemen. Beschreibung und Untersuchung von e-Funktionen sowie deren Verkettungen und Verknüpfungen mit den Funktionen aus Modul 1.1 auch in Sachsituationen Beschreibung des charakteristischen Verlaufs von einfachen In - Funktionen <p>Gleichungen</p> <ul style="list-style-type: none"> Berechnung von Funktionswerten aus Argumenten und umgekehrt zu e -Funktionen, auch mithilfe des natürlichen Logarithmus kontextuale Anwendungen und Interpretation von Ergebnissen <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. Lösung von Gleichungen in Abhängigkeit von Parametern <p>Mittlere und lokale Änderungsrate</p> <ul style="list-style-type: none"> Bestimmung von Ableitungsfunktionen der e-Funktion, von deren Verkettungen mit linearen Funktionen sowie von einfachen additiven und multiplikativen Verknüpfungen mit ganzrationalen Funktionen <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. numerische Bestimmung von Nullstellen Bestimmung von Nullstellen von Funktionen, Extrem- und Wendepunkte von Funktionsgraphen von Funktionsscharen in Abhängigkeit von Parametern Durchführung von Fallunterscheidungen bei Funktionsscharen der e -Funktionen 	<p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4 K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.2 2.1 3.1 5.2</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L1 L2 L4</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>die e-Funktion die Eulersche Zahl e der natürliche Logarithmus \ln die Umkehrfunktion die In-Funktion</p> <p>Fachinterne Bezüge</p> <table border="1"> <tr> <td>Sek I</td> <td>Exponentielles Wachstum</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>Normalverteilung</td> </tr> <tr> <td>1.2</td> <td>Ableitungsregeln</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>Bestandsentwicklung in einzelnen Zuständen</td> </tr> </table>	Sek I	Exponentielles Wachstum	5	Normalverteilung	1.2	Ableitungsregeln	8	Bestandsentwicklung in einzelnen Zuständen	
Sek I	Exponentielles Wachstum										
5	Normalverteilung										
1.2	Ableitungsregeln										
8	Bestandsentwicklung in einzelnen Zuständen										

Bestandsänderungen

- Nutzung von Zusammenhängen von Ableitung und Integralfunktion auch bei Wachstums- und Veränderungsprozessen
- Berechnung von bestimmten Integralen als Bestandsänderungen bei e-Funktionen mit linearen Exponenten

Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:

- *Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.*
- *Nutzung der In-Funktion als Stammfunktion von einfachen gebrochen-rationalen Funktionen*

Beitrag zur Leitperspektive W

Bei der mathematischen Modellierung außermathematischer Phänomene spielen menschliche Entscheidungen und damit auch Wertvorstellungen sowohl im Ansatz (Welche Aspekte sind zentral für die Modellierung? Welche werden vernachlässigt?) als auch in der Interpretation (Was bedeutet das mathematische Ergebnis für das außermathematische Phänomen?) eine zentrale Rolle. Die Schülerinnen und Schüler setzen sich somit in ihrem Mathematikunterricht auch mit dieser Seite der Mathematik auseinander.

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Im Bereich der Analysis stehen funktionale Abhängigkeiten im Fokus. Dadurch wird den Schülerinnen und Schülern ein quantitativ-analytisches Instrument nahegebracht, mit dem sie die hochkomplexe und vernetzte Welt um sie herum in Ansätzen verstehen und somit potenziell auch verändern können. Als Kontext bieten sich beispielsweise die Häufigkeit, die Ausbreitung und die Modellierung von Krankheiten in verschiedenen Ländern und im historischen Verlauf an.

Beitrag zur Leitperspektive D

Digitale Werkzeuge sind im Mathematikunterricht traditionell sowohl Rechenwerkzeug als auch Erkenntnisinstrument. Über die Bedienkompetenzen hinaus ist unterrichtlich eine kritische Perspektive einzunehmen. Dazu gehört eine stets fragende Haltung, ob z. B. technische Beschränkungen zu falschen oder unvollständigen Ergebnissen geführt haben können.

