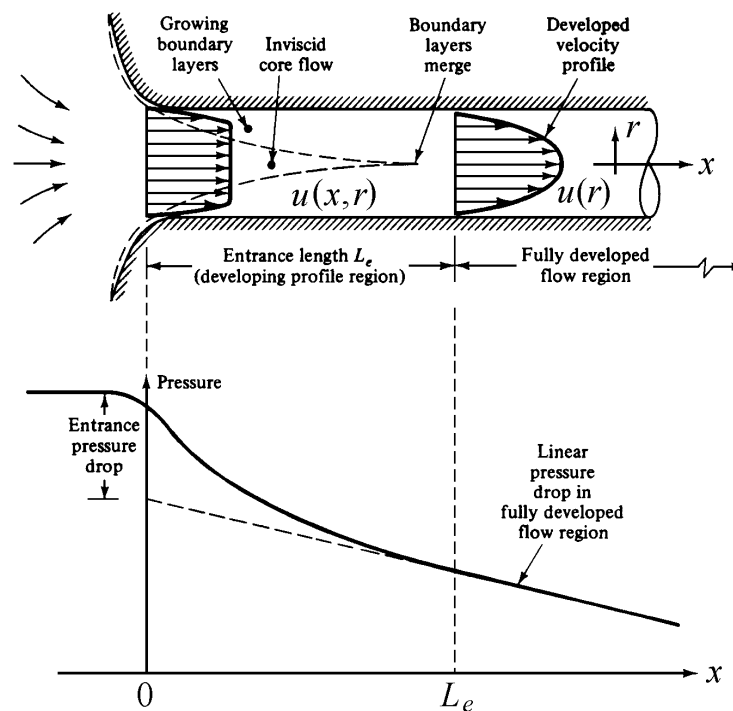


**MOTIVERING**

Strömning i rör eller slutna kanaler är mycket vanligt vid tekniska tillämpningar. Några exempel: fjärrvärmesystem, gasledningar, pipelines, rörledningar i kylsystem, m.m. En viktig uppgift är att bestämma den tryckförlust som därvid uppstår, eftersom denna ofta har en avgörande betydelse för dimensionering av de fläktar, pumpar och kompressorer som upprätthåller strömningen.

**SYFTE**

Syftet är att bestämma och analysera

- Volymflöde
- Tryckfall i enkla rörssystem (utan förgreningar)
- Friktionsfaktorn för släta och skrovliga rör
- Hastighetsprofil

Mätningarna genomförs med luft som strömmande medium. Inklusiv utvärdering och diskussion omfattar denna del av laborationen totalt ca. 2 timmar.

**FÖRBEREDELSE**

Detta laborations-PM samt avsnitt 6.1, 6.3, 6.6 & 6.9 i F. M. White, *Fluid Mechanics* skall genomläsas före laborationstillfället. Sidhänvisningar till Whites bok gäller 6:e upplagan (6th Edition, 2006).

# 1. TEORI

## 1.1 Hastighetsprofiler

Betrakta en fluid som strömmar i ett rör med konstant tvärsnitt. Antag vidare att strömningen är fullt utbildad, stationär och inkompressibel. Stationär strömning innebär att massflödet  $\dot{m}$  är konstant. Inkompressibel strömning,  $\rho = konst.$ , innebär att även volymflödet är konstant,  $Q = VA = konst.$ , där  $V$  är medelhastigheten och  $A$  rörets tvärsnittsarea. Den hastighetsprofil eller den hastighetsfördelning som råder beror på rådande Reynolds tal,

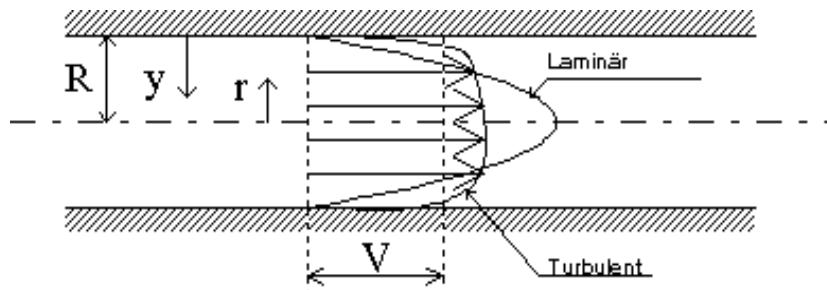
$$Re = \frac{\rho V D_h}{\mu} \quad (1)$$

där  $D_h$  är den hydrauliska diametern,

$$D_h = \frac{4A}{\mathcal{P}} \quad (2)$$

$\mathcal{P}$  är tvärsnittets "våtlagda" omkrets (periferi). I fortsättningen antas rörets tvärsnitt cirkulärt,  $D_h = d = 2R$  ( $A = \pi R^2$ ,  $\mathcal{P} = 2\pi R$ ).

