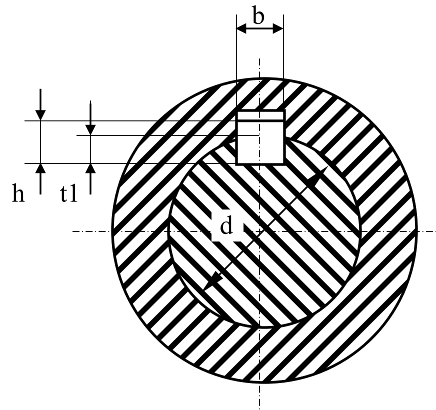
Formschlüssige Wellen-Naben Verbindungen



Prizip:

Entscheigungskriterium zur Berechnung an der Welle-Naben Verbingung ist die Flächenpressung an Welle und Nabe.

Merke: !!!

Die Flächenpressung an der Welle ist nur zu überprüfen, wenn gilt:
Re welle < Re Nabe

Konstruktionsrichtlinien

→Welle ist möglichst torsionssteif zu gestalten

→Bei Schiebesitzen ist eine Passfeder zu verwenden

→Welle härter als Nabe (bei Schiebesitz), ansonsten können bei ungünstigen Belastungen störende Rillen entstehen

→Momenteinleitung möglichst weit weg von der Momentabnahme

$$\boxed{l' \leq 1{,}2 \cdot d}$$

$$p_{F\,Nabe} = \frac{T \cdot 2}{d \cdot l' \cdot (h - t_1) \cdot n \cdot \varphi}$$

$$p_{F\,Welle} = \frac{T \cdot 2}{d \cdot l' \cdot t_1 \cdot n \cdot \varphi}$$

$p_{F_{zul}}$: *zulässige Flächenpressung*

n : *Anzahl Passfedern*

φ : *Tragfaktor* $n = 1 \rightarrow \varphi = 1$

$n = 2 \rightarrow \varphi = 0{,}75$

l' : *tragende Länge des Keils*

l : *gesamtlänge des Keils*

TB 12-2a/S.110

Wellendurchmesser d über … bis	Nutenkeile und Federn: Breite × Höhe $b \times h$	Wellen-Nuttiefe t_1	Nabennuttiefe für Keile t_2	Nabennuttiefe für Federn t_2	Flach- und Hohlkeile: Flachkeile Breite × Höhe $b \times h$	Hohlkeile Breite × Höhe $b \times h$	Wellenabflachung t_1	Nabennuttiefe t_2
10 … 12	4 × 4	2,5	1,2	1,8	–	–	–	–
12 … 17	5 × 5	3	1,7	2,3	–	–	–	–
17 … 22	6 × 6	3,5	2,2	2,8	–	–	–	–
22 … 30	8 × 7	4	2,4	3,3	8 × 5	8 × 3,5	1,3	3,2
30 … 38	10 × 8	5	2,4	3,3	10 × 6	10 × 4	1,8	3,7
38 … 44	12 × 8	5	2,4	3,3	12 × 6	12 × 4	1,8	3,7
44 … 50	14 × 9	5,5	2,9	3,8	14 × 6	14 × 4,5	1,4	4,0
50 … 58	16 × 10	6	3,4	4,3	16 × 7	16 × 5	1,9	4,3
58 … 65	18 × 11	7	3,4	4,4	18 × 7	18 × 5	1,9	4,5
65 … 75	20 × 12	7,5	3,9	4,9	20 × 8	20 × 6	1,9	5,5
75 … 85	22 × 14	9	4,4	5,4	22 × 9	22 × 7	1,8	6,5
85 … 95	25 × 14	9	4,4	5,4	25 × 9	25 × 7	1,9	6,4
95 … 110	28 × 16	10	5,4	6,4	28 × 10	28 × 7,5	2,4	6,9
110 … 130	32 × 18	11	6,4	7,4	32 × 11	32 × 8,5	2,3	7,9
130 … 150	36 × 20	12	7,1	8,4	36 × 12	36 × 9	2,8	8,4
150 … 170	40 × 22	13	8,1	9,4	40 × 14	–	4,0	9,1
170 … 200	45 × 25	15	9,1	10,4	45 × 16	–	4,7	10,4

Passfeder- und Keillängen l											
	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32
	36	40	45	50	56	63	70	80	90	100	110
	125	140	160	180	200	220	250	280	320	360	400

Bezeichnung einer Passfeder Form A mit Breite $b = 10$ mm, Höhe $h = 8$ mm und Länge $l = 50$ mm nach DIN 6885:
Passfeder DIN 6885 – A10 × 8 × 50

Formschlüssige Wellen-Naben Verbindungen (Beipsiel)

Beispiel: d=50 ; Welle: E 295 ; Keil: 9SMnPb28 , T: wechselnd

Ziel: Es soll für die oben gegebene Situation das maximal übertragbare Moment ermittelt werden

Konzept:

1. Als erstes müssen über die Gegebenheiten (Wellendurchmesser) anhand der Tabelle **TB 12-2a/S.110** die fehlenden Grössen ermittelt werden. Für das obige Beispiel erfolgen hierfür folgende Werte:

$$\text{Bereich}: 44...50: b = 14; h = 9; t_1 = 5{,}5$$

2. Weiter muss bestimmt werden, ob eine oder zwei Passfedern für die gegebene Situation benötigt werden (kann auch aus Gründen der Unwucht notwendig sein). Im vorliegenden Fall wird **eine** Passfeder vorgesehen, wodurch der Faktor Phi als **eins** ausfällt.

3. Nun muss die theoretisch maximal sinnvolle Keillänge gemäss der unten stehenden Beziehung berechnet werden. Über dies und die bereits ermittelte Breite (aus Tabelle) wird danach die effektive Länge des Keils ermittelt:

$$l' \leq 1{,}2 \cdot d = 1{,}2 \cdot 50mm = 60mm$$

$$\Rightarrow l = l' + b = 60mm + 14mm = 74mm\ theor.$$

$$\text{Normlänge}: 70\text{mm}$$

4. Gemäss der Nachfolgenden Tabelle ist die maximale Fugenpressung zu ermitteln:

b) Zulässige Fugenpressung $p_{F\,zul}$

Verbindungsart	Nabenwerkstoff: Stahl, GS $p_{F\,zul} = R_e/S_F$ Rp/SF	Nabenwerkstoff: Grauguss $p_{F\,zul} = R_m/S_B$
Passfeder[1)]	$S_F \approx 1{,}1 \ldots 1{,}5$	$S_B \approx 1{,}5 \ldots 2{,}0$
Gleitfeder[2)] und Keile	3,0 ... 4,0	3,0 ... 4,0
Polygonverbindung	1,5 ... 2,0	2,0 ... 3,0
Profilwelle[2)] einseitig, stoßfrei	1,3 ... 1,5	1,7 ... 1,8
wechselnd, stoßhaft	2,7 ... 3,6	3,4 ... 4,0
Pressverband[3)]	2,5 ... 3,0	2,5 ... 3,0
Kegelpressverband[4)]	2,5 ... 3,0	2,5 ... 3,0
Spannverbindung, Keilverbindung	1,5 ... 3,0	2,0 ... 3,0

$$p_{F_{zul}} = \frac{R_e}{S_F} = \frac{295\,N}{mm^2 \cdot 1{,}5} = 196{,}7\,\frac{N}{mm^2}$$

5. Demzufolge wird das maximale Moment:

$$\underline{\underline{T}} = \frac{p_F \cdot d \cdot l' \cdot (h - t_1) \cdot n \cdot \varphi}{2} = \frac{197 \cdot 50 \cdot (70 - 14) \cdot (9 - 5{,}5) \cdot 1 \cdot 1}{2} = 968730\,Nmm = \underline{\underline{968.73\,Nm}}$$

Kupplungen (Einführung)

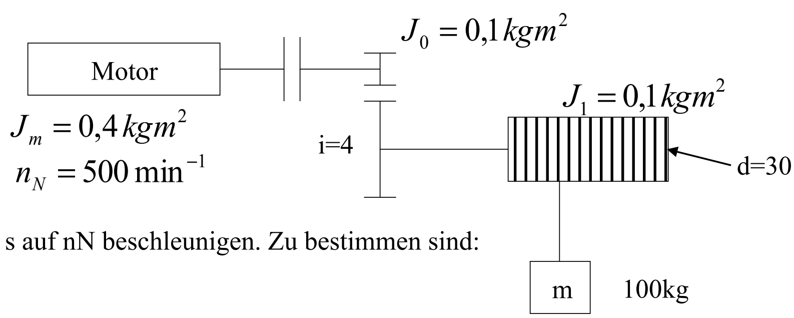
Allgemeine Berechnung des Massenträgheitsmomentes verschiedener Körper aus Sicht von einer bestimmten Stelle des Getriebes (im Normalfall des Motors)

$$\boxed{J_{red_0} = \underbrace{J_0 + \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 J_1 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_0}\right)^2 J_2 + \ldots + \left(\frac{\omega_n}{\omega_0}\right)^2 J_n}_{\text{Rotation}} + \underbrace{m_1\left(\frac{v_1}{\omega_0}\right)^2 + m_2\left(\frac{v_2}{\omega_0}\right)^2 + \ldots + m_n\left(\frac{v_n}{\omega_0}\right)^2}_{\text{Translation}}}$$

Das Moment am Punkt, welcher von Interesse ist, bzw. am Motor lautet demnach:

$$\boxed{T_{a_0} = J_{red_0} \cdot \ddot{\varphi}_0 = J_{red_0} \cdot \dot{\omega}_0 = J_{red_0} \cdot \alpha_0}$$

Kupplungen (Beispiel)



Ziel: Der Antrieb soll innerhalb von 0,5 s auf nN beschleunigen. Zu bestimmen sind:

→Kupplungsmoment

→Motormoment

→Leistung

Konzept:

1. Zu Beginn wird das Gesamtmassenträgheitsmoment des Systems (ohne Motor) bezüglich der Kupplung ermittelt. Als erstes wird die Masse m über den Wirkradius der Seilrolle zu einem Massenträgheitsmoment umgerechnet:

$$J_{Masse} = m \cdot r^2 \quad \Rightarrow J_{Abtrieb} = J_{Masse} + J_1$$

2. Das Massenträgheitsmoment des Abtriebs aus Sicht der Kupplung lautet:

$$J_{Abtrieb}' = \frac{J_{Abtrieb}}{i^2} = \frac{J_{Masse} + J_1}{i^2} = \frac{m \cdot r^2 + J_1}{i^2}$$

3. Inklusive der Welle/Zahnradkombination ergibt sich für das an der Kupplung anliegende M.moment:

$$J_{0red} = J_0 + J_{Abtrieb}' = J_0 + \frac{m \cdot r^2 + J_1}{i^2} = 0,1kgm^2 + \frac{100kg \cdot (0,15m)^2 + 4kgm^2}{4^2} = 0,4906kgm^2$$

4. Als nächstes muss die Winkelbeschleunigung ermittelt werden, um über diese nachher auf das Moment schliessen zu können:

$$\alpha = \dot{\omega}_0 = \frac{d\omega_0}{dt} = \frac{\Delta\omega_0}{\Delta t} = \frac{\Delta 2 \cdot \pi \cdot n_{\sec}}{\Delta t} = \frac{\Delta 2 \cdot \pi \cdot n_{\min}}{\Delta t \cdot 60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 500}{0.5s \cdot 60s} = 104,72\,\frac{1}{s^2}$$

↑

Änderung konstant

> **Achtung:** Liegt die Drehzahl des Abtriebs vor, so muss diese mittels dem Übersetzungsverhältnis auf diejenige des Motors zurückgerechnet werden

5. Gemäss der unten gezeigten Formel kann nun auf das notwendige Anfahrmoment zur Beschleunigung der trägen Masse geschlossen werden:

$$T_{am} = J \cdot \dot{\omega} = J_{0red} \cdot \dot{\omega}_0 = 0{,}4906\,kgm^2 \cdot 104 \frac{1}{s^2} = 51{,}378\,Nm$$

6. Für die weiteren Berechnung wird nebst dem Anfahrmoment auch noch das Lastmoment, hervorgerufen durch die Gewichtskraft, benötigt:

$$T_L = m \cdot g \cdot r \cdot \frac{1}{i} = m \cdot g \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{i} = 100kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{0.3m}{2} \cdot \frac{1}{4} = 36{,}788Nm$$

7. Es lässt sich nun das gesamte Anfahrmoment bestimmen, welches sich zusammensetzt aus dem statischen Anteil TL hervorgerufen durch die Gewichtskraft und dem aufzubringenden Anteil für die Beschleunigung der Rotationsmasse Jred:

$$T_a = T_L + T_{am} = 51{,}378Nm + 36{,}788Nm = 88{,}17\,Nm$$

8. Das Anfahrmoment, welches der Motor aufbringen muss setzt sich zusammen aus dem gesamten Anfahrmoment und dem zusätzlichen Moment, dass benötigt wird um den Rotor des Motors zu beschleunigen:

$$T_{aN_{Motor}} = T_a + J_m \cdot \dot{\omega}_0 = 88{,}17\,Nm + 0{,}4kgm^2 \cdot 104 \frac{1}{s^2} = 130.1Nm$$

9. Die Motorleistung beim Anfahren beträgt:

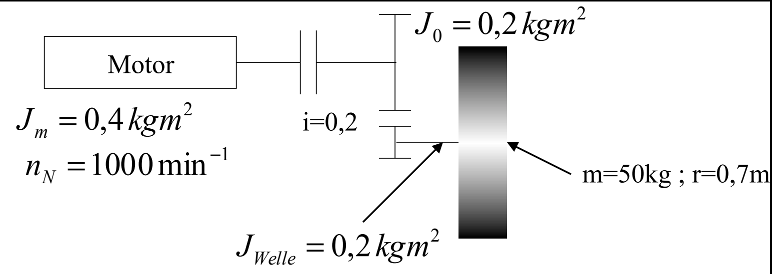
$$P_{aN_{Motor}} = T_{aN_{Motor}} \cdot \omega_0 = T_{aN_{Motor}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\min}}{60} = 130{,}1Nm \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 500}{60s} = 6809{,}6W = 6{,}8kW$$

10. Die Motorleistung beim Hebevorgang mit v=const. betägt:

$$P_m = T_{am} \cdot \omega_0 = T_{am} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\min}}{60} = 36{,}788Nm \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 500}{60s} = 1926{,}2W = 1{,}9kW$$

Merke: Bei der Auslegung des Motors auf dessen aufzubringende Leistung reicht es aus, wenn die Leistung des Hebens bei konstanter Geschwindigkeit verwendet wird, da Elektromotoren kurzzeitig extrem überbelastet werden dürfen. Natürlich nur dann, wenn der Fördertrieb nicht ununterbrochen beschleunigt wird.

