# Analyse und Konzeption von Bobfahrwerken

Abhandlung zur Erlangung des Titels Doktor der Wissenschaften der ETH Zürich

vorgelegt von
PASCAL DONATO ARNOLD
MSc Masch. Ing. ETH
geboren am 23.09.1983
von Bürglen, UR (Schweiz)

Angenommen auf Antrag von o. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. Ch. Glocker, Referent o. Prof. Dr. P. Ermanni, Korreferent

# ${f Vorwort}$

Diese Doktorarbeit entstand während meiner Anstellung im Institut für Mechanische Systeme an der ETH Zürich. Meinen Dank möchte ich an Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. Ch. Glocker richten, der mich von Anfang an mit viel Herzblut und Engagement unterstützt hat und mich motiviert hat, nach dem Bobprojekt Citius diese Arbeit zu verfassen. Seine Hilfestellung bei vielen praktischen und theoretischen Herausforderungen an der Bobbahn, in der Werkstatt oder am Schreibtisch war von grossem Wert für diese Arbeit. Mit seiner offenen Art, dem ausserordentlichen mechanischen Gespür und dem Streben nach bedarfsgerechten Modellierungen ist er mir ein grosses Vorbild.

Bei Prof. Dr. P. Ermanni möchte ich mich für das Korreferat und die damit verbundenen Gespräche über die Arbeit und Verbesserungsmöglichkeiten bedanken.

Mein Dank an die Projektmitarbeiter richtet sich an Christian Reich, für das Weiterreichen seiner grossen Erfahrung im Bobsport und das grosse Vertrauen, das er mir schenkte. Martin Elsener danke ich von Herzen für seinen ausserordentlichen Einsatzwillen bei der Realisierung der Prototypenbobs und die unvergessliche Zeit in und neben der Bobbahn. Markus Müller, Werner Blattmann, Christian Roth und Roland Knobel danke ich ebenfalls für ihre Unterstützung in der Prototypenwerkstatt und an der Bobbahn, Thomas Kern, Dr. Benjamin Zoller und Andreas Brunner für die intensive Zusammenarbeit bei der Prototypenentwicklung. Sie waren genauso wie Prof. Dr. Ueli Suter und Dr. Peter Schmid für die Realisierung der Bobschlitten unabdinglich. Von den Projektpartnern möchte ich besonders Stefan Schraven, Thomas Meierhans, Dr. René Mächler, Hans Kohler, Domenic Burri, Arnold Bächli und Franz Marty danken, die dem Projekt stets höchste Priorität zuordneten und mich an ihrer grossen Erfahrung teilhaben liessen. Den Bobteams von Ivo Rüegg, Beat Hefti, Daniel Schmid, Rico Peter, Fabienne Meyer, Sabina Hafner, Maya Bamert und Isabel Baumann gebührt mein Dank für die spannende Zusammenarbeit an der Bobbahn und die Rückmeldungen zur Konstruktion, insbesondere auch beim Team Gregor und Leander Baumann für die unvergesslichen und humorreichen Werstattaufenthalte. Donald Holstein danke ich für die engagierte Einführung in die Kunst des Bobfahrens, Sepp und Françoise Plozza für Ihren grossen Einsatz für die Citius-Bobs und die Teams nach den olympischen Winterspielen 2010. Martin Casal möchte ich für den immensen persönlichen Einsatz im Boballtag sowie die vielen bereichernden Gespräche danken. Familie Lämmler danke ich herzlich für die grosse persönliche Unterstützung während des Doktorats. Richard Leblois und Anita Riniker danke ich für ihren Einsatz beim Korrekturlesen der Arbeit.

Den Professoren und Mitarbeitern des Instituts, speziell Ueli Marti, Gabriela Squindo, Dr. Stephan Kaufmann, Jean-Claude Tomasina und Dr. Stefan Blunier danke ich für ihre tragende Rolle und das sehr kollegiale Arbeitsklima. Herzlichen Dank an Dr. Ueli Aeberhard, Simon Eugster, Thomas Heimsch, Dr. Jörg Helfenstein, Prof. Dr. habil. Remco Leine, Dr. Ondrej Papes, Georg Rempfler und Adrian Schweizer für die vielen angenehmen Gespräche. Besonderer Dank gebührt Dr. Michael Möller, der mich bei wesentlichen Teilen des Mehrkörpermodells sehr unterstützte, sowie Dr. Christian Maier und Dr. Andreas Schifferle für ihre stetige Unterstützung und Motivation bei der Ausarbeitung. Den Studenten, die mich in Semester- oder Bachelorarbeiten unterstützt haben, Martin Widmer, Christoph Brändle, Kilian Baur, Christian Starchl und Michael Wild, möchte ich ebenfalls danken.

Bei meiner Familie bedanke ich mich von Herzen für den Halt, auf den ich in jedem Moment zählen konnte, sowie für den grossen Ansporn zur Erstellung dieser Arbeit.

Pascal Arnold Zürich, September 2013

# Zusammenfassung

Nach einer Minute Renngeschehen entscheiden im Bobsport die Hundertstelsekunden über die Platzierung eines Teams. Sobald die Athleten den Bob in der Startbahn auf Geschwindigkeit geschoben haben, können noch zwei Faktoren das Endergebnis positiv beeinflussen: Die Fahrkünste des Piloten und das Sportgerät. Durch die längere Historie des Bobsports hat sich ein umfangreiches technisches Regelwerk gebildet und es ist eine Herausforderung, schnellere Bobschlitten zu konstruieren, weshalb ein Wissen um die Details erforderlich ist. Im Fokus dieser Arbeit steht die mechanische Charakterisierung, die Fahrwerksentwicklung und Konstruktion von 2er- und 4er-Bobschlitten.

Mittels einer Abstrahierung des Gesamtsystems Bob-Bobbahn in Form eines Mehrkörpermodells werden grundsätzliche Erkenntnisse über die Dynamik von Bobschlitten gewonnen. Dabei stellt die Formulierung des Systems einige Herausforderungen: Die grossen Rotationen des Hauptkörpers werden über Quaternionen parametrisiert. Die Bewegungsgleichungen sind als auf die generalisierten Geschwindigkeiten projizierte Impuls- und Drallsätze aufgestellt, welche unter dem Namen projizierte Newton-Euler-Gleichungen bekannt sind. Auch die Formulierung von harten Kontakten zwischen Bob und Eisbahn über Normalkegelinklusionen sowie das speziell für den Bobsport entwickelte Reibgesetz stellen eine Neuerung in der Modellierung der Bobdynamik dar. Für dieses Bobmodell werden die Auswirkungen von Parameteränderungen auf die Fahrlinien anhand zweier Beispielkurven diskutiert. Die Torsionssteifigkeit und die Anordnung des Längsdrehgelenks sind dabei relevante Einflussgrössen.

An einem Sportgerät, das auf dem Stand der Technik ist, werden Themen wie die Massenund Steifigkeitsverteilung, die Wartungsfreundlichkeit oder Setup-Arbeiten diskutiert. Mittels einer auf Zweierbobs angepassten Messtechnik werden während der Fahrt die wichtigsten kinematischen Grössen aufgezeichnet.

Bei der Neukonzeption der Fahrwerke für den Zweier- und Viererbob wird von der Eisbahn bis zu den Sportlern jede Baugruppe auf seine Federungseigenschaften untersucht. Mithilfe von Ersatzmodellen werden die Charakteristika dieser Baugruppen und aller im Bob relevanten Kraftelemente erklärt, sowie Parameterabhängigkeiten aufgezeigt. Es werden Möglichkeiten vorgestellt, die Steifigkeitseigenschaften und damit die Lenkwilligkeit des Bobschlittens zu verändern, und zwar an Stellen, wo das Bobreglement vermeintlich keinen Spielraum mehr lässt. Immer wieder folgt die Feststellung, dass die Konkurrenzfähigkeit eines Bobteams massgeblich von der gewählten Fahrlinie und den Fähigkeiten des Piloten abhängt. Um für die Athleten hier optimale Bedingungen zu schaffen, wird der Lenkbarkeit des Bobs und der Reproduzierbarkeit der Fahrlinien besondere Beachtung geschenkt. Dies widerspiegelt sich in den Betrachtungen zur Sensitivität der Fahrspuren in Funktion einiger Modellparameter oder im Studium der Lenkung und der von ihr ausgehenden Rückmeldung.

Im Rahmen des Citius-Projekts sind die hier ausgeführten Konzepte umgesetzt worden und haben zu Sportgeräten geführt, die in puncto Lenkpräzision, Fahrbarkeit und Fertigungspräzision einen Fortschritt darstellen. Die Kenntnis der hierfür relevanten Baugruppen und der Zusammenhänge zwischen Geometrieparametern und mechanischen Grössen unterstützt weitere Optimierungen.

# Abstract

In the sport of bobsleigh, it is the hundreth of a second deciding over a team's ranking after only one minute of racing. As soon as the athletes have put the bobsleigh on speed, there are only two factors with the ability to improve the final result: the pilot's driving skills and the technology of the bobsleigh. Due to the long tradition of this sport, an extensive set of rules defines the geometry of a bobsleigh's chassis to the millimeter. Thus, designers face great challenges for the optimisation and the knowledge of every detail is mandatory. This thesis focuses on the mechanical characterisation and development of a 2-man and a 4-man bobsleigh chassis.

Through abstraction of the total system by means of a multibody model, the fundamental properties and knowledge about the dynamics of bobsleighs are extracted. The implementation of such a model poses several challenges: The large rotations of the main bodies are parametrised by quaternions. The equations of motion are formulated as projected Newton-Euler equations. The hard contacts between bobsleigh and track surface, which are formulated as normal cone inclusions, as well as the contact force model, that has been specifically designed for bobsleigh applications, establish a new modeling method in bobsleigh dynamics. For this simplified system the effects of parameter changes on driving lines are discussed, based on two example corners. The torsional frame stiffness and the geometry of the divided frame joint are discussed in detail.

By taking a close look at current bobsleigh designs, a discussion on aspects such as mass and stiffness distribution, service friendliness or setup work of the mechanics is presented. A specially suited equipment is used to measure the most relevant kinematic quantities of a 2-man bobsleigh during racing.

In the design process of a 2-man and 4-man bobsleigh chassis, the stiffness properties of every single part in the suspension from the runners up to the athletes are examined. The specialties of the most important force elements in the construction are explained using assembly submodels, and their achievable parameter range is presented. Also, this work shows possibilities to overcome design limitations from the rulebook concerning the fixed setup of the chassis stiffness, in order to fine tune the steerability of bobsleighs. It can be concluded repeatedly, that the pilot's input is the main performance factor in the system. To enable the athletes to perform best, the controllability, reproducibility of driving lines as well as the steering properties require special attention. This is reflected in the simulations of driving line sensitivities as a function of system parameters or in the discussions about the steering feedback.

In the project "Citius" the here discussed concepts have been realised. They have led to competitive 2-man and 4-man vehicles, which feature better steering precision and drivability, and which are manufactured with more precision than its predecessors. The understanding and control of the suspension properties and the link between mechanical and geometrical parameters support further optimisations.

# Inhaltsverzeichnis

1	Ein	lleitung														2
	1.1	Kurze Geschichte des Bobsports														2
	1.2	Zum Sportgerät														3
	1.3	Literaturüberblick														4
	1.4	Übersicht und Ziele														7
2	Sim	nulation von Bobfahrten														8
	2.1	Punktmassenmodell	_		 _	_										8
	2.2	Ergebnisse des Punktmassenmodells														12
	2.3	Mehrkörpermodell														14
	$\frac{2.3}{2.4}$	Ergebnisse des Mehrkörpermodells														35
	2.5	Zusammenfassung														45
0	C1															4.0
3		and der Technik														46
	3.1	Besonderheiten des Referenzbobs														46
	3.2	Wartungsfreundlichkeit														47
	3.3	Massenanalyse														48
	3.4	Steifigkeitsanalyse														51
	3.5	Zusammenfassung			 •	•		•				•	•	•	•	59
4	Anf	forderungen und Gesamtkonzepte														60
5	Fed	lerung und Torsionssteifigkeit														64
	5.1	Primärfederung														64
	5.2	Sekundärfederung - Hinterachsträger														72
	5.3	Sekundärfederung - Vorderachsträger														76
	5.4	Sekundärfederung - Mitteltrennung														86
	5.5	Zusammenfassung														91
6	Тис	ngender Rahmen														92
U		Balkenmodell des Hauptrahmens														92
																93
		Vorderrahmen														
	6.3	Hinterrahmen														96
	6.4	Zusatzmassen														101
	6.5	Zusammenfassung	•	 •	 •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	101
7	Sch	nwingungen am Bobvorderbau														102
	7.1	Messungen und Signalanalyse														102
	7.2	Modellierung														106
	7.3	Realisierung des Tilgers														109
	7.4	Zusammenfassung												•	•	111
8	Ste	euerung und Lenkbarkeit														112
	8.1	Charakteristsika und Anforderungen														112
	8.2	Lenkgestänge														113
	8.3	Lenkungsrückstellung			_							_				117

	8.4 Lenkungsmöglichkeiten während der Fahrt		
9	Schlussfolgerungen und Ausblick	-	128
$\mathbf{A}$	Testfahrten und Onboardmessungen		132
	A.1 Testkampagnen		132
	A.2 Planung von Testreihen		133
	A.3 MoTeC-Onboard-Messsystem	•	134
В	Detaildimensionierung		140
	B.1 Kufenträger		140
	B.2 Vorderachsträger		145

# Kapitel 1

# Einleitung

Weil im Bobsport sehr viele Gegebenheiten in seiner langen Historie begründet sind, leitet ein erster Abschnitt in die Geschichte des Bobsports ein. Anschliessend wird ein aktuelles Sportgerät kurz vorgestellt und die Besonderheiten des Fahrwerks werden erläutert. Die verschiedenen Teildisziplinen bei der Boboptimierung werden im Forschungsstand diskutiert. Mit der Beschreibung von Zielen und der Abgrenzung dieser Arbeit schliesst der einleitende Abschnitt.

# 1.1 Kurze Geschichte des Bobsports

Die Aussagen über das Gründungsjahr des Bobsports schwanken um 1870-88. Der Bobsport wurde in St. Moritz erfunden, als man zwei Skeleton-Schlitten aneinander befestigte und den vorderen über Seile schwenkbar machte [83]. Die Bezeichnung "Bob" wurde von der Startbewegung der Teams geprägt (en. to bob: sich rasch hin und her bewegen). Einst als Touristenattraktion gedacht, entwickelte sich der Sport und das Sportgerät zusammen mit der Bobbahn, die von St. Moritz ins tiefergelegene Dorf Celerina führte. Im Jahr 1924 wurde das erste Viererbob-Olympiarennen in Chamonix ausgetragen, während Zweierbob-Wettbewerbe erst an den Winterspielen in Lake Placid 1932 hinzukamen. Die Disziplin Damenbob wurde erst 2002 in den Olympiakalender aufgenommen. Nach wie vor umfasst die Austragungsform der Rennen vier Läufe in einer bestimmten Reihenfolge.

Zu Beginn führte ausschliesslich eine hohe Mannschaftsmasse zum Erfolg, weshalb die einstmaligen Holzbobschlitten bald aus Stahl gefertigt wurden. Erst ab den 1950er Jahren wurde für die Rennen ein Maximalwert für die Mannschaft mitsamt Bob vorgeschrieben, womit der Fokus auf die Athletik wechselte. Heute liegen die Maximalmassen bei 340kg für den Damen-Zweierbob, 390kg für den Herren-Zweierbob und bei 630kg für den Viererbob. Bis in die späten 1980er Jahre entwickelte sich die Bauweise des Sportgeräts stark. Man wechselte von Steuerrädern zu Lenkseilen, führte ein Längsdrehgelenk zwischen dem vorderen und hinteren Teilrahmen ein, verkleidete den Bob mit einer Haube zuerst aus Stoff, dann Fiberglas oder Carbon, und erprobte Feder- und Dämpfersysteme für die Kufen in der damaligen DDR. Der russische Zigarrenbob bedeutete wahrscheinlich die Spitze der aerodynamischen Effizienz, welche mit zunehmender Geschwindigkeit von den Reglementshütern der Fédération Internationale de Bobsleigh et de Tobogganing (FIBT) reguliert wurde. Verschliessbare Plexiglas-Kanzeln wurden ebenso wie die federnde Aufhängung der Kufen verboten, um den steigenden Gefahren der immer höher werdenden Geschwindigkeiten zu begegnen. Im Jahr 2006 erfolgte die letzte wesentliche Einschränkung im Bobreglement [25], als man für die Kufen einen Einheitsstahl vorschrieb, um den ausufernden Kosten für die Kufenstahlentwicklung Einhalt zu gebieten. Heute umfasst das technische Bobreglement 25 Seiten A4 und schreibt die geometrischen Abmessungen aller Komponenten des Bobschlittens vor. Entwicklungen finden noch im Detail statt, dies vorwiegend bei der Materialwahl der Haube und bei der Kufengeometrie, während Bobfahrwerke zum Teil über 15 Jahre unverändert blieben. Noch heute sind Fahrwerke aus Dresdner Produktion (1995) konkurrenzfähig und werden in neue Bobhauben eingebaut.

# 1.2 Zum Sportgerät

Im Folgenden werden Eigenschaften von modernen Bobschlitten beschrieben, die gemäss Reglement [25] bei allen Geräten identisch sind. Bobschlitten bestehen aus einem Fahrwerk aus Stahl, das längs durch ein Drehgelenk, das Mitteltrennungsgelenk, zweigeteilt ist (Abbildung 1.1). Die beiden Rahmenhälften (A) müssen aus Stahl gefertigt sein und dürfen gewisse Mindestdimensionen nicht unterschreiten. Die Kufen (B) sind drehbar an Starrachsen (C) befestigt, wobei die vordere Achse über einen Drehschemel lenk- und pendelbar (D) ist. Der Pilot lenkt über Seile (E), die mit einer Ubersetzungsmechanik verbunden sind. Vorgespannte Expandergummis unterstützen den Piloten, die Mittellage der Lenkung zu finden. Nähere Ausführungen hierzu folgen in Kapitel 8.3. Auch die Bobhaube, welche oft als "die Aerodynamik" bezeichnet wird, ist mittig getrennt (F) und formt die Sitze für die Mannschaft. Sie ist in bestimmten vorgeschriebenen Bereichen mit dem Stahlrahmen verbunden. Explizite Verschiebungsfreiheitsgrade besitzt ein Bob nicht, jedoch weist die Rahmen- und Haubenkonstruktion eine gewisse Nachgiebigkeit auf, die den Gesamtfederweg der grössten Massen, der Athleten, ausmachen. In den Seitenwänden von Viererbobhauben sind einklappbare Anschubbügel (G) eingelassen, über die die Athleten ihre Schubkraft am Start übertragen. Ein Rechen, der über Hebel ins Eis gedrückt wird, übernimmt die Funktion der Bremse (H), welche ausschliesslich nach der Zieldurchfahrt betätigt wird. Um sich zu fixieren, hält sich die Mannschaft an Haltegriffen und Fussrasten fest. An allen vier Ecken weist die Bobhaube Abweiser (J) auf, welche verhindern, dass die spitzen Kufen die Wände des Eiskanals berühren oder durchdringen können.

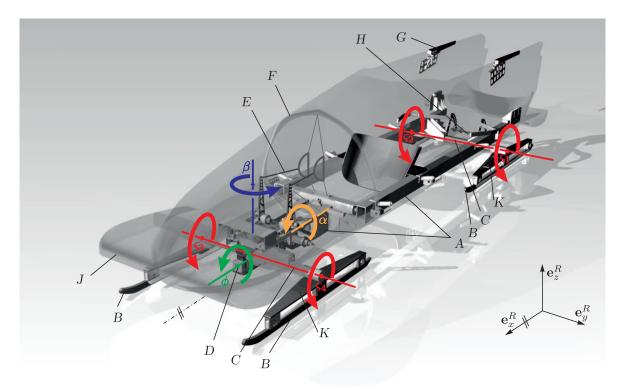


Abbildung 1.1: Ein Viererbobfahrwerk in Referenzkonfiguration.

Folgende Rotationsfreiheitsgrade sind an jedem Bobfahrwerk zu finden:

Gelb: Mitteltrennung ( $\alpha$ ): Der Stahlrahmen des Bobschlittens ist quergeteilt, sodass sich Hinter- und Vorderteil gegeneinander verschränken können. Ein Drehgelenk, welches durch eine Achse annähernd in Fahrtrichtung und den Schwenkwinkel  $\alpha$  beschrieben wird, koppelt die beiden Rahmenhälften. Gemäss Reglement [25] sind Winkel  $|\alpha| \leq 12^{\circ}$  erlaubt. Auch die Bobhaube ist an dieser Stelle zu trennen, was die Begriffe Vorder- und Hinterhaube, sowie Vorder- und Hinterrahmen begründet.

Blau: Lenkkopf ( $\beta$ ): Zur Vorderachskonstruktion zählt der Steuerkopf, der Vorderachsträger und die Vorderachse. Diese Baugruppe kann sich wie bei einem Fahrrad um eine annähernd vertikal ausgerichtete Achse um den Winkel  $\beta$  drehen. Die Lenkbewegung erfolgt über ein Gestänge und Zugseile, während vorgespannte Expandergummis für die Zentrierung bei der Rückstellung sorgen.

