

Übungen zur Mathematischen Logik

Blatt 5

Aufgabe 1

Beweisen Sie die Schnittregel, den Modus Ponens und die Regel über die \rightarrow -Einführung.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die Korrektheit der Ableitungsregeln $(\wedge 1)$, $(\wedge 2)$, (FU) .

Aufgabe 3

Seien $\Phi, \Psi \subseteq \mathcal{F}_{AL}$, so dass $\Phi \cup \{\neg\alpha : \alpha \in \Psi\}$ inkonsistent und $\Psi \neq \emptyset$. Zeigen Sie, dass dann $\alpha_0, \dots, \alpha_n \in \Psi$ existieren mit $\Phi \vdash \alpha_0 \vee \dots \vee \alpha_n$.

Aufgabe 4

Betrachten Sie $AL(\mathcal{X})$, die Aussagenlogik über einer überabzählbaren Aussagenvariablenmenge \mathcal{X} . Vergewissern Sie sich, dass der Vollständigkeitssatz und der Endlichkeitssatz auch für $AL(\mathcal{X})$ gilt. Zeigen Sie dazu insbesondere:

Jede konsistente Formelmengung $\Phi \subseteq \mathcal{F}_{AL(\mathcal{X})}$ kann erweitert werden zu einer maximal konsistenten Menge $\Psi \supseteq \Phi$.

Tipp: Verwenden Sie das Lemma von Zorn.

Abgabe: Donnerstag, den 03. Dezember 2015, 12 Uhr im Schrein.