Kupplungen (Beispiel)



Ziel:

a) Schwungrad wird mit P=100Watt beschleunigt. Wie lange dauert es, bis die Nenndrehzahl erreicht wird

b) Das Schwungrad soll in einem Zehntel der Zeit die Energie wieder abgeben. Wie gross ist Tk ? (Tk= Moment)

Konzept:

1. Als erstes soll das Massenträgheitsmoment (MTM) des Schwungrades (voller Zylinder) ermittelt werden, und danach mit dem MTM der Welle addiert werden:

$$J_{Zylinder} = \frac{1}{2} m \cdot r^2 = \frac{1}{2} 50kg \cdot (0{,}7m)^2 = 12.25kgm^2$$

$$J_{Ersatz} = J_{Zylinder} + J_{Welle} = 12{,}25kgm^2 + 0{,}2kgm^2 = 12{,}45kgm^2$$

2. Das Ersatz-MTM aus sicht der Kupplung setzt sich zusammen zum einen aus dem bereits berechneten Anteil und zum anderen aus J0. Als Gedankenstütze auf die Frage, ob mit i^2 multipliziert wird, oder durch dieses dividiert werden soll, muss man sich lediglich vor Augen füren, dass über die dargestellte Übersetzung aus sicht der Kupplung das MTM des Schwungrades grösser sein muss.

$$J_{0red} = J_0 + \frac{J_{Ersatz}}{i^2} = 0{,}2kgm^2 + \frac{12{,}45kgm^2}{(0{,}2)^2} = 311{,}45kgm^2$$

3. Um später den Zusammenhang zwischen den errechneten Grössen und der Leistung herstellen zu können muss in einem ersten Schritt die kinetische Energie des Systems errechnet werden:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} J_{0red} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\min}}{60}\right)^2 = \frac{1}{2} 311{,}45kgm^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 1000}{60}\right)^2 = 1706 \cdot 10^3 J$$

Achtung: Liegt die Drehzahl des Abtriebs vor, so muss diese mittels dem Übersetzungsverhältnis auf diejenige des Motors zurückgerechnet werden

4. Um auf die zum Anfahren benötigte Zeit schliessen zu können, kann folgender Ansatz verwendet werden:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta W}{P} = \frac{1706 \cdot 10^3 J}{100W} = 17066{,}2\,s = 284{,}4\min = 4{,}74\,h$$

5. Soll nun der Antrieb in einem hundertstel der Zeit beschleunigt werden, so bedeutet dies:

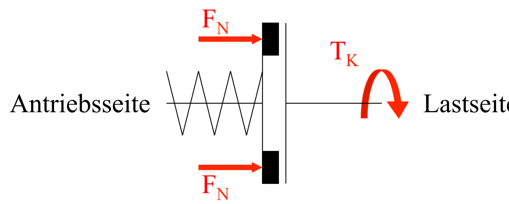
$$t_{k\,brems} = \frac{\Delta t}{100} = \frac{4{,}74h}{100} = 0{,}047h = 2{,}84\min$$

6. Das benötigte Bremsmoment für die gerade ermittelte verkürzte Bremszeit beträgt:

$$\underline{\underline{T_{k\,brems}}} = J_{0red} \cdot \dot{\omega}_0 = 311{,}45kgm^2 \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 311{,}45kgm^2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{2{,}84 \cdot 60 \cdot 60}$$

$$= 311{,}45kgm^2 \cdot 0.6146 \frac{1}{s^2} = \underline{\underline{191{,}4Nm}}$$

Kupplungen Anfahrvorgänge



Kupplungsmoment:

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

$$T_K = F_r \frac{d}{2}$$

$$\boxed{T_K = \frac{\mu \cdot F_N \cdot d}{2}}$$

Kupplungsmoment beim Gleitvorgang:

$$\boxed{T_K = \frac{\mu_G \cdot F_N \cdot d}{2}}$$

Kupplungsmoment beim „Haft“-Betrieb:

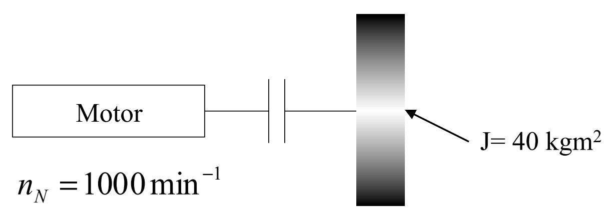
$$\boxed{T_K = \frac{\mu_H \cdot F_N \cdot d}{2}}$$

Die Schlupfdauer t_r ist gleich t_1-t_0

$$\boxed{\dot{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{t_r} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motor}}{t_r}}$$

Kupplungen Anfahrvorgänge (Beispiel)

$$T_K = \frac{\mu_G \cdot F_N \cdot d}{2} = 100 Nm$$



$$n_N = 1000 \min^{-1}$$

Ziel:

a) Die Schlupfdauer tr soll ermittelt werden

b) Die Verlustarbeit Wv ist zu bestimmen

Konzept:

1. Als Ansatz soll die unten dargestellte Formel verwendet werden:

$$T_K = J \cdot \dot{\omega} = J \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motor}}{60 \cdot t_r}$$

$$\Rightarrow \quad t_r = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Motor}}{60 \cdot T_K} \cdot J = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1000}{60\, s \cdot 100 Nm} \cdot 40 kgm^2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot s^2}{60\, s \cdot 100\, kg\, m} \cdot 40 kgm^2 = 41{,}89 s$$

2. Um die Verlustarbeit bestimmen zu können, wird zu Beginn die kinetische Energie bestimmt:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} 40 kgm^2 \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{1000}{60}\right)^2 = 219324{,}54\, J$$

3. Die vom Motor abgegebene Arbeit errechnet sich wie folgt:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta W = P \cdot \Delta t = T_k \cdot \omega \cdot \Delta t = 100Nm \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 1000}{60} \cdot 42s = 438649{,}084J$$

4. Die Verlustarbeit Wv ist die Differenz der beiden Arbeiten (Wkin und Wmotor)

$$\underline{\underline{W_V}} = 438649{,}084J - 219324{,}54J = \underline{\underline{219324{,}54J}} = \frac{W_{kin}}{2}$$

5. Ein anderer Rechenweg zur Bestimmung der Verlustarbeit wäre:

$$\underline{\underline{W_V}} = \int_{t0}^{t1} P_V(t)\,dt = \int_{t0}^{t1} T_K \cdot \omega\, dt = \int_{t0}^{t1} T_K \cdot \dot{\omega} \cdot t\, dt = T_K \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60 \cdot tr} \cdot \int_{t0}^{t1} t\, dt =$$

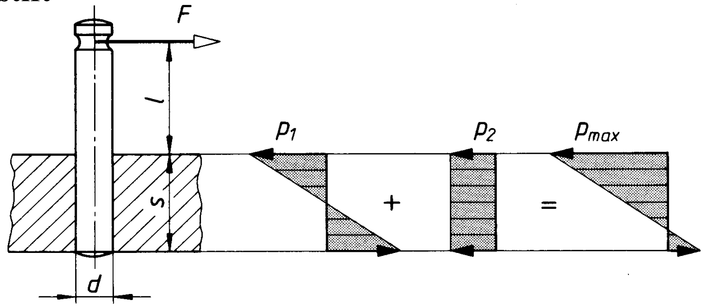
$$T_K \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60 \cdot tr} \cdot \left(\frac{t^2}{2} \bigg|_{0}^{42} \right) = \underline{\underline{219324{,}54}}$$

6. Zuletzt soll nun noch ermittelt werden, wie viele Anfahrvorgänge pro Stunde die Kupplung leisten kann, wenn sie 20W Leistung in Form von Wärmeleistung abstrahlen kann:

$$\mathrm{P}_{V_m} = \frac{n \cdot Wv}{3600s} = 20W$$

$$\Rightarrow n = \frac{20W \cdot 3600s}{219324{,}54J} = 0{,}3283$$

Steckstift



d: Bolzendurchmesser [mm]

l: frei herausragende Länge [mm]

s:eingespannte Länge [mm]

Flächenpressung:

$$d = \frac{F \cdot (6l + 4s)}{p_{zul} \cdot s^2} \qquad p = \frac{F(6 \cdot l + 4 \cdot s)}{d \cdot s^2} \le p_{zul} \begin{cases} 0{,}35\, R_m & \text{bei ruhender Last} \\ 0{,}25\, R_m & \text{bei schwellender Last} \end{cases}$$

Biegespannung:

$$d = \sqrt[3]{\frac{F \cdot l \cdot 32}{\sigma_b \cdot \pi}} \qquad \sigma_b = \frac{M_b}{W_{Kreis}} \le \sigma_{b\,zul} \begin{cases} 0{,}3\,\mathrm{R_m} & \text{bei ruhender Last} \\ 0{,}2\,\mathrm{R_m} & \text{bei schwellender Last} \\ 0{,}15\,\mathrm{R_m} & \text{bei wechselnder Last} \end{cases}$$

Frage: Wie gross darf **F (schwellend)** maximal werden ?

Konzept:

1. Da der Angriffspunkt im Verhältnis zum Durchmesser ziemlich weit von der Einspannstelle entfernt ist, wird der Belastungsfall der Abscherung nicht berechnet. Es ist daher nur die, durch die Belastung entstehende Flächenpressung von Interesse. Hierfür sind folgende Angaben nötig:

$$R_{m\,Stift} = 490\,N/mm^2 \quad (E295)$$

$$R_{m\,Teil} = 510\,N/mm^2 \quad (9SMnPb28)$$

2. Die oben aufgeführte Formel ist gemäss dieser Aufgabenstellung nach F umzuformen. Für die zulässige Flächenpressung ist aus Festigkeitsgründen diejenige des schwächeren Werkstoffes zu wählen:

$$F = \frac{p_{zul} \cdot d \cdot s^2}{(6 \cdot l + 4 \cdot s)} = \frac{0{,}25 \cdot R_m \cdot d \cdot s^2}{(6 \cdot l + 4 \cdot s)} = \frac{0{,}25 \cdot 490 N/mm^2 \cdot 5 \cdot (30mm)^2}{(6 \cdot 50mm + 4 \cdot 30mm)} \le 1312{,}5N$$

3. Nun ist noch die Biegespannung gemäss den unten aufgeführten Formeln zu bestimmen. Bzw. über diese die maximal zulässige Kraft die schwellend wirken darf:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_{Kreis}} = \frac{M_b}{\left(\frac{\pi \cdot d^3}{32}\right)} = \le \sigma_{b\,zul} \quad M_b = F \cdot l \quad \Rightarrow \sigma_b = \frac{M_b}{W_{Kreis}} = \frac{F \cdot l}{W_{Kreis}} = \frac{F \cdot l \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \le \sigma_{b\,zul}$$

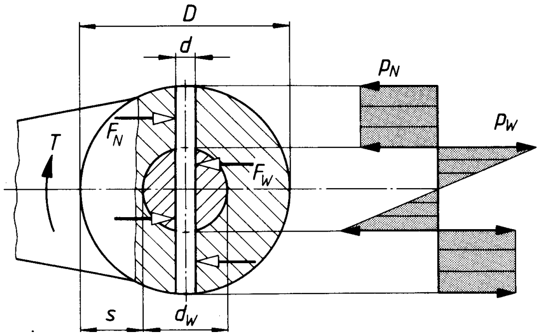
$$F \le \frac{\sigma_b \cdot \pi \cdot d^3}{l \cdot 32} = \frac{0{,}2 \cdot 510 N/mm^2 \cdot \pi \cdot 5^3}{50 \cdot 32} = 25{,}035N$$

Achtung: Es ist die zulässige Spannung des Stiftwerkstoffes zu verwenden, da dieser der Biegebeanspruchung unterliegt

4. Es ist ersichtlich, dass das der Stift einer grossen Biegespannung unterliegt, welchen seine Belastbarkeit auf eine wesentlich niedrigere Kraft beschränkt. Demzufolge ist die zulässige Höchstbelastung gemäss der maximal zulässigen Biegespannung festzulegen:

$$\underline{\underline{F}} \le \frac{\sigma_b \cdot \pi \cdot d^3}{l \cdot 32} = \frac{0{,}2 \cdot 510 N/mm^2 \cdot \pi \cdot 5^3}{50 \cdot 32} = \underline{\underline{25{,}035N}}$$

Querstift



$$\tau_{a\,zul} = \begin{cases} 0{,}2\,\mathrm{R_m} & \text{ruhend} \\ 0{,}15\,\mathrm{R_m} & \text{schwellend} \\ 0{,}1\,\mathrm{R_m} & \text{wechselnd} \end{cases}$$

Frage: Wie gross muss der Durchmesser (d) des Stiftes gewählt werden, damit ein Nennmoment von T=250Nm übertragen werden kann. Es werden für dieses Beispiel die selben Werkstoffe, wie beim vorhergehenden Beispiel verwendet.

