Übungen für: „Einführung in das Standard Modell II“
Winter Semester 12/13

Prof. Dr. M. Lindner und Dr. T. Schwetz-Mangold 12.11.11

Blatt 3

Aufgabe 7: Das Sakato Modell

Betrachte das System aus drei Barionen: Neutron, Proton und Lambda (n, p, Λ). Es seien $a_i^\dagger$ und a_i die Erzeuger und Vernichter des jeweiligen Teilchens für $i \in \{n, p, \Lambda\}$. Gegeben seien die folgenden Operatoren:

$$B = a_p^\dagger a_p + a_n^\dagger a_n + a_\Lambda^\dagger a_\Lambda, \tag{1}$$

$$\tau_+ = a_p^\dagger a_n, \qquad \tau_- = a_n^\dagger a_p,$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2}\left(a_p^\dagger a_p - a_n^\dagger a_n\right),$$

$$B_+ = a_p^\dagger a_\Lambda, \qquad B_- = a_n^\dagger a_\Lambda,$$

$$C_+ = a_\Lambda^\dagger a_n, \qquad C_- = a_\Lambda^\dagger a_p,$$

$$N = \frac{1}{3}\left(a_p^\dagger a_p + a_n^\dagger a_n - 2a_\Lambda^\dagger a_\Lambda\right).$$

a) Welche Gruppe stellen die Operatoren (1) dar? Betrachte die Spur der Operatoren, es wird deutlich, dass es zwei Klassen bezüglich der Spur darunter gibt. Stellen diese Klassen auch Gruppen dar?

b) Wie viele Operatoren mit der Spur null können simultan diagonalisiert werden, d.h. Kommutieren mit einander? (Diese Anzahl bestimmt den Rang der Gruppe).

c) Ordne die Operatoren nach den gegenseitig kommutierenden und solchen, die Leiteroperatoren bezüglich der Diagonalen darstellen. Überzeuge dich, dass die Kommutator Beziehungen von dem unteren Diagramm korrekt dargestellt werden.

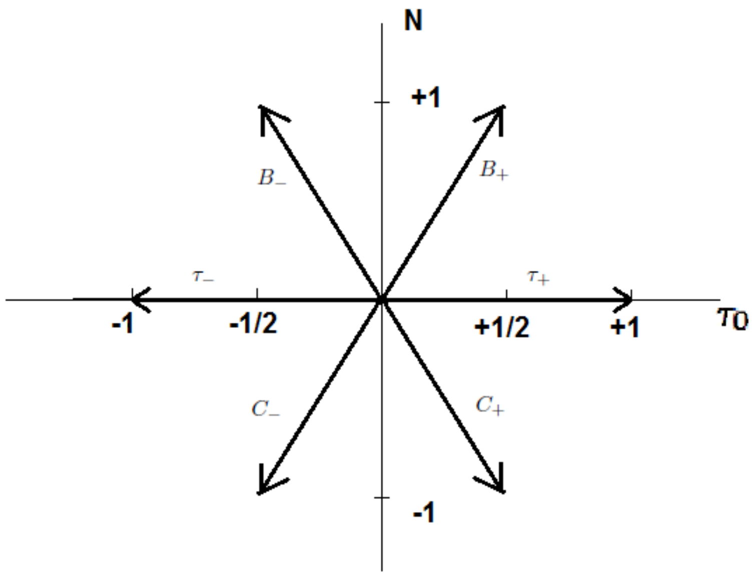

Abbildung 1: Wirkung der Operatoren im Diagramm mit N und τ_0 Eigenwerten

d) Betrachte das Tupel aus (n, p, Λ) und zeige, dass es von den Operatoren (1) in sich abgebildet wird. Stelle dies graphisch im N, τ_0 Diagramm dar. Führe das gleiche für die Antiteilchen $(\bar{n}, \bar{p}, \bar{\Lambda})$ durch.

e) Betrachte alle Zustände aus Teilchen und Antiteilchen z.B $|\bar{n}, p\rangle$ und stelle deren Transformationsverhalten im N, τ_0 Diagramm dar. Du wirst feststellen, dass es zwei Gruppen bezüglich des Transformationsverhaltens gibt. Welche sind es?

Aufgabe 8: Skalare Elektro-Dynamik

Gegeben sei die Lagrange Dichte eines skalaren und eines Vektor Feldes :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - (D_\mu \phi)^* D^\mu \phi - \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 + \mu^2 (\phi^* \phi), \qquad (2)$$

Lokale Eichsymmetrie koppelt das skalare Feld an das Vektorfeld über die kovariante Ableitung

$$D_\mu \phi := \partial_\mu \phi - ie A_\mu \phi.$$

a) Skizziere das Potential und finde das Minimum für das Skalare Feld.

b) Betrachte den Fall dass $\partial^0 \phi = \partial^0 \vec{A} = 0$ und $A_0 = 0$. Leite die Bewegungsgleichungen für $\vec{A}$ her und finde die Stromdichte $\vec{J}$ die die Quelle für das Eichpotential ist.

c) Zeige, dass in der gebrochenen Phase die Stromdichte $\vec{J} = e^2 v^2 \vec{A}$ ist, wobei v der Vakuum Erwartungswert (kurz vev) des Skalarfeldes ist und wir daher $\Delta \vec{B} = e^2 v^2 \vec{B}$ haben. Was bedeutet das physikalisch?

d) Der Widerstand R eines Systems ist definiert als $\vec{E} = R\vec{J}$. Zeige, dass in der gebrochenen Phase $R = 0$ und das System damit supraleitend ist.

Tutorium:
Montag 9:15 - 10:45 im Raum 303c (SR) Philosophen-weg 12

Tutor:
Juri Smirnov, E-Mail: `juri.smirnov@mpi-hd.mpg.de`