
MASCHINENELEMENTE

Federn

Prof. Dr.-Ing. H. Gruss

8. Federn

8.1 Einführung

- Die elastische Formänderung unter Einwirkung einer Kraft wird konstruktiv genutzt, wobei

Anwendungsbereiche von Federn in Abhängigkeit der Funktion

Funktion

- Speichern und Wandeln von kin. Energie durch Nutzung äußerer und innerer Reibung
- Speichern von pot. Energie
- Ausüben von Kräften
- Kraftmessung

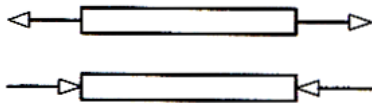
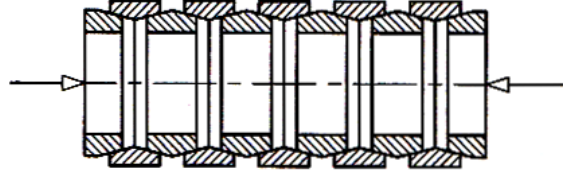

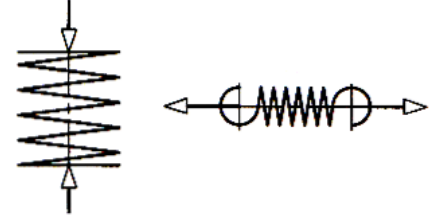
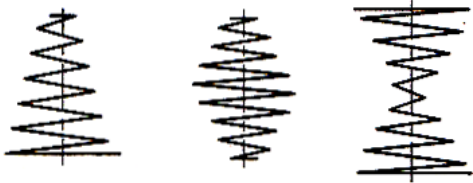
Anwendung

Anwendungsbereiche von Federn in Abhängigkeit der Funktion

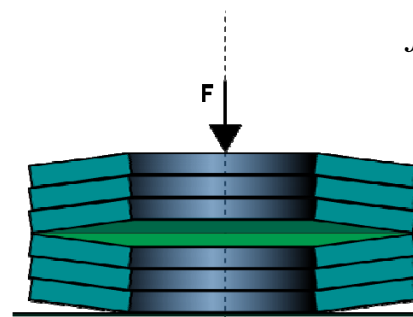
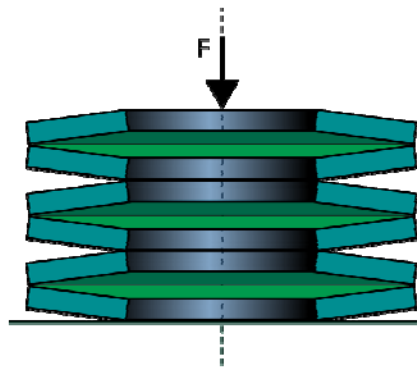
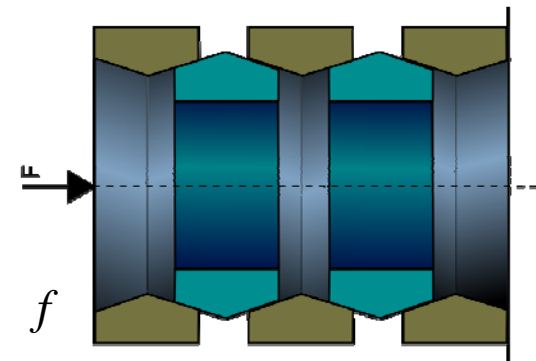
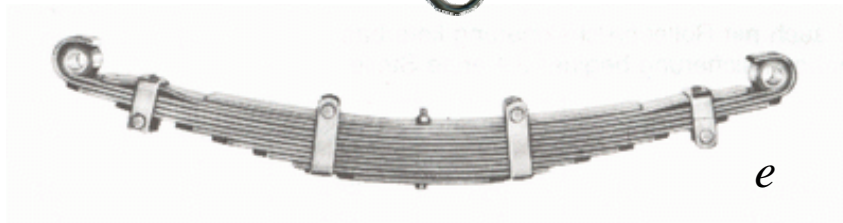
Funktion

- Kompensation mech. Formänderung
- Ausgleich therm. Formänderung
- Beeinflussung der Eigenfrequenzen
- Dämpfung von Stößen und Schwingungen

Anwendung

Metallfedern			
Federwerkstoffbeanspruchung	Zug	Zug- und Druckstabfedern	
	Druck	Ringfeder	
			
Biegung	gerade Formen	gewundene Formen	Scheiben- und Sonderformen
	Blattfeder	Spiralfeder Drehfeder	Tellerfeder Membranfeder
Verdrehung	Drehstabfeder	zylindr. Schraubenfeder	nichtzyl. Schraubenfeder
			
		Druckfeder Zugfeder	Kegelstumpf- Tonnen- Tailenfeder

Einteilung von mechanischen Federn nach Beanspruchung

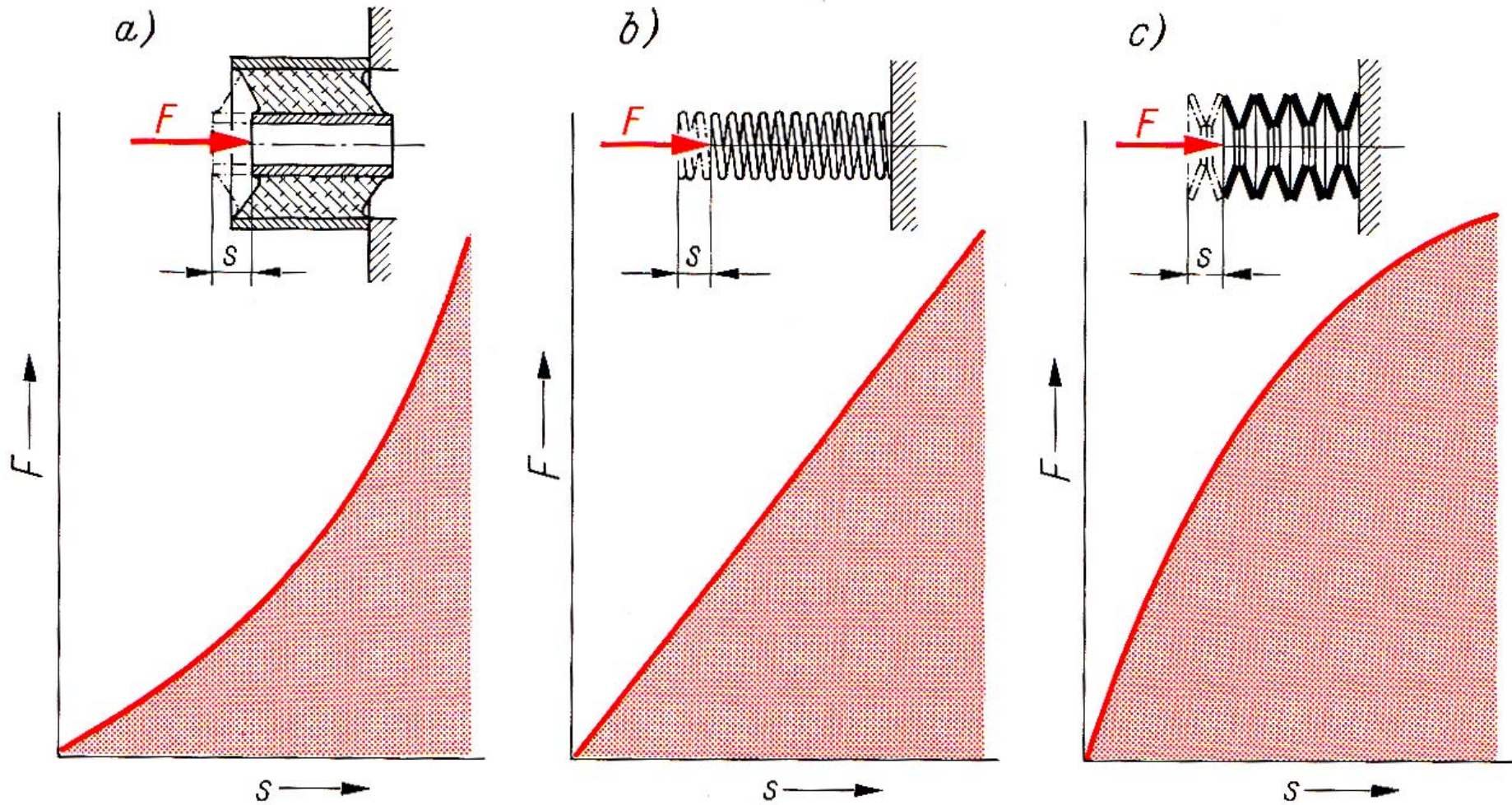


- a) Schraubenfeder
- b) Zugfeder
- c) Konische Druckfeder
- d) Doppelschenkelfeder
- e) Blattfeder
- f) Ringfeder
- g) Tellerfeder
- h) Gummiholfeder

8.2 Federkennlinie und Federrate

- Federn unterliegen
 - bei einer wirkenden Zug- oder Druckkraft einer Verlängerung oder einer Absenkung
 - bei einem wirkenden Drehmoment einer Verdrehung
- Dabei weisen Federkennlinie oder kombiniertes Verhalten auf.





- Sie Steigung der Federkennlinie ist ein Maß für die Steifigkeit und wird gemäß DIN 13906 als **Federrate R** oder als **Federsteifigkeit c** bezeichnet.

Translation

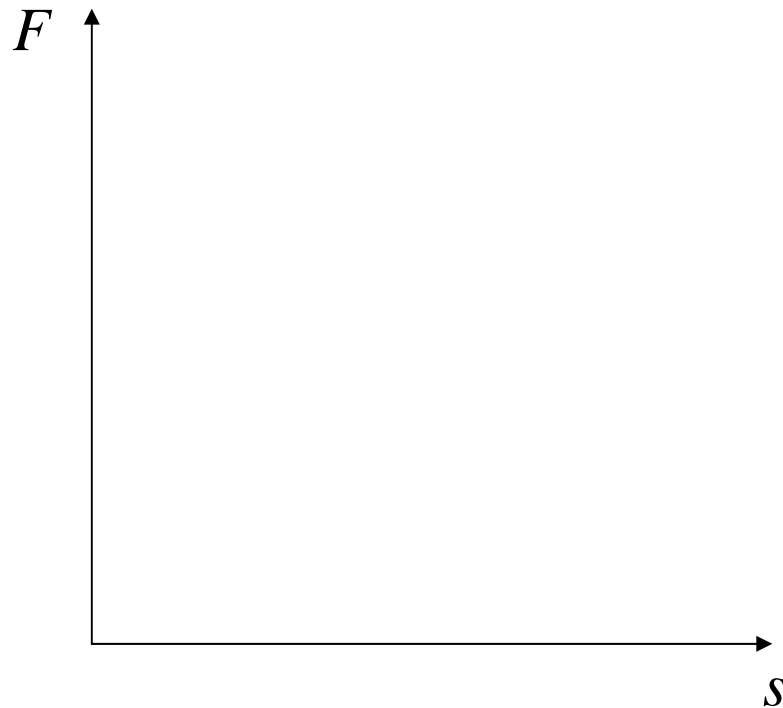
Rotation

- Der Kehrwert der Federrate R ist die Federnachgiebigkeit δ

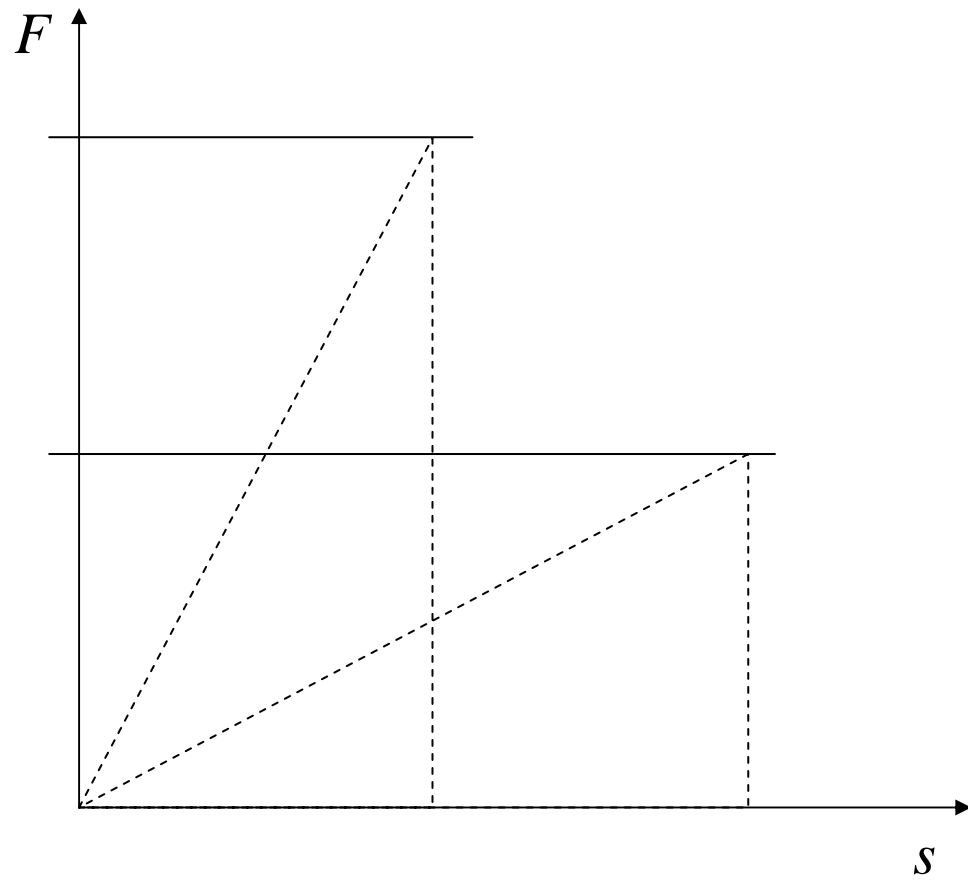
- In der Praxis wird der Kurvenverlauf bei degressiven und progressiven Federn für den betreffenden Arbeitsbereich oftmals linearisiert.

8.3 Arbeitsvermögen

- Während der Verformung wird die geleistete elastische Federarbeit als potentielle Energie in der Feder gespeichert.

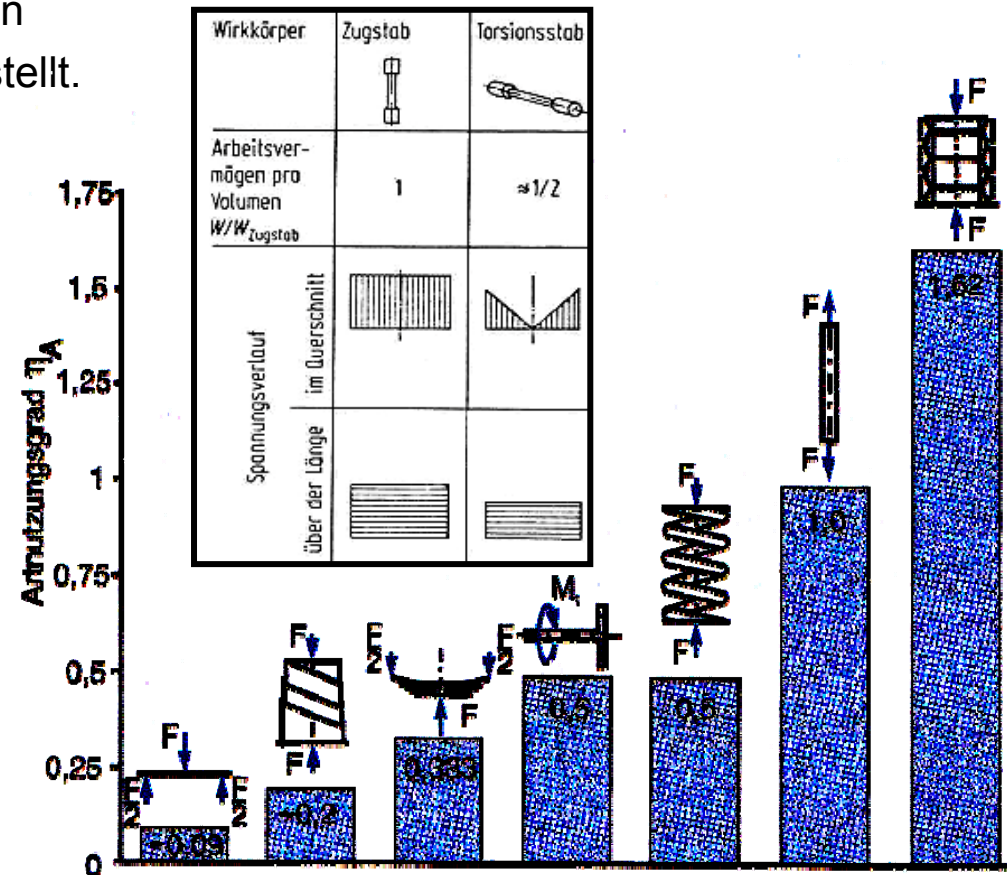


Für Federn mit linearer Kennlinie gilt:



8.4 Nutzungsgrad

- Das Vermögen Energie aufzunehmen hängt sowohl von der Bauform und der äußeren Belastungsart ab und wird durch den Ausnutzungsgrad η_A relativ dargestellt.



- Biegefedern besitzen gegenüber Torsions- und Zug-Druckfedern den schlechtesten Wirkungsgrad.

- Der Nutzungsgrad ist vor allem abhängig von der

- Hieraus ergeben sich folgende Konstruktionsempfehlung:

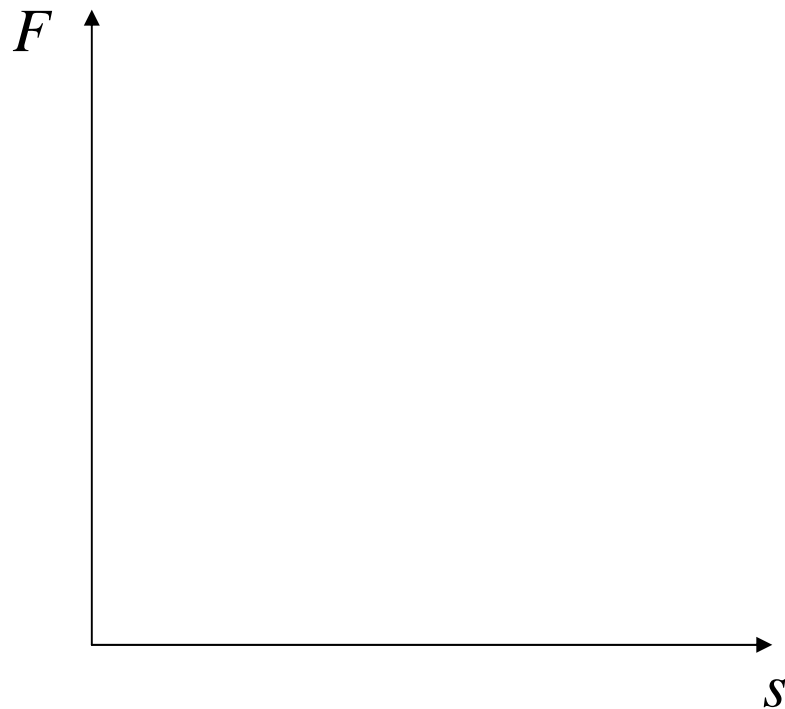
- Weiterhin kann man den Nutzungsgrad als Verhältnis vom Arbeitsvermögen zum Volumen bzw. zum Gewicht abbilden.

