TU CLAUSTHAL
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. W. Klotz

Lineare Algebra I
WS 1999/2000
Übungsblatt 4

1. Es sei U ein Unterraum des Vektorraumes V, $U \neq V$.

Man zeige: $[V \setminus U] = V$.

2. Es seien $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{a}_3,\ \vec{a}_4$ linear unabhängige Vektoren eines reellen Vektorraumes. Ferner seien

$$\begin{aligned} \vec{b}_1 &= \vec{a}_1 + 2\vec{a}_2,\ \vec{b}_2 = \vec{a}_3 + \vec{a}_4, \\ \vec{c}_1 &= \vec{a}_1 + \ \vec{a}_2,\ \vec{c}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_3,\ \vec{c}_3 = \vec{a}_3 - \vec{a}_1, \end{aligned}$$

$S = [\vec{b}_1, \vec{b}_2], \quad T = [\vec{c}_1, \vec{c}_2, \vec{c}_3]$.

Man bestimme je eine Basis für $S \cap T$ und $S + T$.

3. Im Folgenraum $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ bezeichne M_1 die Menge aller beschränkten, M_2 die Menge aller konvergenten Folgen. Ferner sei M_3 die Menge der Folgen (x_k), für die $\sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k$ konvergiert. Man zeige, daß M_1, M_2 und M_3 Unterräume von $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ sind mit $M_1 \supsetneqq M_2 \supsetneqq M_3$.

4. Erzeugt $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$ den Raum $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$?

5. Man zeige, daß $B = \{1, x^2,\ (x-2)\ (x-1)\}$ eine Basis des Vektorraumes $\mathbb{R}_2[x]$ ist. Man bestimme den Koordinatenvektor von $f(x) = x^2 + x + 1$ bzgl. B.