Prof. Dr. Jürgen Nolting, Aalen
Prof. Dr.-Ing. Günter Dittmar, Aalen

How does it work? – Teil 13

Radiometrische Grundbegriffe

So wie das 20. Jahrhundert als das Jahrhundert des Elektrons bezeichnet wurde, so wird heutzutage von vielen das 21. Jahrhundert vorausschauend als Jahrhundert des Photons bezeichnet. Wenn dies zutrifft, so wird die Photonik im neuen Jahrhundert den gleichen technologischen und innovationstreibenden Stellenwert annehmen, den man der Elektronik im vergangenen Jahrhundert beigemessen hat.

Wenn die Technik des Lichtes nun eine wirtschaftliche Schlüsselrolle erhält, so ist es verständlich, dass die Lichtmesstechnik einen Schwerpunkt in Forschung, Entwicklung und Produktion einnimmt. Nur durch eine zuverlässige Messtechnik ist eine vollbrachte Entwicklungsleistung oder erzielte Produktionsqualität dokumentierbar und nachvollziehbar. Lichtmesstechnik weist aber gerade für den Neueinsteiger oftmals erhebliche Klippen auf – einerseits sind reproduzierbare Aufbauten oftmals schwierig zu erzielen, andererseits ist das Gebiet durch eine historisch bedingte Begriffsvielfalt schwer überschaubar. Dieser Artikel soll die Vielzahl der Begriffe klären helfen. Das geht naturgemäß nicht ohne einige Formeln. Die Messtechnik wird dann im nächsten Artikel dieser Reihe behandelt.

Die Messung von Strahlung ohne Berücksichtigung ihrer Bewertung durch einen Empfänger (Fotodiode oder Auge) wird als Radiometrie bezeichnet. Es kommt hierbei also auf den Energieinhalt an, nicht aber auf die Wellenlänge – es ist in der Radiometrie völlig unerheblich, dass das Auge auf grünes Licht viel empfindlicher reagiert als auf rotes oder blaues. Die radiometrischen (strahlungsphysikalischen) Grundgrößen werden in DIN 5031, Blatt 1 beschrieben.

1 Strahlungsfluss

Stellen Sie sich einmal einen Autoscheinwerfer vor, der mit einer Halogenlampe bestückt ist. Auf dem Lampensockel steht eingraviert 12 V / 50 W. Das sind die elektrischen Anschlusswerte. Die Frage ist, welcher Bruchteil der elektrischen Eingangsleistung von 50 W nun tatsächlich in Form von Licht (oder allgemeiner: optischer Strahlung – dann ist der Infrarotanteil mitgerechnet) wieder herauskommt. Diese Größe, die optische Ausgangsleistung, wird in der Radiometrie als ***Strahlungsfluss*** bezeichnet. Das Formelzeichen für den Strahlungsfluss ist ϕ_e. Die Maßeinheit bleibt natürlich weiterhin Watt. Der Index „e" kennzeichnet in der Radiometrie immer Größen, die energetisch definiert sind, d.h. es erfolgt keine Gewichtung mit einer spektralen Empfindlichkeitskennlinie eines Detektors oder des Auges. Ein typischer Wert für einen 50W-Halogenscheinwerfer ist z.B. ein Strahlungsfluss von 20 W. Der größere Teil der elektrischen Leistung wird also nicht in Form von optischer Strahlung ausgesendet sondern „bleibt im Scheinwerfer stecken". Diese Verlustleistung erhitzt den Scheinwerfer nicht unerheblich.

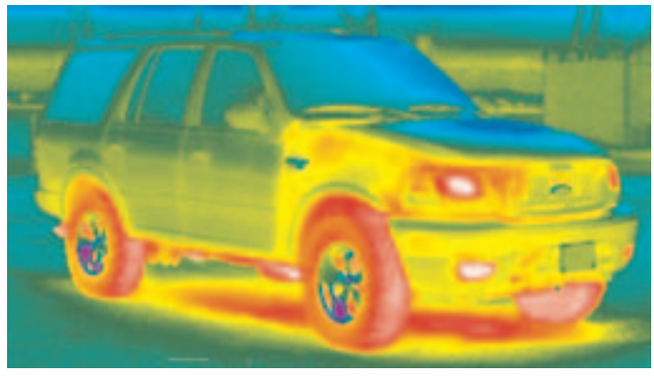

Abb. 1: Der Strahlungsfluss eines Autoscheinwerfers ist nur ein Bruchteil der elektrischen Eingangsleistung, der Rest wird zu Wärme, wie dieses Thermogramm zeigt: Die Scheinwerferabschlussgläser und die Umgebung der Scheinwerfer sind heiß [1].

