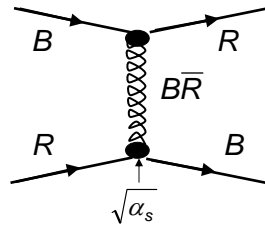


## VII. Starke Wechselwirkung (QCD)

### 1. Elemente der QCD

- (i) Quarks in 3 Farbzuständen: **R, G, B**
- (ii) "Farbige" Gluonen (mit Farbladung) als Austauscheteilchen



Es gibt 8 Gluonen mit Farbladung:

$$R\bar{B}, R\bar{G}, G\bar{B}, G\bar{R}, B\bar{G}, B\bar{R}$$

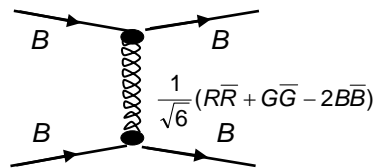
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(R\bar{R} - G\bar{G})$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B})$$

Ein neunter Zustand ist ein Farbsingulett und trägt nicht zur Wechselwirkung bei

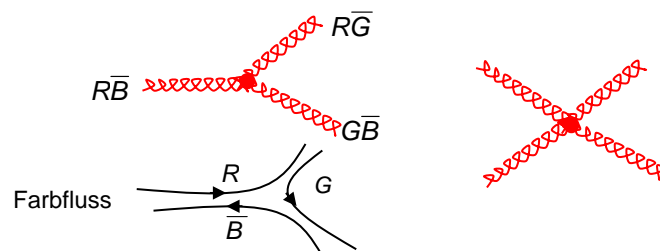
$$\frac{1}{\sqrt{6}}(R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$$

Beispiel:



### Gluon-Gluon Vertex

Aufgrund der Farbladung der Gluonen sind auch die folgenden Kopplungen möglich



## 2. Evidenz der Farbladung von Quarks

a) Farbfaktor in  $R_{\text{Had}}$

$$R_{\text{had}} = \frac{\sigma(ee \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(ee \rightarrow \mu\mu)} = N_C \cdot \sum_i Q_i^2$$

mit  $N_C=3$

b) Quarkwellenfunktion in  $J=3/2$  Zustände  $\Delta^{++}(u\uparrow u\uparrow u\uparrow)$  und  $\Omega(s\uparrow s\uparrow s\uparrow)$

Betrachte Quarkwellenfunktion

$$\psi_{\Delta^{++}} = |u\uparrow u\uparrow u\uparrow\rangle = \underbrace{\chi_{\text{Spin}}(\uparrow\uparrow\uparrow)}_{\text{symmetrisch}} \cdot \underbrace{\psi_{\text{Raum}}(\ell=0)}_{\text{symmetrisch}} \cdot \underbrace{\varphi_{\text{Flavor}}(uuu)}_{\text{symmetrisch}}$$

Quarks sind in allen Quantenzahlen gleich: Verletzung des Pauli-Prinzips für Fermionen.

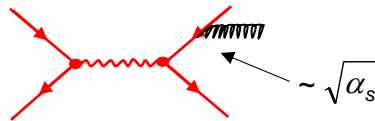
→ Wellenfunktion muss antisymmetrisch unter Quark austausch sein

→ Antisymmetrische Farbwellenfunktion

$$\xi_{\Delta^{++}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{i,j,k=R,G,B} \varepsilon_{ijk} |u_i\uparrow u_j\uparrow u_k\uparrow\rangle \quad i,j,k = \text{color index} = R,G,B$$

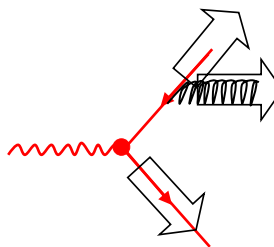
## 3. Nachweis des Gluons: 3-Jet Ereignisse

Gluon-Emission



→ Korrektur von  $R_{\text{Had}}$  (weiche+harte Gluonen)  $\sim \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots \right]$

→ Für große Gluon-Energien zusätzlicher dritter Jet



## Entdeckung der 3-Jet Ereignisse

TASSO Kollaboration am  $e^+e^-$   
Beschleuniger PETRA / DESY (1977):

