



**Fachbereich 11 - Maschinentechnik**

**Institut für Mechanik und Regelungstechnik (IMR)  
Festkörpermechanik**

**Univ.- Prof. Dr.-Ing. Kerstin Weinberg**

Maschinenlaboratorium

Versuch: **Auswuchten starrer Körper**

Laborraum: D 0225 (Untergeschoss Laborgebäude)

**Betreuung des Versuchs: Dr.-Ing. Ralf Nötzel**

# Inhalt

<b>1</b>	<b>AUFGABENSTELLUNG.....</b>	<b>4</b>
1.1	AUFGABE 1: EXPERIMENTELLE BESTIMMUNG DER UNWUCHT UND EXPERIMENTELLES AUSWUCHTEN AUF EINE VORGESCHRIEBENE AUSWUCHT-GÜTESTUFE BEI EINEM, ROTIERENDEN MASCHINENTEIL.....	4
1.2	AUFGABE2: DYNAMISCHES AUSWUCHTEN EINES UNSYMMETRISCHEN, ROTIERENDEN MASCHINENTEILS.....	5
1.3	HINWEISE ZUR AUFGABENLÖSUNG .....	5
<b>2</b>	<b>THEORETISCHE GRUNDLAGEN FÜR DAS AUSWUCHTEN STARRER KÖRPER.....</b>	<b>6</b>
2.1	BEGRIFFSBESTIMMUNGEN .....	6
2.2	BESCHREIBUNG DES UNWUCHTZUSTANDES DURCH UNWUCHTVEKTOREN.....	7
2.3	ANALYTISCHE BESTIMMUNG DER AUSWUCHTMASSEN: THEORETISCHES AUSWUCHTEN .....	10
2.3.1	<i>Berechnung der Auswuchtmassen über die Lagerkräfte.....</i>	<i>10</i>
2.3.2	<i>Berechnung der Ausgleichsmassen über die Ausgleichsbedingungen.....</i>	<i>14</i>
2.4	BEURTEILUNG DER AUSWUCHTGÜTE .....	15
<b>3</b>	<b>VERSUCHSEINRICHTUNG .....</b>	<b>18</b>
3.1	METHODEN DER UNWUCHTMESSVERFAHREN .....	18
3.2	DIE ÜBERKRITISCH ARBEITENDE AUSWUCHTMASCHINE.....	19
3.2.1	<i>Unwuchtmessung mit Hilfe des wattmetrischen Messverfahrens .....</i>	<i>20</i>
3.2.2	<i>Übertragung der Lager-Messsignale auf die Ausgleichsebenen: Einstellen des elektrischen Rahmens .....</i>	<i>22</i>
<b>4</b>	<b>VERSUCHSDURCHFÜHRUNG .....</b>	<b>23</b>
4.1	KALIBRIEREN DER UNWUCHTMESSGERÄTE UND EINSTELLEN DES ELEKTRISCHEN RAHMENS.....	23
4.2	MESSEN DER UNWUCHT, AUSGLEICH DER UNWUCHT.....	26
4.3	ERMITTLUNG DER ROTORRESTUNWUCHT.....	27
4.4	FLUSSDIAGRAMM FÜR DEN AUSWUCHTVORGANG.....	28
<b>5</b>	<b>SCHRIFTTUM.....</b>	<b>29</b>

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1:	Probekörper für Aufgabe 1 (Masse $m=5262$ g).....	4
Abb. 1.2:	Probekörper für Aufgabe 2. Werkstoff: Aluminium, Dichte: $\rho = 2,71$ g/cm <sup>3</sup> .....	5
Abb. 2.1:	Rotorlagerzustände mit Unwucht.....	6
Abb. 2.2:	Unwuchtvektor zur Beschreibung des Unwuchtzustandes eines starren Körpers.....	7
Abb. 2.3:	Physikalische Analogiekette zur Einführung des Unwuchtvektors .....	8
Abb. 2.4:	Auswuchten eines starren Körpers.....	9
Abb. 2.5:	Beschreibung einer statischen Rotorunwucht durch den Unwuchtvektor $\mathbf{U}_s$ .....	9
Abb.2.6:	Geortetes Auswuchten: Auswuchten eines Rotors mit 5 vorgegebenen Ausgleichsstellen in einer Ausgleichsebene .....	10
Abb. 2.7:	Zur Ableitung der Lagerkräfte eines starren Körpers mit dynamischer Unwucht .....	11
Abb. 2.8:	Auswuchten eines Rotors.....	12
Abb. 2.9:	Zusammenhang zwischen $m_i$ , $r_i$ und $U_i$ in der Ausgleichsebene $i$ .....	14
Abb. 2.10:	Zur Bestimmung des Deviationsmomentes $\mathbf{J}_{xyP}$ .....	14
Abb. 2.11:	Zur Berechnung der Ausgleichsmassen .....	15
Abb. 2.12:	Schwerpunktsexzentrizität .....	16
Tabelle 1:	Tabelle der Auswucht-Gütestufen aus der DIN ISO 1940 Teil 1 [1].....	17
Abb. 3.1:	Arbeitsprinzip einer überkritischen Auswuchtmaschine.....	18
Abb. 3.2:	Prinzip einer überkritisch arbeitenden Auswuchtmaschine mit zwei Lichtpunktvektormesssystemen zum gleichzeitigen Messen der Unwucht in zwei Ausgleichsebenen .....	19
Abb. 3.3:	Mess-Signal $u^*(t)$ der Lagerschwingungen einer überkritischen Auswuchtmaschine mit darin enthaltener Unwuchtschwingung $u(t)$ .....	20
Abb. 3.4:	Wattmeter (Drehsplussystem).....	21
Abb. 3.5:	Beschreibung des Unwuchtvektors.....	21
Abb. 3.6:	Lichtpunktvektormesser mit zwei orthogonalen Wattmetersystemen der Fa. C. Schenck, nach [4].....	22
Abb. 3.7:	Ersatzsystem für die Schwingungen eines Rotors in einer überkritischen Auswuchtmaschine .....	22
Abb. 4.1:	Kompensation der Rotor-Unwucht.....	24
Abb. 4.3:	Einstellen des Elektrischen Rahmens .....	25
Abb. 4.4:	Zur Berechnung der Ablesemaßstäbe .....	26
Abb. 4.5:	Anzeige des Unwuchtzustandes.....	26
Abb. 4.6:	Zum Einfluss der Gelenkwelle auf die gemessene Rotorunwucht.....	27
Abb. 4.7:	Anteile der Restunwucht $\mathbf{U} = \mathbf{U}_R + \mathbf{U}_G$ :.....	28
Abb. 4.8:	Flussdiagramm für den Auswuchtvorgang an einer überkritischen Auswuchtmaschine .....	29

## 1 Aufgabenstellung

### 1.1 Aufgabe 1: Experimentelle Bestimmung der Unwucht und experimentelles Auswuchten auf eine vorgeschriebene Auswucht-Gütestufe bei einem, rotierenden Maschinenteil

Für ein gegebenes rotierendes Maschinenteil (zwei Keilriemenscheiben auf einer Welle, Abb. 1.1) ist der Unwuchtzustand experimentell zu bestimmen und auf eine vorgeschriebene Auswucht-Gütestufe auszuwuchten sowie Fragen zur Unwuchtwirkung und Auswuchtgüte zu bearbeiten. Die Messungen erfolgen auf der überkritisch arbeitenden Auswuchtmaschine AR 34 U der Fa. C. Schenk (Baujahr 1958) mit dem Messgerät M 470/450 (Baujahr 1991).

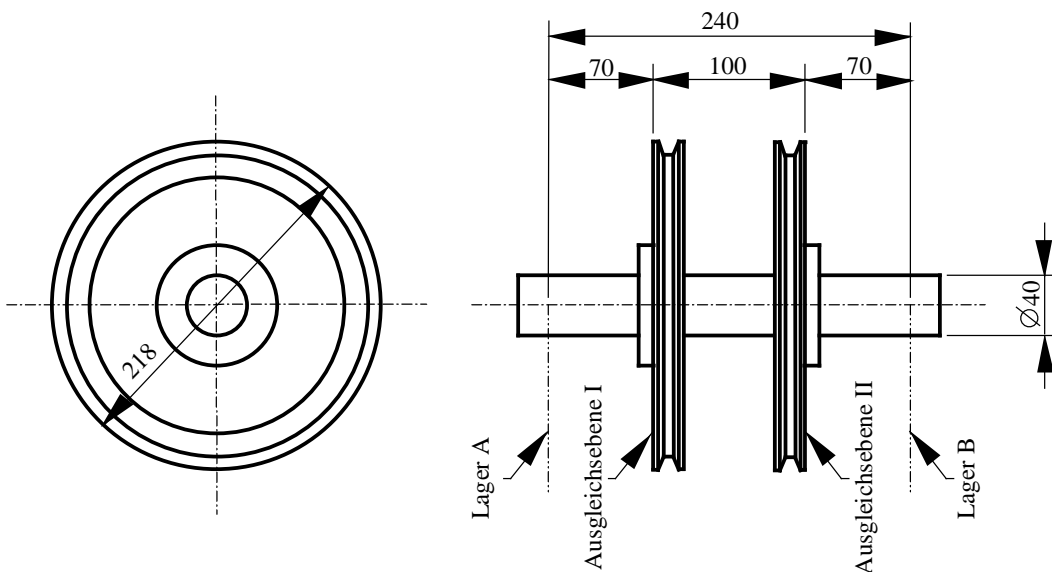


Abb. 1.1: Probekörper für Aufgabe 1 (Masse  $m=5262$  g)

#### Aufgaben:

1. Experimentelle Bestimmung der Rotorunwucht durch Angabe der Unwuchtvektoren in den zwei vorgegebenen Ausgleichsebenen I und II (mit Skizze der Vektoren).
2. Berechnung der Ablage des Massenmittelpunktes des Rotors aus der Drehachse.
3. Berechnung der dynamischen Lagerbelastungen durch den unwuchtigen Rotor bei Annahme einer Betriebsdrehzahl von  $n = 2600$  U/min (Ableitung mit Skizze und Angabe des verwendeten Koordinatensystems).
4. Bestimmung der Auswucht-Gütestufe für den Rotor nach **DIN ISO 1940 Teil 1** bei Annahme einer Betriebsdrehzahl von  $n = 2600$  U/min .
5. Experimentelles Auswuchten auf eine Auswucht-Gütestufe von mindestens G 16 bei Annahme einer Betriebsdrehzahl von  $n = 2600$  U/min .

## 1.2 Aufgabe2: Dynamisches Auswuchten eines unsymmetrischen, rotierenden Maschinenteils

Für ein stark unwuchtiges, rotierendes Maschinenteil (Abb. 1.2) sind die Ausgleichsmassen theoretisch zu bestimmen. Der Probekörper ist anschließend experimentell auszuwuchten.

### Aufgaben:

1. Theoretische Ermittlung der notwendigen Ausgleichsmassen an den vorgegebenen acht möglichen Ausgleichsstellen in den Ausgleichsebenen I und II (Ableitung mit Skizze und Angabe des verwendeten Koordinatensystems).
2. Experimentelles Auswuchten des Maschinenteils auf der Auswuchtmaschine durch Massenausgleich an den vorgegebenen Ausgleichsstellen in den Ausgleichsebenen I und II (sogenanntes *geortetes Auswuchten*).
3. Bestimmung der Restunwucht des ausgewuchteten Maschinenteils durch Unwuchtmessung auf Umschlag an der Gelenkwelle und Berechnung der Auswuchtgütestufe nach der **DIN ISO 1940 Teil 1** bei Annahme einer Betriebsdrehzahl von  $n = 3000$  U/min.

