Funktechnische Arbeitsblätter

Induktiver Blindwiderstand

DK 621.317.334

Ind 01

2. Ausgabe

1 Blatt

A. Phasenverschiebung von Strom und Spannung

Wird eine verlustfreie, konstante Induktivität nach Bild 1 von einem Strom i veränderlicher Stärke durchflossen, so entsteht entsprechend dem Induktionsgesetz an der Spule eine Gegenspannung e_L:

$$e_L = -L\frac{di}{dt} \tag{1}$$

e_L erfordert nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz ($u + e_L = 0$) eine Generatorspannung u von der Größe und Richtung

$$u = -e_L; \qquad u = L\frac{di}{dt} \tag{2}$$

Setzt man für den zeitlichen Verlauf der Stromänderung eine Sinuswelle ein:

$$i = I_m \sin(\omega t) \tag{3}$$

wobei I_m = Scheitelwert des Stromes, ω = Kreisfrequenz, so ergibt (3) in (2) eingesetzt [1])

$$u = L \cdot \frac{d\,[I_m \sin(\omega t)]}{dt} = L \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

oder

$$u = I_m \cdot \omega \cdot L \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{5}$$

Stellt man die Gleichungen (5) für die Generatorspannung u und (3) für den Strom i gegenüber, so ergibt sich, daß die Generatorspannungswelle der Spulenstromwelle um $\frac{\pi}{2} = 90°$ vorauseilen muß.

Dies zeigt Bild 2 mit Hilfe vom Liniendiagramm und gegenübergestelltem Vektordiagramm, wobei i wie üblich als Bezugsvektor (bzw. Bezugswelle) gewählt ist.

B. Induktiver Blindwiderstand

Für die Zeit t = 0 zeigt das Liniendiagramm Bild 2 für u einen positiven Höchstwert:

$$u_{t=0} = U_m = I_m \cdot \omega \cdot L \sin 0 + \frac{\pi}{2} = I_m \cdot \omega \cdot L \tag{6}$$

Das Verhältnis

$$\frac{U_m}{I_m} = \omega \cdot L \tag{7}$$

stellt einen Widerstand dar, $\omega \cdot L$ wirkt also wie ein Widerstand.

Nun treten U_m und I_m nicht zum gleichen Zeitpunkt auf, sondern mit einer konstanten Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2} = 90°$, so daß man das Verhältnis $\frac{U}{I}$, den Widerstand, als gerichtete Größe, als Vektor $\mathfrak{R}_L$ mit dem Betrag $\omega \cdot L = X_L$ und eben diesem Phasenwinkel + 90° auffassen und in der Gaußschen Zahlenebene darstellen kann, siehe Bild 3. Man nennt ihn zum Unterschied vom ohmschen Widerstand einen Blindwiderstand.

Bei dieser Darstellung in der Gaußschen Zahlenebene ist es zweckmäßig und gebräuchlich, den Widerstandsvektor nach dem Strom als Bezugsvektor auszurichten und diesen in Richtung der reellen Achse zu legen. Wird der Widerstandsvektor mit dem Strom i muliplziert, so ergibt sich dann die Richtung des Spannungsvektors.

Die Drehung des Vektors gegen den Bezugsvektor um + 90° in der Gaußschen Zahlenebene kann durch Multiplizieren mit der imaginären Einheit + j zum Ausdruck gebracht werden [2]) und es gilt:

$$\boxed{\mathfrak{R}_L = \frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{I}} = j\,\omega\,L} \tag{8}$$

Die Gleichung stellt auch dimensionsmäßig einen Widerstand dar, dies bestätigt folgende Dimensionsgleichung [3]):

$$\mathfrak{R}_L = \frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{I}} = j\omega L,$$

ω hat die Dimension $\left[\frac{1}{sec}\right]$

L hat die Dimension $\left[\frac{Vsec}{A}\right]$

also

$$\mathfrak{R}_L = j\omega L\left[\frac{1}{sec} \cdot \frac{Vsec}{A}\right] = j\omega L\left[\frac{V}{A}\right] \tag{9}$$

[2]) Siehe Funktechnische Arbeitsblätter Mth 41, Komplexe Zahlen, Blatt 1 bis 3
[3]) Siehe Funktechnische Arbeitsblätter Ma 21, Blatt 2a, Tabelle 5 (U·I·l·t-System)

C. Praktische Formeln, Diagramm

$\lvert\mathfrak{R}_L\rvert = 2\pi \cdot f \cdot L$	in Ω, Hz, H
	oder Ω, kHz, mH
$\approx 6{,}28 \cdot f \cdot L$	oder Ω, MHz, µH
$\lvert\mathfrak{R}_L\rvert = 1\,885\,000\,\frac{L}{\lambda}$	in Ω, H, Wellenlänge λ in m
$\lvert\mathfrak{R}_L\rvert = 1\,885\,\frac{L}{\lambda}$	in Ω, µH, Wellenlänge λ in m

Für Netzfrequenz 50 Hz:

$\lvert\mathfrak{R}_{L50}\rvert = 314 \cdot L$	in Ω, H
$\lvert\mathfrak{R}_{L50}\rvert = 0{,}314 \cdot L$	in Ω, mH

Zur schnellen Ermittlung induktiver Blindwiderstände bei gegebener Induktivität L und Frequenz dient das auf der Rückseite befindliche Diagramm.

