

Universität Siegen
Institut für Fluid- & Thermodynamik
Lehrstuhl für Strömungsmechanik
Prof. Dr.-Ing. Holger Foysi



Maschinenlaboratorium: Versuch V7

**Auftriebs- und Widerstandsmessung
an einem
Tragflügelprofil**

Bearbeiter

Gruppe:

Name :
Vorname :
Matr.-Nr. :
Tag des Versuchs :
Teilnahme am Versuch :
Korrekturhinweis :

Endtestat

Inhaltsverzeichnis

1. Druckmesstechnik

- 1.1 Druckmessung
- 1.2 Manometer
- 1.3 Quecksilberbarometer
- 1.4 Druckmessgeräte

2. Physikalische Erklärung des aerodynamischen Auftriebs

- 2.1 Die Euler-Gleichung
- 2.2 Bahnbeschleunigung
- 2.3 Normalbeschleunigung
- 2.4 Erzeugung von Über- und Unterdruck-physikalische Erklärung
- 2.5 Krümmungsanalyse von Stromlinienbildern

3. Bezeichnungen und dimensionslose Beiwerte

- 3.1 Bezeichnungen
- 3.3 Profilformen
- 3.4 Kräfte und Druckverteilung an dem unendlich breiten Tragflügel
- 3.5 Das Polardiagramm
- 3.6 Einfluss der Endplatten auf ein NACA-0015-Profil Laminare und turbulente Grenzschichten an gekrümmten Wänden

4. Versuchsdurchführung und Auswertung der Messungen

- 4.1 Versuchsaufbau und Messgrößen

5. Ermittlung der Messunsicherheit

- 5.1 Grundlagen
- 5.2 Erweiterte Unsicherheit der Reynolds-Zahl
- 5.3 Erweiterte Unsicherheit des dimensionslosen Druckbeiwerts c_p
- 5.4 Erweiterte Unsicherheit des Auftriebsbeiwerts c_a
- 5.5 Erweiterte Unsicherheit des Widerstandsbeiwerts c_w

6. Fragen vor dem Versuchsbeginn

7. Versuchsbericht

8. Literaturverzeichnis

1 Druckmesstechnik

Inhalt dieses Kapitels sind die messtechnische Erfassung des Druckes mittels Druckmessbohrungen und Sonden, die Beschreibung der Arbeitsprinzipien von Manometern und Barometern, Druckmessgeräte, die nach dem elektrischen Messverfahren arbeiten, und die Beschreibung der Fehlereinflüsse auf die Messwerterfassung. Die Abschnitte „Druckmesstechnik“ und „Manometer“ entsprechen inhaltlich [7] und [9].

1.1 Druckmessung

1.1.1 Das Pitotrohr

Pitot erkannte 1732, dass sich der Gesamtdruck einer Strömung im Staupunkt eines in die Strömung eingebrachten Staukörpers einstellt und dort mittels einer kleinen Bohrung gemessen werden kann, durch die sich eine Druckänderung bis zu einem Manometer fortpflanzt. Seitdem wird diese Form der Gesamtdrucksonde als Pitotrohr bezeichnet, siehe Bild 1.1.

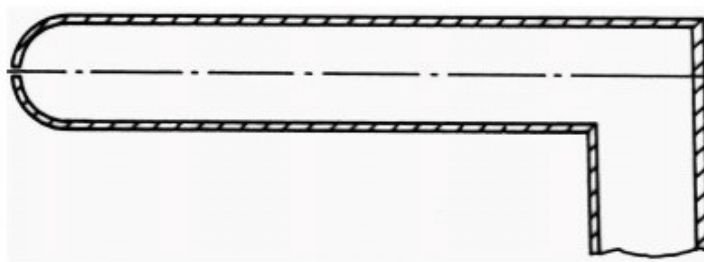


Bild 1.1: Pitotrohr

$$p_{dynPitot} = 0 \quad (1.1)$$

$$p_{gesPitot} = p_{stat} \quad (1.2)$$

1.1.2 Sonden zur Messung des statischen Drucks

Der statische Druck der ungestörten Strömung kann prinzipiell mittels einer Bohrung in einer strömungsparallel verlaufenden Wand erfasst werden. Statische Druckbohrungen werden daher direkt am Strömungskörper bzw. am Modell angebracht. Für den Fall gerader Stromlinien ist es möglich, den exakten statischen Druck im Feld mithilfe einer Wanddruckbohrung zu bestimmen, siehe [4] S. 50 „Kräftegleichgewicht senkrecht zum Stromfaden“. Dabei stört die Grenzschicht an der Wand, in der die Geschwindigkeit vom Wert der ungestörten Außenströmung auf den Wert null an der Wand absinkt, nicht (Bild 1.2). Um Verfälschungen des gemessenen Wanddrucks zu vermeiden, müssen die Bohrungen so ausgeführt sein, dass sie tangential überströmt werden und bei scharfkantiger Ausbildung keinerlei Grate oder Fasen aufweisen.

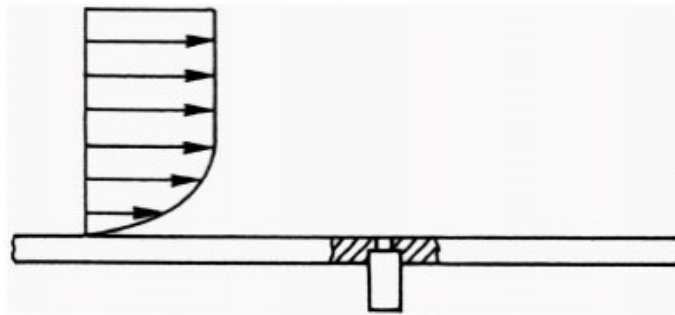


Bild 1.2: Statische Druckbohrung (Wandanbohrung)

Man kann den statischen Druck auch direkt im Strömungsfeld (und auch für den Fall gekrümmter Stromlinien) mit einer sogenannten statischen Drucksonde messen, siehe Bild 1.3. Die statische Drucksonde ist wie das Pitotrohr ein Staurohr. Die Druckbohrungen befinden sich jedoch nicht im Staupunkt, sondern in einiger Entfernung vom Sondenkopf im strömungsparallelen Teil der Sonde.



Bild 1.3: Statische Drucksonde

Die statische Drucksonde dient zur Messung des statischen Druckes im ungestörten Feld, die Sonde an sich stellt jedoch bereits eine erhebliche Störung dar. Die Verdrängungswirkung der Sonde bewirkt nämlich gemäß der Kontinuitätsgleichung eine Veränderung des Geschwindigkeitsfeldes und somit nach Bernoulli eine Veränderung des Druckfeldes. Mittels einer bestimmten Geometrie der statischen Drucksonde kann die Beeinflussung des statischen Druckes an der Messstelle jedoch vermieden werden. Zur Verdeutlichung des Messfehlers, der sich aus der Verdrängungswirkung der Sonde ergibt, kann das Stromlinienbild eines umströmten Staurohres herangezogen werden, siehe Bild 1.4.

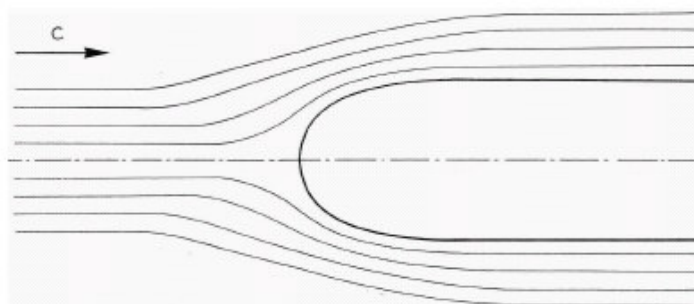


Bild 1.4: Verdrängungswirkung einer Sonde

Mithilfe des Stromlinienbildes und der Kontinuitätsgleichung kann man den Geschwindigkeitsverlauf in unmittelbarer Umgebung des Staurohres herleiten. Die Anströmgeschwindigkeit c_∞ wird sich zunächst verringern, bis sie am Staupunkt den Wert Null erreicht; danach wird die Strömung auf einen Wert $> c_\infty$ beschleunigt. Nachdem die Geschwindigkeit einen Maximalwert erreicht hat, sinkt sie wieder asymptotisch gegen c_∞ .

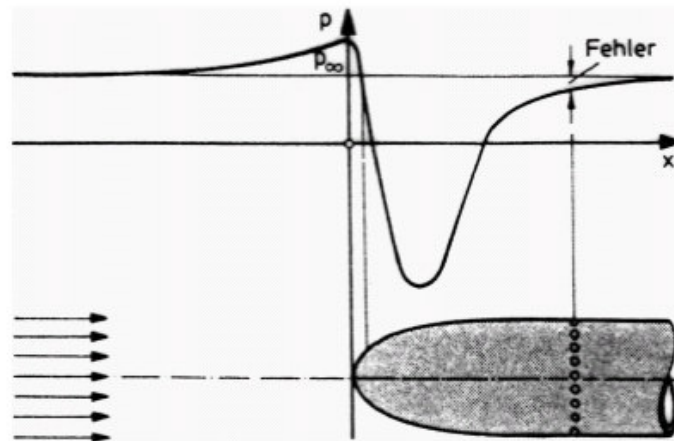


Bild 1.5: Fehler durch die Verdrängungswirkung der Sonde

Mithilfe der Bernoullischen Gleichung lässt sich nun sofort auf die Druckverteilung über der Sonde schließen. Im Staupunkt wird für $c = 0$ das Druckmaximum, das dem Gesamtdruck entspricht, erreicht. Das Geschwindigkeitsmaximum an der Krümmung des Sondenkopfes bedeutet ein Druckminimum. Es ergibt sich also der in Bild 1.5 dargestellte Verlauf des statischen Druckes.

Man erkennt leicht, dass für den Fall eines unendlich langen Staurohres genau der statische Druck der ungestörten Strömung gemessen werden könnte. Dem stehen vor allem Praktikabilitätsprobleme entgegen. Man bedient sich daher folgenden Umstands: Ein Staurohr hat einen Sondenschaft, der genau wie der Sondenkopf einen Aufstau bewirkt (Bild 1.6). Werden nun die Abstände zwischen Sondenkopf, Bohrungen und Schaft geschickt gewählt, kompensieren sich der negative Fehler der Verdrängungswirkung der Sonde und der positive Fehler des Aufstaus am Sondenschaft. Jede statische Drucksonde wird in dieser Weise vom Hersteller kalibriert.

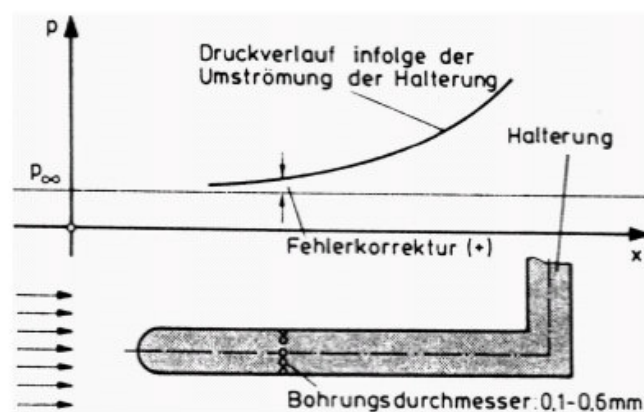


Bild 1.6: Aufstau am Sondenschaft

1.1.3 Das Prandtlrohr

Der dynamische Druck ergibt sich als Differenz aus Gesamtdruck und statischem Druck. Es liegt nun nahe, das Pitotrohr mit der statischen Drucksonde zu kombinieren. Eine solche kombinierte Sonde zur Bestimmung des dynamischen Druckes als Differenz aus Gesamt- und statischem Druck wird als Prandtl'sches Staurohr bezeichnet.

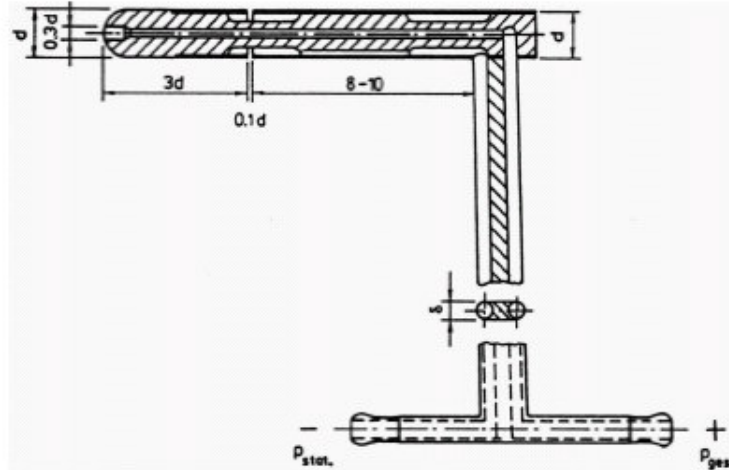


Bild 1.7: Prandtlrohr

Aus der Bernoullischen Gleichung folgt eine einfache Beziehung für die Strömungsgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{dyn}}{\rho}} \quad (1.3)$$

1.1.4 Messfehler von Pitot- und Prandtl-Sonden

Der Zähigkeitseinfluss: Die Bernoulli-Gleichung, die aus den Euler-Gleichungen hergeleitet wird, und die Ausgangspunkt für Pitot- und Prandtlrohr-Messungen ist, gilt nur solange, wie die Zähigkeit des Fluids vernachlässigt werden kann. Experimentell wurde gefunden, dass, wenn die auf den äußeren Sondendurchmesser D bezogene Reynoldszahl (Gleichung (1.4)) bei dem Pitotrohr > 100 und bei dem Prandtlrohr > 400 bleibt, die Zähigkeit noch keine Rolle spielt.

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu} \quad (1.4)$$

Für kleinere Re-Zahlen ergibt sich dann ein zu großer Gesamtdruck. Dieser Effekt, der nach Barker (1922) benannt wurde, tritt bei praktischen Messungen schnell auf, wie das folgende Beispiel verdeutlicht: Soll in Luft eine Strömungsgeschwindigkeit von 0,7 m/s gemessen werden, so ist hierfür ein Prandtlrohr mit einem Durchmesser von 10 mm erforderlich, damit $Re > 400$ bleibt. Abhilfe kann durch die Verwendung von

flachgedrückten Rohren, sogenannten Fischmaulsonden, geschaffen werden, die den Barker-Effekt weiter zu kleinen Reynolds-Zahlen verschieben.

Der Winkeleinfluss: Prandtlrohre können guten Gewissens als kaum winkelempfindlich bezeichnet werden. Wird das Prandtlrohr um $\pm 5^\circ$ gegen die Strömungsrichtung gedreht, liegt der Messfehler im Druck bei ca. 1%. Das Augenmaß reicht bei bekannter Strömungsrichtung zur Justierung völlig aus. Pitotrohre sind noch weniger anfällig für Ausrichtungsfehler, generell hängt diese Eigenschaft aber sehr stark von der verwendeten Bauform ab. Für alle gängigen Bauformen liegt der Druckmessfehler unter 1% bei einer Schrägstellung des Pitotrohres von $\pm 10^\circ$ zur Strömungsrichtung. Besonders richtungsunempfindlich ist beispielsweise ein extrem dünnwandiges Rohr ($\pm 23^\circ$) oder bei dickwandigerem Rohr eine elliptische Vorderkante ($\pm 21^\circ$). Mit zunehmender Mach-Zahl nimmt die Richtungsunempfindlichkeit der Sonde etwas ab.

Der Turbulenzeinfluss: In einer turbulenten Strömung bewirkt der Turbulenzgrad eine mittels Prandtlrohr systematisch zu groß bestimmte Geschwindigkeit. Die Ursache liegt jedoch nicht in der Sonde selbst, sondern in der Trägheit des angeschlossenen Druckmessgeräts, welches in der Regel nur einen zeitlichen Mittelwert liefert. Dennoch hat Turbulenz in der Anströmgeschwindigkeit einen Einfluss auf den gemessenen Druck (siehe Bild 1.8). Nach Reynolds ist es zweckmäßig, Druck und Geschwindigkeit in einen Mittelwert und eine Schwankungsgröße zu zerlegen.

$$\begin{aligned} p_{dyn} &= \bar{p}_{dyn} + p'_{dyn} \\ c &= \bar{c} + c' \end{aligned} \quad (1.5)$$

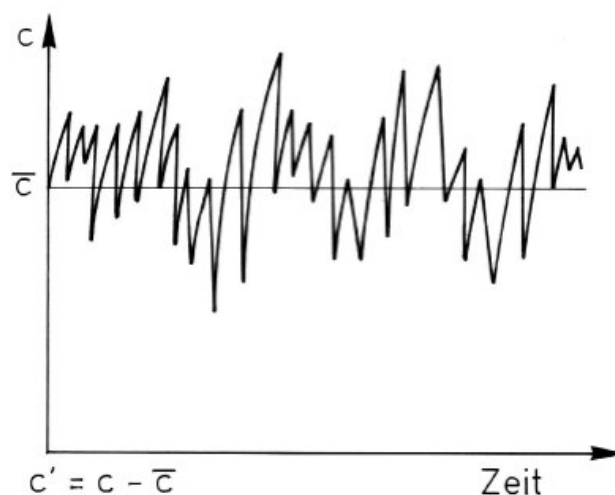


Bild 1.8: Turbulentes Signal

Daraus folgt für die Geschwindigkeit am Prandtlrohr:

$$\begin{aligned}
 (\bar{c} + c')^2 &= \frac{2 \cdot (\bar{p}_{dyn} + p'_{dyn})}{\rho} \\
 \bar{c}^2 + 2 \cdot \bar{c} \cdot c' + c'^2 &= \frac{2 \cdot (\bar{p}_{dyn} + p'_{dyn})}{\rho}
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

Da das Prandtlrohr nur den Mittelwert des Druckes messen kann, wird nun die gesamte Gleichung gemittelt:

$$\overline{\bar{c}^2 + 2 \cdot \bar{c} \cdot c' + c'^2} = \frac{2 \cdot (\overline{\bar{p}_{dyn} + p'_{dyn}})}{\rho}
 \tag{1.7}$$

Der Mittelwert der Schwankungsgröße ist null. Wird aber die Schwankungsgröße vor dem Mitteln quadriert, bleibt diese Größe als Zusatzterm stehen ($\overline{c'^2} \neq 0$).

$$\bar{c}^2 + \overline{c'^2} = \frac{2 \cdot \bar{p}_{dyn}}{\rho}
 \tag{1.8}$$

Die mit dem Prandtlrohr gemessene mittlere Geschwindigkeit ist also immer höher als die tatsächliche mittlere Geschwindigkeit einer turbulenten Strömung, da der gemessene dynamische Druck einen Anteil enthält, der durch die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen verursacht wird. Bei einem Turbulenzgrad von $\sqrt{\overline{c'^2}}/\bar{c} = 0.1$ ergibt sich ein Messfehler von 0,5% bezüglich der errechneten Geschwindigkeit.

Der Kompressibilitätseinfluss: Alle Herleitungen gelten für Machzahlen $\leq 0,3$. Oberhalb von $Ma = 0,3$ hat die Kompressibilität Einfluss auf das Ergebnis, so dass man statt der Bernoulligleichung für inkompressible Strömungen die Bernoullische Gleichung der Gasdynamik ansetzen muss. Außerdem verstärken höhere Machzahlen den Richtungsfehler von Pitot- und Prandtl-Sonden.

Der Gradienteneffekt: In einer Scherströmung wird ein etwas zu hoher Gesamtdruck gemessen. Der Fehler liegt in der räumlichen Mittelung der nichtlinearen Bernoullischen Gleichung. Nach MacMillan (1956) kann der Fehler dadurch kompensiert werden, dass der Messort nicht in der Sondenmitte, sondern um $0,15 D$ zur hohen Geschwindigkeit verschoben angenommen wird. In Wandnähe, wo Geschwindigkeitsgradienten besonders stark sind, kommt es jedoch zu einer Umkehr dieses Verhaltens, da sich die Umströmung der Sonde in Wandnähe grundlegend ändert.

1.2 Manometer

Zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit muss die Druckdifferenz p_{dyn} $p_{dyn} = p_{ges} - p_{stat}$ messtechnisch erfasst werden. Dazu werden in der Messtechnik

Weiterentwicklungen des U-Rohr-Manometers verwendet. Diese Differenzdruck-Messgeräte haben gegenüber anderen Druckaufnehmern den großen Vorteil der Kalibrationsfreiheit. Der Zusammenhang zwischen angelegter Druckdifferenz und sich einstellender Höhendifferenz kann mit den Gesetzen der Hydrostatik hergeleitet werden.

