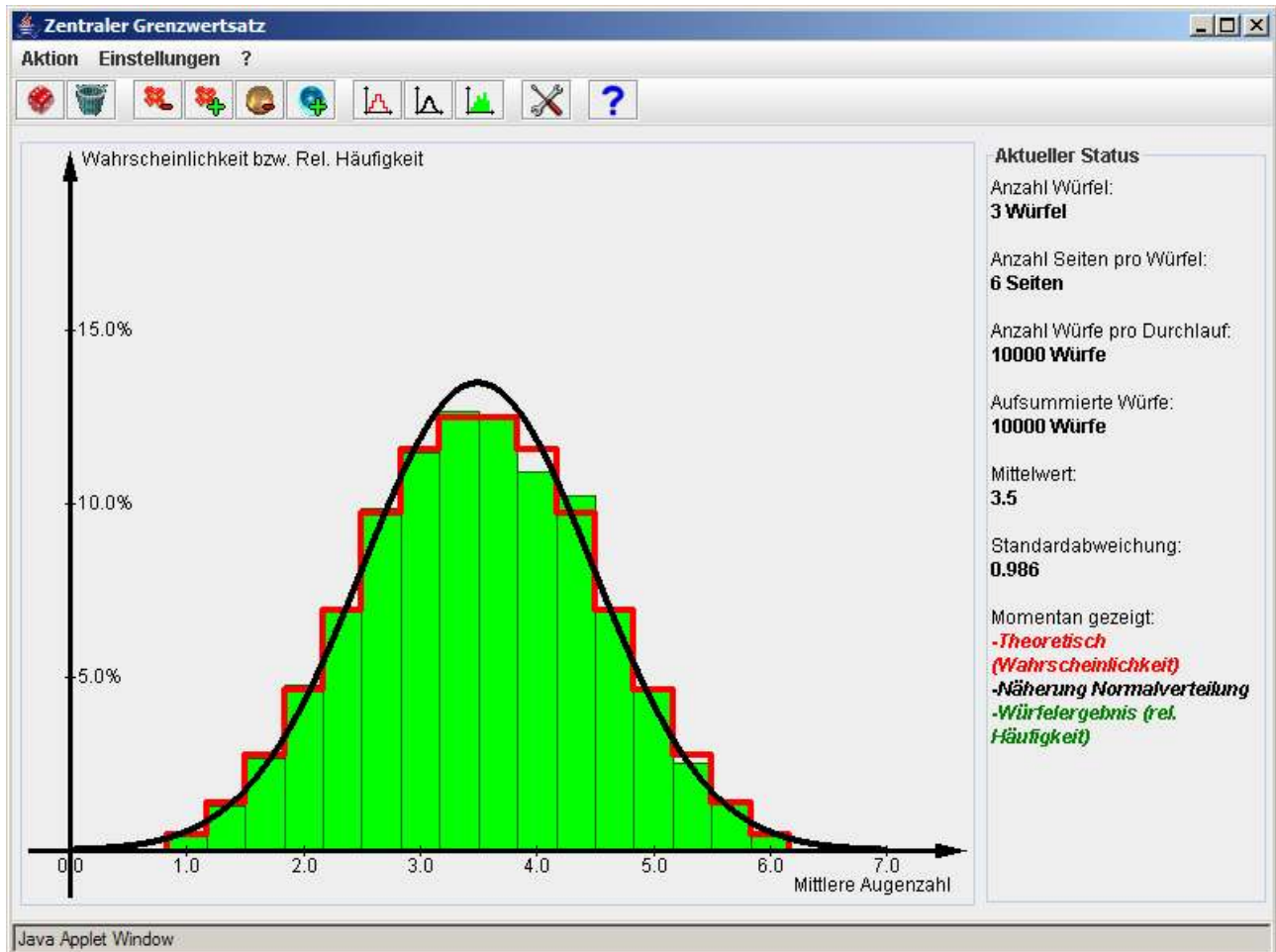


## Anleitung für das Applet „Zentraler Grenzwertsatz“



bearbeitet von:

**Matthias Stirner**

SS 2005

E/TI-7

betreut von:

