Glossar: Differentialquotient

Differentialquotient von f an der Stelle x_0 [Analysis, Differentialrechnung]

Grenzwert des Differenzenquotienten:

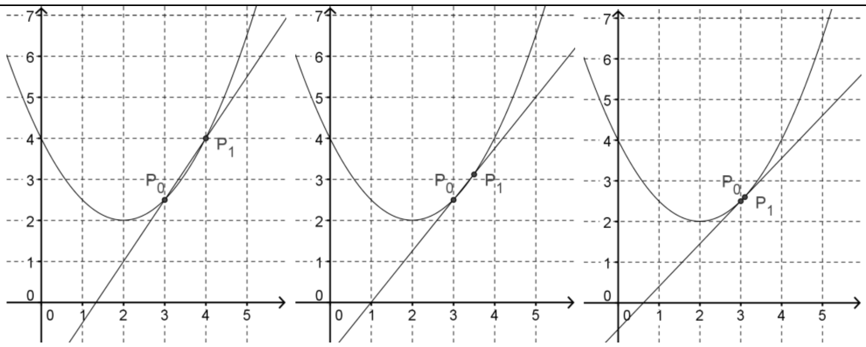
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Ableitung an der Stelle x_0 ,
Bezeichnung: $\frac{d}{dx} f(x)|_{x=x_0} = f'(x_0)$.

Dies ist ein zentraler Begriff der Differentialrechnung.

Der Differentialquotient beschreibt die Änderung der Funktionswerte an einer bestimmten Stelle x_0 – die sogenannte lokale Änderungsrate an dieser Stelle.
Das kann man sich so vorstellen: Man wählt zunächst eine Hilfsstelle x in der Nähe von x_0 und berechnet den Differenzenquotienten $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. Dann rückt man schrittweise x immer näher an x_0 heran und bestimmt den Differenzenquotienten erneut.
Daraus ergibt sich in der Regel ein Grenzwertprozess: Der Differenzenquotient nähert sich immer mehr einem bestimmten Wert an – dies ist dann der Differentialquotient, also die Ableitung an der entsprechenden Stelle.
Ein Mittel, um diesen Grenzwert zu bilden, ist die h-Methode.

Beispiel:
Gegeben sind die quadratische Funktion f mit $f(x) = 0{,}5\,x^2 - 2x + 4$ und die Stelle $x_0 = 3$
Zunächst wählen wir x = 4.
Dann ist der zugehörige Differenzenquotient: $\frac{3}{2}$.
Dann wählen wir x = 3,5, Differenzenquotient: 1,25.
Dann wählen wir x = 3,1, Differenzenquotient: 1,05.



Die Steigung der Gerade (Sekante) nähert sich immer mehr dem Wert 1, das ist in diesem Fall die Steigung der Tangente.
Der Differenzenquotient ist $\frac{d}{dx}f(x)|_{x=3} = f'(3) = 1$

Alles klar? Check Differentialquotient

Siehe: Ableitung, lokale Änderungsrate.

weitere Links zur Differentialrechnung