

7. Übung: Parallelisierung der Finite Elemente Methode.

1. Bei der Parallelisierung der Finite Elemente Methode werden addierende und überlappende Vektoren eingeführt (vgl. Vorlesung). Dabei muß in jedem Iterationsschritt des PCG-Verfahrens ein addierender Vektor in einen überlappenden umgewandelt werden. Man entwickle ein Unterprogramm, das diese Umwandlung ausführt. Man teste dieses Unterprogramm an folgendem Beispiel:

- FE-Netz aus Abbildung 1, k mal uniform verfeinert, $k = 2, 3, 4$, mit bilinearen Elementen,
- 7 Prozessoren, jeder Prozessor erhält genau eines der 7 Grobelemente
- und wandle den addierenden Vektor um, der zur rechten Seite $f = 1$ gehört.

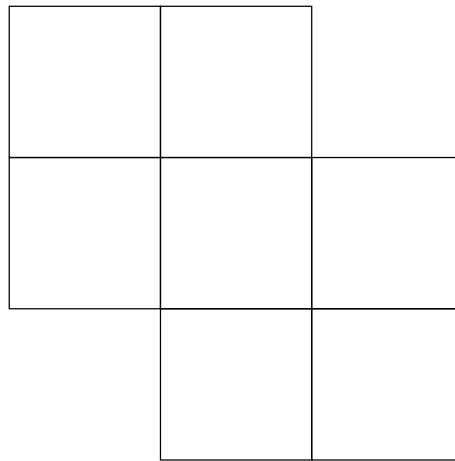


Abbildung 1: FE-Grobnetz zu Aufgabe 1.

Für die praktische Ausführung nutze man die Datenstruktur `IGLOB`, die die Information der Booleschen Matrizen H_p , $p = 0, \dots, 6$, speichert. `IGLOB` ist ein Integer Vektor, der zu jedem Koppelknoten auf Prozessor p die globale Knotennummer enthält. Beispiel (4. Übung, 3. Aufgabe):

- 0. Prozessor: $\text{IGLOB}=[2\ 1\ 4]^T$,
 - 1. Prozessor: $\text{IGLOB}=[1\ 2\ 3\ 4\ 5]^T$,
 - 2. Prozessor: $\text{IGLOB}=[2\ 3\ 5]^T$.
2. Das Verfahren aus Aufgabe 1 ist meist zu aufwändig, insbesondere wenn die Anzahl der Verfeinerungen k groß wird. Die Ursache ist, daß die meisten Koppelknoten (Menge C) zur Menge E und nur wenige zur Menge V gehören und die Information von Knoten der Menge E nur auf 2 Prozessoren verteilt wird. Deshalb beschränkt sich die Datenstruktur `IGLOB` nur auf die Knoten der Menge V . Knoten der Menge E werden mittels einer Datenstruktur `KETTE` erfaßt.
- (a) Welche Informationen muß diese Datenstruktur enthalten?
 - (b) Kann man durch eine günstige Numerierung der Knoten zur Menge E die Datenstruktur `KETTE` etwas reduzieren?

- (c) Analog zu Aufgabe 1 entwickle man ein Unterprogramm zur Umwandlung eines addierenden Vektors in einen überlappenden unter Nutzung dieser Datenstruktur und teste dies an dem Beispiel aus Aufgabe 1.
3. Wie läßt sich das Multi-grid Verfahren parallelisieren? Welche Schwierigkeiten treten auf, wenn der Gauß-Seidel Glätter genutzt wird?