Federart	Nutzungsgrad			Verwendete Werte
	Artnutzungsgrad $\eta_A [-]$	Volumennutzungsgrad $\eta_V [N/mm^2]$	Gewichtsnutzungsgrad $\eta_Q [10^3 mm]$	
Dünnere Stahldraht auf Zug	1,0	5,36	68,7	$\sigma = 1500 N/mm^2$ $E = 2,1 \cdot 10^5 N/mm^2$ $\rho = 7,8 kg/dm^3$
Umspannenes Gummikabel auf Zug	0,9	3,74	370	$\sigma = 8,3 N/mm^2$ $A = 1,3 cm^2; f = L^2$ $\rho = 1 kg/dm^3$
Stahl-Ringfeder	1,62	4,90	62,8	$\sigma = 1150 N/mm^2$ $E = 2,1 \cdot 10^5 N/mm^2$ $\rho = 7,8 kg/dm^3$ $\alpha = 14^\circ; \rho' = 8^\circ$
Stahl-Dreieckbiegefeder oder geschichtete Blattfeder	0,334	0,795	10,2	$\sigma = 1000 N/mm^2$ $E = 2,1 \cdot 10^5 N/mm^2$ $\rho = 7,8 kg/dm^3$
Stahl-Rechteckbiegefeder oder einfache Blattfeder	0,111	0,264	3,45	$\sigma = 1000 N/mm^2$ $E = 2,1 \cdot 10^5 N/mm^2$ $\rho = 7,8 kg/dm^3$
Stahl-Drehstabfeder oder Schraubenfeder mit Kreisquerschnitt	0,5	1,93	24,8	$\sigma = 800 N/mm^2$ $G = 8,3 \cdot 10^4 N/mm^2$ $\rho = 7,8 kg/dm^3$
Stahl-Drehstabfeder mit Rohrquerschnitt	0,626	2,42	31,1	$\sigma = 800 N/mm^2$ $G = 8,3 \cdot 10^4 N/mm^2$ $\rho = 7,8 kg/dm^3$ $d_i/d = 0,5$

Art, Volumen- und Gewichtsnutzungsgrade ausgewählter Federn

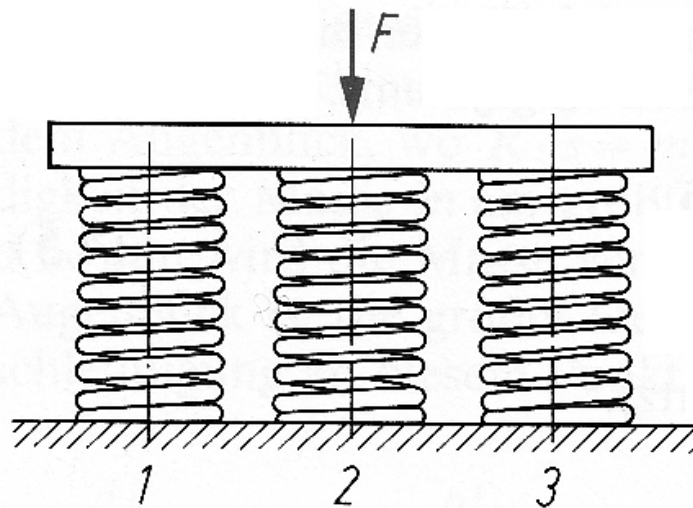
8.5 Dämpfungsvermögen

- Bei rein elastischer Arbeit wären Be- und Entlastungslinie identisch. Durch innere und äußere Dämpfung ist die Kennlinie umfahrene Fläche ein Maß für die Dämpfungsarbeit. Hieraus definiert man den Dämpfungsfaktor ψ .

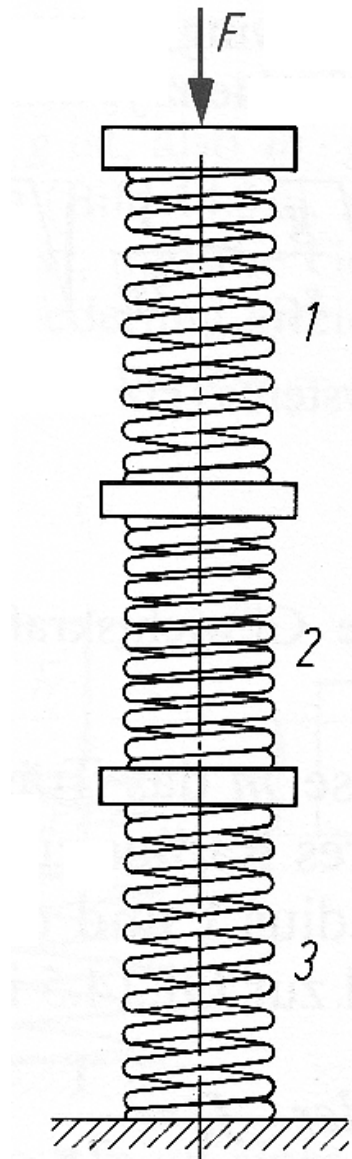


8.6 Zusammenwirken mehrerer Federn

- Durch Kombination und der Einzelfedern zu Federsystemen lässt sich das Kennliniencharakteristik gezielt beeinflussen.

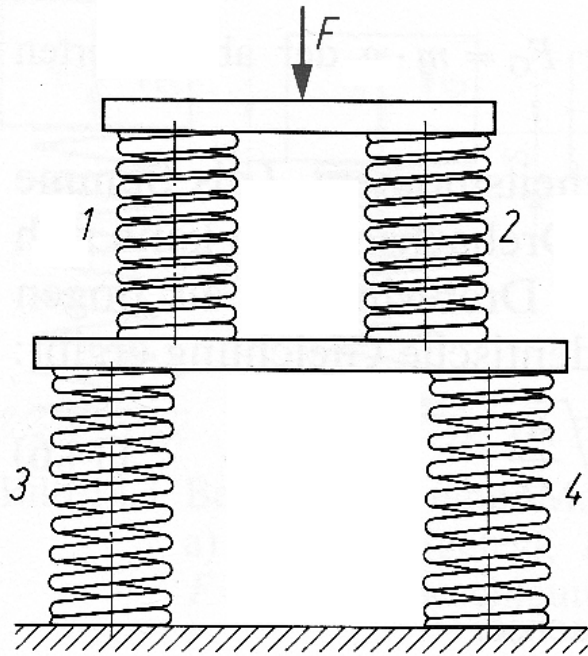


Somit ergibt sich eine Systemfedersteifigkeit



Somit ergibt sich eine Systemfedersteifigkeit

Kombination aus Reihen- und Parallelschaltung



- Mittels Anschlägen können den definierten Kennlinienverläufe folgende dargestellte Federkombinationen zugeordnet werden.

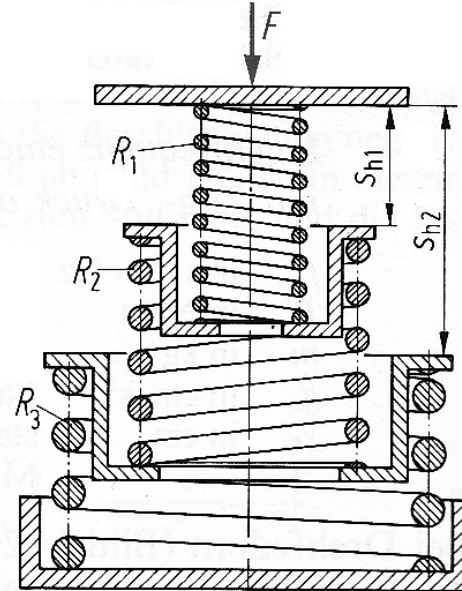
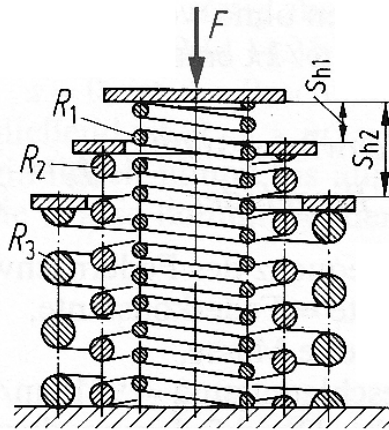
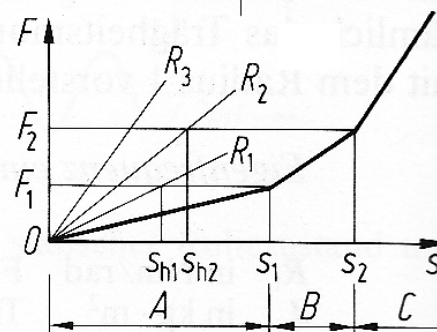
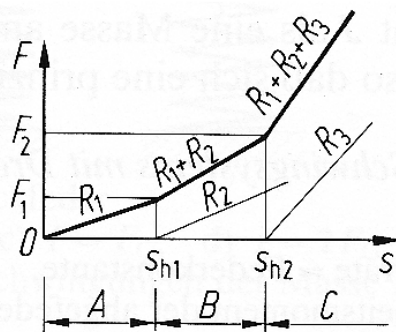
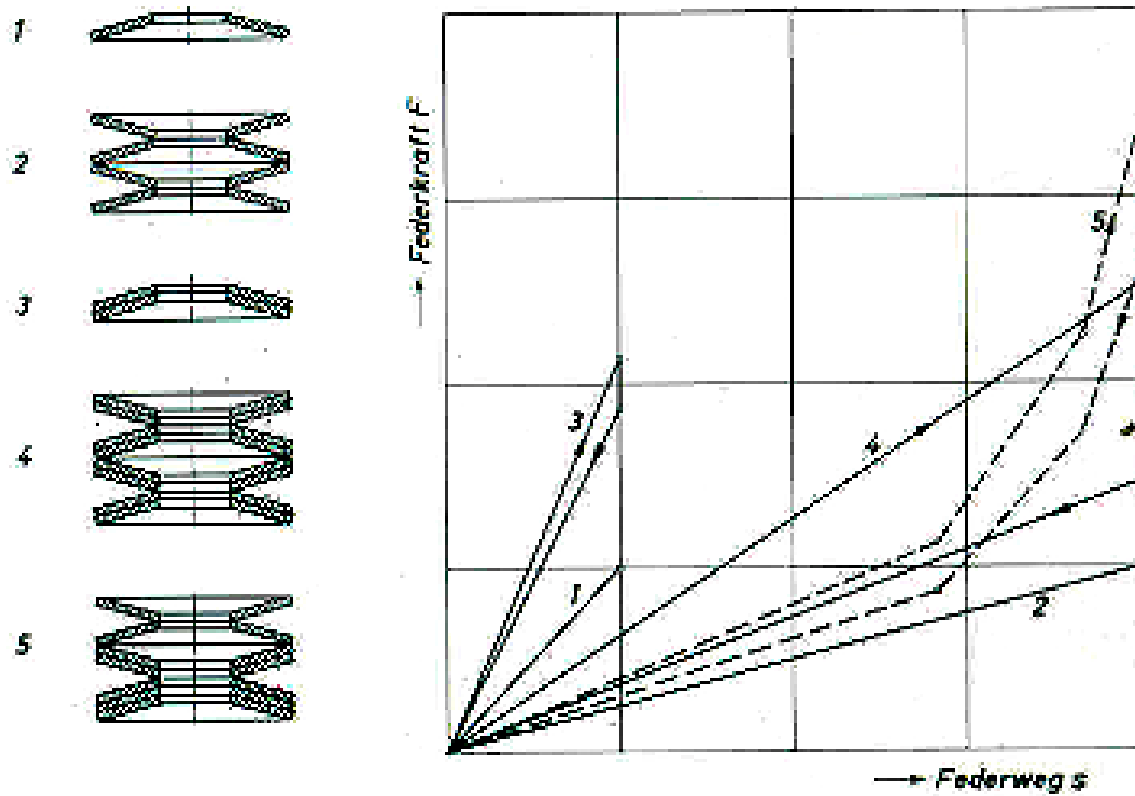


Bild links:

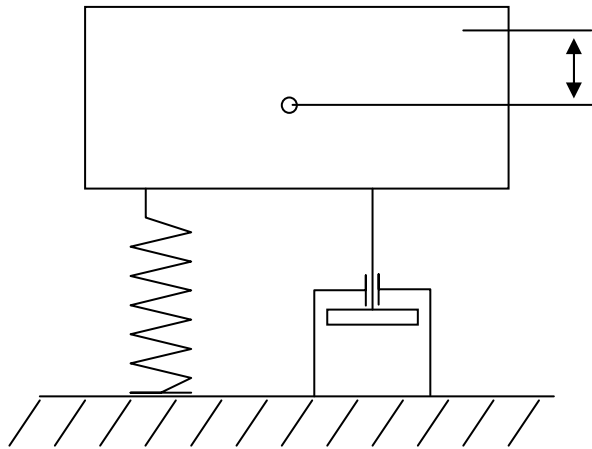
Bild rechts:



- Abhängig von der Orientierung der Tellerfedern kann ein quasi-nichtlineares Steifigkeitsverhalten simuliert werden.



Verhalten am Feder-Masse-System:



Bewegungsgleichung für die gedämpfte Schwingung lautet:

- Das System besitzt aufgrund seiner Masse eine Trägheit.
- Für die Dämpfungskraft wird hierbei eine mit der Geschwindigkeit proportionale Kraft eingesetzt (Viskose Dämpfung). Bei Reibung wäre die Dämpfung geschwindigkeitsunabhängig.

b... Dämpfungskoeffizient

- Die Feder weist lineares Verhalten auf.

- Die Lösung der DGL beträgt somit:

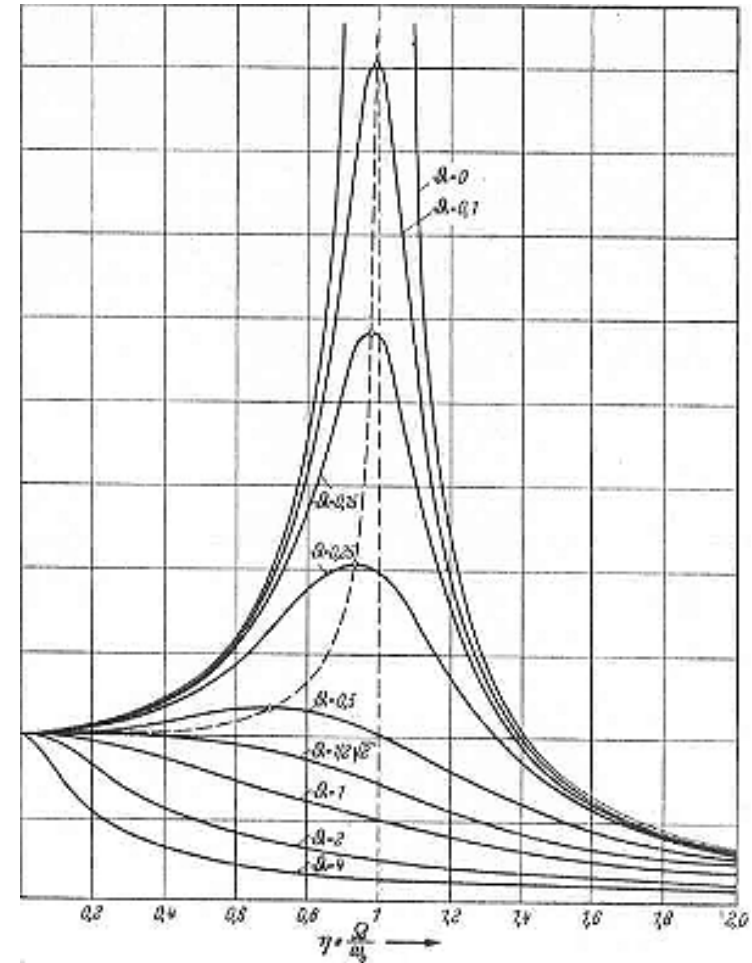
$$s(t) = \frac{F_{\max}}{R} * V * (\cos \omega t - \varphi)$$

mit der Vergrößerungsfunktion V:

$$V = \frac{s_{dyn}}{s_{stat}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 * D^2 * \eta^2}}$$

wobei

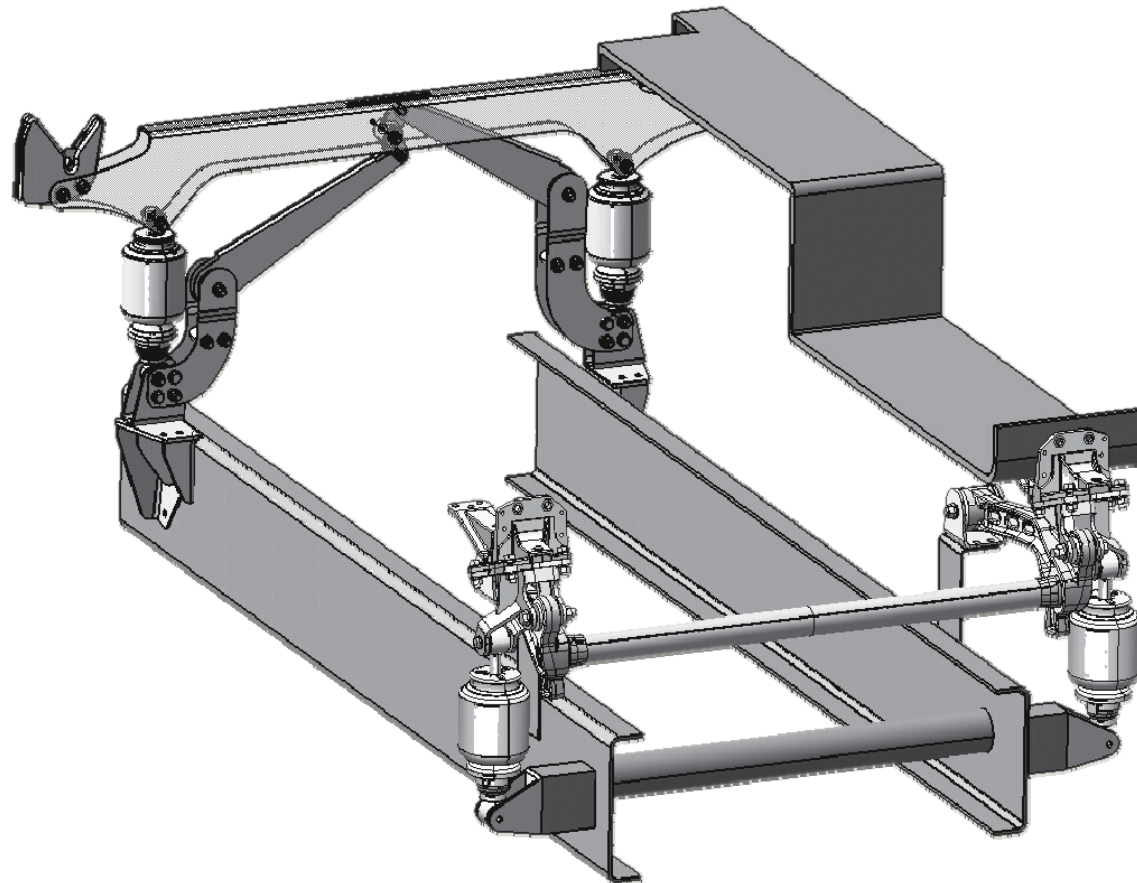
und



- Hieraus leiten sich folgende Aussagen ab:
 - Bei bekannter Auslenkung über die Vergrößerungsfunktion V errechnet sich die Federkraft F . Dabei hängt die kritische Frequenz von der Dämpfung ab.
 - Bei $\eta = 1$ und $D = 0$ sind die Ausschläge maximal $s = \infty$.
 - oberhalb der Eigenfrequenz, da dort die Ausschläge kleiner als bei der statischen Belastung sind, was sich in einem ruhigeren Betriebsverhalten ausdrückt

- Im Maschinenbau wird allgemein eine „überkritische Lagerung“ angestrebt, also $\eta > 1,4$. Dies gelingt durch Einstellung der Lagersteifigkeit und/oder Änderung der Masse.





