

Diss. ETH No. 20263

Multivariate Modelling in Non-Life Insurance

A dissertation submitted to

ETH ZURICH

for the degree of

Doctor of Sciences

presented by

PHILIPP ARBENZ

MSc Appl. Math. ETH

born 27. March 1986

citizen of Rüti (ZH), Switzerland

accepted on the recommendation of

Prof. Dr Paul Embrechts, examiner

Dr Michel M. Dacorogna, co-examiner

Prof. Dr Giovanni Puccetti, co-examiner

Prof. Dr Mario V. Wüthrich, co-examiner

2012

Abstract

A non-life insurance company is generally exposed to many risks, i.e. its contractual endowments generate payments in size unknown at inception date. Many of these risks have common underlying risk drivers, hence cannot be assumed to be independent. Multivariate stochastic models are necessary in order to consistently capture the joint dependence. The recent economic crisis proved (once more) that a comprehensive understanding of the dependence between and within insurance and financial risks is necessary for prudent risk aggregation. Furthermore, most regulatory frameworks such as Solvency II as well as rating agencies require such a dependence modelling. From an economic and actuarial point of view, multivariate models support making prudent risk based decisions in an insurance.

In the use of stochastic multivariate models, three steps can be identified. First, a specific model must be selected. Then the model has to be calibrated to the problem of interest. Finally, it can be evaluated with respect to quantities of interest. This thesis investigates some aspects for each of these three steps.

The AEP algorithm, as given in Paper A, allows to calculate numerically the distribution function of the sum of positive dependent random variables. In two to four dimensions, the AEP algorithm it is very efficient and easily outperforms Monte Carlo and Quasi Monte Carlo methods. In Paper B, the GAEP algorithm generalises the AEP algorithm for general aggregation functions.

In Paper C, we consider the estimation of a copula parameter in a Bayesian setting. Our model allows to combine different sources of information, namely observations, expert opinion and regulatory guidelines. This approach can significantly reduce the parameter estimation error when observations are scarce.

Paper D introduces Hybrid Chain Ladder, a stochastic claims reserving method which blends Chain Ladder and Bornhuetter-Ferguson behaviour.

In Paper E, we introduce the tree dependence model which allows to aggregate a very large number of risks over a hierarchical tree structure. Based on sample reordering, we give an efficient algorithm for numerical approximation.

Paper F shows that the inverse Wishart distribution is not a conjugate prior to the Gaussian copula.

Kurzfassung

Nicht-Leben Versicherungen sind typischerweise vielen Risiken ausgesetzt, was bedeutet, dass sie Zahlungen erhalten und leisten deren Höhen bei Vertragsunterzeichnung noch nicht genau bekannt sind. Viele dieser Risiken haben gemeinsame Risikofaktoren. Daher kann man im Allgemeinen nicht annehmen, dass diese Risiken unabhängig voneinander sind. Um diese Abhängigkeiten zu erfassen sind multivariate stochastische Modelle nötig. Wie wichtig ein umfassendes Verständnis der Abhängigkeiten zwischen Finanz- und Versicherungsrisiken ist hat die jüngste Finanzkrise erneut gezeigt. Ausserdem verlangen sowohl die neuen Solvenzregelungen (Solvency II, SST) als auch die Ratingagenturen derartige Modelle. Aus aktuarieller und ökonomischer Sicht erlauben es diese Modelle in einer Versicherung risikobasierte Entscheidungen zu treffen.

Die Anwendung multivariater Modelle kann man in drei Schritte unterteilen. Zuerst muss ein mathematisches Modell ausgewählt werden. Der zweite Schritt besteht aus der Kalibrierung, beziehungsweise der Parameterschätzung. Zuletzt können Kennzahlen (Risikomasse, alloziertes Kapital, usw.) aus dem Modell berechnet werden. Diese Dissertation betrachtet einige spezifische Aspekte dieser drei Schritte.

Im Paper A betrachten wir den AEP Algorithmus. Dieser Algorithmus erlaubt es, die Verteilungsfunktion einer Summe von positiven Zufallsvariablen zu berechnen. In Paper B wird der GAEP Algorithmus beschrieben, welcher den AEP Algorithmus auf allgemeine Aggregationsfunktionen erweitert.

Im Paper C wird die Schätzung eines Copulaparameters mit einem Bayesschen Ansatz eingeführt. Das Modell erlaubt es, verschiedene Informationsquellen zu vereinen, wie beispielsweise Observationen und Expertenmeinungen.

Im Paper D führen wir die Hybrid Chain Ladder Schadensreservierungsmethode ein, welche es erlaubt für jedes Schadenjahr einen gewichteten Durchschnitt zwischen Chain Ladder und Bornhuetter-Ferguson zu benützen.

In Paper E betrachten wir eine hierarchische Risikoaggregierungsmethode, welche es ermöglicht, Abhängigkeiten in sehr hohen Dimensionen zu modellieren. Eine effiziente Simulationsmethode wird vorgestellt.

Paper F betrachtet einige Probleme mit konjugierten a-priori Verteilungen für Copulas, insbesondere der Gaussschen Copula.