Vid "normala" tekniska förhållanden gäller att strömningen är laminär om  $Re < 2100$  och helt turbulent om  $Re > 4000$ . I figuren nedan återges schematiskt hastighetsfördelningen för både turbulent och laminär rörströmning vid ungefär samma volymflöde.



Figur 1: Turbulent och laminär rörströmning

I omslagsområdet, d.v.s. för Reynolds tal i intervallet från ca. 2100 till 4000 är strömningen intermittent, omväxlande laminär och turbulent. Vid ingenjörberäkningar är det vanligt att kritiskt Reynolds tal anges till 2300, och att omslaget mellan laminär och turbulent strömning sker abrupt. I verkligheten sker omslaget över ett intervall där det dessutom kan finnas minneseffekter, t.ex. med skillnad på kritiska Reynolds tal beroende på om flödet ökats eller minskats. Vid design av rörsystem skall detta område om möjligt undvikas.

## 1.2 Medelhastighet och volymflöde

Genom att anbringa ett pitotrör vinkelrätt mot fluidströmmen är det möjligt att mäta stagnationstrycket  $p_0$ , se Fig. 4. Uppbromsningen kan antas ske friktionsfritt. Friktionseffekter kan försummas (fel mindre än 0.5%) då Reynolds tal baserat på

pitotrörets ytterdiameter är högre än ca. 100. För luft vid atmosfäriska förhållanden och med en pitotrörsdiameter av 1.5 mm innebär detta en nedre gräns på ca. 1 m/s.

Bernoullis ekvation tillämpad längs pitotrörets stagnationslinje ger vid försumbar höjdändring (stationär, friktionsfri, inkompressibel strömning):

$$p_0 = p + \rho \frac{u^2}{2} \quad (3)$$

Den lokala hastigheten blir alltså

$$u(r) = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}} \quad (4)$$

där  $p$  är det statiska trycket i den ostörda strömningen (längs stagnationsströmlinjen). Eftersom strömlinjerna är parallella och viskösa effekter kan antas underordnade (för tryckvariation tvärs strömlinjer) är detta tryck lika med det statiska trycket vid röväggen på samma horisontella höjd, se Fig. 5.

Vid angivna förhållanden kan medelhastigheten  $V$  beräknas ur hastighetsprofilen,

$$Q = \pi R^2 V = \int_0^R u(r) 2\pi r dr \Rightarrow V = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr \quad (5)$$

Dividera med  $u_0$  på båda sidor samt inför  $\eta = r/R$ . Detta ger

$$\frac{V}{u_0} = \int_0^1 \frac{u}{u_0} 2\eta d\eta \quad (6)$$

Vid fullt utvecklad *laminär strömning* är profilen parabolisk,

$$\frac{u}{u_0} = \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] = 1 - \eta^2 \quad (7)$$

