

Mathematik C Übungen

4. Übungsblatt

19. Äquipotenziallinien stehen immer orthogonal auf Feldlinien. Überprüfen Sie diese Tatsache

a) für das logarithmische Potenzial,

b) für ein homogenes konstantes elektrisches Feld in y -Richtung, mit $\vec{v}(x, y) = (0, c)$ für eine Konstante $c > 0$.

20. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} z^n, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} z^n, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} n! z^n.$$

21. Stellen Sie die folgenden Funktionen in der Form $f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ dar.

$$\text{a) } f(z) = z^3, \quad \text{b) } f(z) = \frac{1}{z}, \quad \text{c) } f(z) = e^{iz}.$$

22. Überprüfen Sie für die Real- und Imaginärteile der Funktionen aus dem vorigen Beispiel die Cauchy–Riemannschen Differenzialgleichungen.

23. Die Funktion $f(z) = f(x+iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ sei holomorph und $u(x, y) = \sinh(x) \cos(y)$. Berechnen Sie $v(x, y)$ und bestimmen Sie damit $f(z)$.

24. Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ und $u(x, y) = e^{\alpha x} \sin y$. Für welche Werte von α ist die Funktion u harmonisch? Bestimmen Sie zu **allen** solchen Werten von α die dazugehörige konjugiert harmonische Funktion $v(x, y)$, und drücken Sie jeweils $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ als Funktion von $z = x + iy$ aus.¹

¹Beispiel aus der Vorlesungsprüfung am 7.10.2016.