

Kurt Danzl, ON K 007 pressure equipment

Spezialfragen der Statik und Druckberechnung

Vergleichsweise Schnittkraftermittlung an drucktragenden stählernen Armaturen zu ÖNORM EN 12516-2

Vorwort und Erläuterungen:

Die Berechnungsverfahren für drucktragende Gehäuse von Armaturen aus Stahl ist in ÖNORM EN 12516-2 geregelt. In 'Bild 3 – Querschnitte' sind allgemein Grundkörper mit ovalem und rechteckigem Querschnitt und solche mit rechteckigen und ausgerundeten Ecken mit variablem Ausrundungsradius ('Kantenabrundung') dargestellt. Hierbei handelt es sich stets um zu den Querschnitts-Hauptachsen doppeltsymmetrische Querschnittsformen. Dies vereinfacht die Ermittlung der Schnittkräfte infolge Innendruckbeaufschlagung nach Theorie 1. Ordnung wesentlich. Der Bemessung liegt das Verfahren 'Elastisch-Plastisch' zu Grunde. Darüber hinaus wird seitens des Verfassers optional auf die elastische Bemessung der Wandstärke der örtlich stark gekrümmten Schale des Armaturengehäuses hingewiesen. Das Ebenbleiben des Querschnittes nach Bernoulli, auf Basis linearer Dehnungsverteilung, bedingt eine hyperbolische Verteilung der Biegenormalspannungen, mit einem Spannungs-Peak an der Innenlaibung des drucktragenden Gehäuses, dem Ort der größten Krümmung. Allerdings liefert die Bemessung auf der Grundlage des voll plastischen Zustandes, wie im Standard angeführt, mit Gleichung (22) die theoretische Mindestwanddicke, unter Berücksichtigung des Schweißfaktors k_c . Der Schweißfaktor k_c ist in Abschnitt 7.2.1 geregelt. Die Berechnungsnennspannungen für drucktragende Teile außer Schrauben sind Tabelle 2 zu entnehmen. Diese entsprechen, wie in ÖNORM EN 12516-2 im Anhang ZA zitiert, den grundlegenden Anforderungen der EU-Richtlinie 97/23/EG (DGRL) bzw. 2014/68/EU (PED). Entsprechend der Anmerkung zu Tabelle 2 und wie im Anhang ZA in Tabelle ZA.1 zu lesen, ist unter dem Begriff 'Berechnungsnennspannung' die 'zulässige (allgemeine) Membranspannung' zu verstehen.

Die darüber hinaus in 7.2.5.1 erläuterten Anwendungsgrenzen sind jedenfalls zu berücksichtigen.

Es ist vorteilhaft zum Lesen dieses Artikels, gegenständlich zitierte Norm zur Hand zu nehmen. Mit diesem Artikel setzt der Verfasser den mit seiner Publikation [9] eingeschlagenen Weg fort und setzt diesen auf den ovalen Querschnitt um.



1. Problemstellung

In Bild 6 'Beispiele für Querschnittsveränderungen in ovalen Grundkörpern' des zitierten Standards [2] ist in der Scheitelzone des Einlaufstutzens vom abgeflachten Oval im Schnitt A bis hin zur Kreisform im Schnitt B die Rede. In 7.2.5.2 sind die ovalen Querschnitte abgehandelt. In Bild 5 finden wir dazu die Berechnungsbeiwerte B_n grafisch aufbereitet, u. z. in Funktion von $\frac{b_1}{b_2}$, den lichten Weiten, des ovalen Querschnittes, gemessen entlang den Hauptachsen $y_{,1}$ und $z_{,2}$ (Abb. 8) zwischen den Scheitelpunkten 1 und 2 des Armaturengehäuses. Wichtig zu wissen, in ÖNORM EN 12516-2 wie in Schwaigerer, Mühlenbeck [1], dort unter Vierkant-Rohre, werden die Berechnungsbeiwerte B_n zur Ermittlung der Biegemomente wie Normalkräfte auf die lichten Weiten b_1, b_2 bezogen, und in Bild 5 wie Bild 7, diese Maße jenen auf die Schalenmittelfläche bezogenen gleichgesetzt. Die Biegemomente infolge Innendruck p , und diesen widmet sich die vorliegende Publikation, sind durch die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ wie folgt bestimmt:

$$M_{1,2,3} = B_{1,2,3} \left(\frac{b_2}{2}\right)^2 p \dots(1).$$

Es sind mit diesem Artikel auch für den ovalen Querschnitt gem. [2], Bild 3a die Bestimmungsgleichungen für die Berechnungsbeiwerte B_n vergleichsweise ermittelt und in verfeinerter Form jenen in Bild 5 der ÖNORM EN 12516-2 gegenübergestellt. Dazu muss nicht unmittelbar weiterführende Literatur [6] zur Hand genommen werden. Denn die Berechnungsbeiwerte B_n werden in Abschnitt 5 dieses Artikels explizit ausgewiesen.

2. Doppelsymmetrischer, geschlossener Rechteckquerschnitt mit Eckausrundung (Radius r) unter Innendruck

In Rückschau auf [9] wird für die in Bild 3 gegenständlicher Norm dargestellte Querschnittsform, dem geschlossenen Rechteck mit Eckausrundung r , die Ermittlung o. a. Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ mittels Nomogramm erläutert; mit den auf das Querschnittsviertel bezogenen Hauptabmessungen a und b entsprechend Schwaigerer, Mühlenbeck [1]. Dieses Nomogramm des Verfassers findet sich ebenso in Bild 7 von ÖN EN 12516-2. Es sind hier darüber hinaus, zur exakteren rechnerischen Interpolation der dimensionslosen Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$, diese im Anschluss tabellarisch aufbereitet, u. z. für $\frac{r}{b_2}$ gem. Norm [2] wie $\frac{r}{a}$ entsprechend [1].

2.1 Erläuterungen zum Nomogramm (Abb.2 und Tabelle 1)

Das Nomogramm beinhaltet prinzipiell die grafische Aufbereitung der dimensionslosen Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ zur Ermittlung der extremalen Biegemomente in Stiel, Riegel und im Bereich der kreisförmig ausgerundeten "Rahmen-Ecke" doppelt-symmetrischer geschlossener Rahmen unter Innendruck p [1], ermittelt für unterschiedliche geometrische Verhältnisse $\frac{b}{a}$ und $\frac{r}{a}$, analog dem Verfahren von Baumann für Vierkant-Rohre unbegrenzter Länge.

Die Beiwerte $B_{1,2,3}$ können aus dem Nomogramm extrapoliert werden. Die Kennfaser liegt an der Querschnittsaußenberandung (Abb. 1), mit positivem Biegemoment, so diese gezogen wird.