där  $u_0$  betecknar centrumhastigheten,  $u_0 = u_{\max}$ . Detta ger

$$\left( \frac{V}{u_0} \right)_{\text{lam}} = 0.5 \quad (8)$$

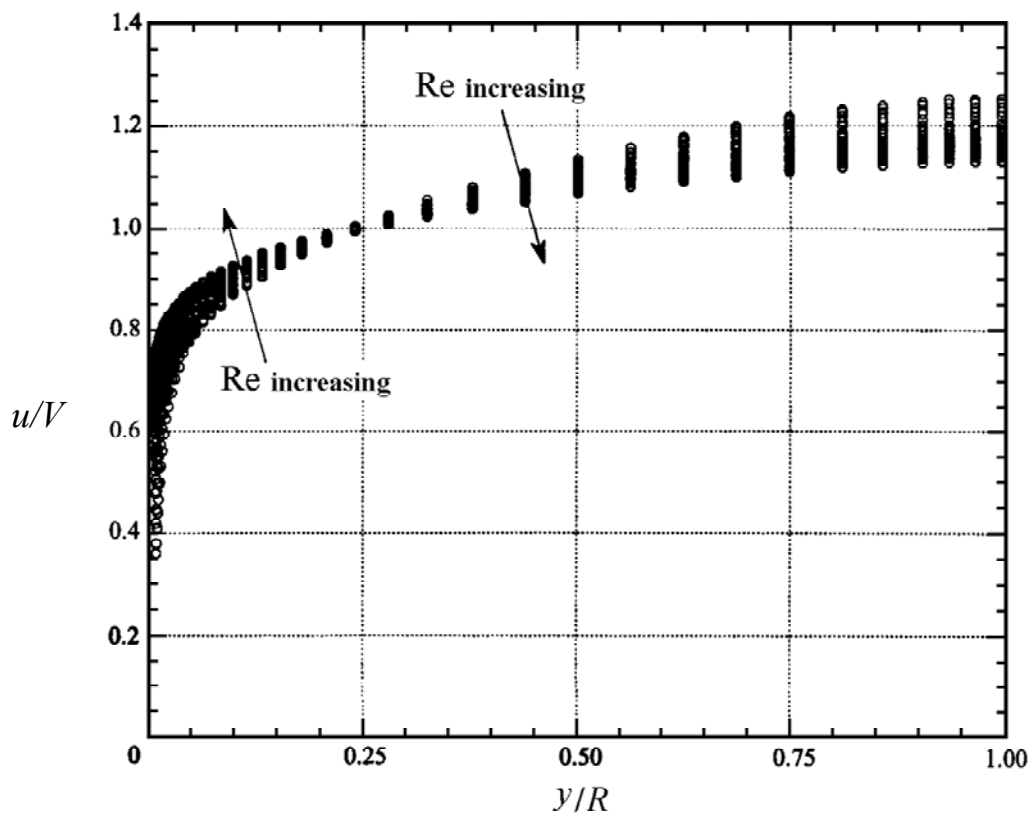
Utom allra närmast väggen samt vid *turbulent strömning* varierar hastigheten approximativt enligt (se White, sid. 151):

$$\frac{u}{u_0} \approx \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^m = (1 - \eta)^m \quad (9)$$

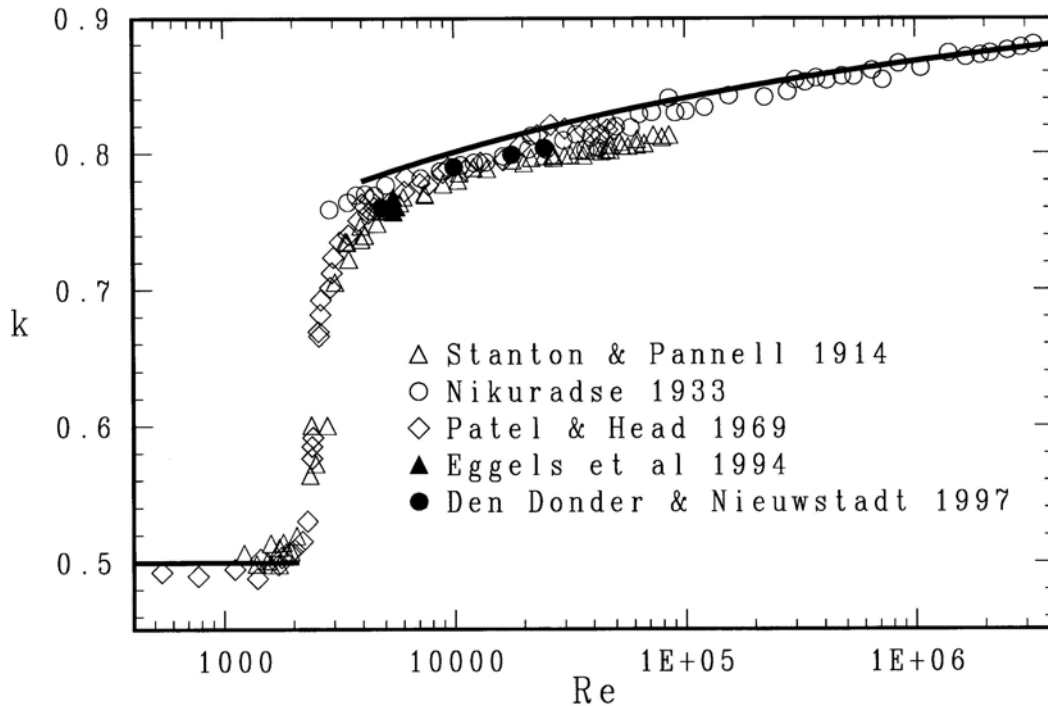
där  $0.1 \leq m \leq 0.2$  ( $m$  minskar med ökat Reynolds tal). Ekvation (6) ger

$$\left(\frac{V}{u_0}\right)_{\text{turb}} = \frac{2}{(1+m)(2+m)} = 0.76 - 0.87 \quad (10)$$