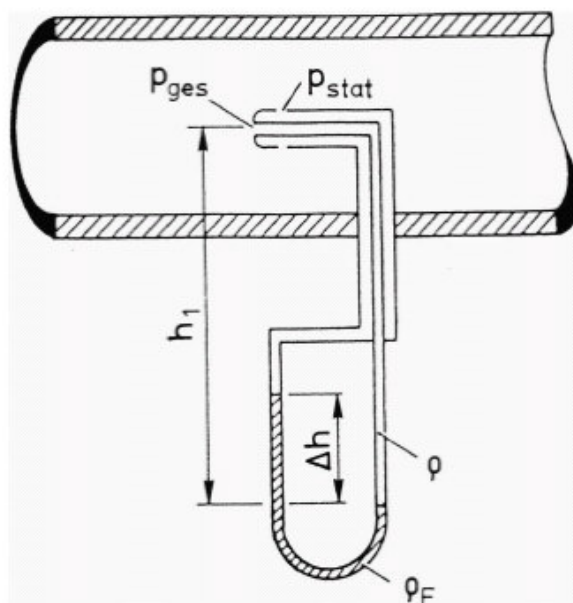


Bild 1.9: Prinzip des U-Rohr-Manometers

$$p_{ges} + \rho \cdot g \cdot \Delta h = p_{stat} + \rho_F \cdot g \cdot \Delta h$$

$$p_{dyn} = p_{ges} - p_{stat} = \rho_F \cdot g \cdot \Delta h \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_F}\right) \quad (1.9)$$

Der Quotient aus der Dichte des Mediums und der Dichte der Sperrflüssigkeit wird für die Kombination Luft/Wasser klein (ca. 1/1000) und kann vernachlässigt werden. Aufgrund geringerer Kapillarkräfte und weniger stark von Verunreinigungen abhängiger Grenzflächenspannung wird häufig auch Alkohol anstelle von Wasser verwendet. Ist das Strömungsmedium Wasser und die Sperrflüssigkeit Quecksilber, so muss der Term ρ/ρ_F berücksichtigt werden.

1.2.1 Das Schrägrohrmanometer

Das Schrägrohrmanometer weist gegenüber dem gewöhnlichen U-Rohr-Manometer zwei Besonderheiten auf (Bild 1.10).

1. Die Querschnitte der beiden Schenkel sind verschieden groß (typisches Verhältnis 1:1000). Dadurch kann die Sperrflüssigkeitsabsenkung im Schenkel mit dem größeren Querschnitt vernachlässigt werden, und die Höhendifferenz kann allein am Schenkel mit dem kleineren Querschnitt abgelesen werden.

2. Durch Neigen der Kapillare kann die Empfindlichkeit des Manometers eingestellt werden.

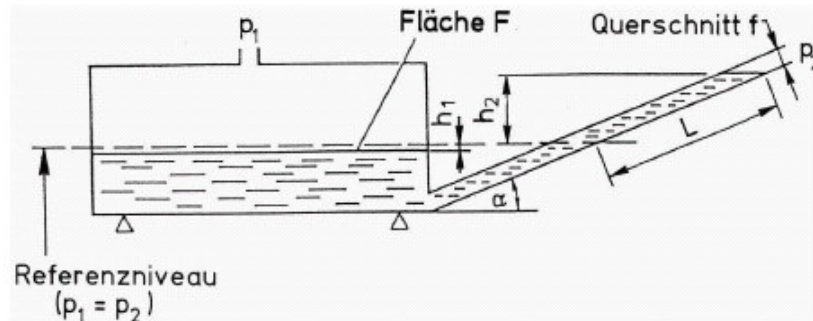


Bild 1.10: Schrägrohrmanometer

$$p_1 = p_2 + \rho_F \cdot g \cdot (h_1 + h_2)$$

$$h_2 = L \cdot \sin \alpha$$

$$V = \text{konst.} \rightarrow h_1 \cdot F = L \cdot f \Leftrightarrow h_1 = L \cdot \frac{f}{F} \quad (1.10)$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \rho_F \cdot g \cdot L \left(\frac{f}{F} + \sin \alpha \right)$$

Im Allgemeinen wird der Ausdruck $\rho_F \cdot \left(\frac{f}{F} + \sin \alpha \right)$ als Gerätekonstante auf dem Manometer angegeben. Damit wird

$$p_1 - p_2 = K \cdot g \cdot L \quad (1.11)$$

1.2.2 Das Betz-Manometer

Auch das in Bild 1.11 gezeigte Betz-Manometer ist im Prinzip ein U-Rohr-Manometer mit ungleichen Schenkeldurchmessern. An einem Schwimmer im Steigrohr ist ein Glasmaßstab mit geätzter Skala befestigt. Die Höhenänderung, die sich bei Anlegen einer Druckdifferenz ergibt, kann an der Mattscheibe direkt in mmWS abgelesen werden. Das Betz-Manometer ist aufgrund der großen Luftvolumina, die, um die Sperrflüssigkeit zu verschieben, Druckmessleitungen kleinen Querschnitts zum Aufbau der Druckdifferenz durchströmen müssen, sehr träge, so dass längere Einstellzeiten auftreten.

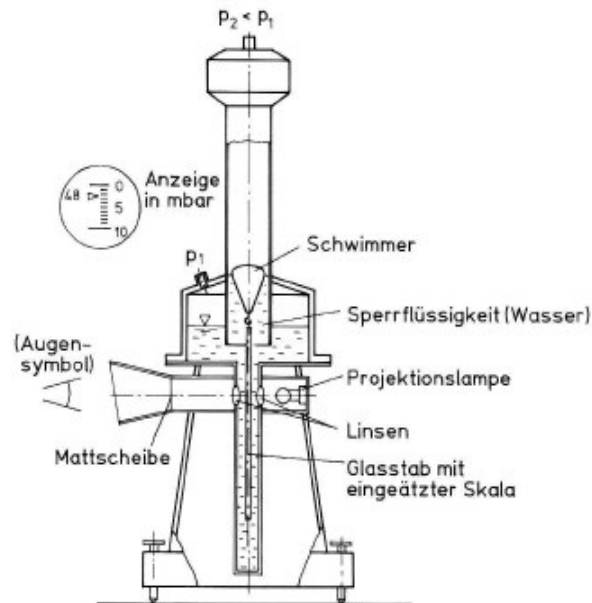


Bild 1.11: Betz-Manometer

1.2.3 Die Kapillarwirkung

Die Ausbildung eines Meniskus in einem dünnen Rohr, wie beispielsweise einem Manometer-Schenkel, wird vom Zusammenspiel der drei Grenzflächenspannungen Fluid (Strömungsmedium) - Sperrflüssigkeit - Glaswand bestimmt. Je nach Benetzungseigenschaft der Sperrflüssigkeit bildet sich ein konvexer Meniskus bei nicht benetzenden Sperrflüssigkeiten (z.B. Quecksilber) oder ein konkaver Meniskus bei benetzenden Sperrflüssigkeiten (z.B. Wasser, Alkohol) aus. Hierdurch wird bei einer benetzenden Sperrflüssigkeit der Flüssigkeitsspiegel im Manometer angehoben und bei einer nicht benetzenden Flüssigkeit abgesenkt (Bild 1.12). Die aus der Kapillarwirkung resultierende Höhenverfälschung Δh berechnet sich für das Kräftegleichgewicht bestehend aus Oberflächenspannungskraft F_1 und Gewichtskraft F_2 der gehobenen Flüssigkeitssäule zu:

$$F_1 = \sigma_{FS} \cdot \cos\theta \cdot \pi \cdot d = F_2 = \rho \cdot g \cdot \Delta h \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad (1.12)$$

$$\Delta h = \frac{4 \cdot \sigma_{FS} \cdot \cos\theta}{\rho \cdot g \cdot d}$$

Dabei bezeichnen σ_{FS} den Oberflächenspannungskoeffizient zwischen Fluid und Sperrflüssigkeit, θ den Benetzungswinkel, ρ die Dichte der Sperrflüssigkeit, g die Erdbeschleunigung und d den Rohrdurchmesser.

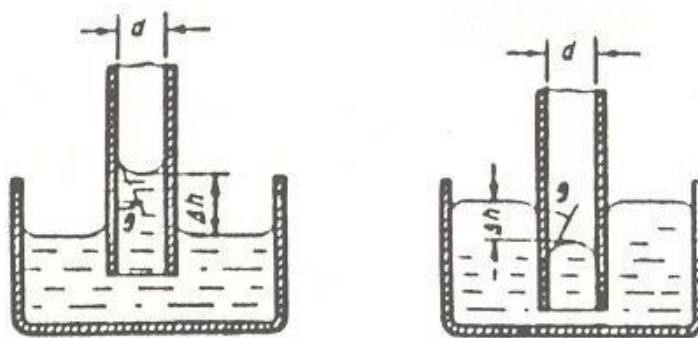


Bild 1.12: Meniskenausbildung in einem Manometer (links: benetzende Sperrflüssigkeit, rechts: nicht-benetzende Sperrflüssigkeit)

Um den Meniskeneinfluss zu verringern und daraus resultierende Messfehler klein zu halten, sollten Rohre mit möglichst großem Durchmesser verwendet werden.

1.3 Quecksilberbarometer

Der Atmosphärendruck wird üblicherweise durch Quecksilber-Barometer gemessen. Dabei steht der Atmosphärendruck im Gleichgewicht mit dem hydrostatischen Druck $\rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h$ und dem Dampfdruck des Quecksilbers bei der herrschenden Umgebungstemperatur.

1.3.1 Gefäßbarometer

Bei den Quecksilberbarometern kann man verschiedene Bauarten unterscheiden. Die einfachste Form, beruhend auf dem Torricellischen Barometer, wird Gefäßbarometer genannt. Im vorliegenden Versuch wird ein Gefäßbarometer der Fa. Lambrecht verwendet. Die nachfolgenden Ausführungen dieses Abschnitts sind [10] entnommen.

Das Gefäßbarometer besteht aus einem langen, mit Quecksilber gefüllten Glasrohr, das oben geschlossen und evakuiert ist. In der Regel ist es unten gebogen und endet in einem breiten, offenen Gefäß. Somit entspricht die Längenmessung der Quecksilbersäule der Differenz zwischen dem Luftdruck über dem Beobachtungsort gegenüber dem Vakuum. Das Gefäßbarometer ist mit einer justierbaren Ablesekala ausgestattet, an der der Höhenunterschied zwischen der Quecksilberoberfläche im Gefäß und der Quecksilberoberfläche in der Röhre abgelesen wird. Da die Quecksilbersäule des Gefäßbarometers, im Gegensatz zu dem auf Meereshöhe bezogenen Luftdruck, immer den unmittelbar am Ort vorhandenen absoluten Luftdruck anzeigt, ist dieser von der Ortshöhe abhängig. Auf Meereshöhe beträgt der mittlere Luftdruck 1013hPa (0°C), während er 300m ü. N.N. nur noch bei 977,8hPa (0°C) liegt.

Vor jeder Messung, muss der Nullpunkt des Maßstabes derart auf das Niveau im unteren Gefäß eingestellt werden, dass die Spitze mit ihrem Spiegelbild ein x bildet (Bild 1.13). Hebt oder senkt sich die Quecksilberoberfläche, je nachdem, ob Quecksilber bei sinkendem Luftdruck aus der Röhre zurückfließt oder bei steigendem

Luftdruck in die Röhre eindringt, ist die Nullpunkteinstellung des Maßstabes verstellt und muss erneut vorgenommen werden.

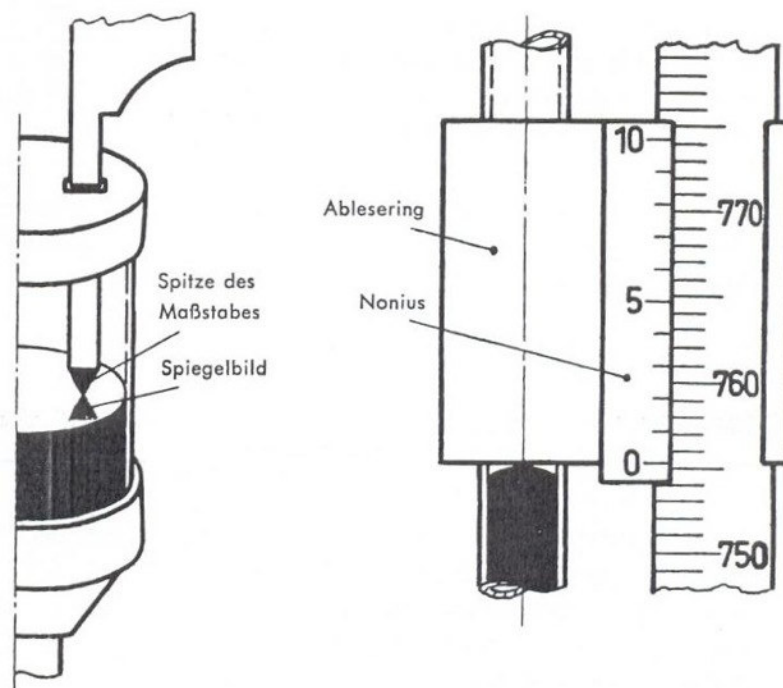


Bild 1.13: Gefäßbarometer (Anzeige in mmHg)

Die Länge der Quecksilbersäule lässt sich dann mit Hilfe von Nonius und Maßstab bestimmen. Zur Ablesung muss der am Nonius befestigte Ablesering so eingestellt werden, dass sein unterer Rand mit der Kuppe der Quecksilbersäule abschließt. Das Auge muss sich dabei in gleicher Höhe mit dem Metallring und der Quecksilberkuppe befinden. Die richtige Einstellung ist dann erreicht, wenn die vordere und hintere Kante des Metallrings zusammenfallen und diese die Quecksilberkuppe tangential zu berühren scheinen.

Es ist jedoch noch eine zweite Einstellung erforderlich, um die Höhe der Quecksilberkuppe zu bestimmen. Hierbei muss die untere Kante des Ableserings mit der Linie zur Deckung gebracht werden, in der sich Quecksilber und Glasröhre gerade berühren. Die Differenz der beiden Ablesungen ergibt die Kuppenhöhe.

1. Korrektur des rohen Barometerstandes b_t

Die gemessene Länge b_t der Quecksilbersäule ist außer vom Luftdruck noch von anderen Einflussfaktoren abhängig:

- Sie wird von der Dichte des Quecksilbers und damit von dessen Temperatur, die sich in dem Korrekturfaktor K_t ausdrückt, beeinflusst. Die Länge des Maßstabes ist ebenfalls temperaturabhängig. Aus diesem Grund werden Barometerstände einheitlich auf eine Bezugstemperatur von 0°C umgerechnet, d.h. man bestimmt die Länge, die die Quecksilbersäule bei einer Temperatur von 0°C haben würde.
- Die Länge der Quecksilbersäule ist ferner abhängig von der Schwerebeschleunigung, die sich mit der geographischen Breite ($K_{\varphi\varphi}$) und der

Höhe über dem Meeresspiegel ändert (K_{gH}). Der Barometerstand wird deshalb auf die Normalschwere umgerechnet, die $9,80665 \text{ m/s}^2$ beträgt und in Meereshöhe unter $45^\circ 33'$ erreicht wird.

- Da Glas normalerweise von Quecksilber nicht benetzt wird, bildet sich im Barometer ein konvexer Meniskus aus, wodurch der Quecksilberstand erniedrigt wird. Die Korrektionswerte (K_K) sind abhängig vom lichten Durchmesser des Rohres und von der Kuppenhöhe. Sie werden empirisch durch Vergleich mit einem depressionsfreien Barometer ermittelt.

Folglich muss der rohe Barometerstand b_t um die Korrekturen aus Gleichung (1.13) erweitert werden:

$$b = b_t + K_t + K_{g\varphi} + K_{gH} + K_K \quad (1.13)$$

In (1.13) werden folgende Bezeichnungen verwendet:

b_t = der bei der Temperatur t in $^\circ\text{C}$ abgelesene Barometerstand (Oberseite der Kuppe)

K_t = Temperatur-Korrektur

$K_{g\varphi}$ = Schwere-Korrektur wegen der geographischen Breite φ [$^\circ$] (Siegen: $50^\circ 52' \text{ N}$)

K_{gH} = Schwere-Korrektur wegen der Höhe $H = 300 \text{ m}$ ü. N.N. von Siegen

Damit ergibt sich laut geologischem Landesamt eine lokale Erdbeschleunigung von $g = 9,810954 \text{ m/s}^2$.

K_K = Korrektur der Kapillardepression

Alle Korrektionswerte können vor Ort entsprechenden Tabellen entnommen werden.

1.4 Druckmessgeräte

Druckmessgeräte, die nach dem elektrischen Messverfahren arbeiten, nehmen die Änderung einer dem pneumatischen Druck oder eine Druckdifferenz proportionalen elektrisch messbaren Größe auf. Als Maß für die gesuchte Druckinformation wird die mechanische Verformung einer Membrane bzw. das elektrische Signal eines drucksensitiven Membranelements verwendet. Die Funktionsweisen der verschiedenen Druckwandler, die in diesem Abschnitt erläutert werden, sind in [11] beschrieben.

Man unterscheidet prinzipiell zwischen Widerstandsdruckmessgeräten, piezoelektrischen Druckaufnehmern, und induktiven bzw. kapazitiven Druckaufnehmern.

Bei Widerstandsdruckmessgeräten wird entweder ein Material mit einem hohen Druckkoeffizienten verwendet (z.B. Kupfer) oder die Verformung eines Federelements mit einem Dehnungsmessstreifen (DMS) aufgenommen (z.B. Kraftmessdosen). Bild 1.14 zeigt einen DMS-Druckaufnehmer, bei dem die Durchbiegung der Membrane über einen Stempel auf einen kleinen Biegebalken übertragen wird, dessen druckinduzierte Durchbiegung über einen Dehnmessstreifen erfasst wird.

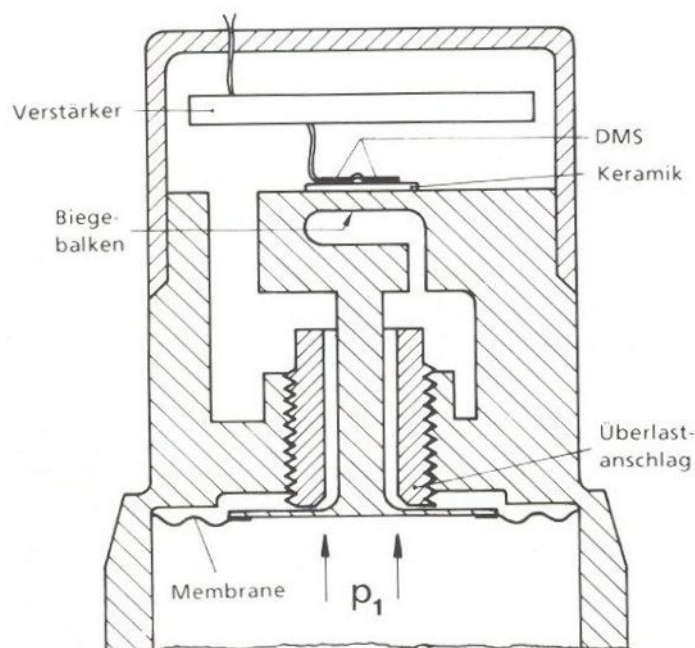


Bild 1.14: DMS-Druckaufnehmer [11]

Mit Hilfe des DMS können Drücke von 10^{-6} bis 3500 bar bei einem Gesamtfehler zwischen 0,1 und 0,6% gemessen werden.

Die piezoelektrischen Druckaufnehmer (Piezoquarze) werden weiter in piezoresistive und piezokapazitive Messelemente unterteilt. Bei piezoresistiven Druckaufnehmern wird die über eine Brückenschaltung gemessene Widerstandsänderung des Messfühlers als Maß für den Druck verwendet. Bei piezokapazitiven Druckaufnehmern wird dagegen mit Hilfe eines Ladungsverstärkers die druckabhängige Änderung der elektrischen Oberflächenladung erfasst.

Bei induktiven Druckaufnehmern wird die Durchbiegung einer Messmembrane infolge Druckbeaufschlagung und damit die Druckdifferenz über eine elektromagnetische Spule registriert.

Bild 1.15 zeigt die Prinzipskizze eines kapazitiven Druckaufnehmers. Der kapazitive Druckwandler besteht aus einer flexiblen Membran, die durch Druckänderung ausgelenkt wird. Da die Membran zusammen mit einer Elektrode einen Kondensator bildet, ändert sich durch die Auslenkung dessen Kapazität, die über einen Schwingkreis bestimmt werden kann. Eine Verstärkerschaltung kann dann dieses Signal in ein geeignetes Ausgangssignal, meist eine Spannung, umformen, die an einem Digitalmultimeter zur Anzeige gebracht wird. Die Spannung muss vor Messbeginn gegen den Druck kalibriert werden.

Im vorliegenden Versuch wird der kapazitive Differenzdruckaufnehmer Baratron Typ 220 C des Herstellers MKS verwendet. Der obere Endwert des Druckbereichs beträgt 100 mbar. Die Genauigkeit (Nichtlinearität, Hysterese, Nichtreproduzierbarkeit und Temperaturkoeffizient) variiert laut Herstellerangaben in Abhängigkeit der Temperaturänderung während der Versuchsdauer und in Abhängigkeit des Messwerts.

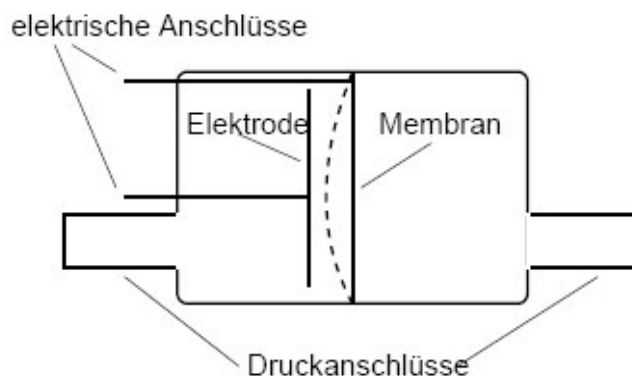


Bild 1.15: Kapazitiver Druckaufnehmer

2. Physikalische Erklärung des aerodynamischen Auftriebs

Die nachfolgende Herleitung zur Entstehung des aerodynamischen Auftriebs wurde von Weltner [1] übernommen und basiert auf der physikalischen Bedeutung der Eulerschen Gleichungen, die den Zusammenhang zwischen gekrümmten Stromlinien und den Druckgradienten senkrecht dazu und der damit verbundenen Entstehung von Unterdruckbereichen wiedergeben. Die darauf aufbauende Krümmungsanalyse von Stromlinien in der Umgebung von Hindernissen ermöglicht die Ermittlung von Druckverteilungen an Profilen.