8.8 Bauformen und Gestaltung von Metallfedern

8.8.1 Werkstoffe und Normen

- Federn sind höchstbelastete Bauteile, bei denen der Werkstoffauswahl und –behandlung eine hohe Bedeutung beigemessen wird. Bei hochbeanspruchten Federn ist vor allem eine hohe Streckgrenze erforderlich, was zu Lasten des plastischen Verformungsvermögens geht.
- Für den Werkstoff Stahl sind die Werkstoffe, Halbzeuge und Berechnungen von Federn weitgehend genormt.

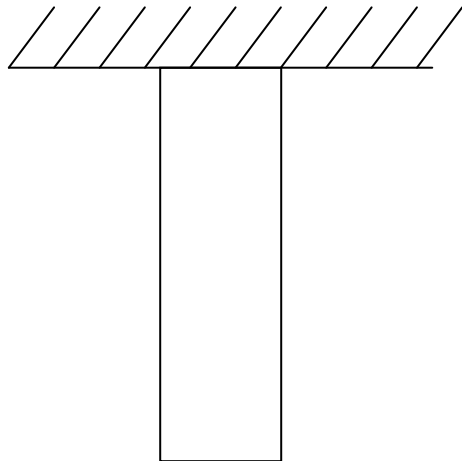
Beanspruchung	Federgestalt (DIN ISO 2162) Belastungsart	Gestaltung Lasteinleitung (Toleranzen)	Halbeugnormen Werkstoffnormen	Berechnung (ruhende oder schwingende Belastung)
Zug-, Druckbeanspruchung	Ringfeder, druckkraftbelastet	Ringe mit konischer Wirkfläche, abwechselnd zug- u. druckbeansprucht	(Werknormen, Ringfeder GmbH, Krefeld)	
Biegebeanspruchung	Einzelblattfeder, querkraftbelastet (Rechteck-, Dreieck- und Trapezform)	bei dynamisch hochbeanspruchten Federn nach Abb. 12.5	DIN 1544 (Kaltbänder) DIN 17221 (warmgewalzt) DIN 17222 (kaltgewalzt)	DIN 5544 (Federdiagramme) Berechnung DIN 2088 (Gleichungen Beispiele, Leitertafeln, zulässige Spannungen) DIN 43801 T 1 DIN 2092 (Gleichungen, Kennlinien, Kombinationen, Beispiele, Schrifttum)
	geschichtete Blattfedern, querkraftbelastet	DIN 1573 (Beilagen, Keile) DIN 2094 (Straßenfahrzeuge) DIN 4621 (Klammern) DIN 5542 (Enden) DIN 5543 (Aufhängung) DIN 5544 (Schienenfahrzeuge) DIN 11747 (Landmaschinen)	DIN 1570 (warmgewalzt, gerippt) DIN 4620 (warmgewalzt)	
	zylindrische Schraubendrehfeder (Schenkelfeder)	DIN 2088 (Konstruktions-Hinweise, Einspannbedingungen)	DIN 17223 Bl. 1, 2 DIN 17224 (nichtrostend) DIN 2076, DIN 2077	
	Spiralfeder, drehmomentbelastet	DIN 8255 T 1 (Rollen) DIN 8287 (f. Uhren)	DIN 17222 (kaltgewalzt) DIN 1544 (Kaltbänder) (DIN 43801 T 1)	
	Tellerfedern, druckkraftbelastet (Einzelfedern, Federpakete, Federsäulen)	DIN 2093 (Ausführung, Spiel) (DIN 6796 Spanscheiben)		

	Drehstabfeder, mit rundem Querschnitt, drehmoment-belastet	DIN 2091 (Drehstabsköpfe) DIN 5481 (Kerbverzahnung)	DIN 17221 DIN 2077	DIN 2091 (Gleichungen, Ersatzlängen, Vorsetzen, Zeit- und Dauerfestigkeits-schaubild, Relaxation)
Torsion-beanspruchung	zylindrische Schraubenzugfeder mit rundem Querschnitt	DIN 2097 (Ösen) DIN 2099 Bl. 2 (Bestellvordruck)	DIN 17223 Bl. 1, 2 DIN 17224 (nichtrostend) DIN 17225 (warmfest) DIN 17221 (warmgeformt) DIN 2076, DIN 2077	DIN 2089 Bl. 2 (Gleichungen, Beiwert Beispiele, Leitertafeln)
	zylindrische Schraubendruckfeder mit rundem Querschnitt	DIN 2099 Bl. 1 (Bestellvordruck) DIN 2098 Bl. 1, 2	DIN 2095, DIN 2096 DIN 2098 Bl. 1	DIN 2098 T 1 (Gleichungen, Kennwerte, Knickung, Querfederung, Relaxation, Zeit- und Dauerfestigkeitsschaubild)
	zylindrische Schraubendruckfeder mit rechteckigem Querschnitt	DIN 2090 (f. Prüfmaschinen auch aus dem Voilen geschnitten)		DIN 2090 (Gleichungen, Beiwerte: hoch- und flachkantgewickelt), s.
	kegelige Schraubendruckfedern	(Rund- oder Rechteck Querschnitt)		

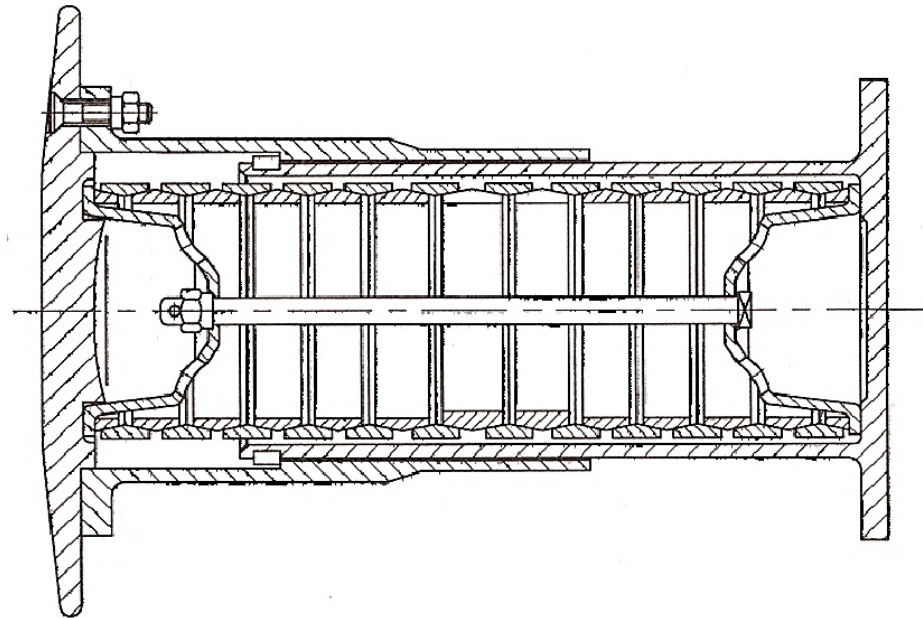
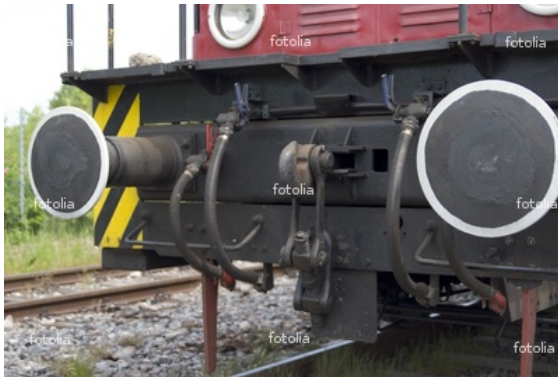
- Für Federn auch Nichteisenmetalle verwendet. So weisen CuBe hohe Festigkeiten und Nickellegierungen hohe Temperaturbeständigkeiten auf.
- Außerdem gibt es faserverstärkte Federn, deren Fasern aus Glas, Keramik oder Kohlenstoff bestehen und in einer Matrix aus Harz fixiert sind

8.8.2 Zug- und druckbeanspruchte Federn

- Obwohl der Zug-Druckstab den höchsten Ausnutzungsgrad aufweist, kommt dieser aufgrund seiner großen Federrate nur selten zur Anwendung. Durch konstruktive Maßnahmen wird versucht, die Federrate zu verringern, um diese Ausführung einer Federn als Energiespeicher einzusetzen.



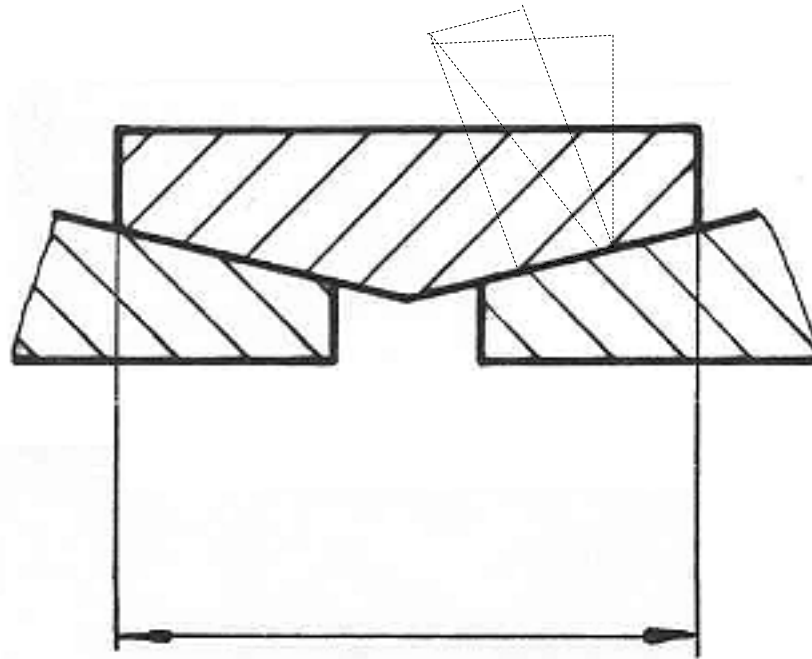
Ringfeder



Verwendung von Ringfederelementen bei Eisenbahnpuffer

- Kraftübersetzung durch Kegelflächen. Dabei wird eine axiale Kräfte in Umfangskräfte gewandelt.
- Die Federrate wird durch Reihenschaltung verkleinert.
- Die hohe Reibung bewirkt Dämpfung.

- Um Selbsthemmung zu vermeiden, werden analog zum Ringspannelement für den Werkstoff Stahl $\alpha \approx 14^\circ$ und $\mu = 0,1 - 0,15$ gewählt.

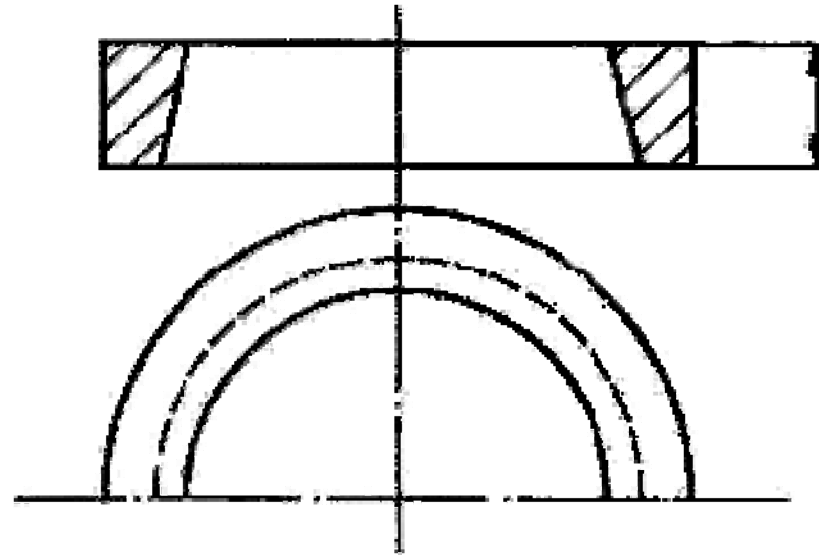


- Im Falle der Belastung ist:

und bei Entlastung ist:

- Die axiale Bewegung wird in eine radiale Bewegung transformiert:

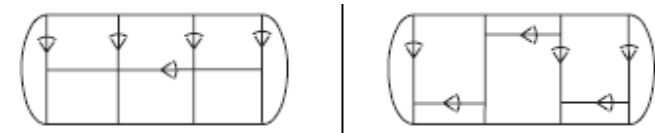
- Für in Reihe geschaltete Elemente gilt



- Die Druckbeanspruchung in einem Ring (Rohr) mit der Länge b ist:
- Gleichgewichtsbedingung

- Nach Umstellung der Gleichung ergibt sich:

Bei dünnwandigen Druckbehältern wird von der „Kesselgleichung“ gesprochen, bei der σ als tangential Membranspannung bezeichnet wird. Bei Überbeanspruchung reißt der Behälter wie eine Bockwurst auf



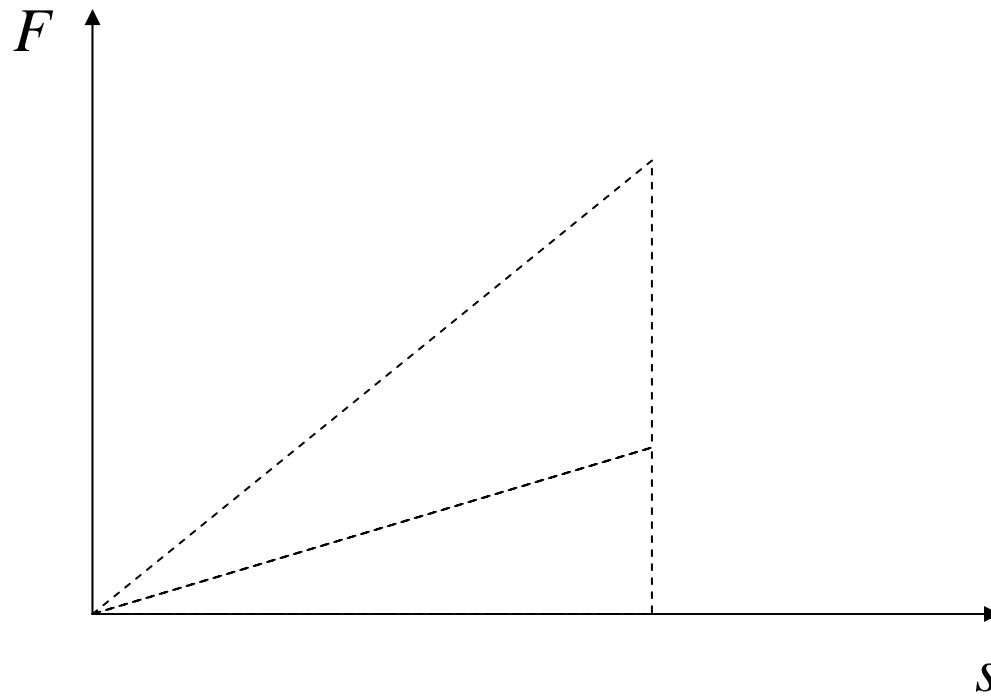
- Einsetzen der Werte ergibt:

Diese Gleichung gilt sowohl für den Innen- als auch für den Außenring.

- Bei einer weiteren Vereinfachung wird:

- Hieraus ergeben sich der Gesamtfederweg:

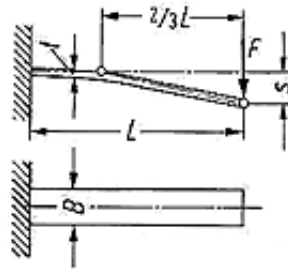
sowie die Federrate:



8.8.2 Biegebeanspruchte Federn

- Solche Federn können in ihrer Bauform als Stab, Platte oder Schale vorliegen. Dabei werden sie überwiegend auf Biegung beansprucht. Aufgrund der ungleichmäßigen Spannungsverteilung bezogen auf den Querschnitt ist der Ausnutzungsgrad gegenüber den auf Zug oder Torsion ausgelegten Federn geringer.
- Vorausgesetzt, dass nur kleine Verformungen auftreten können zur Berechnung von Blattfedern die bekannten Balkengleichungen verwendet werden.