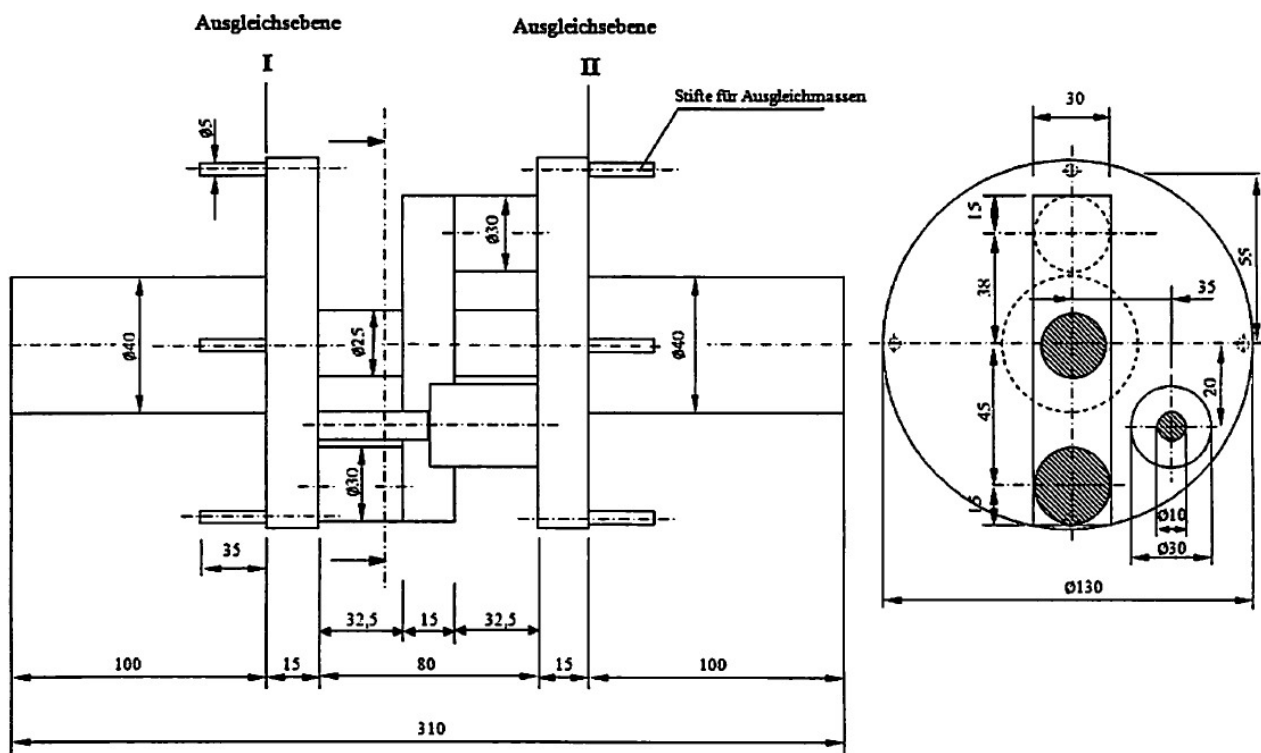


Abb. 1.2: Probekörper für Aufgabe 2. Werkstoff: Aluminium, Dichte:  $\rho = 2,71 \text{ g/cm}^3$ .

## 1.3 Hinweise zur Aufgabenlösung

Die ermittelten Messergebnisse werden in ein Messprotokoll eingetragen. Versuchsauswertung und der theoretische Teil der Aufgaben wird direkt im Anschluss an die Messungen durchgeführt.

Anhand der ausgegebenen Berechnungs- und Lösungsblätter werden die Berechnungen vorgenommen.

## 2 Theoretische Grundlagen für das Auswuchten starrer Körper

### 2.1 Begriffsbestimmungen

Mangelhaft ausgewuchtete Rotoren haben periodische Erregerkräfte auf ihre Lager zur Folge, wodurch unzulässige Schwingungen angeregt werden, die in der Konstruktion zu Ermüdungsbrüchen führen oder die Funktion einer Maschine negativ beeinflussen können. Da Fliehkräfte mit dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit anwachsen, gefährden Rotorunwuchten insbesondere schnelldrehende Maschinen. Das Auswuchten rotierender Maschinenteile ist unverzichtbar zur Erhöhung der Sicherheit, Lebensdauer und Gebrauchsfähigkeit von Maschinenanlagen geboten. In Konstruktions- und Fertigungsunterlagen entsprechender Maschinenteile ist die erforderliche Qualität des Auswuchtzustandes deshalb durch Angabe der zulässigen *Unwucht* in zwei Ausgleichsebenen, bzw. durch Vorgabe der *Auswuchtgütestufe* [1] festzulegen. Die Grundlagen für die Beurteilung des Auswuchtzustandes rotierender starrer Körper sind in der **DIN ISO 1940 Teil 1** [1] verbindlich festgelegt. Eine umfassende Darstellung der Auswuchttechnik gibt FEDERN in [4].

Nach der **DIN ISO 1940 Teil 1** [1] gilt:

***Auswuchten ist ein Arbeitsverfahren mit dem Bestreben, die Massenverteilung eines rotierenden Körpers derart zu verbessern, dass der Körper in seiner Lagerung ohne Wirkung von freien Fliehkräften umläuft.***

Ein starrer Körper besitzt bezüglich einer vorgegebenen Drehachse eine Unwucht:

- Wenn die Drehachse eine Hauptträgheitsachse ist, der Massenmittelpunkt aber nicht mit ihr zusammenfällt: *statische Unwucht* (Abb. 2.1 a).
- Wenn die Drehachse nicht mit einer zentralen Hauptträgheitsachse des Körpers zusammenfällt und auch nicht parallel zu ihr liegt: *dynamische Unwucht* (Abb. 2.1 b).

Die zentralen Hauptträgheitsachsen laufen durch den Körperschwerpunkt S.



a: Rotorlagerzustand mit  
Statischer Unwucht

b: Rotorlagerzustand mit  
dynamischer Unwucht

Abb. 2.1: Rotorlagerzustände mit Unwucht  
(zHTA: zentrale Hauptträgheitsachse, S: Körperschwerpunkt)

Beim Auswuchten werden je nach Auswuchtmaschinentyp die Rotorlagerkräfte oder die Schwingungsbewegung der Rotorlager gemessen: Auf *überkritischen* Maschinen werden die Lagerschwingungen gemessen und auf *unterkritischen* die Lagerkräfte. Daraus werden Daten für die Korrektur der Rotormassenverteilung, d.h. die Zugabe oder Wegnahme von Massen für die Verlagerung der zentralen Hauptträgheitsachse sowie des Massenmittelpunktes ermittelt. Der Rotor ist ausgewuchtet, wenn der Massenmittelpunkt und die zentrale

Hauptträgheitsachse mit der Drehachse zusammenfällt. Auf der Auswuchtmaschine wird *nicht* zwischen statischer und dynamischer Unwucht unterschieden.

Die nachfolgend beschriebenen Zusammenhänge gelten nur für *starre Körper* nicht aber für elastische. Während der ideale Auswuchtzustand für einen drehbar gelagerten starren Körper drehzahlunabhängig ist, gilt er für einen elastischen Rotor nur für eine bestimmte Drehzahl, da die inneren Schnittgrößen und die dabei auftretenden elastischen Rotorverformungen drehzahlabhängig sind.

## 2.2 Beschreibung des Unwuchtzustandes durch Unwuchtvektoren

Der Unwuchtzustand eines starren Körpers wirkt sich bei Drehbewegungen durch periodische Lagerkräfte aus. Den Ausgleich dieser unwuchterregten Kräfte erreicht man durch Massen-Zugabe oder Abnahme am Rotor, d.h. durch Änderung seines *massengeometrischen* Zustandes bezüglich der vorgegebenen Drehachse. In der Technischen Mechanik werden zur Beschreibung der Massengeometrie eines starren Körpers die 6 variablen Elemente des Trägheitstensors  $\mathbf{J}_S$  und zur Beschreibung der Lage des Massenmittelpunktes der Ortsvektor  $r_{0S}$  von einem Bezugspunkt 0 zum Schwerpunkt S berechnet. Diese Begriffe erweisen sich in der Auswuchtpraxis für die Messaufgabe ungeeignet. An die Stelle dieser axiomatischen Begriffe aus der Technischen Mechanik werden zur Beschreibung des Unwuchtzustandes eines starren Körpers *zwei Unwuchtvektoren*  $\mathbf{U}_I, \mathbf{U}_{II}$  in zwei vorgegebenen Ausgleichsebenen AE I und AE II eingeführt (Abb. 2.2). Diese *Unwuchtvektoren* repräsentieren die massengeometrische Eigenschaft *Unwucht* des betrachteten starren Körpers, die bei seiner Rotation zu umlauffrequenten Lagerkräften führt.

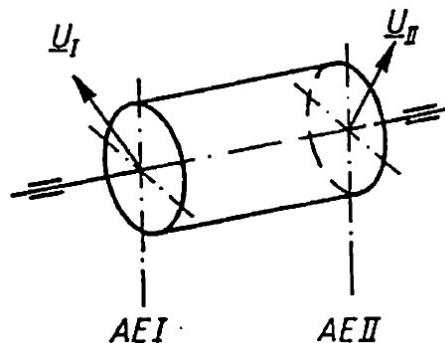


Abb. 2.2: Unwuchtvektor zur Beschreibung des Unwuchtzustandes eines starren Körpers

Die Herleitung der *Unwuchtvektoren* folgt aus Abb. 2.3, wo in einer Analogiekette jeweils neue physikalisch äquivalente Beschreibungen des Problems *Unwucht* eingeführt werden:

Für den Auswuchttechniker ist nur die Tatsache der umlauffrequenten Lagerkräfte bei einem unwuchtigen Rotor von Bedeutung. Damit reduziert sich die Aufgabenstellung auf die Angabe des Lagerkraftsystems  $[\mathbf{F}_A, \mathbf{F}_B]$ . Dieses Kräftesystem kann in den vorgesehenen Ausgleichsebenen AE I und AE II durch ein äquivalentes Kräftesystem  $[\mathbf{F}_I, \mathbf{F}_{II}]$  ersetzt werden. Für diese Umformung werden die Gleichgewichtsbedingungen der Statik angewendet. Das System  $[\mathbf{F}_I, \mathbf{F}_{II}]$  beschreibt die Kraftwirkung des rotierenden Rotors bezogen auf die zwei Ausgleichsebenen. Man kann sich  $[\mathbf{F}_I, \mathbf{F}_{II}]$  als ein Kräftesystem vorstellen, dass durch zwei Massenpunkte  $m_I, m_{II}$  in den Ausgleichsebenen bei Rotation entsteht (Fliehkräfte):  $\mathbf{F}_i = m_i \omega^2 \mathbf{r}_i$ ,  $i = I, II$ . Die Division dieser Kraftvektoren durch das

Quadrat der Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega^2$  ergibt das drehzahlfreie Vektorsystem  $[\mathbf{U}_I, \mathbf{U}_{II}]$ , durch das die Unwucht des Rotors in der konzentriertesten Form in den Ausgleichsebenen AE I und AE II beschrieben wird:

$$\mathbf{U}_i = \frac{\mathbf{F}_i}{\omega^2} = m_i \mathbf{r}_i, \quad i = I, II \quad (2.1)$$

(technisch verwendete Einheit:  $[U] = \text{g mm}$ ).

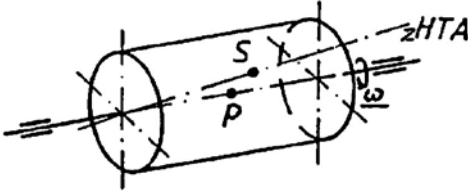
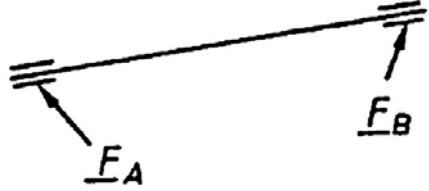
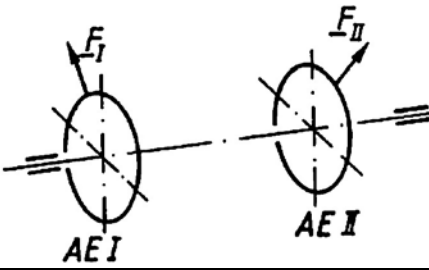
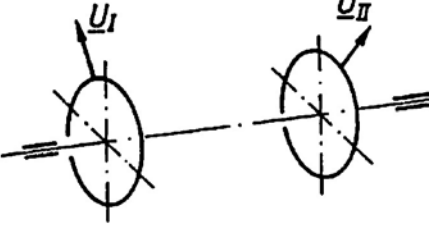
Stufe	Beschreibung des physikalischen Problems		Symbol
1	- Trägheitstensor - Lage des Schwerpunktes		$[\mathbf{J}_S, \mathbf{r}_{PS}]$
2	- Lagerkräfte		$[\mathbf{F}_A, \mathbf{F}_B]$
3	- Kräfte in Ausgleichsebenen		$[\mathbf{F}_I, \mathbf{F}_{II}]$
4	- Unwuchtvektoren		$[\mathbf{U}_I, \mathbf{U}_{II}]$

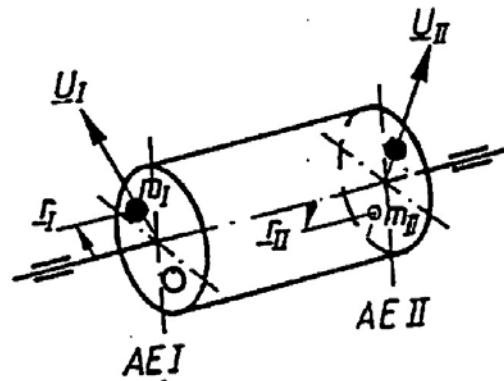
Abb. 2.3: Physikalische Analogiekette zur Einführung des Unwuchtvektors

Mit der Angabe der Unwuchtvektoren lässt sich der Unwuchtzustand eines Rotors beschreiben und gleichzeitig erhält man damit die Ausgleichsmassen zum Auswuchten des Rotors:

$$m_i = \pm \frac{|\mathbf{U}_i|}{|\mathbf{r}_i|}, \quad i = I, II \quad (2.2)$$

- : Wegnehmen von Massen in den Phasenlagen von  $\mathbf{U}_i$
- + : Zugabe von Massen in den Gegenphasenlagen von  $\mathbf{U}_i$