Konzept:

1. Aufgrund der maximal zulässigen Flächenpressung in Welle und Nabe wird zunächst separat der minimale Stiftdurchmesser bestimmt. Für die Nabe gilt:

$$d \geq \frac{K_a \cdot T_{nenn}}{p_{zul} \cdot s \cdot (d_w + s)} = \frac{K_a \cdot T_{nenn}}{R_m \cdot 0{,}25 \cdot s \cdot (d_w + s)} = \frac{250 \cdot 10^3\,Nmm}{490N/mm^2 \cdot 0{,}25 \cdot 25mm \cdot (75)} = 1{,}08$$

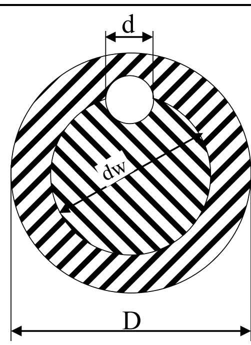
2. In der Welle gilt:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot K_A \cdot T_{nenn}}{\pi \cdot d_w \cdot \tau_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1 \cdot 250 \cdot 10^3\,Nmm}{\pi \cdot 50mm \cdot 0{,}1 \cdot 510N/mm^2}} = 11{,}17mm$$

3. Um das nötige Moment übertragen zu können, muss nun der grössere Durchmesser verwendet werden:

$$\underline{\underline{d}} = \sqrt{\frac{4 \cdot K_A \cdot T_{nenn}}{\pi \cdot d_w \cdot \tau_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1 \cdot 250 \cdot 10^3\,Nmm}{\pi \cdot 50mm \cdot 0{,}1 \cdot 510N/mm^2}} = \underline{\underline{11{,}17mm}}$$

Längsstift



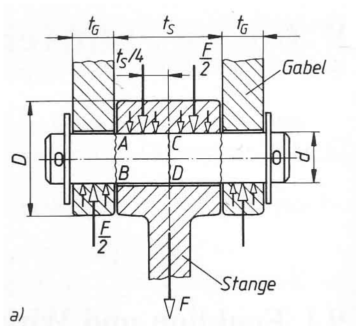
Frage: Welches Moment kann der gleiche Stift in Längseinbauweise übertragen

Konzept:

1. Das übertragbare Moment wird gemäss der unten stehenden Beziehung errechnet:

$$\underline{\underline{T_{nenn}}} = \frac{p \cdot d \cdot d_w \cdot l \cdot d}{4 \cdot K_A} = \frac{0{,}25 \cdot 490N/mm^2 \cdot 50mm \cdot 100mm \cdot 12mm}{4 \cdot 1} = 1{,}8 \cdot 10^6\,Nmm = \underline{\underline{1{,}8 \cdot 10^3\,Nm}}$$

Bolzen



F:statisch / ruhend

Einbaufall 1: Der Bolzen sitzt in der **Gabel** und in der **Stange** mit einer **Spiel**passung

$$\boxed{M_{b\max} = \frac{F \cdot (t_S + 2 \cdot t_G)}{8}}$$

Einbaufall 2: Der Bolzen sitzt in der **Gabel** mit einer **Übermass**passung und in der **Stange** mit einer **Spiel**passung

$$\boxed{M_{b\max} = \frac{F \cdot t_S}{8}}$$

Einbaufall 3: Der Bolzen sitzt in der **Stange** mit einer **Übermass**- und in der **Gabel** mit einer **Spiel**passung

$$\boxed{M_{b\max} = \frac{F \cdot t_G}{4}}$$

Festlegen der Bauteileabmessungen

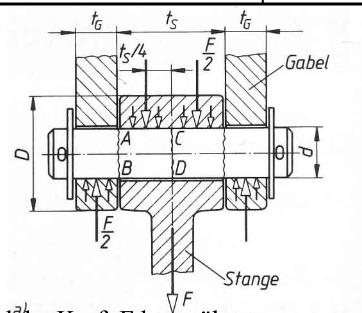
- nicht gleitende Flächen: $\frac{t_S}{d} = 1{,}0$ und $\frac{t_G}{d} = 0{,}5$
- Gleitende Flächen: $\frac{t_S}{d} = 1{,}6$ und $\frac{t_G}{d} = 0{,}6$

Werden die oben angegebenen günstigen Voraussetzungen für die Stangenkopf und Gabelwangendicken eingehalten, so ergibt sich für die Durchmesser Dimensionierung folgender Sachverhalt:

$$\boxed{d \approx k \cdot \sqrt{\frac{K_A \cdot F_{nenn}}{\sigma_{b\,zul}}}}$$

$\sigma_{b\,zul} = 0{,}3 \cdot R_m$ ruhender Belastung
$0{,}2 \cdot R_m$ schwellender Belastung
$0{,}15 \cdot R_m$ wechselnder Belastung
k : Einspannfaktor, abhängig vom Einbaufall
k = 1,6 (Einbaufall 1)
k = 1,1 (Einbaufall 2)
k = 1,1 (Einbaufall 3)

Bolzen



$t_G = 15mm$

$t_S = 30mm$

$d = 30mm$

$Bolzen: 9MnSPb28$

$Gabel: E295$

Frage: Welche Kraft F kann übertragen werden, bei einem nicht bewegten Gelenk und bei einem bewegt Gelenk mit gehärteten und geschliffenen Flächen

Konzept:

1. Als erstes wird berechnet, mit was für einer Kraft der Bolzen belastet werden darf, mit der in ihm hervorgerufenen Biegespannung:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} \leq \sigma_{zul} \qquad wobei \quad W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \qquad \Rightarrow \sigma_b = \frac{M_b \cdot 32}{\pi \cdot d^3}$$

2. Da die angreifende Kraft ruhend ist, berechnet sich die maximale Spannung gemäss **RM-S.253** wie folgt (Da hier die Biegung untersucht wird, muss der Werkstoff des Bolzens verwendet werden):

$$\sigma_{zul} = 0{,}3 \cdot Rm = 0{,}3 \cdot 510 \frac{N}{mm^2} = 153 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot 32}{\pi \cdot d^3} = \frac{F \cdot t_S}{8} \cdot \frac{32}{\pi \cdot d^3} = \frac{F \cdot 3{,}75 \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \Rightarrow \boxed{F = \frac{\sigma_b \cdot \pi \cdot d^3}{3{,}75 \cdot 32}}$$

$$\underline{F} = \frac{\sigma_b \cdot \pi \cdot d^3}{3{,}75 \cdot 32} = \frac{153 \, N/mm^2 \cdot \pi \cdot (30mm)^3}{3{,}75 \cdot 32} = \underline{108{,}1kN}$$

3. Als nächstes wird die Anordnung auf die Auftretenden Flächenpressungen untersucht:

$$\boxed{p = \frac{F}{d \cdot t_s} = \frac{F}{2 \cdot d \cdot t_G} \leq p_{zul}} \qquad p_{zul} = 0{,}35 \cdot \mathrm{Rm}\,(\mathrm{ruhend}) \\ = 0{,}25 \cdot \mathrm{Rm}\,(\mathrm{schwellend})$$

4. Für die Betrachtung der auftretenden Flächenpressung(en) muss zwingend diejenige des schwächeren Werkstoffes bzw. das niedrigere Rm verwendet werden.

$$p_{zul} = 0{,}35 \cdot R_m = 0{,}35 \cdot 490 \frac{N}{mm^2} = 171{,}5 \frac{N}{mm^2} \quad \text{//bei nicht bewegtem Gelenk}$$

$$\underline{F} = p_{zul} \cdot 2 \cdot d \cdot t_G = p_{zul} \cdot d \cdot t_S =$$

$$= 172 \frac{N}{mm^2} \cdot 30mm \cdot 30mm = \underline{154{,}8kN} \quad \text{//bei nicht bewegtem Gelenk}$$

5. Soll die Flächenpressung bei relativ zueinander bewegten Teilen ermittelt werden, so muss dies mit Werten gemäss der unten abgebildeten Tabelle getan werden (für dieses Beilspiel trifft Zeile 11 zu):

Bei Schwellbelastung gelten die 0,7-fachen Werte.

Achtung: bei schwellender Belastung mit 0,7 multiplizieren !!!

Zeile	Gleitpartner (Lager-/Bolzenwerkstoff)[1]	p_{zul} in N/mm²
	bei Trockenlauf (wartungsfrei):	
1	Bifo-Lager[2]/St	150 (600)
2	iglidur X[3]/St gehärtet	150
3	iglidur G[13]/St gehärtet	80
4	DU-Lager[4]/St	60 (140)
5	Sinterbronze mit Festschmierstoff/St	80
6	Verbundlager (Laufschicht PTFE)/St	30 (150)
7	PA oder POM/St	20
8	PE/St	10
9	Sintereisen, ölgetränkt (Sint-B20)/St	8
	bei Fremdschmierung:	
10	Tokatbronze[5]/St	100
11	St gehärtet/St gehärtet	25
12	Cu-Sn-Pb-Legierung/St gehärtet	40 (100)
13	Cu-Sn-Pb-Legierung/St	20
14	GG/St	5
15	Pb-Sn-Legierung/St	3 (20)

6. Wird nun die für dieses Beispiel die zu verwendende Flächenpressung im Falle von zwei gehärteten Teilen eingesetzt, so erhält man:

$$\underline{F} = p_{zul} \cdot 2 \cdot d \cdot t_G = p_{zul} \cdot d \cdot t_S =$$

$$= 25 \frac{N}{mm^2} \cdot 30mm \cdot 30mm = \underline{22{,}5kN} \quad \text{//bei bewegtem Gelenk}$$

7. Der letzte zu untersuchende Fall ist nun noch derjenige der Abscherung:

$$\boxed{\tau = \frac{F}{2A} \cdot \frac{4}{3} = \frac{F \cdot 2}{d^2 \cdot \pi} \cdot \frac{4}{3} \leq \tau_{zul}}$$

$$\begin{aligned} \tau_{zul} &= 0{,}2 \cdot \mathrm{Rm}\,(\text{ruhend}) \\ &= 0{,}15 \cdot \mathrm{Rm}\,(\text{schwellend}) \\ &= 0{,}1 \cdot \mathrm{Rm}\,(\text{wechselnd}) \end{aligned}$$

8. Mit den Werten aus dem Beispiel und der nach F umgeformten Formel für die Torsionsbelastung ergibt sich:

$$\tau_{zul} = 0{,}2 \cdot \mathrm{Rm} = 0{,}2 \cdot 510 \frac{N}{mm^2} = 102 \frac{N}{mm^2}$$

$$\underline{F} = \frac{\tau_{zul} \cdot d^2 \cdot \pi}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{102 \, {}^{N}\!/_{mm^2} \cdot (30mm)^2 \cdot \pi}{2} \cdot \frac{3}{4} = \underline{108{,}14kN}$$

9. Der Bolzen kann im nicht bewegten Gelenk 108kN übertragen. Bei bewegtem Gelenk beschränkt sich die Kraft auf einen Betrag von 22,5 kN

Schraubenbezeichnungen

8.8

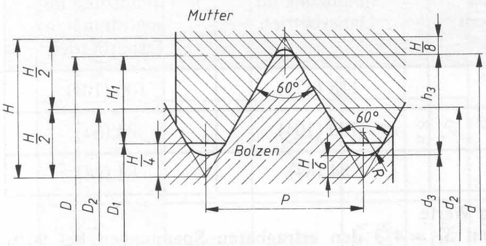
Rm * 100 (Zugfestigkeit)

$$R_m = 800 \frac{N}{mm^2}$$

Re=Anz. % *10 von Rm

$$R_e = 80\%\, von\, R_m = 640 \frac{N}{mm^2}$$

TB 8-1 Metrisches ISO-Gewinde (Regelgewinde) nach DIN 13 T1 (Auszug)



$$H = 0{,}86603P$$
$$h_3 = 0{,}61343P$$
$$H_1 = 0{,}54127P$$
$$R = \frac{H}{6} = 0{,}14434P$$

$$A_S = \frac{\pi(d_2 + d_3)^2}{16}$$

Maße in mm

Gewinde-Nenndurchmesser $d = D$ Reihe 1	Reihe 2	Steigung P	Flankendurchmesser $d_2 = D_2$	Kerndurchmesser d_3	D_1	Gewindetiefe h_3	H_1	Spannungsquerschnitt[1)] A_s mm²	Kernquerschnitt[1)] A_3 mm²	Steigungswinkel[1)] φ Grad
1		0,25	0,838	0,693	0,729	0,153	0,135	0,460	0,377	5,43
1,2		0,25	1,038	0,893	0,929	0,153	0,135	0,732	0,626	4,38
1,6		0,35	1,373	1,170	1,221	0,215	0,189	1,27	1,075	4,64
2		0,4	1,740	1,509	1,567	0,245	0,217	2,07	1,788	4,19
2,5		0,45	2,208	1,948	2,013	0,276	0,244	3,39	2,980	3,71
3		0,5	2,675	2,387	2,459	0,307	0,271	5,03	4,475	3,41
	3,5	0,6	3,110	2,765	2,850	0,368	0,325	6,78	6,000	3,51
4		0,7	3,545	3,141	3,242	0,429	0,379	8,78	7,749	3,60
	4,5	0,75	4,013	3,580	3,688	0,460	0,406	11,3	10,07	3,41
5		0,8	4,480	4,019	4,134	0,491	0,433	14,2	12,69	3,25
6		1	5,350	4,773	4,917	0,613	0,541	20,1	17,89	3,41
8		1,25	7,188	6,466	6,647	0,767	0,677	36,6	32,84	3,17
	(9)	1,25	8,188	7,466	7,647	0,767	0,677	48,1	43,78	2,78
10		1,5	9,026	8,160	8,376	0,920	0,812	58,0	52,30	3,03
	(11)	1,5	10,026	9,160	9,376	0,920	0,812	72,3	65,90	2,73
12		1,75	10,863	9,853	10,106	1,074	0,947	84,3	76,25	2,94
	14	2	12,701	11,546	11,835	1,227	1,083	115	104,7	2,87
16		2	14,701	13,546	13,835	1,227	1,083	157	144,1	2,48
	18	2,5	16,376	14,933	15,294	1,534	1,353	193	175,1	2,78
20		2,5	18,376	16,933	17,294	1,534	1,353	245	225,2	2,48
	22	2,5	20,376	18,933	19,294	1,534	1,353	303	281,5	2,24
24		3	22,051	20,319	20,752	1,840	1,624	353	324,3	2,48
	27	3	25,051	23,319	23,752	1,840	1,624	459	427,1	2,18
30		3,5	27,727	25,706	26,211	2,147	1,894	561	519,0	2,30
	33	3,5	30,727	28,706	29,211	2,147	1,894	694	647,2	2,08
36		4	33,402	31,093	31,670	2,454	2,165	817	759,3	2,19
	39	4	36,402	34,093	34,670	2,454	2,165	976	913,0	2,00
42		4,5	39,077	36,477	37,129	2,760	2,436	1121	1045	2,10
	45	4,5	42,077	39,479	40,129	2,760	2,436	1306	1224	1,95
48		5	44,752	41,866	42,587	3,067	2,706	1473	1377	2,04
	52	5	48,752	45,866	46,587	3,067	2,706	1758	1652	1,87
56		5,5	52,428	49,252	50,046	3,374	2,977	2030	1905	1,91
	60	5,5	56,428	53,252	54,046	3,374	2,977	2362	2227	1,78
64		6	60,103	56,639	57,505	3,681	3,248	2676	2520	1,82
	68	6	64,103	60,639	61,505	3,681	3,248	3055	2888	1,71

Die Gewindedurchmesser der Reihe 1 sind zu bevorzugen. Die Gewinde in ( ) gehören zu der hier nicht aufgeführten Reihe 3 und sind möglichst zu vermeiden.