Rechteckfeder



max. Biegespannung

$$\sigma_{b \max} = \frac{6 \cdot F \cdot L}{B \cdot t^2} \leq \sigma_{b \text{ zul}}$$

Federweg

$$s = \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{B \cdot t^3 \cdot E}$$

Federungsarbeit

$$W = F \cdot \frac{s}{2}$$

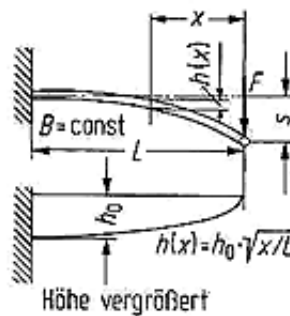
Erdneigung

$$\tan \alpha = \frac{6 \cdot F \cdot L^2}{E \cdot B \cdot t^3}$$

Nutzgrad

$$\eta_A = \frac{1}{9}$$

Parabelfeder



max. Biegespannung

$$\sigma_{b \max} = \frac{6 \cdot F \cdot L}{B \cdot h_0^2} \leq \sigma_{b \text{ zul}}$$

Federweg

$$s = \frac{8 \cdot F \cdot L^3}{B \cdot h_0^3 \cdot E}$$

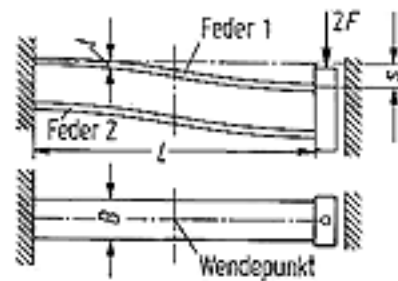
Federungsarbeit

$$W = F \cdot \frac{s}{2}$$

Nutzgrad

$$\eta_A = \frac{1}{3}$$

Rechteck-Parallelfeder



max. Biegespannung

$$2 \cdot \sigma_{b \max} = 2 \cdot \frac{F \cdot L}{B \cdot t^2 \cdot 2} \leq \sigma_{b \text{ zul}}$$

Federweg

$$s = \frac{F \cdot L^3}{B \cdot t^3 \cdot E}$$

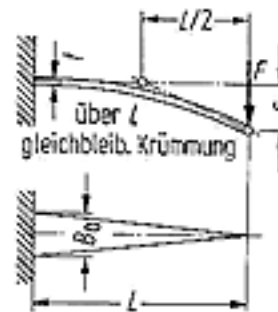
Federungsarbeit

$$W_{\text{ges}} = F \cdot s$$

Nutzgrad

$$\eta_A = \frac{1}{9}$$

Dreieckfeder



max. Biegespannung

$$\sigma_{b \max} = \frac{6 \cdot F \cdot L}{B_0 \cdot t^2} \leq \sigma_{b \text{ zul}}$$

Federweg

$$s = \psi \cdot \frac{4 \cdot F \cdot L^3}{B_0 \cdot t^3 \cdot E}$$

Federungsarbeit

$$W = \psi \cdot F \cdot \frac{s}{2}$$

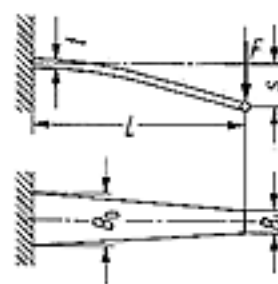
$$\frac{B_L}{B_0} = \beta$$

Nutzgrad

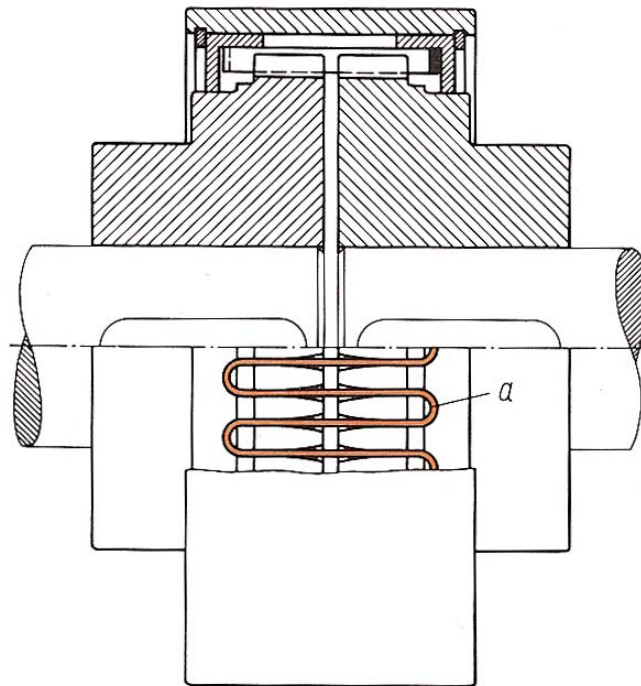
$$\eta_A = \frac{2}{9} \cdot \frac{\psi}{1 + \beta}$$

β	ψ
0	1,50
0,1	1,39
0,2	1,31
0,3	1,25
0,4	1,20
0,5	1,16
0,6	1,12
0,7	1,08
0,8	1,05
0,9	1,02
1,0	1,00

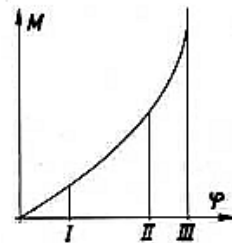
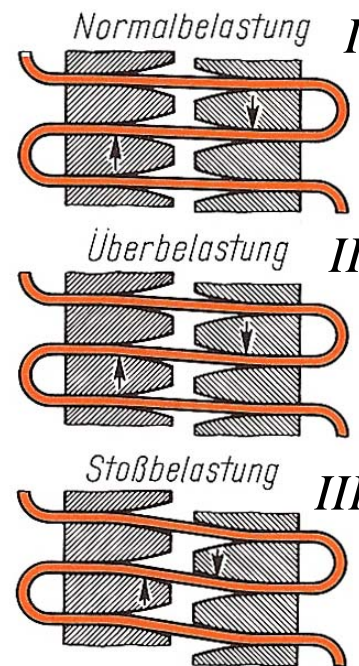
Trapezfeder



Federband

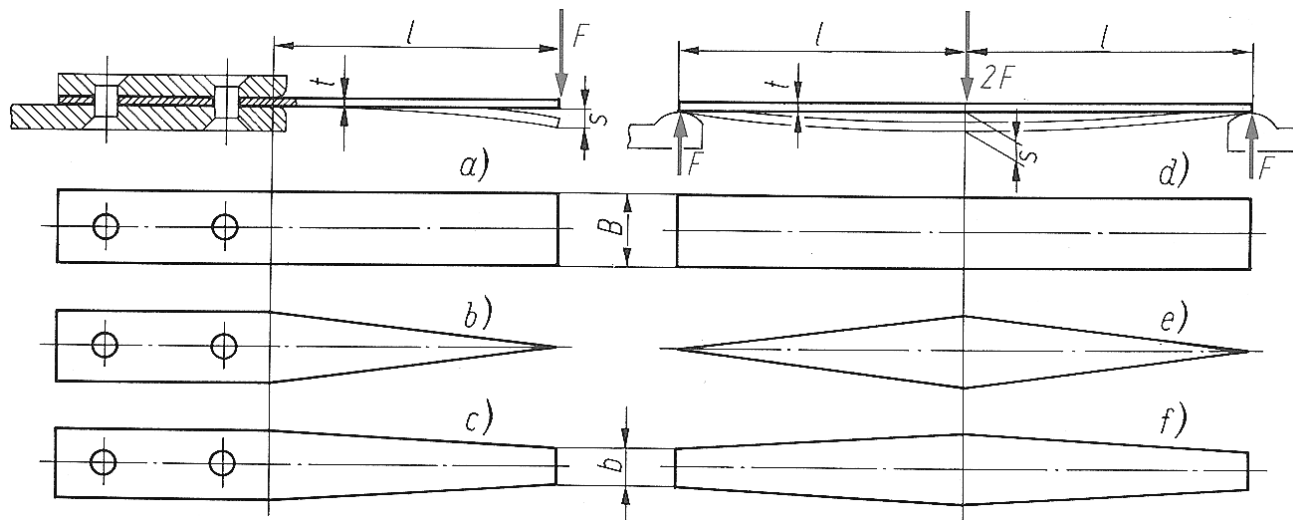


Bibby-Kupplung



- Zwei Naben verbunden durch schlangenförmiges Federband
- Trompetenförmige Nuten im Bereich der Kupplungsmitte
- progressive Federkennlinie
- I und II: Beanspruchung auf Biegung
- III: drehstarr, Scherbeanspruchung der Federstabe
- Außendurchmesser bis 3.900 mm

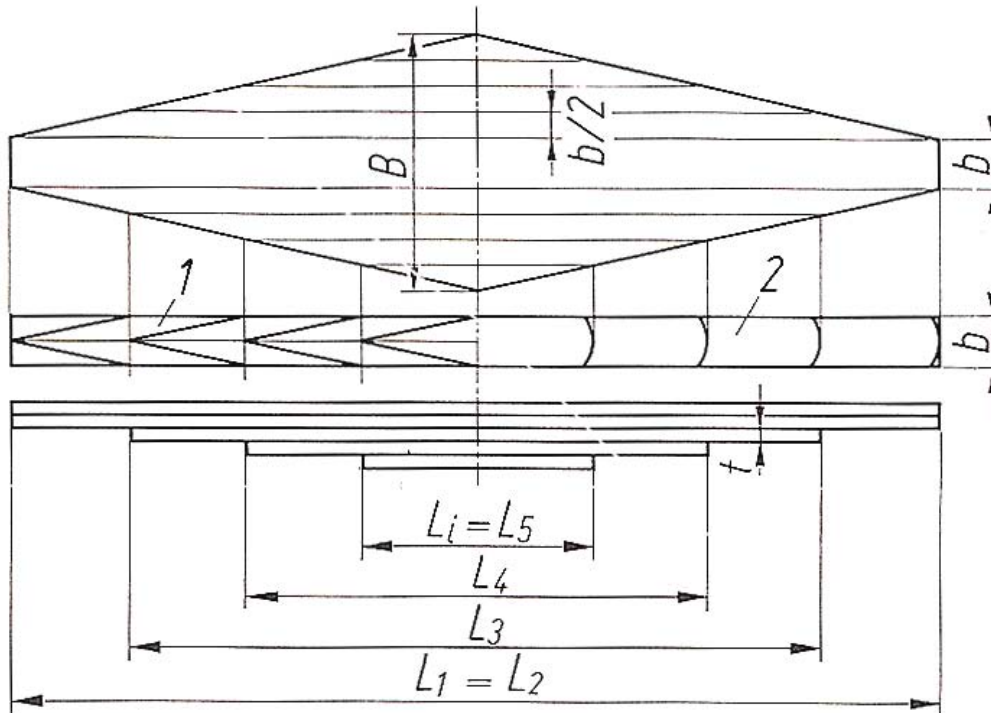
Blattfeder



Einfache Blattfedern

- a) einarmige Rechteckfeder
- b) einarmige Dreieckfeder
- c) einarmige Trapezfeder
- d) zweiarmige Rechteckfeder
- e) zweiarmige Dreieckfeder
- f) zweiarmige Trapezfeder

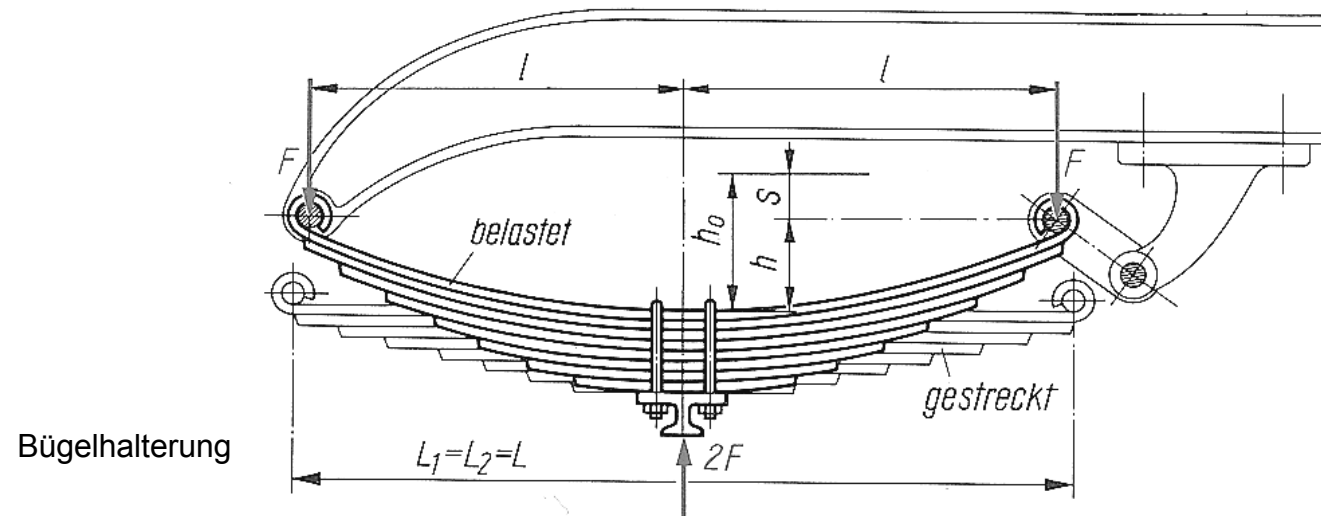
- Für die Berechnung der zulässigen Spannungen betragen die Sicherheiten bei statischer Beanspruchung $S = 1,5$ und bei dynamischem Betrieb $S_D = 1,25$.
- Zur besseren Ausnutzung des Bauraums und des Beanspruchungsvermögens werden die häufig geschichtete Blattfedern verwendet.



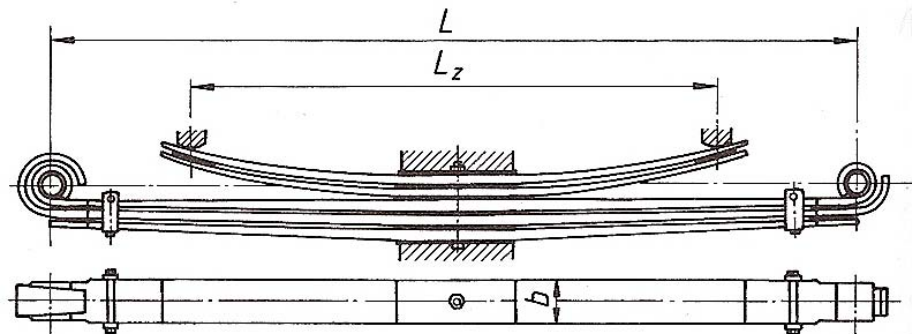
- Schichtung der Federn führt zu kompakter Bauweise.
- Federelemente parallel geschaltet
- Reibung zwischen Einzelblätter
- Unterschiedliche Formationen: Trapez- und Dreieckfeder

Geschichtete Blattfeder; Formation: Trapezfeder

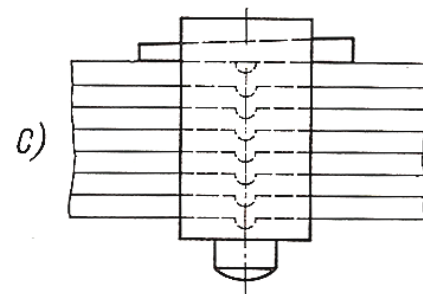
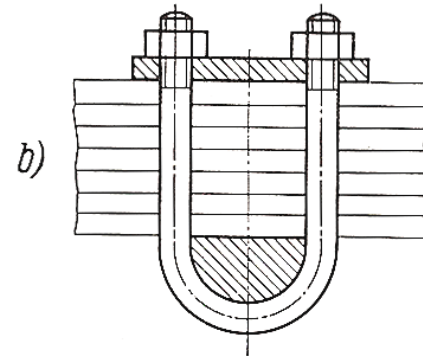
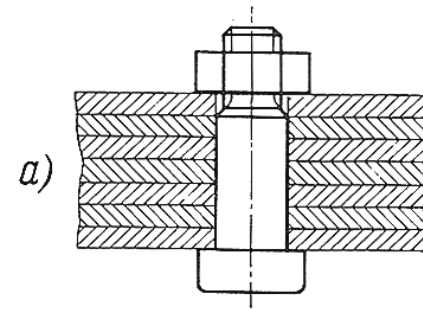
- Lagerung an einem Gelenk, um Längenausgleich bei Federvorgang zu berücksichtigen.



- Zweistufige Feder ermöglicht progressiven Kennlinienverlauf durch allmähliches Anlegen oder Zuschalten von Federn ab bestimmten Verformungen.



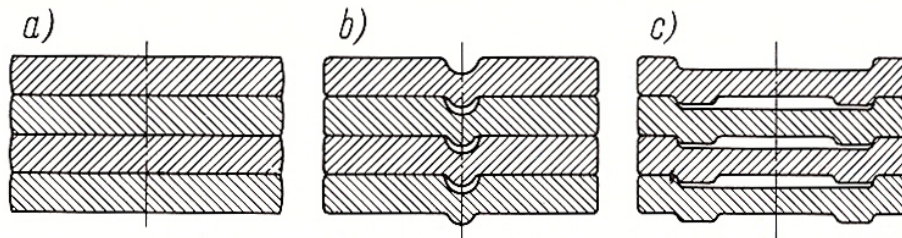
- Die Blattbündel werden in der Mitte zusammengehalten, damit die Belastungskraft sich auf alle Blätter übertragen wird.



Blattbündelhalterungen

- a) mit Mittelbolzen
- b) mit Bügel
- c) mit Keil

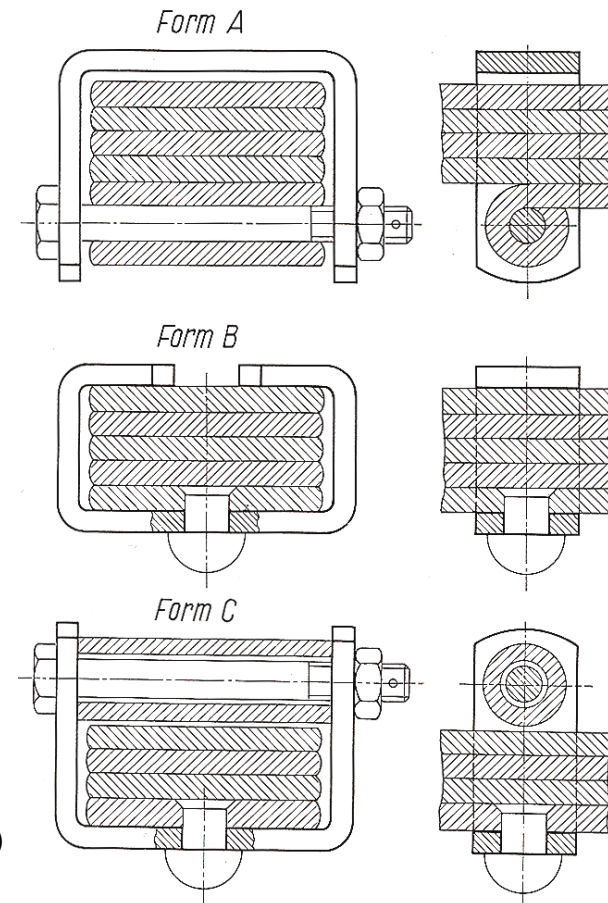
- Gegen Querverschiebungen sichern entweder Querschnittsprofile selbst oder Federklammern.



