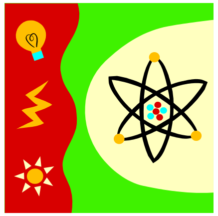
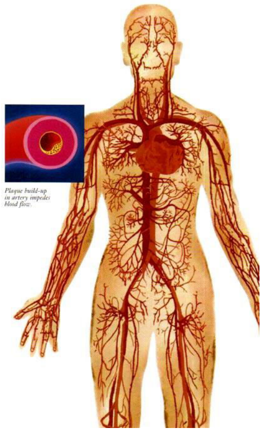


BIOPHYSIK

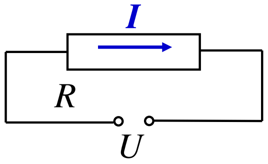
14. Vorlesung

Transportprozessen: Strömungsmechanik + Diffusion Allgemeine Beschreibung

- Elektrischer Ladungstransport (elektr. Strom)
- Volumentransport (Strömung von Flüssigkeiten und Gasen)
- Strofftransport (Diffusion)
- Wärmetransport (Wärmeleitung)
- Allgemeine Beschreibung von Transportprozessen
- Energetische Beziehungen der Transportprozessen



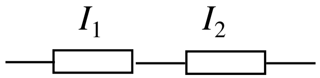
Elektrischer Ladungstransport



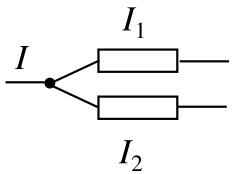
Elektrische Stromstärke (I):

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad [I] = \frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A (Amper)}$$

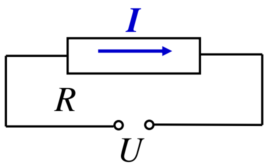
Kirchhoffsche Gesetze:



$$I_1 = I_2$$



$$I = I_1 + I_2$$



Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

Spannung

Widerstand

$$\left([U] = \text{V}; \quad [R] = \Omega \right)$$

$$R = \rho \frac{\Delta l}{A}$$

Länge

spezifischer Widerstand

Querschnittsfläche

$$U = \rho \frac{\Delta l}{A} I$$

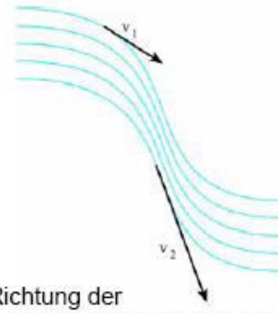
$$I = \frac{1}{\rho} A \frac{U}{\Delta l}$$

$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}}$$

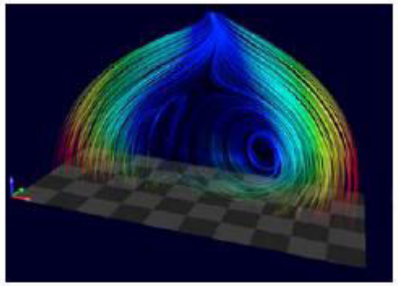
spezifische Leitfähigkeit

elektr. Potentialdifferenz

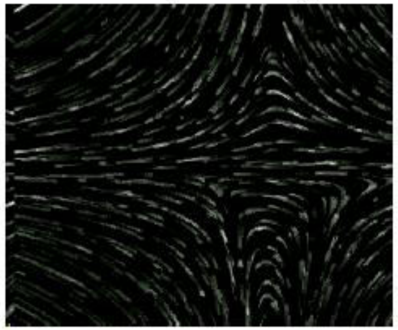
Strömungen von Flüssigkeiten und Gasen



Die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit wird von der Tangente der Stromlinien in einem gegebenen Punkt, die Höhe der Geschwindigkeit wird von der Dichte der Stromlinien angezeigt.



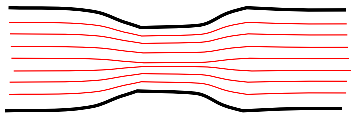
Stromlinien, Strömungsbild



Einige Grundbegriffe

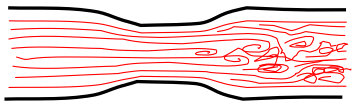
stationäre Strömung: zeitunabhängig

laminäre



$v \le v_{\text{krit}}$

turbulente



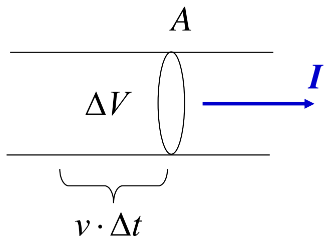
$v > v_{\text{krit}}$

$$\left(v_{\text{krit}} = \text{Re} \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r} \right)$$

laminäre Strömung

Volumenstromstärke (o. Strömungsintensität, I):

$$\boxed{I = \frac{\Delta V}{\Delta t}} \qquad [I] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = A \cdot v$$

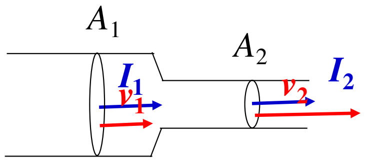
$$\boxed{I = A \cdot \bar{v}}$$

Messung von I:

- Ultraschall-Doppler
- elektromagnetischer Strommesser
- Laser-Doppler

Kontinuitätsgleichung

folgt aus dem Massenerhaltungsatz



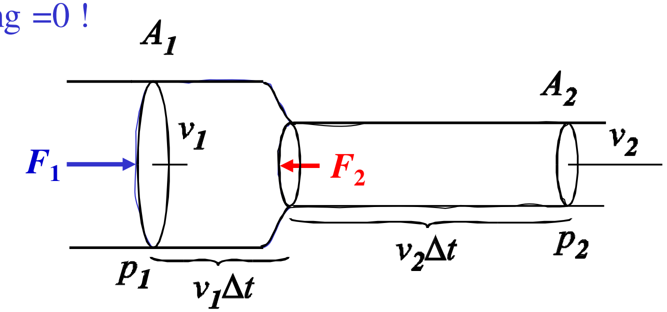
$$I_1 = I_2$$

$$\boxed{A_1 \cdot \overline{v_1} = A_2 \cdot \overline{v_2}}$$

Gefäß	A (cm²)	v (cm/s)
Aorta	4	30
Arterien	12	10
Arteriolen	600	0,2
Kapillaren	3000	0,04
Venolen	1000	0,12
Venen	30	4

Ideale Flüssigkeiten

innere Reibung =0 !



$$W = \Delta E_{\text{kin}}$$

$$p_1 \cdot \cancel{A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t} - p_2 \cdot \cancel{A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t} = \frac{1}{2}(\rho \cdot \cancel{v_2 \cdot \Delta t \cdot A_2}) \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}(\rho \cdot \cancel{v_1 \cdot \Delta t \cdot A_1}) \cdot v_1^2$$

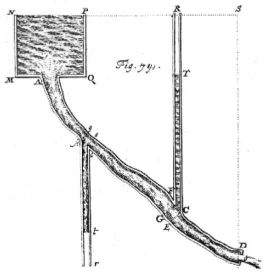
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2$$

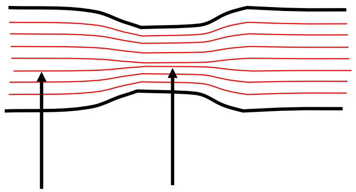
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2$$

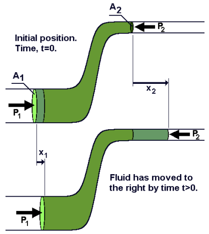
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 = \text{konstant}}$$

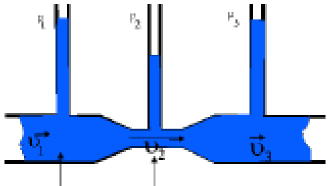
Bernoullisches Gesetz

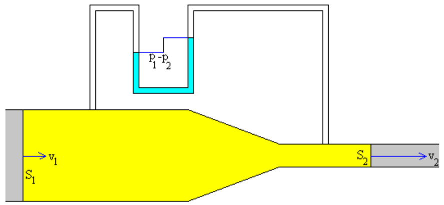
Konsequenz des Bernoullischen Gesetzes



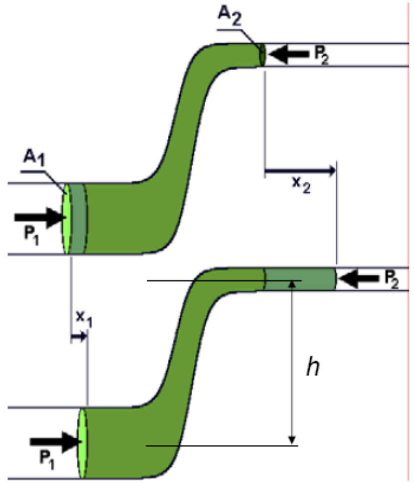








Strömung im Graviationsfeld



statischer Druck

dynamischer Druck (Staudruck)