1) Nach DIN 13 T28

Nachgiebigkeit einer Schraubenverbindung

Nachgiebigkeit Schraube

Kopf:

$$\delta_K = \frac{0{,}4 \cdot d}{E_S \cdot A_N}$$

Zylindrischer Teilkörper i :

$$\delta_i = \frac{l_i}{E_S \cdot A_i}$$

Gewinde nicht eingeschraubt

$$\delta_{Gne} = \frac{l_{Gne}}{E_S \cdot A_3} \qquad A_3 = \frac{d_3^{\,2} \cdot \pi}{4}$$

Gewinde eingeschraubt

$$\delta_{Ge} = \frac{0{,}5 \cdot d}{E_S \cdot A_3}$$

Muttergewinde

$$\delta_{Ge} = \frac{0{,}4 \cdot d}{E_S \cdot A_N}$$

Gesamtnachgiebigkeit:

$$\boxed{\delta_S = \sum \delta_i + \delta_K + \delta_{Gne} + \delta_{Ge} + \delta_M}$$

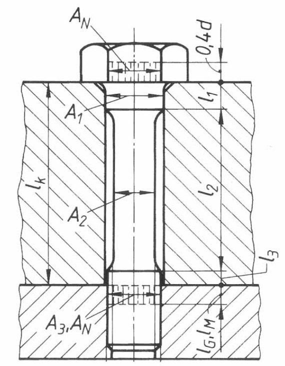


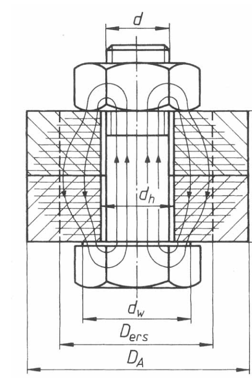
Bild 8-9 Mitfedernde Einzelelemente einer Dehnschraube

l_i : Länge des i – ten Teilstückes

A_i : Querschnitt

d : Nenndurchmesser

A_N : Nennquerschnitt $\frac{d^2 \cdot \pi}{4}$



l_K : Klemmlänge

D_A : Aussendurchmesser

d_h : Lochdurchmesser

d_w : Durchm.Kopfauflage ≈ SW

Nachgiebigkeit Zwischenlagen

$$\boxed{\delta_t = \frac{l_K}{A_{Ers} \cdot E_t}}$$

Fall 1: $\boxed{D_A < d_W}$

$$A_{Ersatz} = \frac{\pi \cdot \left(D_a^{\,2} - d_h^{\,2}\right)}{4}$$

Fall 2: $\boxed{d_W \le D_A \le d_W + l_K}$ $\qquad \boxed{Aers(dw, da, dh, lk)}$

$$A_{Ersatz} = \frac{\pi}{4}\left(d_W^{\,2} - d_h^{\,2}\right) + \frac{\pi}{8} d_W \left(D_A - d_W\right)\left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_K \cdot d_W}{D_A^{\,2}}} + 1\right)^2 - 1\right]$$

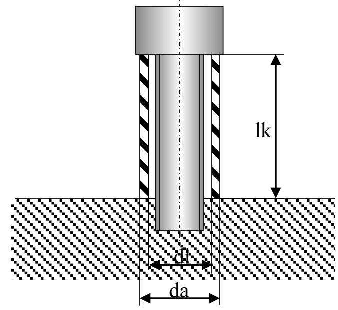
Fall 2: $\boxed{D_A > d_W + l_K}$ $\qquad \boxed{Aers(dw, da, dh, lk) \, wobei : da = d_W + l_K}$

$$A_{Ersatz} = \frac{\pi}{4}\left(d_W^{\,2} - d_h^{\,2}\right) + \frac{\pi}{8} d_W \left(\left(d_W + l_K\right) - d_W\right)\left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_K \cdot d_W}{\left(d_W + l_K\right)^2}} + 1\right)^2 - 1\right]$$

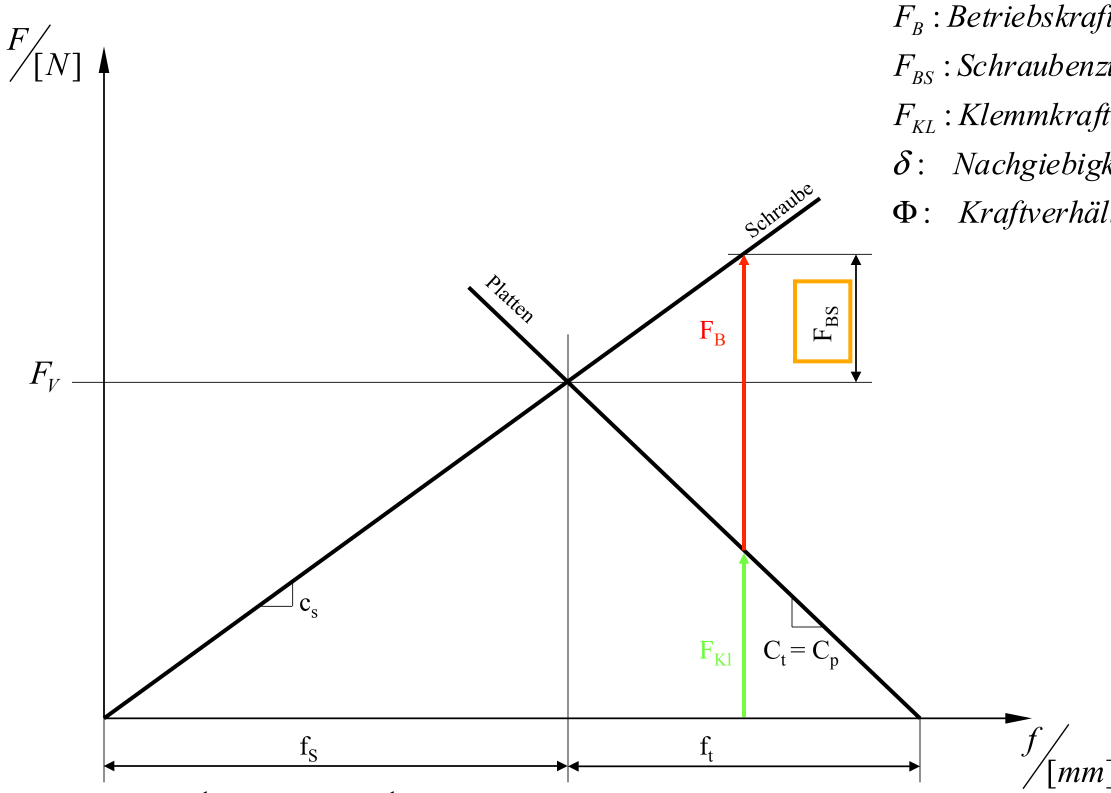
Nachgiebigkeit einer Dehnhülse

$$\boxed{\delta_{S\,Hülse} = \frac{l_k}{A_{ers} \cdot E_{hülse}}} \text{ wobei}: A_{ers} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

Merke: Dieser Term ist in der Gesamtnachgiebigkeit der Schraube zu berücksichtigen



Schraubenbezeichnungen



F_B : *Betriebskraft*

F_{BS} : *Schraubenzusatzkraft*

F_{KL} : *Klemmkraft*

δ : *Nachgiebigkeit*

Φ : *Kraftverhältniss*

$$\delta_S = \frac{1}{c_S} \qquad \delta_t = \frac{1}{c_t}$$

$$\boxed{\Phi = \frac{\delta_t}{\delta_t + \delta_S}}$$

Berechnung der Nachgiebigkeiten auf der Folgeseite

$$\boxed{F_{BS} = F_B \cdot \Phi = F_B \cdot \frac{\delta_t}{\delta_t + \delta_S}}$$

$$\boxed{F_{KL} = F_V - (F_B - F_{BS}) = F_V - F_B(1 - \Phi)}$$

$$\boxed{F(f) = c \cdot f}$$

$$f_t = \frac{F_V}{c_p} = F_V \cdot \delta_p \qquad f_s = \frac{F_V}{c_s} = F_V \cdot \delta_s$$

Betriebskraft einer Schraube bei schwellender Belastung

Ziel: Es soll überprüft werden, ob die vorliegende Schraubenverbindung, welche einer Wechselbeanspruchung unterliegt, infolge dieser überbelastet ist.

Konzept:

1. In einem ersten Schritt soll ermittelt werden zwischen welchen beiden Grenzen (Fbo und Fbu) die Betriebskraft schwankt. In diesem Beispiel sei gegeben:

$$F_{BO} = F_G + F_{Kreis} = 55kN$$

$$F_{BU} = 0kN$$

F_{BO} : obere Grenze Betriebskraft

F_{BU} : untere Grenze Betriebskraft

2. Als nächstes soll die Ausschlagskraft errechnet werden, welche wiederum zur Bestimmung der maximal auftretenden Mittelspannung erforderlich ist:

$$\boxed{\pm F_a = \pm \frac{F_{BSo} - F_{BSu}}{2} = \frac{F_{Bo} - F_{Bu}}{2} \cdot \Phi}$$

Bereits ermitteltes Kraftverhältnis

$$\boxed{\Phi = \frac{\delta_t}{\delta_t + \delta_S}}$$

$$\pm F_a = \pm \frac{F_{Bo} - F_{Bu}}{2} \cdot \Phi = \frac{55kN - 0kN}{2} \cdot 0{,}2359 = 6{,}48kN$$

3. Nun wird die aufgrund der vorliegenden Ausschlagskraft die resultierende Spannung im Schraubenquerschnitt bzw. in deren Kernquerschnitt berechnet. Es werden direkt die Grössen gemäss der nicht aufgeführten Aufgabenstellung eingetragen:

$$\boxed{\sigma_a = \frac{F_{sa}}{A_3} \leq \sigma_A}$$

$$\sigma_a = \frac{F_{sa}}{A_3} = \frac{6{,}48kN}{104{,}7mm^2} = 62{,}39\frac{N}{mm^2} \Rightarrow bei\ zwei\ Schrauben: \underline{\underline{\sigma_a = 31{,}18\frac{N}{mm^2}}}$$

4. Es soll nun bestimmt werden, ob die gewählte Schraube der Belastung standhält. Dies wird unter Zuhilfenahme der folgenden zwei Fallunterscheidungen durchgeführt. (Beispiel: Schlussvergütetes Gewinde)

Schlussvergütetes Gewinde:

$$\boxed{\sigma_{A(SV)} \approx 0{,}75 \cdot \left(\frac{180}{d} + 52\right)}$$

schussgewalztes Gewinde:

$$\boxed{\sigma_{A(SG)} \approx \left(2 - \frac{F_V}{F_{0,2}}\right) \cdot \sigma_{A(SV)}}$$

As zwei Seiten zurück bzw. **TB 8-1**

$$\boxed{F_{0,2} = A_S \cdot R_{p0,2} = A_S \cdot R_e}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{A(SV)}}} \approx 0{,}75 \cdot \left(\frac{180}{d} + 52\right) = 0{,}75 \cdot \left(\frac{180}{14} + 52\right) = \underline{\underline{48{,}64\frac{N}{mm^2}}}$$

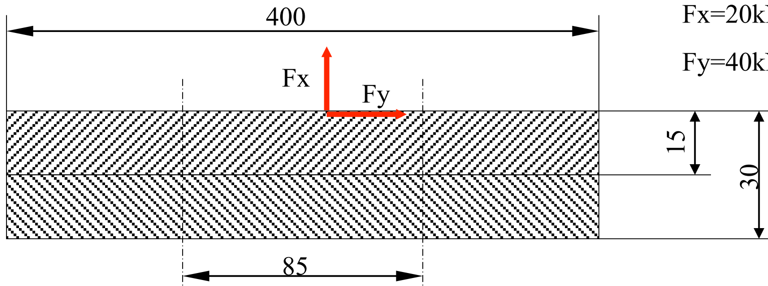
5. Wie aus der unten stehenden Beziehung ersichtlich, ist es legitim, diese Schraube für den gerechneten Anwendungsfall zu verwenden

$$\sigma_a \leq \sigma_A$$

$$31{,}18\frac{N}{mm^2} \leq 48{,}64\frac{N}{mm^2}$$

Vorgehensweise für die Wahl von Schraubenverbindungen

Ziel: Es soll gemäss der unten aufgeführten Anleitung eine Auslegung für eine Schraubenverbindung erstellt werden.