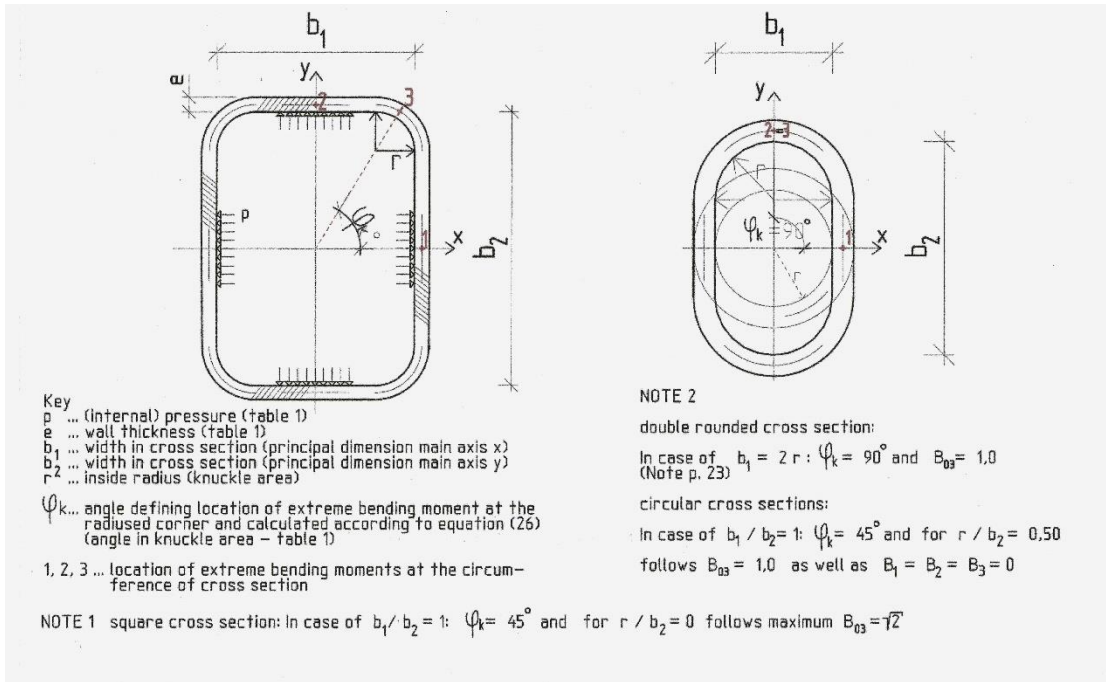
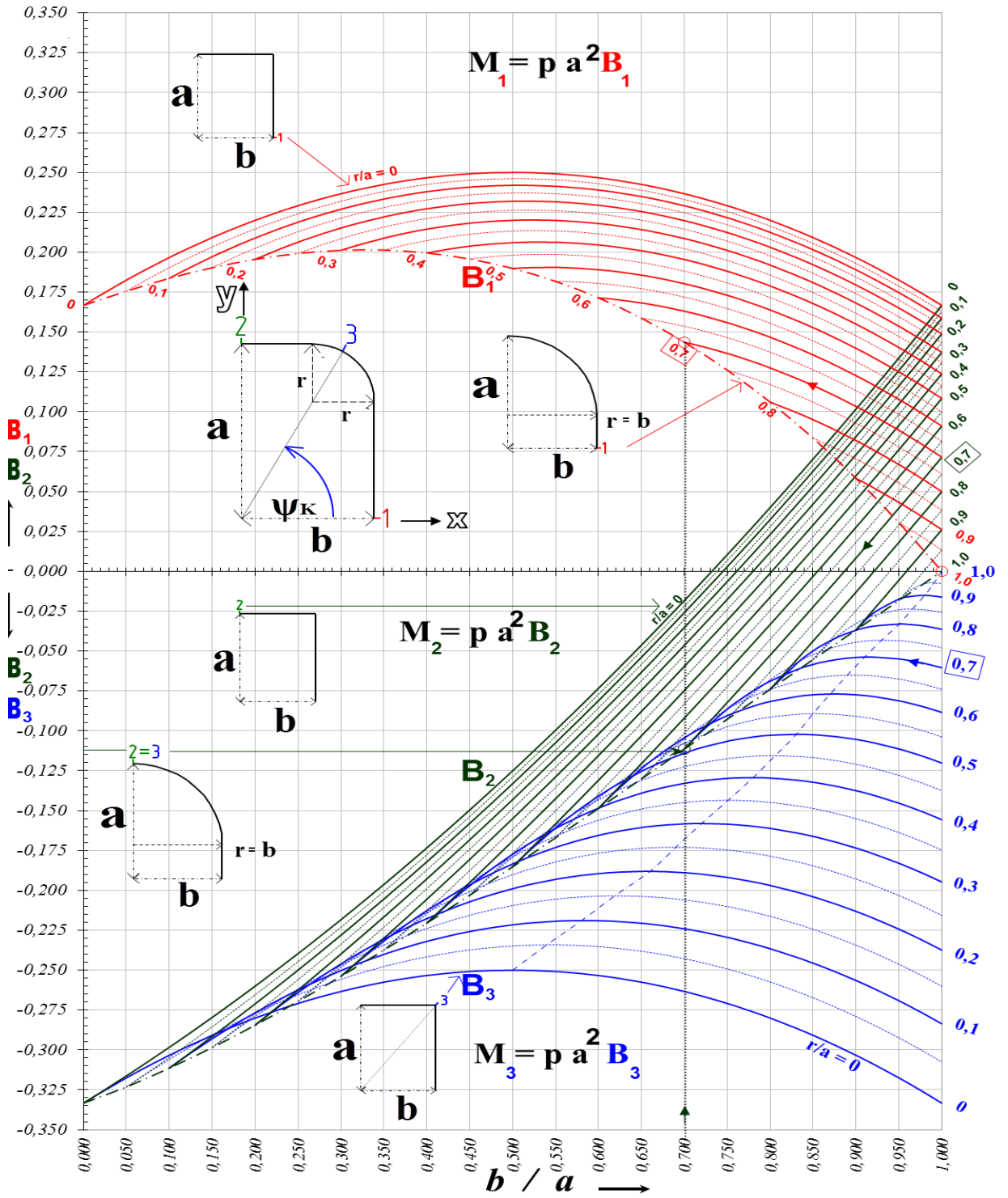


Abb. 1: Armaturquerschnitt in Abstimmung mit Bemaßung in ÖN EN 12516-2, Bild 3 (skizzierter Vorschlag des Verfassers zu Draft prEN 12516-2: Edition 2011-11-01(E), im Rahmen seiner Tätigkeit als Komitee Mitglied in ON K 007, pressure equipment)

Weiters wird vereinfachend von einer konstanten Verteilung der Biegesteifigkeit ausgegangen. Aufgrund der Doppelsymmetrie ist im Nomogramm stets das Rahmenviertel dargestellt. Dimensionsreines Einsetzen der Größen in die Gleichungen für die Biegemomente wird vorausgesetzt.



Abb. 2: Nomogramm für die dimensionslosen Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ zur Ermittlung der am Umfang (Querschnittsviertel) extremalen Biegemomente (vgl. ÖN EN 12516-2, Bild 7)



2.2 Tabelle 1 - Tabellarische Aufbereitung der dimensionslosen Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ zu Abb. 2 entsprechend [9]