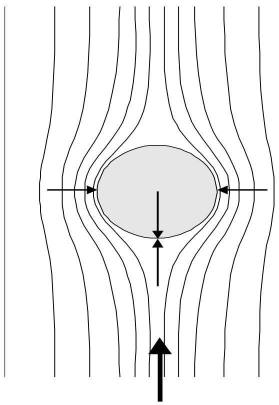
Schweredruck (Potentialdruck)

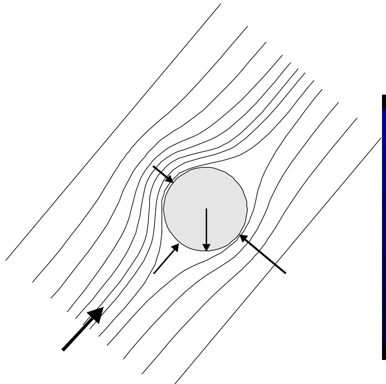
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho g h = \text{konstant}}$$

Bernoulli-Gesetz

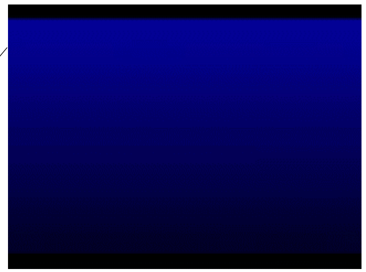
Die Summe aus Potential-, Stau- und statischem Druck ist überall gleich

Demonstration des Bernoullischen Gesetzes





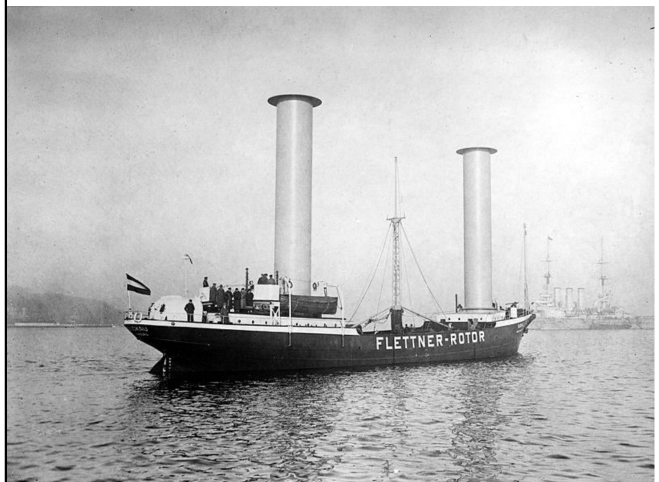
Magnus effect

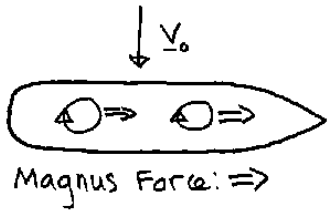


Magnus effekt
http://www.youtube.com/watch?v=yZlFnK0EOu8

Magnus Effekt

- **Anton Flettner** (* 1. November 1885 in Eddersheim bei Frankfurt am Main; † 25. Dezember 1961, erfinder)
- MS Buckau, 1924, erstes Schiff mit Flettner-Rotoren

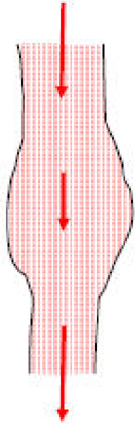


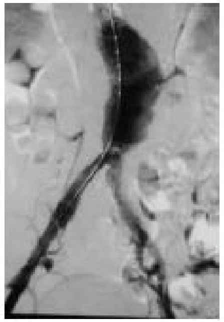


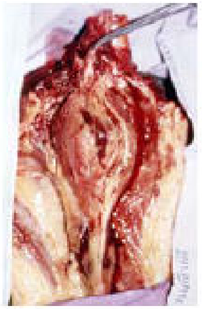
Ärztliche Konsequenzen des Bernoulli-Gesetzes

- Entstehung von Aneurysmen

Erweiterung →
langsamere Strömung →
erhöhte Druck →
Erweiterung →



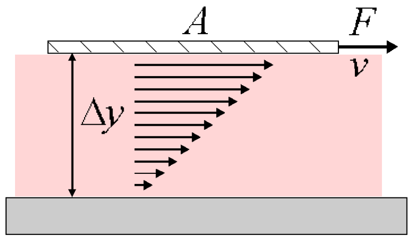




- Plasma „skimming"

Reelle Flüssigkeiten

innere Reibung !



Newtonsches Reibungsgesetz:

$$\boxed{F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta y}}$$

Viskosität (innerer Reibungskoeff)

Geschwindigkeitsgradient

$[\eta] = \mathrm{Pa \cdot s}$

Viskosität (Innerer Reibungskoeffizient)

hängt von mehreren Faktoren ab:

- Temperatur $\left(\eta \propto \frac{1}{T} e^{\frac{\Delta E}{RT}}\right)$ Newtonsche (normale) Flüssigkeit
- Geschwindigkeitsgradient nicht-Newtonsche (anomale) Flüssigkeit

Viskosität für verschiedene Flüssigkeiten

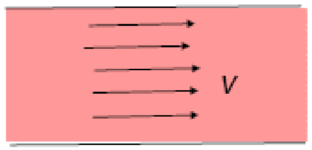
Flüssigkeit	η [mPa s]
Quecksilber	1.554
Diäthyläther	0.24
Benzol	0.648
Wasser	1
Blut	4
Rizinusöl	990
Glycerin	1480

Die Viskosität des Wassers

t [°C]	0°	10°	20°	30°	50°	70°	100°
η [mPa s]	1.792	1,397	1.002	0.798	0.548	0.404	0.283

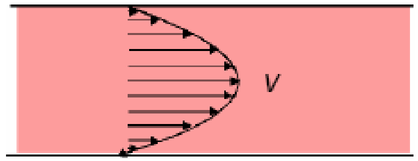
Konsequenzen der inneren Reibung

ideale Flüssigkeit

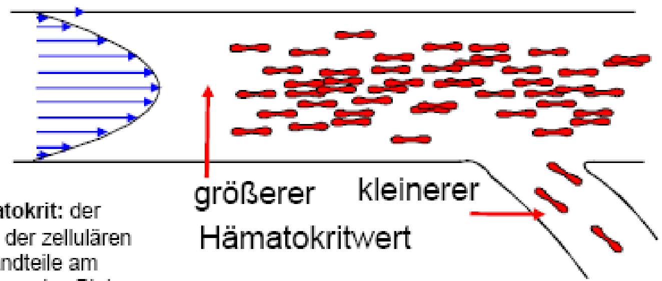


keine Reibung

reelle Flüssigkeit



parabolisches Geschwindigkeitsprofil



„skimming"

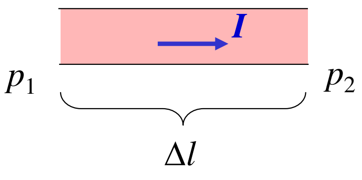
größerer kleinerer Hämatokritwert

„zellfreies" Plasma

Hämatokrit: der Anteil der zellulären Bestandteile am Volumen des Blutes

Hagen-Poiseuillesches Gesetz

Druckinhomogenitäten lösen Strömungen aus! Die Volumenstromstärke ist proportional zu dem Druckgradient:



$(p_1 > p_2)$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}}$$

Gültigkeitsbedingungen (!):

- laminäre Strömung,
- stationäre Strömung,
- starre Röhre,
- Newtonsche Flüssigkeit.