2.1 Die Euler-Gleichung

Die Eulerschen Gleichungen beschreiben die Zusammenhänge zwischen Druckgradienten und Beschleunigungen in Fluiden ohne Reibung. Ihre Grundlage ist das Newtonsche Bewegungsgesetz. Die einfachste Form ist die eindimensionale Eulersche Gleichung für eine Stromröhre bei stationärer Strömung und ohne Gravitation, die Kraft ist dann nichts anderes als Masse mal Beschleunigung

Wir betrachten nacheinander die Bahnbeschleunigung in s und die Normalbeschleunigung senkrecht zur Bewegungsrichtung.

2.2 Bahnbeschleunigung

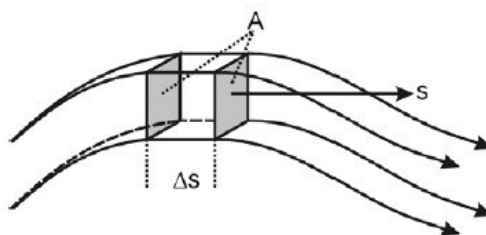


Bild 2.1: Bahnbeschleunigung eines Luftvolumens mit den Seitenflächen A

Eine *Tangentialbeschleunigung in s-Richtung* tritt auf, wenn der Druck auf die vordere Fläche A des Volumenelementes größer ist als auf die hintere Fläche, siehe Bild 2.1. Das Newtonsche Grundgesetz liefert:

$$\rho \frac{dv}{dt} = - \frac{dp}{ds} \quad (2.1)$$

Gleichung (2.4) lässt sich umformen und für zwei Positionen 1 und 2 längs des Stromfadens integrieren und ergibt das Bernoullische Gesetz:

$$\int_1^2 \rho \cdot dv \frac{ds}{dt} = - \int_1^2 dp \quad \text{oder umgeformt} \quad \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 \quad (2.2)$$

Das Bernoullische Gesetz beschreibt einen einfachen Zusammenhang zwischen Druck und Strömungsgeschwindigkeit. Es wird oft mit Hilfe des Energiesatzes für eine Stromröhre mit variablem Querschnitt abgeleitet. Das ist zwar einfacher, aber dabei wird eines nicht deutlich: die Ursache für die Beschleunigung ist *ein Druckabfall in Strömungsrichtung*.

Eine höhere Strömungsgeschwindigkeit kann also nicht die *Ursache* für niedrigeren Druck sein. Sie ist immer dessen *Folge*. Das Bernoullische Gesetz ermöglicht es, Geschwindigkeitsmessungen auf Druckmessungen zurückzuführen, kann aber nicht die Kausalität aufzeigen.

2.3 Normalbeschleunigung

Eine *Beschleunigung in normaler Richtung n* tritt immer dann auf, wenn die Stromröhren und damit die Stromlinien gekrümmt sind, Bild 2.2.

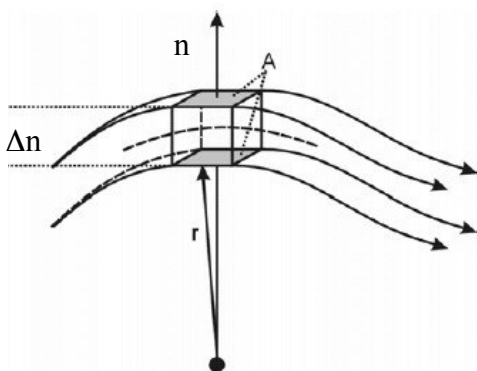


Bild 2.2: Normalbeschleunigung eines Luftvolumens bei gekrümmten Stromröhren

Für eine Beschleunigung in Richtung auf den Krümmungsmittelpunkt zu muss der Druck auf die obere Fläche A größer sein als auf die untere Fläche. Das Newtonsche Grundgesetz liefert für den Druckgradienten senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit:

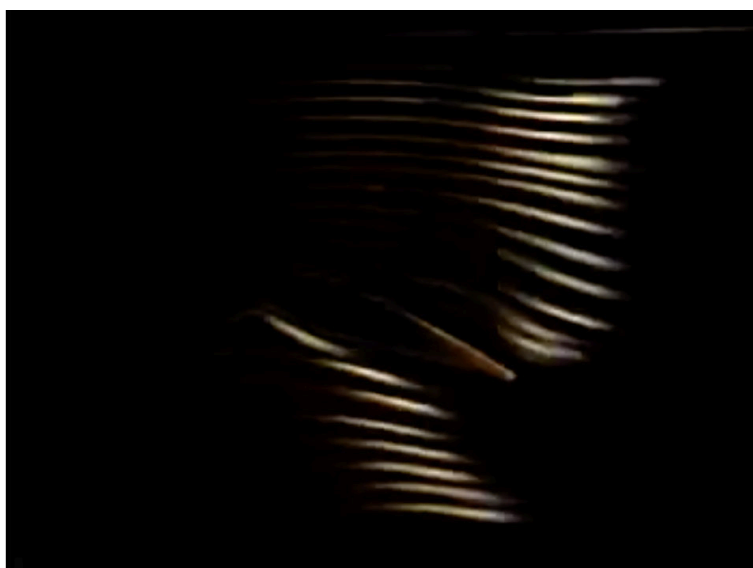
$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{v^2}{R}, \quad (2.3)$$

mit der Geschwindigkeit v in Strömungsrichtung s und Krümmungsradius R bezüglich eines Krümmungsmittelpunktes (Abb. 2.2), sowie der Ableitung normal zur Stromlinie in Richtung n oder r . Gekrümmte Stromlinien sind also zwangsläufig mit Druckgradienten senkrecht zur Strömungsrichtung verknüpft. Die Druckgradienten wachsen mit v^2 und werden geringer bei größerem lokalen Krümmungsradius R . Die Gleichung kann allerdings nicht direkt integriert werden. Dazu muss das gesamte Strömungsfeld quantitativ bekannt sein.

Dieser Zusammenhang zwischen der Krümmung von Stromröhren und Stromlinien und Druckgradienten ist die physikalische Erklärung der Entstehung von Druck und Unterdruck bei der stationären Umströmung von Hindernissen, wie im folgenden nochmals beschrieben.

2.4 Erzeugung von Über- und Unterdruck - Physikalische Erklärung

In der Literatur und in Museen finden sich viele Erklärungen zum Auftrieb. Viele davon sind nicht korrekt oder unvollständig. Hierzu gehört die Theorie, dass Fluidteilchen an Ober- und Unterseite zur selben Zeit hinter dem Flügel wieder zusammenfinden müssen. Da der Flügel gekrümmt ist und oft eine längere Strecke entlang der Oberfläche auf der Oberseite aufweist, müsste die Geschwindigkeit damit höher sein und nach Bernoulli der Druck absinken. Diese Vorstellung ist nicht korrekt, wie in vielen Versuchen und Videos gezeigt, da die Teilchen im Allgemeinen nicht gleichzeitig hinter dem Flügel wieder ankommen (suchen Sie hierzu nach alten NACA-Filmen oder Experimenten mit gepulsten Rauchfäden). Als Beispiel ein Ausschnitt eines Videos von H. Babinsky, der gepulsten Rauch über einen Tragflügel leiten ließ (Abb. 1). Man erkennt deutlich den Unterschied auf Ober- und Unterseite. Die Luft ist in der Tat oben schneller, kommt aber nicht zur gleichen Zeit wie auf der Unterseite hinter dem Flügel an. Oftmals wird auch mit dem Coanda-Effekt eine Erklärung angestrebt. Hier muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass man es dort nicht mit der *normalen* Strömung um Oberflächen zu tun hat (die einen Druckanstieg während der Propagation zum



Flügelende hin erfährt und durch Reibung an der Oberfläche abgebremst wird), sondern mit einem *Strahl*, der entlang der Wand strömt. Zur Wand hin bildet sich eine durch Reibung dominierte Schicht (Grenzschicht), gleichzeitig liegt Reibung und Mischung mit der Luft um den Strahl herum vor. Diese Luft ist im Allgemeinen in Ruhe, so dass hierfür nicht Massenerhaltung oder Bernoulligesetz benutzt werden können.

Bernoulli selbst kann zur Erklärung in einfachen Fällen herangezogen werden, setzt aber voraus, dass entweder das Druck- oder das Geschwindigkeitsfeld bekannt sind, um Aussagen zu treffen. Betrachtet man das Problem nämlich ohne Kenntnis des Strömungs- oder Druckfeldes, fällt eine Erklärung mittels physikalischer Grundprinzipien und Bernoulli schwer, da Ursache und Wirkung nicht getrennt werden können, obwohl wir von den Grundlagen her wissen, dass Kräfte erforderlich sein müssen, um Beschleunigungen zu realisieren. Ausserdem wird Bernoulli hier entlang Stromlinien angewendet, Änderungen von Stromlinie zu Stromlinie werden nicht betrachtet.

Wie kann man nun vorgehen? Die Antwort liegt im Impulssatz der senkrecht zu den Stromlinien betrachtet wird, und damit Newton's Prinzipien. Die Strömung wird sich im Allgemeinen geradlinig bewegen, sofern keine Kräfte wirken, die eine Umlenkung hervorrufen können. Wird nun plötzlich ein Tragflügel in diese Strömung gehalten, so wird Luft nach unten (oder nach Oben bei Formel 1 Rennwagen) umgelenkt, siehe Bild 2.3.

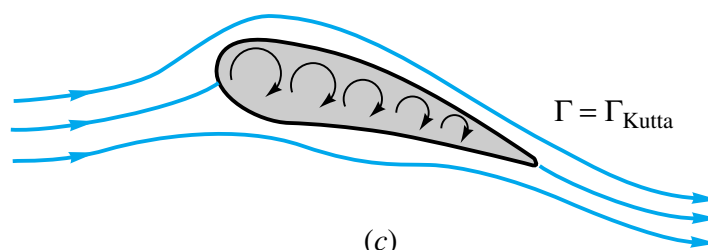


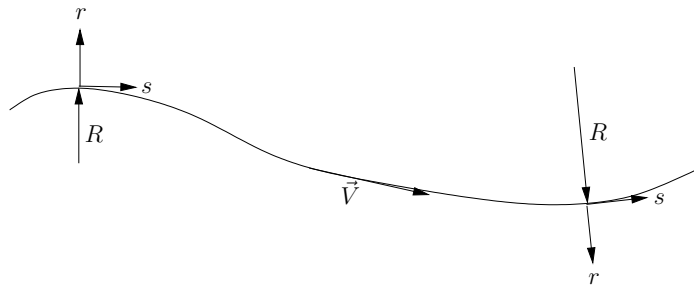
Bild 2.3: Illustration der Strömung um einen Tragflügel, um die Umlenkung der Luft aus der Horizontalen heraus zu demonstrieren.

Newton's Aktio gegengleich Reaktio zeigt nun, dass zur Kraft des Tragflügels auf die Strömung die zur Umlenkung nach unten führt, automatisch eine betragsmäßig gleich große Gegenkraft entstehen muss. Diese ist hier nach "oben" gerichtet, wirkt vom Fluid auf den Körper und führt zum Auftrieb. Wie kann man das mathematisch darstellen?

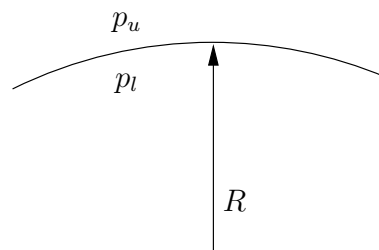
Hierzu betrachten wir wie schon zuvor in Bild 2.2 die Impulsgleichung im reibungsfreien, stationären Fall ohne Gravitationseinfluss, entlang einer gekrümmten Linie (hier Stromlinie). Das Koordinatensystem liege mit einer Achse parallel entlang der Linie ("s"), mit der andern senkrecht dazu ("r"). Die Richtung "s" kann als Änderung entlang einer Stromlinie gesehen werden. Die Gleichungen lauten hierfür dann wie zuvor angegeben

$$\begin{aligned} \rho V \frac{\partial V}{\partial s} &= -\frac{\partial p}{\partial s}, \\ 0 &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho \frac{V^2}{R}. \end{aligned}$$

R kennzeichnet den Krümmungsradius, V die Geschwindigkeit entlang der Krümmung (für unsere Wahl des Koordinatensystems der Betrag des Geschwindigkeitsvektors, damit ist $V = v$, hier), p den Druck und ρ die Dichte. Die Situation sei im Folgenden kurz skizziert:



Erstere Gleichung beschreibt also die Änderung entlang der Krümmung und führt zu der vereinfachten Bernoulligleichung, die Zweite die Änderung senkrecht dazu. Wir können uns vereinfacht einen Tragflügel als gekrümmte Linie wie folgt darstellen, wobei p_u und p_l den Druck auf Ober- ("upper") bzw. Unterseite darstellen ("lower").



Aus Gleichung (2.3) kann man sich nun leicht erklären, wie Auftrieb entsteht, ohne Detailkenntnisse über die Strömung haben zu müssen. Das folgt daraus, dass wir anhand der Gleichung sofort sehen, dass der Druckgradient $\partial p / \partial r > 0$ sein muss (die Größen auf der anderen Seite der Gleichung sind positiv), so dass der Druck vom Tragflügel weg **steigt**. Irgendwann muss dieser jedoch wieder p_∞ , den Umgebungsdruck, erreichen, also gilt $p_u < p_\infty$. Damit also

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{R} > 0 \Rightarrow p_\infty - p_u > 0 \Rightarrow p_u < p_\infty.$$

Für die Unterseite gilt analog:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{R} > 0 \Rightarrow p_l - p_\infty > 0 \Rightarrow p_l > p_\infty.$$

Die Druckänderung von Unter- zu Oberseite hat bekanntlich eine Kraft zur Folge, hier ist diese nach oben gerichtet und führt zum Auftrieb, denn $p_u < p_\infty < p_l$.

Ein Beispiel für eine Druckverteilung (Druckbeiwert) um einen NACA 4204 Flügel unter Anstellung ist im Folgenden gezeigt, anhand des Druckbeiwertes (warum ist er auf der Oberseite negativ?).

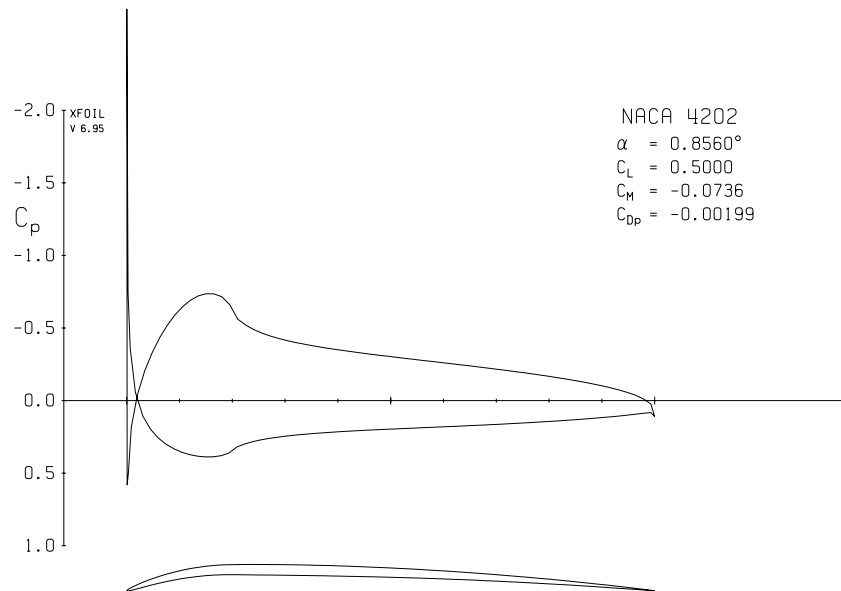
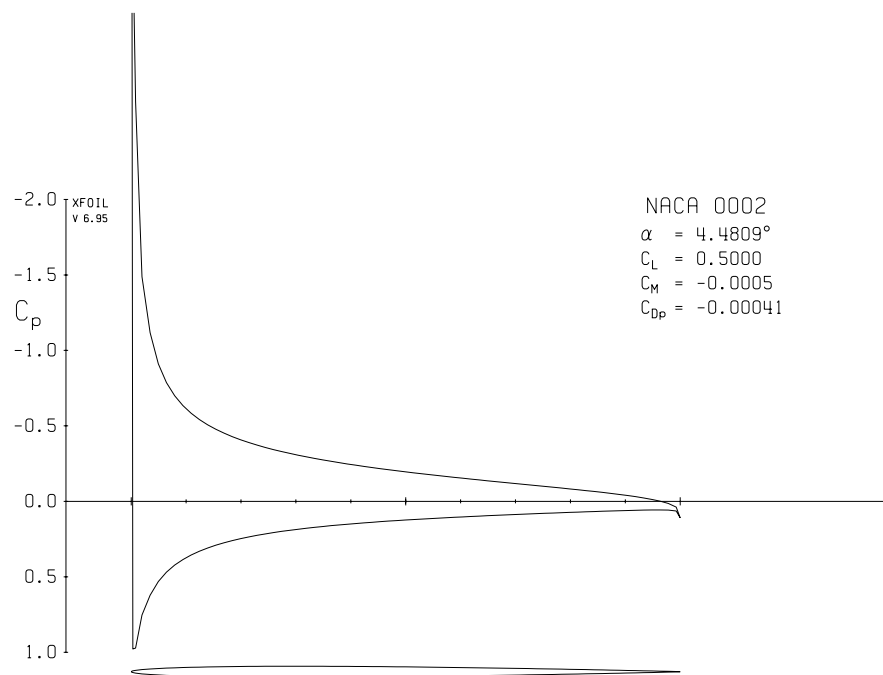


Figure 4: NACA 4202, $c_l = 0.5$.

Sie werden sagen, ein realistischer Tragflügel ist doch keine Linie? Das Argument hier lässt sich jedoch leicht auf beliebige Konfigurationen anwenden. Für einen Flügel endlicher Dicke ändert sich nur die Krümmung, die auf der Ober- und Unterseite auch entgegengesetzt gerichtet sein kann (siehe Abb. 2.3). Dickere Flügel haben geringeren Druck, falls der Krümmungsradius geringer ist und umgekehrt (erklären Sie das mit Hilfe unserer abgeleiteten Formel für den Druckgradienten!). Für die Unterseite gilt im Falle eines symmetrischen Flügels:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{R} > 0 \Rightarrow p_\infty - p_l > 0 \Rightarrow p_l < p_\infty!$$

Damit ist für diese Flügelgeometrie auch hier ein Unterdruck zu erwarten. Ist der Flügel also symmetrisch und liegt kein Anstellwinkel vor, dann ist die Druckverteilung auf beiden Seiten identisch und kein Auftrieb erfolgt. Da Auftrieb das Integral über die Druckverteilung auf der Oberfläche ist, ist entscheidend, dass der Druck auf der Unterseite im integralen Sinn größer ist. Durch Anstellung des Flügel können wir das in diesem Fall erreichen. Der Staupunkt verschiebt sich dann zur Unterseite womit geringere Krümmungsradien auf der Oberseite vorliegen und die für den Auftrieb verantwortlichen Druckunterschiede nach unserer Formel hauptsächlich an der Nase auftreten, wie im folgenden für ein symmetrisches Profil unter Anstellung demonstriert:



Wir sehen also insgesamt, dass mit Hilfe der Impulsgleichung normal zu Richtung der Stromlinien eine einfache Erklärung für das Auftreten von Druckunterschieden vorliegt, ohne über die genaue Geschwindigkeitsverteilung Bescheid wissen zu müssen.

Die höhere Strömungsgeschwindigkeit ist die *Folge*, nicht die *Ursache* des Unterdrucks an der Tragflächenoberseite.

2.5 Krümmungsanalyse von Stromlinienbildern

Wie gerade beschrieben lässt sich anhand von Stromlinienbildern von der Krümmung auf die Richtung und Stärke von Druckgradienten schließen. Stromlinienbilder realer Strömungen lassen sich im Windkanal durch Rauchfäden sichtbar machen. Wenn wir die gesunde Umströmung eines Körpers voraussetzen, folgt sie in der Umgebung des umströmten Körpers annähernd dessen geometrischer Form, wobei die Ablenkungen mit größerer Distanz zurückgehen. Für eine qualitative Analyse legen wir die Krümmungen in der Nähe des umströmten Körpers zu Grunde.

Bild 2.4 zeigt qualitativ die Umströmung eines unangestellten symmetrischen Tragflächenprofils. Daneben sind die Kräfte auf die Oberfläche entsprechend der Druckverteilung gezeichnet. Unmittelbar an der Nase des Profils wird die Strömung in Richtung des lokalen Krümmungsmittelpunktes nach außen hin beschleunigt und umgelenkt. Im überwiegenden Bereich des Profils wird die Strömung in Richtung auf das Profil hin beschleunigt. Hier entsteht Unterdruck. An beiden Seiten des Profils haben wir eine nach außen ziehende Kraft, die sich wegen der Symmetrie aufhebt.