[1]) Siehe Funktechnische Arbeitsblätter, Mth 33, Blatt 1 und 2

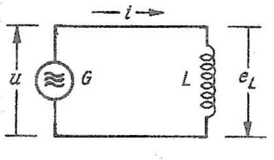
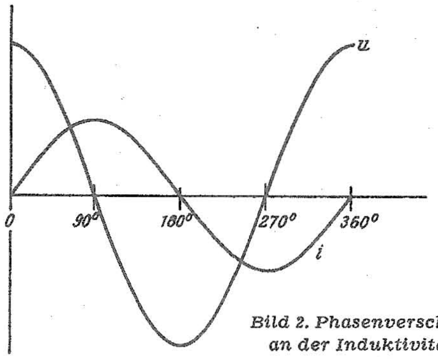


Bild 1. Generatorspannung u und Gegenspannung e_L an der stromdurchflossenen Induktivität



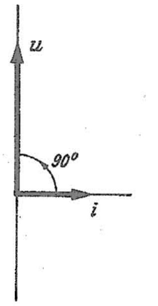


Bild 2. Phasenverschiebung von u und i an der Induktivität im Linien- und Vektor-Diagramm

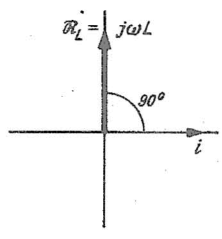
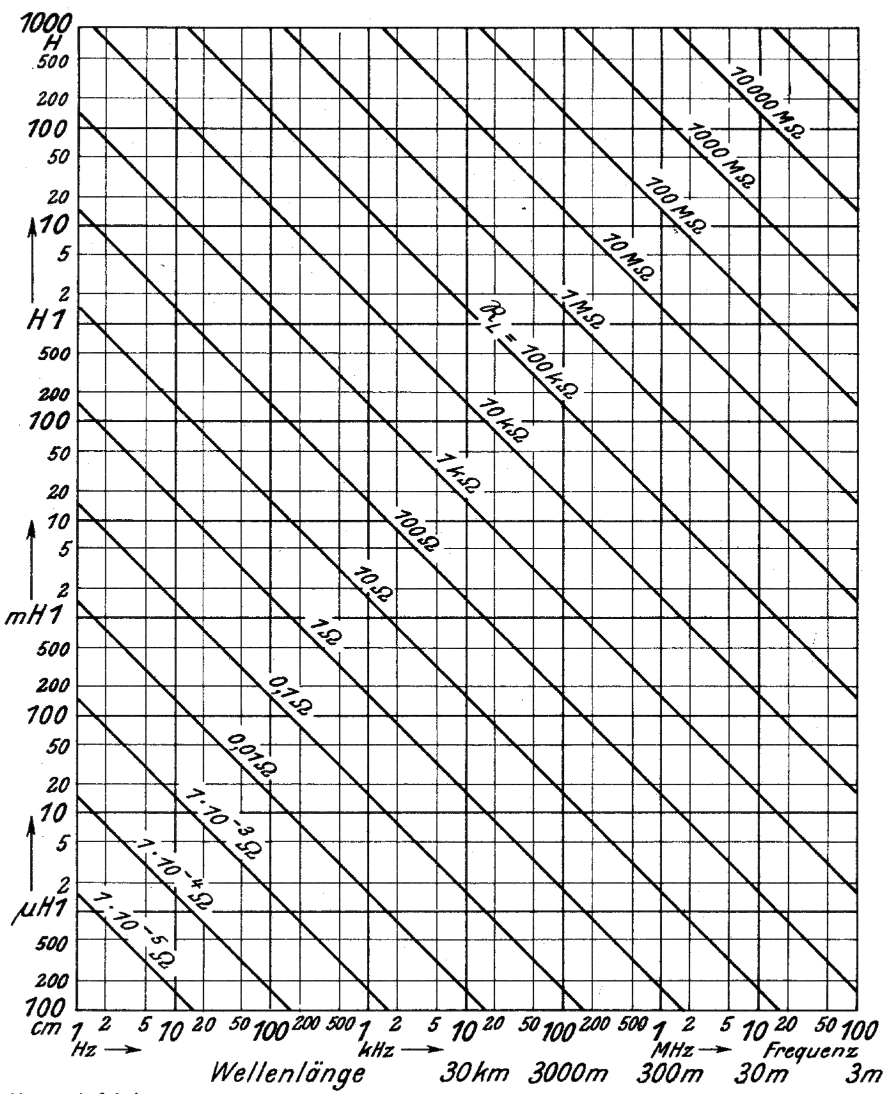
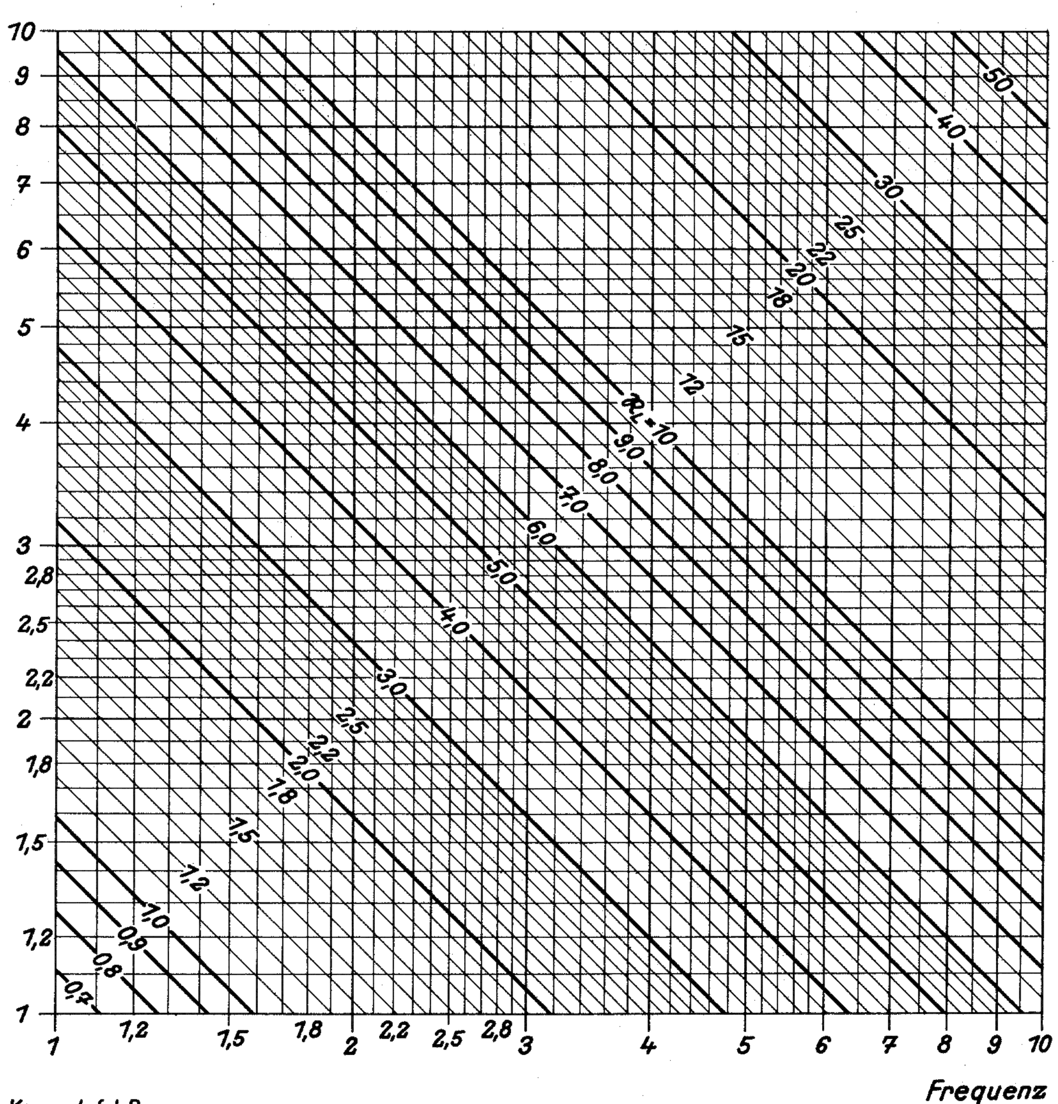


Bild 3. Lage des Vektors $\mathfrak{R}_L$



Kurventafel A.
Induktiver Blindwiderstand



Kurventafel B.
Dekadenunterteilung zur genaueren Rechnung

Zunächst suche man mit Hilfe der Tafel A die Größenordnung des Blindwiderstandes, dann auf Tafel B den genauen Zahlenwert.

Beispiel: Welchen Blindwiderstand hat eine Induktivität von 280 μH bei einer Frequenz von 520 kHz? Tafel A gibt einen Wert von ca. 1 kΩ. Aus Tafel B entnimmt man aus den Werten 5,2 (Frequenzskala) und 2,8 (Induktivitätsskala) den Zahlenwert 9,15. Der genaue Wert für $\Re_L$ ist demnach 915 Ω