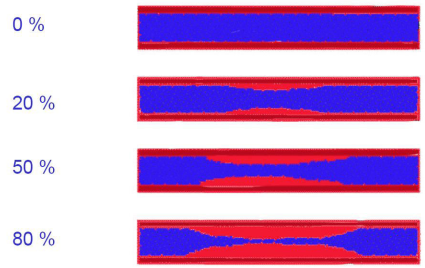
Anwendung des H-P Gesetzes an die Blutströmung

- laminäre Strömung?
- stationäre Strömung?
- starre Röhre?
- Newtonsche Flüssigkeit? Blut

Obwohl nicht exakt, doch ist das H-P Gesetz annähernd anwendbar an die Blutströmung!

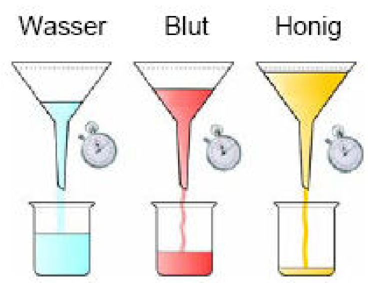
Regulierung der Blutströmung:

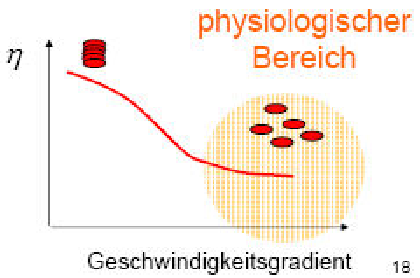
- Δp
- η
- $\boxed{r^4}$



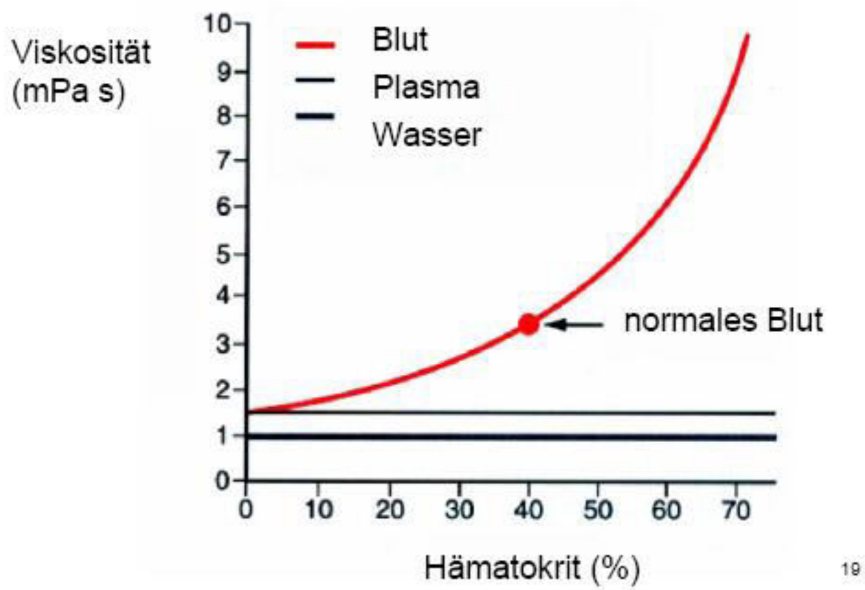
Viskosität des Blutes

- $\eta_{\text{Wasser}} \cong 1$ mPas $\rightarrow$
  $\eta_{\text{Plasma}} \cong 1{,}5$ mPas $\rightarrow$
  $\eta_{\text{Blut}} \cong 1{,}5\text{-}4$ mPas
- Hämatokritwert: Mass für die Zähflüssigkeit des Blutes
- Temperatur
- Geschwindigkeitsgradient:
  - ~ Geschwindigkeit
  - ~ Volumenstromstärke
  - ~ Druckabfall





Viskosität von Blut, Plasma und Wasser



Analogie zw. Strömung und elektrischem Strom

Volumentransport		elektr. Ladungstransport
$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$

Was verursacht den Transport? Druckgradient: $\frac{\Delta p}{\Delta l}$ $\longleftrightarrow$ el. Pot.gradient: $\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$

$p \longleftrightarrow \varphi$

Was strömt? Volumen: V $\longleftrightarrow$ el. Ladung: Q

$\frac{\Delta V}{\Delta t} \longleftrightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{1}{8\pi}\frac{1}{\eta}\left(r^2\pi\right)^2 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

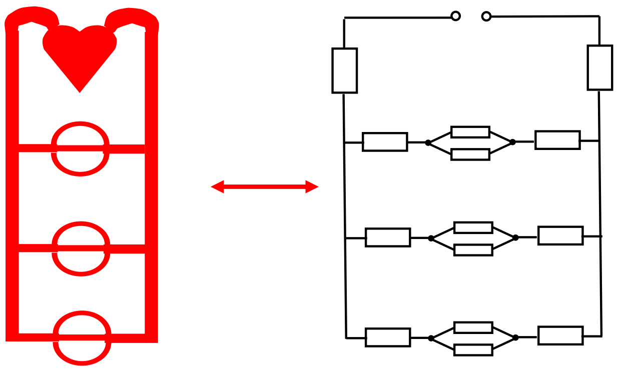
$A^2 \longrightarrow\longleftarrow A$

Analogie zw. Strömung und elektrischem Strom

Volumentransport		elektr. Ladungstransport
$\Delta p = -8\pi\eta \frac{\Delta l}{A^2}\frac{\Delta V}{\Delta t}$	$\longleftrightarrow$	$\Delta \varphi = U = -R \cdot I$
$R_{\text{Strömung}} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{A^2}$	$\longleftrightarrow$	$R_{\text{elektr}} = \rho \frac{\Delta l}{A}$

$A^2 \longrightarrow\longleftarrow A$

Analogie zw. Blutkreislauf und elektrischem Stromkreis



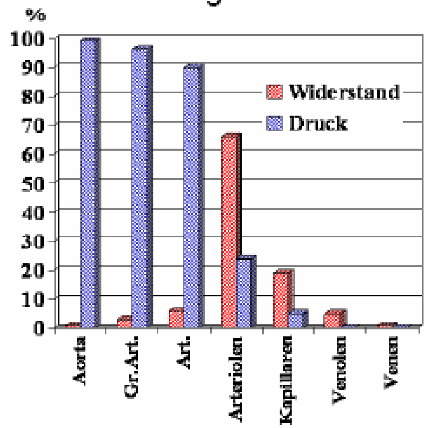
Rechnungen aufgrund der Analogie:

Verteilung des Strömungswiderstandes und des Druckabfalles im dem Blutkreislauf

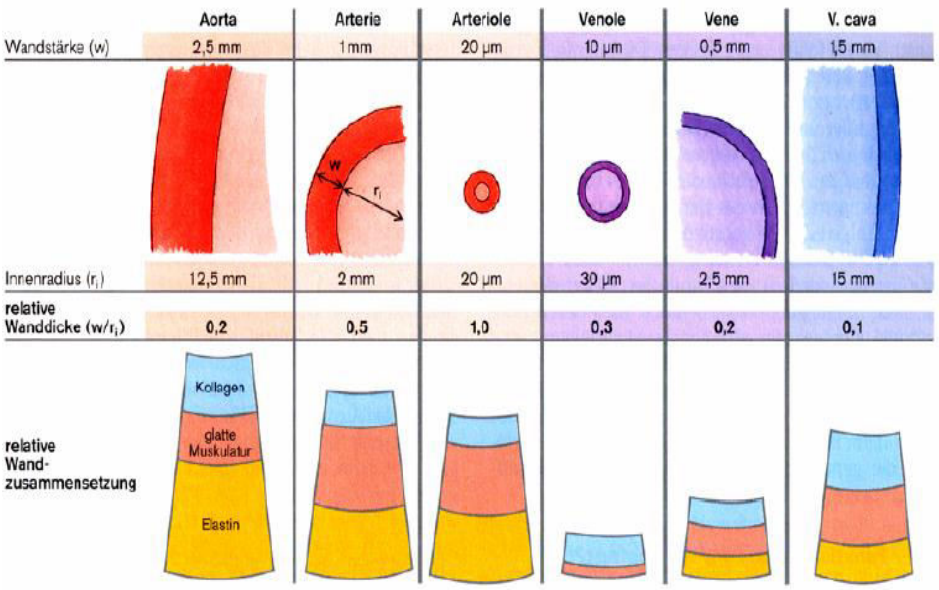
Daten:

Adertyp	Anzahl	Länge (cm)	Gesamt querschnitt (cm^2)
Aorta	1	40	3
Groß-arterien	40	20	6
Arterien	2000	5	15
Arteriolen	$4 \cdot 10^7$	0,2	130
Kapillaren	$5 \cdot 10^9$	0,1	1500
Venolen	$8 \cdot 10^7$	0,2	600
Venen	1200	5	40

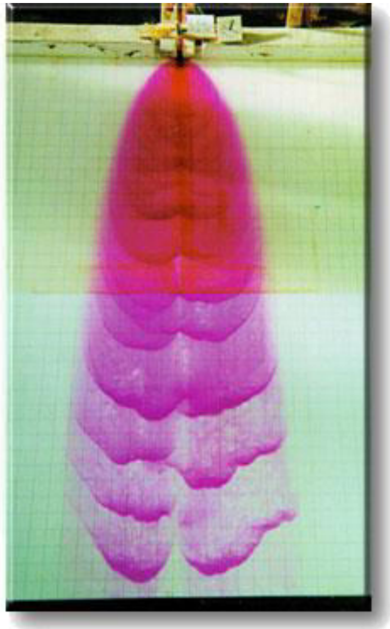
Ergebnis:

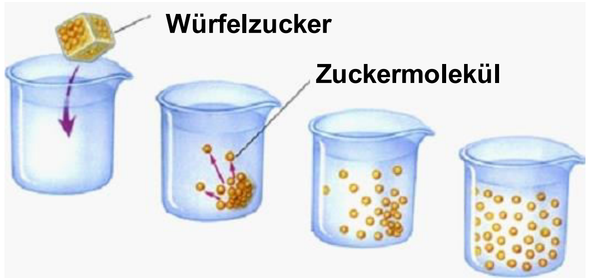


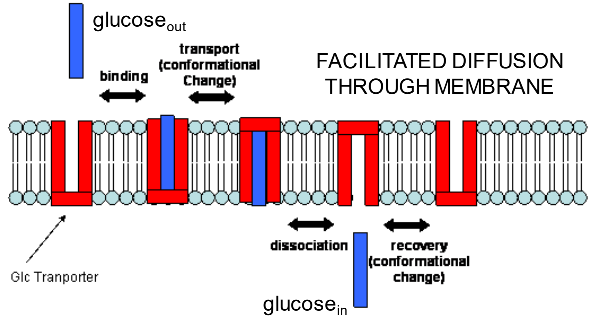
Daten der Gefäßsegmente



Diffusion (Stofftransport)

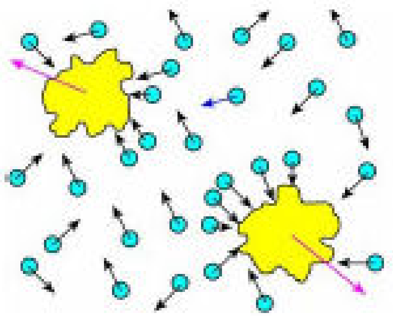






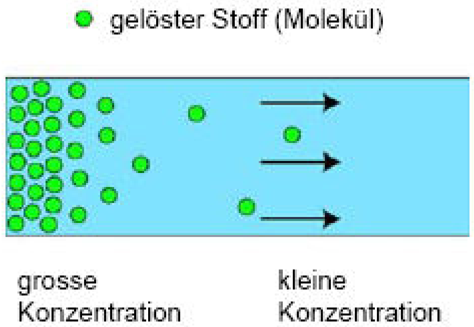
Brownsche Bewegung

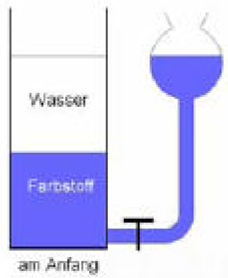
Robert Brown (1827) mikroskopische Untersuchung einer Pollensuspension: unregelmäßige Zickzackbewegung der Blumenstaubkörnchen im Wasser.

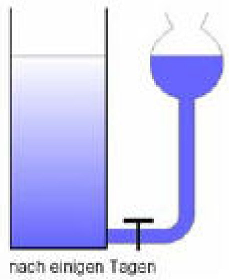


Diese **brownsche Bewegung** ist die sichtbare Folge der unregelmäßigen Stöße durch im Mikroskop nicht sichtbare Moleküle.

Konzentrationsinhomogenitäten lösen Diffusion aus



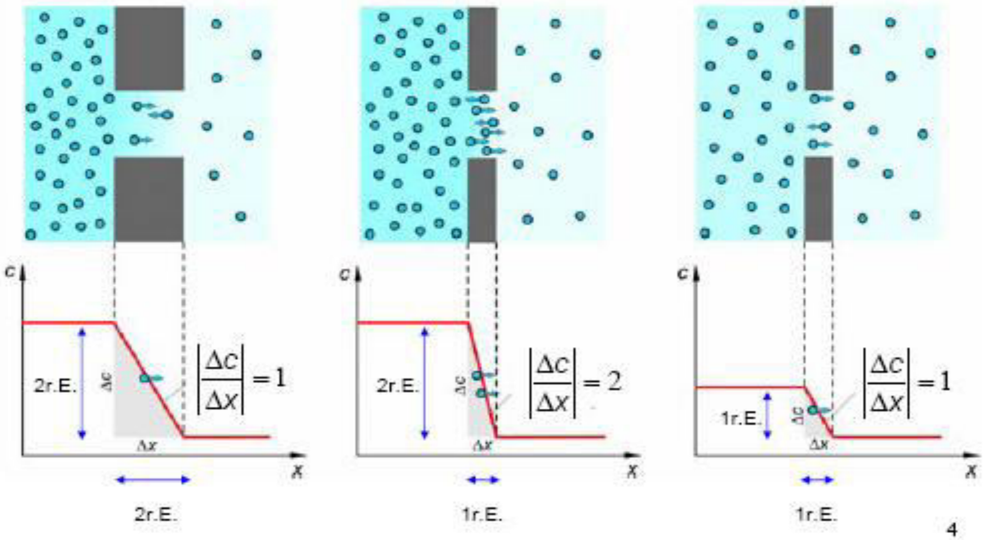




Diffusion (ausgiessen, verstreuen, ausbreiten):

Konzentrationsausgleich durch thermische Bewegung der Teilchen bis zur homogenen Verteilung.

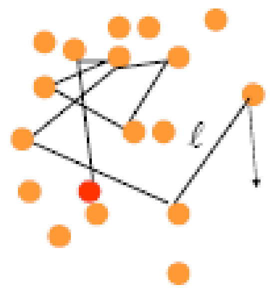
Charakteristik der Konzentrationsinhomogenität: Konzentrationsgradient



Diffusions-stromstärke (I): $\boxed{I = \frac{\Delta \nu}{\Delta t}}$ $[I] = \frac{\text{mol}}{\text{s}}$

ν : Stoffmenge, $[\nu] = \text{mol}$

Molekulare Beschreibung der thermischen Bewegungen:

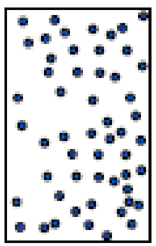


- Geschwindigkeit des Teilchens: v
- mittlere freie Weglänge zwischen zwei Zusammenstößen : ℓ
- mittlere Zeitspanne zwischen zwei Zusammenstössen: τ

$$\ell = v\tau$$

Wiederholung

Gase

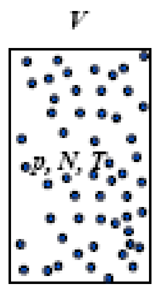


- keine Struktur, „Unordnung"
- freie Bewegung
- weder Form-, noch Volumenstabilität
- Isotropie

Ideales Gas:

- punktförmige Teilchen (Atome, Moleküle)
- keine Wechselwirkung zw. Teilchen mit der Ausmahme der elastischen Stöße