2 Strahlstärke und Raumwinkel

Wie jeder weiß, strahlt kein Scheinwerfer den Strahlungsfluss gleichmäßig verteilt in alle Richtungen ab. So hat z.B. das asymmetrische Abblendlicht eine deutliche gewünschte Vorzugsrichtung zum rechten Straßenrand, um den Gegenverkehr nicht zu blenden. Abbildung 2 zeigt typische Beleuchtungsdiagramme moderner Autoscheinwerfer. Die Angabe des Strahlungsflusses allein reicht also nicht aus, um einen Scheinwerfer zu charakterisieren. Man muss auch noch angeben, welcher Bruchteil des Strahlungsflusses in die einzelnen räumlichen Richtungen ausgestrahlt wird. Diese Angabe wird als ***Strahlstärke*** bezeichnet mit dem Formelzeichen I_e. Die Strahlstärke gibt an, wie viel Strahlungsfluss pro Raumwinkelelement ausgesandt wird. Aber was ist ein Raumwinkel?

Der ***Raumwinkel*** Ω ist ein Maß für die Größe eines räumlichen Bezirks (in den z.B. Licht emittiert wird). Genau wie ein ebener Winkel wird er von einem Ursprungspunkt aus gemessen, wie in Abbildung 3 gezeigt. Er ist definiert als das Verhält-

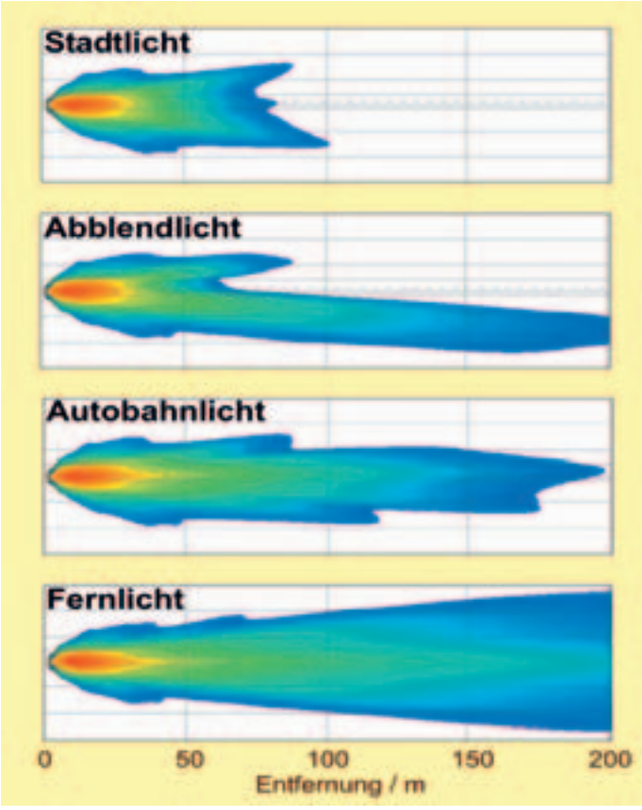

Abb. 2: Fahrzeuglicht wird nicht gleichmäßig in den Raum abgestrahlt – die Strahlstärke ist stark richtungsabhängig [2].

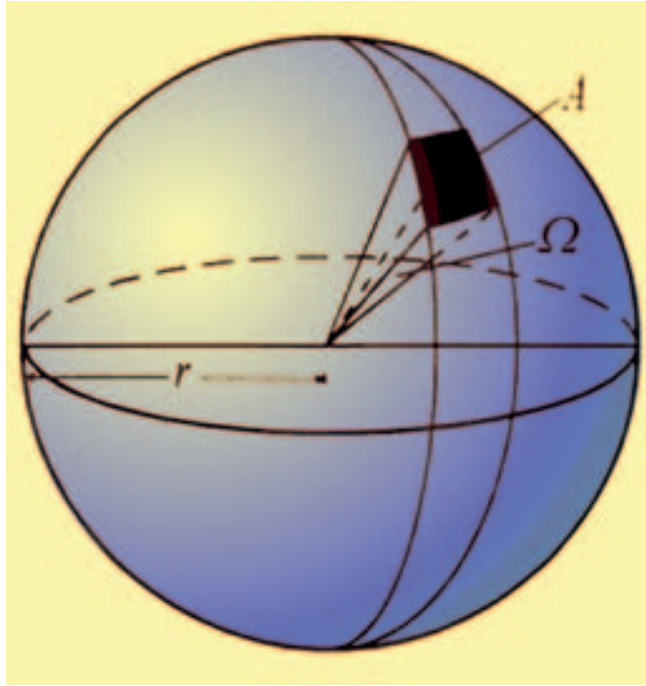

Abb. 3: Zur Definition des Raumwinkels [3]