Integralen för medelhastigheten enligt ekv. (5) kan givetvis också beräknas med numeriska eller grafiska metoder, vilket kräver ett flertal mätvärden över rörets diameter. En snabb men också relativt osäker metod är att utnyttja det faktum att den lokala hastigheten på ca. en kvarts radie från väggen ( $y/R = 0.24$ ) är approximativt lika med medelhastigheten, se Fig. 2. Osäkerheten består här främst i att lokalisera denna position samt det faktum att hastigheten i detta område varierar kraftigt. Ett alternativt fast än mer osäkert förfarande är att mäta centrumhastigheten  $u_0$  och därefter iterera fram medelhastigheten  $V$  i ett diagram med  $V/u_0$  s.f.a.  $Re$  (Fig. 3, slätt rör).



Figur 2: Uppmätta hastighetsprofiler vid fullt utvecklad turbulent strömning i slätt rör ( $d = 2R = 129$  mm, 26 profiler,  $Re = 31 \times 10^3 - 35 \times 10^6$ ). Lokal (tidsmedelvärderad) hastighet vid  $y/R = 0.24$  är approximativt lika med medelhastigheten (M. V. Zagarola & A. J. Smits, Mean-flow scaling of turbulent pipe flows, *Journal of Fluid Mechanics* **373**, 33-80, 1998).



Figur 3: Kvot mellan medel- och centrumhastighet vid fullt utvecklade strömning i släta rör.

Medelhastigheten kan givetvis också bestämmas via någon typ av flödesmätare. Vid laborationen kommer volymflödet att mätas på tre sätt,

1. svävkroppsmätare (rotameter)
2. strypbricka (*thin-plate orifice*)
3. integration av hastighetsprofil

### 1.3 Tryckförluster

Mellan två godtyckliga men sammanhängande rörsektioner 1 och 2 samt vid inkompressibel, stationär strömning gäller Bernoullis utvidgade ekvation:

$$p_1 + \alpha_1 \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \alpha_2 \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p_f + \rho w_s \quad (11)$$

där  $p$  och  $z$  står för sektionvisa medelvärden av statiskt tryck resp. lodrät höjd över referensnivå,  $\Delta p_f$  är den irreversibla tryckförlusten,  $w_s$  det tekniska arbetet (räknat negativt för pumpar och fläktar, positivt för turbiner) och  $\alpha$  en korrektionsfaktor som beror på strömningsprofilens utseende (White, sid. 179/180). Tryckförlusten kan delas in i två delar; dels friktionsförluster på grund av friktionen mellan fluid och rörvägg (eng. *major losses*), dels engångsförluster på grund av virvel- och turbulensbildning genom ventiler och plötsliga areaförändringar, kurvatureffekter och sekundär-strömning genom rörkrökar, o.s.v. (eng. *minor losses*).

#### 1.3.1 Tryckförlust pga rörfriktion; friktionsfaktor

För raka rör med konstant cirkulärt tvärsnitt och fullt utbildad strömning kan tryckförlusten p.g.a. rörfriktion över en viss rörlängd  $L$  tecknas enligt Darcy-Weisbachs ekvation:

$$\Delta p_f = f \frac{L}{d} \frac{\rho V^2}{2} \quad (12)$$

där  $f$  är friktionsfaktorn, vilken är en funktion av Reynolds tal och relativ ytråhet,  $f = \phi(\text{Re}, \varepsilon/d)$ ;  $\varepsilon$  är ekvivalent ytråhet, vilken är empiriskt bestämd; kan oftast erhållas ur handböcker eller från tillverkaren av röret i fråga, se Table 6.1 i White. Vid fullt utvecklad laminär strömning (ca.  $\text{Re} \leq 2100$ ) gäller