- Massenabtrag
- Massenzugabe

Abb. 2.4: Auswuchten eines starren Körpers

Durch die Analogiekette Abb. 2.3 wird deutlich, dass zum Auswuchten eines Rotors grundsätzlich zwei Ausgleichsebenen erforderlich sind, da nur in Ausnahmefällen das Lagerkraftsystem  $[\mathbf{F}_I, \mathbf{F}_{II}]$  auf eine einzelne resultierende Kraft reduziert werden kann (Fall der *statischen Unwucht* mit der Ausgleichsebene AE S in der Schwerpunkzebene). Mathematisch können Unwuchtvektoren wie Kräfte behandelt werden. Es gelten alle Axiome der Mechanik räumlich verteilter Kraftsysteme. Hiernach lässt sich der Unwuchtzustand  $[\mathbf{U}_I, \mathbf{U}_{II}]$  eines Rotors mit ausschließlich *statischer Unwucht* allein durch den Unwuchtvektor  $\mathbf{U}_S$  in der Ausgleichsebene AE S durch den Rotorschwerpunkt S beschreiben (Abb. 2.5):

$$\mathbf{U}_S = \mathbf{U}_I + \mathbf{U}_{II} \quad (2.3)$$

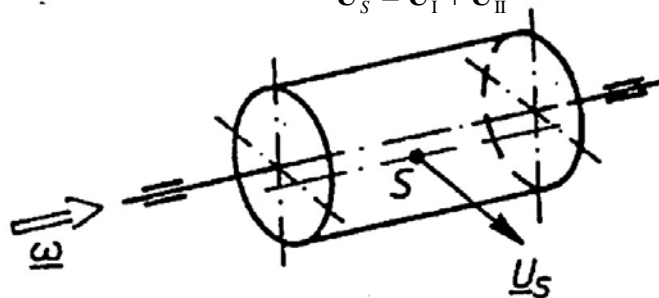


Abb. 2.5: Beschreibung einer statischen Rotorunwucht durch den Unwuchtvektor  $\mathbf{U}_S$

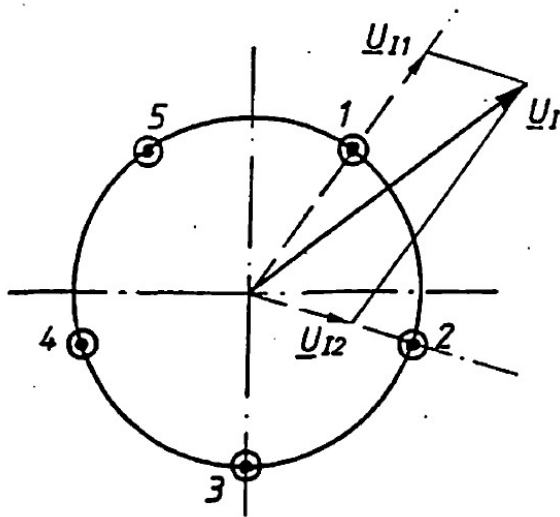
### Lagerkräfte unwuchtiger Rotoren:

Überträgt man Unwuchtvektoren von den Ausgleichsebenen I, II in die Lagerebenen A und B, dann folgen damit die von der Rotorunwucht ausgelösten umlauffrequenten *Lagerbelastungen*  $\mathbf{F}_A$  und  $\mathbf{F}_B$ . Man findet aus den Gleichgewichtsbedingungen der Statik:

$$\begin{aligned} [\omega^2 \mathbf{U}_I, \omega^2 \mathbf{U}_{II}] &\sim [\mathbf{F}_A, \mathbf{F}_B], \\ \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B &= \omega^2 (\mathbf{U}_I + \mathbf{U}_{II}), \\ \mathbf{r}_{PA} \times \mathbf{F}_A + \mathbf{r}_{PB} \times \mathbf{F}_B &= \omega^2 (\mathbf{r}_{PI} \times \mathbf{U}_I + \mathbf{r}_{PII} \times \mathbf{U}_{II}). \end{aligned} \quad (2.4)$$

### Geortetes Auswuchten:

In der Praxis des Auswuchtens sind die Stellen zur Massen.Zugabe oder Wegnahme in der Regel konstruktiv vorgegeben: sogen. *Geortetes Auswuchten*. In diesem Fall muss der Unwuchtvektor durch Parallelprojektion auf zwei benachbarte Ausgleichsstellen aufgeteilt werden (Abb.2.6):



Aufteilung:  $\underline{U}_I = \underline{U}_{II} + \underline{U}_{I2}$

Abb.2.6: Geortetes Auswuchten: Auswuchten eines Rotors mit 5 vorgegebenen Ausgleichsstellen in einer Ausgleichsebene

### 2.3 Analytische Bestimmung der Auswuchtmassen: Theoretisches Auswuchten

Der Begriff der Unwuchtvektoren wird nur im Bereich des experimentellen Auswuchtens angewandt. Die theoretische Ermittlung notwendiger Ausgleichsmassen für unwuchtige Rotoren muss dagegen von den axiomatischen Grundlagen der Technischen Mechanik ausgehen. Da auf allen Auswuchtmaschinen aufgrund der empfindlichen Meßsysteme *nur* fertigungsbedingte Unwuchten ermittelt werden können, müssen alle konstruktionsbedingten größeren Abweichungen von der idealen Massenverteilung analytisch bestimmt und vor dem eigentlichen Auswucht-Messlauf auch konstruktiv ausgeglichen werden. Für die analytische Lösung des Auswuchtproblems konstruktiv bedingter Unwuchten lassen sich zwei Ableitungswege angeben:

1. Über die Berechnung der *Lagerkräfte* aus den dynamischen Grundgleichungen (2.3.1). Für diese Lagerkräfte wird das notwendige Fliehkraftsystem der zusätzlichen Ausgleichsmassen zum Gleichgewichtszustand gesucht.
2. Über die Formulierung der *Ausgleichsbedingungen*: Die Rotorachse muss mit der zentralen Hauptträgheitsachse zusammenfallen (2.3.2).

Dazu werden gezielt diejenigen Deviationsmomente im Trägheitstensor berechnet, die die Kreiselkräfte (Lagerbelastungen) verursachen. Das Nullsetzen dieser Deviationsmomente durch zusätzliche Ausgleichsmassen ergibt zusammen mit der Lagerbedingung des Schwerpunktes auf der Drehachse die Gleichung zur Berechnung der Ausgleichsmassen.

Grundsätzlich lässt sich das Auswuchtproblem nur bis zur Angabe der Produkte aus Auswuchtmasse und Abstand von der Drehachse:  $m_I r_I, m_{II} r_{II}$  lösen. Aus der Vorgabe der Abstände  $r_I, r_{II}$  folgen schließlich die erforderlichen Auswuchtmassen  $m_I, m_{II}$ .

#### 2.3.1 Berechnung der Auswuchtmassen über die Lagerkräfte

Die Lagerkräfte eines starren Rotors infolge dynamischer Unwucht folgen aus *Impuls-* und *Drallsatz* für einen starren Körper [5], [6] (Abb. 2.7):

*Impulssatz:* 
$$m \mathbf{a}_S = \mathbf{A} + \mathbf{B}, \tag{2.5}$$

mit:  $\mathbf{a}_S = \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_{PS} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{PS}), \boldsymbol{\omega} = \text{const.}$

Drallsatz: 
$$\frac{d}{dt} \mathbf{L}_{P,i} = \sum_i \mathbf{M}_{P,i} \quad (2.6)$$

P: Inertialraum- und rotorfester Punkt auf der Drehachse,

mit:  $\mathbf{L}_P = \mathbf{J}_P \boldsymbol{\omega}, \sum_i \mathbf{M}_{P,i} = \mathbf{r}_{PA} \times \mathbf{A} + \mathbf{r}_{PB} \times \mathbf{B}$  und

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{J}_P \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}_P \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega} = \text{const.}$$

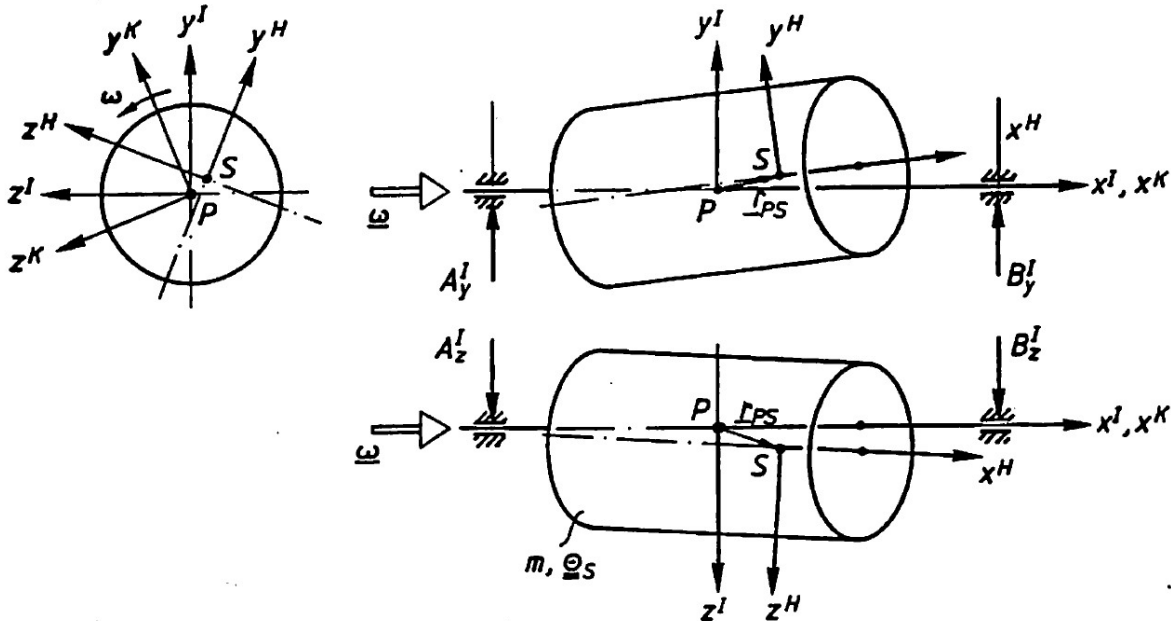


Abb. 2.7: Zur Ableitung der Lagerkräfte eines starren Körpers mit dynamischer Unwucht

$[x, y, z]^H$ : Zentrales Hauptachsen-System (rotorfest, Ursprung S),

$[x, y, z]^K$ : Rotorfestes Koordinatensystem (Ursprung P),

$[x, y, z]^I$ : Inertialsystem (Ursprung P),

**S** : Rotormassenmittelpunkt,

**P** : Inertialraum- und rotorfester Punkt,

**A, B** : Lagerreaktion infolge dynamischer Unwucht,

$\boldsymbol{\omega}$  : Winkelgeschwindigkeit des Rotors,

$$\mathbf{J}_S^H = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{Sx} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_{Sy} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{J}_{Sz} \end{bmatrix} :$$
 Trägheitstensor im rotorfesten Hauptachsensystem mit Bezugspunkt S,

$$\mathbf{J}_S^K = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{Px} & -\mathbf{J}_{Pxy} & -\mathbf{J}_{Pxz} \\ -\mathbf{J}_{Pxy} & \mathbf{J}_{Py} & -\mathbf{J}_{Pyz} \\ -\mathbf{J}_{Pxz} & -\mathbf{J}_{Pyz} & \mathbf{J}_{Pz} \end{bmatrix} :$$
 Trägheitstensor im rotorfesten Koordinatensystem mit Bezugspunkt P.

Zusammengefasst folgen zur Berechnung der Lagerreaktionen **A** und **B** infolge dynamischer Unwucht zwei Vektorgleichungen im *rotorfesten Koordinatensystem K*:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{PS}), \quad (2.7)$$

$$\mathbf{r}_{PA} \times \mathbf{A} + \mathbf{r}_{PB} \times \mathbf{B} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}_P \boldsymbol{\omega}. \quad (2.8)$$

Auswuchten bedeutet, die Lagerreaktionskräfte  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  durch geeignete Maßnahmen zum Verschwinden zu bringen. Am einfachsten geschieht dies durch Anbringen oder Wegnehmen von Punktmassen  $m_i$  am Rotor, deren Kraftwirkungen (Fliehkräfte  $\mathbf{F}_i$ ) auf den Rotor zu  $\omega^2$  proportional sind:

$$\mathbf{F}_i = -m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) = m\omega^2 \mathbf{r}_i, \quad (2.9)$$

mit:

$\mathbf{r}_i \perp \mathbf{r}_{AB}$ ,  $i$ : Indices der Auswuchtmassen.

