

**Der Wahrscheinlichkeitsraum**  $([0, 1], \mathcal{B}, \lambda)$ .

Hier ist die Ergebnismenge  $\Omega = [0, 1] = \{\omega \in \mathbb{R} : 0 \leq \omega \leq 1\}$ .

Die  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{A}$  der Ereignisse sind die sogenannten *Borelmengen*  $\mathcal{B}$ , die alle Teilintervalle von  $[0,1]$  sowie alle *abzählbar unendlichen* Vereinigungen und Durchschnitte solcher Teilintervalle umfassen.

Das Wahrscheinlichkeitsmaß  $\mathbb{P}$  ist das sogenannte *Lebesguemaß*  $\lambda$ , das

- einem Intervall  $[a, b] \subseteq [0, 1]$  die Länge  $b - a$ ,
- einem offenen oder halboffenen Intervall  $(a, b) \subseteq [0, 1]$ ,  $[a, b) \subseteq [0, 1]$  oder  $(a, b] \subseteq [0, 1]$  ebenfalls die Länge  $b - a$ ,
- einer endlichen Vereinigung von *paarweise disjunkten* Intervallen  $A_1, \dots, A_N$  die Summe der Längen, und
- einer abzählbaren Vereinigung von *paarweise disjunkten* Intervallen  $A_1, A_2, A_3, \dots$  ebenfalls die Summe der Längen zuordnet.

Die folgende Tabelle zeigt beispielhaft einige Elemente von  $\mathcal{B}$  sowie deren Wahrscheinlichkeit:

$\Omega = [0, 1]$	$\mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}([0, 1]) = 1 - 0 = 1$
$\emptyset$	$\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
$[0.1, 0.4]$	$\mathbb{P}([0.1, 0.4]) = 0.4 - 0.1 = 0.3$
$(0.1, 0.4)$	$\mathbb{P}((0.1, 0.4)) = 0.4 - 0.1 = 0.3$
$\{0.5\}$	$\mathbb{P}(\{0.5\}) = \mathbb{P}([0.5, 0.5]) = 0.5 - 0.5 = 0$
$\{\omega\}$	$\mathbb{P}(\{\omega\}) = 0$ für jede einzelne Zahl $\omega \in \Omega$
$[0.1, 0.3] \cup [0.6, 0.9]$	$(0.3 - 0.1) + (0.9 - 0.6) = 0.2 + 0.3 = 0.5$