nis der Fläche A des räumlichen Bezirks auf der Oberfläche einer Kugel und dem Quadrat des Kugelradius. Die Maßeinheit für den Raumwinkel ist Steradiant, abgekürzt sr.

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \left[\frac{m^2}{m^2} = sr \right]$$

Wenn man z.B. eine Kugel mit dem Radius 1 m um die Strahlungsquelle wählt, dann hat ein Strahlungskegel, der aus der Kugel eine Fläche von 0,3 m^2 „herausstanzt" gerade einen Raumwinkel von 0,3 sr. Ein weiteres Beispiel: Die Augenpupille eines dunkeladaptierten Beobachters hat einen Durchmesser von ca. 7 mm. Die Fläche der Augenpupille ist somit $\pi \cdot (3{,}5)^2\ mm^2 = 38{,}5\ mm^2$. Von einem in 10 m Entfernung aufgestellten Strahler aus gesehen nimmt die Augenpupille einen Raumwinkel von $38{,}5\ mm^2/(10000\ mm)^2\ sr = 3{,}85 \times 10^{-7}$ sr ein, wenn der Betrachter direkt in Richtung des Strahlers blickt.

Blickt der Betrachter nicht direkt in Richtung des Strahler sondern um den Winkel ϑ_D am Strahler vorbei, so erscheint die empfangende Fläche A_D (beim Auge die Pupille) um den Faktor cos ϑ_D verkleinert zu sein, wenn man sie von der Quelle aus betrachtet. Das gleiche passiert natürlich bei einem optoelektronischen Detektors, dessen Flächennormale $\boldsymbol{n}_D$ zur Verbindungsachse zur Quelle um einen Winkel ϑ_D geneigt ist. Der Raumwinkel eines zur Verbindungsachse geneigten Detektors ist also geringer: Es ergibt sich die folgende Beziehung:

$$\Omega = \frac{A_D \cos \vartheta_D}{r^2} \cdot sr$$

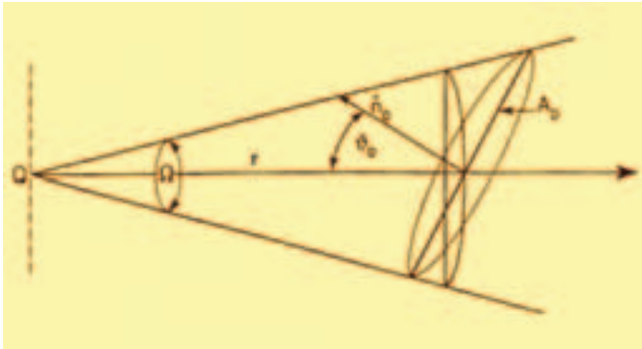

Abb. 4: Der Raumwinkel eines gegenüber der Verbindungsachse zur Quelle geneigten Detektors [4]

Man erkennt leicht, dass mit größer werdendem Richtungsfehler ϑ_D der nutzbare Raumwinkel Ω fällt. Außerdem gilt hier ein quadratisches Abstandsgesetz, wie aus Abbildung 5 hervorgeht.

