Lineare Algebra II: Präsenzübung 8
-Sophiane Yahiatene-

Aufgabe 1 Sei V ein endlich dimensionaler Vektorraum und f ein Endomorphismus von V mit $f^2 = f$. Wie sieht die Jordansche Normalform von f aus?

Aufgabe 2 Sei V ein $n-$dimensionaler Vektorraum und $f : V \to V$ nilpotenter Endomorphimus mit eindimensionalem Kern.
Zeige: Es gibt ein $v \in V$, sodass $v, f(v), ..., f^{n-1}(v)$ eine Basis von V ist.

Aufgabe 3 Zeige, dass

$$\log(A) \cdot \log(B) = \log(B) \cdot \log(A)$$

gilt, sofern alle auftretenden Größen definiert sind und A, B kommutieren.
Erinnerung: $\log(Id + A) := \sum_{n\geq 1}(-1)^{n+1}\frac{A^n}{n}$

Aufgabe 4 Sei

$$\mathfrak{su}(n) := \{M \in Mat_{n,n}(\mathbb{C}) | M^* = -M, \mathrm{tr}(M) = 0\}$$

und die *Spezielle unitäre Gruppe*

$$SU(n) := \{M \in Mat_{n,n}(\mathbb{C}) | M^* = M^{-1}, \det(M) = 1\}.$$

Zeige, dass das Bild von exp unter $\mathfrak{su}(n)$ in $SU(n)$ liegt, d.h. $\exp(\mathfrak{su}(n)) \subseteq SU(n)$.