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \quad (13)$$

Vid laminär strömning är således tryckförlusten oberoende av ytråhet (inom rimliga gränser). Vid fullt utvecklad turbulent strömning (ca.  $\text{Re} > 4000$ ) gäller approximativt enligt Haalands formel, ekv (6.49) i White:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -1.8 \log \left[ \frac{6.9}{\text{Re}} + \left( \frac{\varepsilon/d}{3.7} \right)^{1.11} \right] \quad (14)$$

### 1.3.2 Engångsförluster; förlustkoefficient

Tryckförlust pga en rörkomponent, en s.k. engångsförlust, kan tecknas som

$$\Delta p_f = K \frac{\rho V^2}{2} \quad (15)$$

där  $K$  är den s.k. förlustkoefficienten; oftast baserad på medelhastigheten uppströms. Vid turbulent strömning är oftast  $K$  oberoende av Reynolds tal.

### 1.3.3 Total tryckförlust

Den totala tryckförlusten i ett enkelt sammanhängande rörsystem (ett rörsystem utan förgreningar) är summan av de tryckförluster som uppstår pga rörfriktion och de som uppträder pga irreversibiliteter i rörkomponenter,

$$\Delta p_f = \frac{\rho}{2} \left[ \sum_i \left( f \frac{L}{D_h} V^2 \right)_i + \sum_j (K V^2)_j \right] \quad (16)$$

där summeringar gäller olika delar av rörsystemet.

### 1.3.4 Ämnesdata

Luft kan vid normala tryck och temperaturer anses vara en ideal gas. Då gäller

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (17)$$

där  $R = 287 \text{ J/(kg K)}$  och temperaturen  $T$  i kelvin [K]. För gasers dynamiska viskositet gäller enligt Sutherlands formel:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \left(\frac{T_0+S}{T+S}\right) \quad (18)$$

där för luft:  $S = 110.4 \text{ K}$ ,  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $\mu_0 = 1.71 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ; temperaturen  $T$  i kelvin.

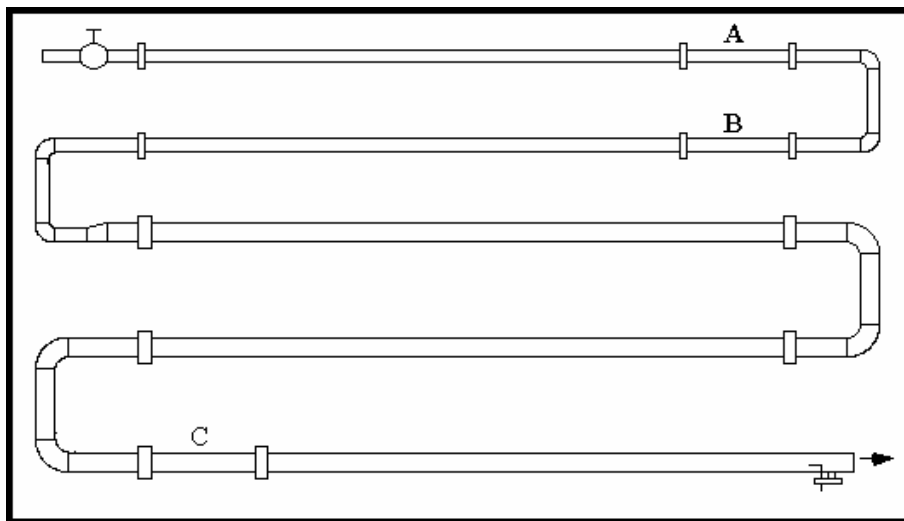
## 2. APPARATBESKRIVNING

### 2.1 Försöksriggen

Riggen (Fig. 4) är uppbyggd på en trälaminatskiva och består mestadels av standard PVC-rördelar, med invändiga diametrar nominellt lika med 19.4 resp. 38.8 mm. Två rörsträckor har artificiellt gjorts skrovliga medan resterande rördelar är "fabriksglatta".

Riggen drivs med luft från det fasta tryckluftsnätet (tryck ca. 7 bar). för att erhålla ett jämnt flöde under en mätperiod används en tank med tryckregulator, som en ackumulator mellan tryckluftsnätet och riggen. Flödet regleras med en ventil monterad vid inloppet.

Aktuella rördiametrar, avstånd mellan tryckuttag samt övriga aktuella dimensioner meddelas vid laborationstillfället.



Figur 4: Principskiss av försöksriggen.