Grün: Pendelachse ( $\phi$ ): Die Vorderachse ist am Lenkkopf befestigt und ist ihm gegenüber schwenkbar gelagert. Ihre Neutrallage zum Lenkkopf wird über eine quer zur Fahrtrichtung liegende Blattfeder, genannt Querblattfeder, realisiert. Die Anordnung der Schwenkachse in annähernder Längsrichtung erlaubt eine Pendelbewegung der Vorderachse um den Winkel  $|\phi| \leq 12^{\circ}$ . Unter dem Begriff Pendelachse wird die Vorderachse und der Vorderachsträger mitsamt dem Pendelmechanismus zusammengefasst.

Rot: Kufenhalter ( $\varsigma_i$ , i = 1, ..., 4): Jeder Kufenträger (K) kann sich um die Achse drehen, an der er befestigt ist. Dieses Gelenk ermöglicht eine Anpassung der Kufen an die Steigung der Bobbahn.

In der Referenzkonfiguration, welche in Abbildung 1.1 darstellt ist, gilt für die Winkel  $\alpha = \beta = \phi = \varsigma_i = 0^{\circ}$ . Die Einheitsrichtungsvektoren des R-Koordinatensystems beschreiben die Hauptrichtungen des Bobs in Referenzkonfiguration. Der Vektor  $\mathbf{e}_x^R$  zeigt die Längsrichtung,  $\mathbf{e}_y^R$  die Lateralrichtung und  $\mathbf{e}_z^R$  die Vertikalrichtung des Bobs an.

## 1.3 Literaturüberblick

Aus technischer Sicht werden meist drei Teilaspekte des Sportgeräts einzeln diskutiert: Es sind dies die Aerodynamik, die Kufe-Eis-Reibung und die Bobdynamik. In dieser Arbeit wird als vierter Teilaspekt auf die nichtglatte Mechanik Bezug genommen.

1. Die Aerodynamik des Bobs mitsamt Athleten wird anhand von Windkanalmessungen untersucht [24,82]. Von Dabnichki [23] werden die Druckverluste und Verwirbelungen am Ende des Bobs sowie die Position der Athleten und speziell des Bremsers betrachtet. Ganzheitliche Analysen mit einer Aufschlüsselung des Gesamtwiderstands eines Zweierbobs in seine Anteile finden sich bei Lewis [47]. Er stellt unter anderem fest, dass der Anteil von Fahrwerksteilen wie Achsen und Kufenträgern am Gesamtwiderstand 46% beträgt, und dass Druckverluste im Gegensatz zur Oberflächenreibung einen grossen Anteil haben. Bei einer Rotation des Vorderbobs um  $\alpha = 5^{\circ}$  erhöht sich der Luftwiderstand nach Lewis' Aussagen um etwa 2-3%. Für einen Zweierbob liegen die gemessenen aerodynamischen Beiwerte nach [47] bei  $c_W = 0.25$ -0.4 und nach [24] bei  $c_W = 0.2$ -0.32. Für Viererbobs lassen sich keine Daten finden. Jegliche Aussagen aus Windkanalexperimenten sind mit Vorsicht zu interpretieren, da alle vorgestellten Ergebnisse vom Messaufbau abhängen.

Es gilt genauer abzuschätzen, welche Betriebszustände und Randbedingungen relevant sind, um den Bob spezifisch darauf auszulegen. Soldati [70] studiert die Einflüsse von gekrümmten Bobbahnen und Bobbahn-Seitenwänden auf die Aerodynamik. Die Bobhauben, welche bis in die 90er Jahre aus Polyester oder Glasfaser hergestellt wurden, bestehen inzwischen aus einem Gemisch aus Kohlefaser und Aramid, wobei die Herstellungsverfahren von Handlaminaten über Sandwichkonstruktionen bis hin zum Prepreg-Verfahren reichen. Ein von Louis und Ermanni [48] vorgeschlagenes Out-of-Autoclave Prepreg Verfahren ist für die zukünftige Anwendung interessant, da es ohne Autoklav auskommt und trotzdem eine sehr hohe Bauteilqualität ermöglicht wird. Im Schiffs- und Flugzeugbau hat diese Bauweise schon Anwendungen gefunden. Bei der Wahl der Matrixmaterialien ist die Anwendungsforschung auf die Dämpfungseigenschaften und die Tieftemperaturzähigkeit der Thermoplastischen Matrix ausgerichtet [68].

2. Die Physik der Kontakte zwischen Kufen und Bahnoberfläche beschäftigt auch Forscher in ähnlichen Sportarten wie Eisschnellauf oder Skisport. Man ist sich hier wie dort über die physikalischen Gesetzmässigkeiten nicht einig. Eine Literaturübersicht hierfür bietet Colbeck [20].

Früher widmete sich die Bob-Kufenforschung der Materialwahl und Nachbehandlung, was seit der Pflicht zur Verwendung von Einheitsstahl durch die FIBT im Jahr 2006 obsolet geworden ist. Heute sind die Optimierung der Kufengeometrie und die Messung des Reibwerts zwischen Kufe und Bobbahn von Interesse. Hainzlmaier [35] stellt fest, dass die Kufe-Eis-Reibung von mehr als zehn Parametern abhängig ist, von denen nur wenige kontrollierbar sind. Seine gefundenen Zusammenhänge umfassen eine abnehmende Reibung mit zunehmender Kufenanpresskraft bis zu einem Grenzwert, ab dem die Eiszerstörung beginnt und der Reibwert wieder ansteigt. Reibwertmessungen auf einem Scheibentribometer mit kleinen Kufenproben, wie sie Hainzlmaier durchführt, stellen ein vielverwendetes Konzept dar (zum Beispiel [76]). Die Laborbedingungen eines solchen Tests weichen allerdings derart stark von der realen Situation ab, dass die Zahlenwerte nur als grobe Schätzungen dienen können. Zu den Hauptunterschieden zwischen Rennbedingungen und Experiment zählen die niedrigere Gleitgeschwindigkeit, die unterschiedlichen mechanischen Randbedingungen und die Probengrösse. Ebenso problematisch an den Tribometerversuchen sind die Eisherstellung und Qualitätskontrolle, sowie die grosse Streuung der Messwerte. Im Gegensatz zu Hainzlmaier misst Scherge [66] mit einem umgebauten Reifenprüfstand (ø 3.8m) bei realistischen Gleitgeschwindigkeiten bis 100km/h und kann immerhin 150mm lange Testkufen montieren, während ihre Einspannbedingungen, die Kontaktgeometrie sowie die Eisqualität nach wie vor nicht der realen Situation entsprechen. Seine Bezifferung der Kufe-Eis-Reibung bei niedrigen Gleitgeschwindigkeiten  $v_G$  deckt sich mit  $\mu = 0.015$ -0.016 bei  $v_G = 2.8 \text{m/s}$  mit den Erfahrungen von Hainzlmaier. Scherges Erkenntnisse bestätigen Hainzlmaier, dass die Reibwerte bei höheren Gleitgeschwindigkeiten abnehmen: Er misst  $\mu = 0.005$ -0.008 bei  $v_G = 28$ m/s. Auch Braghin [13] stellt fest, dass die Längsreibung mit zunehmender Geschwindigkeit abnimmt. Er beziffert die Reibwerte mit  $\mu = 0.025$ -0.08. Seine Methode basiert auf der Verhältnisbildung von während der Fahrt gemessenen Längs- und Vertikalkräften. Nieuwenhuijze [58] präsentiert ein Konzept für eine an einem Auto befestigte Schleppvorrichtung, mit der man eine Bobachse über eine Eisstrecke ziehen könnte. Seine Ausführungen zeigen die zu erwartenden Schwierigkeiten einer stationären Messung des Kufe-Eis-Reibwerts. Poirier [64] führt Radarmessungen von Bobschlitten bei Rennbedingungen durch. Die so von ihm berechneten  $c_W$ -Werte liegen mit  $c_W = 0.54 \pm 0.07$  um einiges höher als bei Dabnichki [24]. Seine Abschätzung von  $\mu = 0.005$ -0.015 bei Eistemperaturen um -10°C liegt hingegen wesentlich niedriger als alle anderen vorgestellten Werte. Poiriers Analysen beschränken sich auf Geradenstücke, um fahrkurvenunabhängige Daten zu erhalten. Damit kann er keine Aussagen über die Abhängigkeit der Reibung von der Kufenanpresskraft machen. Hainzlmaiers [35] Untersuchungen der Spurrillen im Eis geben gute Anhaltspunkte für die Modellierung der Querreibung (siehe Kapitel 2) sowie für eine Optimierung der Kufengeometrie. Im Bobsport können momentan hauptsächlich Erfahrung und Testreihen die Entwicklung vorantreiben, da Labormessungen noch unzureichende Erkenntnisse liefern. Am vielversprechendsten sind hochauflösende Geschwindigkeitsmessungen, wie Poirier sie durchführt.

- 3. Die Bobdynamik wird von Maisser [49] zur Optimierung von Fahrspuren untersucht. Er berechnet Brachystochronen für die über Tori angenäherte Bobbahn. Selbst für ein Punktmassenmodell ist es für ihn nicht denkbar, ein globales Optimum für eine gesamte Bobbahn zu finden, da wesentliche Aspekte wie Haftreibungsbedingungen oder die Zulässigkeit einer Fahrkurve schwer quantifizierbar sind. Die Seitenführungskräfte können beispielsweise nur innerhalb der Haftungsgrenzen liegen. Die Punktmassenmodelle haben in vielen Bobsimulatoren bereits Verwendung gefunden [33, 41, 56]. Diese Modelle können trotz ihrer Einfachheit schon optisch ansprechende Resultate generieren, liefern jedoch wenig Einblick in die relevanten Fahrdynamikeffekte. Detaillierte Mehrkörpermodelle werden ebenfalls von Maisser [50] entwickelt und in einem Fahrsimulator umgesetzt. Er untersucht die Einflüsse verschiedener Fahrwerkskonfigurationen auf die Fahrleistung, wobei es keine genaueren Ausführungen zu den effektiven Parameterstudien gibt. Das Mehrkörpermodell von Braghin [11] zeigt auf, dass der Vergleich von echter und simulierter Fahrspur eine wesentliche Herausforderung ist und sehr gute Messtechnik verlangt. Auch die Implementierung eines Fahrermodells zur automatischen Optimierung von Boblayouts wird von Braghin [12] diskutiert. Weitere Bobsimulatoren basierend auf einem Mehrkörpermodell sind bei Kelly [39] oder Kielau [44] zu finden.
- 4. Die nichtglatte Mechanik kommt im vorgestellten Bobdynamikmodell (Kapitel 2.3) zur Anwendung, um die typischen Effekte wie Haft-Gleit-Übergänge sowie einseitige Kufe-Eis-Kontakte abzubilden. Leine [46] und Glocker [28] grenzen sie von der glatten Mechanik ab, während die Dynamik von Mehrkörpersystemen mit ideal harten Kontakten und Reibung in den Arbeiten von Pfeiffer [61] und Glocker [28] behandelt werden. Sie diskutieren Reibung und Stösse anhand von mengenwertigen Kraftgesetzen. Ausführungen zur Stossdynamik sind in [27,31] zu finden. Numerische Aspekte zur Integration solcher Systeme wurden erstmals von Jean [43] und Moreau [55] diskutiert. Ihre Verfahren sind als Timestepping-Algorithmen bekannt [6,72]. Brogliato [17] oder Acary und Brogliato [1] bieten eine Übersicht über die dort meistverwendeten Methoden. Um die Rechengeschwindigkeit des Algorithmus zu verbessern, liesse sich eine Zeitschrittweitensteuerung nach Studer [74] implementieren.

# 1.4 Übersicht und Ziele

Das Projekt Citius (lat. citius: schneller) hatte zum Ziel, die Schweizer Bobathleten mit den schnellsten Schlitten für die Olympischen Winterspiele in Vancouver (2010) zu versorgen. Im Zeitraum zwischen Herbst 2007 und Herbst 2009 wurden unter anderem die Kufen, die Aerodynamik, der Bobhüllen-Aufbau, sowie die Dämpfung und Fahrwerksdynamik in verschiedenen Teams untersucht. Als Resultat entstanden drei Viererbobs und sechs Zweierbobs. Getragen wurden diese Aufgaben von elf Professuren der ETH Zürich und von über einem Dutzend Industriesponsoren. Die vorliegende Arbeit entstand im Citius-Teilprojekt "Fahrwerk" und fokussiert sich auf die Modellierung der Bobdynamik und auf die Konzeption von optimierten Bobfahrwerken.

Die Bobdynamik wird in Kapitel 2 thematisiert. Es sollen die Grössenordnungen der Verluste mithilfe eines Punktmassenmodells abgeschätzt werden. Zur Untersuchung des Lenkverhaltens des Bobs wird ein Mehrkörpermodell vorgestellt. Dieses muss die wesentlichen mechanischen Komponenten eines Bobschlittens berücksichtigen. Der Kufe-Eis-Kontakt im Modell soll über ein realistisches Kontakt-Kraftgesetz beschrieben werden. In Kapitel 3 wechselt der Fokus auf die konstruktiven Besonderheiten von Bobfahrwerken. Eine Übersicht der Massen- und Steifigkeitseigenschaften des Gesamtsystems soll die für die Bobdynamik relevanten Elemente hervorheben. Diese Daten werden für einen Bob des Stands der Technik ermittelt. Darauf basierend werden in Kapitel 4 Gesamtkonzepte formuliert. Während sich Kapitel 5 der Neukonzeption der Primär- und Sekundärfederung widmet, behandelt Kapitel 6 den tragenden Rahmen. Die Bandbreite an Baugruppensteifigkeiten sowie die Parameterbereiche der Kraftelemente sollen wo möglich erweitert werden, um die Fahrbarkeit des Bobs stärker beeinflussen zu können. Die Kraftgesetze aller Kraftelemente im Fahrwerk, welche in den Kapiteln 5 und 8.3 erarbeitet werden, sind ebenfalls von Bedeutung. Mathematische Ersatzmodelle sollen das Verständnis dieser Kraftelemente verbessern und die Parameterabhängigkeiten in der Konstruktion aufzeigen. Weil im Fahrwerk Vibrationen festgestellt werden können, wird in Kapitel 7 eine Möglichkeit zu deren Reduktion diskutiert. Die Bobsteuerung ist von sehr grosser Relevanz für die Konkurrenzfähigkeit eines Bobfahrwerks. Ihre mechanische Umsetzung und Charakterisierung ist in Kapitel 8 beschrieben.

# Kapitel 2

# Simulation von Bobfahrten

In diesem Kapitel wird ein Modell vorgestellt, mit welchem sich unter der Annahme eines vorgegebenen Fahrpfads die Dynamik einer Punktmasse berechnen lässt. Das Modell liefert eine ausreichend genaue Vorhersage von Renn-Laufzeiten und damit auch Grössenordnungen von Verlustarbeiten. In Kapitel 2.3 wird ein Mehrkörpermodell eingeführt, um Effekte zum Kufe-Eis-Kontakt und zur Fahrdynamik zu analysieren. Dieses Modell verfügt über die wichtigsten Parameter wie den Lenkwinkel  $\beta$ , die Mitteltrennungsverdrehung  $\alpha$  und formuliert die Kräfte der vier punktförmigen Kufe-Eis-Kontakte über mengenwertige Kraftgesetze. Für diese einseitigen Kontakte werden mehrere Haftreibungsgrenzen sowie der Einfluss von Fahrrillen diskutiert. Mit dem Mehrkörpermodell können qualitative Aussagen über den Zusammenhang zwischen Systemparametern und Fahrlinien gemacht werden, die bei der späteren Fahrwerkskonzeption hilfreich sind.

### 2.1 Punktmassenmodell

Im Folgenden wird ein Punktmassen-Dynamikmodell zur Simulation von Bobschlittenfahrten beschrieben, um die Grössenordnungen der Verlustphänomene zu bestimmen und das Optimierungspotential abzuschätzen [56,84]. Betrachtet wird eine Bobbahn mit einem auf ihr liegenden a priori bekannten Fahrpfad (Abbildung 2.1 rechts). In jedem

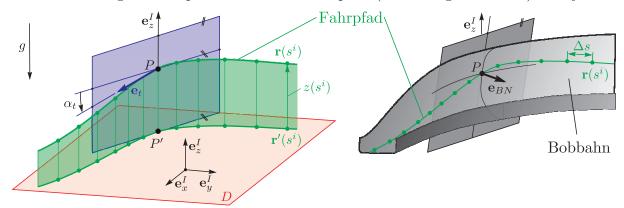


Abbildung 2.1: Geometrie des Fahrpfads im Punktmassenmodell.

Punkt P ist die zum Fahrpfad tangentiale Richtung über  $\mathbf{e}_t = \mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}s$  gegeben. Entlang dieser Richtung wird nun die Längsdynamik der Punktmasse betrachtet. Der Fahrpfad ist über die Raumkurvenpunkte  $\mathbf{r}(s^i)$  auf den äquidistant über die Bogenlänge verteilten Stützpunkten  $s^i = i\Delta s$ , mit  $i = 0, 1, 2, \ldots, k$  und  $\Delta s = 0.5$ m gegeben,

$$\mathbf{r}(s^i) = \begin{pmatrix} \mathbf{r}'(s^i) \\ z(s^i) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3. \tag{2.1}$$

Dabei entspricht die Grundrisskurve  $\mathbf{r}'(s^i) \in \mathbb{R}^2$  der Projektion des Fahrpfads in die rote Grundrissebene D und  $z(s^i)$  den entsprechenden Höhendaten [34]. Bekannt sind ausserdem die Krümmungen  $\kappa_D(s^i)$  der Grundrisskurve  $\mathbf{r}'(s^i)$  in den Punkten  $s_i$ . Ihr Winkel zur Grundrissebene wird als Pfadgefälle  $\alpha_t(s^i)$  definiert, welches über eine diskrete Ableitung erster Ordnung berechenbar ist.

Für den ganzen Fahrpfad gilt  $|\alpha_t| < 15\%$ , weshalb seine Krümmung näherungsweise durch die auf die Grundrissebene D projizierte Krümmung  $\kappa_D(s^i)$  und die Krümmung  $\kappa_L(s^i)$  des Höhenprofils  $z(s_i)$  bestimmt werden kann. Die Werte  $\kappa_L(s^i)$  werden dabei mittels der zweiten diskreten Ableitung berechnet. Mit dem Vektor  $\mathbf{e}_{BN}(s^i)$  in Abbildung 2.1 rechts ist die Bobbahnnormalenrichtung im Punkt P angegeben.

Im Modell wird angenommen, dass die Punktmasse P dem Fahrpfad  $\mathbf{r}(s)$  folgt. Nach dem Freischneiden der Punktmasse wirkt auf sie die Gewichtskraft  $F_g = mg$ , die Reibkraft  $F_\mu$  zwischen Bob und Eisbahn und die Luftwiderstandskraft  $F_{cw}$ , wie Abbildung 2.2 zeigt. Beide Widerstandskräfte wirken dabei in negative Geschwindigkeitsrichtung  $\mathbf{v}$ , die stets tangential zum Fahrpfad liegt. Die Kraft  $\mathbf{F}_N$  ist so ausgeprägt, dass sie die Zwangsbeschleunigung aufbringt, welche die Punktmasse auf dem Fahrpfad hält. Sie ist parallel zu  $\mathbf{e}_{BN}$  und damit senkrecht zur Punktmassengeschwindigkeit  $\mathbf{v}$  ausgerichtet. Ein ebenes Coulombreibgesetz  $F_\mu = \mu F_N$  beschreibt

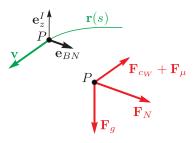


Abbildung 2.2: Freischnittskizze des Punktmassenmodells.

die Kufe-Eis-Reibung. Der Reibungskoeffizient wird mit  $\mu = \text{const.}$  bezeichnet. Mithilfe eines auf  $\mathbf{e}_{BN}$  projizierten Impulssatzes gilt für die Bindungskraft

$$F_N = ma_{BN} = m\sqrt{(g\cos(\alpha_t) + v^2\kappa_L)^2 + (v^2\kappa_D)^2}.$$
 (2.2)

Dabei bezeichnet  $a_{BN}$  die Beschleunigung in Bahnnormalenrichtung  $\mathbf{e}_{BN}$  und  $v := \|\mathbf{v}\|$  ist der Betrag der Punktmassengeschwindigkeit. Beträgt  $a_{BN}$  in einer Kurve ein Vielfaches der Erdbeschleunigung g, beispielsweise  $a_{BN} = 3g$ , so wird diese als 3g-Kurve oder als Kurve mit dem g-Rating 3 klassifiziert. Mittels des Kraftgesetzes  $F_{c_W} = \frac{1}{2}\rho c_W v^2$  wird die aerodynamische Widerstandskraft angegeben. Als Parameter dieses Gesetzes sind die Luftdichte  $\rho$  und der dimensionslose Formwiderstandsbeiwert  $c_W$  zu bestimmen. Der Formwiderstand  $c_W$  berücksichtigt die Stirnfläche  $A_s$  des Bobs und ergibt sich zu  $c_W = \overline{c}_W A_s$ . Die Entwicklung der Punktmassengeschwindigkeit v(s) wird mittels Energiebilanz über ein Bahnsegment  $\Delta s \in [s^i, s^{i+1}]$  iterativ berechnet:

$$\underbrace{\frac{1}{2}m\left((v^{i+1})^2 - (v^i)^2\right)}_{\Delta T} = \underbrace{mg(h^i - h^{i+1})}_{-\Delta V} + \underbrace{\frac{1}{2}\varrho c_W(v^i)^2(s^{i+1} - s^i)}_{W_{cw}} + \underbrace{\mu F_N^i(s^{i+1} - s^i)}_{W_{\mu}}. \quad (2.3)$$

Mit  $\Delta T$  wird die kinetische und mit  $\Delta V$  die potentielle Energieänderung benannt. Durch  $\Delta h = h^i - h^{i+1}$  ist die Höhendifferenz gegeben. Die aerodynamische Verlustarbeit  $W_{cw}$  sowie die Reibarbeit  $W_{\mu}$  sind jeweils das Produkt aus den entsprechenden Widerstandskräften des *i*-ten Iterationsschritts und dem Bahnsegment  $\Delta s$ . Als Anfangsbedingung ist die Startgeschwindigkeit  $v(i=0) = \hat{v}^0$  nach (2.4) vorgegeben.