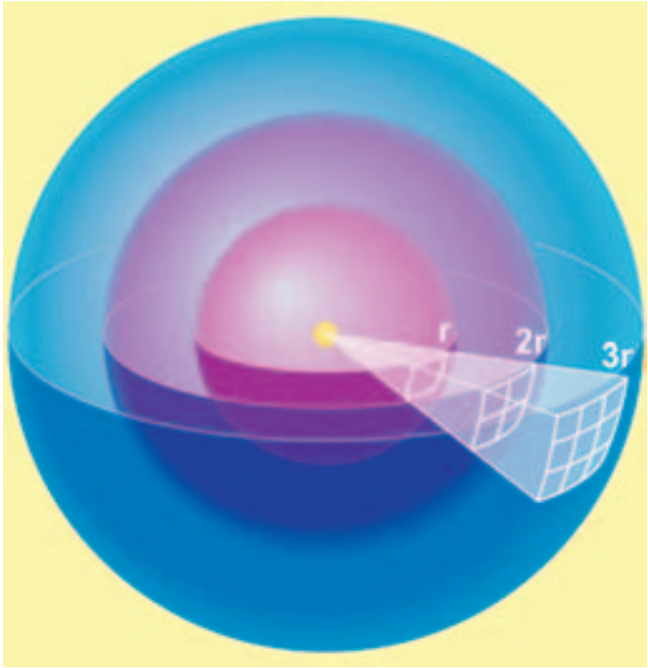

Abb. 5: Quadratisches Abstandsgesetz [5]

Nun ist die Definition der Strahlstärke klar: Für jedes einzelne Raumwinkelelement gibt sie an, wie viel Strahlungsfluss in diesen Bezirk abgestrahlt wird. Die Einheit ist somit W/sr.

3 Strahldichte

Nun kommt es noch zusätzlich darauf an, wie groß die strahlende Fläche ist, denn ein kleinerer Scheinwerfer erscheint dem Betrachter deutlich heller als ein größerer, wenn die Strahlstärken beider Scheinwerfer in Richtung des Betrachters gleich sind. Ein Linsenscheinwerfer eines Autos der Oberklasse blendet im Rückspiegel viel stärker als ein großflächiger Spiegelscheinwerfer eines preisgünstigeren Fahrzeugs. Die radiometrische Größe, die die Strahlstärke in Relation zur Größe der strahlenden Fläche beschreibt, ist die ***Strahldichte***. Das Formelzeichen ist L_e. Betrachtet man die Strahlungsquelle aus einer bestimmten Richtung, so erscheint sie umso heller, je kleiner die strahlende Fläche im Verhältnis zur Strahlstärke in der Beobachtungsrichtung ist. Bei gegebener Strahlstärke I_e in Richtung des Empfängers definiert man somit die Strahldichte L_e als Quotient aus der Strahlstärke und der in Beobachtungsrichtung projizierten Fläche A_Q :

$$L_e = \frac{I_e}{A_Q \cos \vartheta_Q} \left[\frac{W}{m^2 \cdot sr} \right]$$

Durch den Kosinus-Term in Nenner wird berücksichtigt, dass eine Fläche, wenn man sie schräg von der Seite betrachtet, kleiner zu sein scheint als beim Blick senkrecht auf die Fläche. Unter einem Winkel von 60° erscheint die Fläche nur noch halb so groß zu sein, denn der Kosinus von 60° ist 0,5.

Damit haben wir die drei wesentlichen Größen zur Beschreibung der Abstrahlung einer Quelle kennen gelernt: Strahlungsfluss, Strahlstärke und Strahldichte.

4 Der Lambertsche Strahler

Im Allgemeinen muss die Richtungsabhängigkeit der Strahlstärke I_e experimentell bestimmt werden. In zwei praktisch relevanten Fällen geht es aber auch einfacher: Handelt es sich bei der strahlenden Fläche entweder um einen vollkommen rauen Selbstleuchter oder aber, bei Beleuchtung durch eine andere Quelle, um eine diffus reflektierende Fläche, so ist die Strahlstärke proportional zum Kosinus des Winkels ϑ_Q, die Strahldichte ist dann unabhängig von der Betrachtungsrichtung. Eine in dieser Weise strahlende Fläche wird als Lambertscher Strahler bezeichnet. Ein Lambertscher Strahler sieht aus allen Richtungen gleich hell aus, wie z.B. ein Blatt Papier. Abbildung 6 zeigt eine solche Lambertsche Fläche. Im linken Teil der Abbildung ist gezeigt, dass die Strahldichte bei 0° und bei 60° den gleichen Wert aufweist. Im rechten Teil der Abbildung ist die Strahlstärke dargestellt. Sie fällt bei 60° auf die Hälfte. Warum erscheint die Fläche denn dann trotzdem gleich hell zu strahlen? Die Ursache hierfür ist, dass man bei schrägem Blick (60° zur Flächennormalen) auf die Fläche im gleichen Raumwinkelbereich die doppelte Fläche sieht, nur erscheint sie nicht doppelt so groß, da man ja schräg darauf sieht – sie ist um den Faktor 2 perspektivisch verkürzt. Jeder Teil der Fläche strahlt in die Beobachtungsrichtung zwar nur halb soviel ab wie in Geradeausrichtung, dafür ist die wirksame Fläche aber gerade doppelt so groß. Die Reduktion der Strahlstärke und die Vergrößerung der wirksamen Fläche heben sich gerade auf. Also sieht das schräg gestellte Blatt Papier gleich hell aus, die Strahldichte ist unabhängig von der Betrachtungsrichtung.