**Prof. Dr. Wilhelm Kleppmann**

## Inhaltsverzeichnis

1 Vorwort.....	3
2 Graphische Benutzeroberfläche.....	4
2.1 Statusanzeige.....	5
2.2 Toolbar.....	6
2.3 Die Menüleiste.....	8
2.3.1 Menü „Aktion“.....	9
2.3.2 Menü „Einstellungen“.....	10
2.3.3 Menü „?“.....	11
2.4 Dialog für erweiterte Einstellungen.....	12
3 Bedienung des Applets.....	13
3.1 Anzahl der Würfel / Anzahl der Seiten verändern.....	14
3.2 Würfeln simulieren.....	16
3.3 Sichtbarkeit verändern.....	18

## 1 Vorwort

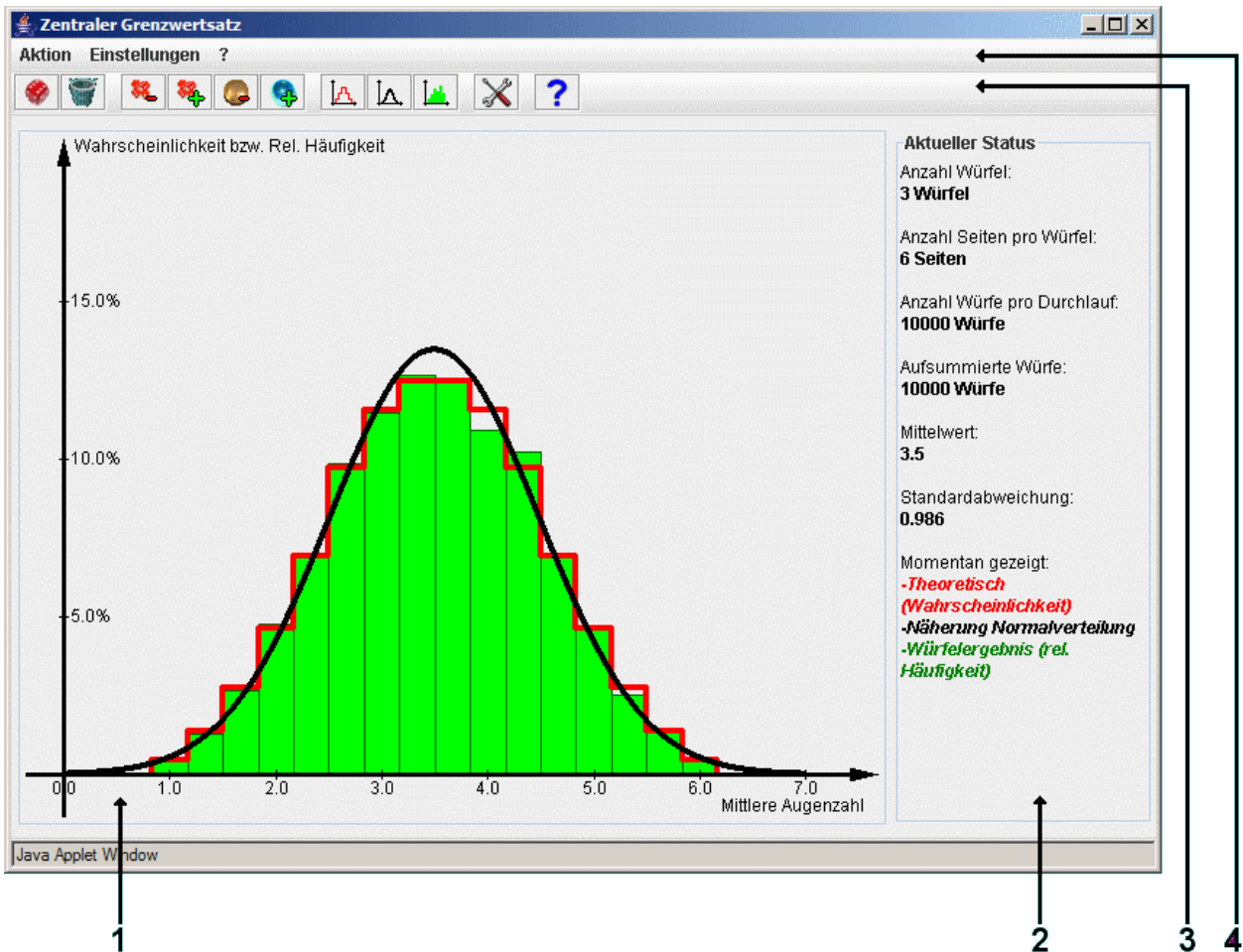
Die Ziele dieser Studienarbeit waren der Entwurf und die Programmierung eines Java Applets zum Thema „Zentraler Grenzwertsatz“. Dieses Applet soll es den Studierenden ermöglichen, ihr theoretisches Wissen mit praktischen Beispielen anzureichern und durch Experimentieren theoretische Zusammenhänge zu entdecken.