exactly the same amounts for B1 using Draft EN 12516-2 or K. Danzl [9]																					
b1/b2	$r / b_2^{1)}$ (B1 according to Draft EN 12516-2 Edition:2011-11-01 ²⁾ , equation (35))																				
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
b / a	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
1,00	0,167	0,163	0,159	0,154	0,149	0,143	0,137	0,131	0,124	0,116	0,108	0,100	0,091	0,082	0,072	0,061	0,050	0,038	0,026	0,013	0,000
0,95	0,183	0,179	0,175	0,170	0,165	0,160	0,154	0,147	0,140	0,133	0,125	0,117	0,108	0,098	0,088	0,078	0,067	0,055	0,043	0,030	
0,90	0,197	0,193	0,189	0,184	0,179	0,174	0,168	0,162	0,155	0,148	0,140	0,131	0,123	0,113	0,103	0,093	0,082	0,070	0,058		
0,85	0,209	0,205	0,202	0,197	0,192	0,187	0,181	0,175	0,168	0,161	0,153	0,144	0,136	0,126	0,116	0,106	0,095	0,083			
0,80	0,220	0,216	0,212	0,208	0,203	0,198	0,192	0,186	0,179	0,172	0,164	0,156	0,147	0,137	0,127	0,117	0,106				
0,75	0,229	0,226	0,222	0,217	0,212	0,207	0,201	0,195	0,188	0,181	0,173	0,165	0,156	0,146	0,137	0,126					
0,70	0,237	0,233	0,229	0,225	0,220	0,214	0,209	0,202	0,195	0,188	0,180	0,172	0,163	0,154	0,144						
0,65	0,243	0,239	0,235	0,230	0,225	0,220	0,214	0,208	0,201	0,194	0,186	0,177	0,168	0,159							
0,60	0,247	0,243	0,239	0,234	0,229	0,224	0,218	0,212	0,205	0,197	0,189	0,180	0,171								
0,55	0,249	0,245	0,241	0,237	0,232	0,226	0,220	0,213	0,206	0,199	0,190	0,182									
0,50	0,250	0,246	0,242	0,237	0,232	0,226	0,220	0,213	0,206	0,198	0,190										
0,45	0,249	0,245	0,241	0,236	0,231	0,225	0,218	0,211	0,204	0,196											
0,40	0,247	0,242	0,238	0,233	0,227	0,221	0,214	0,207	0,200												
0,35	0,243	0,238	0,233	0,228	0,222	0,216	0,209	0,201													
0,30	0,237	0,232	0,227	0,221	0,215	0,208	0,201														
0,25	0,229	0,224	0,219	0,213	0,206	0,199															
0,20	0,220	0,215	0,209	0,203	0,196																
0,15	0,209	0,203	0,197	0,190																	
0,10	0,197	0,190	0,184																		
0,05	0,183	0,176																			
0,00	0,167																				
exactly the same amounts for B2 using Draft EN 12516-2 or K. Danzl [9]																					
b1/b2	$r / b_2^{1)}$ (B2 according to Draft EN 12516-2 Edition: 2011-11-01 ²⁾ , equation (36))																				
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
b / a	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
1,00	0,167	0,163	0,159	0,154	0,149	0,143	0,137	0,131	0,124	0,116	0,108	0,100	0,091	0,082	0,072	0,061	0,050	0,038	0,026	0,013	0,000
0,95	0,134	0,130	0,126	0,121	0,116	0,111	0,105	0,098	0,091	0,084	0,076	0,068	0,059	0,050	0,040	0,029	0,018	0,007	-0,006	-0,018	
0,90	0,102	0,098	0,094	0,089	0,084	0,079	0,073	0,067	0,060	0,053	0,045	0,036	0,028	0,018	0,008	-0,002	-0,013	-0,025	-0,037		
0,85	0,070	0,067	0,063	0,058	0,053	0,048	0,042	0,036	0,029	0,022	0,014	0,006	-0,003	-0,012	-0,022	-0,033	-0,044	-0,055			
0,80	0,040	0,036	0,032	0,028	0,023	0,018	0,012	0,006	-0,001	-0,008	-0,016	-0,024	-0,033	-0,043	-0,053	-0,063	-0,074				
0,75	0,010	0,007	0,003	-0,002	-0,006	-0,012	-0,018	-0,024	-0,031	-0,038	-0,046	-0,054	-0,063	-0,072	-0,082	-0,093					
0,70	-0,018	-0,022	-0,026	-0,030	-0,035	-0,041	-0,046	-0,053	-0,060	-0,067	-0,075	-0,083	-0,092	-0,101	-0,111						
0,65	-0,046	-0,050	-0,054	-0,058	-0,063	-0,069	-0,075	-0,081	-0,088	-0,095	-0,103	-0,112	-0,121	-0,130							
0,60	-0,073	-0,077	-0,081	-0,086	-0,091	-0,096	-0,102	-0,108	-0,115	-0,123	-0,131	-0,140	-0,149								
0,55	-0,100	-0,103	-0,107	-0,112	-0,117	-0,123	-0,129	-0,135	-0,143	-0,150	-0,158	-0,167									
0,50	-0,125	-0,129	-0,133	-0,138	-0,143	-0,149	-0,155	-0,162	-0,169	-0,177	-0,185										
0,45	-0,150	-0,154	-0,158	-0,163	-0,168	-0,174	-0,181	-0,187	-0,195	-0,203											
0,40	-0,173	-0,178	-0,182	-0,187	-0,193	-0,199	-0,206	-0,213	-0,220												
0,35	-0,196	-0,201	-0,205	-0,211	-0,217	-0,223	-0,230	-0,237													
0,30	-0,218	-0,223	-0,228	-0,234	-0,240	-0,247	-0,254														
0,25	-0,240	-0,245	-0,250	-0,256	-0,262	-0,270															
0,20	-0,260	-0,265	-0,271	-0,277	-0,284																
0,15	-0,280	-0,285	-0,292	-0,298																	
0,10	-0,298	-0,305	-0,311																		
0,05	-0,316	-0,323																			
0,00	-0,333																				
exactly the same amounts for B3 using Draft EN 12516-2 or K. Danzl [9]																					
b1/b2	$r / b_2^{1)}$ (B3 according to Draft EN 12516-2 Edition: 2011-11-01 ²⁾ , equation (37))																				
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
b / a	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
1,00	-0,333	-0,308	-0,284	-0,260	-0,237	-0,216	-0,195	-0,175	-0,156	-0,137	-0,120	-0,104	-0,088	-0,074	-0,060	-0,048	-0,036	-0,026	-0,016	-0,008	0,000
0,95	-0,318	-0,292	-0,269	-0,246	-0,224	-0,203	-0,183	-0,164	-0,145	-0,128	-0,111	-0,096	-0,081	-0,068	-0,055	-0,043	-0,033	-0,024	-0,017	-0,018	
0,90	-0,303	-0,279	-0,256	-0,234	-0,213	-0,193	-0,173	-0,155	-0,137	-0,121	-0,105	-0,091	-0,077	-0,065	-0,054	-0,044	-0,037	-0,033	-0,037		
0,85	-0,291	-0,267	-0,246	-0,224	-0,204	-0,185	-0,166	-0,149	-0,132	-0,117	-0,102	-0,089	-0,077	-0,067	-0,058	-0,052	-0,050	-0,055			
0,80	-0,280	-0,257	-0,237	-0,216	-0,197	-0,179	-0,161	-0,145	-0,130	-0,116	-0,103	-0,091	-0,082	-0,074	-0,069	-0,068	-0,074				
0,75	-0,271	-0,249	-0,229	-0,210	-0,192	-0,175	-0,158	-0,144	-0,130	-0,117	-0,107	-0,097	-0,090	-0,086	-0,086	-0,093					
0,70	-0,263	-0,243	-0,224	-0,206	-0,189	-0,173	-0,158	-0,145	-0,133	-0,122	-0,114	-0,108	-0,104	-0,105	-0,111						
0,65	-0,258	-0,238	-0,221	-0,204	-0,188	-0,174	-0,161	-0,149	-0,139	-0,131	-0,125	-0,123	-0,124	-0,130							
0,60	-0,253	-0,235	-0,219	-0,204	-0,189	-0,177	-0,165	-0,156	-0,148	-0,143	-0,141	-0,142	-0,149								
0,55	-0,251	-0,234	-0,219	-0,205	-0,193	-0,182	-0,173	-0,166	-0,161	-0,159	-0,161	-0,167									
0,50	-0,250	-0,235	-0,222	-0,209	-0,199	-0,190	-0,183	-0,179	-0,177	-0,179	-0,185										
0,45	-0,251	-0,237	-0,226	-0,216	-0,207	-0,201	-0,197	-0,195	-0,197	-0,203											
0,40	-0,253	-0,242	-0,232	-0,224	-0,218	-0,214	-0,213	-0,215	-0,220												
0,35	-0,258	-0,248	-0,240	-0,234	-0,231	-0,230	-0,232	-0,237													
0,30	-0,263	-0,256	-0,250	-0,247	-0,246	-0,248	-0,254														
0,25	-0,271	-0,265	-0,262	-0,262	-0,264	-0,270															
0,20	-0,280	-0,277	-0,277	-0,279	-0,284																
0,15	-0,291	-0,291	-0,293	-0,298																	
0,10	-0,303	-0,306	-0,311																		
0,05	-0,318	-0,323																			
0,00	-0,333																				

2.3 Anmerkungen

In [9] finden sich auch Beziehungen für unterschiedliche Trägheitsmomente für Stiel, Riegel sowie Bogen, wie sie vergleichsweise bei rechteckigen Vierkant-Rohren den unterschiedlichen Wandstärken für die kurze wie die lange Querschnittswange und den Kantenbereich entsprechen. Im Bereich der Eckausrundung wird hinsichtlich der Bemessung gem. E-Theorie nochmals auf die hyperbolische Biegnormalspannungsverteilung in stark gekrümmten Biegeträgern verwiesen.

3. Der ovale Querschnitt (Bild 3a in ÖNORM EN 12516-2: Edition 2014-12-01 Industrial Valves – Shell design strength Part 2: Calculation method for steel valve shells)

Dort wird das ellipsenförmige Oval sowie das Oval per se angesprochen. In Abb. 3 sind die Grenzfälle für die Scheitelausrundung beginnend mit dem Halbkreis, für das ellipsenförmige Oval [7], dann für die vom Verfasser gewählte 'völlige Ellipse' mit fixem großen Scheitelkreis R_1 in Scheitelpunkt 1 und angepasstem kleinen R_2 in 2 sowie vice versa die 'schlanke Ellipse' mit festem kleinen Scheitelkreis R_2 in 2 und angepasstem großen R_1 in Scheitelpunkt 1 einander gegenübergestellt. In Querschnittspunkt 3 stoßen sich die Radien. Das ellipsenförmige Oval [7] liegt, wie Abb. 3 zu entnehmen, zwischen halbkreisförmiger Ausrundung und 'völliger Ellipse'.