Für den idealen Auswuchtzustand müssen die Lagerreaktionen aufgrund der Fliehkräfte (2.9) zusammen mit den unwuchterregten Lagerreaktionen  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  nach (2.7) und (2.8) ein Gleichgewichtssystem bilden:

$$\sum \mathbf{F}_{Rotor} = 0: \quad \mathbf{A} + \mathbf{B} + (-\sum \mathbf{F}_i) = 0, \quad (2.10)$$

$$\sum \mathbf{M}_{Rotor,O} = 0: \quad \mathbf{r}_{OA} \times \mathbf{A} + \mathbf{r}_{OB} \times \mathbf{B} + (-\sum \mathbf{r}_{Oi} \times \mathbf{F}_i) = 0, \quad (2.11)$$

mit:

O: Momenten-Bezugspunkt,  $i = 1, \dots, n$ , bei  $n$  Ausgleichmassen.

Das räumliche Kräftesystem  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  kann im allgemeinen nur durch zwei Kräfte  $\mathbf{F}_i$  in verschiedenen Ebenen ins Gleichgewicht gebracht werden. In der Auswuchtpraxis bedeutet dies, es müssen Ausgleichmassen in *zwei verschiedenen Ausgleichsebenen* AE I und AE II am Rotor angebracht werden (Abb. 2.8).

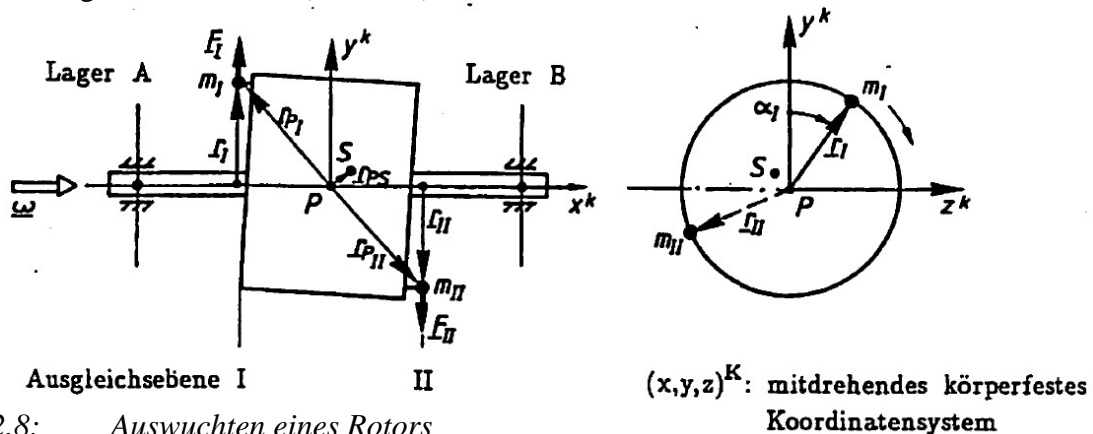


Abb. 2.8: Auswuchten eines Rotors

### 2.3.1.1 Arbeitsgleichungen für das Auswuchtproblem

Für die Bestimmung der Ausgleichmassen  $m_I$  und  $m_{II}$  sowie deren Lage: Ortsvektoren  $\mathbf{r}_I$  und  $\mathbf{r}_{II}$  in zwei vorgegebenen Ausgleichsebenen I und II eines Rotors mit dynamischer Unwucht (Abb. 2.8) gelten nach (2.7) bis (2.11) die Beziehungen (2.12) und (2.13): (Bezugssystem: rotorfestes Koordinatensystem  $\mathbf{K}$  nach Abb. 2.7)

Aus

$$\mathbf{F}_I + \mathbf{F}_{II} = \mathbf{A} + \mathbf{B},$$

$$\mathbf{r}_{PI} \times \mathbf{F}_I + \mathbf{r}_{P_{II}} \times \mathbf{F}_{II} = \mathbf{r}_{PA} \times \mathbf{A} + \mathbf{r}_{PB} \times \mathbf{B}$$

folgt:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_I &= m_I \omega^2 \mathbf{r}_I \\ \mathbf{F}_{II} &= m_{II} \omega^2 \mathbf{r}_{II}, \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_I + \mathbf{F}_{II} &= m \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{PS}), \\ \mathbf{r}_{PI} \times \mathbf{F}_I + \mathbf{r}_{PII} \times \mathbf{F}_{II} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}_P \boldsymbol{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

mit:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}^K &= \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_I^K = \begin{bmatrix} 0 \\ y_I \\ z_I \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{II}^K = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{II} \\ z_{II} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{r}_{PI}^K &= \begin{bmatrix} x_{PI} \\ y_{PI} \\ z_{PI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{PI} \\ y_I \\ z_I \end{bmatrix}, \mathbf{r}_{PII}^K = \begin{bmatrix} x_{PII} \\ y_{PII} \\ z_{PII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{PII} \\ y_{II} \\ z_{II} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{J}_P^K &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{xP} & -\mathbf{J}_{xyP} & -\mathbf{J}_{xzP} \\ -\mathbf{J}_{yxP} & \mathbf{J}_{yP} & -\mathbf{J}_{yzP} \\ -\mathbf{J}_{zxp} & -\mathbf{J}_{zyP} & \mathbf{J}_{zP} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Die Lösungen von (2.12) und (2.13) sind die beiden zum Auswuchten *erforderlichen Unwuchtvektoren*  $\mathbf{U}_I = m_I \mathbf{r}_I$  und  $\mathbf{U}_{II} = m_{II} \mathbf{r}_{II}$  in den Ausgleichsebenen I und II. Wuchtet man durch Massenabtrag aus, dann gelten die gleichen Vektoren mit  $180^\circ$  Phasendrehung: Die Unwuchtvektoren des *Rotors* sind diesen beiden Vektoren  $\mathbf{U}_I$  und  $\mathbf{U}_{II}$  entgegengerichtet.

Aus (2.12) bis (2.13) folgen die skalaren Gleichungen im K-System

$$\begin{aligned} m_I y_I + m_{II} y_{II} &= -m y_{PS}, \\ m_I z_I + m_{II} z_{II} &= -m z_{PS}, \\ -m_I x_{PI} z_I - m_{II} x_{PII} z_{II} &= \mathbf{J}_{xzP}, \\ m_I x_{PI} y_I - m_{II} x_{PII} y_{II} &= -\mathbf{J}_{xyP}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dies sind vier Gleichungen für insgesamt sechs Unbekannte  $m_I, m_{II}, y_I, y_{II}, z_I, z_{II}$ . Das Auswuchtproblem hat also keine eindeutige Lösung. Neben der Angabe der Ausgleichsebenenlage ( $x_{PI}$  und  $x_{PII}$ ) müssen noch die Abstände der Ausgleichsmassen von der Drehachse vorgegeben werden:  $|r_I|$  und  $|r_{II}|$ . Zur Lösung des Systems (2.15) fasst man zweckmäßigerweise die sechs Unbekannten zu den vier *Komponenten der Unwuchtvektoren der notwendigen Ausgleichsmassen* in den Ausgleichsebenen zusammen:

$$m_I y_I = U_{Iy}, \quad m_I z_I = U_{Iz}, \quad m_{II} y_{II} = U_{IIy}, \quad m_{II} z_{II} = U_{IIz}. \quad (2.16)$$

Damit folgen aus (2.15) die *Arbeitsgleichungen für die theoretische Ermittlung der Ausgleichsmassen* für einen unwichtigen Rotor, dargestellt in einem körperfesten Koordinatensystem K, dessen  $x^K$ -Achse mit der Drehachse zusammenfällt (Abb. 2.8):

$$\begin{aligned} U_{yI} &= \frac{m y_{PS} x_{PII} - \mathbf{J}_{xyP}}{x_{PI} - x_{PII}}, & U_{zI} &= \frac{m z_{PS} x_{PII} - \mathbf{J}_{xzP}}{x_{PI} - x_{PII}}, \\ U_{yII} &= \frac{m y_{PS} x_{PI} - \mathbf{J}_{xyP}}{x_{PII} - x_{PI}}, & U_{zII} &= \frac{m z_{PS} x_{PI} - \mathbf{J}_{xzP}}{x_{PII} - x_{PI}}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

mit:

$m y_{PS}, m z_{PS}$  : statische Momente des Rotors bezüglich der Drehachse,

- $x_{PI}, x_{PII}$  : Lagekoordinaten der Ausgleichsebenen,  
 $\mathbf{J}_{xyP}, \mathbf{J}_{xzP}$  : Deviationsmomente des Rotors (Bezugspunkt P von der Drehachse).

Bei vorgegebenem Abstand  $r_i$  einer Ausgleichsmasse  $m_i$  ( $i = I, II$ ) von der Drehachse können aus (2.18)  $m_i$  und ihre Phasenlage  $\alpha_i$  bestimmt werden (Abb. 2.9):

$$m_i = \frac{1}{r_i} \sqrt{U_{yi}^2 + U_{zi}^2}, \quad \alpha_i = \arctan \frac{U_{zi}}{U_{yi}}. \quad (2.18)$$

Die Deviationsmomente  $\mathbf{J}_{xyP}$  und  $\mathbf{J}_{xzP}$  findet man nach Aufteilung des Drehkörpers in einfache geometrische Teilkörper (Abb. 2.10) und mit Anwendung des STEINER-Satzes zu:

$$\mathbf{J}_{xyP} = \sum_i (\mathbf{J}_{xySi} + x_{Si} y_{Si} m_i),$$

$$\mathbf{J}_{xzP} = \sum_i (\mathbf{J}_{xzSi} + x_{Si} z_{Si} m_i),$$

mit:  $i = 1, \dots, n$  Teilkörper. (2.19)

Liegen die zentralen Hauptträgheitsachsen der einzelnen Teilkörper parallel zur Drehachse, dann verschwinden die Terme:  $\mathbf{J}_{xySi} = 0, \mathbf{J}_{xzSi} = 0$ .

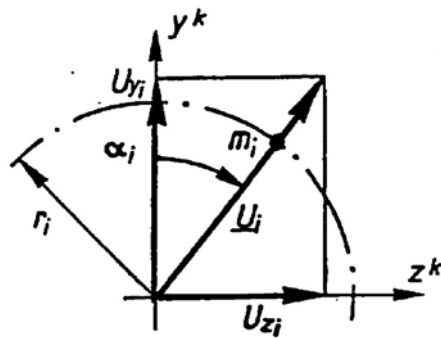


Abb. 2.9: Zusammenhang zwischen  $m_i, r_i$  und  $U_i$  in der Ausgleichsebene  $i$

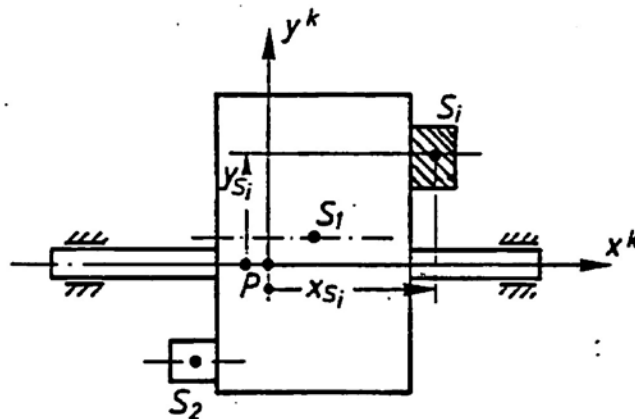


Abb. 2.10: Zur Bestimmung des Deviationsmomentes  $\mathbf{J}_{xyP}$

### 2.3.2 Berechnung der Ausgleichsmassen über die Ausgleichsbedingungen

Die Auswuchtgleichungen (2.17) erhält man *bedeutend schneller*, wenn unmittelbar die physikalischen Bedingungen für einen ausgewuchteten Rotor formuliert werden: *die Rotorachse muss Hauptträgheitsachse sein und der Gesamtschwerpunkt darf keine Ablage zu ihr haben*. Diese beiden Ausgleichsbedingungen lassen sich unmittelbar mit Berücksichtigung



Die bezogene Unwucht  $e_s$  des gesamten Rotors in der *Ausgleichsebene durch den Schwerpunkt S* ist die Rotor-Exzentrizität, d.h. die Ablage seines Schwerpunktes aus der Drehachse:

$$e_s = \frac{|\mathbf{U}_s|}{m} = \frac{|\mathbf{U}_I + \mathbf{U}_{II}|}{m}, \quad (2.23)$$

denn es gilt nach Abb. 2.12  $U_s = mr_s$  und mit (2.23):

$$e_s = \frac{|\mathbf{U}_s|}{m} = \frac{|m\mathbf{r}_s|}{m} = s.$$

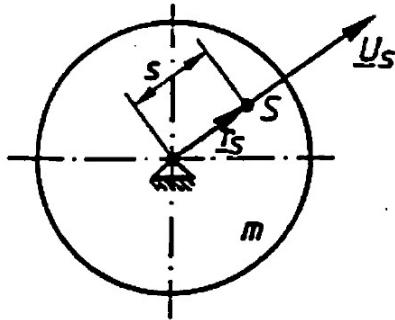


Abb. 2.12: Schwerpunksexzentrizität

### 2.4.1.2 Auswuchtgüte:

Die Auswuchtgüte wird in einer Auswucht-Gütestufe G 4000 ... G 0,4 (siehe folgende Tabelle) angegeben, welche eine Bewertungszahl für den Auswuchtzustand eines Rotors ist, in der alle Einflussgrößen berücksichtigt werden.