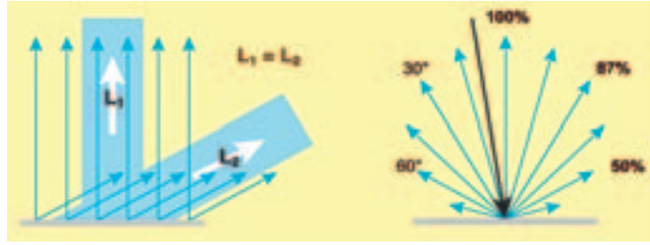

Abb. 6: Verhältnisse beim Lambertschen Strahler [6]

5 Bestrahlungsstärke und Bestrahlung

Betrachten wir nun einmal die Situation auf der Empfängerseite: Teilt man den auftreffenden Strahlungsfluss durch die Detektorfläche A_D, so erhält man die ***Bestrahlungsstärke*** E_e. ϑ_D gibt hier wieder den Winkel an, um den der Detektor ggf. an der Quelle „vorbei schielt".

$$E_e = I_e(\Omega)\frac{\cos\vartheta_D}{r^2}\cdot sr \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

Hierbei wurde vereinfachend angenommen, dass sich die Strahlstärke innerhalb des Raumwinkels des Detektors nicht ändert, das ist in der Praxis der Normalfall, wenn man nicht zu nah an die Quelle herangeht. Zur Veranschaulichung ein Beispiel: Die Strahlstärke einer LED in der Fernbedienung beträgt 10mW/sr in der senkrechten Abstrahlrichtung. Im Abstand von 3m befindet sich direkt vor der Fernbedienung der Fernseher. Wie groß ist die Bestrahlungsstärke auf der Empfängerfläche, die sich im Fuß des Fernsehers befindet? Wie groß ist die Strahlungsleistung auf dem Empfänger mit einer Fläche von 1mm²?

Ergebnis: Die Bestrahlungsstärke beträgt 1,1mW/m². Die Strahlungsleistung beträgt auf der kleinen Empfängerfläche von 1mm² nur 1,1nW (ein Nanowatt ist nur ein Milliardstel Watt).

Betrachtet man einen ausgedehnten Strahler, so ergibt sich der zusätzliche Effekt, dass die effektiv wirksame Strahlerfläche vom Winkel ϑ_Q zwischen der Flächennormale $\boldsymbol{n_Q}$ des Strahlers und der Richtung zum Empfänger abhängt, wie in Abbildung 7 dargestellt.

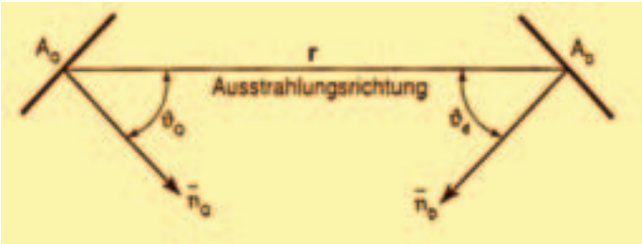

Abb. 7: Geometrische Verhältnisse bei flächenhaften Strahlern [4]

Wenn man die gesamte auftreffende Energie pro Flächeneinheit bestimmen möchte, so muss man die Bestrahlungsstärke mit der Einwirkzeit multiplizieren. Das Ergebnis wird als ***Bestrahlung*** bezeichnet. Das Formelzeichen ist H_e, die Einheit J/m².

6 Das photometrische Grundgesetz

Nimmt man die geometrischen Effekte der Strahlungsquelle und des Empfängers zusammen, so erhält man für den gesamten von einem Detektor aufgenommenen Strahlungsfluss ϕ_{eD} das photometrische Grundgesetz:

$$\phi_{eD} = L_e\frac{A_Q A_D\cos\vartheta_Q\cos\vartheta_D}{r^2}\cdot sr\ [W]$$

Beispiel: Wie groß muss die Strahldichte einer gleichmäßig strahlenden ebenen Fläche $A_Q = 10\text{cm}^2$ sein, wenn sie auf einer Detektorfläche von 1cm² eine Strahlungsleistung von 1mW erzeugen soll? Der Abstand zwischen der Lampe und dem Detektor beträgt 1m. Die Detektorfläche ist um 45° zur Ausbreitungsrichtung der Strahlung gekippt.