Am Beispiel Würfeln wird gezeigt, dass der Mittelwert vieler Zufallszahlen sich mit zunehmender Anzahl  $n$  immer mehr einer immer schmäler werdenden Normalverteilung annähert, auch wenn die Verteilung der Einzelwerte deutlich von einer Normalverteilung abweicht. Die Anzahl der Würfel ( $n$ ) und die Anzahl der Seiten eines Würfels ( $m$ ) können beliebig vorgegeben werden, das Applet simuliert dann beliebig viele tatsächliche Würfelvorgänge und berechnet die theoretische Verteilung des Würfelergebnisses. Beides wird in einem Koordinatensystem dargestellt, zusätzlich kann zum Vergleich die Näherung mit der Normalverteilungskurve zugeschaltet werden.

### Hinweis:

Falls Sie dieses Applet nicht starten können, liegt dies vielleicht daran, dass auf Ihrem PC keine Java Virtual Machine (JVM) installiert ist. Diese JVM können Sie sich bei <http://java.sun.com/j2se/1.5.0/download.jsp> kostenlos herunterladen. Wählen Sie hierfür die Java Runtime Environment (JRE) für Ihr Betriebssystem aus.

## 2 Graphische Benutzeroberfläche



### Legende:

#### 1) Koordinatensystem:

In das Koordinatensystem wird die Treppenkurve für die theoretische Verteilung der Würfelergebnisse (rot), das Balkendiagramm für die relative Häufigkeit der Würfelergebnisse bei der Simulation (grün) und die Kurve für die Näherung mit der Normalverteilung (schwarz) eingezeichnet.

#### 2) Statusanzeige:

Zeigt alle relevanten Werte an.

#### 3) Toolbar:

Icons zur schnellen Auswahl verschiedener Menüpunkte.

#### 4) Menüleiste:

Enthält verschiedene Menüpunkte.

## 2.1 Statusanzeige






Die Angaben haben folgende Bedeutung:

Mit so vielen Würfeln wird das Experiment durchgeführt	→	<b>Aktueller Status</b> Anzahl Wuerfel: <b>1 Wuerfel</b>
So viele Seiten hat jeder der Würfel	→	Anzahl Seiten pro Wuerfel: <b>6 Seiten</b>
Bei jedem Durchlauf des Experiments wird so oft gewürfelt	→	Anzahl Wuerfe pro Durchlauf: <b>10000 Wuerfe</b>
So oft wurde bisher schon gewürfelt	→	Aufsummierte Wuerfe: <b>10000 Wuerfe</b>
Mittelwert der Augenzahl – ändert sich, wenn Anzahl Seiten verändert wird	→	Mittelwert: 3.5
Standardabweichung der Verteilung der Augenzahl – nimmt mit zunehmender Anzahl Würfel ab	→	Standardabweichung: <b>1.708</b>
Das wird momentan im Koordinatensystem angezeigt	→	Momentan gezeigt: <b>-Theoretisch</b> <b>-Normalverteilung</b> <b>-Würfelergebnis</b>

## 2.2 Toolbar

In der Toolbar stehen folgende Bedienelemente zur Verfügung:



-  **Würfeln:** Drücken, um Würfeln zu simulieren. Das Ergebnis wird als grünes Balkendiagramm angezeigt (wenn aktiviert).
-  **Aufsummiertes Würfelergebnis löschen:** Löscht alle aufsummierten Würfe. Das Balkendiagramm ist dann wieder leer.
-  **Würfanzahl erniedrigen:** Experiment mit einem Würfel weniger durchführen.
-  **Würfanzahl erhöhen:** Experiment mit einem Würfel mehr durchführen.
-  **Seitenanzahl erniedrigen:** Reduziert die Zahl der Seiten eines Würfels um Eins. Bei zwei Seiten (Minimum) wird das Experiment wie mit einer Münze durchgeführt.
-  **Seitenanzahl erhöhen:** Erhöht die Zahl der Seiten eines Würfels um Eins. Das entstehende Gebilde nähert sich immer weiter einer Kugel an.