(Wiederholung)



Ideales Gasgesetz: $pV = NkT$

Druck, Volumen, Teichenzahl, Temperatur

Boltzmann-Konstante $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K

$p = nkT$ Teilchendichte

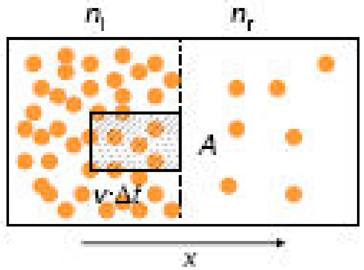
Kinetische Deutung des Druckes:

Stöße der Teilchen mit der Wand → Druck ⇨ $p \sim E_{kin}$

kinetische Wärmetheorie

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

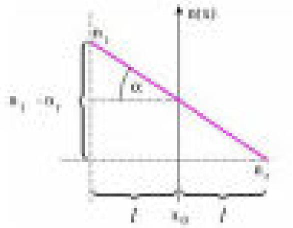
1. Ficksches Gesetz



In einer Zeitspanne von Δt:

$$\Delta N = N_l - N_r = \frac{1}{6} v \cdot \Delta t \cdot A(n_l - n_r)$$

$$n_l - n_r = -\frac{\Delta n}{\Delta x} \cdot 2\ell$$



$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{1}{6} v \cdot A \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x} \cdot 2\ell = -\frac{1}{3} v\ell \cdot A \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{1}{3} v\ell \cdot A \cdot \frac{\Delta n}{\Delta x} \quad \Big| \div N_A$$

Die Diffusionsstromstärke ist proportional zu dem Konzentrationsgradienten.

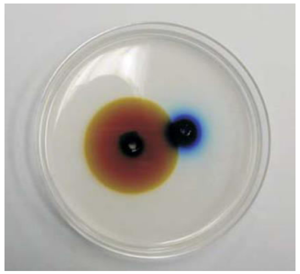
D: Diffusionskoeffizient (m^2/s)

$$\boxed{\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -D \cdot A \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x}}$$ 1. Ficksches Gesetz

Awendung: Konzentrationsgradient nicht hängt von der Zeit ab (stationäre Diffusion)

z. B. Diffusion in einer Zelle (die abschwächende Konzentration kann zurückgestellt werden durch Enzymreaktionen)

Diffusionskoeffizient



D hängt von der

- Temperatur (T),
- Grösse der Teilchen (z. B. Radius, r),
- Viskosität des Mediums (η) ab.

Für kugelförmige Teilchen:

$$\boxed{D = \frac{kT}{6\pi\eta r}}$$

Einstein – Stokes Formel

eta = dynamische Viskosität

z.B. D (m^2/s):

CO_2 in Luft (20 °C)	**$1{,}8\cdot10^{-5}$**
O_2 in Luft (20°C)	**$2\cdot10^{-5}$**
O_2 in Wasser (20 °C)	**$1\cdot10^{-9}$**
Glicin in Wasser (20 °C)	**$9\cdot10^{-10}$**
Plasmaalbumin in Wasser (20 °C)	**$6\cdot10^{-11}$**

2. Ficksches Gesetz

nichtstationäre Diffusion

verallgemeinerte Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\Delta c}{\Delta t} = -\frac{\Delta J_\nu}{\Delta x}$$

1. Ficksches Gesetz

$$J_\nu = \frac{\Delta I}{\Delta A} = \frac{1}{A}\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$$\boxed{\frac{\Delta c}{\Delta t}} = -\frac{\Delta\left(-D\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \boxed{D\frac{\Delta^2 c}{\Delta x^2}}$$

$$\frac{\Delta c}{\Delta t} = D\left(\frac{\Delta^2 c}{\Delta x^2} + \frac{\Delta^2 c}{\Delta y^2} + \frac{\Delta^2 c}{\Delta z^2}\right)$$

allgemein, 3 Raumrichtungen

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}\right)$$

partielle Differenz

Die allgemeine Lösung

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}\right)$$

In 1 Dimension die Lösung:

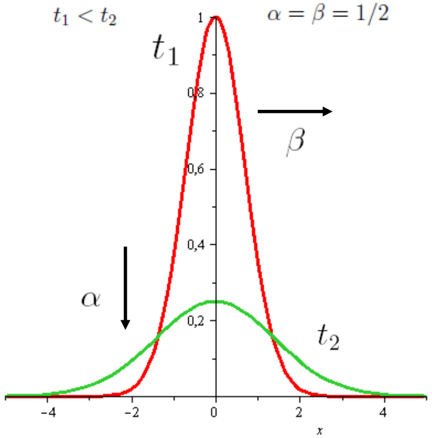
$$c(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} e^{\left(-\frac{x^2}{4t}\right)}$$

Die Gauss oder Glocken Kurve

steht auf 10 DM Schein

Es ist eine Art „selbst-Ähnliche Lösung" die Form bleibt erhalten

$$u(x,t) = t^{-\alpha} f(x/t^{\beta})$$



selbst-Ähnliche Lösungen sind mein

Analogie zw. Strömung und elektrischem Strom

	Volumentransport		elektr. Ladungstransport
	$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Was verursacht den Transport?	Druckgradient: $\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\longleftrightarrow$	el. Pot.gradient: $\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
	p	$\longleftrightarrow$	φ
Was strömt?	Volumen: V	$\longleftrightarrow$	el. Ladung: Q
	$\frac{\Delta V}{\Delta t}$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$

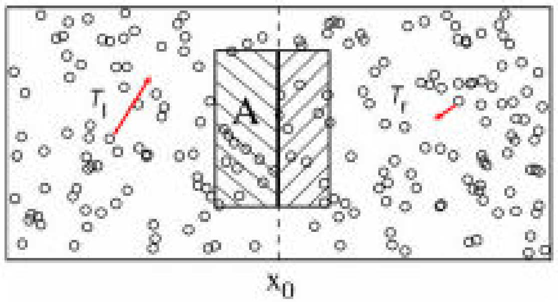
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{1}{8\pi}\frac{1}{\eta}\left(r^2\pi\right)^2 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

$$A^2 \longrightarrow \longleftarrow A$$

Analogie zw. Strömung und Diffusion

		Volumentransport		Stofftransport	
H-P		$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -D A \frac{\Delta c}{\Delta x}$	1. F.
Was verursacht den Transport?	**Druckgradient**	$\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\Delta c}{\Delta x}$	**Konzentrations-gradient:**
		p	$\longleftrightarrow$	c	
Was strömt?	**Volumen:**	V	$\longleftrightarrow$	ν	Stoffmenge
		$\frac{\Delta V}{\Delta t}$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\Delta \nu}{\Delta t}$	

Thermodiffusion



$$n_l = n_r, \quad T_l > T_r$$

$$J_\nu = -L_T \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

L_T gibt an, wie groß die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit diffundierte Stoffmenge ist, wenn der Temperaturgradient eine Einheit betrug.

Chemisches Potential

Diffusion ist getrieben durch **Konzentrationsunterschiede** und durch **Temperaturunterschiede.** Beide Faktoren sind zusammengefasst in dem chemischen Potential (μ):

$$\boxed{\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0}} \qquad \left(c_0 = 1 \text{ mol/L, so } \quad \mu = \mu_0 + RT \ln c \right)$$

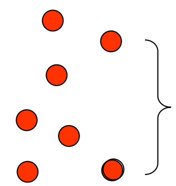
$$[\mu] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$$

chemisches Normalpotential

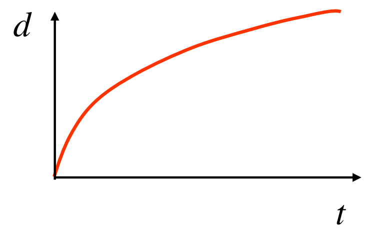
Statt des Konzentrationsgradienten ist die richtige Triebkraft der chem. Potentialgradient: $\dfrac{\Delta\mu}{\Delta x}$

Wie weit gelangen die Teilchen durch die thermische Bewegung?