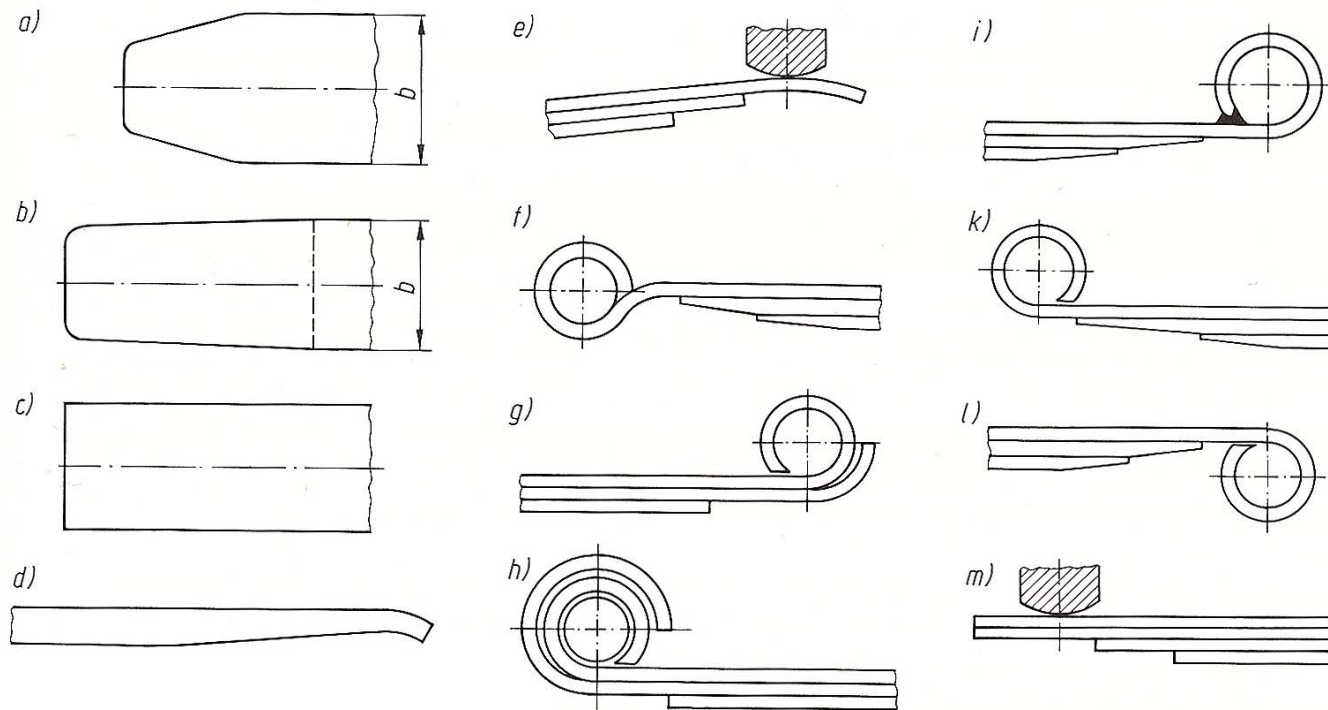
Blattfederquerschnitte

- a) Rechteck (DIN 1544)
- b) mit Mittelrippe (DIN 1570)
- c) einarmige Trapezfeder

Federklammern (DIN 4621)



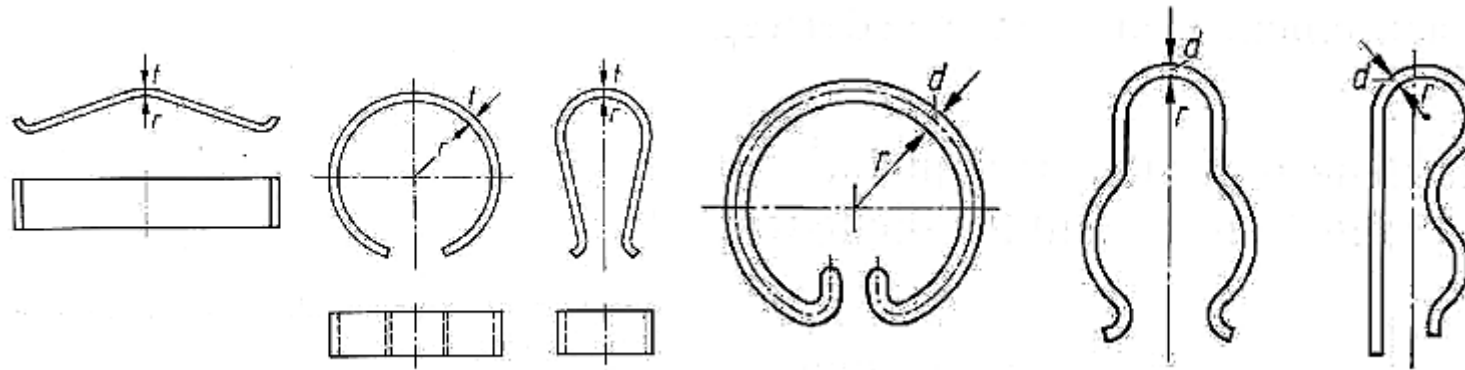
- Die Hauptblatt wird an den Enden zum Einhängen an die Lagerbolzen eingerollt oder zum Auflagen abgebogen.



Unterschiedlichen Ausführungen der Blattfederenden

a – c) Breite in der Draufsicht
 f – l) angerollte Enden

d und e) kurvenförmig abgebogenes Ende
 m) gerades Ende



Flachform- und Drahtformfedern



Büroklammern in unterschiedlichen Bauformen

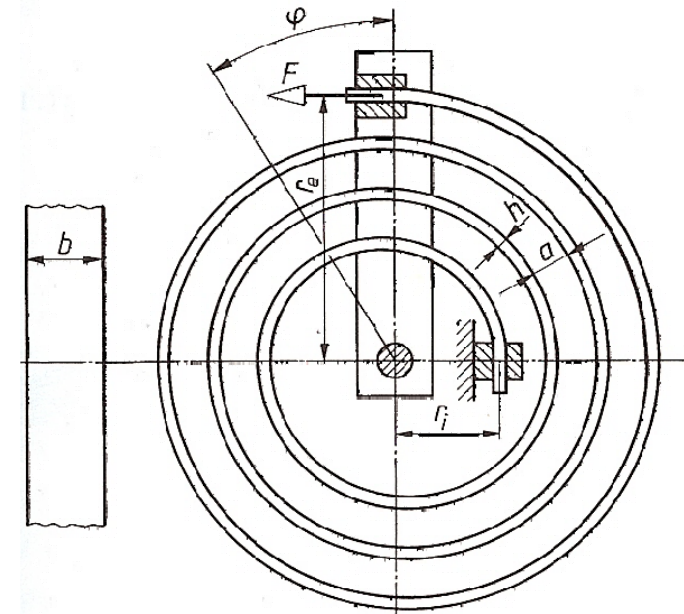
Spiralfedern

- Sie werden für die Federung von Drehbewegungen verwendet.
- Eine Bauform ist die „Archimedische Spirale“, deren Federwirkung auf der Biegung eines langen aufgewickelten Balkens beruht. Der Windungsabstand a bleibt dabei konstant. Sie dienen als Arbeitsspeicher in Uhrwerken, Messinstrumenten und Spielzeug oder als Bindeglieder für elastische Kupplungen. Die werden aus Rundstahl oder aus Bändern hergestellt.

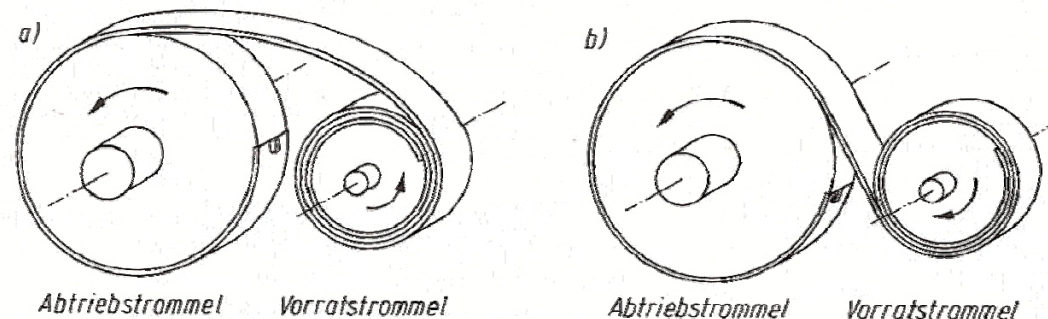
Biegespannungen:

Verdrehwinkel:

- n ... Windungszahl
- l ... gestreckte Länge



- Die **Rollfeder** ist ein Sonderfall der Spiralfeder. Sie werden für die Federung von Drehbewegungen verwendet. Dabei wird das Federband von der Vorrattrommel auf die Abtriebstrommel aufgewickelt. Die gespannte Feder will sich zurückwickeln, so dass an der Vorrattrommel ein Rückstellmoment erzeugt wird und sie so als Antriebstrommel fungiert (Bild a).
- Z.B. Verwendung in Warenvorschüben und Sicherheitsgurten.



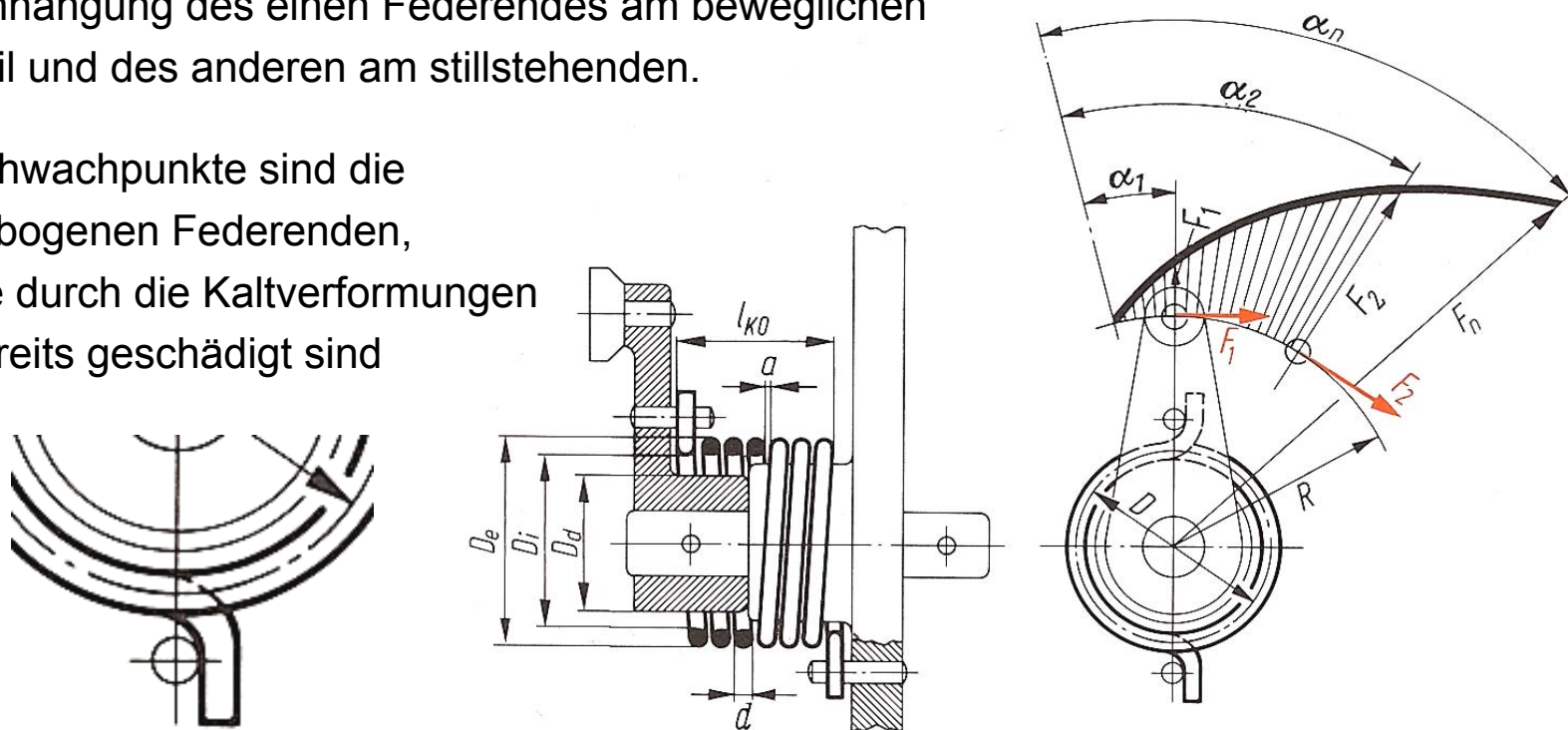
Rollfedern mit konstant bleibendem Drehmoment

a) Federband mit gleichsinniger Krümmung über den Federtrommeln

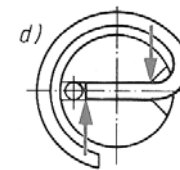
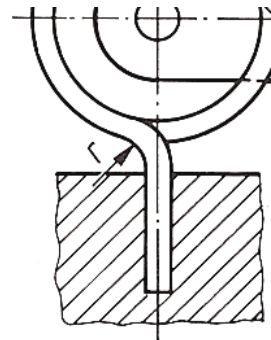
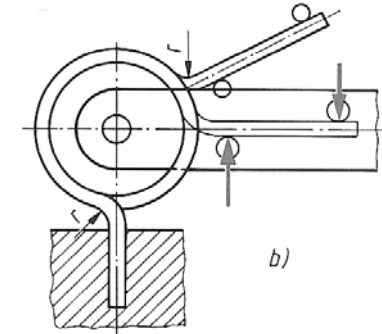
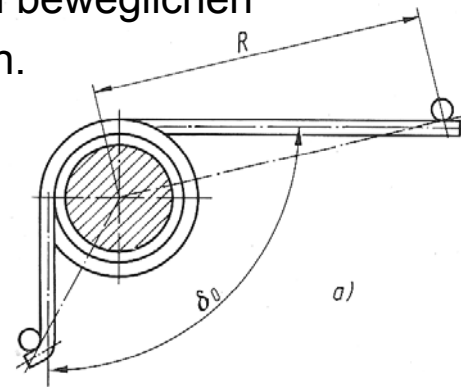
b) Federband mit gegenseitiger Krümmung über den Federtrommeln

Schraubendrehfedern (Schenkelfedern)

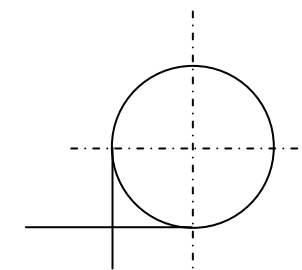
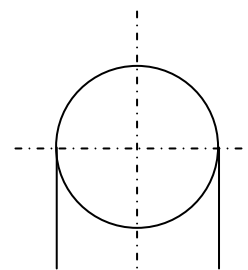
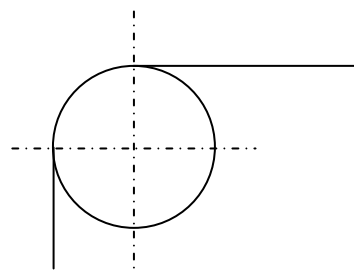
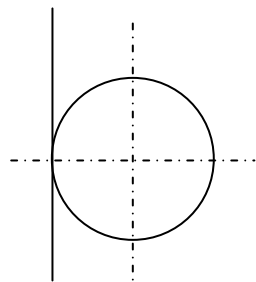
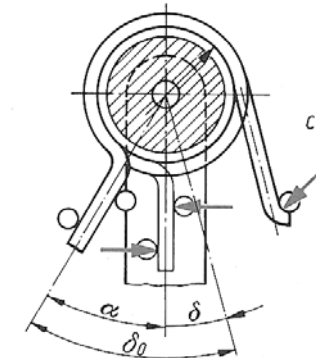
- Aufwicklung des Federdrahts auf einem virtuellen Zylinder. Verwendung als Rückführer von Hebeln, Deckeln und Klinken.
- Einhängung des einen Federendes am beweglichen Teil und des anderen am stillstehenden.
- Schwachpunkte sind die gebogenen Federenden, die durch die Kaltverformungen bereits geschädigt sind



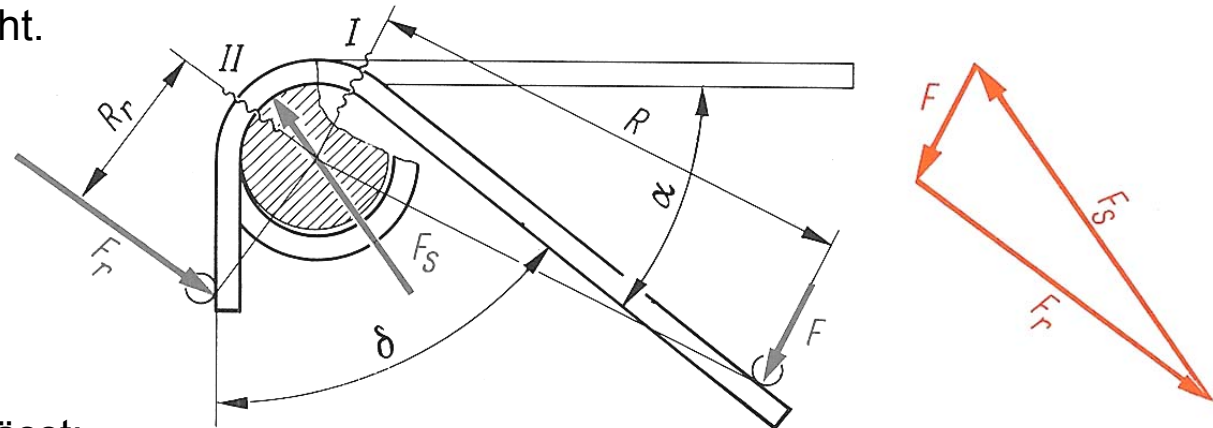
- Einhängung des einen Federendes am beweglichen Teil und des anderen am stillstehenden.
- Schwachpunkte sind die gebogenen Federenden, die durch die Kaltverformungen bereits geschädigt sind.



Ausbildung der Schenkel und deren Halterungen



- Unter Belastung verringert sich der Windungsdurchmesser D , der Drahtquerschnitt wird dabei auf Biegung beansprucht. Die Biegespannungen werden durch eine Biegemoment verursacht.



woraus sich die Biegespannung berechnen lässt:

$w = D/d$	2,5	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16	18	20
q	1,5	1,36	1,25	1,2	1,16	1,14	1,12	1,09	1,07	1,05	1,04	1,03	1,03
r/d	0,8	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5

Beiwerte q zur Berücksichtigung der Drahtkrümmung an Schenkelfedern nach DIN 2088

- Die in der Feder gespeicherte Energie entspricht der Arbeit, die durch das aufgebrauchte Biegemoment geleistet wird.

Der Verdrehwinkel errechnet sich aus:

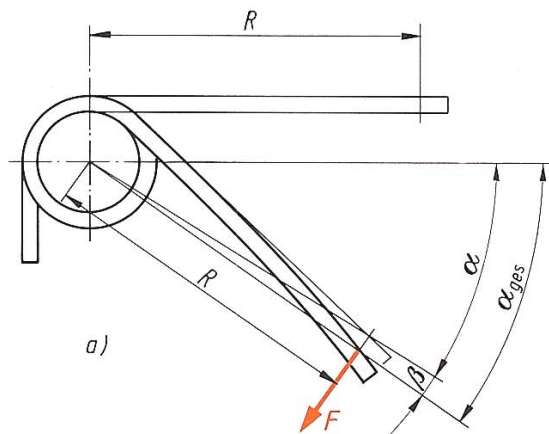
wobei

und

- Ab einem Verhältnis $R/d > 10$ muss zudem die Durchbiegung des langen Schenkels berücksichtigt werden. Ob der Schenkel dabei feststehend oder beweglich ist spielt keine Rolle.