In Abbildung 2.3 sind die berechneten Geschwindigkeits- und Bindungskraftverläufe für die Parameter eines Viererbobs in Whistler (Kanada) dargestellt. Das Höhenprofil in Pfadrichtung hat den grössten Einfluss auf den Verlauf der Geschwindigkeit v. Sie nimmt solange zu, bis sich die Punktmasse am tiefstgelegenen Punkt der Bahn befindet. Die starken Anstiege des Druckkraftverlaufs  $F_N$  entsprechen den Druckzonen in den Kurven.

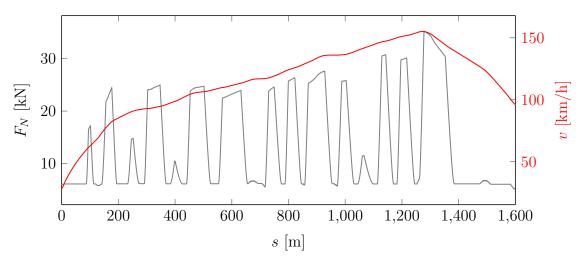


Abbildung 2.3: Berechneter Normalkraft- und Geschwindigkeitsverlauf einer Viererbobfahrt.

Zur Identifikation der beiden freien Parameter des Punktmassenmodells,  $c_W$  und  $\mu$ , wird eine Minimierung der Fehlerquadrate zwischen Simulation und Messung vorgenommen. Die Mittelwerte  $\overline{x}$  aus 20 gemessenen Fahrten von fünf Piloten sind in Tabelle 2.1 gelistet. Die Daten bestehen aus den Zwischenzeiten  $t_1$  bis  $t_6$  und den Geschwindigkeiten  $v_1$  bis  $v_3$  des Olympiarennens in Whistler 2010 [25]. Der durch Hutgrössen indizierte Referenzparametersatz ergibt sich zu

$$\hat{m} = 630 \text{kg}, \quad \hat{v}^0 = 26.4 \text{km/h}, \quad \hat{c}_W = 0.3 \quad \text{und} \quad \hat{\mu} = 0.0078.$$
 (2.4)

Wie die zweitletzte Zeile in Tabelle 2.1 zeigt, beträgt bei dieser Parameterwahl für die Zwischenzeiten  $t_1$  bis  $t_6$  die Absolutabweichung  $\Delta x = y - \overline{x} \leq 0.18$ s, was im Bereich der Standardabweichung  $\sigma(x) \leq 0.22$ s der Messungen liegt. Die relativen Abweichungen zwischen Simulation und Messung betragen für  $t_1$  bis  $t_6$   $\Delta x/\overline{x} \leq 0.5\%$ . Der Fahrpfad des Punktmassenmodells weicht lokal von den realen Fahrlinien ab, weshalb bei  $v_1$  bis  $v_3$  die Absolutdifferenzen zur Messung  $\Delta x \leq -2.2$ km/h oder  $2\sigma(x)$  betragen. Eine von Mössner [56] gezeigte Fahrpfadberechnung wird nicht angewandt, weil sie auf zu vielen Annahmen beruht und unnötige Präzision suggeriert.

x	$t_1[s]$	$t_2[s]$	$t_3[s]$	$t_4[s]$	$t_5[\mathrm{s}]$	$t_6[s]$	$v_1[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}]$	$v_2[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}]$	$v_3[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}]$
$\overline{x}$ Messung	4.76	16.12	29.88	38.60	46.13	51.27	66.70	136.35	151.54
$\sigma(x)$ Messung	0.03	0.08	0.13	0.16	0.19	0.22	0.83	0.36	0.93
y Berechnung	4.77	16.13	30.03	38.79	46.29	51.20	67.4	134.14	150.72
$\Delta x = y - \overline{x}$	0.00	0.00	0.14	0.18	0.15	-0.08	-2.20	0.72	-0.82
$100 \cdot \Delta x/\overline{x}$	-0.15	-0.06	-0.50	-0.49	-0.36	0.14	-1.04	1.64	0.54

Tabelle 2.1: Zeit- und Geschwindigkeitsmessungen für die Bobbahn Whistler im Vergleich zur 1D-Berechnung mit Parametern nach (2.4).

Die für das 1D-Modell passenden  $c_W$ -Werte in (2.4) weichen nur geringfügig von den Windkanalmesswerten des Projekts Citius ab, welche in Ingolstadt als  $c_W = 0.24$  ermittelt wurden. Damit bildet der Modellparameter  $c_W$  zu einem Grossteil tatsächlich die aerodynamische Reibung ab. Beim Punktmassenmodell beschreibt die Reibzahl  $\mu$  ausschliesslich die Längsreibung. In Realität kann der Kufe-Eis-Kontakt auch Quergleiten und Verluste aufgrund von Stössen aufweisen. Diese Effekte werden implizit im Parameter  $\mu$  des Punktmassenmodells berücksichtigt, weshalb hier kein entsprechender Messwert existiert. Über den reinen Längsreibwert  $\mu$  gibt es zudem stark differierende Publikationen: Itagaki konstatiert  $\mu = 0.005$ -0.15 [40], während Braghin  $\mu = 0.025$ -0.08 [13] misst. Die erwähnten nicht-repräsentativen Messbedingungen sind der Hauptgrund.

Mit den Parametern gemäss (2.4), die in Tabelle 2.1 eine gute Übereinstimmung der Simulation mit den gefahrenen Zeiten und Geschwindigkeiten in Whistler zeigen, werden Simulationen für eine zweite Bobbahn durchgeführt. Für diese Validierung der Systemgrössen des Punktmassenmodells wird die Bobbahn in Cesana (Italien) verwendet.

x	$t_1[s]$ $t_2[s]$	$t_3[s]$	$t_4[s]$	$t_5[s]$	$t_6[s]$	$v_1\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$	$v_2\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$	$v_3\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$	$v_4[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}]$
$\overline{x}$ Messung	$4.78 \ 17.37$	26.80	37.75	47.51	55.16	65.4	91.37	112.68	132.67
$\sigma(x)$ Messung									
y Berechnung	4.78 17.27	26.93	37.81	47.62	55.33	63.87	91.79	109.43	131.18
$\Delta x = y - \overline{x}$	0.00 -0.11	0.12	0.06	0.11	0.17	-1.53	0.42	-3.25	-1.49
$100 \cdot \Delta x/x$	0.05 - 0.61	0.46	0.17	0.23	0.31	-2.34	0.46	-2.88	-1.12

Tabelle 2.2: Zeit- und Geschwindigkeitsmessungen für die Bobbahn Cesana im Vergleich zur 1D-Berechnung mit Parametern nach (2.4).

In Tabelle 2.2 sind die Simulationsdaten der Bobbahn in Cesana mit den Daten aus 20 Läufen bei den Olympischen Spielen 2006 verglichen. Man sieht, dass die Simulationsresultate des Punktmassenmodells in Cesana mit identischem Parametersatz (2.4) von den gemessen Daten nur geringfügig abweichen.

# 2.2 Ergebnisse des Punktmassenmodells

Das vorgestellte 1D-Modell kann Rennresultate mit ausreichender Genauigkeit abbilden, wie Tabelle 2.1 zeigt. Die Modellparameter nach (2.4) sind zudem unabhängig von bahnspezifischen Grössen, was an der Validierung in Tabelle 2.2 ersichtlich ist. Somit ist es möglich den Einfluss der verschiedenen Parameter auf einige Zielgrössen zu untersuchen. Bezogen auf die Bobbahn von Whistler zeigt Abbildung 2.4, welchen Effekt relative Veränderungen der Modellparameter um die Referenzwerte aus (2.4) auf die Zielgrössen wie die Gesamtfahrzeit  $t_6$ , die Höchstgeschwindigkeit  $v_{max}$  und auf die Verlustarbeit haben

$$W_{tot} = \sum_{s^i \in S} (W_{\mu} + W_{c_W}), \qquad S = [s^1, \dots, s^k].$$
 (2.5)

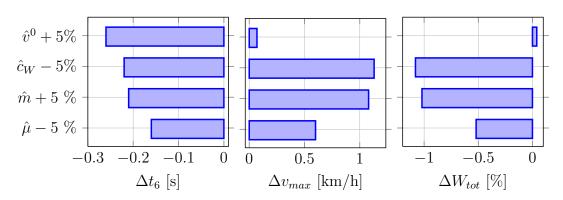


Abbildung 2.4: Einfluss von Parameteränderungen im 1D-Modell.

Auf der Hochgeschwindigkeitsbahn von Whistler, wo die aerodynamische Effizienz am wichtigsten ist, erzielt eine Senkung des  $\hat{c}_W$ -Werts um 5% laut Abbildung 2.4 ähnliche Zeitvorteile  $\Delta t_6$  wie eine um 5% verbesserte Startgeschwindigkeit  $\hat{v}^0$ . Es ist festzustellen, dass die Sensitivität auf Modellparameteränderungen

$$\frac{\Delta t_6[\%]}{\Delta \mu [\%]} = 0.06 \qquad \frac{\Delta v_{max}[\%]}{\Delta \mu [\%]} = 0.08 \qquad \frac{\Delta W_{tot}[\%]}{\Delta \mu [\%]} = 0.1, \tag{2.6}$$

für die Verlustarbeit  $W_{tot}$  am grössten ist, wie am Beispiel von  $\mu$  in (2.6) ausgeführt. Diese Aussage trifft für die Modellparameter m und  $c_W$  ebenfalls zu. Die Verlustarbeit  $W_{tot}$  kann demnach als Qualitätskriterium für kommende Validierungen berücksichigt werden, da hier Abweichungen in den Modellparametern am stärksten sichtbar sind.

Am Bobstart beträgt die Gesamtenergie des Systems  $E^0 = T^0 + V^0$ , welche sich aus der kinetischen Energie  $T^0 = \frac{1}{2}m(v^0)^2$  und der potentiellen Energie  $V^0 = mg(h^0 - h^{Ziel})$  zusammensetzt, wobei der Index (.)<sup>0</sup> Werte am Start und (.)<sup>Ziel</sup> Werte am Ziel anzeigt. Am Beispiel von Whistler und den Parametern nach (2.4) ist die Zusammensetzung von  $E^0$  durch die potentielle Energie geprägt, mit  $T^0 = 19056$ J und  $V^0 = 925080$ J. Durch die aerodynamische Widerstandsarbeit  $W_{cw}$  und die Reibwiderstandsarbeit  $W_{\mu}$  ergibt sich die Gesamtenergie nach einem Lauf im Ziel zu  $E^{Ziel} \approx 0.45E^0$ . Es lässt sich in Abbildung 2.5 feststellen, dass die über eine Fahrt summierte aerodynamische Widerstandsarbeit  $W_{cw}$  etwa doppelt so relevant ist, wie die Coulomb-Reibarbeit  $W_{\mu}$ . Beim leichteren Damenbob nimmt die Gesamtenergie prozentual gesehen am stärksten ab. Eine Optimierung der

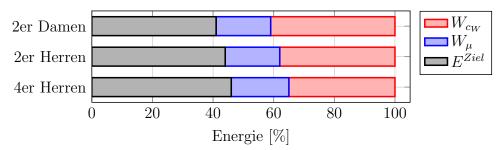


Abbildung 2.5: Aerodynamische Verlustarbeit  $W_{c_w}$ , Reibungsverlustarbeit  $W_{\mu}$  und Restenergie  $E^{Ziel}$  im Ziel bei einer Bobfahrt in Whistler.

leichteren Sportgeräte wird also deutlichere Zeitverbesserungen bewirken.

Hainzlmaier [35] benennt  $\mu$  als wichtigsten Parameter bei der Optimierung von Bobschlitten. Erfahrungsgemäss kann eine ungeeignete Kufe die Abfahrt um etwa 0.5s verlängern. Da die Eisreibung von vielen äusseren Bedingungen und Bobeigenschaften abhängt, wird ihrer Optimierung traditionell viel Beachtung geschenkt. So gibt es beispielsweise Kufen, die auf einen Eistemperaturbereich, eine Bahnrauigkeit, Luftfeuchtigkeit oder für Bedingungen bei starker Reifbildung abgestimmt sind. Eine zielgerichtete Optimierung ist aufgrund des fehlenden Verständnisses der Kufe-Eis-Physik und der dort herrschenden Kraftgesetze bisher nicht möglich. Kufenoptimierungen zur Reduktion des Reibwerts  $\mu$  sind bezahlbar, können aber unter Umständen nur auf wenigen Bahnen verbessernd wirken. Denn eine Kufengeometrie ist nur für einen bestimmten Normalkraft- und Krümmungsverlauf einer Bobbahn optimal. Für Whistler zeigt Abbildung 2.3 einen solchen Normalkraftverlauf, wo die Bindungskraft  $F_N$  im 1D-Modell gerade der Normalkraft entspricht. Der  $c_W$ -Wert kann isoliert betrachtet optimiert werden, was jeweils sehr grosse Investitionen wegen der Windkanalstunden erfordert, jedoch wirken die Verbesserungen auf allen Bobbahnen. Da die Masse m per Reglement [25] nach oben begrenzt ist, streben die meisten Teams diesen Maximalwert an. Es lohnt sich allerdings, Testreihen mit unterschiedlicher Bobmasse durchzuführen, weil die Startgeschwindigkeit  $v^0$  oftmals den grössten Einfluss auf das Rennresultat hat, wie Abbildung 2.4 am Beispiel der Bobbahn Whistler zeigt. Obwohl man mit einem leichteren Bob weniger potentielle Energie  $V^0$ mitnimmt und geringere Höchstgeschwindigkeiten erreicht, reduziert sich die Startzeit  $t_1$ bei gleichzeitiger Erhöhung der Startgeschwindigkeit  $v^0$ . Bei der Erhöhung von m in Abbildung 2.4 ist die Absenkung von  $v^0$  nicht berücksichtigt, weshalb die Verbesserungen von  $t_6$  dort geringer ausfallen würden.

Die Erkenntnisse aus dem 1D-Modell sind von sehr allgemeiner Natur. Sie zeigen aber, dass mit technischen Verbesserungen nicht in der Grössenordnung von Sekunden Zeit gewonnen werden kann.

# 2.3 Mehrkörpermodell

Nach der Wahl der Freiheitsgrade werden die Besonderheiten beim Aufbau der Bewegungsgleichungen erläutert. Insbesondere das Kontaktmodell und die zugehörigen Kraftgesetze werden ausführlich beschrieben. Zur Integration der Bewegungsgleichungen unter Berücksichtigung von Stössen und Reibung wird ein leicht modifiziertes Timestepping-Schema nach Moreau [55] angewandt. Im Anschluss an die Validierung werden qualitative Zusammenhänge zwischen den gewählten Parametern und verschiedenen Auswertungsgrössen diskutiert.

Das Mehrkörpermodell soll qualitative Erkenntnisse im Bereich des Kufe-Eis-Kontakts und der Dynamikphänomene bringen. Seine Formulierung soll als Basis für einen Bobsimulator dienen, der am Zentrum für Mechanik der ETH entwickelt wird [65].

Braghin [10] und Kielau [44] behandeln Mehrkörpermodelle, welche über alle in Abbildung 1.1 gezeigten Freiheitsgrade verfügen. Ein solches Modell wird aufgrund der grossen Parameterzahl für die formulierten Ziele als ungeeignet eingeschätzt, weil im Folgenden der Fokus auf ein aufwändigeres Kontaktmodell gelegt wird. Der Freiheitsgrad  $\varsigma_i$  der Kufenträgergelenke wird nur näherungsweise über eine spezielle Wahl der Kontaktkraftrichtungen berücksichtigt, wie in Kapitel 2.3.3 erläutert wird. Eine Charakterisierung der dort befestigten stark nichtlinearen Kraftelemente wäre nur mit grossem Aufwand möglich. Das Pendelgelenk der Vorderachse mit Drehwinkel  $\phi$  reduziert hauptsächlich Lastspitzen in Kurveneinfahrten und wird aus Gründen einer reduzierten Parameterzahl weggelassen. Es ist zudem über grosse Zeitspannen zum Mitteltrennungsgelenk  $\alpha$  redundant. Diese fehlende Entkopplung der Vorderachsmassen ist ein Grund, warum das Modell nur eine obere Schranke für die Kufenkräfte angeben kann.

## 2.3.1 Problembeschreibung

Das hier diskutierte Mehrkörpermodell (Abbildung 2.6) besteht aus zwei starren Körpern, die über das Mitteltrennungsgelenk verbunden sind. Das Modell weist eine Baumstruktur auf, welche im Folgenden beschrieben wird. Aus numerischen Gründen wird die grösste Masse, der Hinterbob, als Startpunkt des Kinematikbaums gewählt [59].

Der Punkt  $S_1$  entspricht dem Massenmittelpunkt des Hinterbobs, der Mannschaft und der hinteren Kufen. Der Massenträgheitstensor  ${}_A\Theta_{S_1}$  ist bezüglich  $S_1$  und des körperfesten Koordinatensystems A angegeben. Die körperfesten Punkte  $P_1$  und  $P_2$  können mit der Bahnoberfläche Kontakt haben. Ebenfalls auf dem hinteren Bobteil im Punkt E liegt die Mitteltrennungsachse, welche die Verbindung zum Vorderteil des Bobs darstellt. Die Achse  $\mathbf{e}_x^B$  dieses Gelenks ist um den konstanten Winkel  $\varphi_C$  um die  $\mathbf{e}_y^A$ -Achse gedreht.

Das zum Vorderbob körperfeste C-System ist gegenüber dem B-System um den Freiheitsgrad  $\alpha$  um die Mitteltrennungsachse verdreht. Im D-System, welches um den konstanten Winkel  $\varphi_C$  um  $-\mathbf{e}_y^C$  gedreht ist, sind die geometrischen Grössen am Vorderbob einfach beschreibbar. Der Trägheitstensor  $D\Theta_{S_2}$  des Vorderbobs ist bezüglich dem Vorderbobschwerpunkt  $S_2$  im D-System angegeben. Die Lenkachse  $\mathbf{e}_z^E$  ist parallel zur  $\mathbf{e}_z^C$ -Achse und verläuft durch den Punkt L. Um sie dreht sich die masselos modellierte Vorderachse mit den vorderachsfesten Kontaktpunkten  $P_3$  und  $P_4$ . Mit  $n_L$  wird der Nachlauf der Vorderachse benannt. Der Lenkwinkel  $\beta(t)$  ist als Eingangsgrösse vorgegeben und nicht als Freiheitsgrad behandelt, weil die Vorderachse masselos ist.