Zufälliges „Streifen”



$$\boxed{d \approx \sqrt{3D \cdot t}}$$

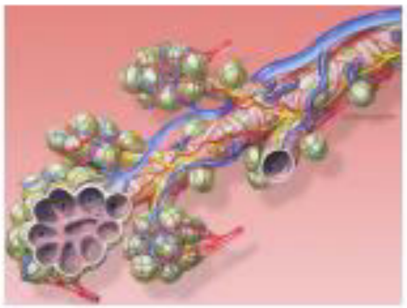


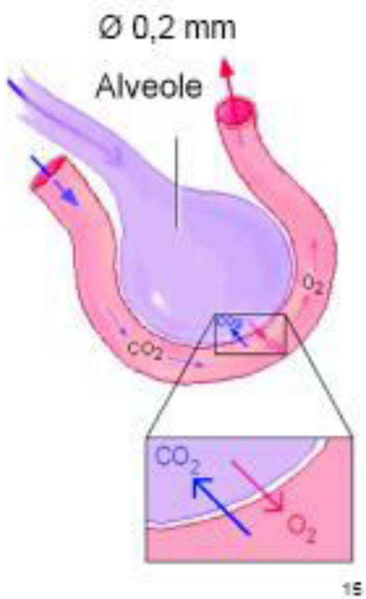
z.B. Diffusion von O_2 im Gewebe:

d	***t***
0,5 mm	**80ms**
1 cm	**9 h**
1 m	**11 Jahre**

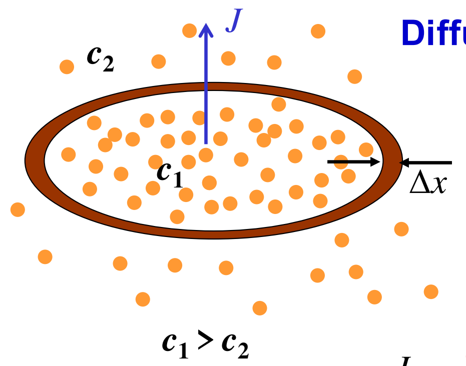
!

Die **Alveolen** sind die strukturellen Elemente der Lunge, in denen bei der Atmung der Gasaustausch zwischen Blut und Alveolarluft durch Diffusion erfolgt.





Diffusion durch eine Membrane



Diffusionsstromdichte (J):

$$\boxed{J = \frac{I}{A}} \qquad [J] = \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2}$$

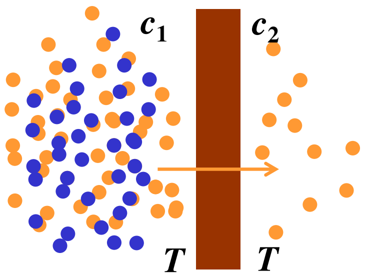
$$I = \frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -D \cdot A \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$$J = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -p \cdot \Delta c$$

$$\boxed{J = -p \cdot \Delta c}$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

Diffusion von Ionen durch eine Membrane



- Kation$^+$ — mobil
- Anion$^-$ — immobil (p = 0)

$c_1 > c_2$

$\mu_1 > \mu_2$

$\varphi_1 < \varphi_2$

Im Gleichgewicht:

$$F_{\text{elektr.}} + F_{\text{chem}} = 0$$

$$F \cdot \frac{\Delta\varphi}{\cancel{\Delta x}} = -\frac{\Delta\mu}{\cancel{\Delta x}}$$

F= 96500 C/mol
Faraday-Konstante

$$\Delta\varphi = \frac{1}{F}(\mu_1 - \mu_2)$$

$$= \frac{1}{F}(\cancel{\mu_0} + RT\ln c_1 - \cancel{\mu_0} - RT\ln c_2)$$

$$= \frac{1}{F}RT(\ln c_1 - \ln c_2)$$

$$\Delta\varphi = \frac{RT}{F}\ln\frac{c_1}{c_2}$$

Das elektrochemische Potential

Das chemische Potential treibt K-Ionen nach aussen.
Das elektrische Potential hält Kationen in der Zelle zurück.

$$F \cdot \Delta\varphi = -\Delta\mu$$

$$F \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = -(\mu_2 - \mu_1) = \mu_1 - \mu_2$$

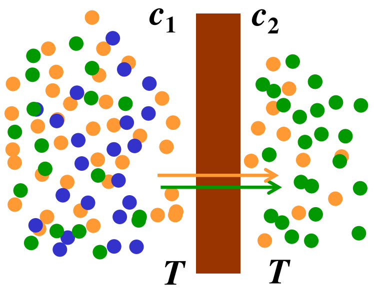
$$\mu_2 + F \cdot \varphi_2 = \mu_1 + F \cdot \varphi_1$$

$$\mu^e = \mu + F \cdot \varphi \qquad \mu^e = \mu + z \cdot F \cdot \varphi$$

elektrochemisches Potential

Ladungzahl des Ions

Donnan-System



- Kation$^+$ — mobil
- Anion$^-$ — immobil (p = 0)
- Anion$^-$ — mobil

für die mobilen Ionen:

$c_{K,1} > c_{K,2}$

$c_{A,1} < c_{A,2}$

Im Gleichgewicht:

$$\mu^e_{\text{K},1} = \mu^e_{\text{K},2}$$

$$\mu^e_{\text{A},1} = \mu^e_{\text{A},2}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{RT}{F}\ln\frac{c_{\text{K},1}}{c_{\text{K},2}} = \frac{RT}{F}\ln\frac{c_{\text{A},2}}{c_{\text{A},1}}}$$

Donnan-Spannung

ohne Wasser

ein Tag
im Wasser

Osmose

eine Art von Diffusion

Unter Osmose versteht man den Nettofluss von Wasser durch eine Membrane hindurch (frei Diffusion nur für Wasser).

Membrane: eine halbdurchlässige Wand

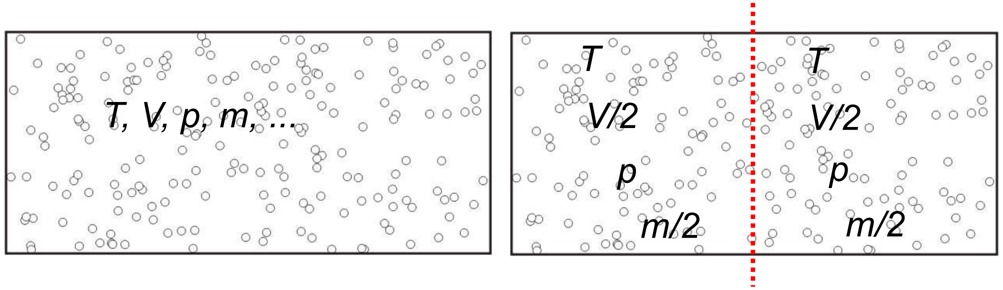
osmotischer Druck:

$$p_{\text{osm}} = c\,RT$$

Onsagersche Gleichung. Energetische Beziehungen

$$\left.\begin{array}{l} -\Delta\varphi = R\cdot I \\[2ex] \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = -\dfrac{\pi}{8}\dfrac{1}{\eta}r^4\dfrac{\Delta p}{\Delta l} \\ \quad\vdots \\ \dfrac{\Delta \nu}{\Delta t} = -D\cdot A\cdot\dfrac{\Delta c}{\Delta x} \end{array}\right\} J = LX$$

Zustandsgrössen sind Grössen, die zur Beschreibung des Zustandes eines stofflichen Systems dienen, *T, V, p, m, ...*



extensive Grösse:
ändert ihren Wert, wenn das System in kleinere Teilsysteme zerlegt wird (*V*, *m*, ...)

intensive Grösse:
behält den Wert, wenn das System in kleinere Teilsysteme zerlegt wird (*T*, *p*, ...)

Prüfungsfrage...

