23. *Eisensteinsches Irreduzibilitätskriterium.* Sei R ein Integritätsring und $f = \sum_{i=0}^{n} a_i X^i$ ein primitives Polynom aus $R[X]$ vom Grad $n > 0$. Gibt es ein Primelement p von R mit

$$p \mid a_i \text{ für } i \in \{0, \ldots, n-1\}, \qquad p \nmid a_n, \qquad p^2 \nmid a_0,$$

dann ist f irreduzibel in $R[X]$.

24. Sei R ein Körper, $n \in \mathbb{N}$, $a_0, \ldots, a_n$, $b_0, \ldots, b_n \in R$ mit paarweise verschiedenen a_i. Zeigen Sie *unter Verwendung des Chinesischen Restsatzes*, dass es genau ein Polynom $f \in R[X]$ mit $\deg f \leq n$ und $f(a_i) = b_i$ für $i = 0, \ldots, n$ gibt.

25. Lösen Sie das System

$$\begin{aligned} 3x &\equiv 1 \mod 9 \\ x &\equiv 6 \mod 13 \\ 7x &\equiv 5 \mod 56. \end{aligned}$$