Die Auswucht-Gütestufe G  $x$  ergibt sich aus dem Produkt

$$x = \frac{e_{zul} \omega}{\text{mm/s}} \Rightarrow 4000; 1600; 630; \dots; 0,4$$

mit der zulässigen bezogenen Restunwucht  $e_{zul}$  in mm und der maximalen Rotorkinkelgeschwindigkeit  $\omega$  in  $\frac{1}{s}$ .

Die erreichte Auswuchtgüte für die Probekörper nach Aufgabe 1 (Seite 2) und Aufgabe 2 (Seite 3) wird ermittelt, indem angenommen wird, dass die maximale Unwucht  $\max(|U_I|, |U_{II}|)$  in beiden Ausgleichsebenen vorhanden sei (konservative Annahme)

$$U = 2 \max(|U_I|, |U_{II}|) \leq U_{zul}.$$

$$x_{vorh} = \frac{e \omega}{\text{mm/s}}$$

mit  $e = \frac{U}{m}$  folgt:

$$x_{vorh} = \frac{U}{m} \omega \frac{1}{\text{mm/s}}. \quad (2.24)$$



Auswucht-Gütestufe	Produkt der Beziehung ( $e_{zul} \cdot \omega$ ) <sup>1), 2)</sup> mm/s	Rotortypen — Allgemeine Beispiele
<b>G 4000</b>	4000	Kurbeltriebe <sup>3)</sup> starr aufgestellter langsamlaufender Schiffsdieselmotoren mit ungerader Zylinderzahl <sup>4)</sup>
<b>G 1600</b>	1600	Kurbeltriebe starr aufgestellter Zweitakt-Großmotoren
<b>G 630</b>	630	Kurbeltriebe starr aufgestellter Viertakt-Großmotoren Kurbeltriebe elastisch aufgestellter Schiffsdieselmotoren
<b>G 250</b>	250	Kurbeltriebe starr aufgestellter schnellaufender 4-Zylinder-Dieselmotoren <sup>4)</sup>
<b>G 100</b>	100	Kurbeltriebe schnellaufender Dieselmotoren mit sechs und mehr Zylindern <sup>4)</sup> , komplette (Otto- oder Diesel-)PKW-, LKW-, Lok-Motoren <sup>5)</sup>
<b>G 40</b>	40	Autoräder, Felgen, Radsätze, Gelenkwellen Kurbeltriebe elastisch aufgestellter schnellaufender Viertaktmotoren (Otto oder Diesel) mit sechs und mehr Zylindern <sup>4)</sup> Kurbeltriebe von PKW-, LKW-, Lok-Motoren
<b>G 16</b>	16	Antriebswellen (Propellerwellen, Kardanwellen) mit besonderen Anforderungen Teile von Zerkleinerungs- und Landwirtschafts-Maschinen Einzelteile von PKW-, LKW-, Lok-Motoren (Otto oder Diesel) Kurbeltriebe von Motoren mit sechs und mehr Zylindern mit besonderen Anforderungen
<b>G 6,3</b>	6,3	Teile der Verfahrenstechnik; Zentrifugentrommeln Getriebe für Hauptturbine in Handelsschiffen Ventilatoren, Schwungräder, Kreiselpumpen Maschinenbau- und Werkzeugmaschinen-Teile Walzen von Papier- und Druckmaschinen Läufer von Strahltriebwerken Motoren-Einzelteile mit besonderen Anforderungen, mittlere und große Elektromotoren-Anker (von Elektromotoren mit mindestens 80 mm Wellenhöhe) ohne besondere Anforderungen Kleinmotoren-Anker, meist in Serienfertigung, bei schwingungsunempfindlichen Anwendungen und/oder bei schwingungsisolierter Aufstellung
<b>G 2,5</b>	2,5	Gas- und Dampfturbinen einschließlich Hauptturbinen in Handelsschiffen Turbogebälse, starre Turbogeneratorläufer; Werkzeugmaschinen-Antriebe, mittlere und größere Elektromotoren-Anker mit besonderen Anforderungen Pumpen mit Turbinenantrieb Computer-Speicher-Trommeln und -Platten Kleinmotoren-Anker, für die eine oder beide Voraussetzungen der Gütestufe <b>G 6,3</b> nicht zutreffen
<b>G 1</b>	1	Magnetophon- und Phono-Antriebe Schleifmaschinen-Antriebe; Kleinmotoren-Anker mit besonderen Anforderungen
<b>G 0,4</b>	0,4	Feinstschleifmaschinen-Anker, -Wellen und -Scheiben; Kreisel

<sup>1)</sup>  $\omega = \pi \cdot 2 \pi / 60 = \pi / 10$  mit  $\omega$  in rad/s und  $\pi$  in 1/min  
<sup>2)</sup> Hinsichtlich der Verteilung der zulässigen Restunwucht auf die Ausgleichsebenen siehe Abschnitt 7  
<sup>3)</sup> Unter Kurbeltrieb sei die Baugruppe: Kurbelwelle, Schwungrad, Kupplung, Riemenscheibe, Schwingungsdämpfer, rotierender Pleuelanteil usw. verstanden (siehe Abschnitt 3.5).  
<sup>4)</sup> In diesem Teil von ISO 1940 werden unter langsamen Dieselmotoren solche verstanden, in denen die Kolbengeschwindigkeit weniger als 9 m/s beträgt; schnellaufende Dieselmotoren sind solche mit einer Kolbengeschwindigkeit über 9 m/s.  
<sup>5)</sup> Bei kompletten Motoren ist unter der Rotormasse die Summe der Massen der zum Kurbeltrieb gehörenden Teile zu verstehen (siehe Fußnote 3).

Tabelle 1: Tabelle der Auswucht-Gütestufen aus der DIN ISO 1940 Teil 1 [1]

### 3 Versuchseinrichtung

#### 3.1 Methoden der Unwuchtmessverfahren

Zur Bestimmung des Unwuchtzustandes eines drehbar gelagerten starren Körpers werden die Lagerkräfte bzw. die durch sie ausgelösten Lagerbewegungen gemessen. In Auswuchtmaschinen wird der auszuwuchtende Körper in entsprechend gestalteten Lagern aufgenommen. Rotor und Lager bilden zusammen ein schwingungsfähiges System, das durch die Unwucht des drehenden Rotors zu Schwingungen angeregt wird. Der Zusammenhang zwischen den erregenden Kräften (Fliehkraft und Kreismoment infolge Rotorunwucht) und der Schwingungsantwort ist durch den Frequenzgang des Systems gegeben (Abb. 3.1).

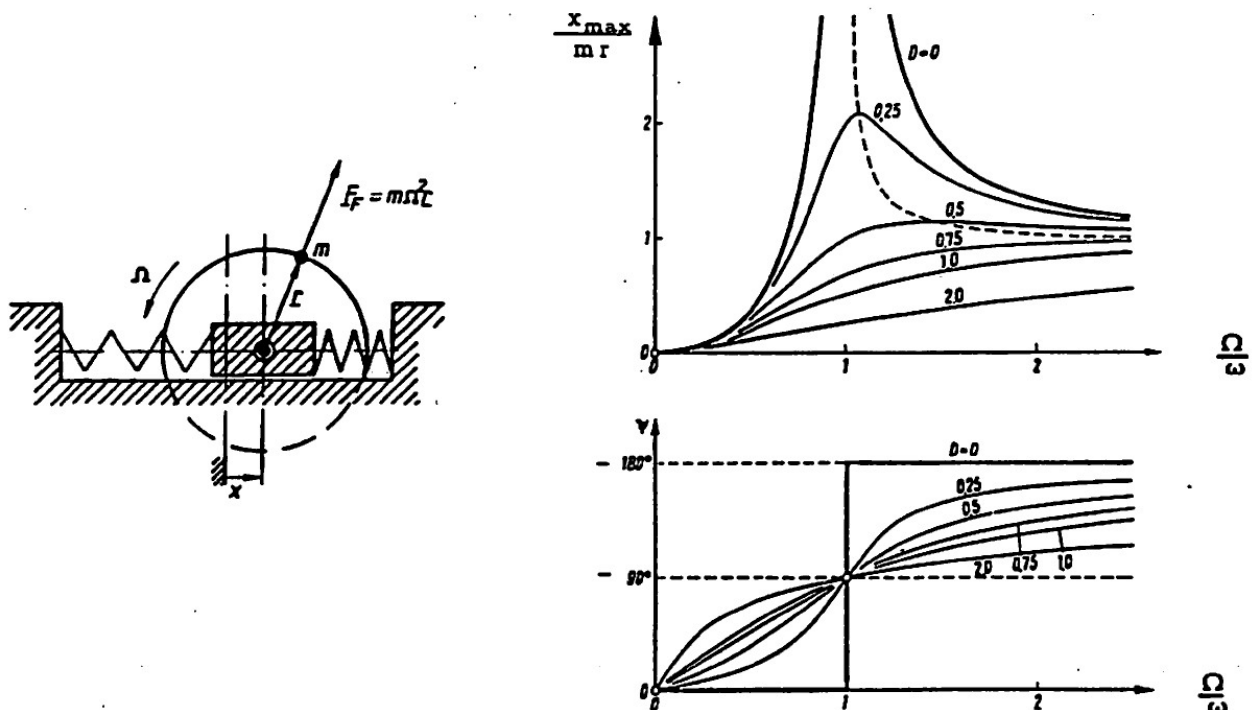


Abb. 3.1: Arbeitssprinzip einer überkritischen Auswuchtmaschine Schwingungssystem mit Unwuchterregung und zugehöriger Amplituden- und Phasenfrequenzgang.

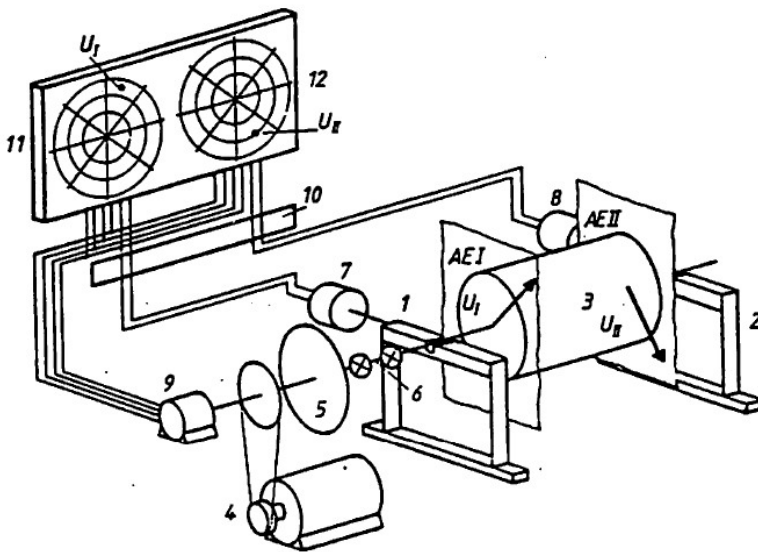
$D$ : LEHRsches Dämpfungsmaß,  $\omega$ : Systemeigenfrequenz,  $\Omega$ : Rotorfrequenz,  $\psi$ : Phase zwischen Anregung  $F_F(t)$  und Ausgang  $x(t)$ .

Bei bekannten Systemparametern (Massen, Federkonstanten, Dämpfung) können aus der Messung der Lagerbewegungen  $x(t)$  die Unwuchtvektoren  $U_I$  und  $U_{II}$  eines Körpers nach Betrag  $|U|$  und Phase  $\psi$  bestimmt werden. In praktisch allen eingesetzten Auswuchtmaschinen macht man sich den Vorteil extrem über- oder unterkritisch arbeitender Systeme zunutze. In beiden Fällen braucht die Phasendrehung zwischen Unwuchtvektor und Lagerbewegung, bzw. Lagerkraft nicht gesondert gemessen zu werden. Nach Abb. 3.1 sind beim überkritischen Betrieb mit  $\Omega \ll \omega$  der Unwuchtvektor und die maximale Lagerauslenkung in Phase ( $\psi = 0$ ) und bei überkritischem Betrieb  $\Omega \gg \omega$  in Gegenphase ( $\psi = \pi$ ). Unterkritisch arbeitende Auswuchtmaschinen erfordern eine sehr starre Lagerkonstruktion. Anstelle der Lagerschwingungen wird hier die Lagerkraft mit Hilfe von

piezoelektrischen Aufnehmern gemessen. Der überkritische Betrieb erfordert eine sehr weiche Lagerung. Die Messung der Lagerschwingungen erfolgt hier über elektrodynamische Schwingungsaufnehmer (Tauchspulensysteme). Das Auswuchten auf überkritisch arbeitenden Auswuchtmaschinen erfüllt höchste Forderungen an die Auswuchtgüte bei geringem messtechnischen Aufwand.

