

QUANTENOPTIK

Übungsserie 4

Sommersemester 19
Abgabe am 27.05.2019

Andrey Surzhykov
Robert Müller

Aufgabe 1 (*Power-Zienau-Wooley Transformation*)

(3 Punkte)

Beginnen Sie mit dem Schrödinger-Maxwell Hamiltonian

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\mathbf{p}} + e\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) \right)^2.$$

Zeigen Sie, dass sich der aus der Vorlesung bekannte Dipol-Hamiltonian

$$\hat{\mathcal{H}}' = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + e\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{r}},$$

auch durch eine Eichtransformation der Form

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} &\rightarrow \hat{\mathbf{A}}' = \hat{\mathbf{A}} + \nabla f \\ \phi &\rightarrow \phi' = \phi - \partial_t f \end{aligned}$$

erhalten lässt, wobei ϕ das skalare Potential ist und $f = -\hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{r}}$ sei. Denken Sie daran, dass es sich bei $\hat{\mathbf{A}}(r)$ um ein transversales Feld handelt, also $\nabla \hat{\mathbf{A}}(r) = 0$ gilt.

Aufgabe 2 (*Minimale Unsicherheit*)

(3 Punkte)

Zeigen Sie, dass Sie das Ergebnis aus Aufgabe 1 auch erhalten, wenn Sie auf die Schrödingergleichung

$$i\hbar\partial_t\psi(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathcal{H}}\psi(\mathbf{r}, t)$$

die folgenden Unitären Transformationen anwenden:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}} &\rightarrow \hat{U}^\dagger \hat{\mathcal{H}} \hat{U} \\ \psi &\rightarrow \hat{U}^\dagger \psi \\ U &= \exp\left(-i\frac{e}{\hbar}\hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{r}}\right) \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (*Übergangswahrscheinlichkeiten*)

(3 Punkte)

Berechnen Sie für ein Zweiniveausystem die Übergangswahrscheinlichkeit vom Grundzustand in den ersten angeregten Zustand für ein kohärentes Feld, $|1, \alpha\rangle \rightarrow |2, \alpha\rangle$ mit Hilfe des JCM-Hamiltonians. Diskutieren Sie die Übergangswahrscheinlichkeit insbesondere im Hinblick auf die physikalische Bedeutung von $|\alpha|$.