Sachgebiet: Stochastik

S3/S4 5 Anwendungsprobleme der Stochastik

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen						
<p>Leitperspektiven</p> <p>W BNE</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> Berufsorientierung Gesundheitsförderung Globales Lernen Medienerziehung Umwelterziehung Verkehrserziehung <p>Sprachbildung</p> <p>A 1 7 12</p> <p>14</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>Phi PGW Phy Che</p>	<p>Binomialverteilung</p> <ul style="list-style-type: none"> Beschreibung von Zufallsexperimenten mit diskreten Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Nutzung charakteristischer Eigenschaften von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Begründung der Formel für die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße Nutzung der Binomialverteilung zur stochastischen Modellierung Generierung von Wahrscheinlichkeiten zur Binomialverteilung und zur kumulierten Binomialverteilung mithilfe eines digitalen Werkzeuges oder alternativ deren Entnahme aus Tabellen Berechnung und Nutzung des Erwartungswertes und der Standardabweichungen einer binomialverteilten Zufallsgröße Nutzung der Sigma-Regeln für Wahrscheinlichkeitsaussagen bei binomialverteilten Zufallsgrößen Erstellung, Interpretation und Beurteilung von Modellen in einfachen Fällen Problematisierung des Übertragens von Eigenschaften einer Stichprobe auf die Grundgesamtheit es ist möglich, dass bereits im Anschluss an das Modul 2 die Binomialverteilung aus dem Modul 5 im ersten Jahr der Studienstufe unterrichtet wird. <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <p>Hypothesentests und Normalverteilung</p> <ul style="list-style-type: none"> Durchführung von ein- und zweiseitigen Hypothesentests Beurteilung der Unsicherheit und Genauigkeit von Hypothesentests mithilfe der Untersuchung der Wahrscheinlichkeit von Fehlern erster und zweiter Art Erstellung von Null- und Alternativhypothese bei ein- und zweiseitigen Hypothesentests und Konzeption der Tests Modellierung mithilfe der Normalverteilung und Nutzung von Erwartungswerten und Standardabweichungen von normalverteilten Zufallsgrößen für Wahrscheinlichkeitsaussagen Generierung von Wahrscheinlichkeiten zur Normalverteilung mithilfe eines digitalen Werkzeuges oder alternativ anhand von Tabellen. Beschreibung des Unterschieds zwischen diskreten und stetigen Zufallsgrößen am Beispiel der Binomial- und Normalverteilung Approximation einer Binomialverteilung mithilfe einer Normalverteilung <p>Beitrag zur Leitperspektive W</p> <p>Sowohl im Bereich der beschreibenden Statistik als auch bei der Deutung von Wahrscheinlichkeiten sind Fehlinterpretationen weit verbreitet. Dabei reichen die Ursachen von manipulativem Missbrauch bis hin zu fehlender stochastischer Bildung. Dem Mathematikunterricht kommt die Aufgabe zu, den Schülerinnen und Schülern einen wissensbasierten, rationalen und kritischen Umgang mit stochastischen Ergebnissen zu ermöglichen, sodass sie sachlich fundiert am gesellschaftlichen Diskurs partizipieren können.</p> <p>Beitrag zur Leitperspektive BNE</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler können mit diesen Inhalten anhand unterschiedlicher Kontexte verschiedene mathematische Modelle zu einer Problemstellung globaler Entwicklung gegeneinander abwägen und ihre Bedeutung für eine nachhaltige Entwicklung prüfen sowie Darstellungen von Daten und Prognosen zu Fragen der globalen Entwicklung kritisch beurteilen und ihre Verlässlichkeit hinterfragen.</p>	<p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4 K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.1 2.5 4.1 5.2</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L2 L4 L5</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>die diskrete Zufallsgröße die Wahrscheinlichkeitsverteilung die Binomialverteilung der Binomialkoeffizient die Fakultät die Sigma-Regeln die Stichprobe die Grundgesamtheit der einseitige und der zweiseitige Hypothesentest der Annahmehereich der Verwerfungsbereich das Signifikanzniveau die Nullhypothese die Alternativhypothese der Fehler erster Art der Fehler zweiter Art die Normalverteilung die stetige Zufallsgröße die Glockenkurve</p> <p>Fachinterne Bezüge</p> <table border="1"> <tr> <td>1.1</td> <td>Integral</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Verkettung, Funktionenschar</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>E-Funktion</td> </tr> </table>	1.1	Integral	4	Verkettung, Funktionenschar	4	E-Funktion	<p>[bleibt zunächst leer]</p>
1.1	Integral								
4	Verkettung, Funktionenschar								
4	E-Funktion								