Fx=20kN wechselnd

Fy=40kN wechselnd

Konzept:

1. **Als erstes muss der Frage nachgegangen werden, wie gross die Klemmkraft sein muss bei vorherschender Betriebskraft.** Annahme: Reibungskoeffizient zwischen den Platten=0,12

$$F_r = \mu \cdot F_N$$

$$F_{Kl} = F_N = \frac{F_r}{n \cdot \mu} = \frac{F_y}{n \cdot \mu} = \frac{40000}{2 \cdot 0{,}12} = 167kN$$

$$F_{Bo} = \frac{F_x}{2} = \frac{20kN}{2} = +10kN$$

$$F_{Bu} = -\frac{F_x}{2} = -\frac{20kN}{2} = -10kN$$

2. **Es folgt eine Vorauswahl der Schraube gemäss TB 8-13**
Gewählt wird die Schraube M24 mit der Festigkeitsklasse 10.9. Gemäss **TB 8-14** beträgt bei einem Reibungskoeffizient von 0,12 für eine Schraube M24 der Festigkeitsklasse 10.9 Die Kraft Fsp=249kN

3. **Nun wir der Faktor Phi (Kraftverhältniss) bestimmt um über diesen die Schraubenzusatzkraft Fbs bestimmen zu können (gemäss Nachgiebigkeit einer Schraubenverbindung zwei Seiten vorher)**

Schraubenlänge $l = 55mm$

Gewindelänge $l_G = 55mm$

$A_N = 452mm^2$

$A_S = 353mm^2$

$A_3 = 324{,}3mm^2$

$$\underline{\underline{\delta_S}} = \sum \delta_i + \delta_K + \delta_{Gne} + \delta_{Ge} + \delta_M$$

$$= \frac{1}{E}\left(\frac{0{,}4 \cdot 24}{452} + \frac{30}{324} + \frac{0{,}5 \cdot 24}{324} + \frac{0{,}4 \cdot 24}{452}\right) = \underline{8{,}1956 \cdot 10^{-7} \frac{mm}{N}}$$

$$D_A \approx 85mm \quad ; \quad dw \approx SW = 36mm$$

$$l_K + dw = 66mm < D_A \Rightarrow D_A = l_K + dw = 66mm$$

$$A_{ers} = \ldots = 1187{,}2mm$$

$$\underline{\underline{\delta_t}} = \frac{l_K}{A_{ers} \cdot E_t} = \frac{30mm}{1187{,}2mm^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 N/mm^2} = \underline{0{,}12 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}}$$

$$\underline{\Phi} = \frac{\delta_t}{\delta_t + \delta_S} = \frac{0{,}12 \cdot 10^{-6}}{0{,}12 \cdot 10^{-6} + 0{,}82 \cdot 10^{-6}} = 0{,}128 \approx \underline{0{,}13}$$

4. Unter Berücksichtigung des Krafteinleitungsfaktors n folgt für das Kraftverhältnis Phi:

$$\Phi = n \cdot \Phi_K = 1 \cdot 0{,}13$$

5. Es soll als nächstes die Montagekraft Fvm ermittelt werden. Hierfür soll als erstes der Setzweg fz gemäss der unten stehenden Beziehung ermittelt werden um über diesen auf die Setzkraft Fz schliessen zu können

$$\boxed{f_z = 3{,}29\left(\frac{l_K}{d}\right)^{0,34} \cdot 10^{-3}\,mm} = 3{,}29\left(\frac{30mm}{24}\right)^{0,34} \cdot 10^{-3}\,mm = 0{,}003549\,mm$$

$$\boxed{F_z = \frac{f_z}{\delta_s + \delta_t}} = \frac{0{,}003549mm}{0{,}82 \cdot 10^{-6} + 0{,}12 \cdot 10^{-6}} = 3{,}77\,kN$$

Um diese Kraft „setzt“ sich die Verbindung

6. Gemäss der Tabelle **TB 8-11** kann nun der Anziehfaktor ka ermittelt werden. Für dieses Beispiel (Drehmomentgesteuertes Anziehen durch Drehmomentschlüssel) gilt: ka=1,6 nun kann die Kraft Fvm gemäss der unten stehenden Beziehung errechnet werden:

$$\boxed{F_{VM} = k_a \cdot \left(F_Z + F_{Kl} + F_B(1-\Phi)\right)}$$

$$= 1{,}6 \cdot \left(3{,}77kN + 167kN + 10kN(1-0{,}13)\right) = 287{,}04kN$$

7. Nachdem oben die theoretisch notwenige Vorspannkraft ermittelt worden ist, muss überprüft werden, ob diese für die entsprechende Schraube zulässig ist. Der Vergleich erfolgt über den Wert der Spannkraft Fsp gemäss der Tabelle **TB 8-14.** Für den vorliegenden Fall gilt: Fsp=249kN

$$F_{VM} > F_{sp}$$

$$287kN > 249kN \qquad \Rightarrow \qquad \text{Schraube hält nicht}$$

Konsequenz: Es muss eine höhere Festigkeitsklasse oder eine grössere Schraube gewählt werden.

$$12.9\,\text{gewählt} \;\Rightarrow\; F_{sp} = 291\,kN$$

8. Nun soll überprüft werden, ob der Teil der Vorspannkraft, den die Schraube „sieht“, bezüglich ihrer Festigkeit (über Festigkeitsklasse) legitim ist.

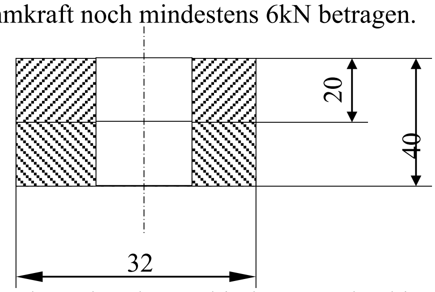
$$F_{BS} = \Phi \cdot F_B = 0{,}13 \cdot 10kN = 1{,}3kN$$

$$1{,}3kN < 0{,}1 \cdot \underbrace{1200 \cdot 0{,}9}_{12.9} \cdot \underbrace{353mm^2}_{As} = 38kN \Rightarrow o.k.$$

Der Faktor 0,1 rührt daher, da bereits 90% der Streckgrenze in Anspruch genommen werden

Vorgehensweise für die Wahl von Schraubenverbindungen

Ziel: Die Verbindung zweier Platten aus C45 mit einer Durchsteckschraube soll wahlweise als Schaftschraube oder Dehnschraube für eine zwischen 8kN und 32kN schwankende Betriebskraft bemessen werden. Dabei soll die Restklemmkraft noch mindestens 6kN betragen.



Konzept:

a) Die Teilnachgiebigkeiten der Schraubenverbindung werden hier als gegeben betrachtet. Diese würden entsprechend der Beschreibung „Nachgiebigkeit einer Schraubenverbindung“ errechnet:

$$\delta_s = 1{,}37 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$$

$$\delta_T = 7{,}97 \cdot 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

b) Es folgt nun die Vorauswahl der Schraube gemäss der Tabelle **TB 8-13**
Festlegung des Nenndurchmessers auf M16 über eine dynamische axiale Belastung in der Höhe der im Mittel wirkenden Kraft (24kN)

TB 8-13 Richtwerte zur Vorwahl der Schrauben

Festig-keits-klasse	Nenndurchmesser in mm für Schaftschrauben bei Kraft je Schraube[1) F_B bzw. F_Q in kN bis												
	stat. axial dyn. axial quer	1,6 1 0,32	2,5 1,6 0,5	4 2,5 0,8	6,3 4,0 1,25	10 6,3 2	16 10 3,15	25 16 5	40 25 8	63 40 12,5	100 63 20	160 100 31,5	250 160 50
4.6		6	8	10	12	16	20	24	27	33	–	–	–
4.8, 5.6		5	6	8	10	12	16	20	24	30	–	–	–
5.8, 6.8		4	5	6	8	10	12	14	18	22	27	–	–
8.8		4	5	6	8	8	10	14	16	20	24	30	–
10.9		–	4	5	6	8	10	12	14	16	20	27	30
12.9		–	4	5	5	8	8	10	12	16	20	24	30

1) Für Dehnschrauben oder bei exzentrisch angreifender Betriebskraft F_B sind die Durchmesser der nächsthöheren Laststufe zu wählen.

Die Länge wird über die Tabelle **TB 8-8** mittels der Mutterhöhe auf L =60mm bestimmt

c) Nun wird aus den Teilnachgiebigkeiten der Schraubenverbindung das Kraftverhältniss Phi errechnet. Bei n handelt es sich um den Krafteinleitungsfaktor welcher gemäss der Darstellung unten in vier Fälle unterschieden wird:

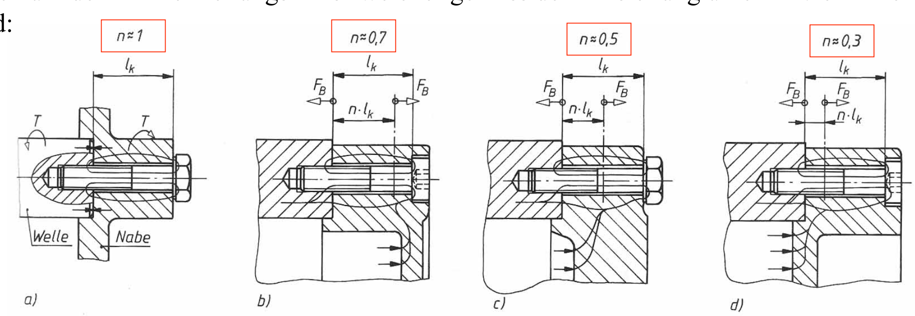


Bild 8-14 Krafteinleitungsfaktoren für typische Konstruktionsfälle.
a) Querbeanspruchte, reibschlüssige Schraubenverbindung, b) Deckelverschraubung mit weit von der Trennfuge liegendem Kraftangriffspunkt (ungünstig), c) und d) mit näher zur Trennfuge rückendem Kraftangriffspunkt (günstiger)

$$\underline{\underline{\Phi}} = \frac{\delta_t}{\delta_t + \delta_S} \cdot n = \frac{7{,}97 \cdot 10^{-7}\, mm/N}{7{,}97 \cdot 10^{-7}\, mm/N + 1{,}37 \cdot 10^{-6}\, mm/N} \cdot 1 = \underline{\underline{0{,}3678}}$$

d) Unter Berücksichtigung der Streuung der Vorspannkraft beim Anziehen durch den Anziefaktor ka wird die Montage-Vorspannkraft. Es ist anzumerken, dass in unserem Fall die Schrauben nach dem Setzen noch einmal angezogen werden und somit der Kraftverlust infolge des Setzbetrages ausbleibt (Fz=0):

$$\boxed{F_{VM} = k_A \cdot F_{V\min} = k_A \cdot \left[F_{Kl} + F_B \cdot (1-\Phi) + F_Z\right]} \qquad \text{(8.29) S.222}$$

$$F_{VM} = k_A \cdot \left[F_{Kl} + F_B \cdot (1-\Phi) + F_Z\right] = 1{,}6 \cdot \left[6kN + 32kN \cdot (1-0{,}37) + 0\right] = 41{,}47\,kN$$

TB 8-11 Richtwerte für den Anziehfaktor k_A (nach Bauer & Schaurte Karcher)

Anziehverfahren	Streuung der Vorspannkräfte	vorzuschreibendes Anziehdrehmoment	Anziehfaktor k_A
Streckgrenzgesteuertes oder *drehwinkelgesteuertes Anziehen* von Hand oder motorisch	entspricht der Streckgrenze der Schraube	entfällt	1,0
Drehmomentgesteuertes Anziehen mit *Drehmomentschlüssel* ohne oder mit Vormontage durch Schlagschrauber, oder *Drehschrauber* mit Einstellen über Verlängerungsmessungen der montierten Schrauben oder über das Nachziehmoment sowie stetiger Nachkontrolle	±20 %	0,9 M_{sp}	1,6
Impulsgesteuertes Anziehen mit *Schlagschrauber*. Einstellung über Verlängerungsmessungen der montierten Schrauben oder über jeweils 10 Versuche (pro Los bzw. Tag), d. h. *Kontrolle* durch Drehmomentschlüssel	±40 %	0,85 M_{sp}	2,5
Impulsgesteuertes Anziehen mit *Schlagschrauber ohne Einstellkontrollen* oder *Anziehen von Hand* ohne Messung des Anziehmomentes	±60 %	entfällt	4,0

e) Nachdem oben die theoretisch notwenige Vorspannkraft ermittelt worden ist, muss überprüft werden, ob diese für die entsprechende Schraube zulässig ist.
Der Vergleich erfolgt über den Wert der Spannkraft Fsp gemäss der Tabelle **TB 8-14.**
Für den vorliegenden Fall gilt: Fsp=75,3kN

$$\boxed{F_{Sp} \geq F_{V\max}}$$

TB 8-14 Spannkräfte F_{sp} und Spannmomente M_{sp} für Schaft- und Dehnschrauben bei verschiedenen Gesamtreibungszahlen μ_{ges}