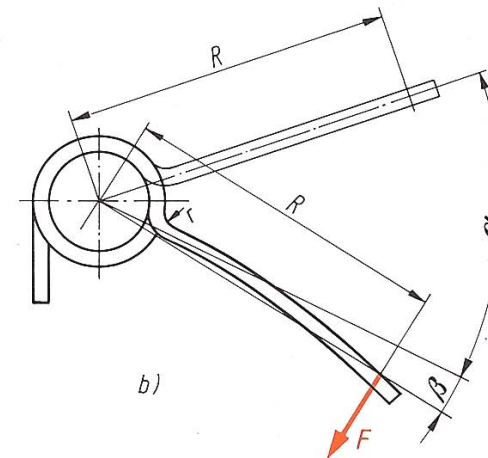
Tangentialer Schenkel

$$\beta \approx 1,7 * \frac{F * (4 * R^2 - D^2)}{E * d^4}$$

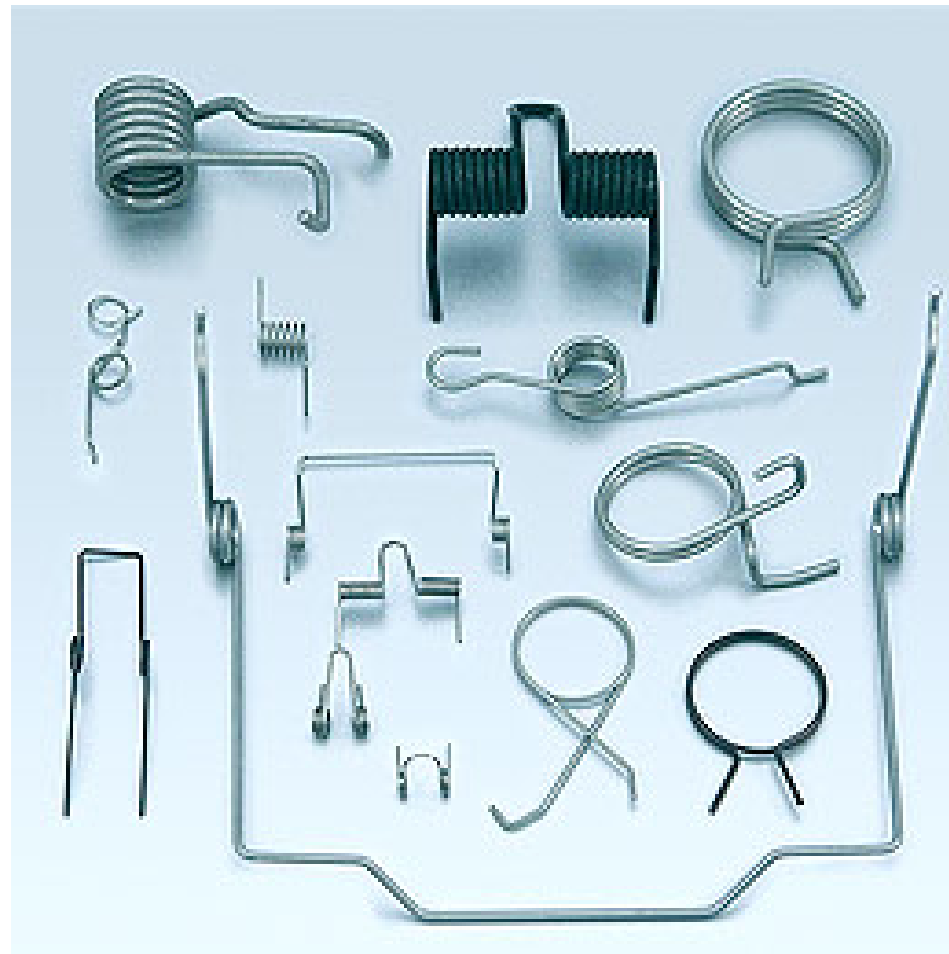


Radialer Schenkel

$$\beta \approx 0,85 * \frac{F * (2 * R - D)^3}{E * R * d^4}$$



- Für zwei lange Schenkel gilt:

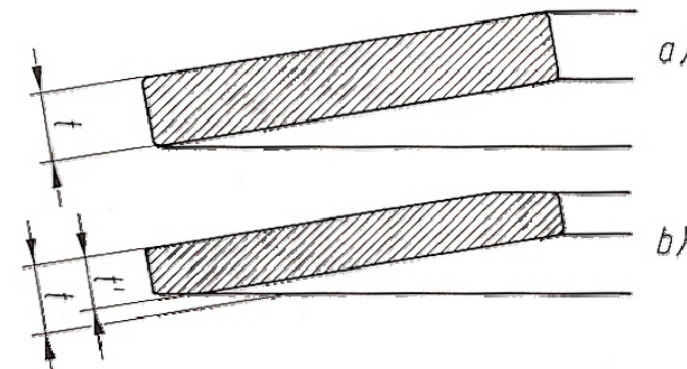
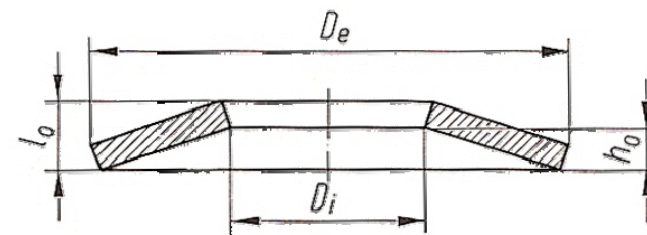


Schenkelfedern in unterschiedlichen Bauformen

Tellerfeder

- Tellerfedern sind kegelförmige Ringscheiben, die axial belastet werden und zu Säulen geschichtet werden. Verwendung als Spannelemente für Vorrichtungen, als Betätigungsorgane für Ventile oder für die schwingungsdämpfende Abfederung von Baumaschinen und Fundamenten.

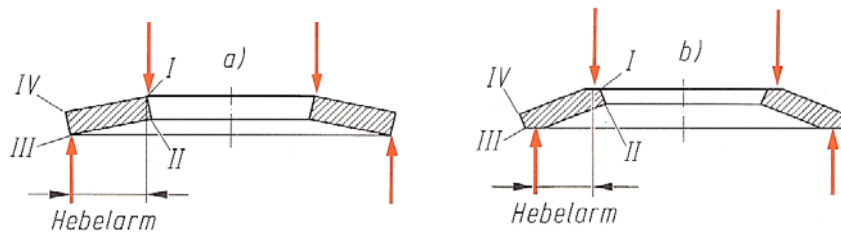
gleiche Federrate bei



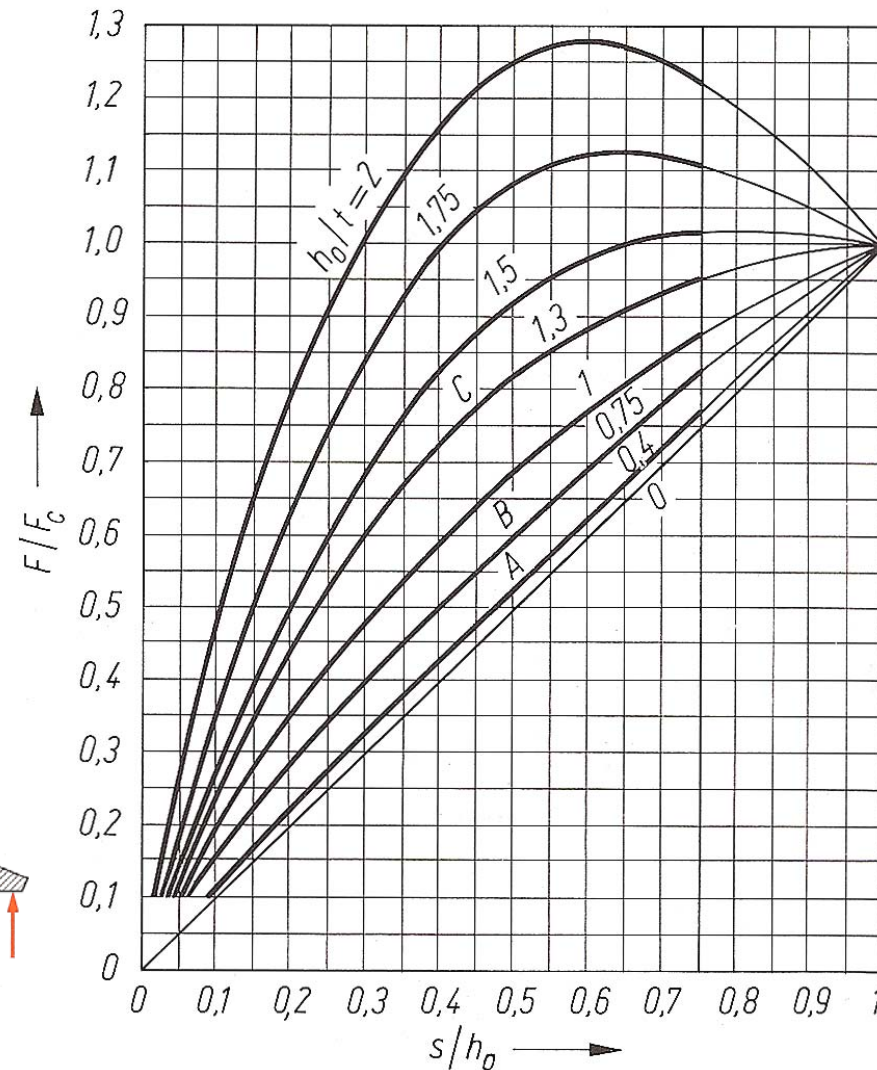
Tellerfedern

- a) kaltverformt
- b) warmverformt

- Die Berechnung der Tellerfedern basiert auf der Theorie der Kegelschalen, woraus die Federkennlinien resultieren.
- Das Verhältnis s/h_0 wird nur zu ausgeschöpft.
- In der Praxis wird Verhältnis $h_0/t < 1,5$, da oberhalb die Feder „durchschlagen“ würde.



Krafteinleitung in Tellerfedern (Einzelteller)
 a) kaltverformt, b) warmverformt



- Die Berechnung der Kraft-Verformungsbeziehung bezieht sich auf den Zustand der plangedrückten Tellerfeder mit der Federkraft F_C .

$$F_C = k * \frac{t^3 * h_0}{K_1 * D e^2} * K_4$$

Der Elastizitätsbeiwert errechnet sich aus:

$$k = \frac{4 * E}{1 - \mu} \rightarrow k_{Stahl} = 920.000 \frac{N}{mm^2}$$

δ	K_1	K_2	K_3	K_4	δ	K_1	K_2	K_3	K_4	δ	K_1	K_2	K_3	K_4
1,2	0,29	1,02	1,05	1,08	2,6	0,77	1,35	1,60	1,85	4,0	0,80	1,60	2,07	2,54
1,4	0,45	1,07	1,14	1,21	2,8	0,78	1,39	1,67	1,95	4,2	0,80	1,64	2,13	2,62
1,6	0,57	1,12	1,22	1,32	3,0	0,79	1,43	1,74	2,05	4,4	0,80	1,67	2,19	2,71
1,8	0,65	1,17	1,30	1,43	3,2	0,79	1,46	1,81	2,16	4,6	0,80	1,70	2,25	2,80
2,0	0,69	1,22	1,38	1,54	3,4	0,80	1,50	1,87	2,24	4,8	0,79	1,73	2,31	2,89
2,2	0,73	1,26	1,45	1,64	3,6	0,80	1,54	1,94	2,34	5,0	0,78	1,76	2,37	2,98
2,4	0,75	1,31	1,53	1,75	3,8	0,80	1,57	2,00	2,43					

Beiwerte K_1 bis K_4 für Tellerfedern

- Für die Festigkeitsberechnung ist zu beachten, dass

an den Stellen I und IV

und bei II und III

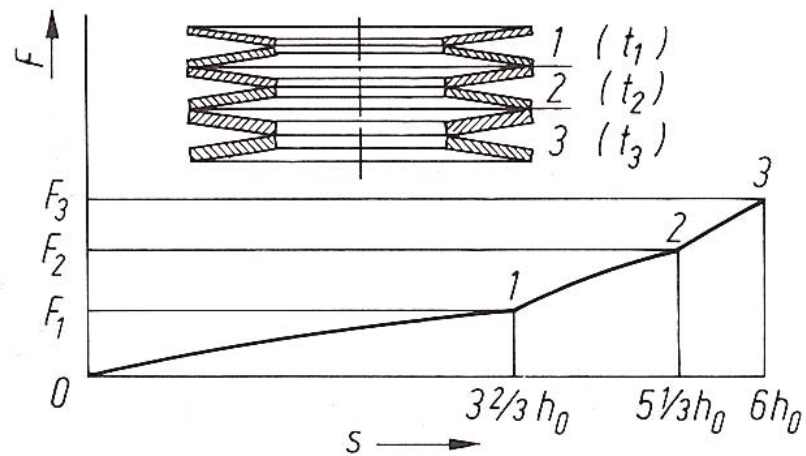
wirken. Die maximale Beanspruchung tritt an der Stelle III infolge Kaltverformung (→ Eigenspannungen) auf.
- Für die dynamische Auslegung werden die für die bezeichneten Punkte errechneten Festigkeiten mit den zulässigen Werten, abgeleitet aus tellerfederspezifischen Smith-Diagrammen, in Beziehung gesetzt.

- Kombinationsmöglichkeiten der Federteller zu Federsäulen

	T	P	GP	VT	VP
Schichtung	gleiche Federteller	Federpaket	gleiche Pakete	verschiedene Federteller	verschiedene Pakete
Säulenkraft F_S	F	$n \cdot F$	$n \cdot F$	F	$n \cdot F$
Federweg der Säule S	$i \cdot s$	s	$i \cdot s$	$i_1 \cdot s_1 + i_2 \cdot s_2 + \dots$	$i_1 \cdot s_1 + i_2 \cdot s_2 + \dots$
Säulenrate R_S	$\frac{R}{i}$	R_p	$\frac{R_p}{i}$	$\frac{1}{R_S} = \frac{i_1}{R_1} + \frac{i_2}{R_2} + \dots$	$\frac{1}{R} = \frac{i_1}{R_{p1}} + \frac{i_2}{R_{p2}} + \dots$
Länge der unbelasteten Säule L_0	$i \cdot l_0$	l_p	$i \cdot l_p$	$i_1 \cdot l_{01} + i_2 \cdot l_{02} + \dots$	$i_1 \cdot l_{p1} + i_2 \cdot l_{p2} + \dots$
F in N s in mm n i	Tellerkraft des dünnsten Federtellers, Federweg eines Federtellers, Anzahl der Federteller in einem Paket, Anzahl gleicher Federteller bei T und VT		i R_p in N/mm l_p in mm R in N/mm	Anzahl gleicher Pakete bei GP und VP, Federrate eines Paketes = $n \cdot R$, Höhe eines unbelasteten Paketes = $h_0 + n \cdot t$, Federrate eines Federtellers.	

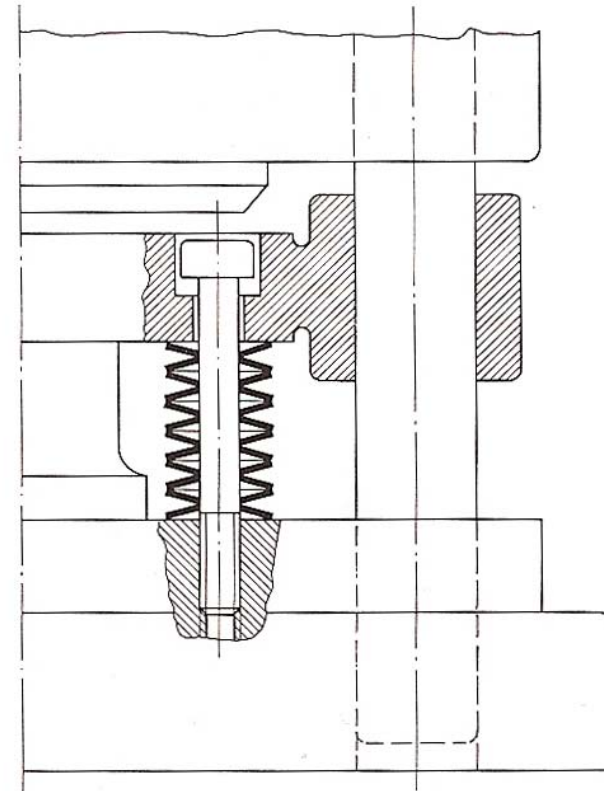
Schichtung T: $i = 8$ Einzelfederteller,
 P: $n = 5$ Einzelfederteller,
 GP: $n = 3$ Einzelfederteller, $i = 4$ Federpakete,
 VT: $i_1 = 6, i_2 = 4, i_3 = 2$ Einzelfederteller,
 VP: $n_1 = 5, n_2 = 3, n_3 = 2$ Einzelfederteller, $i_1 = 1, i_2 = 3, i_3 = 1$ Federpakete.

- In Säulen mit Federtellern unterschiedlicher Dicke erreichen die dünnsten Federteller zuerst ihren größtzulässigen Federweg.



- Vorteile:

- Konstruktive Anmerkungen
 - Infolge Knickgefahr müssen Tellerfeder axial geführt werden. Dabei ist eine Innenführung zu bevorzugen. Das Spiel sollte $\frac{1}{2}$ betragen.
 - Einsatzgehärtete Bolzen und Auflageflächen verwenden.
 - Um ein Durchschlagen zu verhindern, muss eine Hubbegrenzung vorhanden sein.
 - Äußere Federteller sollten mit ihrem Außenrand auf den Auflageflächen aufliegen.



- Konstruktive Anmerkungen
 - Durch Innen- und Außenschlitze werden Federteller weicher. Auf diese Art können die Federkennlinien kundenspezifisch eingestellt werden.