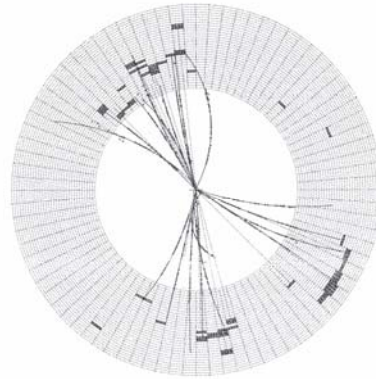
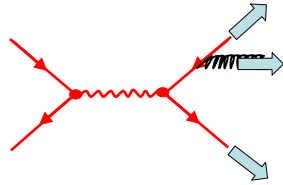


Fig. 11.12 A three-jet event observed by the JADE detector at PETRA.

bei  $\sqrt{s}=20 \text{ GeV}$

$$\frac{\#3\text{-jet events}}{\#2\text{-jet events}} \approx 0.25 \sim \alpha_s$$

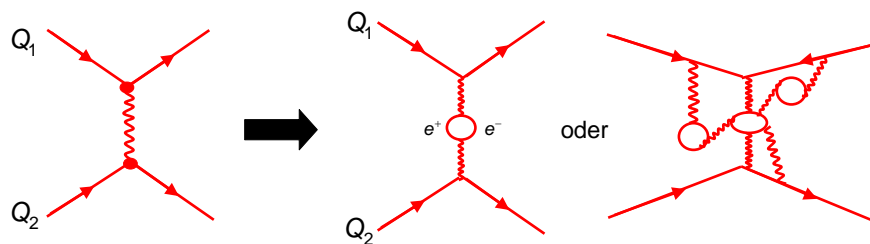


$\alpha_s$  ist groß

## 4. Laufende Kopplungskonstanten

### 4.1 Elektromagnetische WW

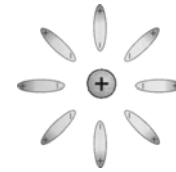
Betrachte Wechselwirkung zwischen 2 Ladungen  $Q_1, Q_2$



Propagator-Korrekturen führen zu einer  $Q^2$   
Abhängigkeit der Kopplungskonstanten  $\alpha$ :

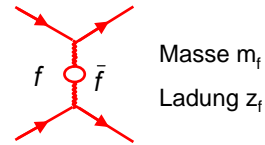
Betrachtet man die Ladung  $Q_1$  mittels  $Q_2$  für große Abstände (entsprechend kleines  $Q^2$  der Streureaktion) so wird die Ladung teilw. durch  $e^+e^-$  Paare abgeschirmt und  $Q_2$  sieht eine effektiv kleinere Ladung:

→ effektive Kopplung  $\alpha$  wird kleiner.



Testet man die Ladung  $Q_1$  für kleine Abstände (großes  $Q^2$  der Streureaktion) so sieht  $Q_2$  die "nackte" Ladung  $Q_1$  (ohne Abschirmung):

→ effektive Kopplung  $\alpha$  wird größer.

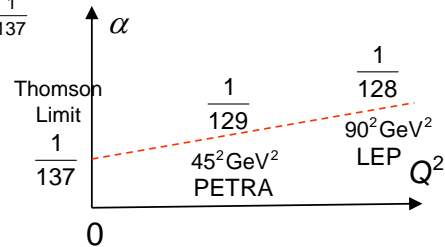


In der QED lässt sich die  $Q^2$  Abhängigkeit der Kopplung  $\alpha$  berechnen:

$$\alpha(0) = \frac{1}{137}$$

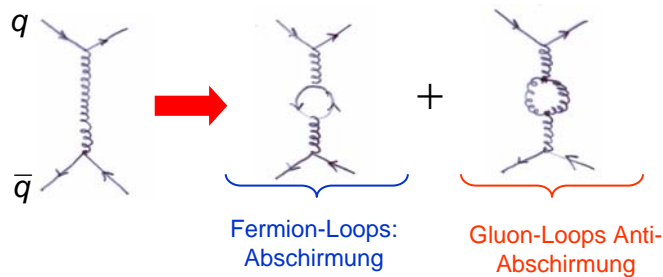
$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(0)}{1 - \frac{\alpha(0)}{3\pi} \cdot \sum_f Q_f^2 \cdot \log \frac{Q^2}{m_f^2}}$$