Regel- bzw. Feingewinde	$\mu_{ges} = \mu_G = \mu_K$	Schaftschrauben: Spannkraft F_{sp} in kN bei Festigkeitsklasse[1]			Schaftschrauben: Spannmoment M_{sp} in Nm bei Festigkeitsklasse[1]			Dehnschrauben ($d_T \approx 0{,}9\,d_3$): Spannkraft F_{sp} in kN bei Festigkeitsklasse[1]			Dehnschrauben ($d_T \approx 0{,}9\,d_3$): Spannmoment M_{sp} in Nm bei Festigkeitsklasse[1]		
		8.8	10.9	12.9	8.8	10.9	12.9	8.8	10.9	12.9	8.8	10.9	12.9
M5	0,08	7,16	10,5	12,3	4,3	6,3	7,3	4,98	7,31	8,55	3,0	4,4	5,1
	0,10	6,90	10,1	11,9	4,9	7,2	8,5	4,75	6,97	8,16	3,4	5,0	5,8
	0,12	6,63	9,74	11,4	5,5	8,1	9,5	4,52	6,64	7,77	3,8	5,5	6,5
	0,14	6,36	9,34	10,9	6,0	8,9	10,4	4,30	6,31	7,39	4,1	6,0	7,0
M6	0,08	10,1	14,9	17,4	7,4	10,9	12,7	6,97	10,2	12,0	5,1	7,5	8,8
	0,10	9,74	14,3	16,7	8,5	12,5	14,7	6,65	9,76	11,4	5,8	8,6	10
	0,12	9,35	13,7	16,1	9,5	14	16,4	6,32	9,29	10,9	6,4	9,5	11,1
	0,14	8,97	13,2	15,4	10,4	15,3	17,9	6,01	8,83	10,3	7,0	10,3	12
M8	0,08	18,5	27,2	31,9	17,9	26,2	30,7	12,9	19	22,2	12,5	18,3	21,4
	0,10	17,9	26,2	30,7	20,6	30,3	35,5	12,3	18,1	21,2	14,2	20,9	24,5
	0,12	17,2	25,2	29,5	23,1	34	39,7	11,8	17,3	20,2	15,8	23,2	27,2
	0,14	16,5	24,2	28,3	25,3	37,2	43,6	11,2	16,4	19,2	17,2	25,3	29,6
M8 × 1	0,08	20,3	29,7	34,8	18,8	27,7	32,4	14,6	21,5	25,1	13,6	20	23,4
	0,10	19,6	28,7	33,6	22	32,3	37,7	14	20,5	24	15,7	23,1	27
	0,12	18,8	27,7	32,4	24,8	36,4	42,6	13,4	19,6	23	17,6	25,8	30,2
	0,14	18,1	26,6	31,1	27,3	40,1	47	12,7	18,7	21,9	19,2	28,2	33
M10	0,08	29,5	43,3	50,7	36	53	61	20,7	30,4	35,6	25	37	43
	0,10	28,4	41,8	48,9	41	61	71	19,8	29,1	34	29	42	50
	0,12	27,3	40,2	47	46	68	80	18,9	27,7	32,4	32	47	55
	0,14	26,2	38,5	45,1	51	75	88	17,9	26,4	30,8	35	51	60
M10 × 1,25	0,08	31,6	46,5	54,4	37	55	64	22,8	33,5	39,2	27	40	46
	0,10	30,6	44,9	52,5	44	64	75	21,9	32,1	37,6	31	46	53
	0,12	29,4	43,2	50,6	49	72	84	20,9	30,6	35,9	35	51	60
	0,14	28,3	41,5	48,6	54	80	93	19,9	29,2	34,2	38	56	65
M12	0,08	43	63,1	73,9	61	90	105	30,3	44,6	52,1	43	63	74
	0,10	41,4	60,9	71,2	71	104	122	29	42,6	49,8	50	73	85
	0,12	39,9	58,5	68,5	80	117	137	27,6	40,6	47,5	55	81	95
	0,14	38,3	56,2	65,8	87	128	150	26,3	38,6	45,2	60	88	103
M12 × 1,25	0,08	48,2	70,8	82,8	65	96	112	35,5	52,1	61	48	71	83
	0,10	46,6	68.4	80,1	77	113	132	34,1	50	58,5	56	82	96
	0,12	44,9	66	77,2	87	128	150	32,6	47,8	56	63	93	108
	0,14	43,2	63,5	74,3	96	141	165	31,1	45,7	53,4	69	102	119
M14	0,08	59	86,7	101	97	143	167	41,8	61,4	71,8	69	101	118
	0,10	56,9	83,6	97,8	113	165	194	39,9	58,6	68,6	79	116	136
	0,12	54,7	80,4	94,1	127	186	218	38,1	55,9	65,4	88	129	151
	0,14	52,6	77,2	90,3	139	205	239	36,2	53,2	62,3	96	141	165
M16	0,08	81	119	139	147	216	253	58,4	85,8	100	106	156	183
	0,10	78,2	115	134	172	252	295	55,9	82,2	96,2	123	180	211
	0,12	75,3	111	130	194	285	333	53,4	78,5	91,8	137	202	236
	0,14	72,4	106	124	214	314	367	50,9	74,8	87,5	150	221	258
M16 × 1,5	0,08	88	129	151	154	227	265	65,5	96,2	113	115	169	197
	0,10	85,2	125	147	182	267	313	62,9	92,4	108	134	197	231
	0,12	82,2	121	141	207	304	355	60,2	88,4	104	151	222	260
	0,14	79,2	116	136	229	336	394	57,5	84,5	98,9	166	244	286
M20	0,08	131	186	218	298	424	496	94,2	134	157	215	306	358
	0,10	126	180	210	347	494	578	90,2	128	150	248	354	414
	0,12	121	173	202	392	558	653	86,1	123	144	278	396	463
	0,14	117	166	194	431	615	719	82,1	117	137	304	432	506
M20 × 1,5	0,08	149	212	248	320	456	533	113	160	188	242	345	403
	0,10	144	206	240	379	540	632	108	154	181	285	406	475
	0,12	139	199	232	433	617	722	104	148	173	323	460	538
	0,14	134	191	224	482	686	803	99,4	142	166	356	508	594
M24	0,08	188	268	313	512	730	854	136	193	226	370	566	616
	0,10	182	259	303	597	850	995	130	185	216	427	608	712
	0,12	175	249	291	673	959	1122	124	177	207	478	680	796
	0,14	168	239	280	742	1057	1237	118	168	197	522	743	870
M24 × 2	0,08	210	299	350	544	775	907	158	224	263	409	582	681
	0,10	203	290	339	643	916	1072	152	216	253	479	683	799
	0,12	196	280	327	733	1044	1222	145	207	242	542	772	904
	0,14	189	269	315	814	1159	1357	139	198	231	598	851	966

[1] Für Schrauben anderer Festigkeitsklassen sind die Tabellenwerte im Verhältnis der Streck- bzw. 0,2 %-Dehngrenzen proportional umzurechnen.

f) Bei mit Fsp vorgespannten Schrauben wird die Mindestdehngrenze durch Sigma red=0,9*Rp0,2 nur zu 90% ausgenutzt. Die Zusatzkraft $F_{BS} = \Phi \cdot F_B$, also der Anteil der Betriebskraft, mit dem die Schraube zusätzlich belastet wird, darf deshalb nicht grösser werden als 0,1*Rp0,2*As. Die maximal zulässige Schraubenkraft wird nicht überschritten, wenn die Zusatzkraft FBS folgende Bedingung erfüllt:
- bei Schaftschrauben

$$\boxed{F_{BS} = \Phi \cdot F_B \leq 0{,}1 \cdot R_{p0,2} \cdot A_s}$$

- bei Dehnschrauben

$$\boxed{F_{BS} = \Phi \cdot F_B \leq 0{,}1 \cdot R_{p0,2} \cdot A_T}$$

im vorliegenden Fall handelt es sich um eine Schraube der Festigkeitsklasse 8.8 demzufolge kann der Ausdruck für Schaftschrauben formuliert werden als:

$$\Phi \cdot F_B \leq 0{,}1 \cdot R_{p0,2} \cdot A_s$$

$$0{,}3678 \cdot 32kN \leq 0{,}1 \cdot \left(800 \frac{N}{mm^2} \cdot 0{,}8\right) \cdot 157mm^2$$

$$11{,}76kN \leq 10{,}05kN$$

Achtung: Schraube überlastet

Lösungsansätze: Im vorliegenden Fall wäre es legitim, die Vorspannung der Schraube zu reduzieren, um ihre Belastbarkeit mit der Schraubenzusatzkraft vergrössern zu können. Ein weiterer Ansatz bestünde darin, eine Dehnschraube zu verwenden welche sich durch eine ausgeprägt flachere Kurve auszeichnet.

g) Damit bei maximaler Schraubenkraft an der Auflagefläche zwischen Schraubenkopf bzw. Mutter und verspannten Teilen keine weiteren Fliessvorgänge und damit Setzerscheinungen ausgelöst werden, darf die Flächenpressung die Quetschgrenze des verspannten Werkstoffes nicht überschreiten. Da jedoch plastische Verformung der Auflagefläche eine Kaltverfestigung des Werkstoffes bewirkt, sind (Gren-)Flächenpressungen zulässig, die zum Teil über der Quetschgrenze liegen.

$$\boxed{p < p_G}$$

$$\boxed{p = \frac{F_{sp} + \Phi \cdot F_B}{A_p}} \quad wobei: \quad A_p = \frac{\pi \cdot \left(d_w^{\,2} - d_h^{\,2}\right)}{4}$$

$$p = \frac{\left(F_{sp} + \Phi \cdot F_B\right) \cdot 4}{\pi \cdot \left(d_w^{\,2} - d_h^{\,2}\right)} = \frac{(75{,}3 + 8{,}4) \cdot 4}{\pi \cdot \left((24)^2 - (17{,}5)^2\right)} = 397 \frac{N}{mm^2}$$

$$397 \frac{N}{mm^2} < 700 \frac{N}{mm^2}$$

Erfüllt

TB 8-10 Fortsetzung

b) Richtwerte für die Grenzflächenpressung p_G an den Auflageflächen verschraubter Teile

Werkstoff der gedrückten Teile	Zugfestigkeit R_m N/mm²	Grenzflächen-pressung[1)] p_G N/mm²
S235	370	260
E295	500	420
C45	800	700
42CrMo4	1000	850
30CrNiMo8	1200	750
X5CrNiMo18 10	500 … 700	210
X10CrNiMo18 9	500 … 750	220
Rostfreie, ausscheidungshärtende Werkstoffe	1200 … 1500	1000 … 1250
C15 einsatzgehärtet (Eht 0,6)	–	1400
16MnCr5 einsatzgehärtet (Eht 1)	–	1800
Titan, unlegiert	390 … 540	300
TiA16V4	1100	1000
EN-GJL-150	150	600
EN-GJL-250	250	800
EN-GJL-350	350	900
EN-GJS-350-LT	350	480
EN-GJMB-450-G	450	500
GD-MgA19	300 (200)	220 (140)
GK-MgA19	200 (300)	140 (220)
GK-AlSi6Cu4	–	200
AlZnMgCu0,5	450	370
Al99	160	140
GFK-Verbundwerkstoff	–	120
CfK-Verbundwerkstoff	–	140

1) Beim motorischen Anziehen können die Werte der Grenzflächenpressung bis zu 25 % kleiner sein.

h) Als letzter Punkt soll nun noch die Dauerfestigkeit der Schraube infolge der schwellenden Belastung untersucht werden. Die geschieht gemäss der separaten Seite „ Vorgehensweise für die Wahl von Schraubenverbindungen“

Stirnradgetriebe

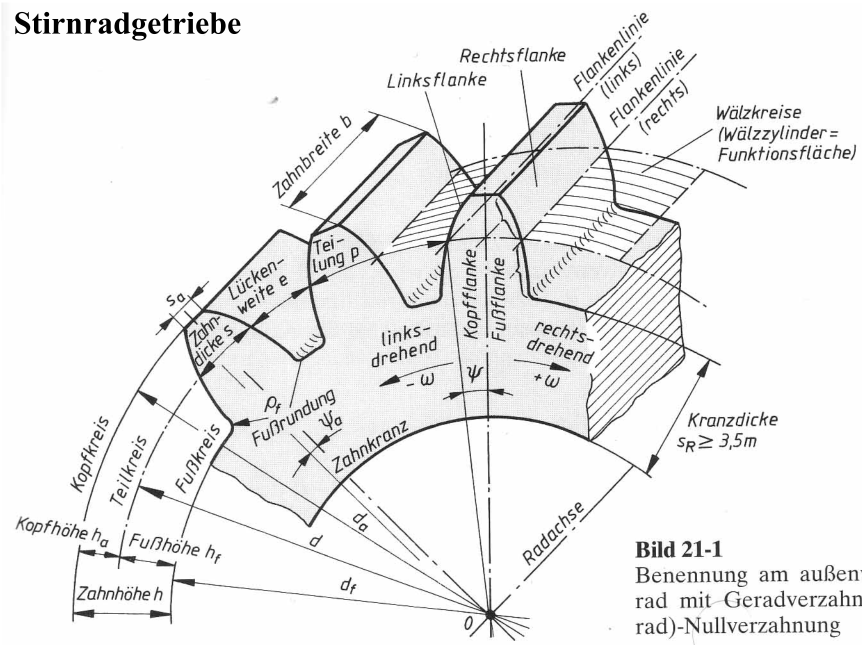
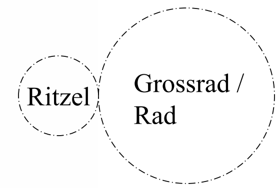


Bild 21-1
Benennung am außenverzahnten Stirnrad mit Geradverzahnung (Geradstirnrad)-Nullverzahnung

Definition



Bei einer Zahnradpaarung wird das kleineres Rad Ritzel und das Gegenrad als „Rad“ bezeichnet

Teilkreisdurchmesser / Teilkreisumfang:

$$\boxed{U = d \cdot \pi = z \cdot p} \qquad \boxed{d = z \cdot \frac{P}{\pi} = z \cdot m}$$

TB 21-1 Modulreihe für Zahnräder nach DIN 780 (Auszug)
Moduln *m* für *Stirn-* und *Kegelräder* in mm

Reihe 1	0,1	0,12	0,16	0,20	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
	0,9	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8
	10	12	16	20	25	32	40	50	60		
Reihe 2	0,11	0,14	0,18	0,22	0,28	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85
	0,95	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9
	11	14	18	22	28	36	45	55	70		

Die Moduln gelten im Normalschnitt; Reihe 1 ist gegenüber Reihe 2 zu bevorzugen.