Extensive Grössen

Quantitätsgrössen

die sich mit der Grösse („Extension") des beobachteten Systems ändert

additive Grössen

im Gleichgewicht: kein Transport der extensiven Grösse

während Transport diese Grösse wird transportiert

z.B. V $\qquad \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$ $\qquad \dfrac{1}{A}\dfrac{\Delta V}{\Delta t}$

Volumen, Volumenstromstärke, Volumenstromdichte

Intensive Grössen

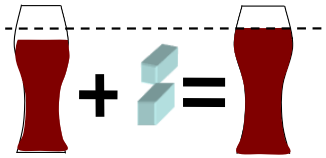
Qualitätsgrössen

im Gleichgewicht für die Teile des Systems und für das Ganze System dieselben sind
↔ **homogene Verteilung**

die **Inhomogenität** der intensiven Grösse verursacht **Transportprozesse**

Ausgleich

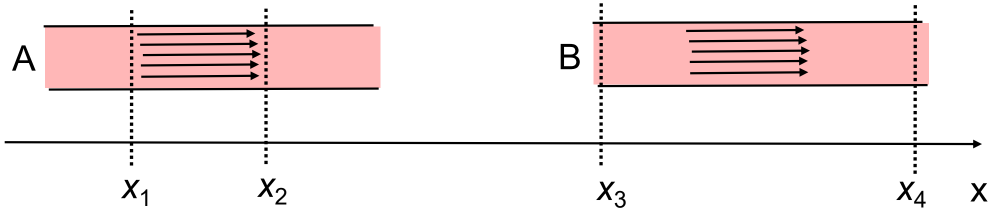
z.B. $p, T, \varphi, \mu, c, \ldots$



T Ausgleich $\Rightarrow$ T intensive Gr.

m addiert sich $\Rightarrow$ m extensive Gr.

Cola + Eis = kalte Cola



$$p(x_1) - p(x_2) = -\Delta p_{(A)} \qquad p(x_3) - p(x_4) = -\Delta p_{(B)}$$

wenn $\quad -\Delta p_{(A)} = -\Delta p_{(B)}$

dann, die Inhomogenität von System A ist grösser als die von System B

die Charakteristik der **Inhomogenität**: $\boxed{\dfrac{\Delta p}{\Delta x}}$

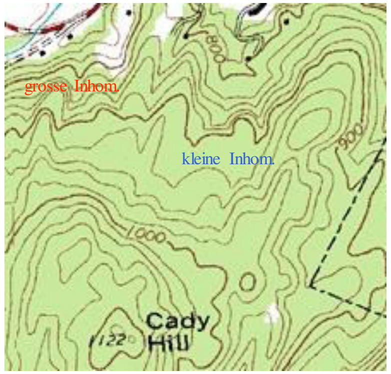
Gradient der intensiven Grösse

Druckgradient

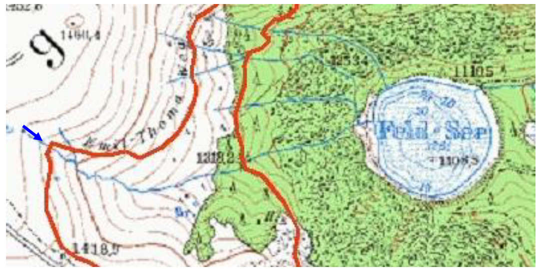
Verbindet man in einem Gravitationsfeld Punkte mit gleichem Gravitationspotential, so erhält man Äquipotentialflächen (Höhenlinien)

Höhenlinien: alle Punkte gleicher Höhe werden durch eine Kurve verbunden,

die Dichte der Höhenlinien representiert die Inhomogenität des Gravitationsfeldes



(-1) × Gradientvektor



Onsager

Verallgemeinerte Beschreibung d. Transportprozesse

Die Inhomogenität einer intensiven Grösse verursacht den Transport der entsprechenden extensiven Grösse.

$$\frac{1}{A}\frac{\Delta(\text{extensive Grösse})}{\Delta t} \sim -\frac{\Delta(\text{intensive Grösse})}{\Delta x}$$

Die **Stromdichte** einer extensiven Grösse (J) und der negativen Gradient der intensiven Grösse (X) sind proportional zueinander

$$\boxed{J = LX}$$

L: Onsager Koeffizient („Leitfähigkeit”)

X: **thermodynamische Kraft**

Zusammenfassung

Wechsel-wirkung	**fliessende extensive Grösse**		**thermodyna mi-sche Kraft**
elektrische	Q (Ladung)	Ohm	$-\frac{\Delta\phi}{\Delta x}$
mechanische	V (Volumen)	Hagen-Pioseuille	$-\frac{\Delta p}{\Delta x}$
chemsiche	ν_i (Stoffmenge)	Fick	$-\frac{\Delta\mu_i}{\Delta x}$
thermische	E (Energie)	Fourier	$-\frac{\Delta T}{\Delta x}$

Zustandsfunktionen

Zustandsfunktion: ihre Grösse eindeutig durch den Zustand des Systems bestimmt ist.

Änderung der Zustandsfunktion ist vom Weg unabhängig.

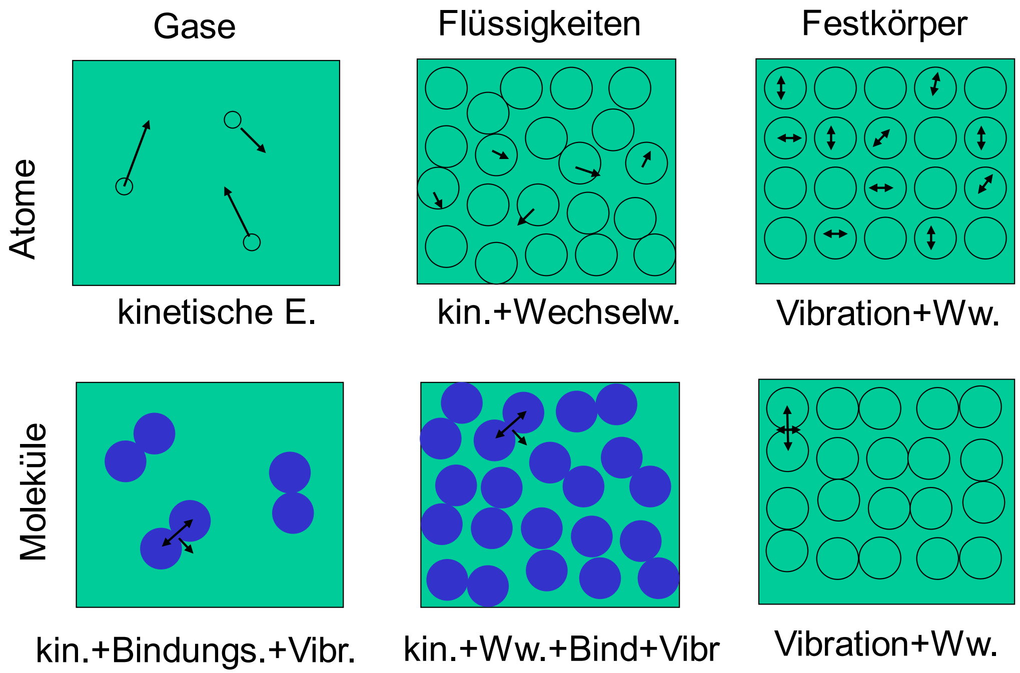
Die hängt nur von den **Anfang**- und **Endzustände** ab.

Die innere Energie

Die innere Energie eines Systems ist die Energie die die Atome/Moleküle besitzen:

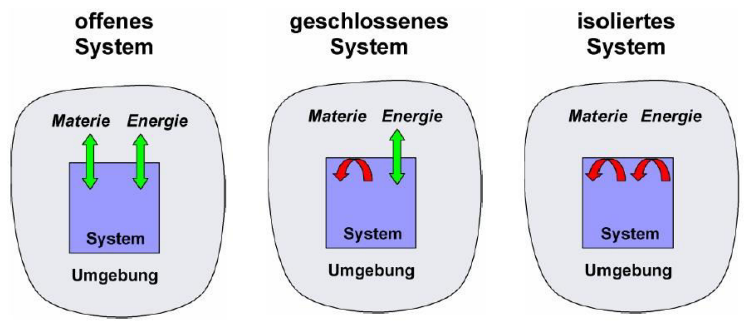
Es ist die Summe der kinetischen Energie +
die potentielle Energie der Atome, die miteinander in Wechselwirkung stehen (d.h. auch die Bindungsenergie)

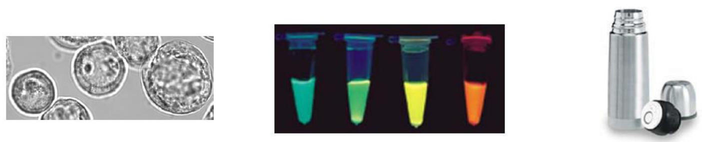
Die innere Energie



Prüfungsfrage…

Verschiedene Arten von thermodynamischen Systemen





einzelne Zelle Reaktionsgefäss Thermoskanne

Prüfungsfrage…

0. Hauptsatz der Thermodynamik (4. Hautpsatz)

Erfahrungstatsache:
Die isolierte Systeme
(ohne Energieabgabe an die "Aussenwelt", oder Energiezufuhr von der "Aussenwelt")
haben im thermischen Gleichgewicht nach ausreichend langer Zeit überall dieselbe Temperatur.