### 3.2 Die überkritisch arbeitende Auswuchtmaschine

Die Versuche werden an einer überkritisch arbeitenden Auswuchtmaschine durchgeführt. Der auszuwuchtende Körper (Abb. 3.2: Ziffer 3) wird von schwingungsfähigen Traglagern (1 und 2) aufgenommen und über eine Gelenkwelle (6) von einem stufenlos verstellbaren Antrieb (4) auf konstante Drehzahl gebracht. Die unwuchterregten Bewegungen der Traglager werden von zwei horizontal messenden elektrodynamischen Schwingungsaufnehmern (7, 8) gemessen. In zwei Vektormesssystemen (11, 12) werden diese Signale nach dem wattmetrischen Messverfahren nach Entkopplung über ein Netzwerk (10) in die Unwuchtvektoren für zwei Ausgleichsebenen des Körpers umgesetzt. Die Spitzen der Unwuchtvektoren werden als Lichtpunkte in zwei Polardiagrammen angezeigt. Die abgelesenen Phasenlagen der Unwuchtvektoren können über eine mitdrehende Winkelscheibe (5) auf den Rotor übertragen werden.



1. Schwingbrücke (L)
2. Schwingbrücke (R)
3. Wuchtkörper
4. Antriebsmotor mit PIV-Getriebe
5. Winkelscheibe
6. Gelenkwelle
7. Schwingungsaufnehmer (L)
8. Schwingungsaufnehmer (R)
9. Winkellagengeber für Wuchtkörper (Hilfsgenerator)
10. Elektrischer Rahmen (Signalentkopplung)
11. Lichtpunkt-Vektormesser für Ausgleichsebene
12. Lichtpunkt-Vektormesser für Ausgleichsebene II

Abb. 3.2: *Prinzip einer überkritisch arbeitenden Auswuchtmaschine mit zwei Lichtpunktvektormesssystemen zum gleichzeitigen Messen der Unwucht in zwei Ausgleichsebenen*

Um eine direkte Unwuchtanzeige in den beiden Lichtpunktvektormessern für die beliebig vorgebbaren Rotorausgleichsebenen zu erhalten, ist die Auswuchtmaschine mit einer Signal-Entkopplungseinrichtung (10), dem elektrischen Rahmen ausgerüstet. Hiermit kann über Potentiometer die Zuordnung der Messwerte in den Schwinglagern auf die beliebig vorgebbaren Ausgleichsebenen eingestellt werden: Einstellen des *elektrischen Rahmens* (s. Kap. 4.1). Die Größe der vorhandenen Unwucht ist eine Funktion der Schwingungsbewegungen im Lager. Kennzeichnend hierfür sind die mechanischen Parameter des schwingungsfähigen Gesamtsystems. Da diese von den Parametern des Probekörpers

selbst abhängen, ist vor dem eigentlichen Unwucht-Messvorgang ein *Kalibrierlauf* mit bekannten Zusatzmassen (Kalibriermassen) in den Ausgleichsebenen erforderlich (sog. *Einstell-Lauf*). Der Unwuchtzustand eines ideal starren Rotors kann bei beliebiger Drehzahl  $n > 0$  gemessen werden. In der Auswuchtpraxis wählt man eine Drehzahl im Bereich des Betriebszustandes, um den Einfluss elastischer Rotoreigenschaften auf den Auswuchtzustand bei Betriebsdrehzahl mit zu erfassen. Ausgewuchtete elastische Rotoren verändern durch elastische Verformung infolge drehzahlabhängiger Schnittgrößen ihren Auswuchtzustand mit der Drehzahl.

### 3.2.1 Unwuchtmessung mit Hilfe des wattmetrischen Messverfahrens

Die Auswertung der Messsignale der mechanisch-elastischen Messwandler an den Schwingbrücken muss zwei Forderungen erfüllen:

1. Frequenzselektive Auswertung, d.h. Berücksichtigung nur der umlauffrequenten Signal-Anteile,
2. Stationäre Angabe der Rotor-Unwucht nach Betrag und Winkellage.

Beide Anforderungen erfüllt in idealer Weise das Messverfahren nach dem Wattmeter-Prinzip.

Die Messsignale  $u^*(t)$  der Schwingungsaufnehmer sind infolge von Störeinflüssen ein Schwingungsgemisch mit unterschiedlichen Frequenzen und Amplituden (Abb. 3.3). Lässt man die stochastischen Anteile außer Betracht, dann gilt für die periodischen Anteile der gemessenen Signale die FOURIER-Reihenentwicklung.

$$u^*(t) = u^*(t+T) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\Omega t) + b_n \sin(n\Omega t)). \quad (3.1)$$

In dem periodischen Signal (3.1) ist für die Unwuchtbestimmung nur die Schwingung mit der Grundharmonischen, der Rotorkreisfrequenz  $\Omega$  von Bedeutung. Mit Anwendung der trigonometrischen Additionstheoreme folgt:

$$\begin{aligned} u(t) &= a_1 \cos(\Omega t) + b_1 \sin(\Omega t) = (U \sin \varphi) \cos(\Omega t) + (U \cos \varphi) \sin(\Omega t) \\ &= U \sin(\Omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (3.2)$$

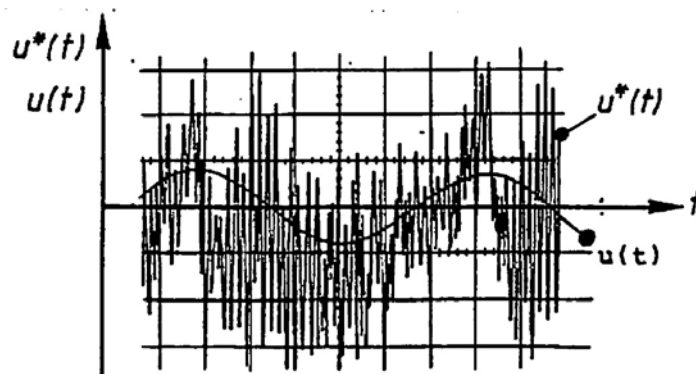


Abb. 3.3: Mess-Signal  $u^*(t)$  der Lagerschwingungen einer überkritischen Auswuchtmaschine mit darin enthaltener Unwuchtschwingung  $u(t)$ .

Im wattmetrischen Messverfahren wird das Signal (3.1) der Drehspule eines hochempfindlichen Wattmeters (Drehspulsystem) zugeführt (Abb. 3.4). Legt man gleichzeitig an die Feldspule des Mess-Gerätes eine reine harmonische Bezugsspannung  $h(t)$  mit der Kreisfrequenz  $\Omega$  und bekannter Phasenlage, die von einem Hilfsgenerator auf der Rotorwelle erzeugt wird, dann zeigt das dynamisch träge Drehspulsystem das zeitlich gemittelte Produkt

beider Signale an: (3.4). Da in der Integration (3.4) alle Produkt-Ausdrücke mit unterschiedlichen Frequenzen verschwinden, erhält man im Messsystem einen Ausschlag, der proportional zu den Komponenten des Unwuchtvektors im rotorfesten Koordinatensystem ist (Abb. 3.5). Der Proportionalitätsfaktor muss vor dem Auswuchten in einen Kalibrierlauf mit bekannten Zusatzmassen (Tariermassen) bestimmt werden.

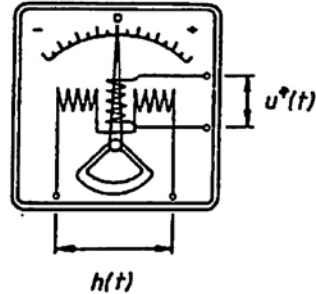


Abb. 3.4: Wattmeter (Drehspulsystem)  
 $u^*(t)$ : Schwingungssignal der Lager  
 $h(t)$ : Bezugssignal

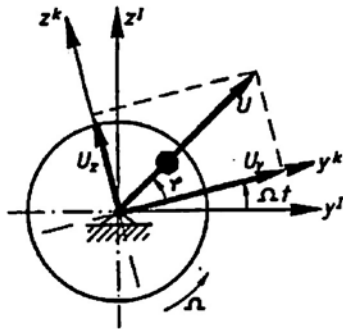


Abb. 3.5: Beschreibung des Unwuchtvektors  
 $u(t) = U \sin(\Omega t + \varphi)$  im Rotorfesten System  $(y^K, z^K)$  und im Inertialsystem  $(y^I, z^I)$

Spannungen des Hilfsgenerators (Winkellagegeber auf der Rotorwelle):

$$h_1(t) = h \sin(\Omega t), \quad h_2(t) = h \cos(\Omega t). \quad (3.3)$$

Wattmeteranzeige:

$$P_1 = \frac{1}{T} \int_0^T u^*(t) h_1(t) dt = \frac{b_1 h}{2} \sim U \cos \varphi = U_y^K, \quad (3.4)$$

$$P_2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^*(t) h_2(t) dt = \frac{a_1 h}{2} \sim U \sin \varphi = U_z^K.$$

mit:

$U$ : Betrag des gesuchten Unwuchtvektors  $\mathbf{U}$ ,

$\varphi$ : Winkel-Lage des Unwuchtvektors im rotorfesten Koordinatensystem  $(y^K, z^K)$ ,

$U_y^K, U_z^K$ : Komponenten des Unwuchtvektors, Abb. 3.5.

Das Wattmeterverfahren ist ein Messverfahren, das mit hoher Trennschärfe Störschwingungen unterdrückt. Im Messgerät M 470/450 der überkritischen Auswuchtmaschine AR 34 U der Fa. C. Schenck sind in jedem Lichtpunktvektormesser zwei orthogonal zueinander stehende Wattmetersysteme eingebaut. Über ein Spiegelsystem wird

die Lage der Unwuchtvektorspitze in einem Polardiagramm als Lichtpunkt angezeigt (Abb. 3.6).

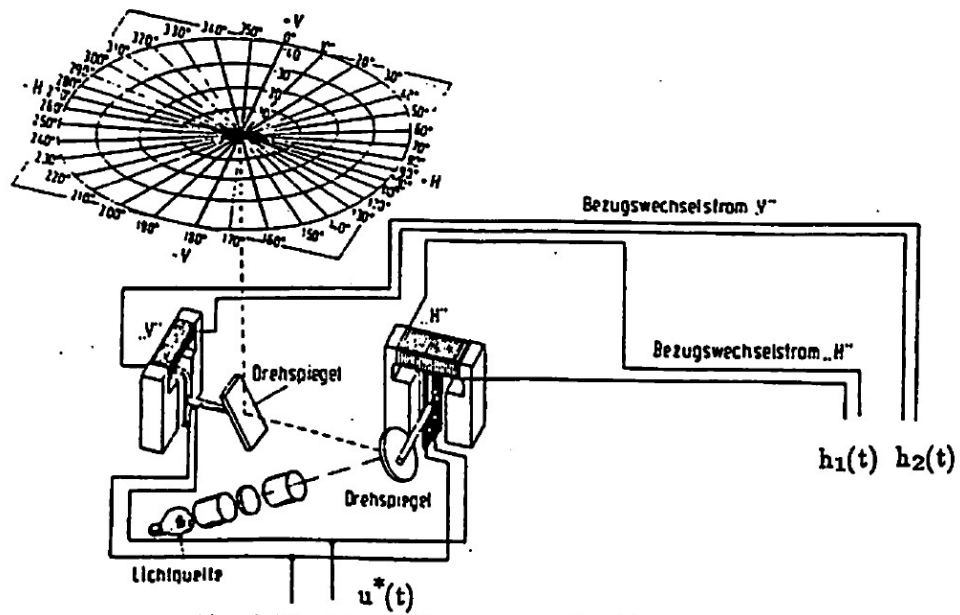


Abb. 3.6: Lichtpunktvektormesser mit zwei orthogonalen Wattmetersystemen der Fa. C. Schenck, nach [4].

### 3.2.2 Übertragung der Lager-Messsignale auf die Ausgleichsebenen: Einstellen des elektrischen Rahmens

Die Unwuchtmessung für einen Rotor setzt die eindeutige Übertragung der beiden Lager-Messsignale auf die beiden Ausgleichsebenen voraus. Das Ersatzsystem (Abb. 3.7) zur Beschreibung der Schwingungen eines unwuchtigen Rotors in einer überkritischen Auswuchtmaschine zeigt, dass die Lagerkräfte  $L_1$  und  $L_2$  und damit die Messsignale  $u_1$  und  $u_2$  der Schwingungsaufnehmer jeweils mit beiden Unwuchtvektoren  $U_I$  und  $U_{II}$  in den Ausgleichsebenen I und II zusammenhängen. Durch ein einstellbares elektrisches Netzwerk zwischen den Schwingungsaufnehmern und den Vektor-Messsystemen kann eine elektrische Entkopplung in den Lagersignalen derart erreicht werden, dass sich die Anzeige des linken Vektormesssystems nur auf die Ausgleichsebene I und die Anzeige des rechten Vektormesssystems nur auf die Ausgleichsebene II bezieht.

Die Einstellung der Vektormesssysteme auf jeweils eine Ausgleichsebene geschieht durch Potentiometerabgleich in einem Probelauf des Rotors, dem sog. *Einstell-Lauf für den elektrischen Rahmen*. Die mathematische Verarbeitung der Lagersignale entspricht dabei genau dem Schritt von Stufe 2 nach Stufe 3 in der physikalischen Analogiekette in Abb. 2.3.