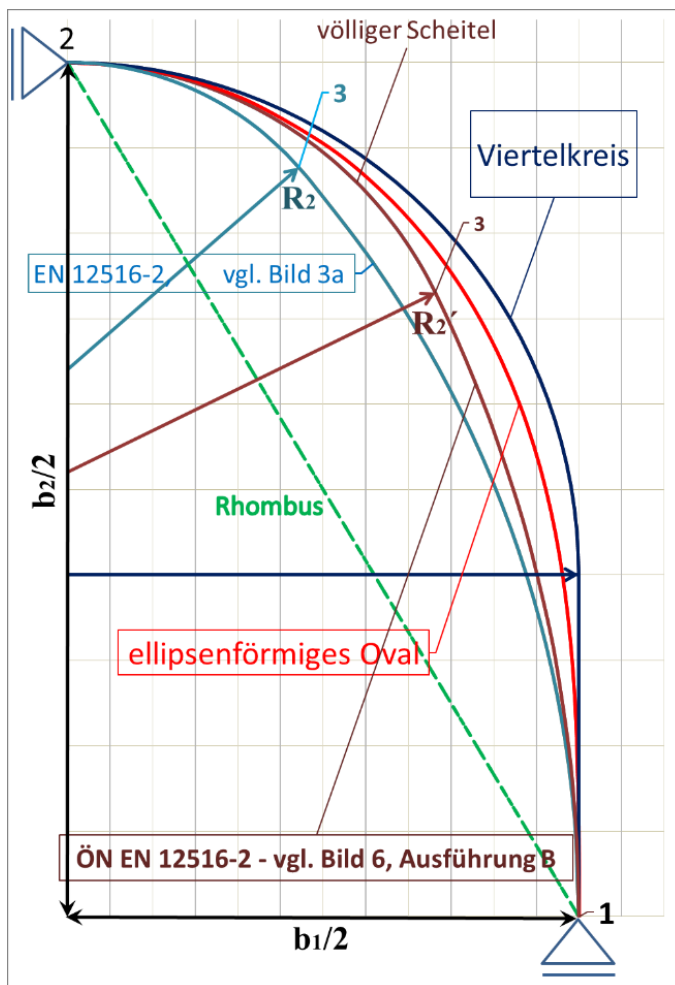


Abb. 3: Vergleich der vom Verfasser gewählten Querschnittskonturen mit Bild 3 und Bild 6 der ÖN EN 12516-2 sowie dem ellipsenförmigen Oval gem. [7]

In ÖNORM EN 12516-2 wird jedoch von dieser mathematischen Formulierung Abstand genommen und es werden gem. Bild 6 ausschließlich zu den Hauptachsen doppelt-symmetrische Querschnitte behandelt. So kann der vom

Verfasser in Publikation [9] eingeschlagene Weg fortgesetzt werden. Die doppelt-symmetrischen, geschlossenen Querschnittsformen sind auf Grund der Symmetrie lediglich einfach statisch unbestimmt. Denn in den Scheitelpunkten 1 und 2, dem Ort der extremalen Biegemomente, werden einerseits die Querkräfte zu Null und andererseits ist auf Grund der Doppelsymmetrie die Größe der Normalkräfte bekannt.

An sich ist es nicht sonderlich schwierig auch für das Oval (klassische Ei-Form [7]), mit seiner nur einfach symmetrischen Querschnittsform, für die Innendruckbeaufschlagung die Schnittkräfte zu ermitteln. Jedoch ist es, bedingt durch seine einfache Symmetrie 2. Grades unbestimmt. Denn die Normalkraft muss als zweite statisch Unbestimmte eingeführt werden [8].

Die einfache statische Unbestimmtheit erfordert zur Schaffung des statisch bestimmten Grundsystems ein Gelenk, am Rechteckrahmen mit ausgerundeten Ecken definiert durch den Winkel φ_k gem. Abb. 1.

Es gilt
$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{1 - \frac{2r}{b_2}}{\frac{b_1 - \frac{2r}{b_2}}{b_2 - \frac{2r}{b_1}}} \dots (2), \text{ (in prEN 12516-2:2011-11-01 Glg.(26))} .$$

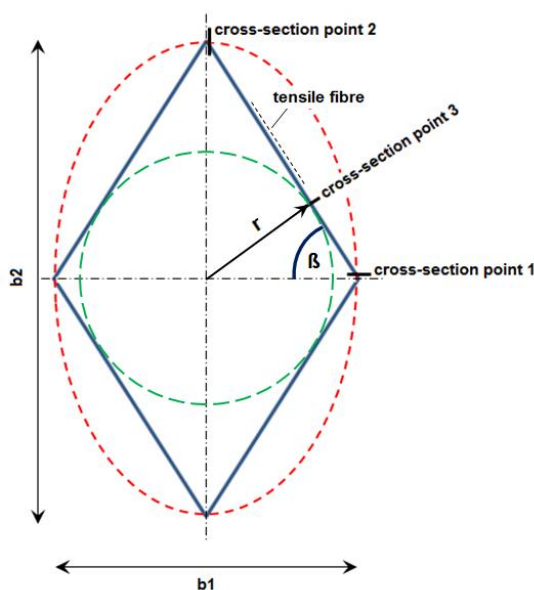
Dort, in Punkt 3, tangiert das umschriebene Rohr die 'Kantenabrundung'. Die Normalkraft ist maximal, und die Querkraft wird zu Null und damit das zugehörige Biegemoment als stat. Unbestimmte extremal.

4. Der auf Innendruck belastete rhombische Querschnitt als grobe Annäherung des 'ovalen'

Beim Rhombus, der geradlinigen Verbindung der Scheitelpunkte 1 mit 2, definiert das eingeschriebene Rohr mit dem Querschnittspunkt 3 (Abb. 4) den Ort des extremalen 'Feldmomentes' zwischen den Scheitelpunkten 1 und 2.

Die stark vereinfachte Querschnittsannäherung des tatsächlich 'ovalen' Armaturengehäuse-schnittes in Schnitt A, Bild 6 von ÖN EN 12516-2, als Rhombus liegt hinsichtlich der Größe der Scheitelbiegemomente und damit des Berechnungsbeiwertes B_2 im Querschnittspunkt 2 auf der sicheren Seite und wird deshalb im Vorfeld abgehandelt, ist als Ergänzung zu werten und soll dem Konstrukteur zur Offert-Legung eine erste grobe Wanddickenschätzung der Armatur ermöglichen unter Berücksichtigung von ÖN EN 12516-2, Abschnitt 7.

Abb. 4: Das vereinfachte Querschnitts-Rhombus als erste Annäherung des ovalen Armaturen-Gehäuse – Querschnittes.



Die Bestimmungsgleichungen für die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ lauten wie folgt:

$$B_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 \left(\frac{1}{3 \cos^2 \beta} - 1 \right) \text{ mit } \beta = \arctan \frac{b_2}{b_1} \dots (3),$$

$$B_2 = \left(\frac{1}{1 - \frac{b_1}{b_2} \sin \beta \cos \beta} - \frac{1}{2 \sin^2 \beta} \right) \left(1 - \frac{b_1}{b_2} \sin \beta \cos \beta \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 \left(\sin^2 \beta - \frac{1}{3 \cos^2 \beta} \right) \dots (4),$$

mit betragslich positiv eingetragenen B_2 in Tabelle 2 sowie Abb. 5 und

$$B_3 = -\frac{1}{2} \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 \left(\sin^2 \beta - \frac{1}{3 \cos^2 \beta} \right) \dots (5).$$

Die Größe der Zugkraft im Querschnittspunkt 3 ergibt sich zu:

$$F_{T3} = r \cdot p = \frac{b_1}{2} \sin \beta p \dots (6).$$

Die Calculation Coefficients $B_{1,2,3}$ sind in der Folge tabellarisch wie grafisch aufbereitet.