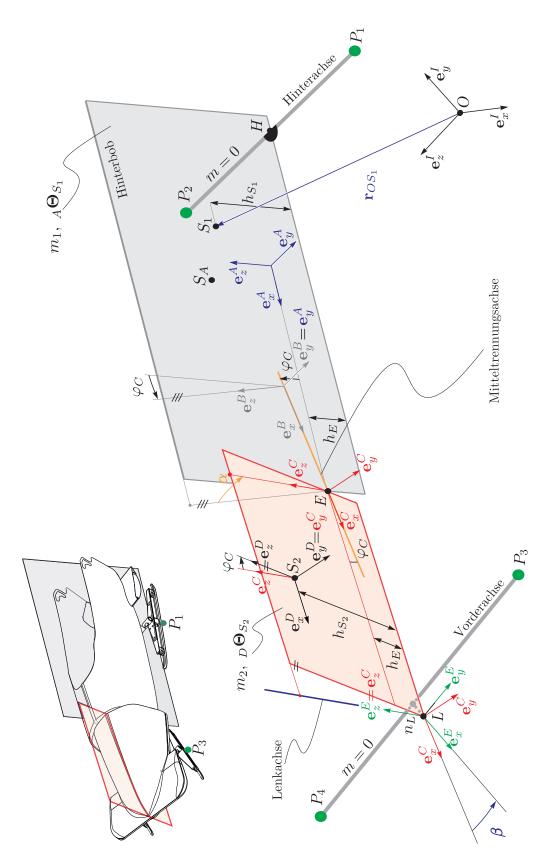


Abbildung 2.6: Kinematikmodell des Bobschlittens

#### 2.3.2 Kinematik des Mehrkörpermodells

Im Folgenden werden die wesentlichen Schritte zur Erarbeitung der Bewegungsgleichungen erläutert. Die Zustandsgrössen  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{u}$  und  $\dot{\mathbf{u}}$ ,

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} {}_{I}\mathbf{r}_{OS_1} \\ \mathbf{H} \\ \alpha \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{8\times 1}, \ \mathbf{u} = \begin{pmatrix} {}_{I}\mathbf{v}_{S_1} \\ {}_{A}\mathbf{\Omega}_{S_1} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{7\times 1}, \ \dot{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} {}_{I}\mathbf{a}_{S_1} \\ {}_{A}\mathbf{\Psi}_{S_1} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{7\times 1}, \quad (2.7)$$

sind Teil dieser Bewegungsgleichungen, welche als auf die generalisierten Geschwindigkeiten projizierte Impuls- und Drallsätze formuliert werden [16,59]. Es sollen grosse Verdrehungen des Bobs zum Inertialsystem I möglich sein, weshalb die Orientierung des Hinterbobs mittels eines Einheitsquaternions  $\mathbf{H}$  angegeben wird

$$\mathbf{H} = (a_0, \mathbf{a})^{\mathsf{T}} = a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k \in \mathbb{H}, a_i \in \mathbb{R}.$$
 (2.8)

Der Skalar  $a_0$  benennt den Realteil und  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)^\mathsf{T}, \|\mathbf{a}\| = 1$  die Koeffizienten des Imaginärteils des hyperkomplexen Quaternions  $\mathbf{H}$ . Mathematische Eigenschaften sind [5,36] zu entnehmen. Der Vektor  $_I\mathbf{v}_{S_1}$  benennt die Schwerpunktsgeschwindigkeit des Hinterbobs, mit  $_A\mathbf{\Omega}_{S_1}$  wird seine Winkelgeschwindigkeit im hinterbobfesten Koordinatensystem A angegeben. Die Zeitableitung von  $\alpha$  wird mit  $\dot{\alpha}$  bezeichnet. Der Vektor der generalisierten Beschleunigungen  $\dot{\mathbf{u}}$  ist analog mit Beschleunigungen und Winkelbeschleunigungen des ersten Körpers aufgebaut.

Zur Erarbeitung der Bewegungsgleichungen sind die kinematischen Grössen aller relevanten Punkte im Mehrkörpermodell erforderlich. Die Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}_i$ , Beschleunigungen  $\mathbf{a}_i$ , Winkelgeschwindigkeiten  $\boldsymbol{\omega}_i$  sowie Winkelbeschleunigungen  $\boldsymbol{\psi}_i$  sind in Abhängigkeit der Zustandsgrössen  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{u}$  und  $\dot{\mathbf{u}}$  gesucht. Die Transformationsmatrizen zwischen einzelnen Koordinatensystemen lauten beispielsweise

$$\mathbf{A}_{AI} = \mathbf{I} + 2a_0\tilde{\boldsymbol{a}} + 2\tilde{\boldsymbol{a}}^{\mathsf{T}}\tilde{\boldsymbol{a}} \in \mathbb{R}^{3\times3} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}_{CB} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}. \tag{2.9}$$

Die Matrix  $\mathbf{A}_{AI}$ , transformiert das *I*-System ins *A*-System [26], wobei der Schlangenoperator in  $\tilde{a}$  verwendet wird

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.10}$$

Alle anderen Koordinatensysteme des Mehrkörpermodells weisen kleine Verdrehwinkel unter 15° zueinander auf, weshalb mit Elementardrehmatrizen gearbeitet werden kann. Die Matrix  $\mathbf{A}_{CB}$  ist als Transformationsmatrix vom B-System ins C-System definiert und beschreibt für dieses Beispiel eine Rotation des Koordinatensystems um die  $\mathbf{e}_x^B$ -Achse um den Winkel  $\alpha$ . Für den Starrkörper  $S_1$  lassen sich die kinematischen Grössen in den Punkten  $P_1$ ,  $P_2$  und E über die Starrkörperformeln

$$A\mathbf{v}_{E} = {}_{A}\mathbf{v}_{S_{1}} + {}_{A}\mathbf{\Omega}_{S_{1}} \times {}_{A}\mathbf{r}_{S_{1}E}$$

$${}_{A}\mathbf{a}_{E} = {}_{A}\mathbf{a}_{S_{1}} + {}_{A}\mathbf{\Psi}_{S_{1}} \times {}_{A}\mathbf{r}_{S_{1}E} + {}_{A}\mathbf{\Omega}_{S_{1}} \times ({}_{A}\mathbf{\Omega}_{S_{1}} \times {}_{A}\mathbf{r}_{S_{1}E})$$

$$(2.11)$$

angeben, hier am Beispiel Punkts E (siehe Abbildung 2.6).

Die Grössen  ${}_{A}\mathbf{v}_{S_1}$ ,  ${}_{A}\Omega_{S_1}$  sowie  ${}_{A}\mathbf{a}_{S_1}$  und  ${}_{A}\Psi_{S_1}$  sind in  $\mathbf{u}$  oder  $\dot{\mathbf{u}}$  enthalten und der Vektor  ${}_{A}\mathbf{r}_{S_1E}$  ist körperfest angegeben, womit alle Grössen in (2.11) gegeben sind. Für alle körperfesten Punkte des Hinterbobs sind die Winkelgeschwindigkeiten und -beschleunigungen identisch. Um sie über das Gelenk in Punkt E für den zweiten Starrkörper, den Vorderbob, zu entwickeln, sind die Relativgeschwindigkeiten  ${}_{C}\boldsymbol{\omega}_{BC}$  oder -beschleunigungen  ${}_{C}\boldsymbol{\psi}_{BC}$  bei den entsprechenden Grössen des Körpers  $S_1$  dazu zu addieren,

$$_{C}\Omega_{S_2} = \mathbf{A}_{CA} {}_{A}\Omega_{S_1} + {}_{C}\boldsymbol{\omega}_{BC}, \qquad {}_{C}\boldsymbol{\Psi}_{S_2} = \mathbf{A}_{CA} {}_{A}\boldsymbol{\Psi}_{S_1} + {}_{C}\boldsymbol{\psi}_{BC}.$$
 (2.12)

Für die Punkte auf dem vorderen Bobteil  $S_2$ , L,  $P_3$  und  $P_4$  lassen sich die Zustandsgrössen mithilfe (2.11) und (2.12) analog berechnen. Mit dem Ziel, die Bewegungsgleichungen als projizierte Impuls- und Drallsätze zu formulieren, wird die Parametrisierung der Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}_i$  oder Winkelgeschwindigkeiten  $\mathbf{\Omega}_i$  wie folgt gewählt:

$${}_{k}\mathbf{v}_{i} = {}_{k}\mathbf{J}_{V_{i}}\mathbf{u} + {}_{k}\boldsymbol{\nu}_{V_{i}}, \quad {}_{k}\mathbf{J}_{V_{i}} = \frac{\partial_{k}\mathbf{v}_{i}}{\partial\mathbf{u}}$$

$${}_{k}\boldsymbol{\Omega}_{i} = {}_{k}\mathbf{J}_{\Omega_{i}}\mathbf{u} + {}_{k}\boldsymbol{\nu}_{\Omega_{i}}, \quad {}_{k}\mathbf{J}_{\Omega_{i}} = \frac{\partial_{k}\boldsymbol{\Omega}_{i}}{\partial\mathbf{u}}.$$

$$(2.13)$$

Die zum k-Koordinatensystem körperfesten Geschwindigkeits-Jacobimatrizen  ${}_k\mathbf{J}_{V_i}$  und Winkelgeschwindigkeits-Jacobimatrizen  ${}_k\mathbf{J}_{\Omega_i}$  projizieren die kinematischen Grössen  ${}_k\mathbf{v}_i$  und  ${}_k\Omega_i$  auf die mit den idealen Bindungen verträglichen generalisierten Geschwindigkeiten u, wobei  ${}_k\boldsymbol{\nu}_{V_i}$  und  ${}_k\boldsymbol{\nu}_{\Omega_i}$  die nicht linear in den generalisierten Geschwindigkeiten vorkommenden Anteile darstellen. Im Falle einer Lenkbewegung d $\beta(t)/\mathrm{d}t \neq 0$  sind diese verschieden von null. In den Impuls- und Drallsätzen vorkommende Beschleunigungen und Winkelbeschleunigungen können nach der Zeitableitung von (2.13) analog formuliert werden und es ergeben sich weitere Zusatzterme  ${}_k\kappa_{V_i}$  und  ${}_k\kappa_{\Omega_i}$  in den kinematischen Bindungsgleichungen

$$_{k}\mathbf{a}_{i} =_{k}\mathbf{J}_{V_{i}}\dot{\mathbf{u}} + _{k}\kappa_{V_{i}}, \qquad _{k}\mathbf{\Psi}_{i} =_{k}\mathbf{J}_{\Omega_{i}}\dot{\mathbf{u}} + _{k}\kappa_{\Omega_{i}}.$$
 (2.14)

Die Komponenten der Jacobimatrizen, sowie die Zusatzterme, lassen sich durch geeignete Wahl von  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{u}$  und  $\dot{\mathbf{u}}$  spaltenweise numerisch und ableitungsfrei aus den Kinematikgrössen berechnen. Man wählt

wo der Vektor  $\hat{\mathbf{u}}(j)$  jeweils Länge 1 hat und  $\hat{u}_i(j)$  das *i*-te Element des Vektors  $\hat{\mathbf{u}}(j)$  benennt. Mithilfe der Starrkörperformeln (2.11)-(2.12) lassen sich alle kinematischen Grössen wie eine Geschwindigkeit  $\hat{\mathbf{v}}_i(\hat{\mathbf{u}}(j))$  und eine Rotationsgeschwindigkeit  $\hat{\mathbf{\Omega}}_i(\hat{\mathbf{u}}(j))$  berechnen. Durch ihren Vergleich mit (2.13)-(2.14) kann beispielsweise die erste Spalte (j=1) der Geschwindigkeits-Jacobimatrix des Punkts  $S_1$ ,  ${}_A\mathbf{J}_{V_1}$ , mithilfe der folgenden Wahl der Zustandsgrössen berechnet werden:

$$\begin{cases}
\hat{\mathbf{q}} &= \text{ aktuelle Lage} \\
\hat{\mathbf{u}}(j=1) &= (1 \ 0 \ \dots)^{\mathsf{T}} \Rightarrow {}_{A}\mathbf{J}_{V_{1}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} = {}_{A}\hat{\mathbf{v}}_{S_{1}}(\hat{\mathbf{u}}(j=1)). \tag{2.16}$$

Die aus diesen Zustandsgrössen resultierende Geschwindigkeit  ${}_{A}\hat{\mathbf{v}}_{S_{1}}$  bestimmt die erste Spalte der gesuchten Jacobimatrix. Auf identischem Weg berechnet sich die Jacobimatrix der Rotation  ${}_{A}\mathbf{J}_{\Omega_{1}}$  bei der Verwendung von  ${}_{A}\hat{\mathbf{\Omega}}_{S_{1}}$  auf der rechten Seite von (2.16). Auch die Grössen  $\boldsymbol{\nu}_{V_{1}}$  und  $\boldsymbol{\nu}_{\Omega_{1}}$  aus (2.13) lassen sich so finden, mit einer etwas anderen Wahl der Zustandsgrössen,

$$\begin{cases}
\dot{\mathbf{q}} &= \text{ aktuelle Lage} \\
\dot{\mathbf{u}} &= 0 \\
\dot{\dot{\mathbf{u}}} &= 0
\end{cases}$$
(2.17)

Analog finden sich die Grössen  $\kappa_{V_1}$  und  $\kappa_{\Omega_1}$ , welche den von  $\dot{\mathbf{u}}$  nicht ausklammerbaren Teil in (2.14) bilden. Die Zustandsgrössen müssen dann als

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{q}} &= \text{ aktuelle Lage} \\ \ddot{\mathbf{u}} &= \text{ aktuelle generalisierte Geschwindigkeiten} \\ \dot{\ddot{\mathbf{u}}} &= 0 \end{cases}$$
 (2.18)

gewählt werden. Die Jacobimatrizen  $_k\mathbf{J}_{\Omega_i}$  sind nur einmal pro Starrkörper k auszuwerten, wodurch in der Programmierung die Geschwindigkeit des Algorithmus optimiert werden kann.

#### 2.3.3 Kinematik des Kufe-Eis-Kontakts

Das hier vorgestellte und in Abbildung 2.7 für den Punkt  $P_3$  dargestellte Kontaktmodell zwischen Kufe und Bobbahn erlaubt ein Haften, Gleiten sowie ein Abheben der Punkte  $P_i$ ,  $i = 1, \ldots, 4$  zur Bobbahn.

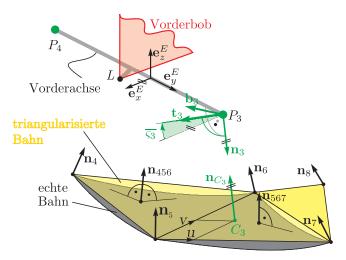


Abbildung 2.7: Kinematik im Kontaktpunkt P<sub>3</sub>.

Dem Punkt  $P_3$  wird ein begleitendes Dreibein  $\{\mathbf{n}_3, \mathbf{t}_3, \mathbf{b}_3\}$  zugewiesen, wobei der Einheitsnormalenvektor  $\mathbf{n}_3$  nach Glocker [30] antiparallel zur Oberflächennormalen  $\mathbf{n}_{C_3}$  des Bahnkontaktpunkts  $C_3$  ist (in Abbildung 2.7:  $\mathbf{n}_3 = -\mathbf{n}_{C_3}$ ). Die Richtungen  $\mathbf{t}_i$  werden wie folgt gebildet:

Hinterachse: 
$$\mathbf{t}_{1,2} = \mathbf{e}_y^A \times \mathbf{n}_{1,2}$$
, Vorderachse:  $\mathbf{t}_{3,4} = \mathbf{e}_y^E \times \mathbf{n}_{3,4}$ . (2.19)

Die Vektoren  $\mathbf{e}_{y}^{A}$  und  $\mathbf{e}_{y}^{E}$  sind die Vorderachs- und Hinterachsrichtungen. Weiter wird

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{n}_i \times \mathbf{t}_i, i = 1, \dots, 4 \tag{2.20}$$

definiert. In der Referenzkonfiguration R, wo für die Winkel  $\alpha = \beta = \phi = \varsigma_i = 0$  gilt, sind die **t**-Richtungen aller Kontaktpunkte identisch mit der Fahrtrichtung (longitudinal) und die **b**-Vektoren zeigen quer zur Fahrtrichtung (lateral). Mit dieser besonderen Wahl der Kraftrichtungen können die Drehgelenke  $\varsigma_i$  aus Abbildung 1.1 in den Kufenträgern näherungsweise über  $\overline{\varsigma_i}$  aus Abbildung 2.7 berücksichtigt werden. Hingegen wird die Kufenmasse und die Längsverschiebung der Kontaktpunkte  $P_i$  bei einer Rotation der Kufenträger um den Winkel  $\varsigma_i$  mit diesem Modell vernachlässigt.

In Normalrichtung sind zwischen einem Berührpunkt  $P_i$  und dem vereinfachend starr angenommenen Eis einseitige harte Kontakte modelliert. Die Relativgeschwindigkeit  $\gamma_{N_i}$  der Kontaktpartner in Normalrichtung berechnet sich nach Glocker [30] durch die Projektion der Absolutgeschwindigkeit des Kontaktpunkts  $\mathbf{v}_{P_i}$  in die Kontaktnormalenrichtung

$$\gamma_{N_i} = -\mathbf{n}_i^\mathsf{T} \mathbf{v}_{P_i} = \mathbf{w}_{N_i}^\mathsf{T} \mathbf{u} + \chi_{N_i}. \tag{2.21}$$

Der Vektor  $\mathbf{w}_{N_i}(\mathbf{q},t)$  ist die generalisierte Kraftrichtung und entspricht dem Anteil, welcher linear in den gereralisierten Geschwindigkeiten  $\mathbf{u}$  ist. Die restlichen Teile der Relativgeschwindigkeit  $\gamma_{N_i}$  werden in  $\chi_{N_i}$  zusammengefasst. Zur Formulierung der Bewegungsgleichungen ist die generalisierte Normalkraft erforderlich, welche sich durch  $\mathbf{f}_{N_i} = \mathbf{w}_{N_i} \lambda_{N_i}$  ausdrücken lässt, mit dem Skalar  $\lambda_{N_i}$  als Normalkraftwert.

In die beiden  $Tangentialrichtungen \mathbf{t}_i$  und  $\mathbf{b}_i$  lauten die Relativgeschwindigkeiten im Kontakt

$$\gamma_{T_i} = -\mathbf{t}_i^\mathsf{T} \mathbf{v}_{P_i} = \mathbf{w}_{T_i}^\mathsf{T} \mathbf{u} + \chi_{T_i} \quad \text{und} \quad \gamma_{B_i} = -\mathbf{b}_i^\mathsf{T} \mathbf{v}_{P_i} = \mathbf{w}_{B_i}^\mathsf{T} \mathbf{u} + \chi_{B_i},$$
 (2.22)

mit den analogen Benennungen der Terme wie für die Normalrichtung. Es können jeweils generalisierte Tangentialkräfte  $\mathbf{f}_{T_i} = \mathbf{w}_{T_i} \lambda_{T_i}$  und  $\mathbf{f}_{B_i} = \mathbf{w}_{B_i} \lambda_{B_i}$  definiert werden. Die generalisierten Kraftrichtungen für die Kufenkontakte sind über

$$_{I}\mathbf{w}_{N_{i}} = -_{I}\mathbf{J}_{V_{i}}^{T}{}_{I}\mathbf{n}_{i}, \quad _{I}\mathbf{w}_{T_{i}} = -_{I}\mathbf{J}_{V_{i}}^{T}{}_{I}\mathbf{t}_{i} \quad \text{und} \quad _{I}\mathbf{w}_{B_{i}} = -_{I}\mathbf{J}_{V_{i}}^{T}{}_{I}\mathbf{b}_{i}$$
 (2.23)

zu berechnen. In Gleichung (2.21) und den analogen Gleichungen in die Tangentialrichtungen lassen sich die Restterme mit den Beziehungen

$$\chi_{N_i} = -_K \boldsymbol{\nu}_{V_i}^{\mathsf{T}}_K \mathbf{n}_i , \qquad \chi_{T_i} = -_K \boldsymbol{\nu}_{V_i}^{\mathsf{T}}_K \mathbf{t}_i \quad \text{und} \qquad \chi_{B_i} = -_K \boldsymbol{\nu}_{V_i}^{\mathsf{T}}_K \mathbf{b}_i \quad (2.24)$$

bestimmen, mit  $\nu_{V_i}$  aus Gleichung (2.13). Die eben definierten Grössen lassen sich für alle n Kontakte zusammenfassen:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{w}_{N_1}, \mathbf{w}_{T_1}, \mathbf{w}_{B_1}, \dots, \mathbf{w}_{N_n}, \mathbf{w}_{T_n}, \mathbf{w}_{B_n}) \in \mathbb{R}^{7 \times 3n}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_{N_1}, \lambda_{T_1}, \lambda_{B_1}, \dots, \lambda_{N_n}, \lambda_{T_n}, \lambda_{B_n})^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{3n \times 1}$$

$$\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_{N_1}, \gamma_{T_1}, \gamma_{B_1}, \dots, \gamma_{N_n}, \gamma_{T_n}, \gamma_{B_n})^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{3n \times 1}$$

$$\boldsymbol{\chi} = (\chi_{N_1}, \chi_{T_1}, \chi_{B_1}, \dots, \chi_{N_n}, \chi_{T_n}, \chi_{B_n})^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{3n \times 1}.$$

$$(2.25)$$

#### 2.3.4 Kontaktdetektion

Die Oberfläche der Bobbahn ist als Dreiecksnetz gegeben. Zur effizienten Detektion des am Kontakt beteiligten Dreiecks wird ein Bounding-Volume-Hierarchy-Suchalgorithmus von Möller [54] angewandt. Für einen kufenfesten Punkt P bestimmt der Algorithmus die Abstandsfunktion  $g_N$  zum entsprechenden bobbahnfesten Kontaktpunkt C der Bobbahn nach

$$g_N = \mathbf{n}_C^\mathsf{T} \mathbf{r}_{PC},\tag{2.26}$$

sowie die an der Kollision beteiligte Bahnnormale  $\mathbf{n}_C$  (siehe Abbildung 2.7). Im Vektor  $\mathbf{g}_N = (g_{N_1}, \dots, g_{N_n})^\mathsf{T}$  werden die Abstandsfunktionen zusammengefasst. Die Indexmenge  $\mathcal{I}$ 

$$\mathcal{I} := \{ i \mid \mathbf{g}_{N_i}(\mathbf{q}, t) \le 0 \} \tag{2.27}$$

beinhaltet alle auf Lageebene geschlossenen und eingedrungenen Kontakte. Je nach Berechnungsmethode von  $\mathbf{n}_C$  variiert das aus der Simulation resultierende Fahrverhalten des Bobs, wie die beiden folgenden Beispiele zeigen:

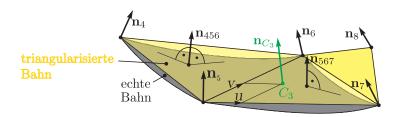


Abbildung 2.8: Alternativen zur Berechnung der Bahnnormalen.

