Mathematik für Studierende der Biologie – Wintersemester 2019/20

Verständnistest 10

---

a) Wie untersucht man, ob eine Matrix A invertierbar ist?

b) Sei

$$f : \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$$
$$(x, y, z) \mapsto \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \cdot x\,.$$

Berechnen Sie den Gradienten $grad(f) = \vec{\nabla} f$.

c) Zeigen Sie, dass

$$f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$(x, y, z) \mapsto -(z^2 + x^2 + \frac{y^3}{y})$$

beim Ursprung ein absolutes Maximum hat

d) Gehen Sie auf die Website

http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/inversematrix.htm

und berechnen Sie selbstständig zu *mindestens* 10 zufällig generierten 3×3 −Matrizen die dazugehörigen Determinanten und Inversen.

e) Gehen Sie auf die Website

http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/gleichungssysteme.htm

und lösen Sie *mindestens* 20 lineare Gleichungssysteme (mit mindestens 4 Variablen) mit dem Gauß-Algorithmus.

Die Lösungen finden Sie auf der nächsten Seite.

Musterlösungen

a) Damit eine Matrix A invertierbar ist, muss ihre Determinante ungleich Null sein, also $\det(A) \neq 0$.

b) $\vec{\nabla} f = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\sqrt{x}} + \sqrt{z} \\ \frac{1}{2\sqrt{y}} \\ \frac{x}{2\sqrt{z}} \end{pmatrix}$

c) $f(x, y, z) = -(z^2 + x^2 + y^2)$. Da der Ausdruck innerhalb der Klammer als Summe von Quadratzahlen immer größer-gleich Null ist, gilt $f \leq 0$ für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$. Es gilt nur $f = 0$, wenn $x = y = z = 0$. Damit muss beim Ursprung ein absolutes Maximum vorliegen.

q.e.d

d) Rechnen Sie so viele Aufgaben wie möglich!

e) Rechnen Sie so viele Aufgaben wie möglich!