Vid positionerna A och B kan olika komponenter inmonteras.

### 2.2 Flödesmätning

Principen för den anslutna svävkroppsmätaren (rotametern) är följande (se även White, sid. 412): i ett lodrätt placerat koniskt och genomskinligt rör är en speciellt utformad spetsig kropp placerad; det underifrån kommande flödet lyfter kroppen samtidigt som den genom sin utformning fås att rotera (stabiliserande); koniceringen gör att spalten mellan kropp och rör hålls konstant; svävkroppens lyfthöjd blir därigenom mer eller mindre linjärt beroende av flödet. Lyfthöjden beror av

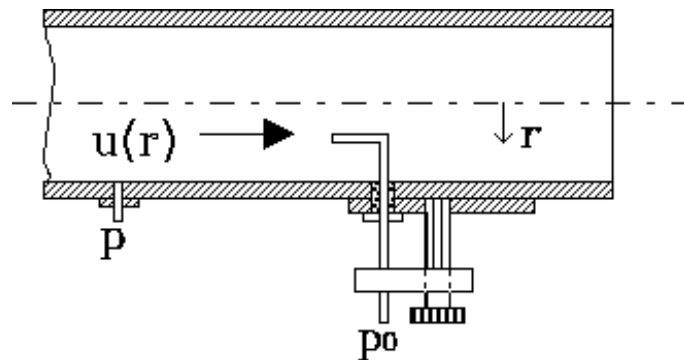
svävkroppens och glasrörets dimensioner, aktuellt flödesintervall, mediets densitet och viskositet samt av svävkroppens massa vilket innebär att den måste kalibreras. Flödesmätare av den här typen har i allmänhet en onoggrannhet på ca 3%.

Strypbrickan är monterad i position C (Fig. 4). Uppströms strypbrickan finns en flödeslikriktare, vars uppgift är att minska effekterna av rörkröken (se avsnitt 3.3). Strypbrickan fungerar enligt principen att en reduktion av genomströmningsarean ger en ökning av fluidens hastighet och därmed ett lägre statiskt tryck, se ekv. (11). Trycket reduceras också av förluster, t.ex. virvelbildningar, vilket man måste kompensera för vid beräkning av flödet. Genom att mäta tryckfallet över strypbrickan och med kännedom om areareduktionen kan volymflödet bestämmas (White, sid. 417/418).

### 2.3 Tryckmätning

På ett antal ställen utefter rörsystemet har statiska tryckuttag monterats. Dessa har tillverkats av rostfria kanylör med en inre diameter av 1 mm. Tryckdifferenser mäts via två olika manometrar.

Traverserande pitotrör används för att mäta lokala hastigheter vid utloppet. Röret traverseras med hjälp av en skruv som har gängan M6×1, vilket innebär att en vridning av skruven ett varv motsvarar en förflyttning av 1 mm, se Fig. 5. Den dynamiska komponenten av stagnationstrycket kan mätas direkt om tryckuttaget kopplas mot det ”statiska” tryckuttaget monterat i väggen. Det statiska tryckuttaget har placerats ca. en halv rördiameter uppströms pitotrörets mätpunkt för att inte inverka vid mätningarna, speciellt nära rörväggen.



Figur 5: Traverserande pitotrör.



### 3. LABORATIONSDEL

Vid laborationen skall tryckfallet över några olika komponenter mätas vid ett antal luftflöden. Därefter beräknas friktionsfaktorn respektive förlustkoefficienten, och resultatet inritas i diagram som funktion av Reynolds tal. Det aktuella flödet bestäms via flödesmätare och/eller via hastighetsmätningar vid utloppet.

#### 3.1 Tryckfall över rör och rördelar

Avläs barometertrycket samt temperaturen vid rörtutloppet. Beräkna luftens densitet enligt ideala gaslagen och dynamiska viskositeten m.h.a. avsnitt 1.3.3.

För vätskemanometern (U-rör med vatten, avläst värde  $h$ ) gäller:

$$\Delta p(\text{Pa}) = h(\text{mm H}_2\text{O}) \times 9.81$$

För mikromanometern gäller (tryckområde = 10, 100 resp. 1000 Pa):

$$\Delta p(\text{Pa}) = \frac{(\text{avläst spänning, V})}{5} \times (\text{tryckområde})$$

#### För varje luftflöde:

- Mät tryckfallet över angivna komponenter samt beräkna friktionsfaktorn respektive förlustkoefficienten.
- Rita in  $f$  och  $K$  som funktion av Reynolds tal i diagram.
- Uppskatta den relativa ytråheten  $\varepsilon/d$  för de undersökta rören genom att jämföra med Moodys diagram eller motsvarande formel.