Lösung: Das photometrische Grundgesetz wird nach der Strahldichte umgestellt und die bekannten Größen werden in die neue Gleichung für L_e eingesetzt.

$$L_e = \phi_{eD}\frac{r^2}{A_Q A_D\cos\vartheta_Q\cos\vartheta_D\cdot sr} = 1mW\frac{1m^2}{10cm^2\cdot 1cm^2\cdot 1\cdot\cos 45°\cdot sr} = 1{,}4\frac{W}{cm^2\cdot sr}$$

Die gesuchte Strahldichte von 1,4W/cm²sr entspricht etwa der einer dunkelrot glühenden Keramikfläche.

Hierbei ist die Voraussetzung, dass zwischen Strahlungsquelle und Empfänger keine Absorption auftritt und dass der Abstand zwischen Quelle und Empfänger erheblich größer ist als die Abmessungen von Quelle und Empfänger.

Das photometrische Grundgesetz ist insbesondere nützlich, wenn man die Bestrahlungsstärken, die in verschiedenen Abständen von einer Quelle gemessen werden können, ineinander umrechnen möchte. Wenn E_1 die Bestrahlungsstärke im Abstand r_1 von einer Punktquelle und E_2 die Bestrahlungsstärke im Abstand r_2 ist, dann gilt:

$$E_1 r_1^2 = E_2 r_2^2$$

Dies wird in Abbildung 8 anhand eines Beispiels dargestellt.

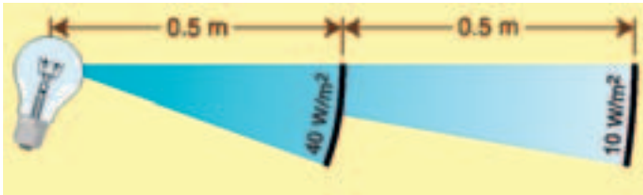

Abb. 8: Photometrisches Grundgesetz am Beispiel einer Abstandsverdopplung [nach 6]

Das photometrische Grundgesetz gilt nur exakt, wenn die Strahlungsquelle punktförmig ist. Für ausgedehnte Strahler gilt es nur näherungsweise, wenn der Abstand *r* zwischen Detektor und Strahler hinreichend groß ist. Hinreichend groß ist der Abstand dann, wenn er mindestens fünfmal größer ist als die größte Ausdehnung *l* der Quelle. Dann ist der Fehler kleiner als 1%. Für kleiner werdende Abstände wird die Bestrahlungsstärke gegenüber den nach dem photometrischen Grundgesetz zu erwartenden Werten mehr und mehr reduziert, um schließlich ab etwa einem Abstand, der in der Größenordnung der Quellenabmessung liegt, einen konstanten Wert anzunehmen. Abbildung 9 verdeutlicht diesen Sachverhalt (hier wurde ein kosinusförmiges räumliches Empfindlichkeitsprofil des Detektors vorausgesetzt).

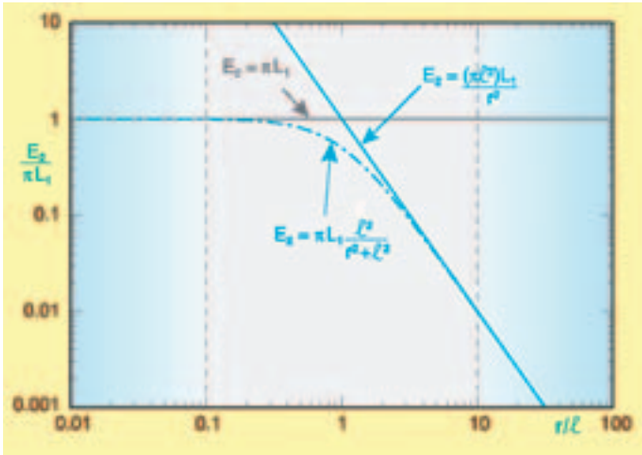

Abb. 9: Abstandsgesetz bei nicht-punktförmigen Quellen [nach 6]