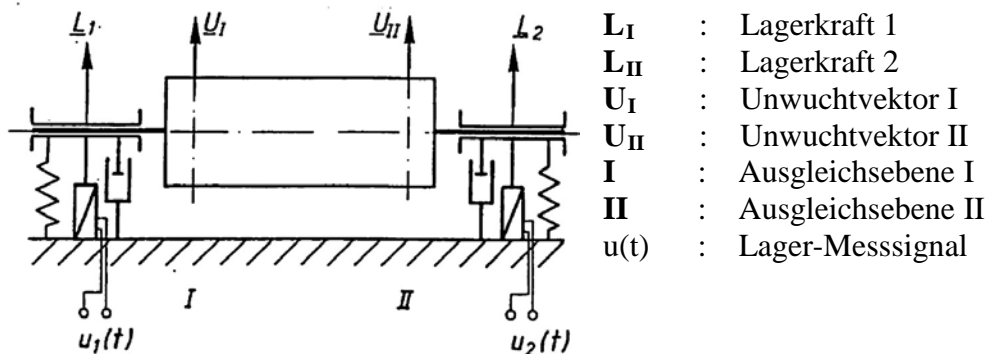


Abb. 3.7: Ersatzsystem für die Schwingungen eines Rotors in einer überkritischen Auswuchtmaschine

## 4 Versuchsdurchführung

Das experimentelle Auswuchten eines rotierenden Maschinenteils an der überkritisch arbeitenden Auswuchtmaschine AR 34 U der Fa. C. Schenck mit dem Messgerät M 470/450 [7], [8] setzt folgende Einzelschritte voraus (siehe auch Flussdiagramm S. 28):

1. Kalibrieren des Messgerätes und Einstellen des elektrischen Rahmens,
  2. Messen des Unwuchtzustandes,
  3. Auswuchten in den Ausgleichsebenen  
(Veränderung der Messgeometrie),
  4. Ermittlung der Rotorrestunwucht.
- } mehrere Messläufe bis zur  
geförderten Auswuchtgüte

Die Wahl der Auswuchtdrehzahl ist theoretisch bei einem starren Körper beliebig. In der Praxis wählt man eine Drehzahl, die im Bereich der Betriebsdrehzahl liegt. Die Drehzahlverstellung erfolgt über ein stufenlos verstellbares PIV-Getriebe, das nur im Betrieb verstellt werden darf. Die überkritisch arbeitende Auswuchtmaschine durchläuft beim Anfahren und Abbremsen die kritische Resonanz-Drehzahl, in der die Schwingbrücken durch die Rotorunwucht zu unzulässigen Schwingungen angeregt werden können. Vor dem An- und Abschalten der Auswuchtmaschine sind deshalb die Schwingbrücken festzustellen.

### 4.1 Kalibrieren der Unwuchtmessgeräte und Einstellen des elektrischen Rahmens

Die Unwucht eines Maschinenteils wird durch Angabe von zwei Unwuchtvektoren in zwei vorgegebenen Ausgleichsebenen beschrieben. Für beide Unwuchtvektoren werden Betrag und Phasenlage auf zwei Lichtpunktvektormessern abgelesen. Da die Massengeometrie des Rotors und die Wahl der Ausgleichsebenen in weiten Grenzen variieren können, müssen für jeden Auswuchtvorgang folgend Probleme gelöst werden:

- *Kalibrieren der Unwuchtmessgeräte:*  
Der Ausschlag der Messgeräte wird nicht in der Einheit der Unwuchtvektoren (gmm), sondern in Skalenteilen (Skt) angegeben. Die Ablesemaßstab in der Einheit g mm/Skt muss in einem Kalibrierlauf bestimmt werden.
- *Einstellen der Elektrischen Rahmens:*  
Die Anzeige im Vektormessgerät I soll sich nur auf den Unwuchtvektor  $U_I$  in der Ausgleichsebene I beziehen. Das gleiche soll für Messgerät II und Ausgleichsebene II gelten.

Beide Aufgaben müssen vor dem eigentlichen Auswuchten im *Einstell- und Kalibrierlauf* in vier Einzelschritten gelöst werden.

#### **Einzelschritte des Einstell- und Kalibrierlaufs:**

1. Elektrische Kompensation der Rotor-Unwucht:  
Vor dem Kalibrieren und dem Einstellen des Elektrischen Rahmens Wird die Unwuchtanzeige  $U_I$ ,  $U_{II}$  für den Rotor bei laufender Maschine durch Verstellen einer elektrischen Kompensationsschaltung in den Vektormessgeräten auf Null eingestellt (Abb. 4.1), Potentiometer  $V_1$ ,  $H_1$ ,  $V_2$ ,  $H_2$ .

2. Aufbringen einer Kalibrierunwucht ( $\underline{U}_I^K, \underline{U}_{II}^K$ ):

Auf den Rotor wird ein definierter Unwuchtzustand in den Ausgleichsebenen aufgebracht (Abb. 4.2):

$$\underline{U}_I^K : (m_I, r_I, \alpha_I), \underline{U}_{II}^K : (m_{II}, r_{II}, \alpha_{II}). \quad (4.1)$$

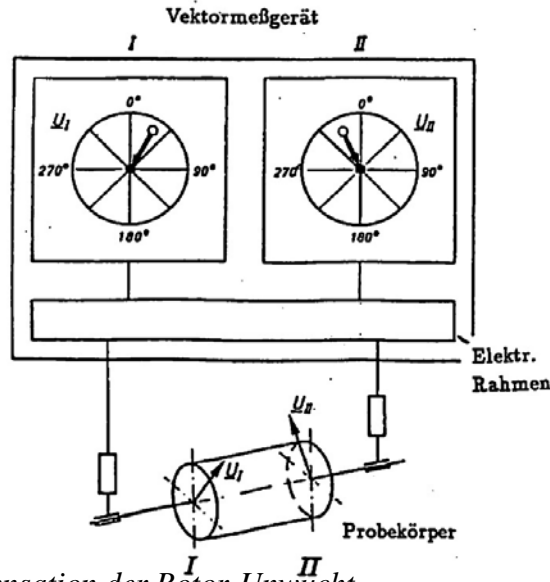


Abb. 4.1: Kompensation der Rotor-Unwucht

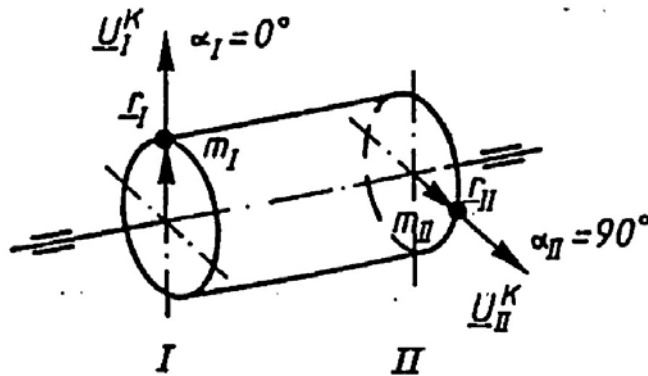


Abb. 4.2: Kalibrierunwucht

Die Kalibrierunwucht soll einem allgemeinen Unwuchtzustand entsprechen, der Schwingungsbewegungen um alle Rotorachsen quer zur Drehachse anregt. Am einfachsten wird dies realisiert, wenn die Zusatzmassen  $m_I$  in der Ausgleichsebene I bei  $\alpha_I = 0^\circ$  oder  $180^\circ$  und  $m_{II}$  in der Ebene II bei  $\alpha_{II} = 90^\circ$  oder  $270^\circ$  in vorgegebenen Radien  $r_I$  und  $r_{II}$  angebracht werden. Als Kalibriermasse wird Auswuchtkitt verwendet. Als grober Richtwert für die Kalibriermasse  $m^K$  gilt die Erfahrungsgleichung nach [8]:

$$m^K = \frac{m^R}{r^K \left( \frac{n}{100} \right)^2} \quad [\text{g}], \quad (4.2)$$

mit:

Kalibriermasse:	$m^K$ [g],	Rotormasse:	$m^R$ [g],
Kalibrierradius:	$r^K$ [cm],	Rotordrehzahl:	$n$ [min <sup>-1</sup> ].



3. Einstellen des Elektrischen Rahmens:

Beim Messlauf zeigen die Vektormessinstrumente jetzt nur die Unwuchtvektoren der Kalibrierunwucht an, da die Rotorunwucht vorher elektrisch kompensiert wurde. Da jeder Einzelvektor der Kalibrierunwucht ( $\underline{U}_I^K, \underline{U}_II^K$ ) auf beide Schwingungsaufnehmer wirkt, werden in den Vektormessinstrumenten I und II Vektoren angezeigt, die nicht in der Phasenlage der Kalibriervektoren in den Ausgleichsebenen I und II liegen: Die Zuordnung zwischen den Messinstrumenten und den Ausgleichsebenen ist noch nicht hergestellt. Durch Abgleich einer Spannungsteilerschaltung (Potentiometer P1 und P2) bei laufender Maschine kann der Messpunkt im Messsystem I auf die Vertikale ( $\alpha_I = 0^\circ$  oder  $180^\circ$ ) und im Messsystem II auf die Horizontale ( $\alpha_{II} = 90^\circ$  oder  $270^\circ$ ) verschoben werden. Die Anzeige des Messsystems I bezieht sich danach nur auf die Ausgleichsebene I und des Messsystems II auf Ebene II (Abb. 4.3).

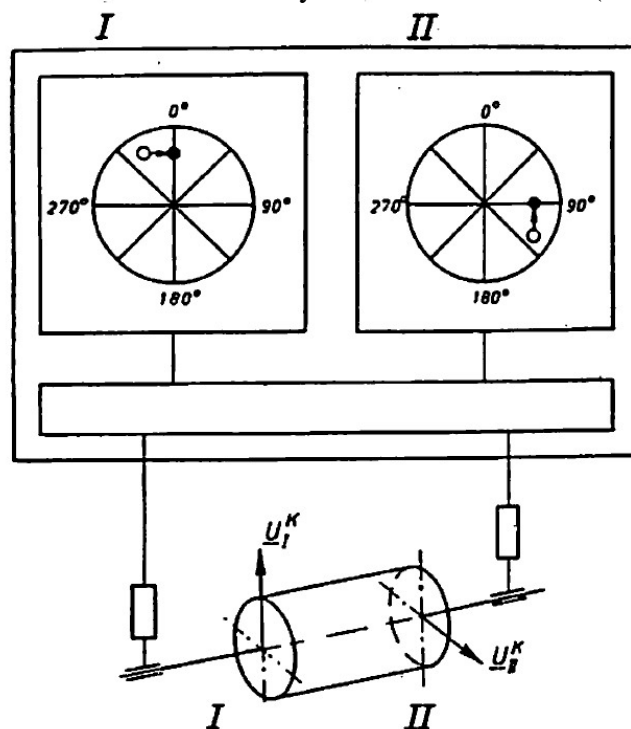


Abb. 4.3: Einstellen des Elektrischen Rahmens

4. Ablesemaßstäbe:

Nach Einstellung des Elektrischen Rahmens liegen die Messpunkte in den Messsystemen zwar phasenrichtig, aber meist auf ungünstigen Skalenwerten  $a_I, a_{II}$ . Mit Hilfe von Potentiometereinstellungen ( $C_1$  und  $C_2$ ) können die Messpunkte bei laufender Maschine auf der Vertikalen bzw. Horizontalen soweit verschoben werden, bis sich günstige Ablesemaßstäbe ergeben. Da man die Unwuchtvektoren der Kalibrierunwuchten in den Ausgleichsebenen kennt, lassen sich die *Ablesemaßstäbe* für die Vektorinstrumente berechnen (Abb. 4.4):

$$p_I = \frac{m_I r_I}{a_I}, \quad [p_I] = \frac{\text{g mm}}{\text{Skt}}, \quad p_{II} = \frac{m_{II} r_{II}}{a_{II}}, \quad [p_{II}] = \frac{\text{g mm}}{\text{Skt}}. \quad (4.3)$$