**Theoretisch (Wahrscheinlichkeit) anzeigen an/aus:** Schaltet die Anzeige der Treppenkurve im Koordinatensystem an bzw. aus.



**Näherung Normalverteilung anzeigen an/aus:** Schaltet die Anzeige der Näherungskurve im Koordinatensystem an bzw. aus.



**Würfelergebnis (rel. Häufigkeit) anzeigen an/aus:** Schaltet die Anzeige des Histogramms im Koordinatensystem an bzw. aus.



**Erweiterte Einstellungen öffnen:** Öffnet einen Dialog mit Bedienelementen zum Einstellen erweiterter Optionen.



**Über...** : Zeigt Information über das Applet und den Entwickler an.

## 2.3 Die Menüleiste

Das Applet lässt sich auch über die Menüleiste bedienen. Hier stehen alle Funktionen zur Verfügung, die auch in der Toolbar zu finden sind. Die Anzahl der Würfel, die Anzahl der Seiten eines Würfels und die Anzahl der Würfe pro Simulation lassen sich über ein Schnellmenü einstellen. In diesem Menü gibt es verschiedene Schnelleinstellmöglichkeiten, wie zum Beispiel 1 Würfel, 2 Würfel, 10 Würfel... Das Applet ist nicht auf diese Werte beschränkt, aber so besteht eine Möglichkeit, diese Einstellungen schnell zu ändern.

Aktion Einstellungen ?



### 2.3.1 Menü „Aktion“

<b>Würfeln</b>	W
<b>Aufsum. Würfe löschen</b>	A
<b>Beenden</b>	Alt-Q

<b>Würfeln</b>	Drücken, um Würfeln zu simulieren. Das Ergebnis wird als grünes Balkendiagramm angezeigt(wenn aktiviert). Schnelltaste: 'W'.
<b>Aufsum. Würfe löschen</b>	Löscht alle aufsummierten Würfe. Balkendiagramm ist dann wieder leer. Schnelltaste: 'A'.
<b>Beenden</b>	Beendet das Applet. Schnelltaste: ALT + 'Q'.

### 2.3.2 Menü „Einstellungen“



<b>Anzahl Würfel</b>	Öffnet ein Untermenü mit verschiedenen Schnelleinstellmöglichkeiten für die Anzahl der Würfel.
<b>Anzahl Seiten</b>	Öffnet ein Untermenü mit verschiedenen Schnelleinstellmöglichkeiten für die Anzahl der Seiten der Würfel.
<b>Simulation</b>	Öffnet ein Untermenü mit verschiedenen Schnelleinstellmöglichkeiten für die Anzahl der Würfe pro Simulation. Es lässt sich auch umstellen, ob Würfe aufsummiert werden sollen oder nicht.
<b>Zeigen</b>	Öffnet ein Untermenü, in dem die Anzeige von Theoretisch (Wahrscheinlichkeit), Näherung Normalverteilung und Würfelergebnis (relative Häufigkeit) im Koordinatensystem ein/ausgeschaltet werden kann. Schnell Tasten: '1', '2' und '3'.
<b>Look &amp; Feel</b>	Öffnet ein Untermenü zur Änderung von Look & Feel. Die Einstellmöglichkeiten sind je nach System verschieden. Unter Windows gibt es „System“, „Metal“, „Motif“, „Windows“ und „Windows Classic“. Schnell Tasten: STRG + '1' bis '9'
<b>Erweitert...</b>	Öffnet einen Dialog mit Bedienelementen zum Einstellen erweiterter Optionen. Schnell Taste: 'X'.

### 2.3.3 Menü „?“



<b>HTML-Hilfe</b>	Öffnet diese Hilfedatei. Schnelltaste: 'H'
<b>Über...</b>	Zeigt Information über das Applet und den Entwickler an.