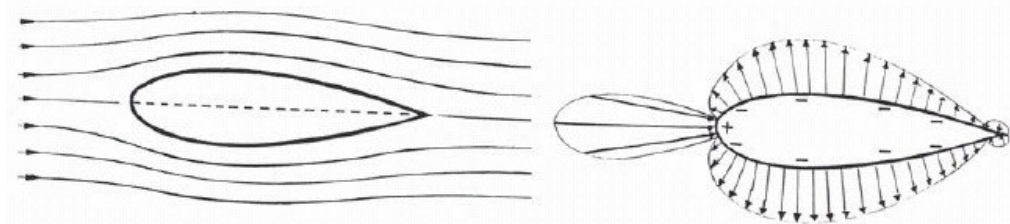


Bild 2.4: Stromlinienbild (links) und Druckverteilung (rechts) für einen symmetrischen Tragflügel

Betrachten wir nun ein Profil mit ebener horizontaler Unterseite, Bild 2.5. An der Oberseite gibt es kaum Veränderungen der Stromlinien. Es bleibt hier bei der nach außen, mit nach oben wirkenden Kraft. An der Unterseite bleibt die Luftströmung näherungsweise parallel und es entstehen nur geringe Druckänderungen. Es überwiegt die nach oben wirkende Kraft an der Oberseite, hier haben wir bereits Auftrieb.

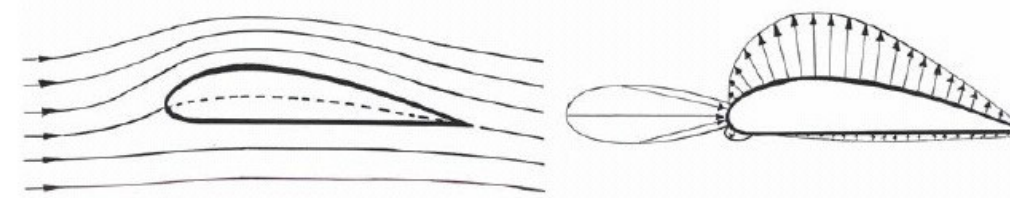


Bild 2.5: Stromlinienbild und Druckverteilung für ein Profil mit ebener horizontaler Unterseite

Bild 2.6 zeigt ein Tragflächenprofil mit gewölbter Unterkante, ein typisches Langsamflugprofil. Die Oberseite bleibt gleich, an der Unterseite wechselt die Richtung der Krümmung der Stromlinien. Das führt dazu, dass an der Nase im Falle geringer Anstellwinkel auch an der Unterseite ein begrenzter Unterdruckbereich auftritt. Zumeist haben wir Überdruck, so dass auch die Unterseite zum Auftrieb beiträgt.

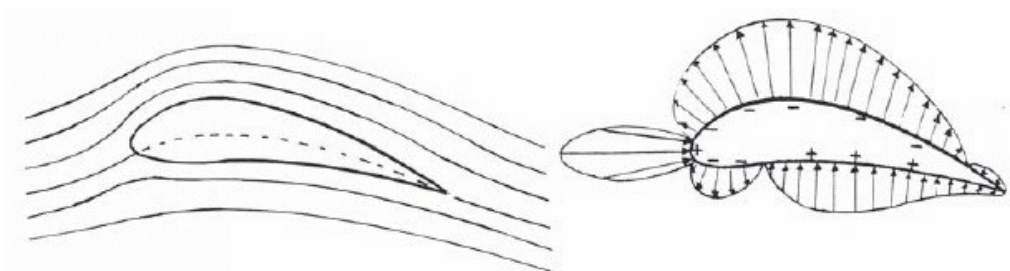


Bild 2.6: Stromlinienbild und Druckverteilung für ein Langsamflugprofil mit gewölbter Unterseite

Diese Krümmungsanalyse lässt weiter verstehen, dass bei Tragflächenprofilen der Beitrag der Oberseite größer ist als derjenige der Unterseite.

3. Bezeichnungen und dimensionslose Beiwerte

In diesem Abschnitt, der sich weitestgehend an [2] orientiert, sollen die mit den geometrischen Abmessungen und der Tragflügelform zusammenhängenden

Bezeichnungen und Begriffe eingeführt werden. Anschließend werden die Kraftwirkungen an dem Tragflügel diskutiert.

3.1. Bezeichnungen

Als *Profilsehne* bezeichnet man bei auf der Unterseite konkaven Profilen die Tangente an die Profilunterseite durch die Hinterkante (Bild 3.1). Bei beidseitig konvexen oder symmetrischen Profilen ist die Profilsehne gleich der Verbindungslinie zwischen vorderem Nasenpunkt und Hinterkante.

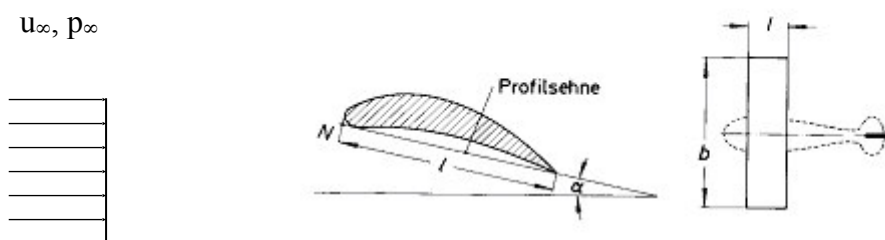


Bild 3.1: Hauptabmessungen eines Tragflügels

Als *Anstellwinkel* α definiert man den Winkel zwischen Anströmgeschwindigkeit u_∞ und Profilsehne.

Die Strecke l bezeichnet man als *Profillänge* oder *Sehnenlänge*, die Spannweite b als *Profilbreite*.

Für die Berechnung der Kräfte benötigt man die *Flügelfläche* oder *Grundrissfläche* $b \times l$. Den Schlankheitsgrad des Flügels drückt man durch das *Seitenverhältnis* $l = l/b$ aus.

3.2. Profilformen

Tragflügelprofile zählen in vielen technischen Bereichen zu den wichtigsten Geometrien. In der Aerodynamik finden sie als Tragflächen im Flugzeugbau, als Umlenkschaufeln (z. B. in Windkanälen) oder als rotierende Flügelgeometrien für Strömungsmaschinenbeschaukelungen sowie in thermischen Strömungsmaschinen (z. B. in Flugtriebwerken) Anwendung. Bei ihrer Umströmung sollen in erster Linie Auftriebskräfte senkrecht zur Strömungsrichtung erzeugt werden, während hingegen Widerstandskräfte möglichst klein sein sollen.

Bei der Form des Profils wird zwischen asymmetrischen und symmetrischen Profilformen unterschieden (Bild 3.2).



Bild 3.2: Profilformen eines Tragflügels

3.2.1. Die asymmetrische Profilform

Die Flügeloberseite ist konvex ausgebildet, während die Unterseite nur leicht konvex, gerade oder sogar konkav ausgebildet ist. Die Profile mit nur leicht konvexen oder gerader Flügelunterseite werden auch halbsymmetrische Profile genannt. Asymmetrische Profilformen erzeugen bereits Auftriebskräfte F_A bei einem Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$.

3.2.2. Die symmetrische Profilform

Die Flügeloberseite und -unterseite sind symmetrisch konvex ausgebildet. Bei einem Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ wird kein Auftrieb erzeugt. Auftriebskräfte F_A werden nur durch Anstellwinkel $\alpha > 0^\circ$ erreicht, wodurch aber auch die Widerstandskraft F_W zunimmt.

3.3. Kräfte und Druckverteilung an dem unendlich breiten Tragflügel

Um den Einfluss der Flügelschlankheit auf die Kräfte auszuschließen, wird der Flügel als unendlich breit angesehen. Dies wird durch eine Einspannung des Flügels zwischen zwei feste Wände verwirklicht (Bild 3.3).

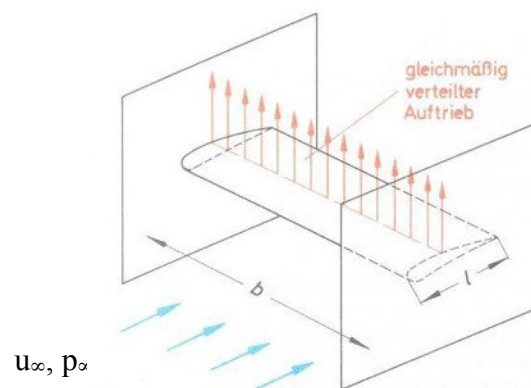


Bild 3.3: Auftriebsverteilung an einem zwischen zwei Wänden eingespannten Tragflügel

Die Strömung um einen derartig eingespannten Tragflügel darf in zu den seitlichen Wänden parallel verlaufenden Schnittebenen als ebene Strömung angesehen werden. An dem Tragflügel greifen die in Bild 3.4 eingetragenen Kräfte an:

Die Auftriebskraft F_A wird als

$$F_A = c_A \frac{\rho}{2} u_\infty^2 b l \quad (3.1)$$

aufgeschrieben. Also wird die Grundrissfläche, $b \times l$, als die wesentliche geometrische Größe angenommen. c_A ist hier der Auftriebsbeiwert (engl. "lift coefficient", mit Notation c_l). Analog gilt für die Widerstandskraft des Tragflügels:

$$F_W = c_W \frac{\rho}{2} u_\infty^2 b l \quad (3.2)$$

c_W entspricht dem Widerstandsbeiwert (engl. "drag coefficient", mit Notation c_D). Die *Anströmgeschwindigkeit* wird mit u_∞ bezeichnet und ρ ist die *Dichte* des Strömungsmediums. Die dimensionslosen Beiwerte c_A und c_W hängen von der Profilform, von dem Anstellwinkel, von der Rauigkeit der Profiloberfläche und von der Reynolds-Zahl Re (3.12) ab. Die Auftriebskraft F_A wird aus der Normalkraft F_N und der Tangentialkraft F_T wie folgt berechnet:

$$F_A = F_N \cos \alpha - F_T \sin \alpha \quad (3.3)$$

die Widerstandskraft F_W aus der Normalkraft F_N und der Tangentialkraft F_T :

$$F_W = F_N \sin \alpha + F_T \cos \alpha \quad (3.4)$$

Analog dazu wird c_A zu

$$c_A = c_N \cos \alpha - c_T \sin \alpha \quad (3.5)$$

und c_W zu

$$c_W = c_N \sin \alpha + c_T \cos \alpha \quad (3.6)$$

berechnet.

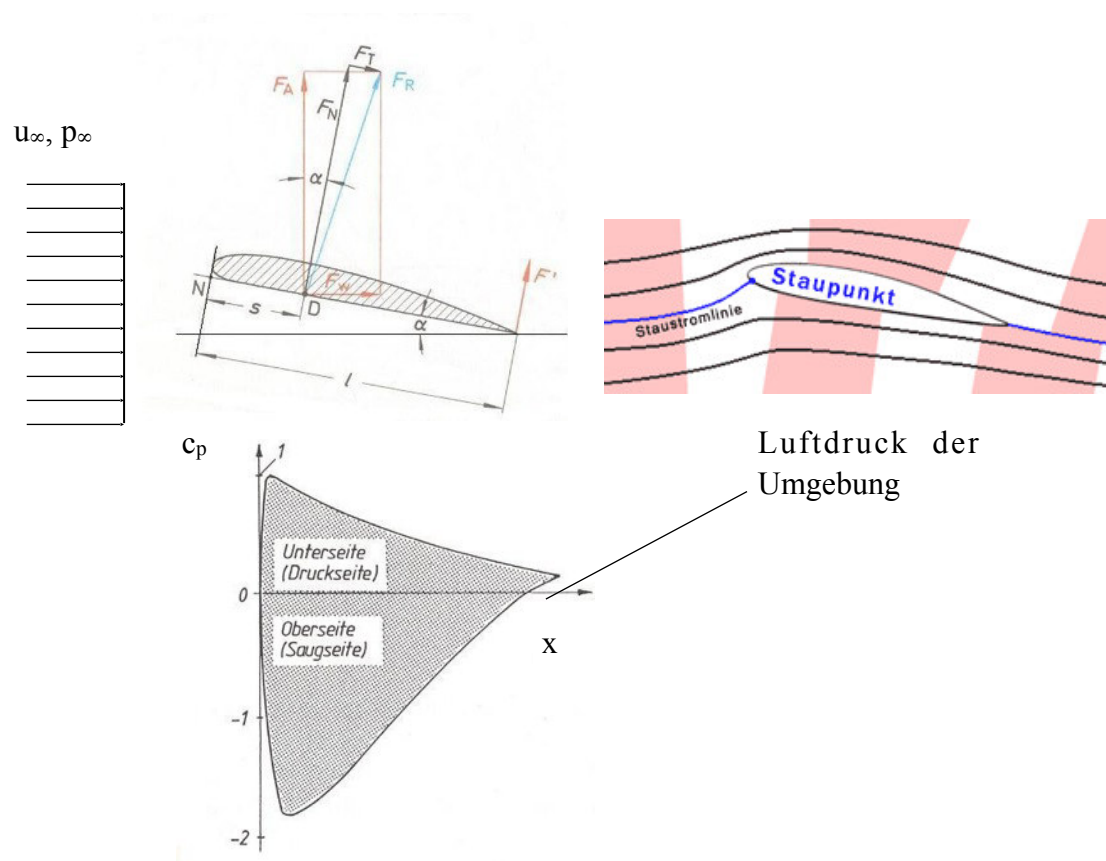


Bild 3.4: Kräfte und Druckverteilung an dem Tragflügel.

In Bild 3.4 ist der Druck in Form des dimensionslosen Druckbeiwerts c_p nicht längs der Profilkontur, sondern längs einer Koordinate x (parallel zu u_∞) aufgetragen. Der Druckbeiwert c_p ist definiert als

$$c_p = \frac{p(x) - p_\infty}{\frac{\rho}{2} u_\infty^2} = 1 - \frac{u(x)^2}{u_\infty^2} \quad (3.7)$$

u_∞ und p_∞ sind die Werte in der ungestörten Anströmung weit vor dem Flügel. $p(x)$ und $u(x)$ entsprechen dem örtlichen Druck und der örtlichen Strömungsgeschwindigkeit am Grenzschichttrand. Mit eingezeichnet ist die Staustromlinie, die den Luftstrom, der an dem Tragflügel vorbeiströmt, teilt. Luftmoleküle, die sich auf der Staustromlinie befinden, treffen frontal auf das Profil auf und werden dort abgebremst, bis die Strömungsgeschwindigkeit auf null zurückgeht. Die auf der Flügeloberseite vorbeiströmende Luft wird beschleunigt. Dies ist schematisch durch die dunkel eingefärbten Flächen dargestellt, die Partikel symbolisieren, die zum gleichen Zeitpunkt starten und deren Bahnen durch die Staustromlinie getrennt sind. Für die Ablenkung der Strömung nach unten ist eine Kraft notwendig, die aus der Strömungsbeschleunigung resultiert. Dieser Kraft muss gemäß Newtons drittem Axiom „actio gleich reactio“ eine gleichgroße Kraft entgegen gerichtet sein – die Auftriebskraft.

Trägt man den jeweiligen Druckunterschied gegenüber dem Druck in der ungestörten Strömung, jeweils bezogen auf den Staudruck $\rho/2 \cdot u_\infty^2$, über dem Profil auf, so erhält man etwa die in Bild 3.4 dargestellte Druckverteilung. Die auf der Saugseite entstehenden Unterdrücke haben ihr Maximum in der Nähe der Flügel Nase und können bis zum zweifachen Wert des Staudruckes $\rho/2 \cdot u_\infty^2$ ansteigen.

Die Lage des Kraftangriffspunktes (Strecke s) auf dem Tragflügel wird über das Moment, das auf den Tragflügel im Angriffspunkt ausgeübt wird, bestimmt:

$$M = s \cdot F_N \quad (3.8)$$

An der Flügelkante wirkt dann bei dem gleichen Moment die Kraft F' (Bild 3.5).

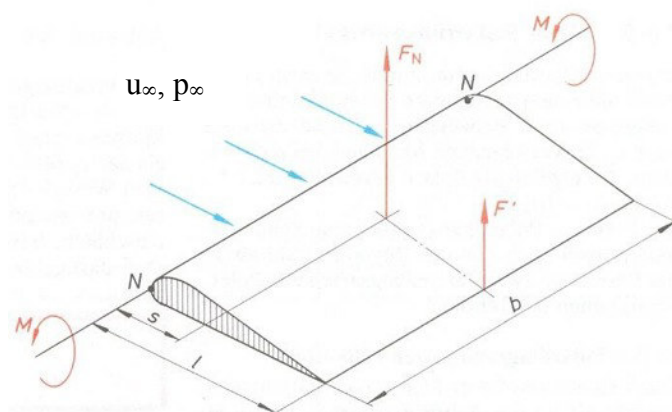


Bild 3.5: Momente an einem Tragflügel

Diese Kraft kann aber mit einer auf den Angriffspunkt bezogenen Widerstandszahl, die als Momentenbeiwert c_M bezeichnet wird, errechnet werden.

$$F' = \frac{M}{l} = c_M \frac{\rho}{2} u_\infty^2 b l \quad (3.9)$$

Damit erhält man für die Lage des Angriffspunktes die Strecke s :

$$s = \frac{M}{F_N} = \frac{c_M \cdot l}{c_N} = \frac{c_M \cdot l}{c_A \cdot \cos \alpha + c_W \cdot \sin \alpha} \quad (3.10)$$

Da der Anstellwinkel meist sehr klein ist, gilt näherungsweise:

$$s = \frac{c_M \cdot l}{c_A} \quad (3.11)$$

3.4. Das Polardiagramm

In einem Polardiagramm sind für ein bestimmtes Profil mit einem bestimmten Seitenverhältnis die dimensionslosen Beiwerte c_A , c_W und meistens noch c_M für verschiedene Anstellwinkel α dargestellt. Als eigentliche Polare bezeichnet man die Kurve $c_A = f(c_W)$. Die Form der Polare hängt außer von dem Seitenverhältnis auch noch von der Reynolds-Zahl ab. In der Praxis sind zwei Darstellungsarten von Polardiagrammen im Gebrauch.

3.4.1. Das Polardiagramm nach Lilienthal

Nach einem von Otto Lilienthal stammenden Verfahren wird der Auftriebsbeiwert c_A einmal als Funktion des Widerstandsbeiwertes c_W und einmal als Funktion des Momentenbeiwertes c_M aufgetragen (Bild 3.6). Der zu den jeweiligen c_A -, c_W - und c_M -Werten gehörende Anstellwinkel α ist punktweise angegeben. Mit zunehmendem Anstellwinkel α nimmt der Auftriebsbeiwert c_A bis zu seinem Maximalwert, dem sogenannten "kritischen Anstellwinkel", zu. Im allgemeinen zeigt sich, dass Auftriebserhöhung auch immer Widerstandserhöhung bedeutet. Der Anstellwinkel α lässt sich so lange erhöhen bis ein "kritischer Anstellwinkel" von ca. 15 -20 ° erreicht wird, bei dem i.a. maximaler Auftrieb erzeugt werden kann. Bei Überschreitung des zu $c_{A \max}$ gehörenden Anstellwinkels fällt der Auftriebsbeiwert wieder ab. Die Strömung reißt auf der Profilsaugseite ab. Die Größe des kritischen Anstellwinkels und des maximalen Auftriebsbeiwertes hängen im Wesentlichen von der Profilform ab, werden aber auch über die Oberflächenrauigkeit und nicht unerheblich von der Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{u_\infty \cdot l}{\nu} \quad (3.12)$$

beeinflusst, die aus dem Produkt der Anströmgeschwindigkeit u_∞ , der Profilsehnenlänge l und der kinematischen Viskosität der Luft ν berechnet wird.

Bei kleiner werdenden Anstellwinkeln kann der Auftriebsbeiwert c_A negativ werden. Beim größten negativen Auftriebsbeiwert $c_{A \min}$ tritt ebenfalls Ablösung auf, und zwar auf der Profildruckseite.

Das Polardiagramm wird üblicherweise im verzerrten Maßstab aufgezeichnet, wobei der c_W -Maßstab zehnmal und der c_M -Maßstab zweimal größer als der c_A -Maßstab ist.

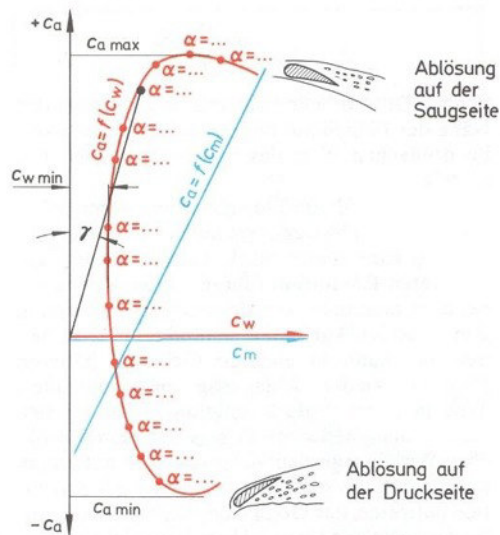


Bild 3.6: Polardiagramm nach Lilienthal

Den Winkel, den eine zu einem beliebigen Polarenpunkt eingetragene Gerade mit der c_A -Achse einschließt, bezeichnet man als Gleitwinkel γ . Den dazugehörigen Tangens nennt man Gleitzahl e .

$$\tan \gamma = e = \frac{c_W}{c_A} \quad (3.13)$$

Je kleiner die Gleitzahl e eines Profils ist, desto geringer ist der Widerstand F_W bezogen auf den Auftrieb F_A .