„Laufen der Feinstrukturkonstante.“



## 4.2 Starke Wechselwirkung: Laufen von $\alpha_s$

Im Prinzip gleicher Effekt wie in der e.m. WW, allerdings mit dem Unterschied dass aufgrund der Gluon-Selbstkopplung auch Gluon-Loops beitragen:



→ Effektive Kopplungskonstante  $\alpha_s$  (in niedrigster Ordnung)

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2n_f) \log \frac{Q^2}{\mu^2}}$$

$n_f$  = aktive Quark Flavor  
 $\mu^2$  = Renormierungsskala  
 Typ.  $\mu^2 = M_Z^2$

Netto: Anti-Abschirmung durch Gluon-Loops

Bzw. 
$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \log \frac{Q^2}{\Lambda^2}}$$

Mit 
$$\Lambda^2 = \mu^2 \cdot \exp\left(-\frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\alpha_s(\mu^2)}\right) \approx (200 \text{ MeV})^2$$
 exp. bestimmt

Genau wie  $\alpha(Q^2=0)$  ist  $\alpha_s(\mu^2)$  bzw.  $\Lambda$  ein freier Parameter der experimentell bestimmt werden muss.

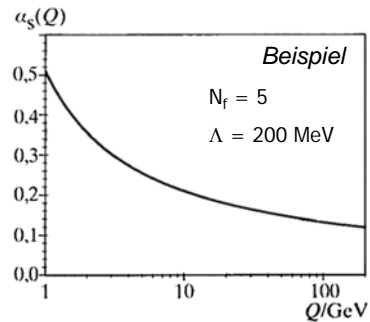
$\alpha_s$  wird für große Werte von  $Q^2$  (kleine Abstände) sehr klein: WW zwischen Quarks wird klein

→ **Asymptotische Freiheit**

Quarks können also für große  $Q^2$  Werte als frei angesehen werden:

→ **Quark Parton Modell ist dann gültig.**

Gross&Wilczek (1973), Politzer (1974)



### The Nobel Prize in Physics 2004



**David J. Gross**

**H. David Politzer**

**Frank Wilczek**

"for the discovery of asymptotic freedom in the theory of the strong interaction"

Für kleine Werte von  $Q^2$  (große Abstände) wird  $\alpha_s$  beliebig groß. D.h. im Limit großer Abstände zwischen 2 Quarks (kleines  $Q^2$ ) wird Wechselwirkung beliebig stark: Man kann die im Hadron aneinander gebundenen Quarks nicht voneinander trennen: → **Quark Confinement**

Bemerkung: Störungstheoretische Rechnungen in Ordnungen von  $\alpha_s$  nur möglich im Bereich  $Q^2 \gg \Lambda^2$

→ **Grundproblem der QCD: Formierung von Hadronen nicht störungstheo. behandelbar**

#### 4.3 Messung von $\alpha_s$

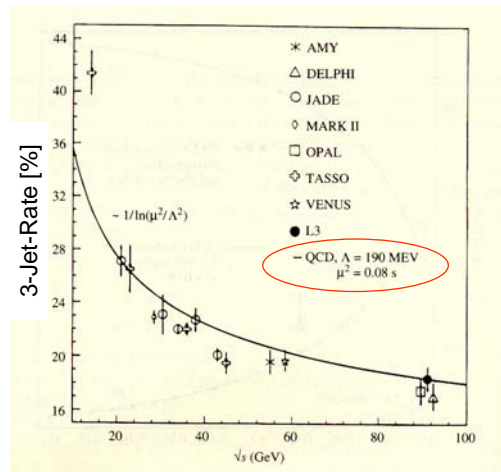
a) aus  $R_{had}$  
$$R_{had} = N_c \sum_i z_i^2 \cdot \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + 1.411 \cdot \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} + \dots \right]$$

#### b) aus Multi-Jet Ereignissen

Beispiel: 3-Jet Rate

#### c) aus hadronischen Tau-Zerfällen

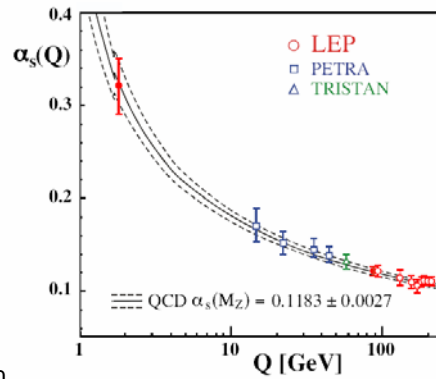
#### d) Aus tiefinelastischer ep Streuung