## 2.4 Dialog für erweiterte Einstellungen

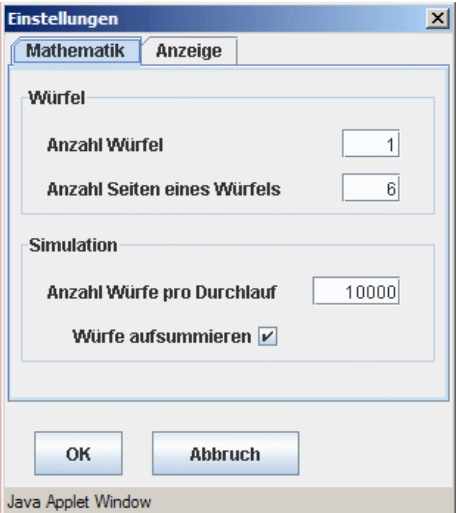
Bietet folgende erweiterte Einstellmöglichkeiten:

Umschalten zwischen den Ansichten "Mathematik" und "Anzeige" →

Direkteingabefelder für die Anzahl der Würfel und der Seiten der Würfel →

Direkteingabefeld für die Anzahl der Würfe pro Würfeldurchlauf; Checkbox zum Ein / Ausschalten des Aufsummierens →

Bestätigen oder Abbrechen →

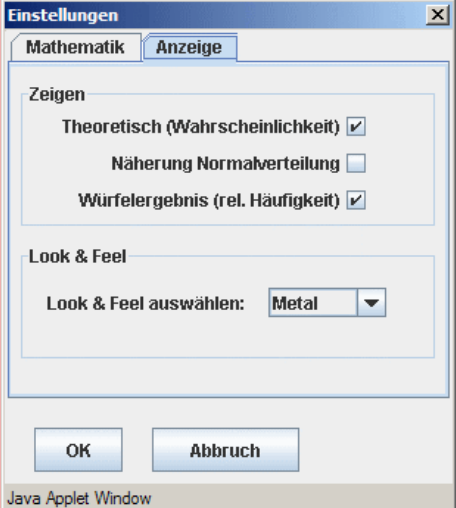


Umschalten zwischen den Ansichten "Mathematik" und "Anzeige" →

Checkboxen zum Ein / Ausschalten der Treppenkurve / der Kurve / des Histogramms im Koordinatensystem →