**Dreiecksnormalen:** Die Dreiecksnormalen der triangularisierten Oberfläche (Beispiel:  $\mathbf{n}_{567}$  in Abbildung 2.8) springen von Dreieck zu Dreieck. Beim Übergang des Kontaktpunkts C auf ein neues Dreieck springen auch die Kontaktkräfte. Als Folge beträgt die in der Simulation berechnete Verlustarbeit alleine im Normalkontakt des Mehrkörpermodells doppelt so viel wie  $W_{\mu}$  beim Punktmassenmodell über dieselbe Distanz (siehe Gleichung (2.3)).

Interpolierte Normalen: Durch Baryzentrische Interpolation [22] zwischen den zum Kontaktpunkt C benachbarten Knotennormalen  $\mathbf{n}_5$ ,  $\mathbf{n}_6$  und  $\mathbf{n}_7$  in Abbildung 2.8 erhält man eine gute Approximation der echten Oberflächennormalen  $\mathbf{n}_C$ . Die Unstetigkeiten beim Übergang zwischen zwei Dreiecken verschwinden, und die Verlustarbeit im Kontakt sinkt auf Werte, welche der Energiebilanz des Punktmassenmodells aus Kapitel 2.1 entsprechen. Hingegen dringen die Kontaktpunkte über eine Fahrstrecke von 100m um 5-10cm in die Bahnoberfläche ein, wie noch gezeigt wird, da die Normale  $\mathbf{n}_C$  nicht exakt derjenigen des Dreiecksnetzes entspricht (Abbildung 2.8:  $\mathbf{n}_{C_3} \neq \mathbf{n}_{567}$ ).

Da die Energiekonsistenz als wichtiger erachtet wird als der exakte Fahrweg, wird ausschliesslich das Bahnmodell mit interpolierten Oberflächennormalen verwendet. Das Eindringen in die Bahnoberfläche könnte bei Bedarf über ein nicht energiekonsistentes "Anheben" aus dem Boden behoben werden.

#### 2.3.5 Kontaktkraftgesetze

In den detektierten Kontaktpunkten sind bisher Relativgeschwindigkeiten  $\gamma$ , generalisierte Kraftrichtungen  $\mathbf{w}$  und noch nicht spezifizierte Kraftwerte  $\lambda$  eingeführt. Im Folgenden werden mengenwertige Kraftgesetze erläutert, welche aus Glocker [30] und Leine [46] entnommen sind. Diese Kraftgesetze können über Normalkegelinklusionen formuliert werden.

#### Normalkegel und proximale Punkte

Betrachtet werden eine konvexe Teilmenge  $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^n$  und ein Punkt  $\mathbf{x} \in \mathcal{C}$ . Der Normalkegel  $\mathcal{N}_{\mathcal{C}}(\mathbf{x})$  in  $\mathbf{x}$  beinhaltet alle Vektoren  $\mathbf{y}$ , welche zu den Vektoren  $\mathbf{x}^* - \mathbf{x}$  mit beliebigen Punkten  $\mathbf{x}^* \in \mathcal{C}$  keinen spitzen Winkel bilden

$$\mathcal{N}_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}) = \{ \mathbf{y} | \mathbf{y}^{\mathsf{T}}(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}) \le 0, \ \forall \mathbf{x}^* \in \mathcal{C} \}.$$
 (2.28)

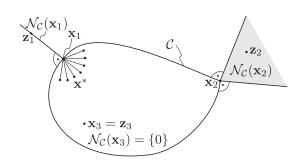


Abbildung 2.9: Normalkegel.

Abbildung 2.9 zeigt für ein zweidimensionales Beispiel, dass der zum Punkt  $\mathbf{x}_1$  zugehörige Normalkegel  $\mathcal{N}_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}_1)$  ein von  $\mathbf{x}_1$  ausgehender Strahl ist, der zum glatten Randstück von  $\mathcal{C}$  senkrecht steht. Wählt man einen beliebigen Punkt  $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ , so bezeichnet man  $\mathbf{x} \in \mathcal{C}$  als proximalen Punkt zu  $\mathbf{z}$ , wenn  $\mathbf{x}$  zu  $\mathbf{z}$  in der Norm  $\|.\|_R$  gemessen den kleinsten Abstand aufweist:

$$\mathbf{x} = \operatorname{prox}_{\mathcal{C}}^{R}(\mathbf{z}) := \underset{\mathbf{x} \in \mathcal{C}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{z} - \mathbf{x}\|_{R}.$$
 (2.29)

Es ist möglich, die Normalkegelinklusionen durch nichtlineare Gleichungen zu ersetzen:

$$\mathbf{y} \in \mathcal{N}_{\mathcal{C}}(\mathbf{x}) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{x} = \operatorname{prox}_{\mathcal{C}}^{R}(\mathbf{x} + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}).$$
 (2.30)

Die Matrix  $\mathbf{R}$  ist dabei frei wählbar, solange sie symmetrisch und positiv definit ist. Weitere Eigenschaften von Normalkegeln und prox-Funktionen sind Glocker [27] oder Möller [51] zu entnehmen.

Die nachfolgend beschriebenen Kraftgesetze vom Typ Normalkegel verknüpfen die Kontaktrelativgeschwindigkeit  $\gamma$  mit der Kontaktkraft  $\lambda$  und sind von der Form

$$\gamma \in \mathcal{N}_{\mathcal{C}}(-\lambda), \tag{2.31}$$

wobei die Grundmenge  $\mathcal{C}$  für jeden Kontakttyp festzulegen ist.

#### Normalkraftgesetz

Das Kraftgesetz in Normalrichtung  $\mathbf{n}$  ist unter dem Namen Signorini's law oder Upr (unilateral primitive) bekannt [8]. Es stellt eine einseitige kinematische Bindung dar und verknüpft die Relativgeschwindigkeiten  $\gamma_N$  mit den Kontaktkräften  $\lambda_N$ . Anschaulich entspricht  $\gamma_N < 0$  einem sich annähernden Kontaktpunktepaar. Abbildung 2.10 zeigt die zugehörige Grundmenge

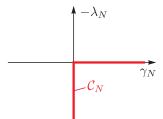


Abbildung 2.10: Kraftgesetz für den Normalkontakt.

$$C_N = \mathbb{R}_0^- \subset \mathbb{R}. \tag{2.32}$$

#### Tangentialkraftgesetze

In die Tangentialrichtungen t und b können die Reibkräfte

$$(\lambda_T, \lambda_B) = f(\mu_T, \mu_B, \lambda_N) \tag{2.33}$$

über Coulomb-Reibgesetze beschrieben werden. Die Grundmengen der entsprechenden Kraftgesetze werden über konstante Reibwerte  $\mu_T$  in t-Richtung, konstante Reibwerte  $\mu_B$  in b-Richtung und die Normalkraft  $\lambda_N$  parametrisiert. Drei Grundmengen werden als Haftgrenzen der Tangentialkontakte untersucht [52], dargestellt in den Abbildungen 2.11 und 2.12:

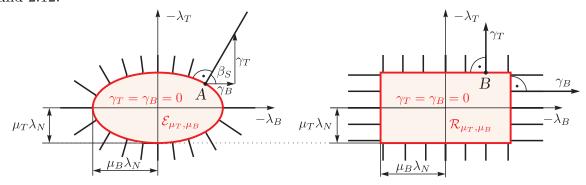


Abbildung 2.11: Elliptische  $(\mathcal{E}_{\mu_T,\mu_B})$  und rechteckige  $(\mathcal{R}_{\mu_T,\mu_B})$  Haftgrenzen.

Elliptische Haftgrenze: Die Haftgrenze in Abbildung 2.11 links lehnt sich an die Kontaktgeometrie zwischen Kufe und Eisbahn an und beschreibt eine Ellipse, deren Grösse mit der Normalkraft skaliert wird. Im Inneren des rot markierten Kraftreservoirs wird Haften beschrieben. Bei Gleiten liegt die Reibkraft  $(\lambda_T, \lambda_B)^{\mathsf{T}}$  auf dem Rand des roten Bereichs und ihre Richtung ist stets senkrecht dazu, angedeutet mit den Gleitgeschwindigkeiten  $\gamma_T$  und  $\gamma_B$ . Anschaulich erlaubt dieses Kraftgesetz einen monotonen Anstieg der Lateralkraft  $\lambda_B$  mit steigendem Schlupfwinkel  $\beta_S = \arctan(\gamma_T/\gamma_B)$ . Jedoch können bei fahrendem Bob  $(\gamma_T > 0)$  keine Seitenführungskräfte  $\lambda_B$  ohne Querschlupf  $\gamma_B$  aufgebaut werden, wie beispielsweise für einen Gleitzustand im Punkt A zu erkennen ist. Das elliptische Kraftreservoir  $\mathcal{E}$  lautet

$$\mathcal{E}_{\mu_T,\mu_B} = \left\{ \begin{pmatrix} \lambda_T \\ \lambda_B \end{pmatrix} \middle| \left( \frac{\lambda_T}{\mu_T \lambda_N} \right)^2 + \left( \frac{\lambda_B}{\mu_B \lambda_N} \right)^2 \le 1 \right\}, \tag{2.34}$$

wobei die Indizes  $(.)_{\mu_T,\mu_B}$  die Parameter der konvexen Menge benennen.

Rechteckige Haftgrenze: Der Haftbereich (Abbildung 2.11 rechts) ist bei identischen Parametern  $\mu_B$ ,  $\mu_T$  grösser als für die elliptische Haftgrenze. Während der Fahrt  $(\gamma_T > 0)$  können sich Seitenführungskräfte aufbauen, ohne zwingend Querschlupf aufzuweisen, wie der Zustand im Punkt B verdeutlicht ( $\lambda_B > 0$ , trotz  $\gamma_B = \beta_S = 0$ ). Im Gegensatz zur elliptischen Haftgrenze sind bei der rechteckigen die beiden Tangentialhaftgrenzen in t- und b-Richtung voneinander unabhängig. Das Kraftreservoir lautet

$$\mathcal{R}_{\mu_T,\mu_B} = \left\{ \left( \lambda_T, \lambda_B \right) \mid |\lambda_T| \le \mu_T \lambda_N, |\lambda_B| \le \mu_B \lambda_N \right\}. \tag{2.35}$$

Trotz guter Einstellbarkeit der Bob-Seitenführung ist diese Haftgrenze numerisch sehr ineffizient verglichen zur elliptischen Haftgrenze. Im Hinblick auf eine Echtzeitfähigkeit der Simulation [65] wird ein weiteres Kraftreservoir vorgeschlagen.

Getrennte Elliptische Haftgrenze: Trennt man die Ellipse in seiner Horizontalsymmetrieachse auf und setzt ein Rechteck in die Lücke, entsteht ein Kraftreservoir S wie in Abbildung 2.12, welches einer Mischung aus den beiden oben genannten entspricht und durch die Parameter  $\mu_{TR}$ ,  $\mu_{TE}$  und  $\mu_{B}$  definiert ist. Damit werden die Vorteile einer guten Konvergenz und einer ausgeprägten Seitenführung kombiniert. Wählt man  $\mu_{TR} = 0$ , erhält man exakt das elliptische Reibgesetz, während man bei sehr kleinem positivem  $\mu_{TE}$  nahe an der rechteckigen Haftgrenze ist, ohne deren Konvergenzprobleme zu haben.

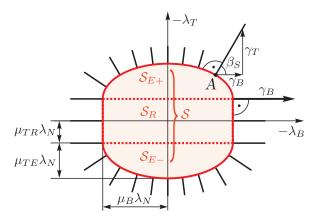


Abbildung 2.12: Getrennte Elliptische Haftgrenze S.

## 2.3.6 Bewegungsgleichungen

Unter Berücksichtigung von einseitigen Kontakten an den Kontaktpunkten sowie Coulomb-Reibung [30] haben die Bewegungsgleichungen die Form

$$\mathbf{M\dot{u}} - \mathbf{h} - \sum_{i \in \mathcal{I}} (\mathbf{W}_i \boldsymbol{\lambda}_i) = 0$$
 (2.36a)

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} \mathbf{u} \tag{2.36b}$$

$$i \in \mathcal{I}: \ \boldsymbol{\gamma}_i = \mathbf{W}_i^\mathsf{T} \mathbf{u} + \boldsymbol{\chi}_i.$$
 (2.36c)

Als  $\mathbf{M}(\mathbf{q},t)$  ist die Massenmatrix des Systems definiert, der Vektor  $\mathbf{h}(\mathbf{q},\mathbf{u},t)$  umfasst Potentialkräfte, Nichtpotentialkräfte und gyroskopische Anteile. Die Terme  $\mathbf{W}_i(\mathbf{q},t)$   $\lambda_i$  in der Summe in (2.36a) beschreiben die Kontaktkräfte in die Normal-, und Tangentialrichtungen und müssen nur für geschlossene Kontakte  $i \in \mathcal{I}$  berücksichtigt werden (siehe Gleichung (2.27)). In Gleichung (2.36b) verknüpft die Matrix

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\boldsymbol{a}^{\mathsf{T}} \\ a_0 \mathbf{I} + \tilde{\boldsymbol{a}} \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 7}$$
 (2.37)

die generalisierten Koordinaten mit den generalisierten Geschwindigkeiten bei der Verwendung von Quaternionen als Winkelparametrisierung [53]. Schliesslich beschreibt (2.36c) die Kinematik der Kontaktpunkte.

Die Bewegungsgleichungen für das Mehrkörpermodell werden als projizierte Impuls- und Drallsätze aufgestellt, weshalb die Massenmatrix und der Vektor der Kraftterme wie folgt aufgebaut sind:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}, t) = \sum_{i=1}^{k} \left[ \mathbf{J}_{V}^{\mathsf{T}} m \, \mathbf{J}_{V} + \mathbf{J}_{\Omega}^{\mathsf{T}} \, \mathbf{\Theta}_{S} \, \mathbf{J}_{\Omega} \right]_{i}$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{u}, t) = -\sum_{i=1}^{k} \left[ \mathbf{J}_{V}^{\mathsf{T}} m \, \kappa_{V} + \mathbf{J}_{\Omega}^{\mathsf{T}} \, \mathbf{\Theta}_{S} \, \kappa_{\Omega} \right]_{i} + \underbrace{\sum_{i=1}^{j} \left[ \mathbf{J}_{V}^{\mathsf{T}} \, \mathbf{F}^{A} + \mathbf{J}_{\Omega}^{\mathsf{T}} \, \mathbf{M}^{A} \right]_{i}}_{=: \mathbf{f}} . \tag{2.38}$$

In (2.38) wird über k Körper summiert, wobei pro Summand die Grössen im jeweils körperfesten System anzugeben sind. Es sind dies das A-System für alle Grössen des Hinterbobs und das D-System für alle Grössen des Vorderbobs. Die Jacobimatrizen  $\mathbf{J}_{V_i}$  und  $\mathbf{J}_{\Omega_i}$  projizieren die Impuls- und Dralländerung auf die generalisierten Geschwindigkeiten, während die Restterme  $\kappa_{V_i}$  und  $\kappa_{\Omega_i}$  im h-Vektor aus Gleichung (2.14) bekannt sind. Mit  $m_i$  ist die Masse des *i*-ten Starrkörpers und mit  $\Theta_{S_i}$  die Massenträgheit bezüglich seines Schwerpunkts benannt. Die Vektoren  $\mathbf{F}^A$  und  $\mathbf{M}^A$  stehen für äussere Kräfte und Momente. Der Vektor der übrigen Kräfte f in (2.38) lautet für den Hinterbob

$$\mathbf{f}_{1} = \mathbf{J}_{V_{1}}^{\mathsf{T}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{1}g \end{pmatrix} + \mathbf{J}_{V_{1}}^{\mathsf{T}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \rho c_{W} \mathbf{v}_{S_{1}} || \mathbf{v}_{S_{1}} || \end{pmatrix} + \mathbf{J}_{\Omega_{1}}^{\mathsf{T}} \begin{pmatrix} k_{\alpha} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{J}_{\Omega_{1}}^{\mathsf{T}} \begin{pmatrix} d_{\alpha} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

mit  $k_{\alpha}$  und  $d_{\alpha}$  als Steifigkeits- und Dämpfungskonstanten des Drehgelenks im Punkt E (Abbildung 2.6), welches über den Drehwinkel  $\alpha$  charakterisiert ist.

Bei jedem Stoss sowie bei Haft-Gleit-Ubergängen im Zusammenhang mit trockener Reibung treten in den generalisierten Geschwindigkeiten u Sprünge auf. Die in (2.36a) enthaltenen Geschwindigkeitsableitungen sind damit nicht mehr definiert. Die Stossdynamik kann über folgenden Gleichungssatz beschrieben werden:

$$\mathbf{M}(\mathbf{u}^{+} - \mathbf{u}^{-}) - \sum_{i \in \mathcal{I}} \mathbf{W}_{i} \mathbf{\Lambda}_{i} = 0$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{i}^{\pm} = \mathbf{W}_{i}^{\mathsf{T}} \mathbf{u}^{\pm} + \boldsymbol{\chi}_{i}$$
(2.40a)

$$\boldsymbol{\gamma}_i^{\pm} = \mathbf{W}_i^{\mathsf{T}} \mathbf{u}^{\pm} + \boldsymbol{\chi}_i^{i \in \mathcal{I}} \tag{2.40b}$$

$$\gamma_i^+ + \varepsilon_i \gamma_i^- \in \mathcal{N}_{\mathcal{C}_i}(-\Lambda_i).$$
 (2.40c)

Die Indizes (.)<sup>±</sup> geben an, ob die Grösse vor oder nach dem Stossereignis betrachtet wird. Mit  $\Lambda_i$  werden Impulsmasse bezeichnet, welche aus den nötigen als Dirac-Masse formulierten impulsiven Kräften bestehen, um den Geschwindigkeitssprung  $\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$  zu realisieren. Mit Gleichung (2.40b) wird die Kontaktkinematik über den Stosszeitpunkt beschrieben. Die Kontaktrelativgeschwindigkeiten  $\gamma_i$  können im Gegensatz zu den Lagen q Unstetigkeiten aufweisen, was in den Geschwindigkeiten vor (.) und nach dem Stoss (.)<sup>+</sup> angedeutet ist. Die Gleichung (2.40c) beschreibt das auf Stösse erweiterte Kraftgesetz der Kontakte. Es wird jeweils um ein Newton-Stossgesetz mit dem Stossparameter  $0 \le \varepsilon_i \le 1$  erweitert. Jedes Kontaktgesetz wird mit einem solchen Stossparameter  $\varepsilon_i$  sowie einer entsprechenden Grundmenge  $C_i$  der Normalkegelinklusion versehen (siehe zum Beispiel (2.32)). Das Gleichungssystem (2.36) und die Stossdynamik (2.40) bildet das komplette Modell für die nichtglatte Dynamik des Bobschlittens.

## 2.3.7 Zeitdiskretisierung

Im Folgenden wird zur Integration der Bewegungs- und Stossgleichungen (2.36) und (2.40) eine leicht abgewandelte Version der von Moreau [55] eingeführten Timestepping Methode präsentiert. Das Verfahren integriert über ein Zeitintervall  $\Delta t$ , ohne Kenntnis über Stosszeitpunkte zu haben. Hierfür sind die Bewegungsgleichungen in der Zeit mit  $\Delta t = t^E - t^B$  zu diskretisieren, wobei die Indizes (.)<sup>B</sup> den Beginn und (.)<sup>E</sup> das Ende eines Zeitschritts markieren. Die Lagen  $\mathbf{q}$  werden in einem Mittelpunktsverfahren integriert, während die Geschwindigkeiten  $\mathbf{u}$  in einem einfachen Euler-Rückwärts-Schritt iteriert werden. Folgende Schritte sind erforderlich:

Erster Halb-Zeitschritt: Man beginnt mit einem halben Zeitschritt für die Lagen und Zeit unter Benutzung der Geschwindigkeit  $\mathbf{u}^B$  zu Beginn des Zeitschritts  $(\mathbf{q}^B = \mathbf{q}(t^B), \mathbf{u}^B = \mathbf{u}(t^B))$ 

$$t^{M} = t^{B} + \frac{1}{2}\Delta t$$

$$\mathbf{q}^{M} = \mathbf{q}^{B} + \frac{1}{2}\Delta t \left(\mathbf{F}(\mathbf{q}^{B})\mathbf{u}^{B}\right)$$
(2.41)

Matrizen: Die Matrix  $\mathbf{F}(\mathbf{q}^B)$  nach (2.37) koppelt die generalisierten Geschwindigkeiten mit den generalisierten Lagen [53]. In allen massebehafteten Punkten, Gelenken sowie geschlossenen Kontakten sind die kinematischen Grössen entsprechend Gleichungen (2.9)-(2.24) zu berechnen. Basierend auf den Lagen zur Mitte des Zeitschritts  $\mathbf{q}^M$  werden die Bausteine der Bewegungsgleichungen wie  $\mathbf{M}(\mathbf{q}^M, t^M)$  und  $\mathbf{h}(\mathbf{q}^M, \mathbf{u}^B, t^M)$  zusammengestellt.