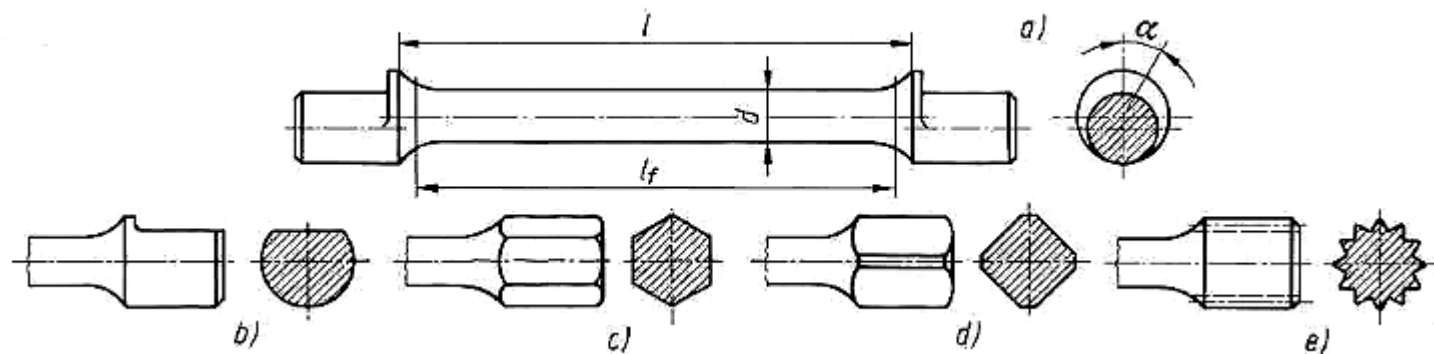


Auswahl innengeschlitzter Federteller

8.8.3 Torsionsbeanspruchte Federn

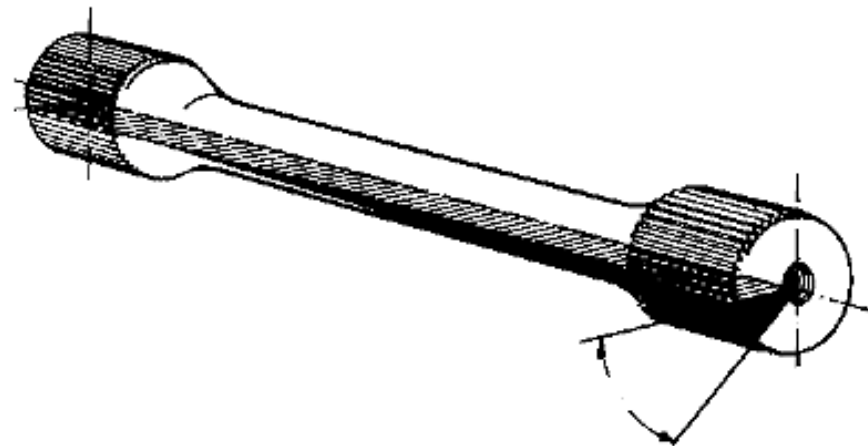
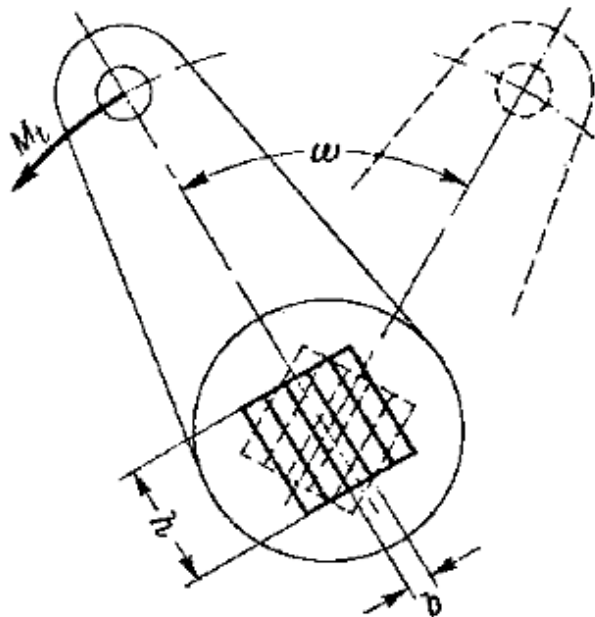
- Im Maschinenbau sind dies die mit Abstand am häufigsten verwendeten Federtypen in den Ausführungen Drehstabfeder und Schraubenfeder.

Drehstabfeder



Arten von Drehstabfedern

- Torsionsstäbe dienen als Stabilisatoren im Fahrzeugbau (Achsen, LKW-Fahrerhaus). Ihre Querschnitte können aus einem Kreis, Kreisring oder Rechteck bestehen. Die Krafteinleitung geschieht über die Enden über formschlüssige Verbindungen, bei denen auf den Kerbeinfluss zu achten ist. Die Federrate lässt sich durch geschichtete Federn herabsetzen.



- Berechnung
 - Verdrehwinkel:

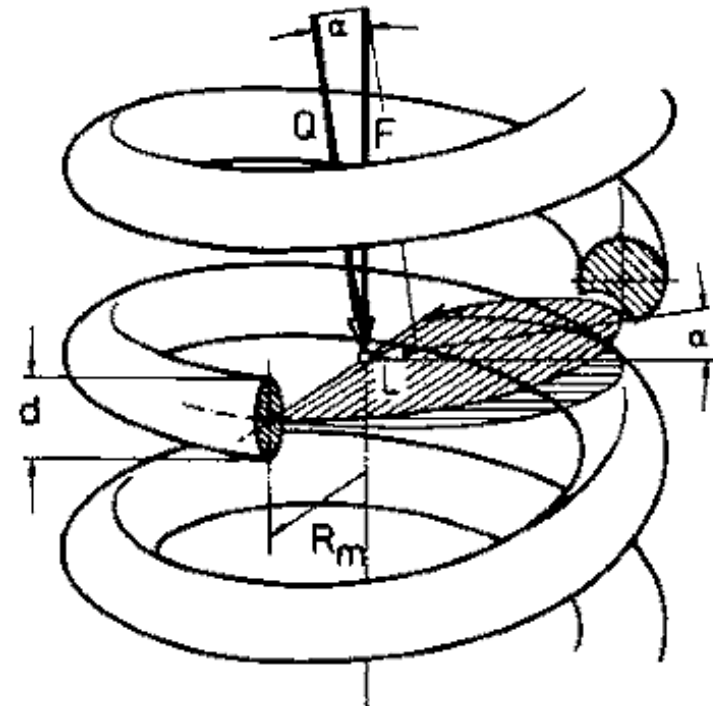
 - Federrate:

 - aufgenommene Arbeit:

Schraubenfeder

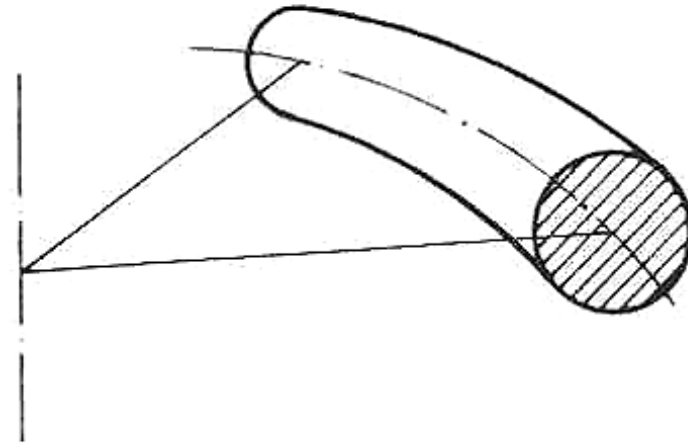
- Schraubenfedern bestehen aus einer schraubenförmig mit einem Steigungswinkel um einen Dorn gewickelten Schraubenfeder. Am gängigsten sind zylindrische Schraubenfedern aus rundem Draht. Von der Anwendung und Gestaltung wird zwischen Druck- und Zugfedern unterschieden.
- Wird eine Schraubenfeder in Achsrichtung durch eine Kraft F belastet, so erfährt der Federdraht ein Torsionsmoment.

Dabei ist



- Die Absenkung der Last für ein differentielles Drahtelement ergibt:

$$\text{mit } d\varphi = M * \frac{R_m * d\beta}{G * I_t} = M * \frac{32 * R_m * d\beta}{G * \pi * d^4}$$



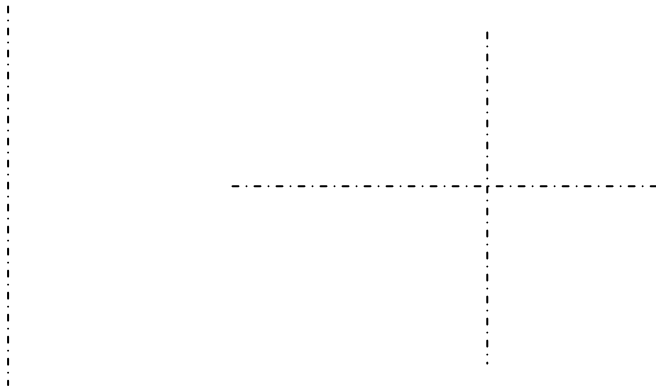
Durch Einsetzen ist:

- Nach Integration ergibt sich für die Gesamtfeder mit n federnden Windungen:

- Aus der Betrachtung ergeben sich
 - Federweg:

 - Federrate:

- Die Krümmung ist an der Innenseite höher als an der Außenseite, was zu einer höheren Schubspannung führt.



- Die durch das Torsionsmoment erzeugte maximale Schubspannung beträgt:

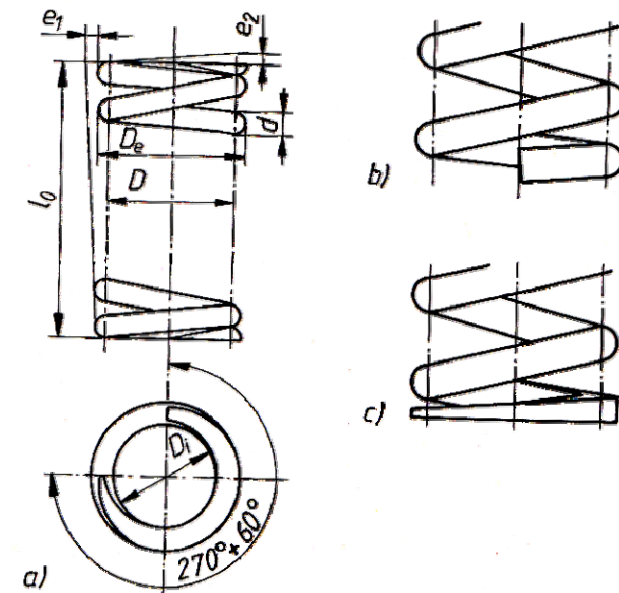
k ... Korrekturfaktor

$$k = \frac{w + 0,5}{w - 0,75} \quad \text{mit} \quad w = \frac{D_m}{d} \quad w \dots \text{Wickelverhältnis}$$

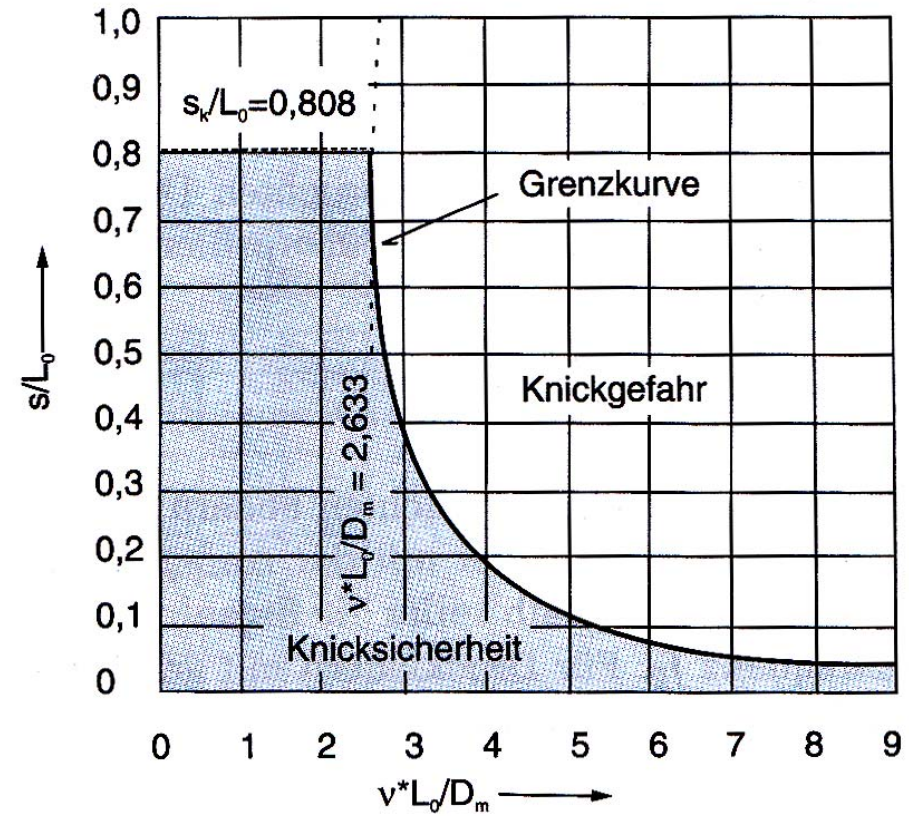
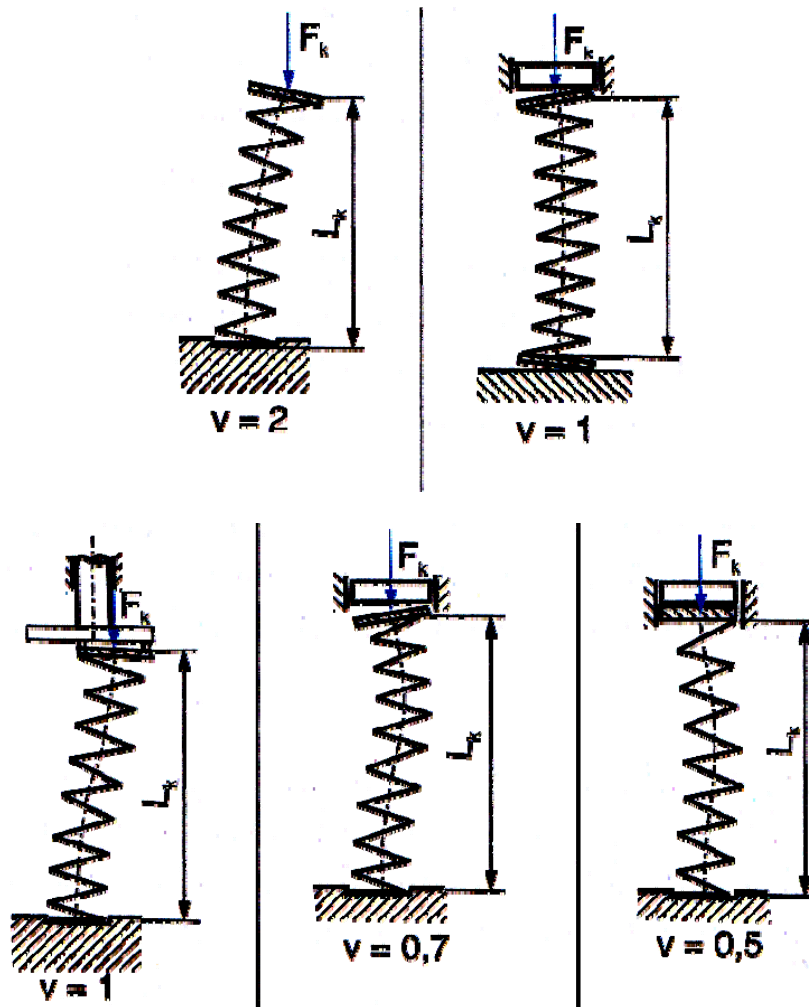
- Es wird zwischen Schraubendruck- und Schraubenzugfedern unterschieden, die aufgrund ihrer konstruktiven Bauform unterschiedlichen Festigkeitsberechnungen unterliegen.

Konstruktive Ausführung als Schraubendruckfedern

- Zur Kraftübertragung sind diese Federn meist an ihren Enden angeschliffen oder geschmiedet. Bei Drahtdurchmessern unter 1 mm oder bei einem Wickelverhältnis von $w > 15$ unterbleibt dies. Infolge des Aufliegens des Drahtendes auf der nächsten Windung entsteht ein Wirkflächenpaar, wodurch je eine Windung an den Federenden nicht federt. Daraus resultiert die Zahl der federnden Windungen.



- Zur Vermeidung einer einseitigen Belastung der Feder wählt man die Enden in gegenläufiger Richtung.
- Druckfedern neigen zum Ausknicken. Hierbei spielt unter Berücksichtigung der Auflagerverhältnisse v der Federenden das Verhältnis von Federlänge zu mittleren Windungsdurchmesser eine große Rolle.

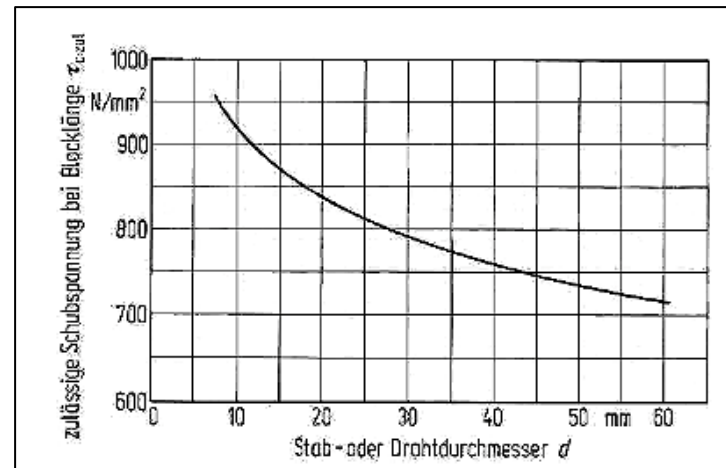


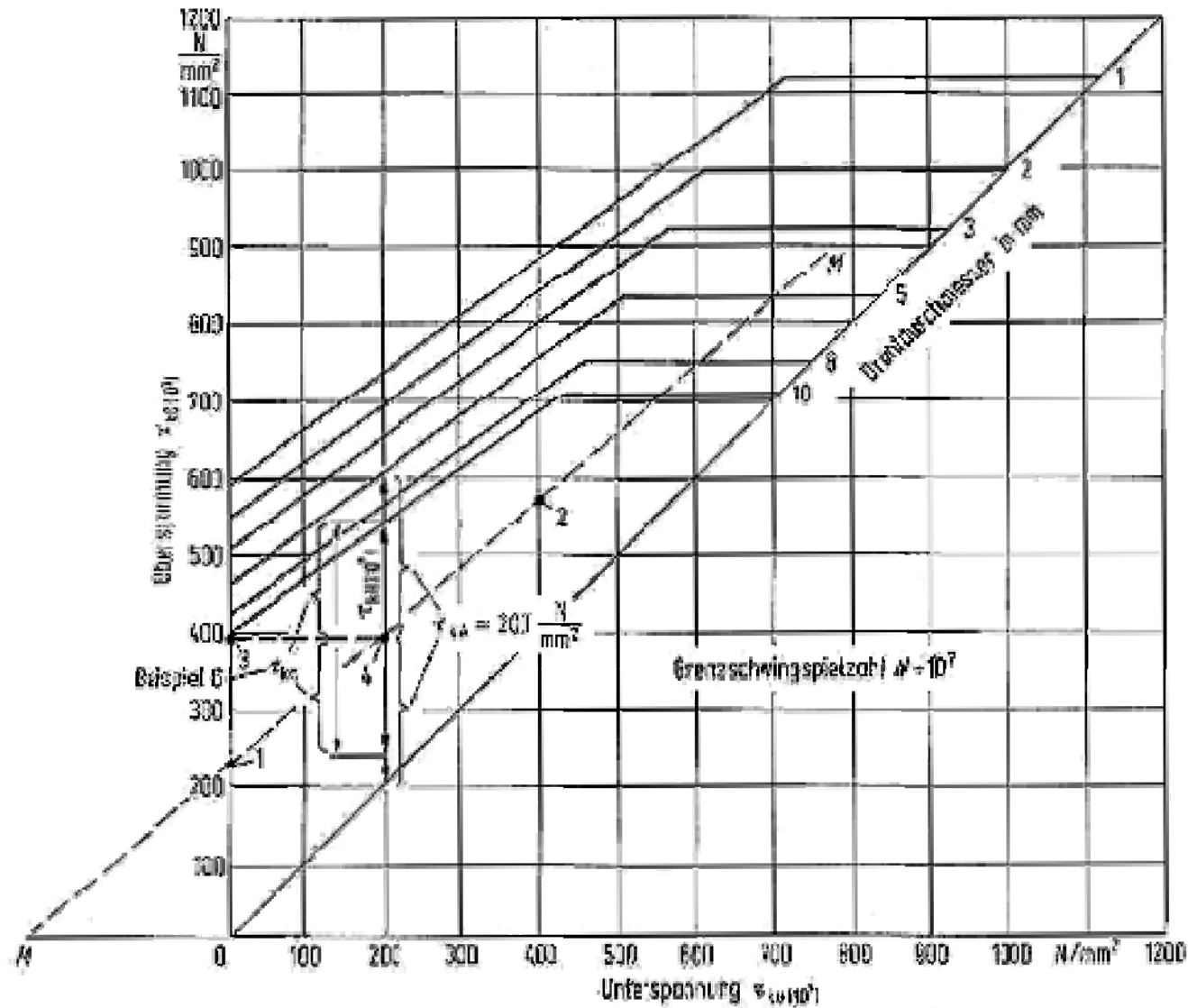
Theoretische Grenzkurve der Knicksicherheit s_k