1. Hauptsatz der Thermodynamik
(Satz der Energieerhaltung)

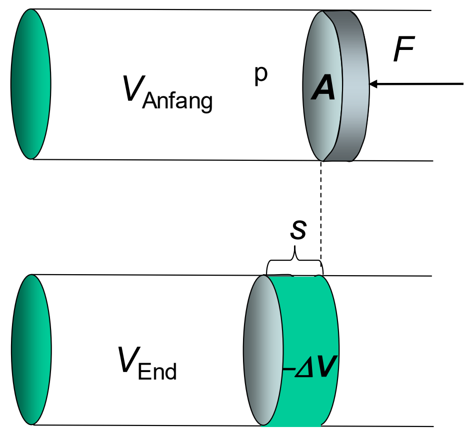
Änderung des Energiegehaltes eines Systems (ΔU) ist gleich der Summe der ausgetauschten Wärmeenergie (Q) und der ausgetauschten mechanischen Energie (d.h. Arbeit W):

$$\boxed{\Delta U = Q + W}$$

Q ist positiv bei Wärmeaufnahme

W ist positiv wenn die Arbeit an dem System geleistet wurde.

Mechanische Arbeit



$\Delta V = V_{End} - V_{Anfang}$

bei Kompression ΔV ist negativ

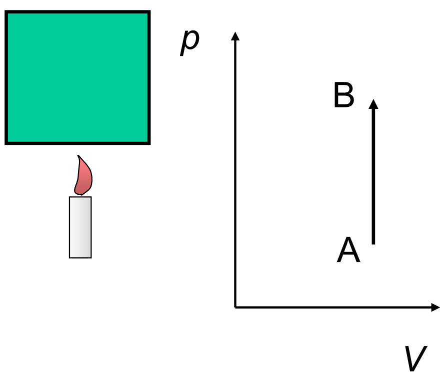
$$W = Fs = \frac{F}{A}\underbrace{As}_{-\Delta V} = -p\Delta V$$

ΔV so klein ist, dass die Änderung von p vernachlässigt werden kann

Isochore Prozesse (V=Konst)

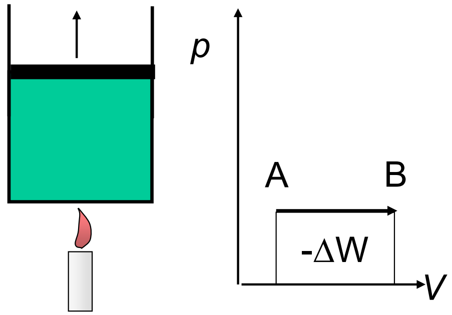
$\Delta U = Q + W$

V=Konst. ⇨ $\Delta V = 0$ ⇨ keine mech. Arbeit $\boxed{\Delta U = Q}$



Isobare Prozesse (p=Konst)

$\Delta U = Q + W$, $\Delta U = Q - p\Delta V$



In den lebenden Systemen laufen die themodynamische Prozesse bei konstantem Druck ab.

Die Enthalpie

Eine andere Zustandsfunktion:

Enthalpie**:** $H = U + pV$

bei isobaren Prozessen:

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(pV) = \Delta U + \underbrace{\cancel{\Delta p V} + p\Delta V}_{\text{bei isobaren Prozessen } \Delta p = 0} = Q - p\Delta V + p\Delta V = Q$$

$\Delta U = Q - p\Delta V$

$$\boxed{\Delta H = Q}$$

Die Entropie

phenomenologische Definition:

$$\boxed{\Delta S = \frac{\Delta Q_{rev}}{T}}$$

Einheit: J/K

„Mass der Anordnung“

zB: Schmelze von Eis bei 0°C:

Eis + Wärme → Wasser

geordneter Kristall (Kristallgitter) — ungeordnete Moleküle

Die statistische Definition der Entropie

$$\boxed{S = k \ln w}$$

k Boltzmannsche Konstante

w thermodynamische Wahrscheinlichkeit des Zustandes

thermodynamische Wahrscheinlichkeit =
Anzahl der Mikrozustände, die zu einem Makrozustand des Systems gehören.

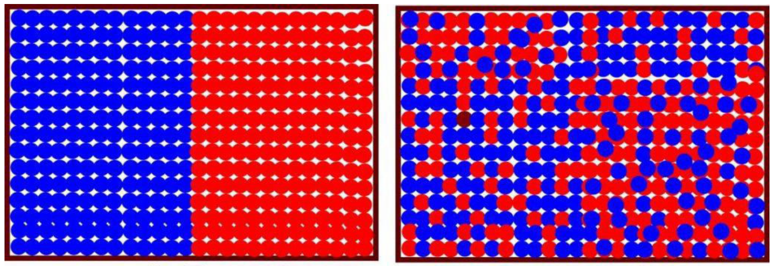
thermodynamische Wahrscheinlichkeit ⟷ mathematische Wahrscheinlichkeit

 1

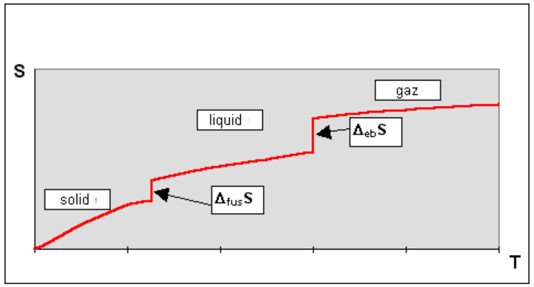
 $\frac{1}{6}$

Entropie

„Entropie ist ein Maß für die Anzahl von **Möglichkeiten**”



wenig Entropie — viel Entropie

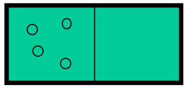
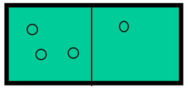
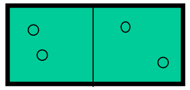
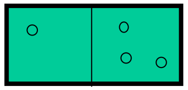
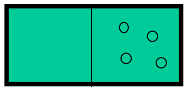


https://www.hippie-nerd.de/de/entropie-einfach-erklart-ohne-formeln/

Makro- und Mikrozustände

Makrozustand ist durch p, V, T, ν … (makroskopische Grössen) bestimmt.

Mikrozustand ist durch Position und Geschwindigkeit der Teilchen (Atome, Moleküle) angegeben.

Makrozustände	n_{links}	Mikrozustände	Anz.
	4	abcd	1
	3	abc, abd, acd, bcd	4
	2	ab, ac, ad, bc, bd, cd	6
	1	a, b, c, d	4
	0	-	1

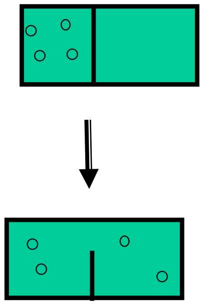
2. Hauptsatz der Thermodynamik

Bei spontan laufenden Prozesse:

$$\Delta S \geq 0$$

In reversiblen Prozessen $\Delta S = 0$

Bei irreversiblen Prozessen $\Delta S > 0$



$$\Delta S = S_{End} - S_{Anfang} = k \ln \frac{w_{End}}{w_{Anfang}} > 0$$

$$w_{\mathrm{End}} > w_{\mathrm{Anfang}}$$

Die Prozesse laufen spontan in die Richtung der Erhöhung der thermodynamischen Wahrscheinlichkeit

Vielen Dank für ihre

Aufmerksamkeit!

Fragen, Bemerkungen, Kommentare?