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen								
<p>Leitperspektiven</p> <p>W BNE D</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medienerziehung • Umwelterziehung • Verkehrserziehung <p>Sprachbildung</p> <p>2 8 10 14</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>BK Phy Inf Geo</p>	<p>Geraden und Ebenen</p> <ul style="list-style-type: none"> • analytische Beschreibung von Geraden und Ebenen mithilfe von Vektoren • Umformung von Ebenengleichungen (Koordinatenform, Parameterform und Normalenform) • Bestimmung und Nutzung von Spurpunkten von Geraden und von Spurpunkten von Ebenen • Untersuchung, ob ein Punkt auf einer bestimmten Gerade oder in einer bestimmten Ebene liegt • Berechnung des Schnittpunktes zwischen zwei Geraden und zwischen Gerade und Ebene • Untersuchung der Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden im Raum und zwischen Gerade und Ebene • Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen Gleichungen und Gleichungssystemen sowie deren geometrische Interpretation • Bestimmung und Nutzung von Normalenvektoren • Berechnung der Größe von Winkeln zwischen Geraden, zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen Ebenen • Durchführung einer Spiegelung eines Punktes an einer Ebene • Erstellung, Interpretation und Beurteilung von Modellen <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.</i> • <i>Bestimmung von Abständen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</i> • <i>Untersuchung von Lagebeziehungen zwischen zwei Ebenen</i> • <i>Spiegelung von geometrischen Objekten an Ebenen</i> <p>Lineare Gleichungssysteme</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aufstellung linearer Gleichungssysteme im Anwendungskontext, Auswahl und Anwendung geeigneter Verfahren zu deren Lösung • Erläuterung und Anwendung des Gaußschen Eliminationsverfahrens für lineare Gleichungssysteme • Deutung der Endformen des Gaußschen Eliminationsverfahrens im Hinblick auf die Anzahl der Lösungstupel <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen.</i> <p>Beitrag zur Leitperspektive W</p> <p>Der sowohl historisch als auch subjektiv bedeutsame kartesische Perspektivenwechsel vom Geometrischen zum Rechnerischen, der diesem Modul zugrunde liegt, kann als mathematisches Beispiel für die erkenntnisfördernde Kraft des Wechsels der Blickrichtung angesehen werden. (Die in diesem Modul erlangbaren Kompetenzen weisen somit Bezüge über die Mathematik hinaus auf.)</p>	<p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4 K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.1 2.2 4.1 5.2</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L1 L2 L3 L4</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>die Geradengleichung die Ebenengleichung die Koordinatenform die Parameterform die Normalenform das Gaußsche Eliminationsverfahren windschief der Normalenvektor der Spurpunkt</p> <p>Fachinterne Bezüge</p> <table border="1"> <tr> <td>Sek 1</td> <td>Lösen von LGS</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Vektoren</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Sek 1	Lösen von LGS	3	Vektoren					<p><i>[bleibt zunächst leer]</i></p>
Sek 1	Lösen von LGS										
3	Vektoren										

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Der Schwerpunkt nachhaltige Entwicklung zielt auf notwendige innovative Prozesse in Wissenschaft und Technik, in Unternehmen und in der Gesellschaft ab. Mithilfe von Vektoren können verschiedene räumliche Objekte mathematisch beschrieben und untersucht werden, die zur weiteren Modellbildung nützlich sind. Diese Erkenntnisse können beim Verständnis sowie bei der Optimierung alltäglicher Prozesse angewendet werden und können zu einer nachhaltigen Lebensweise beitragen.

Beitrag zur Leitperspektive D

Die Darstellung und die Beschreibung mathematischer Modelle anhand von Vektoren erfordern den sicheren Umgang mit dynamischer Geometrie-Software durch die Lehrkräfte und die Schülerinnen und Schüler. Für eine sinnvolle Nutzung dieser Tools ist der kritische Umgang der Schülerinnen und Schüler zu fördern und zu fordern, um die mathematischen Ergebnisse bezüglich ihrer Verwendbarkeit in der Realität angemessen zu interpretieren.