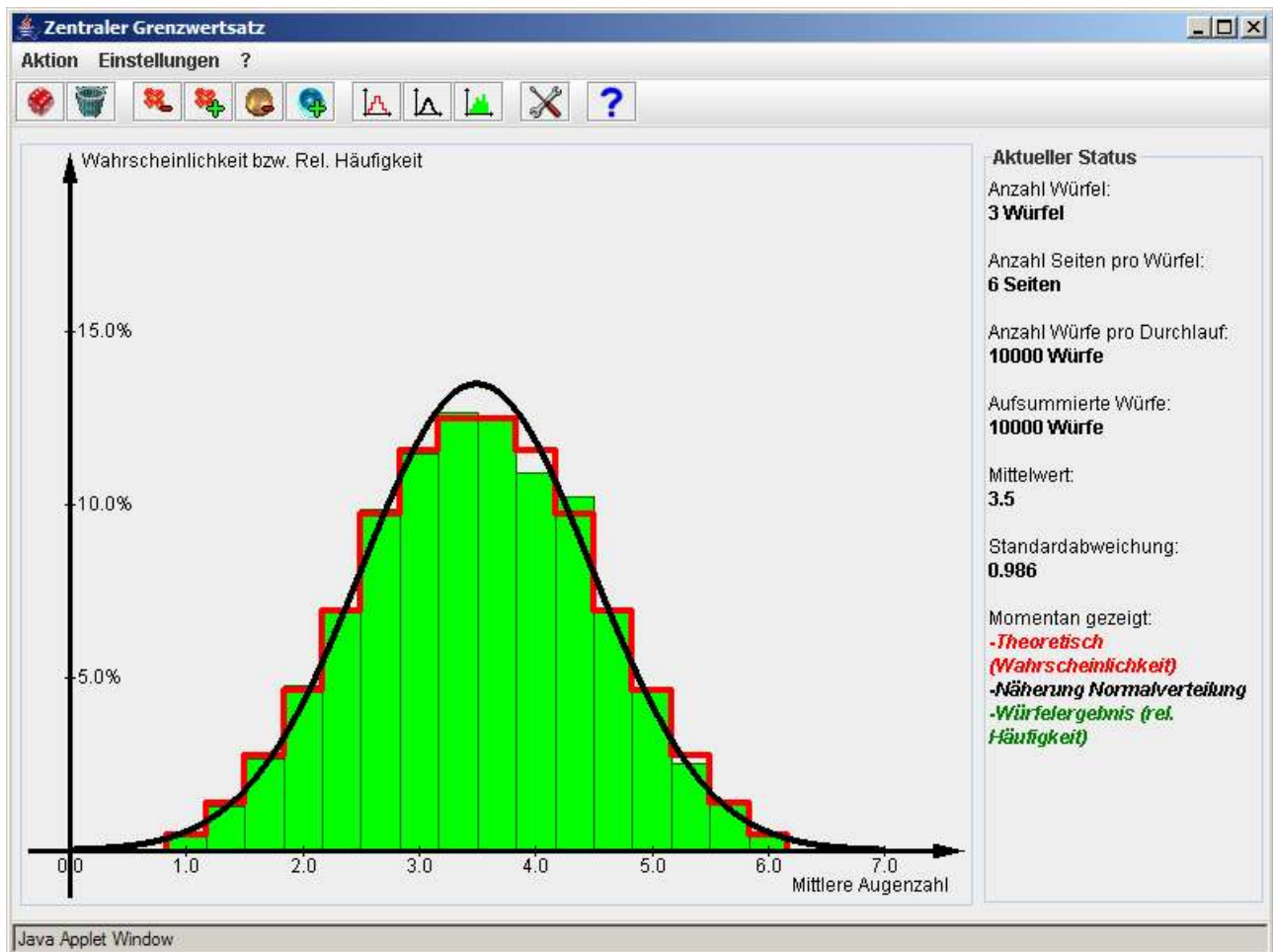
Ein Menü zur Auswahl des Look & Feel →

Bestätigen oder Abbrechen →



### 3 Bedienung des Applets

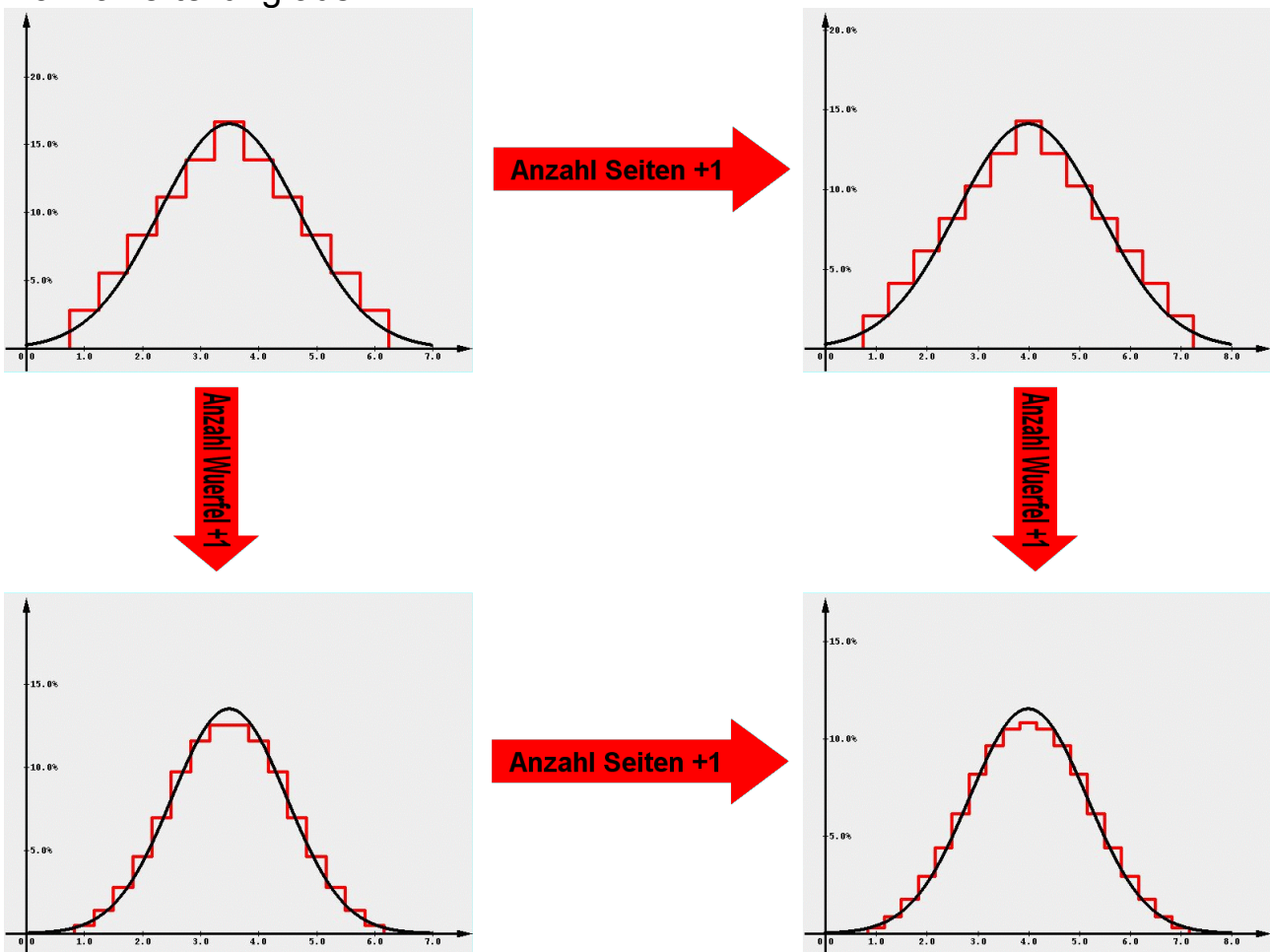
In diesem Kapitel ist die Bedienung des Applets beschrieben.