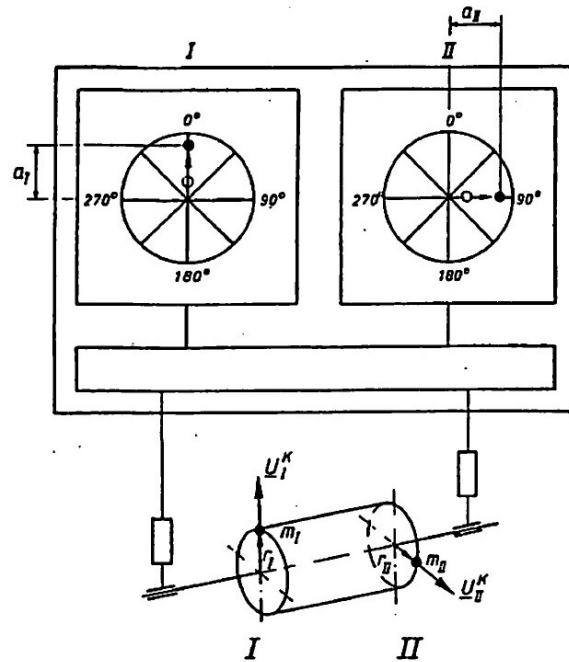


Abb. 4.4: Zur Berechnung der Ablesemaßstäbe

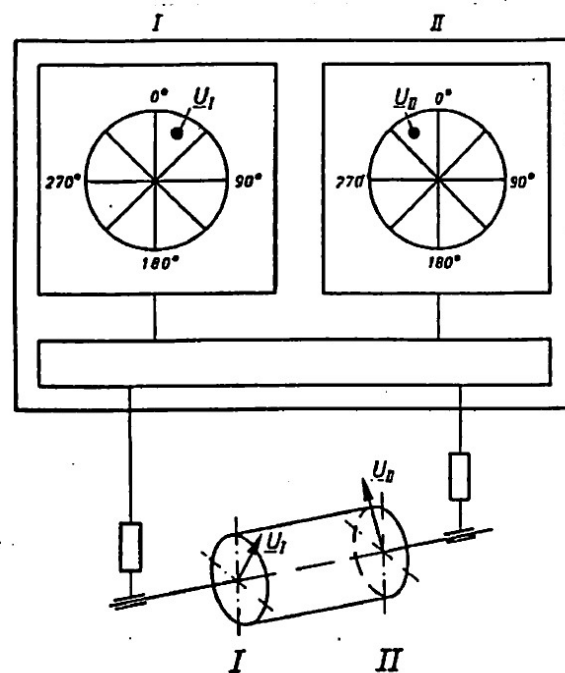


Abb. 4.5: Anzeige des Unwuchtzustandes

## 4.2 Messen der Unwucht, Ausgleich der Unwucht

Nach Beseitigen der Kalibrierunwucht und der elektrischen Unwuchtkompensation (Drucktaste S2h) kann der Unwuchtzustand des Rotors auf die zwei vorgegebenen Ausgleichsebenen bezogen gemessen werden (Abb. 4.5):

Ablesewerte:

$$\begin{aligned} U_I &: U_I [\text{Skt}], \quad \alpha_I [^\circ], \\ U_{II} &: U_{II} [\text{Skt}], \quad \alpha_{II} [^\circ]. \end{aligned} \quad (4.4)$$

*Auswuchten* bedeutet, die Massenverteilung des Rotors durch Massen-Zugabe oder Wegnahme in den Ausgleichsebenen I und II zu verändern. In vorgegebenen Abständen  $r_I$  und  $r_{II}$  von der Drehachse werden:

- in der Phasenlage der Unwucht die Massenelemente  $m_i = p_i U_i / r_i$  abgetragen oder
- in der Gegenphasenlage zur Unwucht die Massenelemente  $m_i$  zugefügt ( $i = I, II$ ).

Für den Fall des *georteten Auswuchtens* (Abschnitt 2.2, Abb. 2.6) sind die vorhandenen Unwuchtvektoren in den Ausgleichsebenen durch Parallelprojektion auf die Richtungen der vorgegebenen, benachbarten Ausgleichsorte aufzuteilen. Dafür stehen entsprechende Vorsatzscheiben für das Vektormessgerät zur Verfügung. Massen-Zugabe oder -Abnahme erfolgt hier nur an den vorgegebenen Ausgleichsorten. Nach dem ersten Messlauf mit anschließendem Auswuchten sind in der Regel weitere Messläufe erforderlich, bis die gewünschte Auswuchtgüte erreicht wird.

### 4.3 Ermittlung der Rotorrestunwucht

Nach abgeschlossenem Auswuchtvorgang zeigen die Vektormesssysteme die Rotorrestunwucht an. Dies gilt nur für den Fall einer ideal arbeitenden Maschine, insbesondere mit vollständig ausgewuchteter Rotorantriebswelle (Gelenkwelle). Wie die Rotorunwucht, wird auch die Gelenkwellenunwucht durch die Schwingungsaufnehmer an den Schwingbrücken gemessen (Abb. 4.6).

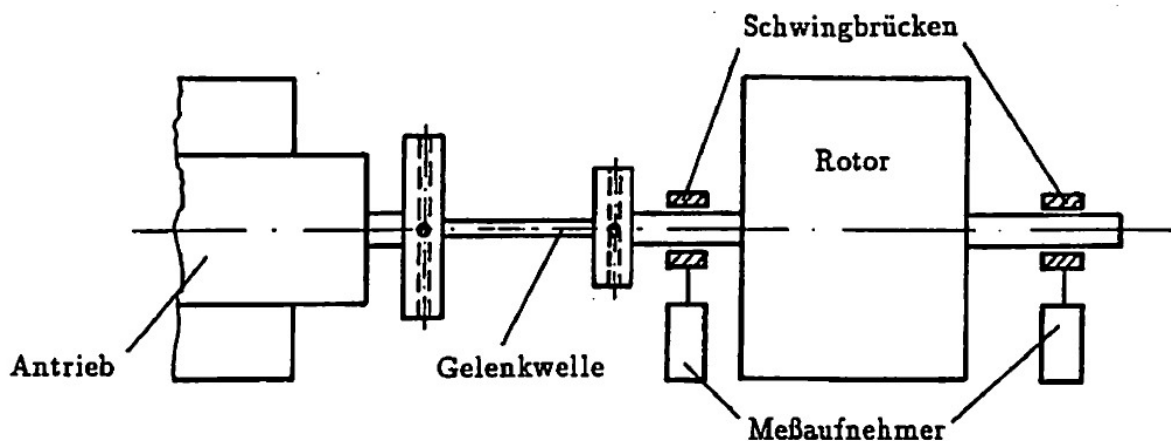
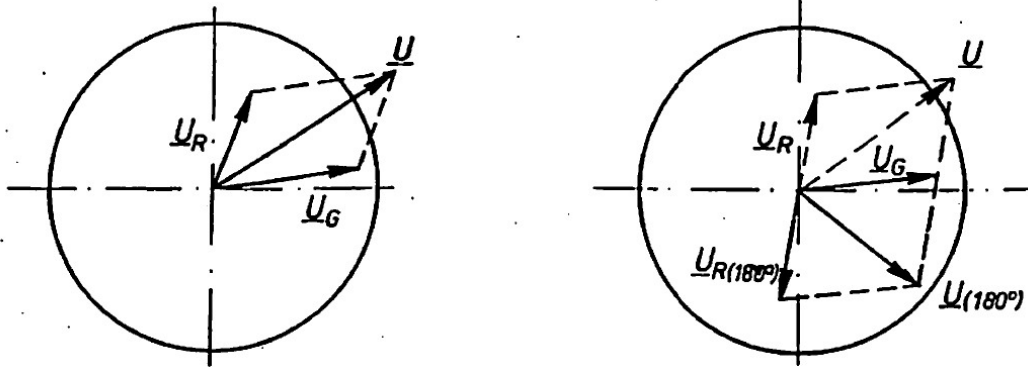


Abb. 4.6: Zum Einfluss der Gelenkwelle auf die gemessene Rotorunwucht

Die gemessene Restunwucht  $U_I, U_{II}$  setzt sich zusammen aus der *Rotorrestunwucht*  $U_{RI}, U_{RII}$  und der *Gelenkwellenunwucht*  $U_{GI}, U_{GII}$  (Abb. 4.7). Rechnerisch kann man die Rotorrestunwucht von der Gelenkwellenunwucht trennen, wenn man die gesamte Restunwucht  $U$  in Normallage des Rotors (Abb. 4.7a) und bei gegenphasiger Umschlagposition des Rotors  $U_{180^\circ}$  misst (Verdrehen des Rotors um  $\varphi = 180^\circ$  gegen die festgehaltene Gelenkwelle). Für die gesuchte Rotorrestunwucht in den beiden Ausgleichsebenen gilt nach Abb. 4.7b:

$$U_{RI} = \frac{1}{2} [U_I - U_{I,180^\circ}], \quad U_{RII} = \frac{1}{2} [U_{II} - U_{II,180^\circ}]. \quad (4.5)$$



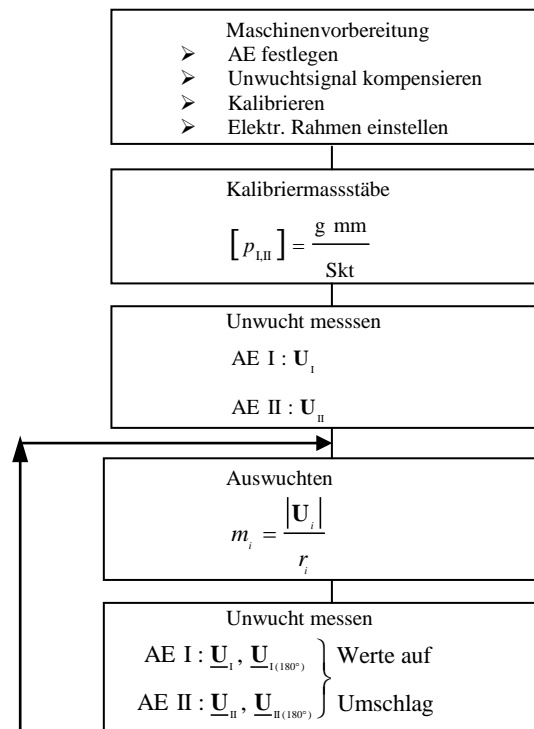
- (a)  $U$  : gemessene Restunwucht  
 $U_R$  : Rotorrestunwucht  
 $U_G$  : Gelenkwellenunwucht
- (b)  $U_{180^\circ}$  } Gemessene Restunwucht und  
 $U_{R,180^\circ}$  } Rotorrestunwucht bei Rotor-  
 verdrehung um  $180^\circ$ .

Abb. 4.7: Anteile der Restunwucht  $U = U_R + U_G$ :

- (a) Normallage und  
 (b) bei Rotordrehung um  $180^\circ$  an der Gelenkwelle (Darstellung in einer Ausgleichsebene).

#### 4.4 Flussdiagramm für den Auswuchtvorgang

Da das genaue Einhalten der Ausgleichsebenenlage beim *Kalibrieren* und *Auswuchten* in der Praxis nicht „möglich“ ist, werden beim Auswuchten systematische Fehler gemacht. Diese lassen sich zusammen mit den zufälligen Mess- und Arbeitsfehlern nur durch iteratives Verbessern des Auswuchtzustandes verringern. Der Auswuchtvorgang wird damit zu einem Arbeitsprozess mit innerer Iterationsschleife, die solange durchlaufen werden muss, bis die geforderte Auswuchtgüte  $G_x$  erreicht ist. Abb. 4.8 zeigt das Strukturbild des gesamten Auswuchtvorganges an einer überkritisch arbeitenden Auswuchtmaschine als Flussdiagramm.



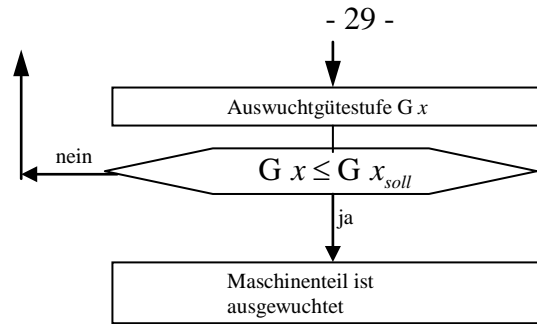


Abb. 4.8: Flussdiagramm für den Auswuchtvorgang an einer überkritischen Auswuchtmaschine

## 5 Schrifttum

- [1] **DIN ISO 1940 Teil 1: Anforderungen an die Auswuchtgüte starrer Rotoren, Bestimmung der zulässigen Restunwucht. Ausgabe: Dezember 1993. Beuth-Verlag, Berlin.**
- [2] ISO 1925: Auswuchten-Terminologie (Balancing-Terminology). Ausgabe: 1981.
- [3] DIN ISO 8821: Auswuchten von Rotoren und damit verbundenen Teilen. Vereinbarung über die Passfeder-Art. Ausgabe: Entwurf August 1989. Beuth Verlag, Berlin.
- [4] FEDERN, K.: Auswuchttechnik. Band 1, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-NY, 1977.
- [5] MÜLLER, H.H., MAGNUS, K.: Übungen zur Technischen Mechanik, Teubner-Verlag, Stuttgart, 3. Auflage 1988.
- [6] MAGNUS, K., MÜLLER, H.H.: Grundlagen der Technischen Mechanik, Teubner-Verlag, Stuttgart, 6. Auflage 1990.
- [7] Fa. C. Schenck: Bedienungsanleitung für Auswuchtmaschine AR 34 U/284, Darmstadt, 1958.
- [8] Fa. C. Schenck: Bedienungsanleitung für Messgerät M470/450, Darmstadt, 1991.
- [9] Fa. C. Schenck: Mechanische Schwingungen. Messen-Analysieren-Betriebsauswuchten. Darmstadt, Seminar 1990.