Inklusionsproblem lösen: Für alle geschlossenen Kontakte  $i \in \mathcal{I}(\mathbf{q}^M, t^M)$  sind die Grössen  $\mathbf{W}_i(\mathbf{q}^M, t^M)$  und  $\boldsymbol{\chi}_i(\mathbf{q}^M, t^M)$  erforderlich. Die diskreten Impulse  $\boldsymbol{\Lambda}_i$  sowie die Endgeschwindigkeiten  $\mathbf{u}^E$  können durch die Lösung des diskretisierten Inklusionsproblems bestimmt werden, was Abschnitt 2.3.8 behandelt. Man erhält diskretisierte Bewegungsgleichungen von der Form

$$\mathbf{M}(\mathbf{u}^E - \mathbf{u}^B) - \mathbf{h}\Delta t - \sum_{i \in \mathcal{I}} \mathbf{W}_i \mathbf{\Lambda}_i = 0$$
 (2.42a)

$$\boldsymbol{\gamma}_i^B = \mathbf{W}_i^\mathsf{T} \mathbf{u}^B + \boldsymbol{\chi}_i, \quad \boldsymbol{\gamma}_i^E = \mathbf{W}_i^\mathsf{T} \mathbf{u}^E + \boldsymbol{\chi}_i$$
 (2.42b)

$$\boldsymbol{\gamma}_{i}^{E} + \boldsymbol{\varepsilon}_{i} \boldsymbol{\gamma}_{i}^{B} \in \mathcal{N}_{\mathcal{C}_{i}}(-\boldsymbol{\Lambda}_{i}).$$
 (2.42c)

**Zweiter Halb-Zeitschritt:** Mit bekannten  $\Lambda_i$  für alle geschlossenen Kontakte können die Zustandsgrössen  $\mathbf{u}^E$  und  $\mathbf{q}^E$  am Ende des Zeitschritts berechnet werden

$$\mathbf{u}^{E} = \mathbf{u}^{B} + \Delta t \ \mathbf{M}^{-1} \ \mathbf{h}^{M} + \sum_{i \in \mathcal{I}} \left( \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}_{i} \ \mathbf{\Lambda}_{i} \right)$$
 (2.43a)

$$\mathbf{q}^E = \mathbf{q}^M + \frac{1}{2}\Delta t \; \mathbf{F}^M \; \mathbf{u}^B \tag{2.43b}$$

$$t^E = t^M + \frac{1}{2}\Delta t. \tag{2.43c}$$

Sind alle Kontakte offen, vereinfacht sich die Berechnung der Endgeschwindigkeit  $\mathbf{u}^E$  in diesem Zeitschritt, da der dritte Summand in (2.43a) wegfällt. Für die Endlagen  $\mathbf{q}^E$  ist  $\mathbf{F}^M = \mathbf{F}(\mathbf{q}^M)$  in der Mitte des Zeitschritts auszuwerten.

#### 2.3.8 Berechnung der Kontaktkräfte

In den diskretisierten Bewegungsgleichungen (2.42) sind die Impulse  $\Lambda_i$  durch das Lösen der Inklusionen in (2.42c) zu berechnen. Vorbereitend werden die Bewegungsgleichungen (2.42) umgeformt, indem Gleichung (2.42a) nach  $\mathbf{u}^E$  aufgelöst

$$\mathbf{u}^{E} = \mathbf{u}^{B} + \Delta t \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h} + \sum_{i \in \mathcal{T}} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}_{i} \mathbf{\Lambda}_{i}$$
 (2.44)

und in der zweiten Zeile eingesetzt wird. Die linke Seite der dritten Zeile ergibt sich zu

$$\underbrace{\boldsymbol{\gamma}_{i}^{E} + \boldsymbol{\varepsilon}_{i} \boldsymbol{\gamma}_{i}^{B}}_{:= \boldsymbol{\xi}_{i}} = \sum_{j} \underbrace{\mathbf{W}_{i}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}_{j}}_{:= \mathbf{G}_{ij}} \boldsymbol{\Lambda}_{j} + \underbrace{\mathbf{W}_{i}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h} \Delta t + (1 + \boldsymbol{\varepsilon}_{i}) \boldsymbol{\gamma}_{i}^{B}}_{:= \mathbf{c}_{i}}.$$
(2.45)

Der Gleichungssatz (2.42) kann damit abgekürzt beschrieben werden als

$$\sum_{i} \mathbf{G}_{ij} \mathbf{\Lambda}_{j} + \mathbf{c}_{i} \in \mathcal{N}_{\mathcal{C}_{i}}(-\mathbf{\Lambda}_{i}) \quad \text{oder} \quad \boldsymbol{\xi}_{i} \in \mathcal{N}_{\mathcal{C}_{i}}(-\mathbf{\Lambda}_{i}).$$
 (2.46)

Diese Inklusion ist nun nach den implizit auftretenden Impulsen  $\Lambda_i$  aufzulösen, um die Endgeschwindigkeiten  $\mathbf{u}^E$  in (2.44) zu erhalten. Jede Inklusion wird unter Verwendung der Beziehung (2.30) durch seine prox-Gleichung ersetzt [3,73]

$$-\mathbf{\Lambda}_{i} = \operatorname{prox}_{\mathcal{C}_{i}}(-\mathbf{\Lambda}_{i} + r_{i} \sum_{j} \mathbf{G}_{ij} \mathbf{\Lambda}_{j} + r_{i} \mathbf{c}_{i}).$$
(2.47)

Dabei wird für die Matrix  $\mathbf{R}_i$  in (2.30) die Grösse  $\frac{1}{r_i}\mathbf{I}$  gewählt, was die euklidische Norm der prox-Funktion erhält. Diese prox-Gleichungen sind für die im Bob-Kontaktmodell angewandten Mengen  $\mathcal{C}_i$  der Tangentialkontakte in den Abbildungen 2.11 und 2.12 schwierig auswertbar. Es wird deshalb eine von Möller [51] vorgeschlagene Transformation der Normalkegelinklusion (2.47) mit einer Matrix  $\mathbf{A}$  durchgeführt

$$\boldsymbol{\xi}_i \in \mathcal{N}_{\mathcal{C}_i}(-\boldsymbol{\Lambda}_i) \quad \Leftrightarrow \quad -\mathbf{A}_i^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_i = \operatorname{prox}_{\mathbf{A}_i^{-1}\mathcal{C}_i}^{\hat{\mathbf{R}}_i}(-\mathbf{A}_i^{-1}\boldsymbol{\Lambda}_i + \hat{\mathbf{R}}_i^{-1}\mathbf{A}_i^{\mathsf{T}}\boldsymbol{\xi}_i).$$
 (2.48)

Gleichung (2.48) lässt sich mithilfe der folgenden Abkürzungen

$$\hat{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{\hat{r}_i} \mathbf{I}, \quad \hat{\boldsymbol{\xi}}_i = \mathbf{A}_i^\mathsf{T} \boldsymbol{\xi}_i, \quad \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_i = \mathbf{A}_i^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_i, \quad \hat{\mathbf{G}}_{ij} = \mathbf{A}_i^\mathsf{T} \mathbf{G}_{ij} \mathbf{A}_j, \quad \hat{\mathbf{c}}_i = \mathbf{A}_i^\mathsf{T} \mathbf{c}_i$$
 (2.49)

auf eine Gleichung umformen, die eine identische Struktur wie (2.47) aufweist

$$-\hat{\mathbf{\Lambda}}_{i} = \operatorname{prox}_{\mathbf{\Lambda}_{i}^{-1}\mathcal{C}_{i}}(-\hat{\mathbf{\Lambda}}_{i} + \hat{r}_{i}\sum_{j}\hat{\mathbf{G}}_{ij}\hat{\mathbf{\Lambda}}_{j} + \hat{r}_{i}\hat{c}_{i}). \tag{2.50}$$

Diese nichtlineare Gleichung ist über eine Jacobi-Fixpunktiteration zu lösen

$$\hat{\mathbf{\Lambda}}_{i}^{\nu+1} = -\operatorname{prox}_{\mathbf{\Lambda}_{i}^{-1}\mathcal{C}_{i}}(-\hat{\mathbf{\Lambda}}_{i}^{\nu} + \hat{r}_{i}\sum_{j}\hat{\mathbf{G}}_{ij}\hat{\mathbf{\Lambda}}_{j}^{\nu} + \hat{r}_{i}\hat{c}_{i}), \quad \hat{r}_{i} = \frac{\alpha_{P}}{\max_{k}(\hat{\mathbf{G}}_{iikk})}.$$
(2.51)

Mit  $\hat{\mathbf{G}}_{iikk}$  wird das k-te Diagonalelement der Matrix  $\hat{\mathbf{G}}_{ii}$  benannt. Der Parameter  $\hat{r}_i$  ist als kleinster inverser Diagonalterm  $1/\max_k(\hat{\mathbf{G}}_{iikk})$  der Matrix  $\hat{\mathbf{G}}_{ii}$  definiert, der mit dem Relaxationsparameter  $0 < \alpha_P < 2$  multipliziert wird. Nachdem ein Wert für  $\hat{\mathbf{\Lambda}}_i$  gefunden ist, lässt sich der untransformierte diskrete Impuls  $\mathbf{\Lambda}_i$  berechnen als

$$\mathbf{\Lambda}_i = \mathbf{A}_i \hat{\mathbf{\Lambda}}_i. \tag{2.52}$$

#### 2.3.9 Reibgesetze an den Bobkufen

Für die Berechnung der Tangentialkontaktkräfte im Bobmodell wird die Haftgrenzfläche  $\mathcal S$  aus Abbildung 2.12 angewandt. Es wird eine Transformationsmatrix  $\mathbf A$  vorgeschlagen, die eine einfachere Auswertung der prox-Funktion für die Tangentialkontakte ermöglicht, nämlich

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mu_{TE} & 0\\ 0 & \mu_B \end{pmatrix}. \tag{2.53}$$

Die Menge S der getrenntelliptischen Haftgrenze aus Abbildung 2.12 wird mithilfe von A in ein Gebilde bestehend aus zwei Halbkreisen mit Radius r transformiert, welche durch einen rechteckigen Bereich der Dicke 2a getrennt sind,  $\hat{S} = A^{-1}S$  (Abbildung 2.13). Weiter sind die G-Matrizen für alle Kontaktrichtungen zu berechnen. Sie setzen sich aus den Elementen der Matrix W aus Gleichung (2.25) zusammen, die zur enstprechenden Kontaktrichtung gehören. Zum Beispiel enthält  $W_N$  nur die Elemente von W, welche in Normalrichtung (.) $_N$  zeigen:  $\mathbf{w}_{N_i}, i \in \mathcal{I}$ . Folgende Matrizen werden zur Auswertung der prox-Gleichungen benötigt

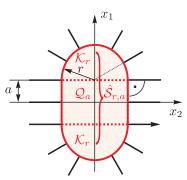


Abbildung 2.13: Skalierte Haftgrenzfläche  $\hat{S}_{r,a}$ .

$$\mathbf{G}_{NN} = \mathbf{W}_{N}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}_{N}, \quad \hat{\mathbf{G}}_{NT} = \hat{\mathbf{G}}_{TN}^{\mathsf{T}} = \mathbf{W}_{N}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{W}}_{T}, \quad \mathbf{G}_{TT} = \mathbf{W}_{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{W}}_{T}, \quad (2.54)$$

wobei die Matrix  $\hat{\mathbf{W}}_T = \mathbf{W}_T \mathbf{A}$  durch die Skalierung mit  $\mathbf{A}$  entsteht. Die Jacobi-Iterationsvorschriften für die Impulse in Normalrichtung  $(.)_N$  sowie in die Tangentialrichtungen  $(.)_{TB}$  lauten

$$\Lambda_N^{k+1} = -\operatorname{prox}_{\mathcal{C}_N}(-\Lambda_N^k + \mathbf{R}_N(\mathbf{G}_{NN}\Lambda_N^k + \hat{\mathbf{G}}_{NT}\,\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_{TB}^k + \mathbf{c}_N)), 
\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_{TB}^{k+1} = -\operatorname{prox}_{\hat{\mathbf{S}}}(-\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_{TB}^k + \hat{\mathbf{R}}_T(\hat{\mathbf{G}}_{TT}\hat{\boldsymbol{\Lambda}}_{TB}^k + \hat{\mathbf{G}}_{TN}\,\boldsymbol{\Lambda}_N^k + \hat{\mathbf{c}}_T), \,\, \boldsymbol{\Lambda}_N^k),$$
(2.55)

mit den Relaxationsmatrizen

$$\mathbf{R}_N = \alpha_P \operatorname{diag}(\mathbf{G}_{NN})^{-1} \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{R}}_T = \frac{\alpha_P}{\max_k(\hat{\mathbf{G}}_{TTkk})} \mathbf{I}.$$
 (2.56)

Weil die Grösse des Haftbereichs mit der Normalkraft skaliert wird, weist die zweite prox-Funktion in (2.55) zusätzlich das Argument  $\mathbf{\Lambda}_N^k$  auf. Die prox-Funktionen für den Normalkontakt und den Tangentialkontakt lauten

$$\operatorname{prox}_{\mathcal{C}_{N}}(x) = \min(x, 0) \qquad \Leftrightarrow \mathcal{C}_{N} : \text{Abb. 2.10.}$$

$$\operatorname{prox}_{\hat{\mathcal{S}}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} + \operatorname{prox}_{\mathcal{K}_{r}} \left( \begin{pmatrix} x_{1} - a \\ x_{2} \end{pmatrix} \right), & x_{1} > a \\ \begin{pmatrix} x_{1} \\ \operatorname{prox}_{\mathcal{Q}_{a}}(x_{2}) \end{pmatrix}, & |x_{1}| \leq a \iff \hat{\mathcal{S}}_{r,a} : \text{Abb. 2.13} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -a \\ 0 \end{pmatrix} + \operatorname{prox}_{\mathcal{K}_{r}} \left( \begin{pmatrix} x_{1} + a \\ x_{2} \end{pmatrix} \right), & x_{1} < -a \end{cases}$$

$$(2.57)$$

Für jedes Parameterset r, a der Menge  $\hat{S}_{r,a}$  ist das Ergebnis von  $\operatorname{prox}_{\hat{S}}(\mathbf{x})$  mithilfe von

$$\operatorname{prox}_{\mathcal{K}_r}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{x}, & ||\mathbf{x}|| \le r \\ \frac{\mathbf{x}}{||\mathbf{x}||}, ||\mathbf{x}|| > r & \text{und } \operatorname{prox}_{\mathcal{Q}_a}(x) = \begin{cases} -a, x < -a \\ x, -a \le x \le a \\ a, x > a \end{cases}$$
 (2.58)

angebbar. Um nach der Transformation durch **A** die Menge  $\mathcal{S}$  abbilden zu können, sind r=1 und  $a=\mu_{TR}/\mu_{TE}$  zu wählen. Bei der Wahl von a=0 oder  $\mu_{TR}=0$  erhält man exakt das elliptische Reibgesetz, welches mit der Menge  $\mathcal{E}_{\mu_T,\mu_B}$  beschrieben ist. Für  $\mu_{TE} \to 0$  wird die rechteckige Haftgrenzfläche  $\mathcal{R}_{\mu_T,\mu_B}$  näherungsweise abgebildet. Die Gleichungen (2.55) werden solange iteriert, bis das Konvergenzkriterium C erfüllt ist

$$C = \frac{\|\mathbf{\Lambda}_N^{k+1} - \mathbf{\Lambda}_N^k\|}{\alpha_P} \le \tau_R \cdot \|\mathbf{\Lambda}_N^k\| + \tau_A \quad \& \quad \frac{\|\hat{\mathbf{\Lambda}}_{TB}^{k+1} - \hat{\mathbf{\Lambda}}_{TB}^k\|}{\alpha_P} \le \tau_R \cdot \|\hat{\mathbf{\Lambda}}_{TB}\| + \tau_A. \tag{2.59}$$

Es prüft die absolute Toleranz  $\tau_A$  sowie die relative Toleranz  $\tau_R$  zweier aufeinanderfolgenden Iterationswerte. Durch die Verwendung der  $\mathbf{\Lambda}_i$  aus den vorhergehenden Zeitschritten als Anfangswert für die prox-Iteration (2.55) genügen häufig unter 10 Iterationen für die gewünschte Genauigkeit  $\tau_R = 10^{-10}$  und  $\tau_A = \Delta t 10^{-1}$ . Damit können Kufenkraftänderungen von  $\Delta \lambda_N = \frac{\tau_A}{\Delta t} = 10^{-1}$ N aufgelöst werden. Dank der interpolierten Oberflächennormalen treten in der Simulation relativ schwache Stösse auf und das vorgestellte Verfahren konvergiert. Im Falle von Konvergenzschwierigkeiten schlägt Alart [4] einen sogenannten Nonlinear Block Gauss-Seidel-Algorithmus mit bewiesener Konvergenz vor.

## Spurrillenbildung

Das vorgestellte Reibgesetz im Kufe-Eis-Kontakt trägt einem aus dem Bobsport bekannten Phänomen noch keine Rechnung: In den Kurven erhöhen Spurrillen die übertragbaren Lateralkräfte überproportional. Bei den beobachtbaren Rilleniefen von etwa 0.1-1mm [35] je nach Normalkraft  $\lambda_N$  wird ein geringfügiger Formschluss zwischen Kufe und Untergrund vermutet. Im Modell werden zur Berücksichtigung dieses Effekts die Tangentialreibwerte in **b**-Richtung  $\mu_B$  mit dem Faktor  $s_{\mu_B}$  skaliert

$$\hat{\mu}_{B} = s_{\mu_{B}} \underline{\mu}_{B} = \begin{cases} \left( 1 + \frac{\lambda_{N}}{\lambda_{N}^{sat}} \frac{\overline{\mu}_{B} - \underline{\mu}_{B}}{\underline{\mu}_{B}} \right) \underline{\mu}_{B}, & \lambda_{N} < \lambda_{N}^{sat} \\ \left( 1 + \frac{\overline{\mu}_{B} - \underline{\mu}_{B}}{\underline{\mu}_{B}} \right) \underline{\mu}_{B}, & \lambda_{N} \ge \lambda_{N}^{sat} \end{cases}$$

$$(2.60)$$

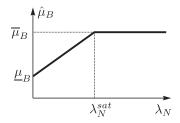


Abbildung 2.14: Skalierung des Lateralreibwerts  $\hat{\mu}_B$  mit der Normalkraft  $\lambda_N$ .

Abbildung 2.14 stellt die Abhängigkeit des Lateralreibwerts von der Normalkraft  $\lambda_N$  Kontaktpunkt dar. Eine Sättigung von  $s_{\mu_B}$  ist vonnöten, weil die Spurrillen nicht beliebig tief werden können. Das resultierende Tangentialreibgesetz ist nun quadratisch in  $\lambda_N$  bis zum Wert  $\lambda_N^{sat}$ . Um dies zu berücksichtigen, wird die zweite Tangentialkomponente nach jedem prox-Iterationsschritt zusätzlich skaliert,  $\Lambda_B = \overline{\Lambda}_B s_{\mu_B}$ . Die Konvergenz der prox-Iteration (2.55) wird dadurch nicht beeinträchtigt. Vorteilhaft an diesem spezifischen Reibgesetz ist, dass mit

den beiden Zusatzparametern  $\lambda_N^{sat}$  und  $\overline{\mu}_B$  die Spurführung des Bobschlittens auf der Geraden sowie in Kurven mit Spurrillen unabhängig kontrollierbar ist.

## 2.3.10 Anfangsbedingungen

Die Simulation einer kompletten Bobfahrt ist aufwändig, weil die Eingangsgrössen wie der Lenkwinkel  $\beta$  ein Fahrermodell und Soll-Fahrlinien voraussetzen. In dieser Arbeit wird nur eine bestimmte Auswahl an aussagekräftigen Kurven simuliert. Aufgrund der ideal starren Kopplung der Körper werden Kurven mit niedrigen Rollbeschleunigungen in den Ein- und Ausfahrten untersucht, da dort die Massenträgheiten der Bobfahrwerksteile weniger Einfluss auf die Fahrlinie haben. Die Kurven 4 und 10 der Bobbahn von Whistler weisen die verlangten Eigenschaften auf, wie Abbildung 2.15 beschreibt.

Bobbahn Whistler	Kurve 4	Kurve 10
Geschwindigkeit	25-27 m/s	33-35 m/s
Rollwinkelbeschleunigung Kurveneinfahrt	$40-80 \text{rad/s}^2$	$20-40 \text{rad/s}^2$
Maximales $g$ -Rating	3.8g	3.9g
Anzahl Radialbeschleunigungs-Spitzen	2	1
Kurvenradius	18m	$30\mathrm{m}$
Bogenlänge	ca. $100 \mathrm{m}$	ca. 71m

Abbildung 2.15: Im Mehrkörpermodell untersuchte Kurven der Bobbahn Whistler.

Kurve 4 ist langgezogen und erfordert über einen Grossteil der Bogenlänge einen Lenkausschlag. Hier lässt sich die Kurvendurchfahrt gut studieren. Bei Kurve 10 ist charakteristisch, dass sie praktisch nur aus Einfahrt und Ausfahrt besteht, mit einer sehr kurzen Lenkbewegung. Hier sollte die Schlitteneinstellung ebenfalls einen Einfluss auf die Fahrlinie haben.