Tabelle 2: Berechnungsbeiwerte $B_{3,1,2}$ für Querschnittsrhombus

b1/b2	B3	B1	B2
0,001	0,1667	0,1667	0,3333
0,050	0,1658	0,1658	0,3329
0,100	0,1634	0,1633	0,3317
0,150	0,1594	0,1592	0,3296
0,200	0,1541	0,1533	0,3267
0,250	0,1477	0,1458	0,3229
0,300	0,1404	0,1367	0,3183
0,350	0,1325	0,1258	0,3129
0,400	0,1244	0,1133	0,3067
0,450	0,1162	0,0992	0,2996
0,500	0,1083	0,0833	0,2917
0,550	0,1010	0,0658	0,2829
0,600	0,0943	0,0467	0,2733
0,650	0,0886	0,0258	0,2629
0,700	0,0839	0,0033	0,2517
0,750	0,0804	-0,0208	0,2396
0,800	0,0782	-0,0467	0,2267
0,850	0,0774	-0,0742	0,2129
0,900	0,0779	-0,1033	0,1983
0,950	0,0799	-0,1342	0,1829
1,000	0,0833	-0,1667	0,1667



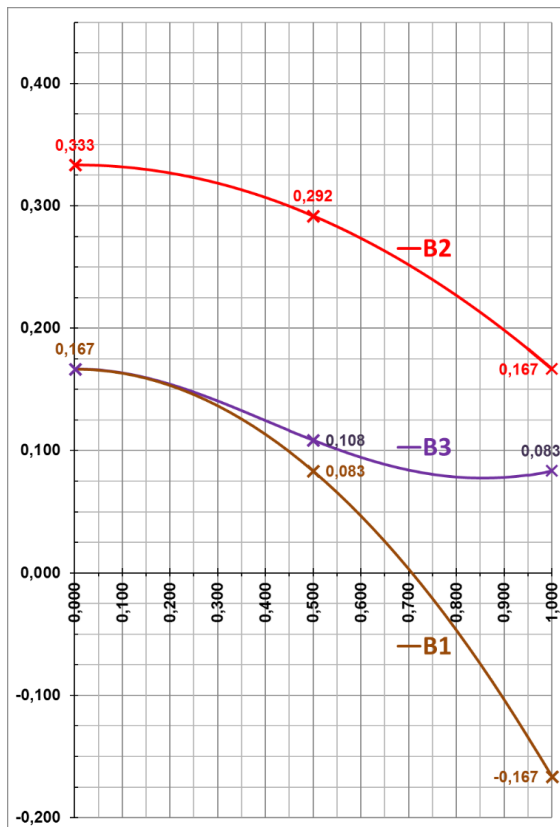


Abb. 5: Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ für den rhombischen Querschnitt für $0 < \frac{b_2}{b_1} \leq 1$

5. Ovaler Querschnitt (Bild 3a in ÖN EN 12516-2) angenähert durch Variation der Scheitelkreise einer Ellipse mit denselben Halbachsen $\frac{b_1}{2}, \frac{b_2}{2}$

5.1 Allgemeines

In einem zweiten Schritt werden die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ detaillierter ausgearbeitet, soll heißen auf Basis einer, wie zuvor erwähnten geeigneteren Approximation des in Bild 3a der ÖN EN 12516-2 dargestellten und als oval bezeichneten Querschnittes. Deshalb ist vorschlagshalber für besagte ovale Querschnittsform eine näherungsweise elliptische gewählt worden. Die 'ovale' wird durch die Scheitelkreise einer Ellipse angenähert. Einmal wird bei gegebenen Halbachsen $\frac{b_1}{2}, \frac{b_2}{2}$ der große Scheitelkreis R_1 (Querschnittspunkt 1) belassen und der kleine R_2 an den großen angepasst. R_2 vergrößert sich hierbei auf R_2' (Querschnittspunkt 2). Wie beim Korbbogen stoßen im gleichen Krümmungssinn zwei Kreisbögen mit unterschiedlichen Radien und einer gemeinsamen Tangente (Abb. 3) im Stoßpunkt aufeinander (Querschnittspunkt 3) [10].

Die erforderliche Kontinuität der Querschnittsgeometrie, im betrachteten Gehäuseschnitt der Armatur (ÖN EN 12516-2, Bild 6b, Ausführung B), bleibt offensichtlich auf diese Weise ausreichend gewahrt. Denn die so errechneten Calculation Coefficients $B_{1,2}$ für die 'Ellipsen-Scheitelpunkte' in Tabelle 3, weisen eine hohe Übereinstimmung mit jenen in Bild 5 der Norm ausschließlich grafisch aufbereiteten Berechnungsbeiwerten $B_{1,2}$ auf. Zudem steht jetzt für den Übergang von R_1 zu R_2' , also für den Stoßpunkt 3, dem Krümmungssprung, dem konstruktiven Ingenieur zusätzlich der Berechnungsbeiwert B_3 als Zwischenwert zur Verfügung. Für den trivialen Fall $\frac{b_1}{b_2} = 1$, also gleich einem Rohr (Abb. 1), folgt $B_n = B_{1,2,3} = 0$. Dies ist freilich rein von theoretischer Bedeutung; quasi als Plausibilitäts-Check. Schließlich ist das stählerne Schiebergehäuse, wie den Ausführungsbeispielen A und B in Bild 6a), 6b) zu entnehmen, eine räumlich veränderliche Schalenstruktur, sodass es die normativen Anwendungsgrenzen in 7.2.5.2

für die Berechnungsbeiwerte B_n zu beachten gilt. Wichtig erscheint der Literaturhinweis [4] in ÖNORM EN 12516-2, in diesem Artikel unter [6] eingereiht.

Wichtig sind die normativen Hinweise für die Querschnittsfolge zwischen Schnitt B und A in Bild 6 der Norm. Zitat: „Die von den Biegemomenten abhängigen Berechnungsbeiwerte, B_n , sind für ovale Querschnitte für die Stellen 1 und 2 in Abhängigkeit von $\frac{b_1}{b_2}$ in Bild 5 dargestellt“ und weiters: „Diese Werte, nämlich $B_{1,2}$, ergeben sich aus der analytischen Lösung der Gleichgewichtsgleichungen (Gleichgewichtsbedingungen) für gekrümmte Träger“. Und prinzipiell hat der Verfasser dieses Artikels auch das befolgt.

5.2

Die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ sind im Folgenden für die völligere und damit statisch günstigere Scheitelausrundung R_2' und vergleichsweise für die schlankere, gedrungene und stärker gekrümmte mit R_2 und angepasstem R_1' tabellarisch wie grafisch festgehalten. Wie zu erwarten, liefert im Scheitelpunkt 2 der Calculation Coefficient B_2 (punktierter Kurven-strang) für die Krümmung $\frac{1}{R_2}$ den ungünstigeren, demnach höheren und für die Wanddickenbe-messung der Armatur maßgeblichen Wert. Umgekehrt verhält es sich mit dem Scheitelpunkt 1. Hier reüssiert der Berechnungsbeiwert B_1 als größerer für die Annäherung der Armatur-/Gehäuseform durch den großen Scheitelkreis R_1 und den an diesen angepassten kleinen R_2' (Abb. 3) im Bereich $0 < \frac{b_2}{b_1} \leq 1$.

Tabelle 3a: $B_{1,2,3}$ für R_2' und R_1

b1/b2	B1	(-B2)	(-B3)
0,001	0,16676	0,33324	0,33274
0,050	0,17121	0,32754	0,30322
0,100	0,17520	0,31980	0,27277
0,150	0,17841	0,31034	0,24247
0,200	0,18067	0,29933	0,21277
0,250	0,18180	0,28695	0,18405
0,300	0,18165	0,27335	0,15664
0,350	0,18009	0,25866	0,13080
0,400	0,17701	0,24299	0,10677
0,450	0,17232	0,22643	0,08473
0,500	0,16594	0,20906	0,06483
0,550	0,15780	0,19095	0,04720
0,600	0,14785	0,17215	0,03192
0,650	0,13606	0,15269	0,01908
0,700	0,12239	0,13261	0,00872
0,750	0,10681	0,11194	0,00088
0,800	0,08932	0,09068	-0,00441
0,850	0,06990	0,06885	-0,00715
0,900	0,04854	0,04646	-0,00732
0,950	0,02524	0,02351	-0,00494
1,000	0,00000	0,00000	0,00000

Tabelle 3b: $B_{1,2,3}$ für R_2 und R_1'

B1/b2	(-B2)	B1	(-B3)
0,001	0,33333	0,16667	0,33333
0,050	0,33198	0,16677	0,32972
0,100	0,32800	0,16700	0,31988
0,150	0,32156	0,16719	0,30521
0,200	0,31288	0,16712	0,28694
0,250	0,30220	0,16655	0,26614
0,300	0,28972	0,16528	0,24371
0,350	0,27566	0,16309	0,22040
0,400	0,26019	0,15981	0,19679
0,450	0,24346	0,15529	0,17340
0,500	0,22560	0,14940	0,15060
0,550	0,20671	0,14204	0,12871
0,600	0,18688	0,13312	0,10798
0,650	0,16618	0,12257	0,08860
0,700	0,14466	0,11034	0,07072
0,750	0,12235	0,09640	0,05447
0,800	0,09930	0,08070	0,03992
0,850	0,07553	0,06322	0,02716
0,900	0,05104	0,04396	0,01623
0,950	0,02587	0,02288	0,00716
1,000	0,00000	0,00000	0,00000

Die Berechnungsbeiwerte B_3 liegen für die Krümmung $\frac{1}{R_2}$ im Scheitelpunkte 2 beachtlich über jenen, die sich für $\frac{1}{R_2}$ in 2 ergeben. Warum? Der Stoßpunkt 3 der Radien im Übergang von R_1' zu R_2 rückt entsprechend Abb. 3 deutlich näher an den Scheitelpunkt 2, dem Ort des extremalen Biegemomentes heran.