3.4.2. Das aufgelöste Polardiagramm

Im aufgelösten Polardiagramm (Bild 3.7) werden Auftriebsbeiwert c_A , Widerstandsbeiwert c_W , Momentenbeiwert c_M und manchmal noch die Gleitzahl e als Funktion des Anstellwinkels α dargestellt.

Diese Darstellungsart hat den Vorteil, dass sich der Anstellwinkel α für jeden beliebigen Beiwert exakt ablesen lässt, während man beim Lilienthalschen Polardiagramm meistens zwischen den eingetragenen α -Punkten interpolieren muss.

Das aufgelöste Polardiagramm wird vor allem bei Schaufelberechnungen im Strömungsmaschinenbau benutzt.

Man erkennt aus Bild 3.7, dass sich der Auftriebsbeiwert c_A in einem weiten Bereich linear mit dem Anstellwinkel α ändert.

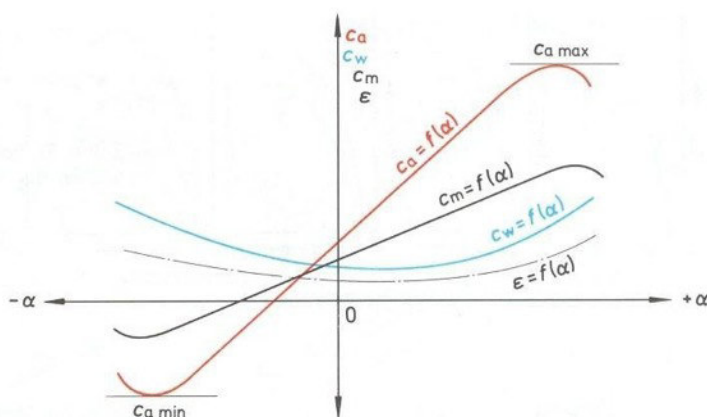


Bild 3.7: Aufgelöstes Polardiagramm

In Fachliteraturen (wie z. B. Strömungsmaschinen von Pfeleiderer /Petermann [3]) sind die Polaren zahlreicher Profile in gemeinsamen Diagrammen dargestellt und außerdem empirische Beziehungen für den Zusammenhang zwischen Auftriebsbeiwert c_A und Anstellwinkel α angegeben.

3.4.3. Der induzierte Widerstand

Bei Tragflügeln mit endlicher Breite, d. h. ohne seitliche Begrenzungswände, findet an den Flügelenden ein Druckausgleich zwischen dem Unterdruckgebiet an der Flügeloberseite und dem Überdruckgebiet an der Flügelunterseite statt. Nach bekanntem physikalischem Grundsatz strömt die Luft von hohem Druck zu niedrigerem Druck, d.h. an dem Tragflügel von unten nach oben. Es entsteht durch diese Umströmung quer zur Flügelbreite ein Randwirbelpaar, das einen zusätzlichen Abwind zur Folge hat. Dabei nimmt der Auftrieb von der Tragflügelmitte zu den Enden hin stetig auf null ab und zwar angenähert ellipsenförmig (Bild 3.8). Die kinetische Energie dieses Abwindes ist gleichbedeutend mit einem zusätzlichen Energieverlust, der zum Form- und Reibungswiderstand des Flügels hinzukommt. Dieser zusätzliche Verlust wird auch als induzierter Widerstand bezeichnet.

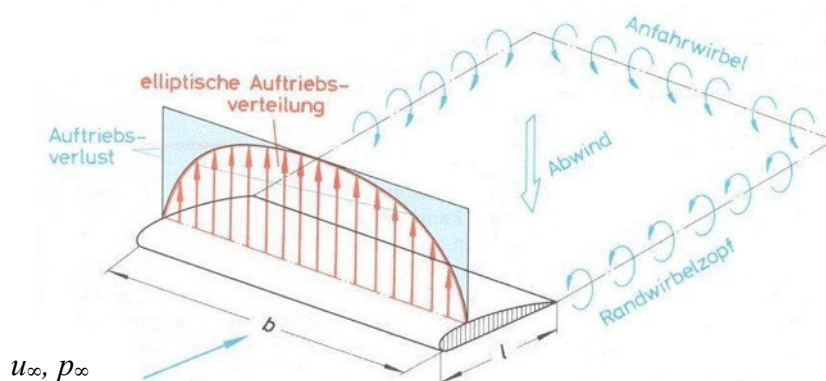


Bild 3.8: elliptische Auftriebsverteilung

3.5. Einfluss der Endplatten auf ein NACA-0015-Profil

Ein Weg, um den Auftrieb eines Tragflügels zu erhöhen, ist der Einsatz von Endplatten, die den Druckausgleich bedingt durch Randwirbelbildungen an den Flügelenden unterbinden. Allerdings nimmt der Formwiderstand zu, da eine Widerstandskraft durch den Strömungswiderstand bedingt durch die Ausbildung von Wirbelschleppen an den Endplatten hinzukommt. Auch die geometrische Form der Endplatten (Kreis, Dreieck, Quadrat, Rechteck) hat großen Einfluss auf die Messergebnisse [6]. Endplatten sind besonders effizient, wenn der Schlankheitsgrad, der durch das *Seitenverhältnis* $l = l/b$ ausgedrückt wird, niedrig ist [6]. In diesem Fall kann der c_A -Wert signifikant gesteigert werden und der induzierte Widerstand nimmt ab.

Für ein NACA-0015-Tragflügelprofil mit einem Seitenverhältnis von $l=1,17$, das bei einer Reynolds-Zahl von 795.000 untersucht wurde [6], sind Messergebnisse ohne Endplatte und für eine schmale rechteckige Endplatte in Tabelle 3.1 gegenübergestellt und in Bild 3.9 graphisch dargestellt.

Tabelle 3.1: NACA-0015-Tragflügeldaten nach [6]

ohne Endplatte			mit rechteckiger schmaler Endplatte		
α	c_a	c_w	α	c_a	c_w
14	0,41	0,08	14	0,50	0,08
12	0,33	0,06	12	0,43	0,06
10	0,26	0,04	10	0,33	0,05
8	0,18	0,03	8	0,25	0,04
6	0,12	0,02	6	0,18	0,03
4	0,07	0,02	4	0,10	0,02
2	0,02	0,01	2	0,04	0,02
0	-0,04	0,01	0	-0,04	0,02
-2	-0,09	0,01	-2	-0,12	0,02

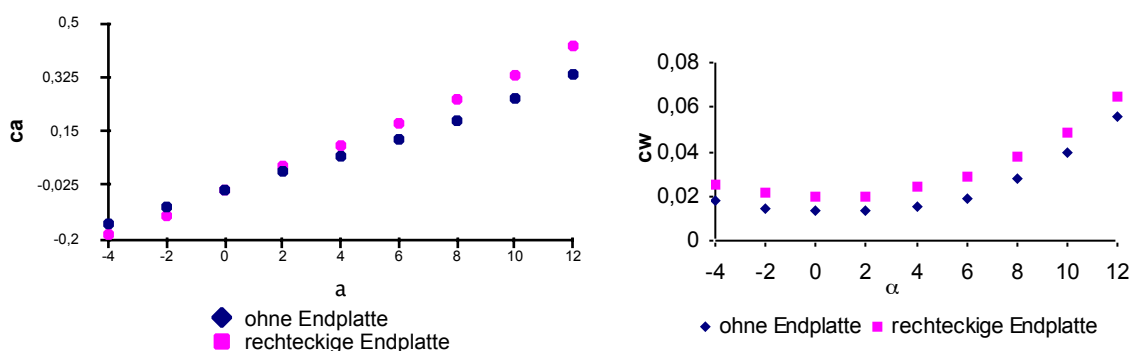


Bild 3.9: α - c_a -Diagramm und α - c_w -Diagramm für den NACA-0015-Tragflügel nach [6]

3.6. Laminare und turbulente Grenzschichten an gekrümmten Wänden

Bei der Umströmung eines Tragflügels spielt die Reibung für Reynolds-Zahlen $\gg 1$ nur in einer wandnahen Grenzschicht der Dicke d eine Rolle [4]. In dieser Schicht, in der die Luftmoleküle noch nicht die volle Strömungsgeschwindigkeit erreicht haben, erfolgt der Anstieg der Geschwindigkeit von null auf den Wert der Außenströmung.

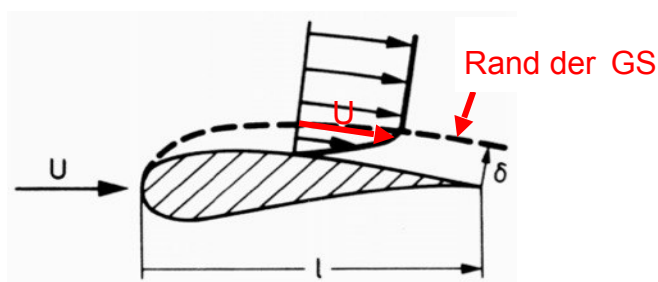


Bild 3.10: Strömungsgrenzschicht an dem Tragflügel

Längs einer gekrümmten Wand sind Außengeschwindigkeit und Druck nicht mehr konstant. $U(x)$ und $p(x)$ können an dem Grenzschichttrand mit Hilfe der reibungsfreien Stromfadentheorie und der radialen Druckgleichung bestimmt werden. In Abhängigkeit dieser aufgeprägten Druckverteilung stellen sich nun in der Grenzschicht unterschiedliche Geschwindigkeitsprofile ein (Bild 3.11, vgl. Überlagerung der ebenen Poiseuille-Strömung und der Couette-Strömung). Dabei kann es zu erheblichen Änderungen der wandnahen Geschwindigkeiten kommen. Die Steigung der Wandtangente an das Geschwindigkeitsprofil kann null (Ablösung) oder sogar negativ im Falle einer Strömungsablösung werden. Demgegenüber ändern sich die Außengeschwindigkeiten nur relativ wenig.

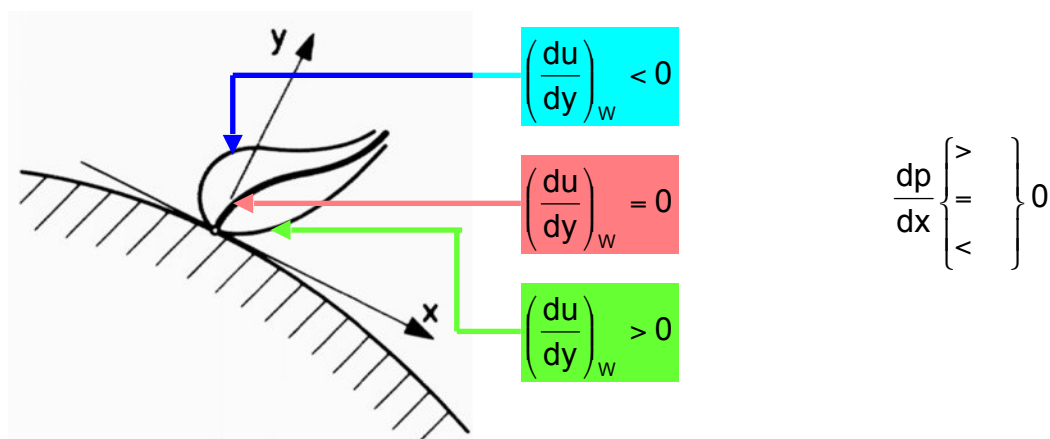


Bild 3.11: Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht an einer gekrümmten Oberfläche

Auf einer mäßig gekrümmten Körperoberfläche ($u = v = 0$) liefern die Navier-Stokes-Gleichungen die Zusammenhänge

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_w = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w \quad (3.14)$$

und

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3.15)$$

Daraus folgt, dass $p = p(x)$ ist (3.15), wegen (3.14) zusätzlich, dass der Druckgradient konstant ist, falls $u=u(y)$ nur von y abhängt! Es ergibt sich dann eine gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung aus (3.14) mit Lösung:

$$u(y) = \frac{\tau_w}{\mu} y + \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 \quad (3.16)$$

Bild 3.12 und Bild 3.13 zeigen den Zusammenhang zwischen Druckgradient und Krümmung des Geschwindigkeitsprofils an der Wand. Dieser ergibt sich aus der 1. Navier-Stokes-Gleichung (3.14), wobei K als Maß für die Krümmung des Geschwindigkeitsprofils an der Wand angesehen werden kann. Bild 3.13 zeigt den Fall der laminaren Profilmströmung, wobei die Druckverteilung auf der Profilstromlinie der Ausgangspunkt ist. Auf der Körpervorderseite ist $dp/dx < 0$, die Strömung wird beschleunigt. Es liegt ein völliges Geschwindigkeitsprofil vor, dessen Krümmung $K < 0$ ist. Im Dickenmaximum ist $dp/dx = 0$, dort tritt ein Wendepunkt im Geschwindigkeitsprofil auf. Auf der Körperrückseite steigt der Druck an ($dp/dx > 0$) und die Strömung wird verzögert. Der Wendepunkt wandert ins Innere der Grenzschicht. Ist die Wandtangente normal zur Oberfläche, so beginnt die Ablösung. Stromabwärts kommt es zu Rückströmungen. Diese Rückströmungen führen zu einer erheblichen Abweichung der realen Druckverteilung von derjenigen der reibungsfreien Strömung.

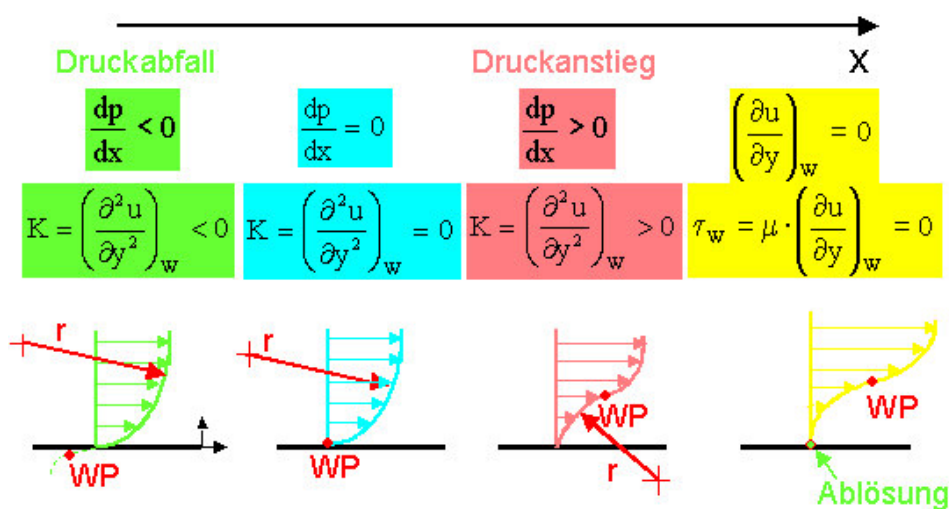


Bild 3.12: Zusammenhang zwischen Druckgradient und Krümmung an der Wand

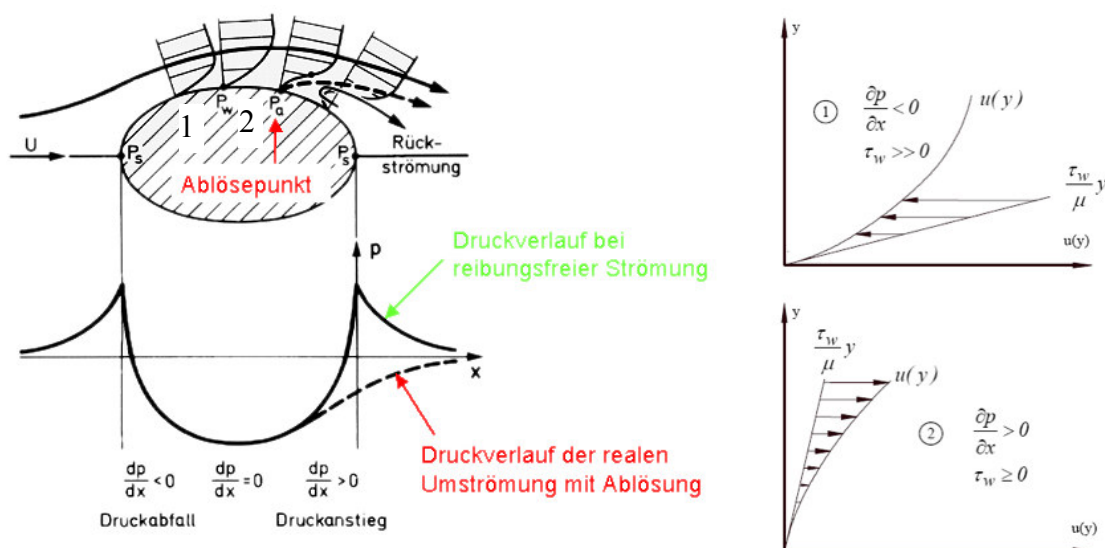


Bild 3.13: Druckverlauf und Grenzschichtprofile bei laminarer Profilumströmung

Wenn nun die das Fluid verzögernden Kräfte, resultierend aus der Druckkraft (positiver Druckgradient in Strömungsrichtung) und den Schubspannungen, stärker als der Impulstransport von der Umgebungsströmung in die Grenzschicht sind, dann kommt es zu einer Ablösung der Grenzschicht von der Wand.

Bei genauerer Betrachtung der Strömungsverhältnisse an einem Tragflügelprofil erkennt man, dass die Grenzschicht im vorderen Bereich, solange die Strömung beschleunigt wird, laminar ist.

Für $Re = u_\infty l / \nu < 5 \times 10^5$ erfolgt unterkritische Umströmung mit laminarer Ablösung (Bild 3.14). Hier liegt durchweg laminare Strömung vor, die aufgrund des aufgeprägten Druckanstieges zur Ablösung kommt.

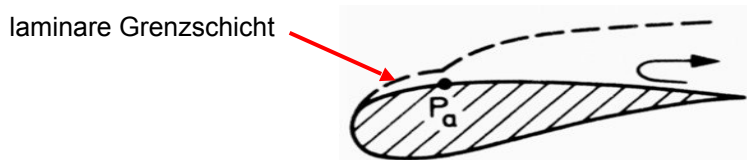


Bild 3.14: Unterkritische Profilumströmung mit laminarer Ablösung

Für $Re = u_\infty l / \nu > 5 \times 10^5$ liegt überkritische Umströmung mit turbulenter Ablösung vor (Bild 3.15). Hier erfolgt der laminar-turbulente Umschlag (P_u) nach der Lauflänge l_u , da es im hinteren Bereich des Tragflügelprofils zu einem Luftdruckanstieg kommt. Eine dünne laminare Schicht nahe der Oberfläche bleibt aber dennoch bestehen. Die turbulente Grenzschicht löst in P_a ab.

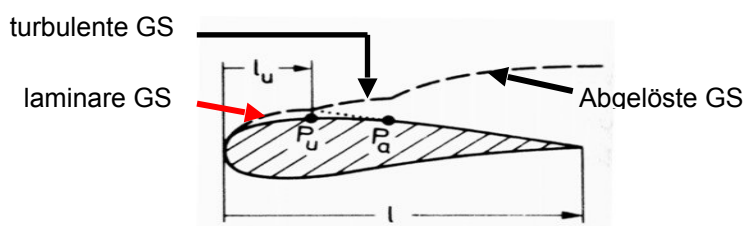


Bild 3.15: Überkritische Profilumströmung mit turbulenter Ablösung

Die Ablösung ist stets mit Wirbelbildungen und daher mit Energieverlusten verbunden, so dass dadurch der Widerstand des umströmten Körpers größer wird. Es bilden sich Wirbel, die auch gegen die Strömungsrichtung laufen. Zur Erzeugung der Wirbel wird Energie benötigt, die aus der Strömungsenergie bezogen werden muss, was sich in erhöhtem Widerstand bemerkbar macht. Je weiter vorne an dem Körper die Ablösung auftritt, desto größer wird das Wirbelgebiet hinter dem Körper und damit schließlich auch sein Widerstand (siehe dazu Bild 3.13). Dann übersteigt der Druckwiderstand, der sich aus der Integration der Druckverteilung über den Körper ergibt, bei weitem den Reibungswiderstand. Die Summe aus Reibungs- und Druckwiderstand ergibt den Gesamtwiderstand. Bei nicht so steilem Druckanstieg kommt es jedoch nur zu einer sogenannten Ablöseblase. Hierbei schlägt die abgelöste laminare Scherschicht in den turbulenten Zustand um und legt als turbulente Grenzschicht wieder an das Profil an. Im Inneren der Blase entsteht eine Zirkulation, die entgegen der Strömung gerichtet sein kann. Einige Formen der Strömungsablösung sind in Bild 3.16 dargestellt.

Der Reibungswiderstand ist in der laminaren Grenzschicht wesentlich geringer als in der turbulenten. Dieser Umstand führte z.B. in der Flugzeugindustrie zur Entwicklung der Laminarprofile. Hier wird durch geeignete Wahl der Profilform der Umschlagpunkt möglichst weit zu dem Körperheck verschoben, damit die laminare Grenzschicht erhalten bleibt. Liegt eine laminare Grenzschicht vor, ist der Widerstandsbeiwert unabhängig von der Oberflächenrauigkeit; liegt eine turbulente Grenzschicht vor, ist der Widerstandsbeiwert abhängig von der Oberflächenrauigkeit als auch von der Reynolds-Zahl.

Bei der Konstruktion von Tragflügelprofilen muss also folgendes beachtet werden:

- Der Reibungswiderstand ist dadurch zu minimieren, dass nach Möglichkeit eine laminare Grenzschicht erzeugt wird.
- Der Druckwiderstand kann dadurch verringert werden, dass die Ablösestelle möglichst weit an das Körperheck verschoben wird.