Zur Definition der Anfangsbedingungen ist der Bob an den entsprechenden Kurveneinfahrten in der Bahn zu positionieren. Bei der Bestimmung der initialen Orientierung erfordert die Quaternionenformulierung etwas mehr Aufwand. Die Transformationsmatrix  $\mathbf{A}_{AI}(t=t_0)$  wird über drei aufeinanderfolgende Rotationen

$$\mathbf{R}_1(\text{Winkel }\varphi_1, \text{Achse } \mathbf{e}_x^I) \rightarrow \mathbf{R}_2(\varphi_2, \mathbf{e}_z^I) \rightarrow \mathbf{R}_3(\varphi_3, \mathbf{e}_x^I)$$
 (2.61)

um jeweils inertiale Drehachsen hergeleitet. Für jede dieser Drehungen kann ein Quaternion identifiziert werden: Wenn  $\mathbf{n}_R$  die Rotationsachse und  $\varphi_i$  den Drehwinkel einer Drehung beschreiben, lautet das korrespondierende Quaternion  $\mathbf{R}_i = [\cos(\varphi_i/2) , \mathbf{n}_R \sin(\varphi_i/2)]^\mathsf{T}$ . Mithilfe einer Quaternionenmultiplikation [36] werden dann alle Rotationen gekoppelt und die Matrix  $\mathbf{A}_{AI}$  definiert (siehe (2.9)). Die Anfangswerte für die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_{S_1}$  in den entsprechenden Kurveneinfahrten lassen sich mit ausreichender Genauigkeit aus dem Punktmassenmodell aus Kapitel 2.1 auslesen, wobei die Parameter für einen Zweierbob eingesetzt sind.

## 2.3.11 Energetische Konsistenz

Bevor mit dem Modell Parameter indentifiziert und Schlüsse gezogen werden, ist das Mehrkörpermodell vorgängig auf energetische Konsistenz zu prüfen. Es werden die über alle Starrkörper summierte kinetische Energie T und die potentielle Energie V für alle Zeitschritte berechnet:

$$T = \sum_{k} \left( \frac{1}{2} m_k \mathbf{v}_{S_k}^\mathsf{T} \mathbf{v}_{S_k} + \frac{1}{2} \mathbf{\Omega}_k^\mathsf{T} \mathbf{\Theta}_{S_k} \mathbf{\Omega}_k \right), \quad V = \underbrace{\sum_{k} m_k g \Delta h_{z,k}}_{V_m} + \underbrace{\frac{1}{2} k_\alpha \alpha^2}_{V_{k\alpha}}. \tag{2.62}$$

Die Höhendifferenz  $\Delta h_{z,k}$  des k-ten Körpers wird in  $\mathbf{e}_z^I$ -Richtung gemessen, wobei  $V_m(t=0)=0$  gilt. Auch die potentielle Energie im Mitteltrennungsgelenk  $V_{k_\alpha}$  ist zu berücksichtigen. Als Verlustleistungsquellen sind der aerodynamische Widerstand  $P_{c_W}$ , die Reibung in den Kontakten  $P_{N_i}, P_{T_i}$  und  $P_{B_i}$ , sowie die Dämpfung im Mitteltrennungsgelenk  $P_{d_\alpha}$  zu nennen, die über die Beziehungen

$$P_{c_W} = \frac{1}{2} \rho c_W \mathbf{v}_{S_1}^\mathsf{T} \mathbf{v}_{S_1} \| \mathbf{v}_{S_1} \|, \quad P_{N_i} = -\lambda_{N_i} \frac{(\gamma_{N_i}^E + \gamma_{N_i}^B)}{2} \quad \text{und} \quad P_{d_\alpha} = \frac{1}{2} d_\alpha \dot{\alpha}^2 \qquad (2.63)$$

zu ermitteln sind. Mit  $P_{N_i}$  ist die Verlustleistung im *i*-ten Normalkontakt nach Aeberhard [2] beschrieben, welche die Kontaktkraftwerte  $\lambda_{N_i}$  sowie die über einen Zeitschritt  $\Delta t$  gemittelten Normalkontaktgeschwindigkeiten  $\frac{1}{2}(\gamma_{N_i}^E + \gamma_{N_i}^B)$  beinhaltet. Analoge Grössen werden in den Tangentialkontakten mit

$$P_{T_i} = -\lambda_{T_i} \frac{(\gamma_{T_i}^E + \gamma_{T_i}^B)}{2}$$
 und  $P_{B_i} = -\lambda_{B_i} \frac{(\gamma_{B_i}^E + \gamma_{B_i}^B)}{2}$  (2.64)

verwendet. Die Summe aller Energien aus (2.62) und aller aufintegrierten Verlustleistungen aus (2.63) und (2.64) schwankt über die Simulationszeit bei einer Zeitschrittgrösse von  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} s$  um 0.25‰. Energetische Konsistenz ist damit gegeben. Im Problemfall könnte ein energiekonsistenter Integrationsalgorithmus von Möller [52] oder speziell auf nichtglatte Systeme angepasste Algorithmen von Acary [1] Abhilfe schaffen.

## 2.3.12 Identifikation des Lateralreibwerts $\mu_B$

Eine Bestimmung des Lateralreibwerts  $\mu_B$  mittels Messungen wird aufgrund der starken Vibrationen als nicht machbar angesehen. Für  $\mu_B$  kann jedoch ein oberer Grenzwert angegeben werden, welcher sich aufgrund der beobachteten Spurrillen im Eis ergibt. Abbildung 2.16 zeigt das Ersatzmodell einer Kufe mit dem Radius  $R_K$  quer zur Fahrtrichtung. Die

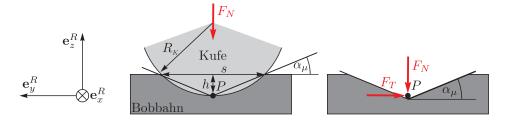


Abbildung 2.16: Ersatzmodell zur Abschätzung des maximalen Lateralreibwerts  $\overline{\mu}_B$ .

Kraft  $F_N$  wirkt auf die Kufe und steht senkrecht zur Bobbahn. Dabei erzeugt sie eine Spurrille der Tiefe h. Unter Annahme von Coulombreibung beträgt die maximal übertragbare Lateralkraft

$$|F_T| \le F_N \underbrace{\tan(\alpha_\mu)}_{\mu_B},\tag{2.65}$$

wobei mit  $\alpha_{\mu}$  der in Abbildung 2.16 dargestellte Spurrillenwinkel bezeichnet wird. Damit wird

$$\mu_B = \tan(\alpha_\mu) = \frac{h}{\sqrt{R_K^2 - (R_K - h)^2}}.$$
(2.66)

Hainzlmaier [35] untersucht auf der Bobbahn in Königssee (Deutschland) Kurven zwischen 1g und 3g und bestimmt Spurrillentiefen im Bereich von h=0.1-0.61mm. Durch Einsetzen der in Königssee üblich verwendeten Kufenradien um  $R_K=4$ -4.5mm kann die Obergrenze des Lateralreibungskoeffizienten  $\overline{\mu}_B$  bestimmt werden,

$$\overline{\mu}_B = 0.11 - 0.28.$$
 (2.67)

Die weiteren Kenngrössen der Lateralreibung ( $\underline{\mu}_B$ ,  $\lambda_N^{sat}$ ) lassen sich qualitativ über eine Vielzahl an Fahrten im Bobsimulator [65] wenigstens in der Grössenordnung abschätzen, auch wenn das Bobsimulatormodell eine komplexere Kinematik mit allen Drehgelenken aus Abbildung 1.1 aufweist. Folgende beispielhafte Fahrsituationen werden mit den Erfahrungen von Bobpiloten verglichen: Bei falscher Kurveneinfahrt wird man entweder zur Innenseite abgewiesen (zu frühe Einfahrt) oder der Bob steigt schnell an (zu späte Einfahrt). In der Kurvendurchfahrt sind bei korrekter Einfahrt nur geringe Lenkbewegungen nötig. Gerät eine Kurvenausfahrt zu früh, steigt der Bob nochmals an und ein Kippsturz ist die Folge. Erwischt man die Ausfahrt hingegen zu spät, schiebt der Bob von der Kurve und das Heck bricht auf der folgenden Geraden aus. Auch auf Geradenstücken lenkt das Simulatormodell mit einer realistischen Reaktionszeit. Bei der Parameterwahl  $\underline{\mu}_B = 0.05$ ,  $\overline{\mu}_B = 0.25$  und  $\lambda_N^{sat} \approx 3000$ N können alle erwähnten Phänomene beobachtet werden.

## 2.3.13 Identifikation des Longitudinalreibwerts $\mu_T$

Für den Längsreibwert  $\mu_T$  des Kufe-Eis-Kontakts existieren Labormessungen (Kapitel 1.3), doch wird ihre Aussagekraft aus bereits genannten Gründen angezweifelt. Im Projekt Citius wurden im Jahr 2008 auf der Bobbahn Igls (Österreich) Horizontal- und Vertikalkräfte an den Achsen, sowie die Kufenverdrehwinkel  $\varsigma_i$  gemessen. Die Achskräfte wurden mittels Dehnmessstreifen (DMS) in Wheatstone-Brückenschaltung gemessen, welche am Umfang der Vorder- und Hinterachse angebracht waren (siehe Anhang A.3). Sie wurden im eingebauten Bobschlitten mittels Einzelwaagen kalibriert (Genauigkeit 5N). Es gibt zwei Möglichkeiten, mit diesen Daten einen Messwert für die Kufenreibung zu erhalten:

- 1. Achskräfte horizontal  $(F_{Hor})$  messen, Achskräfte vertikal  $(F_{Vert})$  messen  $\to$  Rotation um gemessenen Winkel  $\varsigma_i \to \overline{F}_{Hor}, \overline{F}_{Vert}$ 
  - $\rightarrow \mu_T := \overline{F}_{Hor}/\overline{F}_{Vert}$
- 2. Achskräfte horizontal  $(F_{Hor})$  messen, Kufenkräfte vertikal  $(F_V)$  messen
  - $\rightarrow$  Rotation um gemessenen Winkel  $\varsigma_i \rightarrow \overline{F}_{Hor}, \overline{F}_V$
  - $\rightarrow \mu_T := \overline{F}_{Hor}/\overline{F}_V$

Weil das Kraftsignal auf den Achsen in Horizontal- und Vertikalrichtung nahe beieinander aufgenommen wird, und sich Strukturschwingungen beim dividieren wieder etwas kompensieren, fallen die Resultate mit der ersten Variante konsistenter aus.

Abbildung 2.17 zeigt für diesen Fall die ermittelten Reibwerte für drei komplette Fahrten auf der Bobbahn Igls. Sehr schön zu erkennen sind die ähnlichen Signalmuster bei den verschiedenen Kurven. Eine Berechnung von Mittelwerten über die gesamte Bobbahn ist zwecklos, aber auch schon bei kurzen Geradenstücken (was in den Bereichen I, II und III angedeutet ist) schwanken die Messwerte zwischen den drei Fahrten so stark, dass eine Mittelung falsche Genauigkeit suggerieren würde.

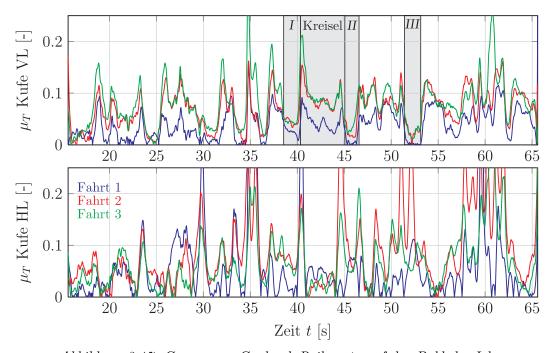


Abbildung 2.17: Gemessene Coulomb-Reibwerte auf der Bobbahn Igls.

Mögliche Gründe für die Schwierigkeiten bei der Verarbeitung der Messwerte sind:

- Kufenschlupfwinkel  $\beta_S$  üben zusätzliche Kräfte/Momente auf die Achsen aus
- Schwingungen in den Achsen, welche von der ruppigen Fahrt herrühren
- Zeitversatz zwischen Kufenkraft und Drehwinkel  $\varsigma_i$  des Kufenträgers
- Signalverarbeitung: Die Wahl der Filtergrössen hat einen wesentlichen Einfluss auf das Endresultat. In Abbildung 2.17 wurde ein gleitender Mittelwert über 91 Werte angewandt.

Wie Braghin [13] die Datenverarbeitung arrangiert, um mit analogen Methoden Messwerte für die Kufe-Eis-Reibung zu erhalten, geht aus seinen Ausführungen nicht hervor. Anstelle der Messungen zur Ermittlung der Reibwerte lassen sich Schätzwerte nach folgender Verkettung bisher gezeigter Modelle ermitteln:

Bobsimulator 
$$\Rightarrow$$
 Mehrkörpermodell  $\Leftarrow$  Punktmassenmodell  $\Leftarrow$  Messungen Tests  $\rightarrow \mu_B$   $\mu_B, \mu_T$   $\mu$   $t_i$ 

Die Modellparameter für die Lateralreibung  $\mu_B$  werden anhand von Bobsimulatortests abgeschätzt (Kapitel 2.3.12). Der Parameter  $\mu_T$  wird näherungsweise durch die Anpassung der Energiegrössen an die Simulationsresultate des Punktmassenmodells aus Kapitel

2.1 ermittelt, da dort die Verlustarbeiten die grösste Sensitivität auf Parameterabweichungen haben (siehe (2.6)). Am Beispiel der Kurven 4 und 10 in Whistler wird der Schwerpunktspfad des Mehrkörpermodells berechnet. Dieser wird dem Punktmassenmodell als Fahrpfad  $\mathbf{r}(s_i)$  vorgegeben. Beide Modelle folgen dem identischen Pfad und es wird vereinfachend angenommen, dass sie identische Verlustarbeiten über den Fahrpfad aufweisen. Wählt man die Parameter der Kontakte im Mehrkörpermodell nach

Punktmassenmodell Mehrkörpermodell (Abbildungen 2.12, 2.14) 
$$\mu = 7.8 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \begin{cases} \mu_{TE} = 7 \cdot 10^{-5}, & \mu_{TR} = 5.1 \cdot 10^{-3} \\ \underline{\mu}_{B} = 0.05, & \overline{\mu}_{B} = 0.25, & \lambda_{N}^{sat} \approx 3000 \text{N} \\ \overline{\varepsilon}_{N} = 0.12, \varepsilon_{T} = 0, \varepsilon_{B} = 0 \end{cases}$$
(2.68)

dann resultieren die in Abbildung 2.18 gezeigten Abweichungen unter 2% zwischen Punktmassenmodell und Mehrkörpermodell. Über die Kurvendurchfahrzeit  $t^F$  ändert sich auf-

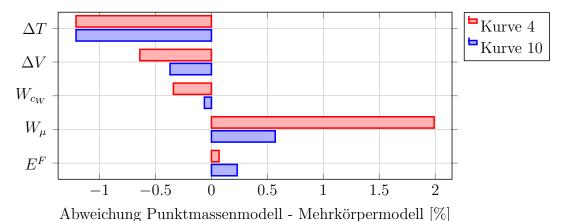


Abbildung 2.18: Abweichungen zwischen Punktmassenmodell und Mehrkörpermodell bei Reibungsparametern nach (2.68).

grund der aerodynamischen Verlustarbeit  $W_{c_W}$  und der Reibungsverlustarbeit  $W_{\mu}$  die kinetische Energie um  $\Delta T$ . Derweil ändert sich die potentielle Energie um  $\Delta V$  zwischen Anfang und Ende der Simulation nach (2.62). Die Verlustarbeiten ergeben sich zu

$$W_{c_W} = \sum_{j} P_{c_W}(j) \Delta t \text{ und } W_{\mu} = \sum_{j} \left( \sum_{i} (P_{N_i}(j) + P_{T_i}(j) + P_{B_i}(j)) \Delta t \right).$$
 (2.69)

Am Ende der Simulationszeit  $t=t^F$  beträgt die Gesamtenergie des Systems  $E^F=T^F+V^F$ , welche ebenfalls mit dem Punktmassenmodell verglichen wird. Das Punktmassenmodell weist die um 0.5-2% grösseren Verluste  $W_{\mu}$  im Reibkontakt auf, als das Mehrkörpermodell, es wandelt auch weniger potentielle Energie  $\Delta V$  in kinetische  $\Delta T$  um, wie Abbildung 2.18 zeigt. Die für beide Testkurven 4 und 10 gute Übereinstimmung wird nur erreicht, wenn der Bob im Mehrkörpermodell über die Simulation kleine Schlupfwinkel  $\beta_S$  aufweist (siehe Abbildung 2.11). Die Wahl der Lenkkurve  $\beta(t)$  ist hierfür entscheidend, da sie einen grossen Einfluss auf die Verluste in den Kontakten  $W_{\mu}$  hat. Die Längsreibung  $\mu_{TR}$  ist im Mehrkörpermodell um 35% geringer als das  $\mu$  des Punktmassenmodells zu wählen. Vergleicht man  $\mu_{TR}$  mit den realitätsnahesten Längsreibwertmessungen von Poirier [64] mit  $\mu = 0.005$ , liegen die Werte überraschend nahe,

aber sehr deutlich unterhalb der meisten bisher veröffentlichten Messwerten (zum Beispiel  $\mu=0.015$  nach [40]). Es wird angenommen, dass die real auftretenden Schlupfwinkel geringer sind als jene im Mehrkörpermodell (siehe zum Beispiel Abbildung 2.20). Somit stellt das in (2.68) postulierte  $\mu_{TR}$  eine untere Schranke für den Längsreibwert dar.

Die Vergleiche des vorgestellten Mehrkörpermodells mit einfacheren Punktmassen- und komplexeren Bobsimulatormodellen geben einen Anhaltspunkt für die Parameter des Kontakts und werden im Rahmen der Möglichkeiten als sinnvoll erachtet. Natürlich ist die Gültigkeit der Reibwerte in (2.68) auf das vorgestellte Mehrkörpermodell beschränkt. Tabelle 2.3 fasst weitere Parameter des Mehrkörpermodells zusammen.

Abk. Wert	Bemerkungen	
$h_E = 0.136 \text{ m}$	Höhe Mitteltrennungsgelenk	
$_{A}\mathbf{r}_{S_{1}P_{1}} = (-0.424  0.335  -0.334)^{\top} \text{ m}$	Ortsvektor Hinterbob	
${}_{A}\mathbf{r}_{S_{1}P_{2}} = (-0.424 - 0.335 - 0.334)^{\top} \text{ m}$	Ortsvektor Hinterbob	
$_{A}\mathbf{r}_{S_{1}E} = (0.824 \ 0 \ -0.19)^{\top} \text{ m}$	Ortsvektor Hinterbob	
${}_{D}\mathbf{r}_{ES_2} = (0.280  0  0.094)^{\top} \text{ m}$	Ortsvektor Vorderbob	
$_{E}\mathbf{r}_{S_{2}P_{3}} = (-0.01  0.335  -0.05)^{\top} \text{ m}$	Ortsvektor Vorderbob	
$_{E}\mathbf{r}_{S_{2}P_{4}} = (-0.01 - 0.335 - 0.05)^{T} \mathrm{m}$	Ortsvektor Vorderbob	
$\varphi_C = 2^{\circ}$	Neigung Mitteltrennungsachse	
$m_1 = 317.7 \text{kg}$	Masse Hinterbob	
$m_2 = 70.2 \text{ kg}$	Masse Vorderbob	
$_{A}\Theta_{S_{1}} = \begin{pmatrix} 23.95 & 0 & 1.06 \\ 0 & 110.5 & 0 \\ 1.50 & 0 & 110.97 \end{pmatrix} \text{kgm}^{2}$ $_{D}\Theta_{S_{2}} = \begin{pmatrix} 4.42 & 0 & -0.21 \\ 0 & 5.32 & 0 \\ -0.11 & 0 & 7.66 \end{pmatrix} \text{kgm}^{2}$	Trägheit Hinterbob	
$_{D}\mathbf{\Theta}_{S_{2}} = \begin{pmatrix} 4.42 & 0 & -0.21 \\ 0 & 5.32 & 0 \\ -0.11 & 0 & 7.66 \end{pmatrix} \text{kgm}^{2}$	Trägheit Vorderbob	
$k_{\alpha} = 489 \text{ Nm/rad}$	Steifigkeit Mitteltrennung	
$d_{\alpha} = 60 \text{ Nms/rad}$	Dämpfung Mitteltrennung	
$c_W = 0.21$	Aerodynam. Beiwert 2er Bob	
$\Delta t = 10^{-5} \text{ s}$	Zeitschrittgrösse Simulation	
$\alpha_P = 0.25$	Relaxationsparameter prox-Iteration	

Tabelle 2.3: Parameter des Mehrkörpermodells für den Citius Herren-Zweierbob.