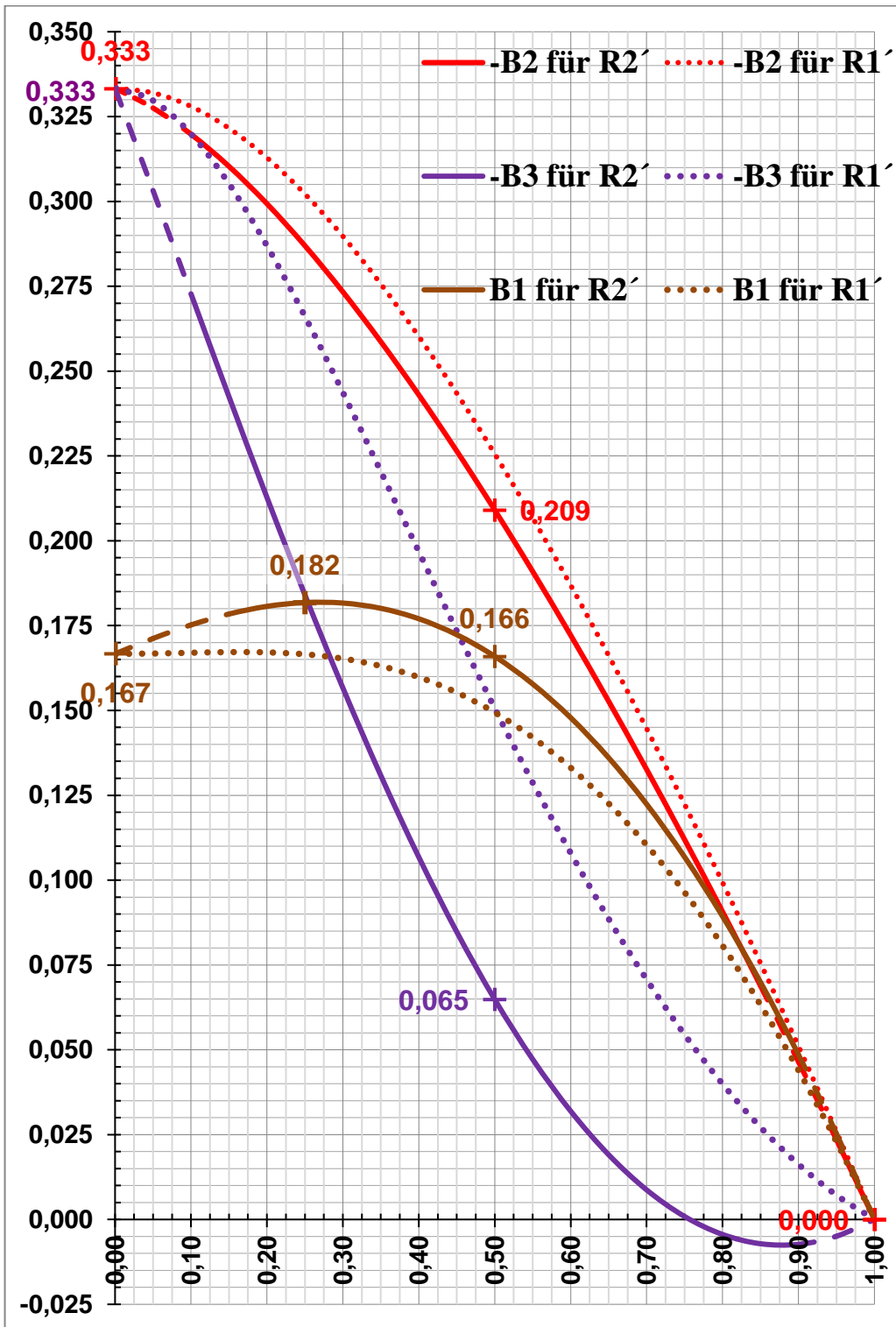


Abb. 6: Berechnungskoeffizienten $B_{1,2,3}$ für ovalen Querschnitt im Bereich von $0 < \frac{b_2}{b_1} \leq 1$ im Vergleich zu Abb. 5 in ÖN EN 12516-2 (konstante Wandstärke über den Umfang des Armaturenquerschnittes).

5.3 Bestimmungsgleichungen für die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$

5.3.1 $B_{1,2,3}$ für Variation der Scheitelausrundung $R_2 \rightarrow R_2'$ in Querschnittspunkt 2.

Die Anschlusswinkel im Gradmaß im Stoßpunkt 3 sind definiert mit



$$\varphi_2 = 2 \cdot \arctan \frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1}}{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} + 1} \dots (7) \text{ und } \varphi_1 = 90^\circ - \varphi_2 \dots (8).$$

Die Systemlinie des ovalen Querschnittes ist definiert mit dem Scheitelkreis R_1 in Querschnittspunkt 1 und dem angepassten kleinen R_2' in 2. Zur rationalen Ermittlung der Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ sind nachstehende Terme gewählt worden:

$$2 \cdot \frac{R_1}{b_2} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} \dots (9) \text{ sowie } 2 \cdot \frac{R_2'}{b_2} = 1 - \left(\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} - \left(\frac{b_1}{b_2}\right) \right) \cdot \tan \varphi_1 \dots (10).$$

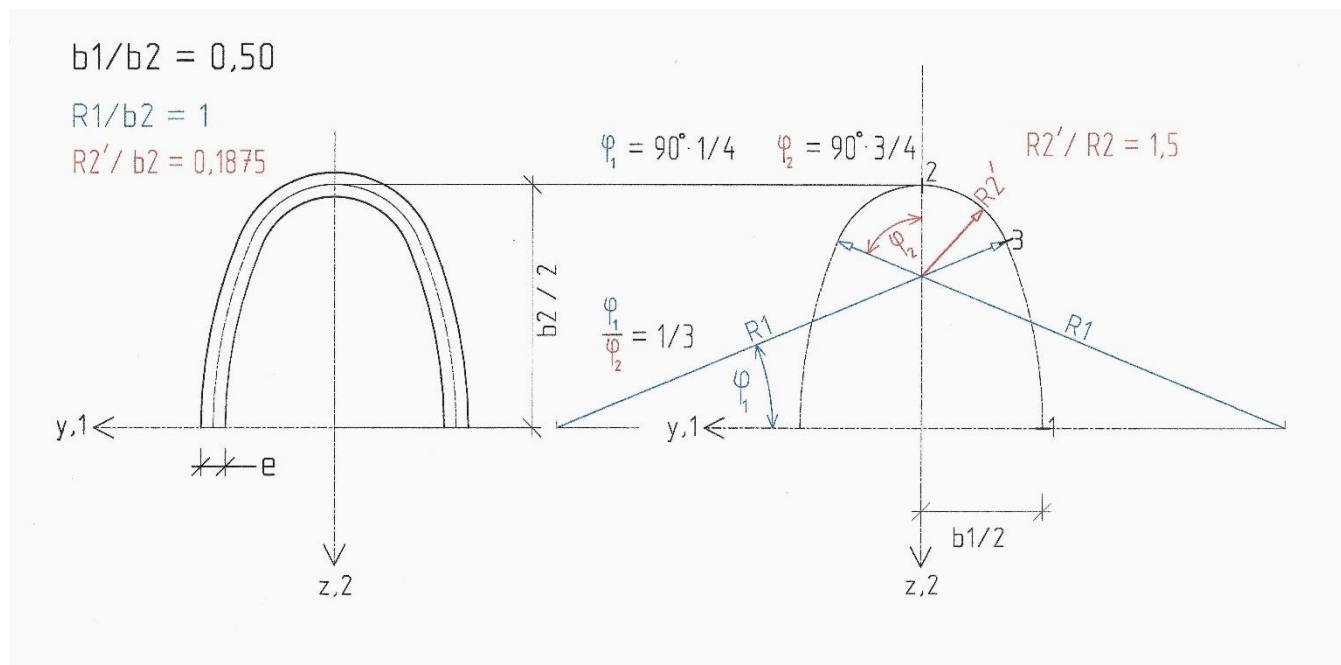


Abb. 7: Systemskizze für ovalen Querschnitt mit Scheitelkreis R_1 und angepasstem $R_2 \rightarrow R_2'$.