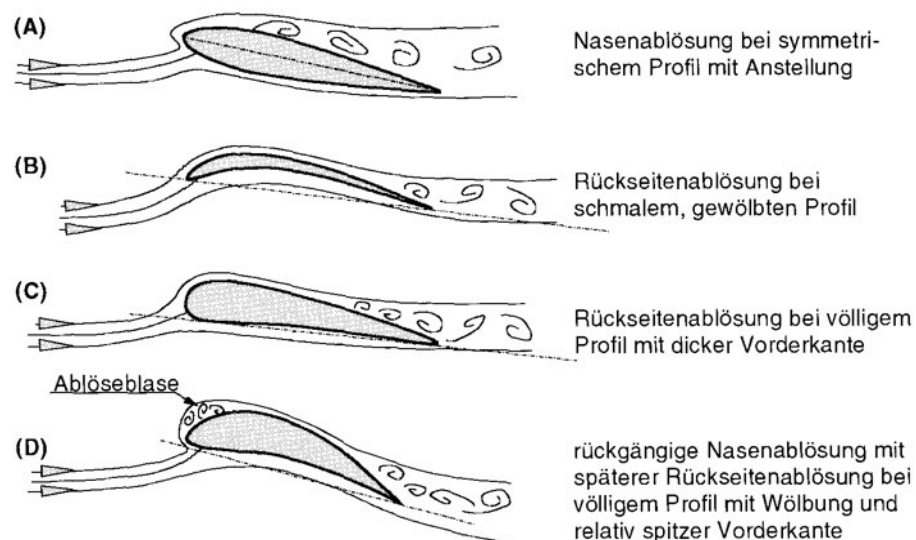


Bild 3.16: Formen der Strömungsablösung bei Profilmströmungen

4. Versuchsdurchführung und Auswertung der Messungen

4.1. Versuchsaufbau und Messgrößen

Als beschreibende Messgrößen der Umgebungsbedingungen werden zu Versuchsbeginn der Barometerstand p_∞ und die im Versuchslabor herrschende Umgebungstemperatur T_∞ ermittelt, so dass die Dichte der Umgebungsluft ρ_L berechnet werden kann.

Die Messungen an dem in Bild 4.4 und Bild 4.5 skizzierten Tragflügelprofil werden in der Messstrecke des Freistrahwindkanals der Universität Siegen durchgeführt. Bild 4.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Freistrahwindkanals.

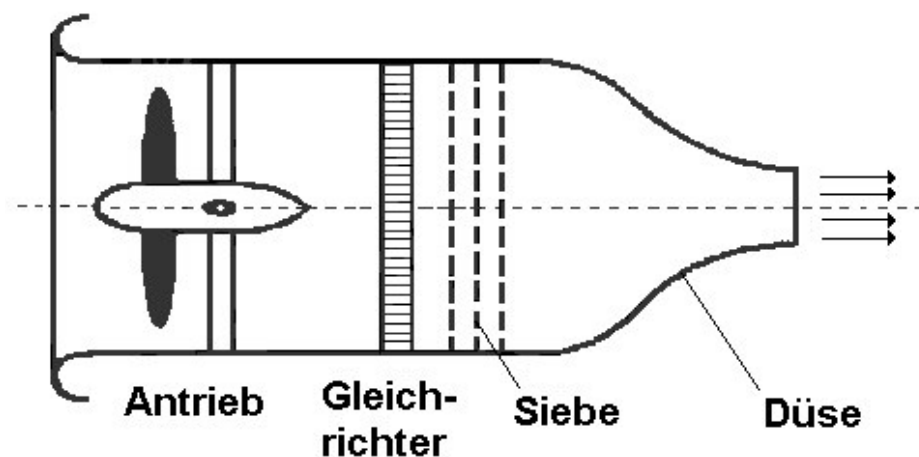


Bild 4.1: Freistrahwindkanal der Universität Siegen

Ein Ventilator saugt über eine Einlaufdüse Luft aus der Umgebung an und bläst diese, nachdem sie in einem Gleichrichter und Turbulenzsieben möglichst relaminarisiert worden ist, durch eine Düse als Freistrahlin in die Umgebung aus. In diesem Freistrahlin befindet sich gemäß Bild 4.2 ein NACA-0015-Tragflügelprofil, das zwischen zwei schmale, rechteckige Endplatten eingespannt ist.

Während der Versuchsdauer ist eine vorgegebene Reynolds-Zahl Re konstant zu halten. Dies wird sichergestellt, indem vor jeder Messreihe unter der Annahme eines inkompressiblen Mediums der dynamische Druck q_∞ der Anströmung mittels einer Prandtl-Sonde (Pos. 4, Bild 4.2) gemessen und ggf. mittels der Ventilator Drehzahlregelung nachjustiert wird. Somit bleibt auch die Strömungsgeschwindigkeit u_∞ während der Versuchsdauer einer Messreihe, d. h. für einen Anstellwinkel α , unverändert.

Mittels Winkelverstellung (Pos. 6, Bild 4.2) sollen Anstellwinkel in einem Bereich von $-15^\circ < \alpha < 25^\circ$ eingestellt werden. Für jeden Anstellwinkel soll die statische Druckverteilung über der Kontur des symmetrischen Tragflügelprofils bestimmt werden. Die Messwerte werden dabei an insgesamt 18 statischen Wandanbohrungen an Ober- und Unterseite des Tragflügelprofils erfasst.

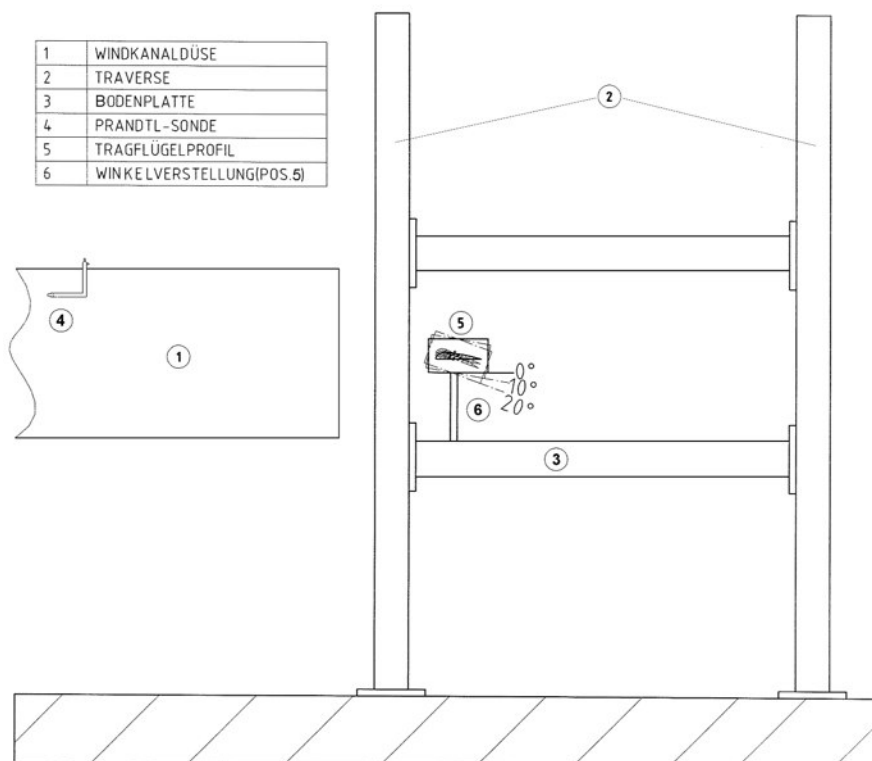


Bild 4.2: Messaufbau

4.1.1. Bestimmung der Luftdichte

Die Luftdichte ρ_L wird mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung berechnet:

$$\rho_L = \frac{p_\infty}{R_L \cdot T_\infty} \quad (4.1)$$

Der Umgebungsluftdruck p_∞ wird mit einem Quecksilberbarometer (Lambrecht) ermittelt. Die Umgebungstemperatur T_∞ ist an einem Thermometer ablesbar. $R_L = 287,1 \text{ J/(kg K)}$ entspricht der spezifischen Gaskonstante der Luft.

Es kann davon ausgegangen werden, dass sich bei den während des Versuchs realisierbaren Druckdifferenzen die Luft wie ein inkompressibles Medium mit konstanter Dichte verhält, so dass die Luftdichte an jeder Stelle der Luftdichte in der Umgebung entspricht.

4.1.2. Realisierung einer konstanten Reynolds-Zahl Re

Die Reynolds-Zahl Re ist definiert als das Produkt aus der Anströmgeschwindigkeit u_∞ und der Profillehnenlänge l geteilt durch die kinematische Viskosität ν der Luft:

$$Re = \frac{u_\infty \cdot l}{\nu} \quad (4.2)$$

Die zur Ermittlung der Reynolds-Zahl Re benötigte kinematische Viskosität der Luft ν kann aus Tabelle 4.1 in Abhängigkeit von der Umgebungstemperatur T_∞ interpoliert werden.

Tabelle 4.1: kinematische Viskosität von Luft bei 1,0132 bar (nach [5])

T [°C]	0	10	20	30	40
$\nu \cdot 10^6$ [m ² /s]	13.28	14.18	15.10	16.03	16.98

Mit Hilfe der verwendeten Prandtl-Sonde (Pos. 6, Bild 4.2), die in Bild 4.3 detailliert dargestellt ist, lässt sich aber nur der dynamische Druck q_∞ der Anströmung konstant halten.

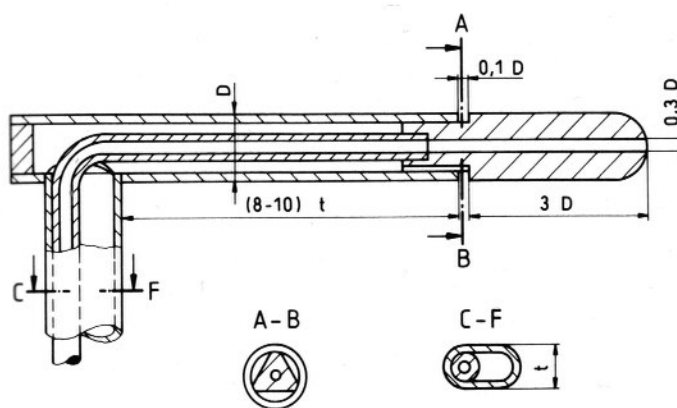


Bild 4.3: Prinzipskizze der Prandtl-Sonde

Der dynamische Druck q_∞ der Anströmung ist zum einen definiert als die Druckdifferenz zwischen Gesamt- und statischem Druck $p_{ges} - p_\infty$:

$$q_\infty = p_{ges} - p_\infty \quad (4.3)$$

Der dynamische Druck q_∞ lässt sich aber auch als

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_L \cdot u_\infty^2 \quad (4.4)$$

schreiben. Löst man Gleichung (4.2) nach der Anströmgeschwindigkeit u_∞ auf und setzt in Gleichung (4.4) ein, so erhält man folgende Bestimmungsgleichung für den dynamischen Druck q_∞ :

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_L \cdot \left(\frac{Re \cdot \nu}{l} \right)^2 \quad (4.5)$$

Setzt man zudem noch Gleichung (4.1) für die Luftdichte ρ_L ein, ergibt sich:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_\infty}{R_L \cdot T_\infty} \cdot \left(\frac{Re \cdot \nu}{l} \right)^2 \quad (4.6)$$

Die Ableseung des dynamischen Drucks q_∞ in Pa erfolgt an einem Betz-Manometer gemäß:

$$q_\infty [Pa] = p [mbar] \cdot \frac{g}{g_N} \cdot \frac{\rho_{T_\infty}}{\rho_4} \cdot 100 \quad (4.7)$$

Darin sind

p [mbar]	der abgelesene Druckwert in mbar
g	die örtliche Fallbeschleunigung = 9,810954 m/s ²
g_N	die Normalfallbeschleunigung = 9,80665 m/s ²
ρ_{T_∞}	die Dichte des Wassers bei der Messtemperatur T_∞ in °C
ρ_4	die Dichte des Wassers bei 4°C

Tabelle 4.2 zeigt die Abhängigkeit der Dichte von reinem, luftfreiem Wasser bei Normaldruck (101300 Pa = 1013 mbar) zwischen 0 und 100 °C in kg/m³ nach Werten der PTB in Braunschweig [8]. Die Abhängigkeit der Wasser-Dichte vom Druck ist verhältnismäßig gering. Je 1 bar (=100000 Pa) Druckerhöhung erhöht sich die Dichte um ca. 0,046 kg/m³ (gilt bis ca. 50 bar). Normale Luftdruckschwankungen haben auf die Dichte des Wassers demnach praktisch keinen Einfluss.

Tabelle 4.2: Dichte von Wasser in kg/m³ in Abhängigkeit von der Temperatur in °C

T[°C]	ρ [kg/m ³]	T[°C]	ρ [kg/m ³]	T[°C]	ρ [kg/m ³]	T[°C]	ρ [kg/m ³]	T[°C]	ρ [kg/m ³]
0	918	10	999,70	20	998,20	30	995,64	40	992,21
(Eis)		11	999,60	21	997,99	31	995,34	45	990,21
0	999,84	12	999,50	22	997,77	32	995,02	50	988,03
1	999,90	13	999,38	23	997,54	33	994,70	55	985,69
2	999,94	14	999,24	24	997,29	34	994,37	60	983,19
3	999,96	15	999,10	25	997,04	35	994,03	65	980,55
4	999,97	16	998,94	26	996,78	36	993,68	70	977,76
5	999,96	17	998,77	27	996,51	37	993,32	75	974,84
6	999,94	18	998,59	28	996,23	38	992,96	80	971,79
7	999,90	19	998,40	29	995,94	39	992,59	85	968,61
8	999,85							90	965,30
9	999,78							95	961,88
								100	958,35
								100	0,590
								(Wasserdampf, 1013 mbar)	

Somit muss Gleichung (4.7) nach dem abzulesenden dynamischen Druck p [mbar] umgestellt werden:

$$p[\text{mbar}] = \frac{q_\infty [\text{Pa}]}{100} \cdot \frac{g_N}{g} \cdot \frac{\rho_4}{\rho_{T_\infty}} \quad (4.8)$$

Wird Gleichung (4.6) in (4.8) eingesetzt, erhält man die Formel zur Konstanthaltung der Reynolds-Zahl Re :

$$p[\text{mbar}] = \frac{\frac{l}{2} \cdot \frac{p_\infty}{R_L \cdot T_\infty} \cdot \left(\frac{Re \cdot v}{l} \right)^2}{100} \cdot \frac{g_N}{g} \cdot \frac{\rho_4}{\rho_{T_\infty}} \quad (4.9)$$

4.1.3. Bestimmung der dimensionslosen Druckverteilung $c_p(x)$

Der NACA-0015-Tragflügel hat die in Bild 4.4 und 4.5 dargestellten Abmessungen und Druckbohrungen. Die Druckbohrungen von 0,5 mm Durchmesser sind an der Tragflügeloberseite und Tragflügelunterseite diagonal zur x-Koordinate angeordnet, um eine gegenseitige Beeinflussung zu vermeiden.

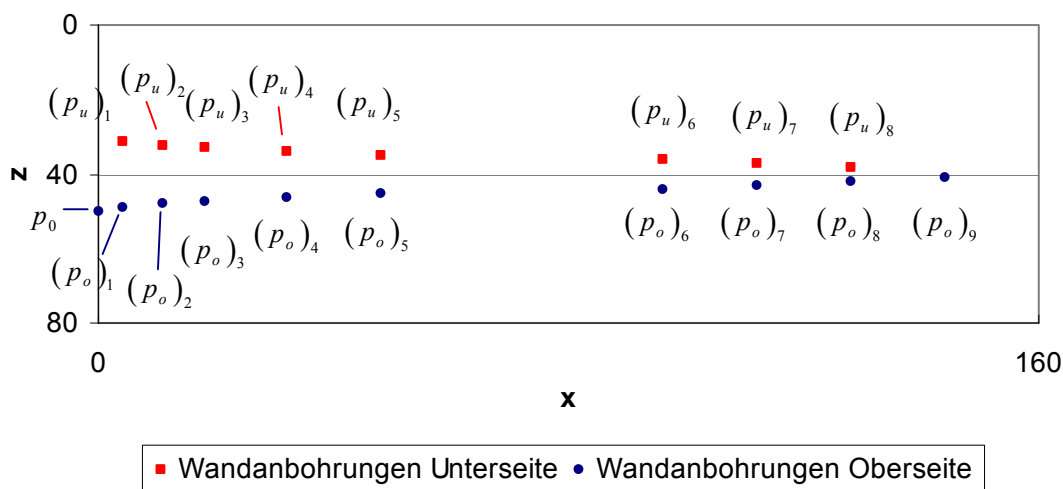


Bild 4.4: Abmessungen des Tragflügelprofils (Draufsicht) und Lage der Wandanbohrungen in der x-z-Ebene

Eine Druckbohrung, die sich im Staupunkt befindet, ist mit p_0 bezeichnet. Für diese muss im Messprotokoll zweimal der gleiche Messwert eingetragen werden. Neun Druckbohrungen befinden sich an der Tragflügeloberseite. Diese sind mit $p_{1,o} \dots p_{9,o}$ bezeichnet. Weitere acht Wandanbohrungen, die mit $p_{1,u} \dots p_{8,u}$ bezeichnet sind, liegen auf der Tragflügelunterseite. Die im Messprotokoll aufgeführte Wandanbohrung $p_{9,u}$ an der Tragflügelhinterkante existiert aus fertigungstechnischen Gründen nicht. Um aber der Tatsache gerecht zu werden, dass auch auf das Flächenstück vor der hinteren Ablösekannte eine Druckkraft wirkt, wird angenommen, dass $p_{9,u}$ gleich dem Mittelwert aus $p_{8,u}$ und $p_{9,o}$ sein soll. Der so berechnete Druckwert für $p_{9,u}$ fließt in die weiteren Rechnungen mit ein. Damit weisen Tragflügeloberseite und -unterseite gleichermaßen jeweils neun Wandanbohrungen auf.

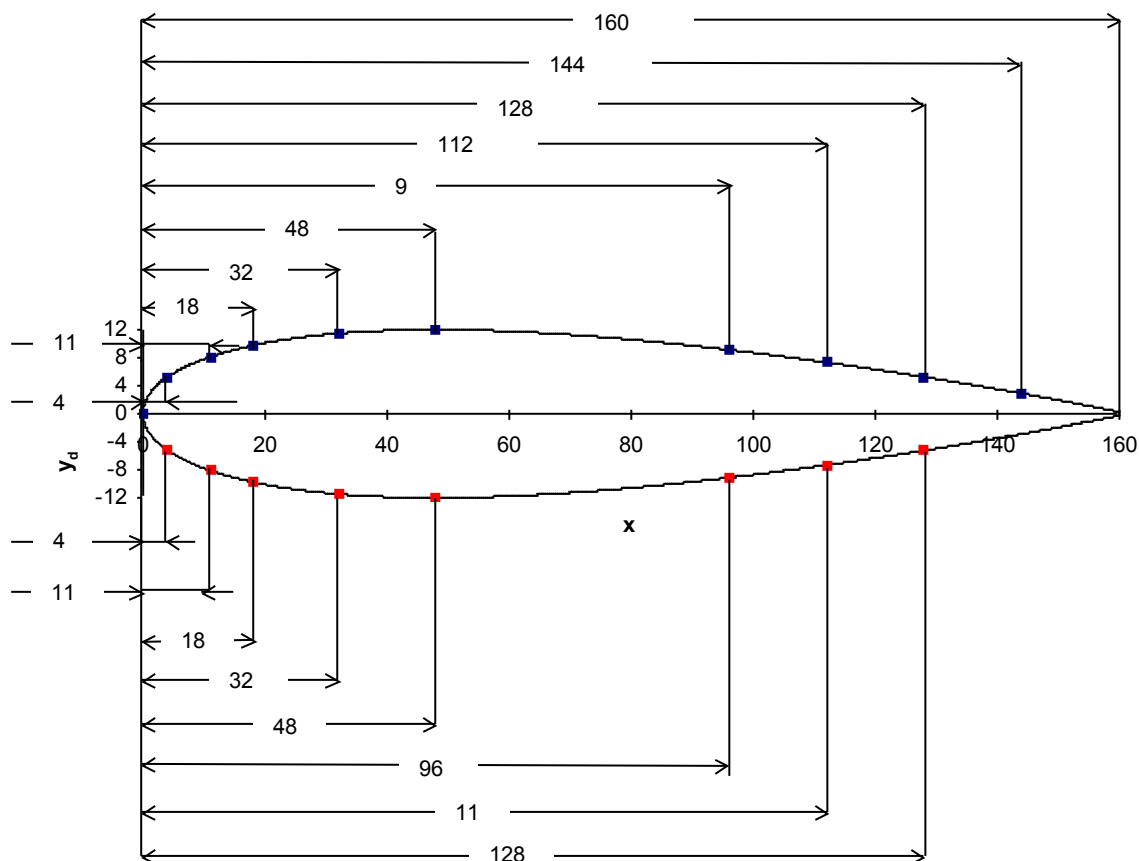


Bild 4.5: Abmessungen des Tragflügelprofils (Seitenansicht) und Lage der Wandenbohrungen in der x - y -Ebene

Mit Hilfe von Druckmessschläuchen und einem Vielfach-Schrägrohrmanometer wird der Differenzdruck zwischen dem Umgebungsdruck p_∞ und dem an der entsprechenden Druckbohrung jeweils anliegenden statischen Druck p_{Wand} in Millimeter-Flüssigkeitssäule abgelesen. Unter Berücksichtigung des Anstellwinkels β des Vielfach-Schrägrohrmanometers und der Dichte der Messflüssigkeit ρ_{FS} sowie der örtlichen Fallbeschleunigung g können die abgelesenen Flüssigkeitssäulen h wie folgt in Druckdifferenzen umgerechnet werden:

$$p_{Wand} - p_\infty = \rho_{FS} \cdot g \cdot h \cdot \sin \beta \quad (4.10)$$

Ordnet man die Wandenbohrung im Staupunkt gleichermaßen der Tragflügelunterseite als auch der Tragflügeloberseite zu, liegen jeweils zehn Wandenbohrungen auf der Unterseite und auf der Oberseite vor, welche von $i = 0, 1, 2, \dots, 9$ bzw. $j = 0, 1, 2, \dots, 9$ nummeriert sind. Somit lässt sich (4.10) zu den Gleichungen (4.11) und (4.12) umschreiben:

$$(p_u)_i = (p_{Wand, unten})_i - p_\infty \quad \text{für } i = 0, 1, 2, \dots, 9 \quad (4.11)$$

$$(p_o)_j = (p_{Wand, oben})_j - p_\infty \quad \text{für } j = 0, 1, 2, \dots, 9 \quad (4.12)$$

Der dimensionslose Druckkoeffizient c_p kann folglich als

$$(c_{p_u})_i = \frac{(p_u)_i}{q_\infty} \quad \text{bzw.} \quad (c_{p_o})_j = \frac{(p_o)_j}{q_\infty} \quad \text{für } i = j = 0, 1, 2, \dots, 9 \quad (4.13)$$

ausgedrückt werden. Im vorliegenden Versuch soll der dimensionslose Druckbeiwert c_p nicht längs der Profilkontur, sondern längs einer Koordinate x (parallel zu u_∞) aufgetragen werden.