### Laufen von $\alpha_s$

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2n_f) \log \frac{Q^2}{\mu^2}}$$

Es ist heute üblich alle  $\alpha_s$  Messungen nach  $Q^2=M_Z^2$  zu extrapolieren



### 4.4 $q \bar{q}$ Potenzial und Fragmentation (Hadronisierung)

Potenzial zwischen Quark/Antiquark

Man findet die folgende Form (aus  $p \bar{p}$  Kollisionen und Spektroskopie):

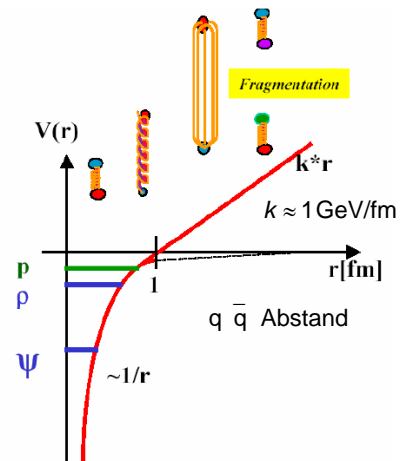
$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s^{eff}}{r} + kr$$

$r = q \bar{q}$  Abstand

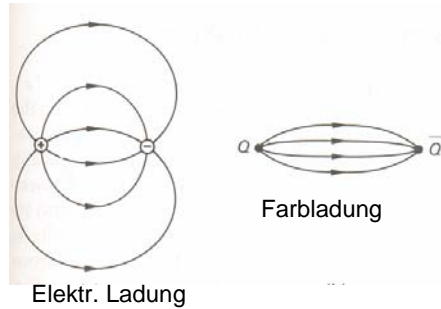
Großes  $\alpha_s$  für kleines  $Q^2$  (große Abstände) konsistent mit ansteigendem Quarkpotential



**Quark Confinement**



## Farbschlauch und Hadronisierung

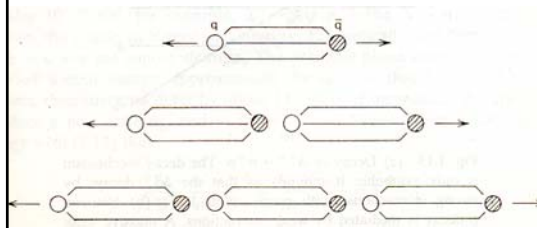


Farbfeldlinien werden durch Gluon-Gluon Wechselwirkung zusammengeschnürt.

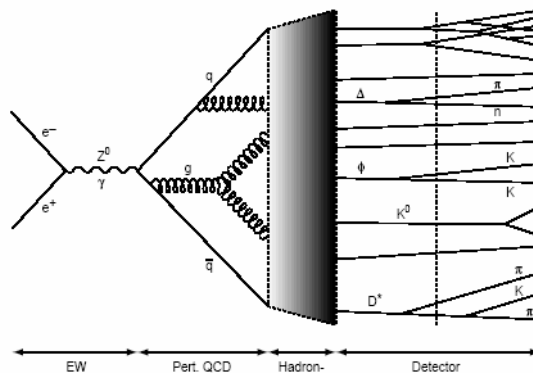
Farbfeld beschränkt auf engen Schlauch: **Farbschlauch**

Feldenergie wächst beim Auseinanderziehen der Quarks an.

Bei 1-2 fm wird Feld Energie im Schlauch so groß, dass es energetisch günstiger ist aus der Farbfeldenergie neue farbgeladene  $q \bar{q}$  Paar zu bilden, statt Farbschlauch weiter zu verlängern



Farbstring reißt also bei einer Länge von 1-2 fm auf: Die entstehenden Quarks bilden farbneutrale Hadronen ( $R < 1\text{fm}$ ):



Hadron-Formation sehr schwierig zu beschreiben weil  $\alpha_s$  groß.

Bemerkung: Formation der Hadronen aus Quarks (Fragmentation) und die "harte Produktion" der Quarks (großes  $Q^2$ ) faktorisieren.