Kopfhöhe ha / Fusshöhe hf:

$$\boxed{h_a = m}$$

$$\boxed{h_f = 1{,}25 \cdot m}$$

Übersetzung i:

$$\boxed{i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}}$$

Nullachsabstand (ohne Profilverschiebung):

$$\boxed{a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + z_2)}$$

Ritzelbreite in Abhängigkeit des Durchmesserbreitenverhältnisses:

$$\boxed{\psi_i = \frac{b_i}{d_i}}$$

TB 21-14 Ritzelbreite, Verhältniszahlen (Richtwerte)
a) Durchmesser-Breitenverhältnis $\psi_d = b_1/d_1$

Art der Lagerung	Wärmebehandlung: normal geglüht HB < 180	vergütet HB > 200	einsatz-, flammen- oder induktionsgehärtet	nitriert
	ψ_d			
symmetrisch	≤1,6	≤1,4	≤1,1	≤0,8
unymmetrisch	≤1,3	≤1,1	≤0,9	≤0,6
fliegend	≤0,8	≤0,7	≤0,6	≤0,4

Mindestzähnezahl / Grenzzähnezahl:

theoretisch: $z_1 \geq 17$

praktisch: $z_1 \geq 14$

$$\boxed{z_g = \frac{2}{\sin^2(\alpha)}}$$

Berechnung der Entwurfsdurchmesser

Fall 1: Wellendurchmesser für Ritzel liegt vor

Ritzel auf Welle: $$\boxed{m_n' \approx \frac{1{,}8 \cdot d_{sh} \cdot \cos\beta}{(z_1 - 2{,}5)}}$$

Ritzelwelle: $$\boxed{m_n' \approx \frac{1{,}1 \cdot d_{sh} \cdot \cos\beta}{(z_1 - 2{,}5)}}$$

Merke: Der Winkel Beta steht für eine allfällige Schrägverzahnung bei Geradverzahnung wird Term cos(B)=1, da Beta gleich Null Grad

Fall 2: Achsabstand a ist vorgegeben

$$\boxed{m_n'' \approx \frac{2 \cdot a \cdot \cos\beta}{(1+i) \cdot z_1}}$$

Fall 3: zu übertragendes Moment T1 vorgegeben (am Ritzel)

Zahnflanken gehärtet: $$\boxed{m_n''' \approx 1{,}85 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot \cos^2(\beta)}{z_1^{\,2} \cdot \psi_d \cdot \sigma_{F\lim 1}}}}$$

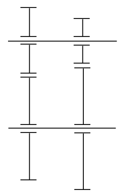
Merke: Der geringer feste Werkstoff ist in die Formel miteinzubeziehen

Zahnflanken ungehärtet: $$\boxed{m_n''' \approx \frac{95 \cdot \cos\beta}{z_1} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1}{\psi_d \cdot \sigma^2_{H\lim}} \cdot \frac{u+1}{u}}}$$ $$i = u = \frac{z_2}{z_1}$$

Kochrezept zur Auslegung einer Zahnradpaarung (Stirnräder)

Ziel: Es soll eine Zahnradpaarung ausgelegt werden, wenn folgende Parameter als gegeben betrachtet werden können: a, i>1, T (Moment), $\varepsilon_\alpha \geq 1{,}1$ Profilüberdeckung, ggf. $d_{sh}, \sigma_{F\lim}, \sigma_{H\lim}$

In diesem konkreten Fall ist eine Getriebestufe mit folgenden Parametern auszulegen: T=50Nm, i1=2,1, i2=3,5



TB 20-1 Festigkeitsrichtwerte der üblichen Zahnradwerkstoffe (in Anlehnung an Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau; Niemann, Maschinenelemente II)

Nr.	Art, Norm, Behandlung	Bezeichnung	Flankenhärte[1)]	$\sigma_{F\lim}$ [2)] (N/mm²)	$\sigma_{H\lim}$ [2)] (N/mm²)
1	Gusseisen mit Lamellengraphit DIN EN 1561	GJL-200	180 HB	40	300
2		GJL-250	220 HB	55	360
3	Schwarzer Temperguss DIN EN 1562	GJMB-350	150 HB	165	320
4		GJMB-650	220 HB	205	460
5	Gusseisen mit Kugelgraphit DIN EN 1563	GJS-400	180 HB	185	370
6		GJS-600	250 HB	225	490
7		GJS-900	350 HB	250*	650*
8	unlegierter Stahlguss DIN 1681	GS 52.1	160 HB	140	320
9		GS 60.1	180 HB	160	380
10	Allgemeine Baustähle DIN EN 10025	E 295	160 HB	160	370
11		E 335	190 HB	175	430
12		E 360	210 HB	205	460
13	Vergütungsstähle DIN EN 10083 (auch als GS, dann $\sigma_{H\lim}$ um rd. 80 N/mm² $\sigma_{F\lim}$ um rd. 40 N/mm² niedriger)	C45E N	190 HB	155 ... 200	470 ... 530
14		34CrMo4 QT	270 HB	220 ... 290	630 ... 710
15		42CrMo4 QT	300 HB	225 ... 310	680 ... 760
16		34CrNiMo6 QT	310 HB	225 ... 315	680 ... 770
17		30CrNiMo8 QT	320 HB	230 ... 320	700 ... 780
18		34CrNiMo16 QT	350 HB	240 ... 325	750 ... 830
19	Vergütungsstahl flamm- oder induktionsgehärtet	C45E (Umlaufhärtung, $b < 20$ mm)	50 ... 55 HRC	Fuß mitgehärtet 250 ... 375 Fuß nicht mitgehärtet 150 ... 225	1000 ... 1230
20		34CrMo4 (Umlauf- oder Einzelzahnhärtung)			
21		42CrMo4 (Umlaufhärtung)			
22		34CrNiMo6 (Einzelzahnhärtung)			
23	Vergütungsstahl und Einsatzstahl langzeit-gasnitriert	42CrMo4 QT (Nitrierhärtetiefe < 0,6 mm, $R_m > 800$ N/mm², $m < 16$ mm)	48 ... 57 HRC	260 ... 370	780 ... 1000
24		16MnCr5 QT (Nitrierhärtetiefe < 0,6 mm, $R_m > 700$ N/mm², $m < 10$ mm)			
25	Vergütungs- und Einsatzstähle nitrocarboriert	C45E N für $d < 300$ mm, $m < 6$ mm	42 ... 45 HRC	230 ... 300	650 ... 760
26		16MnCr5N für $d < 300$ mm, $m < 6$ mm	52 ... 55 HRC	230 ... 320	650 ... 800
27		42CrMo4 QT $d < 600$ mm, $m < 10$ mm			
28	carbonitriert	34CrV4 QT Kernfestigkeit bis 45 HRC, Kfz-Getriebe	55 ... 60 HRC	300 ... 450	1100 ... 1350
29	Einsatzstähle DIN 17210, DIN EN 10084 einsatzgehärtet	16MnCr5 Standardstahl, normal bis $m = 20$ mm	58 ... 62 HRC	310 ... 500	1300 ... 1500
30		15CrNi6, für über $m = 16$ mm bei Stoßbelastung über $m = 5$ mm			
31		17CrNiMo8, für über $m = 16$ mm bei Stoßbelastung über $m = 5$ mm			

1) HB Brinell-Härtewert, HRC Rockwell-Härtewert C.
2) Untere Grenzwerte eines Streubereiches sicher erreichbar, obere Werte bei umfassender Kontrolle.
* genaue Werte liegen noch nicht vor

Konzept:

a) Auslegung für Ritzel mit i=3,5. Gemäss der Tabelle **TB 20-1** können die für die Zahnräder zu verwendenden Werkstoffe ermittelt werden. Werkstoffwahl (Autogetriebe) 42CrMo4 gehärtet.

b) Das Durchmesserbreitenverhältniss gemäss Tabelle **TB 21-14** für HB=300 und unsymmetrische Lagerung ergibt:

$$\boxed{\psi_i = \frac{b_i}{d_i}} \qquad \psi_i \leq 1{,}1$$

TB 21-14 Ritzelbreite, Verhältniszahlen (Richtwerte)

a) Durchmesser-Breitenverhältnis $\psi_d = b_1/d_1$

Art der Lagerung	Wärmebehandlung: normal geglüht HB < 180	vergütet HB > 200	einsatz-, flammen- oder induktions-gehärtet	nitriert
	ψ_d			
symmetrisch	≤1,6	≤1,4	≤1,1	≤0,8
unymmetrisch	≤1,3	≤1,1	≤0,9	≤0,6
fliegend	≤0,8	≤0,7	≤0,6	≤0,4

c) Nun wird ein Entwurfsmodul für den Ritzel (Ausführung: Ritzelwelle oder Ritzel auf Welle) ermittelt. Für die Berechnung des Moduls ist es notwendig einen Richtwert für die Zähnezahl zu haben. Dieser wird der Tabelle **TB 21-13 a/b** entnommen.

TB 21-13 Ritzelzähnezahl z_1 (Richtwerte) [1)]

a) abhängig von den Anforderungen an das Getriebe

Anforderungen an das Getriebe	Anwendungsbeispiele	Günstige Ritzelzähnezahl z_1
Zahnfußtragfähigkeit und Grübchentragfähigkeit ausgeglichen	Getriebe für den allgemeinen Maschinenbau (kleine bis mittlere Drehzahl)	$z_1 \approx 20 \ldots 30$
Zahnfußtragfähigkeit wichtiger als die Grübchentragfähigkeit	Hubwerkgetriebe, teilweise Fahrzeuggetriebe	$z_1 \approx 14 \ldots 20$
Grübchentragfähigkeit wichtiger als die Zahnfußtragfähigkeit	hochbelastete schnelllaufende Getriebe im Dauerbetrieb	$z_1 > 35$
Hohe Laufruhe	schnelllaufende Getriebe	

b) abhängig von der Wärmebehandlung und der Übersetzung

Wärmebehandlung der Zahnräder bzw. deren Werkstoff		Zähnezahl z_1 bei einem Zähnezahlverhältnis u			
		1	2	4	8
vergütet oder oberflächengehärtet gegen vergütet	<230 HB	32 ... 60	29 ... 55	25 ... 50	22 ... 45
	≥230 HB	30 ... 50	27 ... 45	23 ... 40	20 ... 35
nitriert		24 ... 40	21 ... 35	19 ... 31	16 ... 26
einsatzgehärtet		21 ... 32	19 ... 29	16 ... 25	14 ... 22
Gusseisen, (GJS)		26 ... 45	23 ... 40	21 ... 35	18 ... 30

$z = 12$ praktisch kleinste Zähnezahl für Leistungsgetriebe (Gegenzähnezahl ≥ 23)

1) unterer Bereich für $n < 1000\ \text{min}^{-1}$
oberer Bereich für $n > 3000\ \text{min}^{-1}$

Es wird hierbei in folgende Fälle unterschieden:

Fall 1: Wellendurchmesser für Ritzel liegt vor

Ritzel auf Welle:

$$\boxed{m_n' \approx \frac{1{,}8 \cdot d_{sh} \cdot \cos\beta}{(z_1 - 2{,}5)}}$$

Ritzelwelle:

$$\boxed{m_n' \approx \frac{1{,}1 \cdot d_{sh} \cdot \cos\beta}{(z_1 - 2{,}5)}}$$

Merke: Der Winkel Beta steht für eine allfällige Schrägverzahnung bei Geradverzahnung wird Term cos(B)=1, da Beta gleich Null Grad

Fall 2: Achsabstand a ist vorgegeben

$$\boxed{m_n'' \approx \frac{2 \cdot a \cdot \cos\beta}{(1+i) \cdot z_1}}$$

Fall 3: zu übertragendes Moment T1 vorgegeben (am Ritzel)

Zahnflanken gehärtet:

$$\boxed{m_n''' \approx 1{,}85 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot \cos^2(\beta)}{z_1^{\,2} \cdot \psi_d \cdot \sigma_{F\lim 1}}}}$$

Merke: Der geringer feste Werkstoff ist in die Formel miteinzubeziehen

Zahnflanken ungehärtet:

$$\boxed{m_n''' \approx \frac{95 \cdot \cos\beta}{z_1} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1}{\psi_d \cdot \sigma^2_{H\lim}} \cdot \frac{u+1}{u}}}$$

$$i = u = \frac{z_2}{z_1}$$

Für das zu berechnende Beispiel ist das zu übertragende Moment gegeben. Demzufolge handelt es sich um den Fall 3 mit gehärteten Zahnflanken

$$m_n''' \approx 1{,}85 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot \cos^2(\beta)}{z_1^{\,2} \cdot \psi_d \cdot \sigma_{F\lim 1}}} = 1{,}85 \cdot \sqrt[3]{\frac{50 \cdot 10^3\, Nmm \cdot 1}{14^2 \cdot 1{,}1 \cdot \left(\frac{225+310}{2}\right)}} = 1{,}769$$

d) Aufgrund der Tabelle **TB 21-1** kann nun herausgelesen werden, welcher Modul (aus einer der beiden Vorzugsreihen) verwendet werden soll. Es ist jedoch anzumerken, dass bei Grossserien die Reihe 1 zu bevorzugen ist. Die Wahl für unser Berechnungsbeispiel fällt auf **m=1,75**

TB 21-1 Modulreihe für Zahnräder nach DIN 780 (Auszug)

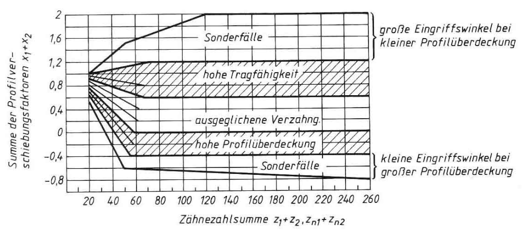
Moduln *m* für *Stirn-* und *Kegelräder* in mm

Reihe 1	0,1	0,12	0,16	0,20	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
	0,9	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8
	10	12	16	20	25	32	40	50	60		
Reihe 2	0,11	0,14	0,18	0,22	0,28	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85
	0,95	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9
	11	14	18	22	28	36	45	55	70		

Die Moduln gelten im Normalschnitt; Reihe 1 ist gegenüber Reihe 2 zu bevorzugen.

e) In diesem Punkt soll gemäss den zur Verfügung stehenden Auswahlkriterien die notwendige Profilverschiebung ermittelt werden **(TB 21-5).** Unsere Anforderungen an das Getriebe sind vorwiegend auf einen ruhigen Lauf gerichtet. Da für die Bestimmung des Profilverschiebungsfaktors die Zähnezahlsumme bekannt sein muss, wir diese anhand der theoretischen Übersetzung errechnet:

TB 21-5 Wahl der Summe der Profilverschiebungsfaktoren $\Sigma x = (x_1 + x_2)$



Merke: Wir entscheiden uns für eine hohe Profilüberdeckung mit dem Wissen, dass diese einem ruhigen Lauf zugute kommt

$$z_2 = i_{soll} \cdot z_1 = 3{,}5 \cdot 14 = 49$$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 = 14 + 49 = 63$$

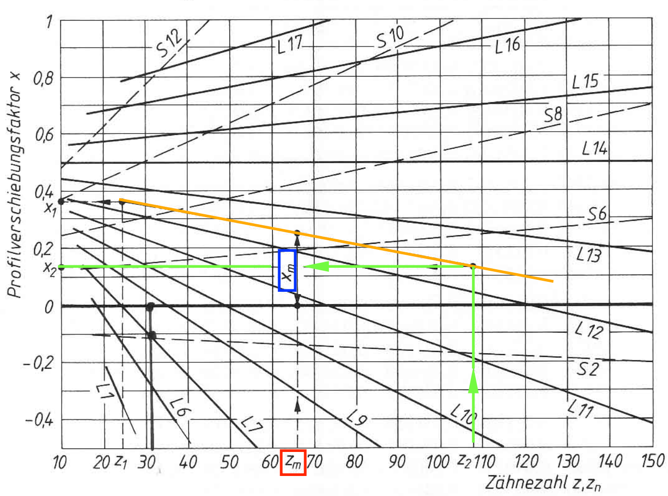
$$\Sigma x \Rightarrow 0 \ldots -0{,}4$$

wähle Bereichsmitte

$$\underline{\underline{\Sigma x \Rightarrow -0{,}2}}$$

f) Anhand der folgenden Tabelle **TB 21-6** wird nun die Verteilung der Profilverschiebungssumme auf die einzelnen Zahnräder bestimmt.