### 3.1 Anzahl der Würfel / Anzahl der Seiten verändern

Eine Veränderung der Anzahl der Würfel und der Anzahl der Seiten eines Würfels verändert die Näherungskurve mit der Normalverteilung (schwarz) und die Treppenkurve, die den theoretischen Ausgang des Würfelexperiments darstellt (rot).

Eine Änderung der Anzahl der Seiten verändert den Mittelwert und die Standardabweichung, eine Änderung der Anzahl der Würfel nur die Standardabweichung. Dies wirkt sich auf die Näherungskurve mit der Normalverteilung aus.



In der Toolbar gibt es Buttons zum Erhöhen oder Erniedrigen der Würfel- oder Seitenanzahl um 1.



In der Menüleiste stehen als Untermenüs im Menü „Einstellungen“ Folgende zur Verfügung:

Anzahl der Würfel

1 Würfel  
2 Würfel  
3 Würfel  
4 Würfel  
5 Würfel  
6 Würfel  
7 Würfel  
8 Würfel  
9 Würfel  
10 Würfel  
20 Würfel  
30 Würfel  
40 Würfel  
50 Würfel  
75 Würfel  
100 Würfel

Anzahl der Seiten  
eines Würfels

2 Seiten  
4 Seiten  
6 Seiten  
8 Seiten  
10 Seiten  
12 Seiten  
14 Seiten  
16 Seiten  
18 Seiten  
20 Seiten  
22 Seiten  
24 Seiten

Im Dialog für die erweiterten Einstellungen kann man die Anzahl der Würfel oder Seiten eines Würfels unter dem Reiter „Mathematik“ und im Panel „Würfel“ auch direkt eingeben.

## 3.2 Würfeln simulieren

Das Applet kann eine beliebige Anzahl Würfelvorgänge in einem einzigen Durchlauf simulieren. Das Histogramm des Würfelergbnisses (grün) zeigt das Ergebnis.





Die Anzahl der Würfe pro Simulationsdurchlauf wird entweder direkt über die erweiterten Einstellungen unter „Mathematik“ im Panel „Simulation“ eingegeben oder über das Untermenü „Simulation“ im Menü „Einstellungen“.

10 Würfe
100 Würfe
1000 Würfe
10000 Würfe
100000 Würfe
<input checked="" type="checkbox"/> Würfe aufsummieren

Man kann auch wählen, ob die Würfe aufsummiert werden sollen oder nicht. Durch die Summation sollte sich die Form des Histogramms (theoretisch) nach jedem Simulationsdurchlauf immer mehr der Treppenkurve mit dem theoretischen Würfelergbnis annähern. In der Standardeinstellung werden die Würfe aufsummiert.