7 Spektrale Größen der Strahlungsmesstechnik (Index λ)

Die Größen Strahlungsfluss, Strahlstärke, Strahldichte, Bestrahlungsstärke etc. beinhalten keine Aussage über die spektrale Zusammensetzung der Strahlung. Man gibt deshalb oftmals zusätzlich die Ableitungen dieser Größen nach der Wellenlänge an. So ist z.B. der spektrale Strahlungsfluss $\phi_{e\lambda}$ definiert als

$$\phi_{e\lambda} = \frac{d\phi_e}{d\lambda} \quad \left[\frac{W}{nm}\right]$$

Die Maßeinheit ist W/nm oder W/µm. Analog definiert man die spektrale Strahlstärke, die spektrale Strahldichte und die spektrale Bestrahlungsstärke. Diese spektralen Größen sind also die Ableitung der Grundgröße nach der Wellenlänge. Wenn sich die Größe innerhalb eines Wellenlängenintervalls $\Delta\lambda$ nur wenig ändert, kann man statt der Ableitung den Differenzenquotienten bilden:

$$\phi_{e\lambda} = \frac{\Delta\phi_e}{\Delta\lambda}$$

Die spektralen Größen haben (trotz der vielleicht abschreckenden Definition) eine recht anschauliche Bedeutung: So gibt die spektrale Bestrahlungsstärke z.B. an, wie viel Bestrahlungsstärke in einem Wellenlängenbereich vorliegt.

8 Zusammenfassung

Tabelle 1 gibt einen Überblick über die wichtigsten strahlungsphysikalischen Größen, die in DIN 5031, Blatt 1 definiert sind. Hierbei ist eine vereinfachte Darstellung angegeben, die bei gleichmäßig emittierenden Strahlern und gleichmäßig empfindlichen Empfängerflächen genutzt werden kann. Bei der Bestrahlung H_e soll die Bestrahlungsstärke zeitlich konstant sein.

Definition	Vereinfachte Gleichung	Strahlungsphysikalische Größen	
		Bezeichnung	SI-Einheit
Energie	Q_e	Strahlungsenergie Strahlungsmenge	Ws
Energie je Zeiteinheit	$\Phi_e = \frac{Q_e}{t}$	Strahlungsleistung Strahlungsfluss	W
Senderseitige Größen			
Ausgesandte Leistung je Raumwinkel	$I_e = \frac{\Phi_e}{\Omega_1}$	Strahlstärke	$\frac{W}{sr}$
ausgesandte Leistung je Raumwinkel und projizierter Flächeneinheit	$L = \frac{I_e}{A_1 \cdot \cos\varepsilon_1} = \frac{\Phi_e}{\Omega_1 \cdot A_1 \cdot \cos\varepsilon_1}$	Strahldichte	$\frac{W}{m^2 sr}$
Empfängerseitige Größen			
einfallende Leistung je Flächeneinheit	$E_e = \frac{\Phi_e}{A_2}$	Bestrahlungsstärke	$\frac{W}{m^2}$
Produkt aus Bestrahlungsstärke und Bestrahlungsdauer	$H_e = E_e \cdot t$	Bestrahlung	$\frac{Ws}{m^2}$

A1 : Fläche des Strahlers bzw. Senders, A2 : Fläche des Empfängers

Tabelle 1: Strahlungsphysikalische Größen

9 Literaturverzeichnis

[1] Firmeninformation Sierra Pacific Corp.:„Infrared Cameras Thermal FLIR Systems“, http://www.x20.org/thermal/DemoIrCameras.htm (2005)
[2] Firmeninformation Hella KG: „Technische Information Licht – Scheinwerfer“, http://www.hella.com/produktion/HellaDE/WebSite/MiscContent/Download/AutoIndustrie/Licht/LI_Scheinwerfer.pdf (2003)
[3] E. Sutter: „Schutz vor optischer Strahlung“, VDE Verlag, Berlin (2002)
[4] J. Nolting: „Grundlagen der Optoelektronik“, Vorlesungsskript, Bundesakademie f. Wehrverwaltung u. Wehrtechnik, Mannheim (2003)
[5] D. Gary: „Intro to Astronomy – Lecture #16: Stars“, http://physics.njit.edu/~dgary/202/Lecture16.html (2004)
[6] A. Ryer: „Light Measurement Handbook“, International Light Inc., Newburyport (1997) http://www.intl-light.com/ildocs/handbook.pdf (2004)