Lagerungsbeiwerte Knickproblem –
Ausknicken von Schraubenfedern

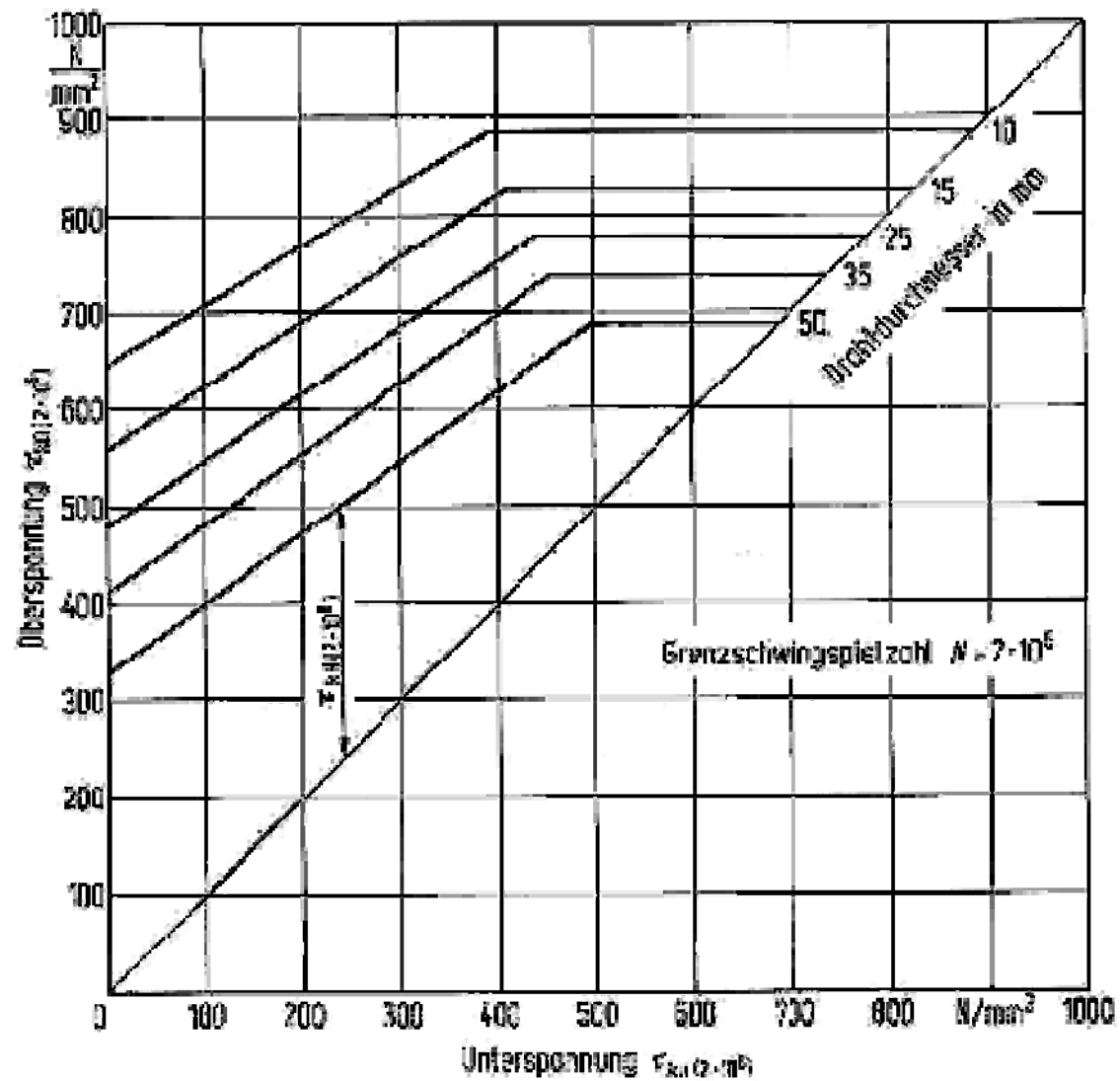
- Für die Ermittlung der Schubgrenzspannungen wurden Versuche an Federn durchgeführt, die neben den Werkstoffkennwerten auch den Einfluss des Herstellungsverfahrens (kaltgezogen, vergütet, warmgeformt, kugelgestrahlt, ...) berücksichtigen.
 - Daraus ergibt sich nach DIN 2089 die statische Beanspruchung für $N < 10^4$ bei
für kaltgeformte Federn:

für warmgeformte Federn:





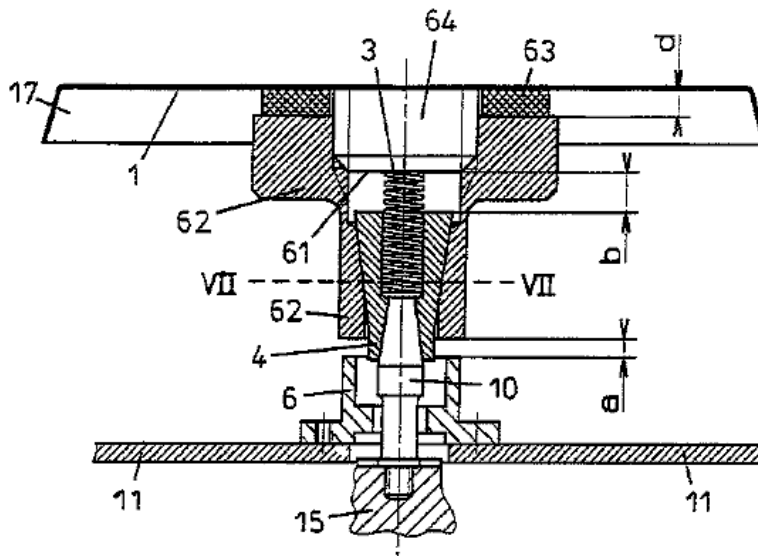
Dauerfestigkeitsdiagramm für Druckfedern aus gezogenen, kaltgeformten, kugelgestrahlten Federstahldraht , Klasse C nach DIN 17223 T1



Dauerfestigkeitsdiagramm für Druckfedern aus warmgeformten Edelstahl nach DIN 17221

- Um Ausknicken zu vermeiden, sollten längere Federn durch Hülsen und Dorne geführt werden. Dabei ist zu beachten, dass sich beim Zusammendrücken der Windungsdurchmesser vergrößert.

-Für das Blocksetzen gilt folgende Abschätzung:
$$D_a \approx \sqrt{D_e^2 + 0,1 * \left(\frac{l_0 + d * (n_{ges} - n)}{n} \right)^2}$$



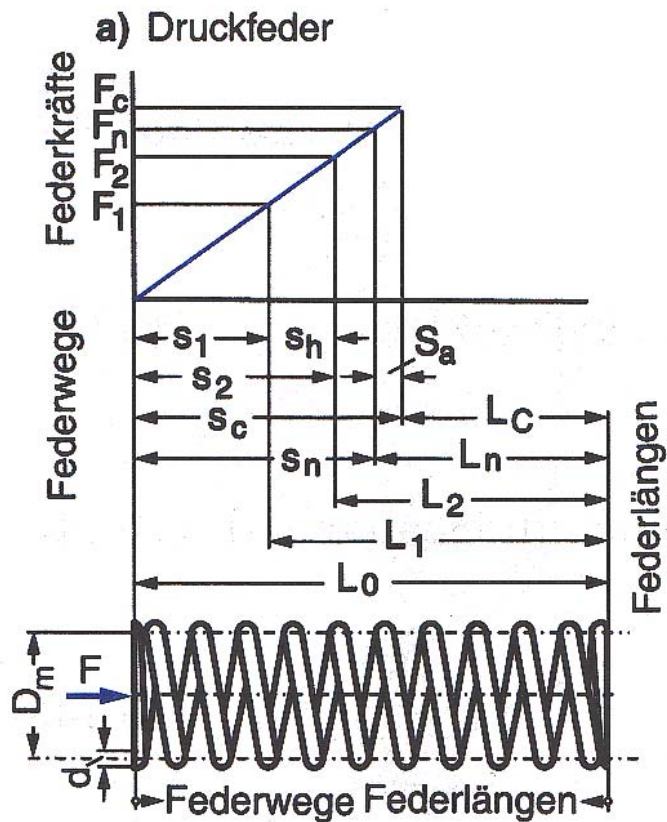
Vorrichtung für Waage mit vorgespannter Druckfeder

- Eine Federung bis zum Blocksetzen bewirkt Zusatzbeanspruchungen durch den Druck der aufeinanderliegenden Windungen. Deshalb soll bei Schraubendruckfedern die größte Betriebskraft nur so groß sein, dass ein Mindestfederweg s_a erhalten bleibt, der sich folgendermaßen berechnen lässt.

- für kalt geformte Federn:
$$s_a = n * \left(0,0015 * \frac{D_m^2}{d} + 0,1 * d \right)$$

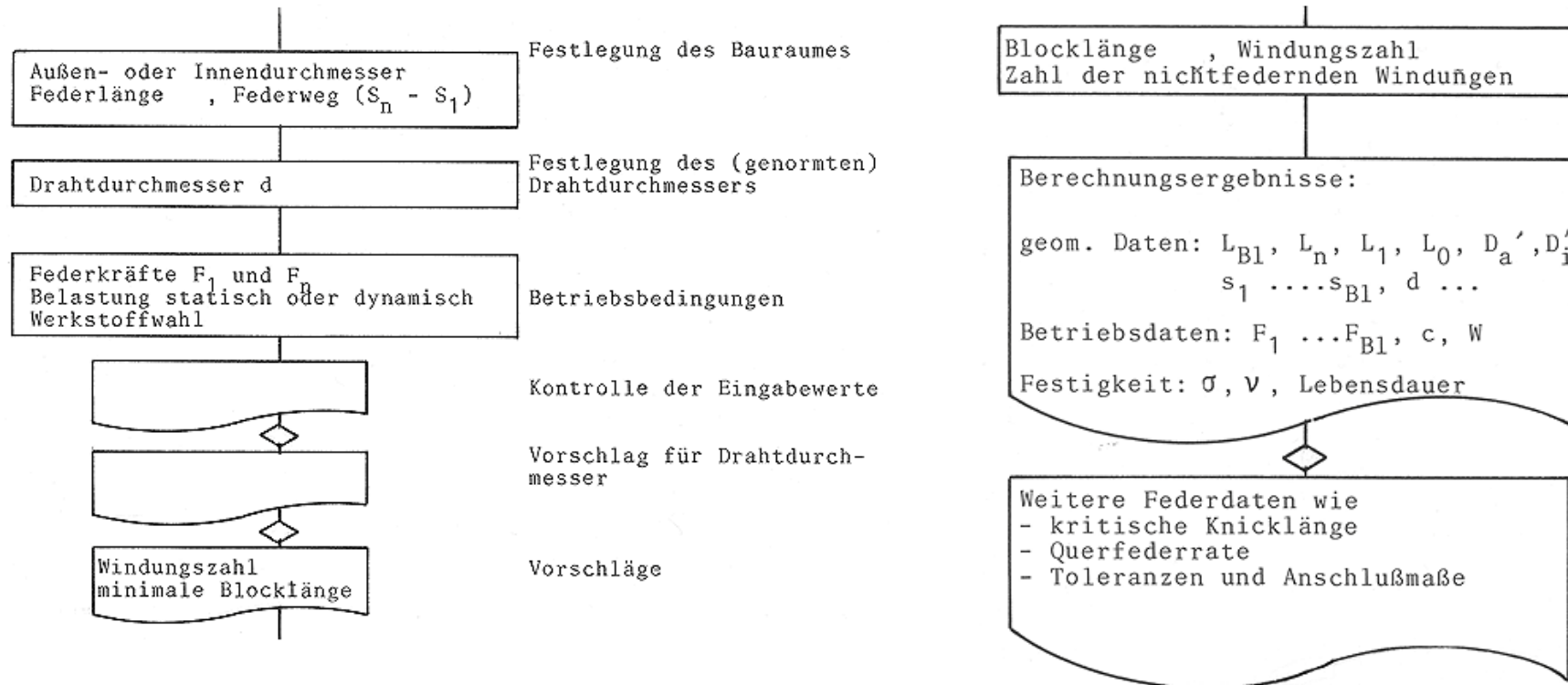
- für warmgeformte Federn:
$$s_a = 0,02 * n * (D_m + d)$$

- Grundlage für die Auslegung von Druckfedern stellt das Federdiagramm dar, welches Kraft-Längenverhältnisse abbildet. Die Auswahl von Federn geschieht im Allgemeinen für einen bestimmten Arbeitsbereich.



Auslegung von Schraubendruckfedern

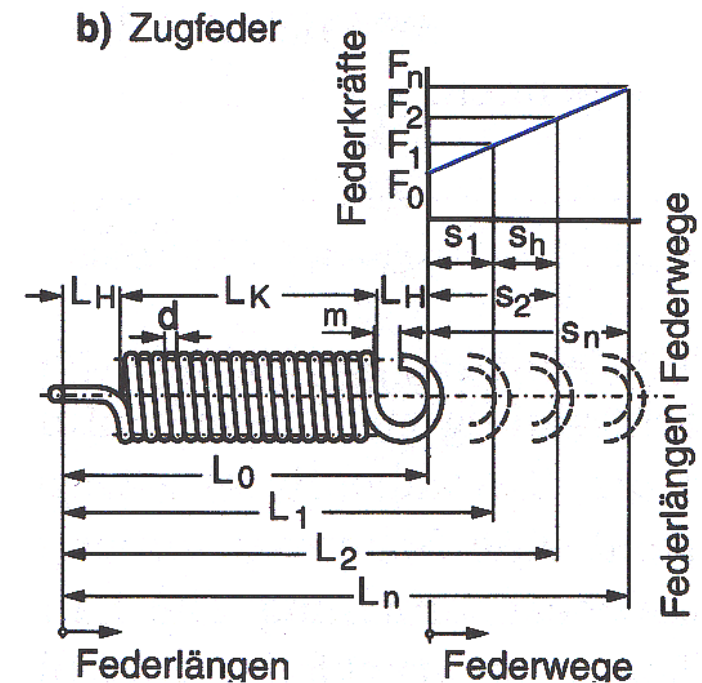
- durch Konstruktion gegeben:
- durch Arbeitsbedingungen gegeben:
- Durch die Federkonstruktion gegeben:
- Variabel und zu optimieren sind:
- Zusatzbedingungen:



Ablauf der Federberechnung

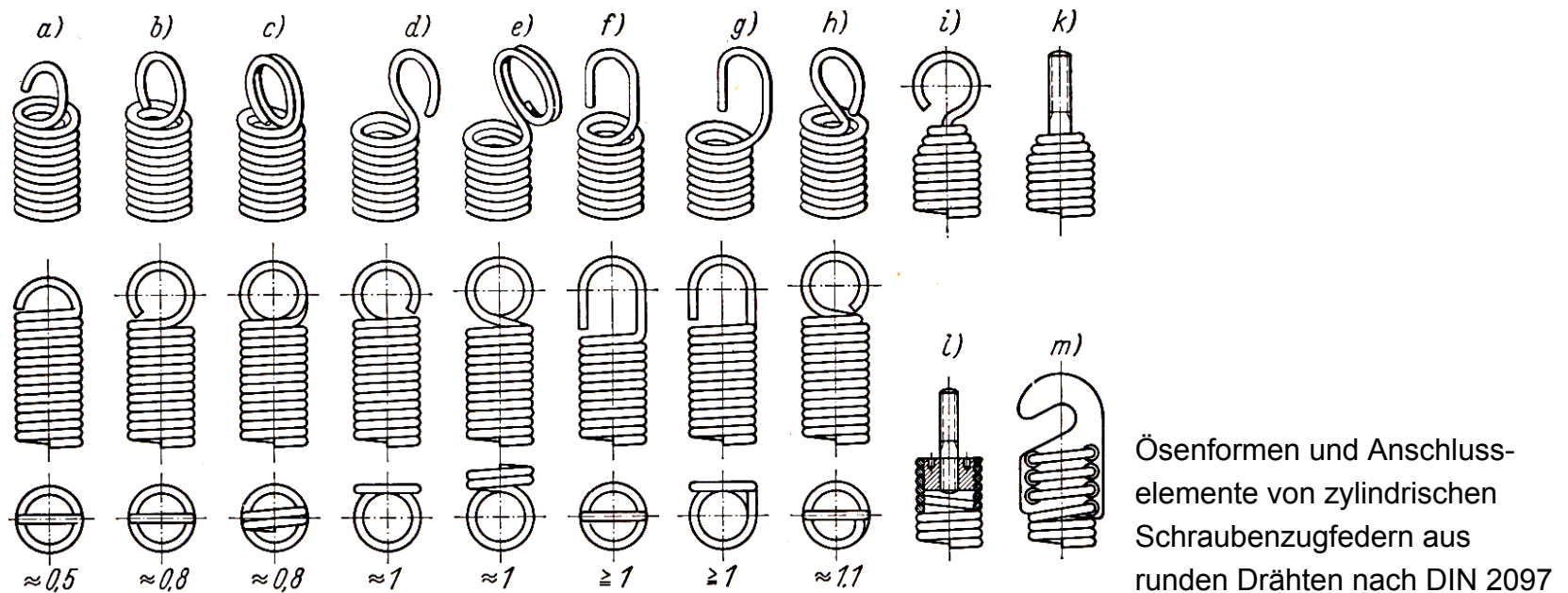
Konstruktive Ausführung als Schraubenzugfedern

- Diese Art der Schraubenfedern werden aus dem selben Material wie die Druckfedern hergestellt. Jedoch weisen Sie Besonderheiten auf:
 - Sie weisen eine Vorspannung F_0 auf.
 - Zur Lastaufnahme müssen an den Federenden Haken und Ösen angebracht werden.



Federdiagramm für
zylindrische Schraubenzugfedern

- Die Ösenanschlüsse stellen meist die kritischen Stellen dar, da sie infolge der Kaltverformung vorgeschädigt sind. Optimierung der Krafteinleitung erfolgt durch die in den Varianten l) und m) dargestellten Anschlusselementen.



- Unter Berücksichtigung der Vorspannkraft erfolgt die Auslegung von Schraubenzugfedern analog zur Berechnung der Schraubendruckfedern.

- Die Grenzscherubspannung beträgt:
 - für kaltgeformte Zugfedern:
 - für warmgeformte Zugfedern:
- Für Schraubenzugfedern gibt es keine Dauerfestigkeitsdiagramme, da die Zugfedern an den Ösen versagen.

Weitere Ausführungen von Schraubendruckfedern

