Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Serj Aristarkhov
Anne Froemel

Sommersemester 2017

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler II
Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Für die trigonometrische Lösung der kubischen Gleichung nach Vieta benötigt man folgende trigonometrische Identität:

$$\cos(3\theta) = 4\cos^3(\theta) - 3\cos(\theta), \quad \theta \in \mathbb{R}.$$

Beweisen Sie diese.

Aufgabe 2. Gegeben ist die 2π-**periodische** Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{falls } x \in [0,\pi] \\ \pi & \text{falls } x \in [\pi, 2\pi]. \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten a_0, a_k, b_k für $k \in \mathbb{N}$.

(b) Geben Sie die Fourierreihe $S(t)$ an.

(c) Geben Sie $S_3(t)$ an, die ersten drei Glieder der Fourierreihe aus Teilaufgabe (b).

Aufgabe 3. Gegeben sei die *gerade* **4-periodische** Fortsetzung der Funktion

$$g\colon [0,2] \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2 - x.$$

(a) Berechnen Sie die zugehörige Fourierreihe.
Tipp: Zeichnen Sie die Funktion und ihre Fortsetzung.

(b) Für Fourierkoeffizienten a_0, a_k, b_k für $k \in \mathbb{N}$ einer T-periodischen Funktion f lautet die *Parsevalsche Gleichung*

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k^2 + b_k^2) = \frac{1}{\frac{1}{2}T}\int_{-\frac{1}{2}T}^{\frac{1}{2}T} f(t)^2 dt.$$

Beweisen Sie die Gültigkeit der Reihendarstellung

$$\frac{\pi^4}{96} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4},$$

indem Sie die Parsevalsche Gleichung für die Funktion g auswerten.

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Montag, 26. Juni 2017, 14:00 Uhr** in dem **Briefkasten** im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt und mit Namen abgeben!