#### 3.2 Hastighetsprofil

Hastighetsprofilen mäts upp med hjälp av ett traverserande pitotrör, se Fig. 3. Mät det dynamiska trycket  $p_0 - p$  vid olika positioner enligt börvärdestabell (delas ut vid laborationen).

Beräkna den dimensionslösa hastighetsprofilen och skissera denna.

Den dimensionslösa hastigheten  $u/u_0$  kan beräknas enligt

$$\frac{u}{u_0} = \sqrt{\frac{p_0 - p}{(p_0 - p)_{\max}}} = \sqrt{\frac{(\text{avläst värde})}{(\text{avläst värde})_{\max}}}$$

Volymflödet bestäms genom numerisk integration av ekv. (6).

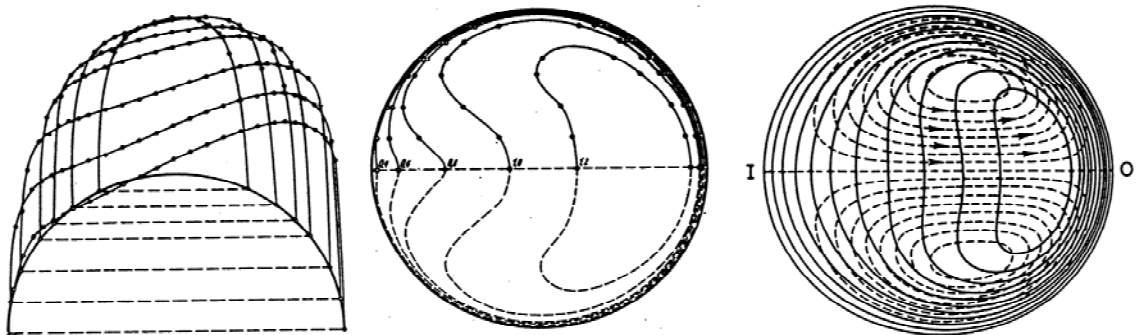
### 3.3 Hastighetsprofiler efter rörböjar

(av Jonas Bolinder, tidigare vid avd. f Strömningsteknik)

Man finner att maximala hastigheten förskjuts mot rörets utsida. Enligt den icke-viskösa teorin kunde man förvänta sig det motsatta beteendet, dvs att maximum förskjutes mot rörets insida. För en potentialvirvel (*line vortex*) gäller ju  $v_\theta = \text{konst.}/r$ , vilket ger högre hastighet för en mindre radie. Vid intern rörströmning i någorlunda långa rör så har emellertid friktionen stort inflytande på strömningen.

I korthet kan man beskriva vad som sker på följande sätt: Väggfriktionen gör att nära väggen har fluiden en låg hastighet i förhållande till hastigheten i rörets centrala delar. I en rörböj kommer därför fluiden i de centrala delarna att mera påverkas av centrifugalkraften, och fluidpartiklar med hög hastighet rör sig mot rörets ytersida, vilket ger en skev hastighetsprofil. Samtidigt byggs en tryckskillnad upp mellan rörets utsida och insida, med ett högre tryck vid utsidan. Denna tryckskillnad driver fluidpartiklarna tillbaka mot rörets insida längs med rörets väggar. Sammantaget kommer fluidpartiklarna att beskriva serpentinformede banor.

För att enkelt kunna beskriva strömningen i ett krökt rör, så brukar man dela upp strömningen i axial- och sekundärströmning. Axialströmningen är hastighetsvektorns projektion på tangenten till centrumlinjen, och sekundärströmningen är projektionen på rörets tvärsnitt. Sekundärströmningen består ofta av två symmetriska virvlar, se figurerna nedan. Den verkliga hastigheten i varje punkt fås som en summa av sekundär och axiell hastighet, vilket ger serpentinformede (heliska) banor.



Figur 6:

Axialströmning, $R_k/R = 50$ , $Re = 8540$ , utsida till höger (exp. av Adler, 1934).	Laminär axialströmning (heldragen) och sekundärströmning (streckad) (num. ber. av McConalogue & Srivastava, 1968).
---	--