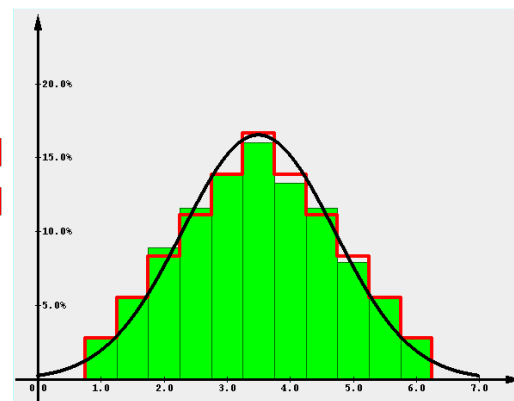
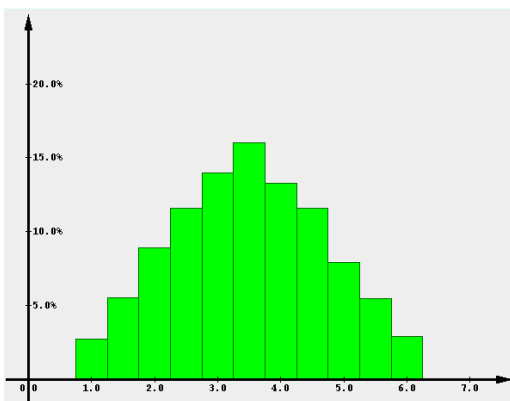
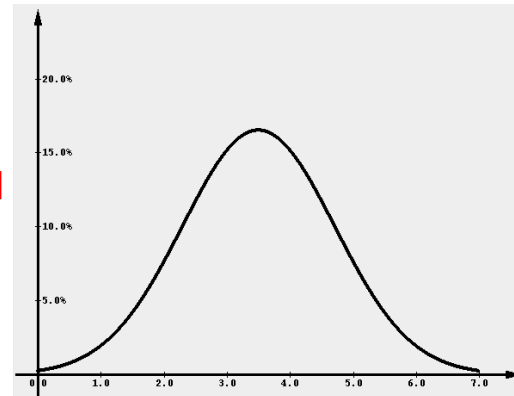
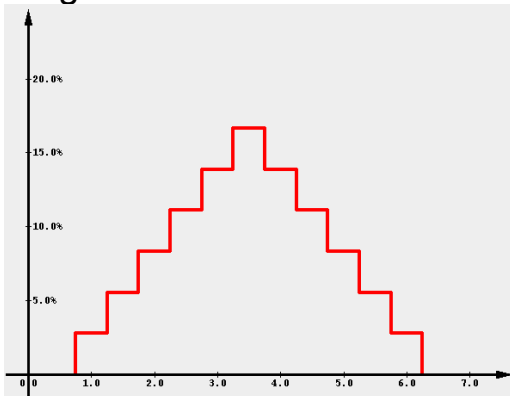


Gewürfelt wird über die Toolbar mit diesem Icon , oder über den Menüpunkt „Würfeln“ im Menü „Aktion“. Für diesen Menüpunkt steht noch die Schnelltaste 'W' zur Verfügung, das heißt, dass durch einfachen Tastendruck auf 'W' immer ein Würfelvorgang ausgeführt werden kann.

Die Anzahl der aufsummierten Würfe lässt sich auch wieder manuell auf 0 setzen, in der Toolbar über das Icon , oder über den Menüpunkt „Aufsum. Würfelergbnis löschen“ im Menü „Aktion“ ( Schnelltaste 'A').

### 3.3 Sichtbarkeit verändern

Die Anzeige der Darstellungen im Koordinatensystem lässt sich verändern. Jede der drei Kurven kann einzeln oder kombiniert mit jeder anderen dargestellt werden.



Mit der Toolbar werden die Kurven über folgende Icons ein- und ausgeschaltet.



Alternativ gibt es im Menü „Einstellungen“ das Untermenü „Zeigen“ und zusätzlich die Schnell Tasten '1' (Theoretisch), '2' (Näherung Normalverteilung) und '3' (Simuliertes Würfelergbnis).



Auch im Dialog für die erweiterten Einstellungen lassen sich die drei Darstellungen unter „Anzeige“ im Panel „Zeigen“ ein- bzw. ausschalten.