4.1.4. Bestimmung des Auftriebsbeiwerts c_a und des Widerstandsbeiwerts c_w

Wie in Abschnitt 3.3 aufgezeigt, entstehen am Tragflügel eine Normalkraft F_N und eine Tangentialkraft F_T . Deren dimensionslose Koeffizienten c_N und c_T lassen sich aus der dimensionslosen Druckverteilung $c_p(x)$ berechnen.

Der Normalkraftbeiwert c_N wird allgemein als

$$c_N = \frac{1}{L} \int_{x=0}^L (c_{p_u} - c_{p_o}) dx \quad (4.14)$$

definiert. Zur Lösung des Integrals wird graphische Integration verwendet. Mit Hilfe der Sehnentrapezregel erhält man für den Normalkraftbeiwert c_N den Ansatz:

$$c_N = \sum_{i=0}^8 \left[\frac{(x_u)_{i+1} - (x_u)_i}{L} \cdot \frac{(c_{p_u})_{i+1} + (c_{p_u})_i}{2} \right] + \sum_{j=0}^8 \left[\frac{(x_o)_j - (x_o)_{j+1}}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_{j+1} + (c_{p_o})_j}{2} \right] + \frac{(x_o)_9 - (x_u)_9}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_9 + (c_{p_u})_9}{2} \quad (4.15)$$

Der Tangentialkraftbeiwert c_T wird allgemein als

$$c_T = -\frac{1}{0,15L} \cdot \left[\int_{y=0}^{-0,15L} c_{p_u} dy + \int_{y=0}^{+0,15L} c_{p_o} dy \right] \quad (4.16)$$

definiert, wobei y Werte zwischen $y = 0$ und $y = \pm 0,15L$ annimmt, siehe Bild 4.5.

Mit Hilfe der Sehnentrapezregel erhält man für den Tangentialkraftbeiwert c_T folgenden Ansatz:

$$c_T = \sum_{i=0}^8 \left[\frac{(y_u)_i - (y_u)_{i+1}}{L} \cdot \frac{(c_{p_u})_{i+1} + (c_{p_u})_i}{2} \right] + \sum_{j=0}^8 \left[\frac{(y_o)_{j+1} - (y_o)_j}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_{j+1} + (c_{p_o})_j}{2} \right] + \frac{(y_u)_9 - (y_o)_9}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_9 + (c_{p_u})_9}{2} \quad (4.17)$$

Setzt man den Normalkraftbeiwert c_N aus (4.15) und den Tangentialkraftbeiwert c_T aus (4.17) in Gleichung (3.5) für den Auftriebsbeiwert c_a und in Gleichung (3.6) für den Widerstandsbeiwert c_w ein, so lassen letztere sich in Abhängigkeit des Anstellwinkels α berechnen:

$$c_a = \left[\sum_{i=0}^8 \left[\frac{(x_u)_{i+1} - (x_u)_i}{L} \cdot \frac{(c_{p_u})_{i+1} + (c_{p_u})_i}{2} \right] + \sum_{j=0}^8 \left[\frac{(x_o)_j - (x_o)_{j+1}}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_{j+1} + (c_{p_o})_j}{2} \right] + \frac{(x_o)_9 - (x_u)_9}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_9 + (c_{p_u})_9}{2} \right] \cdot \cos\alpha - \left[\sum_{i=0}^8 \left[\frac{(y_u)_i - (y_u)_{i+1}}{L} \cdot \frac{(c_{p_u})_{i+1} + (c_{p_u})_i}{2} \right] + \sum_{j=0}^8 \left[\frac{(y_o)_{j+1} - (y_o)_j}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_{j+1} + (c_{p_o})_j}{2} \right] + \frac{(y_u)_9 - (y_o)_9}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_9 + (c_{p_u})_9}{2} \right] \cdot \sin\alpha \quad (4.18)$$

$$c_w = \left[\sum_{i=0}^8 \left[\frac{(x_u)_{i+1} - (x_u)_i}{L} \cdot \frac{(c_{p_u})_{i+1} + (c_{p_u})_i}{2} \right] + \sum_{j=0}^8 \left[\frac{(x_o)_j - (x_o)_{j+1}}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_{j+1} + (c_{p_o})_j}{2} \right] + \frac{(x_o)_9 - (x_u)_9}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_9 + (c_{p_u})_9}{2} \right] \cdot \sin\alpha + \left[\sum_{i=0}^8 \left[\frac{(y_u)_i - (y_u)_{i+1}}{L} \cdot \frac{(c_{p_u})_{i+1} + (c_{p_u})_i}{2} \right] + \sum_{j=0}^8 \left[\frac{(y_o)_{j+1} - (y_o)_j}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_{j+1} + (c_{p_o})_j}{2} \right] + \frac{(y_u)_9 - (y_o)_9}{L} \cdot \frac{(c_{p_o})_9 + (c_{p_u})_9}{2} \right] \cdot \cos\alpha \quad (4.19)$$

4.1.5. Vergleich mit Literaturdaten

Der relative Fehler zwischen den in Abschnitt 3.5 angegeben Daten aus der Literatur [6] und den aus den eigenen Messungen ermittelten c_a - und c_w -Werten wird gemäß

$$\frac{\Delta c_a}{c_a} [\%] = \frac{(c_a)_{Mess.} - (c_a)_{Lit.}}{(c_a)_{Lit.}} \cdot 100 \quad (4.20)$$

bzw.

$$\frac{\Delta c_w}{c_w} [\%] = \frac{(c_w)_{Mess.} - (c_w)_{Lit.}}{(c_w)_{Lit.}} \cdot 100 \quad (4.21)$$

berechnet.

4.1.6. Aufgelöstes Polardiagramm und Polardiagramm nach Lilienthal

Sind c_a und c_w in Abhängigkeit von α berechnet (siehe dazu Abschnitt 3.4), können das aufgelöste Polardiagramm und das Polardiagramm nach Lilienthal erstellt werden.

4.1.7. Hinweise zur Versuchsauswertung

Es ist ausdrücklich erwünscht, dass am Versuchstag ein Laptop mitgebracht wird. Mit Hilfe der MS-EXCEL-Datei „Anhang V7“, die als download auf den Internetseiten des Instituts für Fluid- und Thermodynamik verfügbar ist, sollen die Messergebnisse vor Ort zunächst protokolliert werden.

Gleichzeitig sind die zur „Versuchsdurchführung und Auswertung der Messungen“ (Kapitel 4) notwendigen Rechenoperationen in „Anhang V7“ bereits eingearbeitet.

Die EXCEL-Tabellenkalkulation „Anhang V7“ enthält außerdem gemäß Kapitel 5 „Ermittlung der Messunsicherheit“ systematische Unsicherheiten und erweiterte Unsicherheiten der Stichprobenmittelwerte der Eingangsgrößen, wobei letztere aus mehrmaligen Beobachtungen (engl.: multiple sample analysis) ermittelt worden sind. Mit Hilfe der Gesetze der Fehlerfortpflanzung erfolgt somit die Berechnung der erweiterten Unsicherheiten der Messgrößen.

5. Ermittlung der Messunsicherheit

In diesem Kapitel werden die erweiterten Unsicherheiten der experimentell bestimmten Reynolds-Zahl Re , der Druckverteilungen $c_p(x)$ sowie der Auftriebsbeiwerte c_a und der Widerstandsbeiwerte c_w abgeschätzt. Die Methodik der Abschätzung der Unsicherheiten folgt dabei derjenigen von Coleman & Steele [12] für aus mehrmaligen Beobachtungen ermittelte Komponenten (engl.: multiple sample analysis). In Bild 5.1 ist das Modell der Auswertung dargestellt, das die Beziehung der interessierenden Messgrößen, den Ergebnisgrößen, zu allen anderen beteiligten Größen, den Eingangsgrößen, und die Fehlerfortpflanzung der Eingangsgrößen in die Messgrößen angibt.

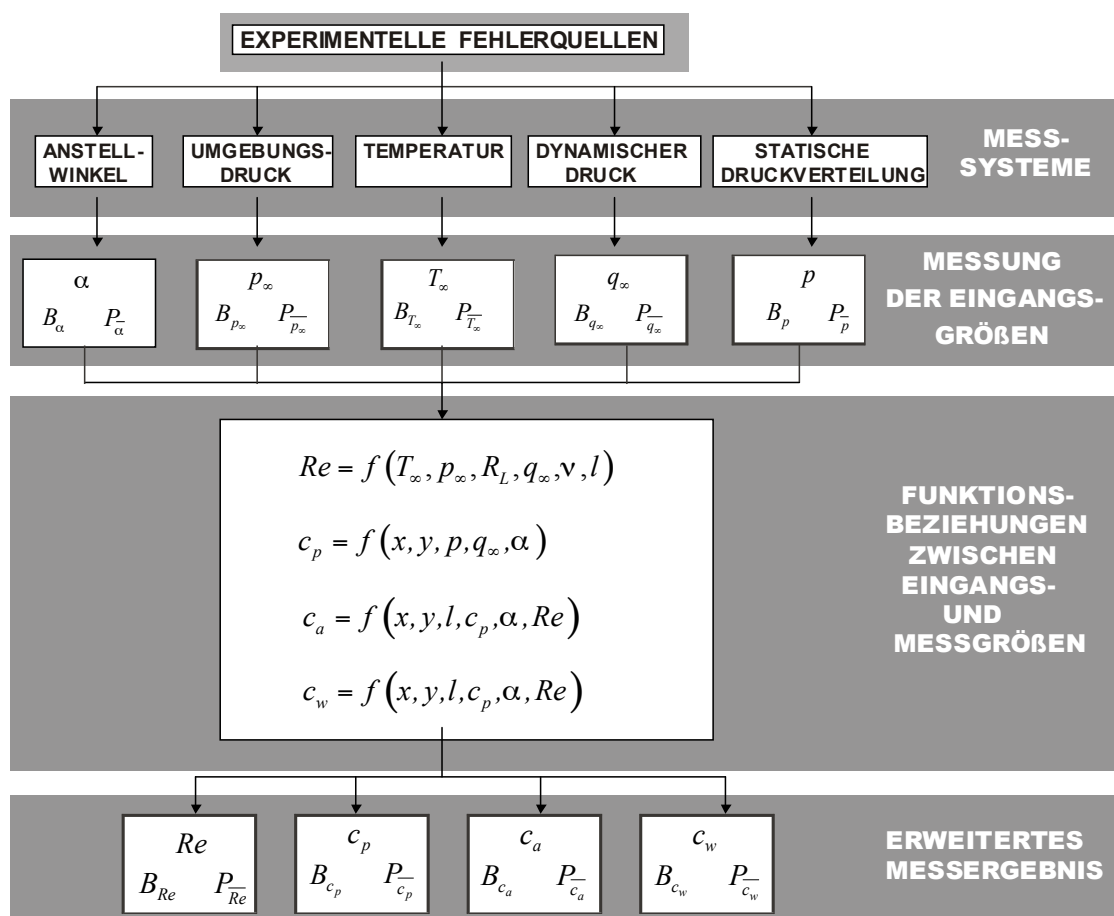


Bild 5.1: Angabe der Funktionsbeziehungen zwischen den Eingangsgrößen und den Messgrößen und Fehlerfortpflanzung der Eingangsgrößen in die interessierenden Messgrößen, den Ergebnisgrößen. Erweitertes Messergebnis für die Reynolds-Zahl Re , die dimensionslosen Druckverteilungen $c_p(x)$ sowie die Auftriebsbeiwerte c_a und die Widerstandsbeiwerte c_w .

5.1. Grundlagen

Der Mittelwert einer Stichprobe \bar{X}_i einer Variablen X_i ist definiert als

$$\bar{X}_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{m=1}^N X_{i,m} \quad (5.1)$$

wobei N die Anzahl der Einzelmessungen von X_i angibt. Die Standardabweichung der Stichprobe S_{X_i} (Kurzform S_i) ist definiert als:

$$S_{X_i} = \left[\frac{1}{(N-1)} \cdot \sum_{m=1}^N (X_{i_m} - \bar{X}_i)^2 \right]^{1/2} \quad (5.2)$$

Die Standardunsicherheit des Stichprobenmittelwerts $S_{\bar{X}_i}$ (Kurzform $S_{\bar{i}}$) ist definiert als

$$S_{\bar{X}_i} = \frac{S_{X_i}}{\sqrt{N}} \quad (5.3)$$

Multipliziert man S_{X_i} mit einem Erweiterungsfaktor t , so erhält man die erweiterte Unsicherheit der Stichprobe P_{X_i} (Kurzform P_i):

$$P_{X_i} = t \cdot S_{X_i} \quad (5.4)$$

Der Erweiterungsfaktor t in Gleichung (5.22) wird auch als Student-t-Faktor bezeichnet. Er ist von der Anzahl der Freiheitsgrade $\nu_{S_{X_i}}$ bei der Berechnung von S_{X_i} abhängig und wird in der vorliegenden Arbeit stets für ein Vertrauensniveau von 95 % gewählt.

Für $\nu_{S_{X_i}} = N - 1 > 9$ Freiheitsgrade und ein Vertrauensniveau von 95 % kann t zu $t = 2$ gewählt werden (Coleman & Steele [12], Kapitel 2, Seite 31). Ist die erweiterte Unsicherheit des Stichprobenmittelwerts $P_{\bar{X}_i}$ (Kurzform $P_{\bar{i}}$) die gesuchte Größe, so muss P_{X_i} durch die Anzahl N der Einzelmessungen dividiert werden:

$$P_{\bar{X}_i} = \frac{t \cdot S_{X_i}}{\sqrt{N}} \quad (5.5)$$

Werden für die i -te Variable, X_i , M systematische Fehlerquellen identifiziert und deren systematische Unsicherheiten für ein Vertrauensniveau von 95% zu $(B_i)_\alpha$ abgeschätzt, wird die resultierende systematische Unsicherheit B_i aus dem quadratischen Summenwert berechnet:

$$B_i = \left[\sum_{\alpha=1}^M (B_i)_\alpha^2 \right]^{1/2} \quad (5.6)$$

Das Vertrauensniveau von 95 % besagt, dass der wahre systematische Fehler mit fünfundneunzigprozentiger Wahrscheinlichkeit innerhalb des Intervalls B_i liegt. Die Standardabweichung der systematischen Unsicherheit S_{B_i} wird zu

$$S_{B_i} = \frac{B_i}{2} \quad (5.7)$$

abgeschätzt. Korrelierte systematische Unsicherheiten werden durch eine Kovarianzschätzung B_{ik}

$$B_{ik} = \sum_{\beta=1}^L (B_i)_\beta (B_k)_\beta \quad (5.8)$$

angenähert, wobei L die Anzahl der gemeinsamen systematischen Fehlerquellen der Variablen X_i und X_k bezeichnet.

Die partielle Ableitung θ_i einer Ausgangsgröße (Messgröße) $r=r(X_1, \dots, X_M)$ nach der i -ten Eingangsgröße X_i

$$\theta_i = \partial r / \partial X_i \quad (5.9)$$

wird als Empfindlichkeit bezeichnet.

5.2. Erweiterte Unsicherheit der Reynolds-Zahl

Aus früheren Messungen ist bekannt, dass die systematischen und zufälligen Messabweichungen für p_∞ und T_∞ vernachlässigbar sind. Die spezifische Gaskonstante von Luft R_L ist mit einer sehr hohen Sicherheit bekannt, so dass auch ihre Unsicherheit vernachlässigbar ist. Aus der idealen Gasgleichung (4.1) folgt somit, dass auch die Unsicherheit für ρ_L vernachlässigt werden kann.

Nach Gleichung (4.1) zeigt sich, dass Re von D , v_L , q_∞ und ρ_L abhängt:

$$Re = \frac{l}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot q_\infty}{\rho_L}} \quad (5.10)$$

Die systematischen und zufälligen Messabweichungen für ν und l sind vernachlässigbar, so dass sich nur die Unsicherheit bei der Bestimmung des dynamischen Drucks der Anströmung q_∞ in die Unsicherheit der vorgegebenen Reynolds-Zahl Re fortpflanzt.

Sie resultiert zum einen aus dem Winkeleinfluss der Prandtl-Sonde, siehe Abschnitt 1.1.4 „Messfehler von Pitot- und Prandtl-Sonden“, welcher mit $(B_{q_\infty})_{Pr} = 1 \%$ vom Messwert berücksichtigt wird. Zum anderen wird die Messung des dynamischen Drucks der Anströmung auf einen einzigen Messpunkt anstelle eines volumetrisch gemittelten Werts reduziert, so dass ein Fehler $(B_{q_\infty})_{Vol} = 1 \%$ die Folge ist. Hierbei handelt es sich also um systematische Fehler, die im Messverfahren an sich begründet sind.

Weitere systematische Fehler wie Kalibrierfehler des verwendeten Betz-Manometers, nicht exakte Ausrichtung in der Waagerechten und Einstellgenauigkeit des dynamischen Drucks mit Hilfe der Drehzahlregelung des Ventilators werden vernachlässigt. Die aus $(B_{q_\infty})_{Pr}$ und $(B_{q_\infty})_{Vol}$ resultierende systematische Unsicherheit B_{q_∞} wird mit Hilfe des quadratischen Summenwerts aus Gleichung (5.6) berechnet.

Die Genauigkeit bei der Ablesung an der Mattscheibe mit Hilfe des Glasmaßstabes kann auf den halben Skalenteilungswert beziffert werden, so dass die erweiterte Unsicherheit des Stichprobenmittelwerts zu $P_{q_\infty} \approx 0,5 \text{ Pa}$ abgeschätzt werden kann.

Die erweiterte Unsicherheit für die Reynolds-Zahl Re ist durch

$$U_{Re}^2 = B_{Re}^2 + P_{Re}^2 \quad (5.11)$$

gegeben.

Da nur die Unsicherheit in q_∞ signifikant ist, die Unsicherheiten für ρ_L , v und l vernachlässigbar sind und keine korrelierten systematischen Unsicherheiten in die erweiterte Unsicherheit von U_{Re} eingehen, berechnet sich die systematische Unsicherheit für die Reynolds-Zahl Re zu

$$B_{Re}^2 = \theta_{q_\infty}^2 B_{q_\infty}^2 \quad (5.12)$$

Der Empfindlichkeitskoeffizient θ_{q_∞} wird berechnet, indem Mittelwerte der eingesetzten Variablen verwendet werden:

$$\theta_{q_\infty} = \frac{\partial Re}{\partial q_\infty} = \frac{Re}{2 \cdot q_\infty} \quad (5.13)$$

Analog errechnet sich P_{Re}^2 zu:

$$P_{Re}^2 = \theta_{q_\infty}^2 P_{q_\infty}^2 \quad (5.14)$$

5.3. Erweiterte Unsicherheit des dimensionslosen Druckbeiwerts c_p

Das mathematische Modell zur Bestimmung des dimensionslosen Druckkoeffizienten c_p lautet wie folgt:

$$c_{P_{u,i}} = \frac{(p_u)_i}{q_\infty} \quad \text{bzw.} \quad c_{P_{o,j}} = \frac{(p_o)_j}{q_\infty} \quad \text{für } i = j = 0, 1, 2, \dots, 9 \quad (5.15)$$

Dabei ist die Bohrung im Staupunkt in (5.15) gleichermaßen der Tragflügelunter- und der Tragflügeloberseite zugeordnet. Es wird deutlich, dass eine Fortpflanzung von Fehlern in den Eingangsgrößen $(p_u)_i$ bzw. $(p_o)_j$ und q_∞ in die Ausgangsgröße c_p erfolgt.