Die Gleichungen für die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ für konstante Wanddicke über den Querschnittsumfang lauten wie folgt (Winkel ohne Winkelfunktion sind im Bogenmaß einzusetzen):

$$\frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{b_1}{b_2} - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1}\right) \cdot \left(\varphi_1 - \sin \varphi_1\right) + \left\{ \left(2 \frac{R_2'}{b_2}\right)^2 \cdot \left(1 - 2 \frac{R_2'}{b_2}\right) \cdot \left(\varphi_2 - \sin \varphi_2\right) - \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2\right) \cdot 2 \frac{R_2'}{b_2} \varphi_2 \right\}}{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} \cdot \varphi_1 + \left(2 \frac{R_2'}{b_2}\right) \cdot \varphi_2} = \mathbf{B1} \dots (11),$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2\right) + \mathbf{B1} = \mathbf{B2} \dots (12) \text{ und}$$

$$\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{b_1}{b_2} - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1}\right) \cdot (1 - \cos \varphi_1) + \mathbf{B1} = \mathbf{B3} \dots (13).$$

Ebenso sind im Folgenden die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ für die Variante, den kleinen Scheitelkreis R_2 zu fixieren und vice versa den großen, R_1 , in Form von R_1' anzupassen, als weitere mögliche Approximation der ovalen Querschnittsform gem. Bild 3 – Querschnitte in ÖN EN 12516-2, ermittelt worden. Die Lage des Querschnittspunktes 3 ist für 5.3.1 wie 5.3.2 mit den Anschlusswinkeln $\varphi_{1,2}$ definiert, obwohl es sich prinzipiell um unterschiedliche Ermittlungsgleichungen handelt.

5.3.2 $B_{1,2,3}$ für Variation der Scheitelausrundung $R_1 \rightarrow R_1'$ in Querschnittspunkt 1.

Die Anschlusswinkel im Gradmaß im Stoßpunkt 3 sind analog definiert mit

$$\varphi_1 = 2 \cdot \arctan \frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)}{\left(\frac{b_1}{b_2}\right) + 1} \dots (14) \text{ und } \varphi_2 = 90^\circ - \varphi_1 \dots (15).$$



Die Systemlinie des ovalen Querschnittes ist definiert mit dem Scheitelkreis R_2 in Querschnittspunkt 2 und dem angepassten großen $R_1 \rightarrow R_1'$ in 1. Zur rationellen Ermittlung der Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ sind analog nachstehende Terme gewählt worden:

$$2 \cdot \frac{R_2}{b_1} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right) \dots (16) \text{ und } 2 \cdot \frac{R_1'}{b_1} = 1 - \left(\left(\frac{b_1}{b_2}\right) - \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{-1}\right) \cdot \tan \varphi_2 \dots (17).$$

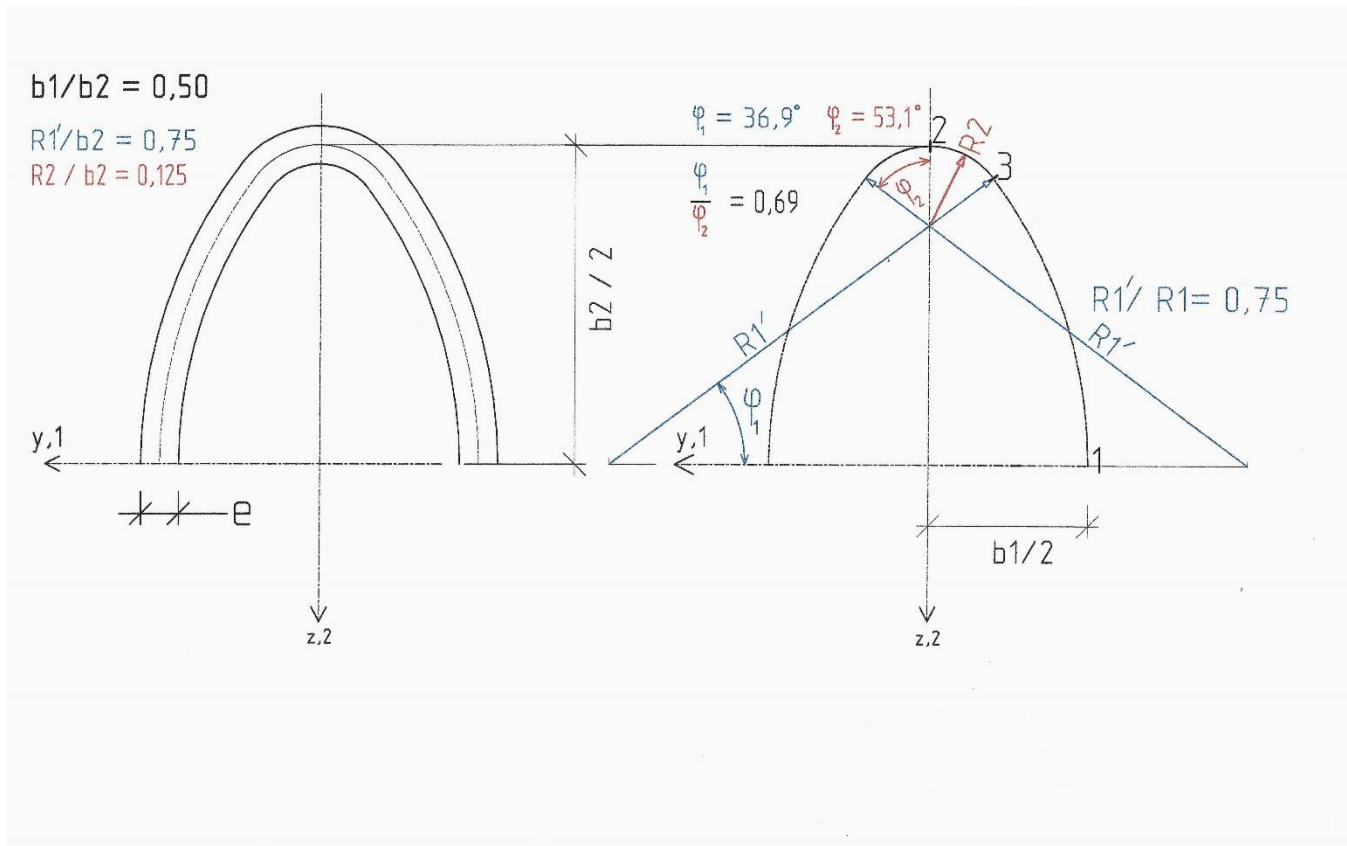


Abb. 8: Systemskizze für ovalen Querschnitt mit Scheitelkreis R_2 und angepasstem $R_1 \rightarrow R_1'$.

Die Gleichungen für die Berechnungsbeiwerte $B_{1,2,3}$ für konstante Wanddicke über den Querschnittsumfang lauten wie folgt (Winkel ohne Winkelfunktion sind im Bogenmaß einzusetzen):

$$\frac{\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 \left[\left\{ \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{b_2}{b_1} - \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{-1}\right) \cdot (\varphi_2 - \sin \varphi_2) \right\} + \left(2 \cdot \frac{R_1'}{b_1}\right)^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{R_1'}{b_1}\right) \cdot (\varphi_1 - \sin \varphi_1) - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2\right) \cdot 2 \cdot \frac{R_1'}{b_1} \cdot \varphi_1 \right]}{\left(\left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{-1} \cdot \varphi_2 \right) + 2 \cdot \frac{R_1'}{b_1} \cdot \varphi_1}$$

= **B2** ... (18),

$-\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2\right) \cdot \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 + \mathbf{B2} = \mathbf{B1}$... (19) und

$\left(\left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{b_2}{b_1} - \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{-1}\right) \cdot (1 - \cos \varphi_2) \cdot \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 + \mathbf{B2}\right) = \mathbf{B3}$... (20).