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen										
<p>Leitperspektiven</p> <p>BNE D</p> <p>Aufgabengebiete</p> <ul style="list-style-type: none"> Berufsorientierung Gesundheitsförderung Globales Lernen Medienerziehung Umwelterziehung Verkehrserziehung <p>Sprachbildung</p> <p>1 7 12 14</p> <p>Fachübergreifende Bezüge</p> <p>PGW Bio Geo Inf</p>	<p>Lineare Gleichungssysteme</p> <ul style="list-style-type: none"> Aufstellung linearer Gleichungssysteme im Anwendungskontext, Auswahl und Anwendung geeigneter Verfahren zu deren Lösung Erläuterung und Anwendung des Gaußschen Eliminationsverfahrens für lineare Gleichungssysteme Deutung der Endformen des Gaußschen Eliminationsverfahrens im Hinblick auf die Anzahl der Lösungstupel <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Auf erhöhtem Anforderungsniveau bearbeiten die Schülerinnen und Schüler auf derselben inhaltlichen Basis komplexere Aufgabenstellungen. <p>Matrizen und Vektoren</p> <ul style="list-style-type: none"> Modellierung von Wachstums- und Umverteilungsprozessen sowie Produktionsverflechtungen mithilfe von Übergangsgraphen und Übergangsmatrizen sowie Zustandsvektoren Vergleich und Validierung verschiedener Modelle mithilfe der Interpretation von Übergangsgraphen und Matrixelementen im Sachkontext Modifikation von Modellen auch durch Berücksichtigung zusätzlicher Einflussgrößen Bestimmung von Zustandsvektoren zur Beschreibung von nachfolgenden und eindeutig berechenbaren vorausgehenden Zuständen, auch mithilfe von Matrixmultiplikation und inversen Matrizen Interpretation von Fixvektoren Berechnung und Nutzung von Matrixpotenzen, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge experimentelle Untersuchung des Langzeitverhaltens von Wachstums- und Umverteilungsprozessen anhand digitaler Mathematikwerkzeuge Erstellung, Interpretation und Beurteilung von Modellen <p>Zusätzlich im erhöhten Anforderungsniveau:</p> <ul style="list-style-type: none"> Bestimmung von Zustandsvektoren zur Beschreibung von vorausgehenden uneindeutigen Zuständen, Berechnung von Fixvektoren, Bestimmung und Interpretation von Grenzmatrizen und Grenzvektoren auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge <p>Beitrag zur Leitperspektive BNE</p> <p>Der Schwerpunkt nachhaltige Entwicklung zielt auf notwendige innovative Prozesse in Wissenschaft und Technik, in Unternehmen und in der Gesellschaft ab. Mithilfe von Matrizen können verschiedene Prozesse mathematisch beschrieben und untersucht werden, die zur weiteren Modellbildung nützlich sind, z. B. bei Populationsentwicklungen. Diese Erkenntnisse können beim Verständnis sowie bei der Optimierung alltäglicher Prozesse angewendet werden und können zu einer nachhaltigen Lebensweise beitragen.</p> <p>Beitrag zur Leitperspektive D</p> <p>Die Darstellung und die Beschreibung mathematischer Modelle anhand von Matrizen erfordern den sicheren Umgang mit Tabellenkalkulationsprogrammen durch die Lehrkräfte und die Schülerinnen und Schüler. Für eine sinnvolle Nutzung dieser Tools ist der kritische Umgang der Schülerinnen und Schüler zu fördern und zu fordern, um die mathematischen Ergebnisse bezüglich ihrer Verwendbarkeit in der Realität angemessen zu interpretieren.</p>	<p>Prozessbezogene Kompetenzen</p> <p>K1 K2 K3 K4 K5 K6</p> <p>Digitale Kompetenzen</p> <p>1.2 2.3 3.1 3.3</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen</p> <p>L1 L4</p> <p>Fachbegriffe</p> <p>der Übergangsgraph der Zustandsvektor die Übergangsmatrix der zyklische Prozess die Matrixmultiplikation die Matrixpotenz die Einheitsmatrix die inverse Matrix die stochastische Matrix das Gaußsche Eliminationsverfahren der Fixvektor die stabile oder stationäre Verteilung die Grenzmatrix der Grenzvektor</p> <p>Fachinterne Bezüge</p> <table border="1"> <tr> <td>Sek 1</td> <td>Lösen von LGS</td> </tr> <tr> <td>1.1</td> <td>Extremwerte</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Vektoren</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Exponentialfunktion</td> </tr> <tr> <td>1.2</td> <td>Sinusfunktion</td> </tr> </table>	Sek 1	Lösen von LGS	1.1	Extremwerte	3	Vektoren	4	Exponentialfunktion	1.2	Sinusfunktion	<p><i>[bleibt zunächst leer]</i></p>
Sek 1	Lösen von LGS												
1.1	Extremwerte												
3	Vektoren												
4	Exponentialfunktion												
1.2	Sinusfunktion												

www.hamburg.de/bildungsplaene