TB 21-6 Aufteilung von $\Sigma x = (x_1 + x_2)$ mit Ablesebeispiel



Achtung: Wurde der erste Wert z.B. für x2 über die Hilfsgerade bestimmt, so **muss** der zweite Wert über die Profilverschiebungssumme errechnet werden, da andernfalls Fehler unvermeidlich werden (hervorgerufen durch ungenaues herauslesen aus Diagramm)

Ablesebeispiel: Gegeben seien $z_1 = 24$, $z_2 = 108$, damit $i = 4{,}5$, Summe der Profilverschiebungsfaktoren $x_1 + x_2 = +0{,}5$ (ausgeglichene Verzahnung mit höherer Tragfähigkeit nach TB 21-5). Man trage über der mittleren Zähnezahl $z_m = (z_1 + z_2)/2 = (24 + 108)/2 = 66$ den Mittelwert der Summe der Profilverschiebungsfaktoren $x_m = (x_1 + x_2)/2 = 0{,}25$ von der 0-Linie auf. Durch diesen Punkt ziehe man eine den benachbarten L-Linien $(i > 1!)$ angepasste Gerade. Diese gibt dann über z_1 und z_2 die zugehörigen Werte $x_1 = +0{,}36$ und $x_2 = +0{,}14$ an. Dabei ist zu beachten, dass die Summe der gefundenen Werte x_1 und x_2 mit der vorgegebenen Summe der Profilverschiebungsfaktoren genau übereinstimmt.

Bezogen auf unser Beispiel ergibt sich: für z1=14: x1=0,15 und demzufolge für errechnetes z2:x2= -0,35

g) Es soll jetzt überprüft werden, ob die Grenzzähnezahlen nicht unterschritten worden sind:

$$\boxed{x_{grenz} = \frac{14 - z}{17}} \qquad Kleinrad = \frac{14-14}{17} = 0 < 0{,}15 \Rightarrow o.k.$$

$$Grossrad = \frac{14-49}{17} = -2{,}05 < -0{,}35 \Rightarrow o.k.$$

h) Als nächstes soll die Profilverschiebung für die Beiden Räder berechnet werden:

$$V_1 = x_1 \cdot m = 0{,}15 \cdot 1{,}75 = 0{,}2625mm$$
$$V_2 = x_2 \cdot m = -0{,}35 \cdot 1{,}75 = -0{,}6125mm$$

Interpretation: Der Zahn bzw. die Zähne des jeweiligen Rades werden um diesen Betrag grösser (wenn positiv) oder kleiner (wenn negativ)

i) Nun wird der Faktor für die Kopfhöhenänderung errechnet. Zuvor müssen hierfür aber noch einige Parameter bestimmt werden:

$$a_d = \frac{z_1 + z_2}{2} m$$

Achtung: Vorzeichen

$$inv\,\alpha_w = 2\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}\tan\alpha + inv\alpha = inv\,\alpha_w = 2\frac{-0{,}2}{63}\tan 20° + 0{,}0149 = 0{,}01259 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha_w = 18{,}9°}}$$

$$k = a - a_d - m(x_1 + x_2) = \underbrace{a_d \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}}_{a} - a_d - m(x_1 + x_2) = -0{,}0224$$

TB 21-4 Evolventenfunktion inv α = tan α − (π/180) · α (Wertetabelle)

α°	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
10	0,0017941	0,0018489	0,0019048	0,0019619	0,0020201	0,0020795	0,0021400	0,0022017	0,0022646	0,0023288
11	0,0023941	0,0024607	0,0025285	0,0025975	0,0026678	0,0027394	0,0028123	0,0028865	0,0029620	0,0030389
12	0,0031171	0,0031966	0,0032775	0,0033598	0,0034434	0,0035285	0,0036150	0,0037029	0,0037923	0,0038831
13	0,0039754	0,0040692	0,0041644	0,0042612	0,0043595	0,0044593	0,0045607	0,0046636	0,0047681	0,0048742
14	0,0049819	0,0050912	0,0052022	0,0053147	0,0054290	0,0055448	0,0056624	0,0057817	0,0059027	0,0060254
15	0,0061498	0,0062760	0,0064039	0,0065337	0,0066652	0,0067985	0,0069337	0,0070706	0,0072095	0,0073501
16	0,0074927	0,0076372	0,0077835	0,0079318	0,0080820	0,0082342	0,0083883	0,0085444	0,0087025	0,0088626
17	0,0090247	0,0091889	0,0093551	0,0095234	0,0096937	0,0098662	0,0100407	0,0102174	0,0103963	0,0105573
18	0,010760	0,010946	0,011133	0,011323	0,011515	0,011709	0,011906	0,012105	0,012306	0,012509
19	0,012715	0,012923	0,013134	0,013346	0,013562	0,013779	0,013999	0,014222	0,014447	0,014674
20	0,014904	0,015137	0,015372	0,015609	0,015849	0,016092	0,016337	0,016585	0,016836	0,017089
21	0,017345	0,017603	0,017865	0,018129	0,018395	0,018665	0,018937	0,019212	0,019490	0,019770
22	0,020054	0,020340	0,020629	0,020921	0,021217	0,021514	0,021815	0,022119	0,022426	0,022736
23	0,023049	0,023365	0,023684	0,024006	0,024332	0,024660	0,024992	0,025326	0,025664	0,026005
24	0,026350	0,026697	0,027048	0,027402	0,027760	0,028121	0,028484	0,028852	0,029223	0,029600
25	0,029975	0,030357	0,030741	0,031129	0,031521	0,031916	0,032315	0,032718	0,033124	0,033534
26	0,033947	0,034364	0,034785	0,035209	0,035637	0,036069	0,036505	0,036945	0,037388	0,037835
27	0,038286	0,038742	0,039201	0,039664	0,040131	0,040602	0,041076	0,041556	0,042039	0,042526
28	0,043017	0,043513	0,044012	0,044516	0,045024	0,045537	0,046054	0,046575	0,047100	0,047630
29	0,048164	0,048702	0,049245	0,049792	0,050344	0,050901	0,051462	0,052027	0,052597	0,053172
30	0,053751	0,054336	0,054924	0,055518	0,056116	0,056720	0,057328	0,057940	0,058558	0,059181
31	0,059808	0,060441	0,061079	0,061721	0,062369	0,063022	0,063680	0,064343	0,065012	0,065685
32	0,066364	0,067048	0,067738	0,068432	0,069133	0,069838	0,070549	0,071266	0,071988	0,072716
33	0,073449	0,074188	0,074932	0,076683	0,076439	0,077200	0,077968	0,078741	0,079520	0,080306
34	0,081097	0,081894	0,082697	0,083506	0,084321	0,085142	0,085970	0,086804	0,087644	0,088490
35	0,089342	0,090201	0,091067	0,091938	0,092816	0,093701	0,094592	0,095490	0,096395	0,097306
36	0,098224	0,099149	0,100080	0,101019	0,101964	0,102916	0,103875	0,104841	0,105814	0,106795
37	0,107782	0,108777	0,109779	0,110788	0,111805	0,112829	0,113860	0,114899	0,115945	0,116999
38	0,118061	0,119130	0,120207	0,121291	0,122384	0,123484	0,124592	0,125709	0,126833	0,127965
39	0,129106	0,130254	0,131411	0,132576	0,133750	0,134931	0,136122	0,137320	0,138528	0,139743
40	0,140968	0,142201	0,143443	0,144694	0,145954	0,147222	0,148500	0,149787	0,151083	0,152388
41	0,153702	0,155025	0,156348	0,157700	0,159052	0,160414	0,161785	0,163165	0,164556	0,165956
42	0,167366	0,168786	0,170216	0,171656	0,173106	0,174566	0,176037	0,177518	0,179009	0,180511
43	0,182024	0,183547	0,185080	0,186625	0,188180	0,189746	0,191324	0,192912	0,194511	0,196122
44	0,197744	0,199377	0,201022	0,202678	0,204346	0,206026	0,207717	0,209420	0,211135	0,212863

j) Mit dem zuvor errechneten Faktor k kann nun der korrigierte Kopfkreisdurchmesser berechnet werden:

$$V_n = x_n \cdot m$$

$$\underline{\underline{d_{a1}}} = d_1 + 2(m + V_1 + k) = 14 \cdot 1{,}75 + 2(1{,}75 + (0{,}26) + (-0{,}0224)) = \underline{\underline{28{,}48}}$$

$$\underline{\underline{d_{a2}}} = d_2 + 2(m + V_2 + k) = 49 \cdot 1{,}75 + 2(1{,}75 + (-0{,}6125) + (-0{,}0224)) = \underline{\underline{88}}$$

k) Der Fusskreisdurchmesser errechnet sich gemäss der unten aufgeführten Formel:

$$\boxed{d_f = d - 2[(m + c) - V] = d - 2[(m + 0{,}25m) - V] = d - 2[(1{,}25m) - V]}$$

$$\underline{\underline{d_{f1}}} = d_1 - 2[(1{,}25m) - V_1] = z_1 \cdot m - 2[(1{,}25m) - V_1] = 14 \cdot 1{,}75 - 2[(1{,}25 \cdot 1{,}75) - 0{,}26] = \underline{\underline{20{,}645mm}}$$

$$\underline{\underline{d_{f2}}} = d_2 - 2[(1{,}25m) - V_2] = z_2 \cdot m - 2[(1{,}25m) - V_2] = 49 \cdot 1{,}75 - 2[(1{,}25 \cdot 1{,}75) - (-0{,}61)] = \underline{\underline{80{,}15mm}}$$

l) Es kann des weiteren der Achsabstand, welcher sich aufgrund der ganzen Anpassungen ergibt berechnet werden:

$$\boxed{a = \frac{d_1 + d_2}{2} \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot m \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}}$$

$$\underline{\underline{a}} = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot m \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} = \frac{14 + 49}{2} \cdot 1{,}75 \cdot \frac{\cos 20°}{\cos 18{,}9°} = \underline{\underline{54{,}7525mm}}$$

m) Zudem stellt sich durch die Veränderung einiger Parameter ein Betriebswälzkreisdurchmesser ein, der sich errechnen lässt wie folgt:

$$\boxed{d_{w1} = \frac{2 \cdot z_1}{z_1 + z_2} \cdot a}$$

$$\underline{\underline{d_{w1}}} = \frac{2 \cdot z_1}{z_1 + z_2} \cdot a = \frac{2 \cdot 14}{63} \cdot 54.75 = \underline{\underline{24{,}33mm}}$$

$$\underline{\underline{d_{w2}}} = \frac{2 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot a = \frac{2 \cdot 49}{63} \cdot 54.75 = \underline{\underline{85{,}17mm}}$$

n) Der Grundkreisdurchmesser berechnet sich:

$$\boxed{d_b = d \cdot \cos\alpha}$$

$$\underline{\underline{d_{b1}}} = d_1 \cdot \cos\alpha = z_1 \cdot m \cdot \cos\alpha = 14 \cdot 1{,}75 \cdot \cos 20° = \underline{\underline{23{,}0225mm}}$$

$$\underline{\underline{d_{b2}}} = d_2 \cdot \cos\alpha = z_2 \cdot m \cdot \cos\alpha = 49 \cdot 1{,}75 \cdot \cos 20° = \underline{\underline{80{,}58mm}}$$

o) Es kann nun anhand der bestimmten Parameter die effektive Profilüberdeckung ermittelt werden:

$$\underline{\underline{\varepsilon_\alpha}} = \frac{0{,}5\left(\sqrt{d^2{}_{a1} - d^2{}_{b1}} + \sqrt{d^2{}_{a2} - d^2{}_{b2}}\right) - a \cdot \sin\alpha_w}{\pi \cdot m \cdot \cos\alpha} =$$

$$= \frac{0{,}5\left(\sqrt{28{,}48^2 - 23{,}02^2} + \sqrt{88^2 - 80{,}5^2}\right) - \frac{63}{2} \cdot 1{,}75 \cdot \sin 18{,}9°}{\pi \cdot 1{,}75 \cdot \cos 20°} = \underline{\underline{1{,}58}}$$