5.3.3 Weiters ist optional der Fall unterschiedlicher Trägheitsmomente für beide Kreisbögen

untersucht worden, soll heißen unterschiedlicher Wanddicke über den jeweiligen Kreisbogen. Dies ist in Abb. 9 vergleichsweise illustriert, dort für den Fall der im Sinne der Festigkeitslehre günstigeren Krümmung $\frac{1}{R_2}$ im Scheitelpunkt 2. Dazu muss in 5.3.1 in Gleichung (11) ausschließlich für den Berechnungsbeiwert B_1 und in 5.3.2 in Gleichung (18) ausschließlich für den Koeffizienten B_2 jener Term, der im Zähler wie im Nenner mit geschlungener Klammer ausgewiesen ist, in 5.3.1 mit $\frac{I_c}{I_{R2'}}$ sowie in 5.3.2 mit $\frac{I_c}{I_{R2}}$ multipliziert werden.

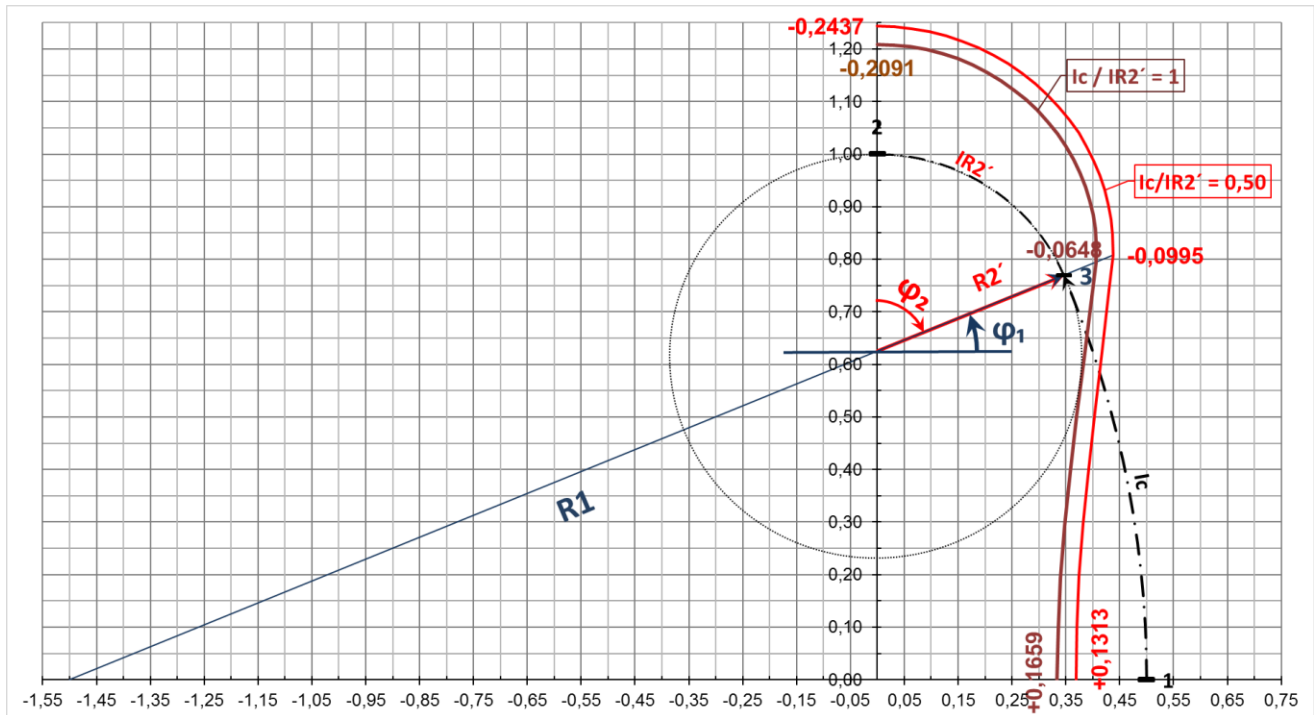


Abb. 9: Biegemomente entsprechend Glg. (1) für $\frac{I_c}{I_{R2'}} = 1$ und $\frac{I_c}{I_{R2}} = 0,50$ (rot) für $\frac{b_1}{b_2} = 0,50$.

Die in ÖN EN 12516-2 in Bild 5 grafisch aufbereiteten Berechnungsbeiwerte $B_{1,2}$ gelten für eine über den Querschnittsumfang gleichbleibende Wanddicke. Diese muss folglich entsprechend Gleichung (22) normgemäß für den betraglich größten der Berechnungsbeiwerte $B_{1,2}$ unter Berücksichtigung des Schweißfaktors k_c ermittelt werden.

6. Ausblick

Letztlich werden ausschließlich FE-Analysen unter Nutzung des Tetraeder-Elementes vollständige Klarheit über den Spannungsverlauf an diskreten Stellen des stählernen Armaturengehäuses liefern; im Sinne ausreichender Robustheit und Dauerhaftigkeit gegenüber dem Berechnungsdruck p_c , dem Auslegungsdruck p_d wie dem maximal zulässigen Druck PS , allesamt normativ in [MPa]. Den betriebsbedingten Druckstößen in Form von Druckwellen im Zuge der Regelungsvorgänge (Joukowsky-Stoß) gilt es, im Sinne der erforderlichen Zeitstand-festigkeit der Armatur, geregelt in ÖN EN 12516-2 in Abschnitt 6.6 Kriechbedingungen, erfolgreich zu begegnen. Die Einhaltung normativer, nicht zu unterschreitenden Schließ- wie Öffnungszeiten, im Zuge der Regelungsvorgänge ist unumgänglich, u. a. im Sinne zu vermeidender Leckagen bspw. auf Grund vorzeitig schadhafter Sitz- und Wellenabdichtungen [5]. Alle Klappenarten sind empfindlich gegen Differenzdrücke, insbesondere dann, wenn sie in Drosselstellung betrieben werden [5].

Literatur

- [1] S. Schwaigerer, G. Mühlenbeck: Festigkeitsberechnung im Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbau. Fünfte überarbeitete Auflage, Springer-Verlag 1997
- [2] EN 12516-2: Edition 2014-12-01 Industrial valves –Shell design strength –Part 2: Calculation method for steel valve shells
- [3] EN 12266-1:2012, Industriearmaturen –Prüfung von Armaturen –Teil 1: Druckprüfungen, Prüfverfahren und Annahmekriterien -Verbindliche Anforderungen
- [4] EN 12266-2:2012, Industriearmaturen –Prüfung von Armaturen –Teil 2: Prüfungen, Prüfverfahren und Annahmekriterien –Ergänzende Anforderungen
- [5] Sommer, Baldur: **Stahlrohr-Handbuch**, 12. Aufl.– Essen: Vulkan –Verlag, 1995.
- [6] G. Gaeller, G. Kauer, G. Osterloh: Festigkeitsberechnung im Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbau, 5. Auflage, Springer, 1997.
- [7] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol , H. Mühlig: Taschenbuch der Mathematik (S. 101, Kurven vierter Ordnung) Verlag Europa-Lehrmittel – Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
- [8] Konrad Sattler: Lehrbuch der Statik – Theorie und ihre Anwendung, Erster Band – Grundlagen und fundamentale Berechnungsverfahren Springer –Verlag Berlin Heidelberg New York 1969
- [9] Kurt Danzl: Schnittkraftermittlung zur Bemessung von Versteifungsringträgern an Übergangsstücken von Druckrohrleitungen (Stress resultants in stiffer rings for transition structures of steel conduits), ÖIAZ, 152. Jg., Heft 10-12/2007 und 153. Jg. Heft 1–3/2008 S.113-126 ISSN: 0721 – 9415
- [10] Bmstr. Thomas Krapfenbauer: BAUTABELLEN, 2018 Verlag Jugend&Volk GmbH, Wien in Westermann Österreich

Weitere Literatur zu diesem Thema:

- Seeber G., Danzl K.: Zur Bemessung von Druckschachtpanzerungen auf Innendruckbelastung (ÖIAZ, 133. Jg., Heft 4 / 1988)
- Seeber G., Danzl K.: Auswirkung einer örtlich erhöhten Nachgiebigkeit auf die Druckschachtpanzerung (ÖIAZ, 138. Jg., Heft 4 / 1993)
- Danzl, K.: Die Druckschachtpanzerung im Zustand der Spaltüberbrückung, Dissertation, 1986