Die systematischen Unsicherheiten $B_{(c_p)_i}$ und $B_{(c_p)_j}$ resultieren aus B_{q_∞} , welches aus Abschnitt 5.2 übernommen werden kann, und aus $B_{(p_u)_i}$ bzw. $B_{(p_o)_j}$. Systematische Fehlerquellen, die bei der Bestimmung von $B_{(p_u)_i}$ bzw. $B_{(p_o)_j}$ berücksichtigt werden müssen, sind vor allem auf das verwendete Vielfach-Schräghrmanometer zurückzuführen. Solche systematischen Fehlerquellen sind Parallaxefehler, die Einstellung des Neigungswinkels β sowie nicht waagerechte Ausrichtung. Hinzu kommen Dichteänderungen mit der Temperatur, Längenänderung der Skala und der Einfluss der Oberflächenspannung auf den Ablesewert. Ein realistischer Wert für die systematische Unsicherheit des Vielfach-Schräghrmanometers kann aus Gleichung (4.10) gefunden werden, indem ein konstanter systematischer Fehler von 1 % des Messbereichs durch $h = 0,01 \cdot 600 \text{ mmFS}$ berücksichtigt wird. Bei gleichzeitiger Vernachlässigung weiterer Fehlerquellen wie zu kurzer Einstellzeiten der verwendeten Manometer, unbemerkter Leckage in den Druckmessschläuchen, Abweichungen der Positionen der Wandanbohrungen von den theoretischen Positionen, Vibrationseffekte an Tragflügel und Prandtl-Sonde und instationärer Strömungseffekte, ergeben sich $B_{(p_u)_i}$ und $B_{(p_o)_j}$ zu:

$$B_{(p_u)_i} = B_{(p_o)_j} = \frac{600 \cdot 0,01}{1000} m \cdot 784 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,811 \frac{m}{s^2} \cdot \sin \beta \quad (5.16)$$

Die erweiterte Unsicherheit des dimensionslosen Druckkoeffizienten c_p für jede Wandanbohrung ist durch

$$U_{c_p}^2 = B_{c_p}^2 + P_{c_p}^2 \quad (5.17)$$

gegeben. Da keine korrelierten systematischen Unsicherheiten auftreten, berechnet sich die systematische Unsicherheit des dimensionslosen Druckkoeffizienten für die Tragflügelunterseite für jede Wandanbohrung zu

$$B_{(c_{p_u})_i}^2 = \theta_{q_\infty}^2 B_{q_\infty}^2 + \theta_{(p_u)_i}^2 B_{(p_u)_i}^2 \quad \text{für } i = 0, 1, 2, \dots, 9 \quad (5.18)$$

Analog ergibt sich für die Tragflügeloberseite:

$$B_{(c_{p_o})_j}^2 = \theta_{q_\infty}^2 B_{q_\infty}^2 + \theta_{(p_o)_j}^2 B_{(p_o)_j}^2 \quad \text{für } j = 0, 1, 2, \dots, 9 \quad (5.19)$$

Aus den Gleichungen (5.18) und (5.19) wird deutlich, dass $B_{(p_u)_i}^2$ und $B_{(p_o)_j}^2$ für jede Wandanbohrung i bzw. j unterschiedliche Werte annehmen. Die Empfindlichkeitskoeffizienten $\theta_{(p_u)_i}$ und $\theta_{(p_o)_j}$ werden aus den Mittelwerten der Eingangsgrößen berechnet und sind durch

$$\theta_{(p_u)_i} = \frac{\partial c_p}{\partial (p_u)_i} = \theta_{(p_o)_j} = \frac{\partial c_p}{\partial (p_o)_j} = \frac{1}{q_\infty} \quad (5.20)$$

gegeben. Der Empfindlichkeitskoeffizient θ_{q_∞} wird analog zu

$$\theta_{q_\infty} = \frac{\partial c_p}{\partial q_\infty} = -\frac{c_p}{q_\infty} \quad (5.21)$$

berechnet. Die erweiterte Unsicherheit des Stichprobenmittelwerts in Gleichung (5.17) ist für jede Wandanbohrung unterschiedlich und ergibt sich nach Gleichung (5.5) zu:

$$P_{c_p} = \frac{t \cdot S_{c_p}}{\sqrt{N}} \quad (5.22)$$

Der Erweiterungsfaktor wird für $N \geq 10$ Einzelmessungen und einen Grad des Vertrauens von 95 % zu $t = 2$ gewählt [12].

5.4. Erweiterte Unsicherheit des Auftriebsbeiwerts c_a

Das mathematische Modell zur Bestimmung des Auftriebsbeiwerts c_a gemäß Gleichung (4.18) besagt, dass sich nur Fehler in c_p und α in c_a fortpflanzen, wenn man davon ausgeht, dass die systematischen und zufälligen Fehler für l , x und y vernachlässigt werden können. Auch der Approximationsfehler des Integrals für c_a auf Grund der numerischen Integration bleibt unberücksichtigt. Die erweiterte Unsicherheit des Auftriebsbeiwerts c_a ist durch

$$U_{c_a}^2 = B_{c_a}^2 + P_{c_a}^2 \quad (5.23)$$

gegeben. Da keine korrelierten systematischen Unsicherheiten auftreten, berechnet sich die systematische Unsicherheit des Auftriebsbeiwerts c_a unter den oben gemachten Annahmen zu

$$B_{c_a}^2 = \sum_{i=1}^9 \theta_{(c_{Pu})_i}^2 B_{(c_{Pu})_i}^2 + \sum_{j=1}^9 \theta_{(c_{Po})_j}^2 B_{(c_{Po})_j}^2 + \theta_{(c_P)_0}^2 B_{(c_P)_0}^2 + \theta_{\alpha}^2 B_{\alpha}^2 \quad (5.24)$$

wobei jetzt die Wandanbohrung im Staupunkt separat indiziert ist, da sie für die Ermittlung der systematischen Unsicherheit nur einfach berücksichtigt werden darf. In noch ausführlicherer Schreibweise erhält man Gleichung (5.25):

$$\begin{aligned} B_{c_a}^2 = & \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_1} \right)^2 B_{(c_{Pu})_1}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_2} \right)^2 B_{(c_{Pu})_2}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_3} \right)^2 B_{(c_{Pu})_3}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_4} \right)^2 B_{(c_{Pu})_4}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_5} \right)^2 B_{(c_{Pu})_5}^2 \\ & + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_6} \right)^2 B_{(c_{Pu})_6}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_7} \right)^2 B_{(c_{Pu})_7}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_8} \right)^2 B_{(c_{Pu})_8}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Pu})_9} \right)^2 B_{(c_{Pu})_9}^2 \\ & + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_1} \right)^2 B_{(c_{Po})_1}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_2} \right)^2 B_{(c_{Po})_2}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_3} \right)^2 B_{(c_{Po})_3}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_4} \right)^2 B_{(c_{Po})_4}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_5} \right)^2 B_{(c_{Po})_5}^2 \\ & + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_6} \right)^2 B_{(c_{Po})_6}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_7} \right)^2 B_{(c_{Po})_7}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_8} \right)^2 B_{(c_{Po})_8}^2 + \left(\frac{\partial c_a}{\partial (c_{Po})_9} \right)^2 B_{(c_{Po})_9}^2 \\ & + \theta_{(c_P)_0}^2 B_{(c_P)_0}^2 + \theta_{\alpha}^2 B_{\alpha}^2 \end{aligned} \quad (5.25)$$

Legt man den in Gleichung (4.18) bestimmten Ausdruck für den c_a -Beiwert zu Grunde, erhält man folgenden Ausdruck für die systematische Unsicherheit des Auftriebsbeiwerts c_a :

$$\begin{aligned} B_{c_a}^2 = & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{(x_u)_{i+1} - (x_u)_{i-1}}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha + \frac{(y_u)_{i+1} - (y_u)_{i-1}}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha \right)^2 B_{(c_{Pu})_i}^2 \\ & + \left(\frac{(x_o)_9 - (x_u)_8}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha + \frac{(y_o)_9 - (y_u)_8}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha \right)^2 B_{(c_{Pu})_9}^2 \\ & + \sum_{j=1}^8 \left(\frac{(x_o)_{j-1} - (x_o)_{j+1}}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha + \frac{(y_o)_{j-1} - (y_o)_{j+1}}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha \right)^2 B_{(c_{Po})_j}^2 \\ & + \left(\frac{(x_o)_8 - (x_u)_9}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha + \frac{(y_o)_8 - (y_u)_9}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha \right)^2 B_{(c_{Po})_9}^2 \\ & + \left(\frac{(x_u)_1 - (x_o)_1}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha + \frac{(y_u)_1 - (y_o)_1}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha \right)^2 B_{(c_P)_0}^2 \\ & + (-c_N \cdot \sin \alpha - c_T \cdot \cos \alpha)^2 B_{\alpha}^2 \end{aligned} \quad (5.26)$$

$B_{(c_{Pu})_i}$, $B_{(c_{Po})_j}$ und $B_{(c_P)_0}$ bezeichnen in (5.26) die systematischen Unsicherheiten der dimensionslosen Druckbeiwerte für jede Wandanbohrung, die bereits in Gleichung (5.18) und (5.19) bestimmt wurden. B_{α} ist die systematische Unsicherheit des

Anstellwinkels α , die mit $B_\alpha \approx 0,5^\circ \cdot \pi / 180^\circ \approx 0,009$ angenommen wird. Der Normalkraftkoeffizient c_N und der Tangentialkraftkoeffizient c_T werden gemäß Gleichung (4.15) und (4.17) berechnet.

Die erweiterte Unsicherheit des Stichprobenmittelwerts von c_a in Gleichung (5.23) ergibt sich nach Gleichung (5.5) zu:

$$P_{c_a} = \frac{t \cdot S_{c_a}}{\sqrt{N}} \quad (5.27)$$

Der Erweiterungsfaktor wird für $N \geq 10$ Einzelmessungen und einen Grad des Vertrauens von 95 % zu $t = 2$ gewählt [12].

5.5. Erweiterte Unsicherheit des Widerstandsbeiwerts c_w

Das mathematische Modell zur Bestimmung des Widerstandsbeiwerts c_w gemäß Gleichung (4.19) besagt, dass sich nur Fehler in c_p und α in c_w fortpflanzen, wenn man erneut davon ausgeht, dass die systematischen und zufälligen Fehler für l , x und y vernachlässigt werden können. Auch der Approximationsfehler des Integrals für c_w auf Grund der numerischen Integration bleibt unberücksichtigt.

Die erweiterte Unsicherheit des Widerstandsbeiwerts c_w ist durch

$$U_{c_w}^2 = B_{c_w}^2 + P_{c_w}^2 \quad (5.28)$$

gegeben. Da keine korrelierten systematischen Unsicherheiten auftreten, berechnet sich die systematische Unsicherheit des Widerstandsbeiwerts c_w unter den oben gemachten Annahmen analog zum Auftriebsbeiwert c_a zu

$$B_{c_w}^2 = \sum_{i=1}^9 \theta_{(c_{Pu})_i}^2 B_{(c_{Pu})_i}^2 + \sum_{j=1}^9 \theta_{(c_{Po})_j}^2 B_{(c_{Po})_j}^2 + \theta_{(c_P)_0}^2 B_{(c_P)_0}^2 + \theta_\alpha^2 B_\alpha^2 \quad (5.29)$$

wobei auch hier die Wandanbohrung im Staupunkt separat indiziert ist, da sie für die Ermittlung der systematischen Unsicherheit nur einfach berücksichtigt werden darf. In noch ausführlicherer Schreibweise erhält man Gleichung (5.30):

$$\begin{aligned} B_{c_w}^2 = & \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_1} \right)^2 B_{(c_{Pu})_1}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_2} \right)^2 B_{(c_{Pu})_2}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_3} \right)^2 B_{(c_{Pu})_3}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_4} \right)^2 B_{(c_{Pu})_4}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_5} \right)^2 B_{(c_{Pu})_5}^2 \\ & + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_6} \right)^2 B_{(c_{Pu})_6}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_7} \right)^2 B_{(c_{Pu})_7}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_8} \right)^2 B_{(c_{Pu})_8}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Pu})_9} \right)^2 B_{(c_{Pu})_9}^2 \\ & + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_1} \right)^2 B_{(c_{Po})_1}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_2} \right)^2 B_{(c_{Po})_2}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_3} \right)^2 B_{(c_{Po})_3}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_4} \right)^2 B_{(c_{Po})_4}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_5} \right)^2 B_{(c_{Po})_5}^2 \\ & + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_6} \right)^2 B_{(c_{Po})_6}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_7} \right)^2 B_{(c_{Po})_7}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_8} \right)^2 B_{(c_{Po})_8}^2 + \left(\frac{\partial c_w}{\partial (c_{Po})_9} \right)^2 B_{(c_{Po})_9}^2 \\ & + \theta_{(c_P)_0}^2 B_{(c_P)_0}^2 + \theta_\alpha^2 B_\alpha^2 \end{aligned} \quad (5.30)$$

Legt man den in Gleichung (4.19) bestimmten Ausdruck für den c_w -Beiwert zu Grunde, erhält man folgenden Ausdruck für die systematische Unsicherheit des Widerstandsbeiwerts c_w :

$$\begin{aligned}
B_{c_w}^2 = & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{(x_u)_{i+1} - (x_u)_{i-1}}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha - \frac{(y_u)_{i+1} - (y_u)_{i-1}}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha \right)^2 B_{(c_{p_u})_i}^2 \\
& + \left(\frac{(x_o)_9 - (x_u)_8}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha - \frac{(y_o)_9 - (y_u)_8}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha \right)^2 B_{(c_{p_u})_9}^2 \\
& + \sum_{j=1}^8 \left(\frac{(x_o)_{j-1} - (x_o)_{j+1}}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha - \frac{(y_o)_{j-1} - (y_o)_{j+1}}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha \right)^2 B_{(c_{p_o})_j}^2 \\
& + \left(\frac{(x_o)_8 - (x_u)_9}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha - \frac{(y_o)_8 - (y_u)_9}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha \right)^2 B_{(c_{p_o})_9}^2 \\
& + \left(\frac{(x_u)_1 - (x_o)_1}{2 \cdot l} \cdot \sin \alpha - \frac{(y_u)_1 - (y_o)_1}{2 \cdot l} \cdot \cos \alpha \right)^2 B_{(c_p)_0}^2 \\
& + (c_N \cdot \cos \alpha - c_T \cdot \sin \alpha)^2 B_\alpha^2
\end{aligned} \tag{5.31}$$

$B_{(c_{p_u})_i}$, $B_{(c_{p_o})_j}$ und $B_{(c_{p_o})_9}$ bezeichnen in (5.31) die systematischen Unsicherheiten der dimensionslosen Druckbeiwerte für jede Wandanbohrung, die bereits in Gleichung (5.18) und (5.19) bestimmt wurden. B_α ist die systematische Unsicherheit des Anstellwinkels α , die mit $B_\alpha \approx 0,5^\circ \cdot \pi / 180^\circ \approx 0,009$ angenommen wird. Der Normalkraftkoeffizient c_N und der Tangentialkraftkoeffizient c_T werden gemäß Gleichung (4.15) und (4.17) berechnet.

Die erweiterte Unsicherheit des Stichprobenmittelwerts von c_w in Gleichung (5.28) ergibt sich nach Gleichung (5.5) zu:

$$P_{c_w} = \frac{t \cdot S_{c_w}}{\sqrt{N}} \tag{5.32}$$

Der Erweiterungsfaktor wird für $N \geq 10$ Einzelmessungen und einen Grad des Vertrauens von 95 % zu $t = 2$ gewählt [12].

6. Fragen vor dem Versuchsbeginn

- (1) Wie kommt der physikalische Auftrieb an einem Tragflügelprofil zustande?
- (2) Leider wird in Medien und Museen häufig zur Erklärung des Auftriebs der „unterschiedlich lange Weg“ der Luft an der Tragflügelober- und Unterseite in Verbindung mit der Bernoulligleichung angewandt. Warum ist dieser Ansatz grundsätzlich falsch?
- (3) Warum wird im vorliegenden Versuch der Tragflügel zwischen zwei feste Wände eingespannt?
- (4) Erläutern Sie die dimensionslose Druckverteilung für einen angestellten Tragflügel. Wie groß kann der c_p -Wert im Inkompressiblen maximal werden und warum?
- (5) Welchen Einfluss hat die Grenzschicht auf die Strömungsablösung und damit auf die Druckverteilung?
- (6) Welche Kräfte tragen zum Gesamtwiderstand eines umströmten Tragflügels bei?
- (7) Welche Größen müssen vor Versuchsbeginn bestimmt werden, damit eine vorgegebene Re-Zahl im Versuch konstant gehalten werden kann?
- (8) Erläutern Sie das im vorliegenden Versuch verwendete Verfahren zur Bestimmung der c_p -Verteilung auf der Tragflügeloberseite und -unterseite.
- (9) Wie können gemäß der Versuchsauswertung aus der c_p -Verteilung der c_A - und c_w -Wert des Tragflügels berechnet werden? Ist das Vorgehen eigentlich korrekt?

Die Fragen sind als Leitfaden bzw. Hilfestellung gedacht, um sich den für den Versuch erforderlichen Lernstoff in Eigenleistung erarbeiten zu können. Vor dem eigentlichen Versuch findet eine Abfrage durch den Versuchsbetreuer statt, die sich nicht allein auf die obigen Fragen bezieht. Das heißt, es muss das vollständige Skriptum durchgearbeitet werden!

7. Versuchsbericht

Der abzugebende Versuchsbericht ist wie folgt zu gliedern:

1. Versuchsbeschreibung

- 1.1. Beschreibung der Messeinrichtung und des Versuchsaufbaus
- 1.2. Versuchsdurchführung

2. Messprotokoll und Versuchsauswertung

- 2.1. Bestimmung des Umgebungsdruckes p_∞ , der Luftdichte ρ_L , der kinematischen Viskosität ν , des dynamischen Drucks q_∞ in Pa und des abzulesenden dynamischen Drucks der Anströmung in mbar
- 2.2. Tabellarische Zusammenstellung der abgelesenen Flüssigkeitssäulen h als Funktion des Anstellwinkels α
- 2.3. Diagramm und tabellarische Zusammenstellung aller dimensionslosen Oberflächendruckverteilungen $c_p(x)$ an dem Tragflügelprofil
- 2.4. Berechnung von c_N , c_T , c_a und c_w als Funktion des Anstellwinkels α
- 2.5. Tabellarische Zusammenstellung der berechneten Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte und der Literaturdaten aus Abschnitt 3.5 sowie Berechnung des relativen Fehlers als Funktion des Anstellwinkels α
- 2.6. Polardiagramm nach Lilienthal
- 2.7. Aufgelöstes Polardiagramm mit Darstellung des Auftriebsbeiwerts c_a und des Widerstandsbeiwerts c_w
- 2.8. Abgabe der EXCEL-Datei „Anhang V7“

3. Diskussion der Messergebnisse

- 3.1. Diskutieren Sie die unter Punkt 2.3-2.7 erhaltenen Versuchsergebnisse
- 3.2. Kritische Beurteilung der erweiterten Messergebnisse für Re , $c_p(x)$, c_a und c_w . Dominiert in den vorliegenden Messungen die systematische oder die erweiterte Unsicherheit des Stichprobenmittelwerts? Machen Sie Vorschläge, wie die erweiterte Unsicherheit der Messergebnisse für Re , $c_p(x)$, c_a und c_w reduziert werden könnte! Welche Fehlerquellen sind Ihrer Meinung nach noch nicht in Kapitel 5 „Ermittlung der Messunsicherheit“ berücksichtigt oder vielleicht zu großzügig oder zu geringfügig berücksichtigt?

8.Literaturverzeichnis

- [1] **Weltner, Klaus; Ingelman-Sundberg, Martin:**
Zur physikalischen Erklärung des aerodynamischen Auftriebs, Physikalisches Kolloquium des Fachbereichs Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt, 19.5.2004
- [2] **Bohl, Willi:**
Technische Strömungslehre, Vogel Verlag, 9. Auflage, 1991
- [3] **Pfleiderer, C.; Petermann, H.:**
Strömungsmaschinen, Springer Verlag, 1991
- [4] **Zierep, J.:**
Grundzüge der Strömungslehre, Springer Verlag, Berlin, 1997
- [5] **Dubbel:**
Taschenbuch für den Maschinenbau, Springer-Verlag, 1997
- [6] **Chaudhary, R.I.; Williamson, D.T.:**
Endplate effectiveness for a NACA 0015 airfoil, United States Air Force Academy Colorado Springs, Colorado
- [7] **Nayeri, Christian:**
Skript zu den Messtechnischen Übungen II Strömungslehre, TU Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik, Sommersemester 2005
- [8] **Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB):**
Abhängigkeit der Dichte von reinem, luftfreiem Wasser bei Normaldruck (101300 Pa = 1013 mbar) zwischen 0 und 100 °C in kg/m³
- [9] **Schober, Martin:**
Strömungsmesstechnik I+II, TU Berlin, Hermann-Föttinger-Institut für Strömungsmechanik, 2002
- [10] **Lambrecht:**
Betriebsanleitung zum Quecksilberbarometer nach Lambrecht
- [11] **Nitsche, Wolfgang:**
Strömungsmesstechnik, Springer-Verlag, 1994
- [12] **Coleman, Hugh W.; Steele, W. Glenn:**
Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers, John Wiley & Sons, Inc., 2. Auflage, New York, 1999