## 2.4 Ergebnisse des Mehrkörpermodells

Basierend auf dem Referenzparametersatz aus Tabelle 2.3 folgt die Diskussion der dynamischen Effekte, die im Mehrkörpermodell feststellbar sind. Weiter wird der Einfluss von Änderungen an Eingangsgrössen und Systemparametern auf ausgewählte Ausgangsgrössen betrachtet. Zu den Eingangsgrössen zählen die Parameter des Mitteltrennungsgelenks  $k_{\alpha}, \varphi_{C}$  und  $h_{E}$ . Zudem wird eine Variation des Mannschaftsschwerpunkts  $S_{A}$ , der in Abbildung 2.6 dargestellt ist, untersucht. Mittels des hinterbobfesten Ortsvektors

$${}_{A}\mathbf{r}_{HS_A} = (r_x \ 0 \ r_z)^\mathsf{T} \tag{2.70}$$

wird die Position des Punktes  $S_A$  gegenüber der Mitte der Hinterachse H beschrieben. Für eine Verschiebung der Mannschaft um  $\Delta r_x = \pm 0.1$ m in x-Richtung resultiert eine Veränderung der Gesamtschwerpunktslage von  $\pm 0.05$ m. Eine Anpassung um  $\Delta r_z = \pm 0.05$ m in z-Richtung hat eine Verschiebung des Gesamtschwerpunkts um  $\pm 0.026$ m zur Folge. Weiter werden von der Referenz abweichende Einlenkzeitpunkte  $t^{lenk}$  sowie verschiedene laterale Einfahrpositionen in die Kurve untersucht. Eine Einfahrt wird früh genannt, wenn der Bob die Kurve nahe der äusseren Bande einfährt. Als späte Einfahrt wird entsprechend diejenige nahe der inneren Bande bezeichnet. Weil der Lateralreibungskoeffizient  $\overline{\mu}_B$  stark von der gewählten Kufengeometrie abhängt, wird er ebenfalls variiert. Bei der Auswertung benennt die Sensitivität  $\sigma_{lat}$  für zwei unterschiedliche Kurveneinfahrpositionen die maximalen lateralen Abweichungen der Schwerpunktspfade  ${}_{A}\mathbf{r}_{OS_1}$  und  ${}_{A}\hat{\mathbf{r}}_{OS_1}$  zueinander,

 $\sigma_{lat} := \max_{t} \left( \left| \left( {}_{A} \mathbf{r}_{OS_1}(t) - {}_{A} \hat{\mathbf{r}}_{OS_1}(t) \right)^{\mathsf{T}} \mathbf{e}_y^A(t) \right| \right), \tag{2.71}$ 

wie Abbildung 2.19 zeigt. Die Grösse  $z_{S_1}$  gibt die Fahrhöhe in einer Kurve an

$$z_{S_1} = {}_{I}\mathbf{r}_{OS_1}^{\mathsf{T}} \mathbf{e}_z^I - h_{PL} - h_{S_1}, \tag{2.72}$$

wobei  $h_{PL}$  die Höhe der Bahnprofillinie über der horizontalen Bezugsebene  $(\mathbf{e}_x^I, \mathbf{e}_y^I)$  darstellt und  $h_{S_1}$  aus Abbildung 2.6 bekannt ist.

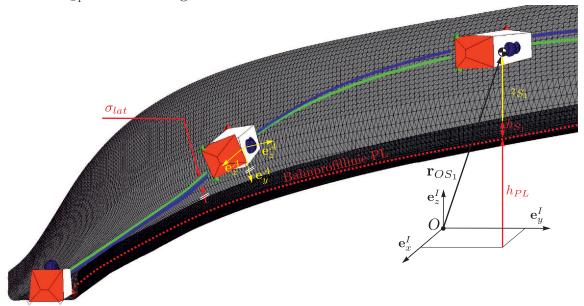


Abbildung 2.19: Definition einiger Auswertparameter von Tabelle 2.4.

Während die Kurvendurchfahrtszeit  $t^F$  und die Geschwindigkeit  $v^F := ||_I \mathbf{v}_{S_1}(t^F)||$  den Zustand beim Kurvenende beschreiben, geben die Grössen wie Verlustarbeit  $W_{tot}$  und Fahrpfadlänge S Hinweise, weshalb Geschwindigkeiten oder Fahrzeiten für verschiedene Modellparametersätze voneinander abweichen. Eine Unterscheidung der einzelnen Datensätze ist schwierig, da die Verlustarbeiten nach Gleichungen (2.5) und (2.69) über eine Kurve sehr gering sind. Deshalb wird auch die Darstellung des Drift- oder Schräglaufwinkels  $\beta_H$  herangezogen, beispielsweise in Abbildung 2.20 unten. Dieser Winkel ist zwischen der Richtung  $\mathbf{e}_x^A$  und der Geschwindigkeitsrichtung  $\mathbf{v}_{S_1}$  definiert. Tabelle 2.4 fasst die bei der folgenden Auswertung untersuchten Grössen zusammen. Sie dient für die nachfolgend diskutierten Beispiele der kurzen Kurve 10 und der langen Kurve 4 in Whistler als Grundlage. Eigenschaften der beiden Kurven sind Abbildung 2.15 zu entnehmen.

Ein- und Ausgangsgrössen				
$k_{\alpha}$	Torsionssteifigkeit (Gleichung (2.39))			
$arphi_C$	Neigungswinkel Mitteltrennungsgelenk (Abbildung 2.6)			
$r_x, r_z$	Relativposition Mannschaft gegenüber Bob (Gleichung (2.70))			
$h_E$	Höhe Mitteltrennungsgelenk (Abbildung 2.6)			
$\sigma_{lat}$	Sensitivität auf Einfahrposition (siehe Abbildung 2.19)			
$z_{S_1}$	Höhe Fahrkurve (siehe Abbildung 2.19)			
$t^{F}$	Kurvendurchfahrtszeit			
$v^F$	Geschwindigkeit Kurvenausgang			
$W_{tot}$	Verlustarbeit nach Gleichung (2.5)			
S	gefahrene Pfadlänge			

Tabelle 2.4: Ein- und Ausgangsgrössen der Mehrkörpersimulation

## 2.4.1 Kurze Kurve

Kurve 10 ist mit  $S \approx 71 \mathrm{m}$  Fahrpfadlänge relativ kurz und es ist ein gezielter Lenkeingriff notwendig, um eine Fahrt ohne ausgeprägtes Quergleiten zu erreichen. Die Ein- und Ausfahrten machen einen grossen Teil der Pfadlänge aus, weswegen hier das Studium des Eigenlenkverhaltens interessant ist. Bevor die Parameter des Bobs aus Tabelle 2.4 diskutiert werden, sei im Folgenden auf andere wichtige Effekte hingewiesen, die die simulierte Fahrlinie des Bobs beeinflussen können.

Abbildung 2.20 zeigt das Höhenprofil  $z_{S_1}(t)$  der Fahrkurve für zwei zur Referenz um 2m in Fahrtrichtung abweichende Lenkpunkte (siehe Gleichung (2.72)). Der Einlenkzeitpunkt  $t^{lenk}$  ist eine sehr wichtige Grösse, da die gefahrene Trajektorie ihm gegenüber eine hohe Empfindlichkeit aufweist. Wird der Lenkpunkt von der Referenz zirka 2m vor- oder rückversetzt, ergeben sich Unterschiede im Höhenprofil von  $\Delta z_{S_1}(t) \leq 0.42$ m, in der Abgangsgeschwindigkeit bis  $\Delta v^F = 0.07$ m/s und Zeitunterschiede für die Kurvendurchfahrt von  $\Delta t^F = 0.03$ s. Dies entspricht einer relativen Änderung der Geschwindigkeit von 0.2% oder der Kurvendurchfahrtszeit von etwa 1.5%. Im Vergleich zu allen nachfolgenden Parameteruntersuchungen ist dies die deutlichste Abweichung. Anhand von Abbildung 2.20 sind die gezeigten Unterschiede gut zu erklären. Die grünen Kurven für späte Lenkeinschläge zeigen, dass der Bob kurz vor Kurvenausgang bei t = 1.9s den Begrenzungsradius der Bobbahn, die sogenannte Bahnkehlung, touchiert.

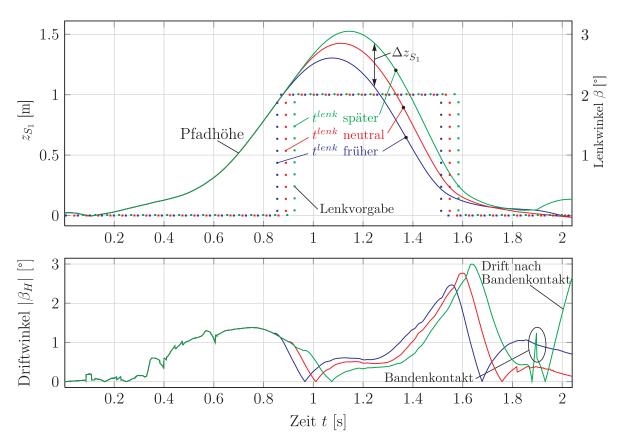


Abbildung 2.20: Berechnete Höhenprofile  $z_{S_1}(t)$  und Driftwinkel  $|\beta_H|$  in Kurve 10 bei verschiedenen Lenkzeitpunkten  $t^{lenk}$  (gepunktete Linien).

Ein ebenso wichtiger Parameter ist der Abstand des Bobs zu den Bahnseitenwänden bei der Kurveneinfahrt. Weicht diese lateral, in  $\mathbf{e}_y^A$ -Richtung, nur um 0.15m vom Optimum ab, resultiert eine Fahrt mit grossen Driftwinkeln  $\beta_H$ . Auch die Scheitelhöhe  $z_{S_1}^{max}$  der Kurvendurchfahrt ändert sich infolgedessen (siehe zum Beispiel Abbildung 2.21). Weil die Einfahrposition vom Können der Piloten abhängt, wird sie bei jeder Parametervariation mituntersucht. So kann eine Aussage darüber gemacht werden, wie gross die Sensitivität  $\sigma_{lat}$  eines Setups gegenüber veränderten Einfahrpositionen ist – ein wichtiges Qualitätskriterium für die Fahrbarkeit eines Modellparametersatzes.

Der Parameter  $\overline{\mu}_B$  hat einen ebenfalls grossen Einfluss auf die Fahrkurve, mit maximalen Lateralabweichungen von  $\Delta z_{S_1}^{max}=0.43$ m bei einer Variation von  $\overline{\mu}_B=0.2$ -0.3. Wenig Einfluss von  $\mu_B$  ist auf die Pfadlänge (0.2%), die Verlustarbeit aufgrund des Kufenschlupfs oder die Fahrzeit ( $\Delta t^F=0.001$ s, 0.5%) festzustellen. Die Parameter des Reibgesetzes sowie die Lenkkurve werden für diese Kurve nicht mehr variiert, um bei einer auswertbaren Anzahl von Simulationen zu bleiben. Im Folgenden werden aus Tabelle 2.4 ausgewählte Eingangsgrössen und ihr Effekt auf die Ausgangsgrössen vorgestellt.

### Torsionssteifigkeit $k_{\alpha}$

Durch die grossen Verschränkwinkel  $\alpha$  der Mitteltrennung am Kurvenein- und ausgang ist die Steifigkeit  $k_{\alpha}$  entscheidend für die Sensitivität  $\sigma_{lat}$  der Fahrkurve auf die Einfahrposition (siehe Abbildung 2.26). Je höher  $k_{\alpha}$  ist, umso weniger wird die Fahrlinie von den Einfahrpositionen beeinflusst. Bei zu hohen Steifigkeitswerten nimmt die Empfindlichkeit des Modells gegenüber Bahnunebenheiten zu und  $\sigma_{lat}$  steigt wieder an. Abbildung 2.21 zeigt frühe sowie späte Einfahrten mit jeweils 0.15m Lateralabweichung zur neutralen Einfahrt für niedrige  $k_{\alpha}$  (blau-schwarz) sowie hohe  $k_{\alpha}$  (rot-violett). Als Hauptauswirkung

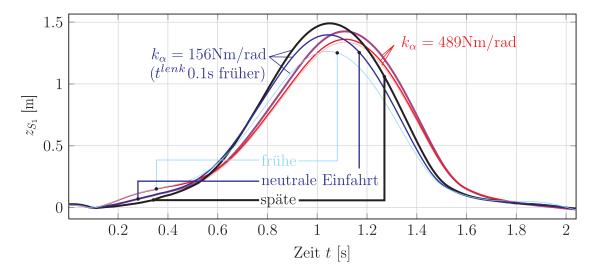


Abbildung 2.21: Höhenprofil für verschiedene Torsionssteifigkeiten  $k_{\alpha}$ .

torsionssteifer Setups sind niedrige Scheitelhöhen  $z_{S_1}^{max}$  sowie im gesamten Vergleich von Kurve 10 niedrigste Abgangsgeschwindigkeiten  $v^F$  feststellbar. Auch die Lenkbewegung  $\beta(t)$  muss nicht mehr ganz so präzise erfolgen, was ein Gefühl von Sicherheit gibt. Dies ist ein Grund, weshalb unsichere Piloten ein eher torsionssteifes Chassis bevorzugen. Bei torsionsweicheren Bobs streut die Fahrkurve mit maximal  $\sigma_{lat} = 0.23$ m Lateralabstand bei verschiedenen Einfahrten, was bereits problematisch ist. Der Einlenkzeitpunkt t<sup>lenk</sup> muss in der Simulation sogar vorversetzt werden, um einen Sturz zu verhindern (siehe Abbildung 2.21). Trotz höchsten Abgangsgeschwindigkeiten  $v^F$  ist der Zeitvorteil von niedrig gewählten  $k_{\alpha}$  verschwindend, weil auch die längsten Fahrwege vorliegen (etwa 0.06m länger als Referenz). Die Fahrzeit  $t^F$  über die Referenzstrecke von S=71m ist von  $k_{\alpha}$  also kaum beeinflusst. Folgt auf die Kurve ein flaches Bahnstück, ist ein torsionsweicher Bob aufgrund von hohen  $v^F$  die beste Wahl. Als Merkregel für die Einstellung der Torsionssteifigkeit  $k_{\alpha}$  lässt sich deshalb formulieren: So tief wie noch kontrollierbar. Aus Abbildung 2.21 ist ein weiteres Phänomen ersichtlich: Im Fall einer frühen Einfahrt, also von der Kurvenaussenseite, steigt  $z_{S_1}$  im Bereich von t=0.2-0.5s abrupt an, um in einer niedrigen Scheitelhöhe zu gipfeln. Für eine zu späte Einfahrt von der Kurveninnenseite beschreibt  $z_{S_1}$  aufgrund der nun grösseren Bahnkrümmungen  $\kappa_D$  ein später aber stärker steigendes Fahrhöhenprofil ( $\kappa_D$  siehe Kapitel 2.1). Mit einer neutralen Kurveneinfahrt zirka 0.15m von der Aussenbande entfernt sind die sanftesten Fahrkurven zu erreichen.

### Mitteltrennungswinkel $\varphi_C$

Bei stark positivem  $\varphi_C = 5^\circ$  unterschneidet der Bob die Kurveneinfahrt, was geringere Steigungen  $\dot{z}_{S_1}$  bedeutet. Die Längsposition des Kurvenscheitelpunkts ist nicht von  $\varphi_C$  beeinflusst, hingegen nimmt die Scheitelhöhe  $z_{S_1}^{max}$  mit steigendem  $\varphi_C$  ab, wie Abbildung 2.22 zeigt. In der Kurvenausfahrt hält der Bob dadurch die Höhe länger. In Kurve 10 resultieren die längsten Fahrpfade mit  $\varphi_C = 5^\circ$ , jedoch eine relativ geringe Streuung der Fahrkurven von  $\sigma_{lat} = 0.08$ m bei verschiedenen lateralen Einfahrpositionen.

Wählt man  $\varphi_C = -2^\circ$ , streuen die Fahrkurven je nach Einfahrt um  $\sigma_{lat} = 0.18$ m, sind jedoch im gesamten Vergleich am kürzesten (Abbildung 2.19). Während der Bob so im Kurveneingang stärker ansteigt, will er in der Ausfahrt früher die Kurve verlassen, was die darauffolgende Geradenfahrt erschwert. Negative  $\varphi_C$  erscheinen aufgrund dieser Sensitivität trotz kurzen Fahrkurven nicht empfehlenswert, müssen doch die Lenkgrössen angepasst werden, um einen Sturz zu verhindern.

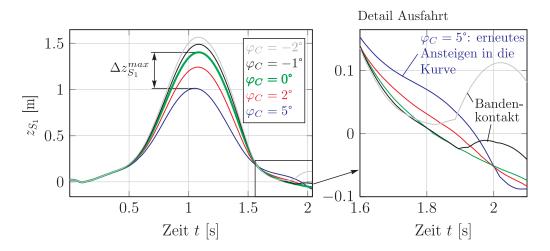


Abbildung 2.22: Fahrhöhen in Kurve 10 mit festgehaltenem Lenkeinsatz.

Bei der Betrachtung des Detailausschnitts in Abbildung 2.22 wird klar, dass in der Ausfahrt diverse Bandenkontakte auftreten, welche sich in schnell steigenden  $z_{S_1}$  äussern. Erst mit der Anpassung der Einlenkzeitpunkte  $t^{lenk}$  für individuelle Fahrten ist ein Vergleich möglich. Dann fällt die Bilanz in puncto Fahrzeit  $t^F$  für alle Setups unentschieden sowie im Punkt Pfadlänge S knapp zugunsten der Variante mit  $\varphi_C = -2^{\circ}$  aus (S um 0.15m kürzer als Referenz).

## Vertikal position Team $r_z$

Weil in Kurve 10 die Rollbeschleunigungen nicht vernachlässigbar sind, äussert sich eine niedrigere Anordnung der Mannschaft um  $\Delta r_z = -0.05$ m in einer etwas niedrigeren Streuung der Fahrkurve  $\sigma_{lat} = 0.08$ m und in der für Kurve 10 kürzesten Fahrzeit von  $t^F = 2.048$ s (Referenz:  $\sigma_{lat} = 0.087$ m,  $t^F = 2.054$ s).

Eine höher platzierte Mannschaft sorgt für leicht längere Kurvendurchfahrtszeiten, jedoch für die höchsten Geschwindigkeiten  $v^F$ . In den Abstandsfunktionen  $g_{N_i}$  der Kufen ist die Begründung dafür sichtbar: Während in allen Vergleichsfahrten die Parametervariante mit dem niedrigen Schwerpunkt bei der Kurvenausfahrt gerade noch an der Innenbande vorbeikommt, geraten die Bobs bei den Vergleichssimulationen an die Bahnkehlung. Dies äussert sich in abhebenden Kufen hinten links, wie Abbildung 2.23 verdeutlicht. Eine

Kurvenausfahrt sehr nah an der Innenbande resultiert in zu Brachystochronen ähnlichen Fahrhöhenprofilen  $z_{S_1}$ , die ja zeitoptimal sind [49].

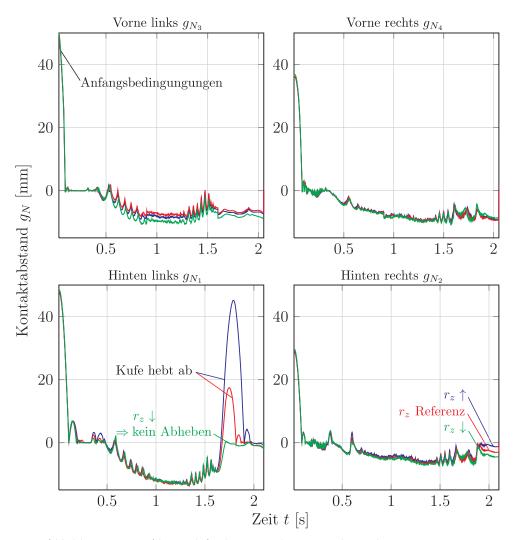


Abbildung 2.23: Abstandsfunktionen der Kontaktpunkte in Kurve 10.

Ansonsten sind weder bei der Verlustarbeit  $W_{tot}$ , den Kufenkräften, im Geschwindigkeitsprofil oder den Fahrpfaden, noch bei den Driftwinkeln Auffälligkeiten feststellbar. Für eine bessere Fahrbarkeit in Extremsituationen sorgt ein tieferer Schwerpunkt allemal. An den dargestellten Kontaktabstandsfunktionen  $g_{N_i}$  ist ebenfalls zu sehen, dass der Kontakt hinten links bis zu  $g_{N_1} = -12$ mm numerisch in die Bahnoberfläche eindringt, wie in Kapitel 2.3.4 bereits diskutiert.

Die weiteren Grössen wie Höhe des Mitteltrennungsgelenks  $h_E$ , oder Längsposition der Mannschaft  $r_x$  haben auf die Resultate in Kurve 10 keinen signifikanten Einfluss. Fährt der Bob eine Kurve zu früh aus und rollt deswegen zu schnell um die Längsachse  $\mathbf{e}_x^A$ , zeigt auch das Mehrkörpermodell das aus Fernsehaufnahmen bekannte Abheben der hinteren kurveninneren Kufe.

## 2.4.2 Langgezogene Kurve

Die betrachtete Kurve 4 mit  $S \approx 100$ m Bogenlänge verlangt einen reduzierten Lenkeinschlag im Mittelsektor. Durch die hohe Bogenlänge weist das Höhenprofil  $z_{S_1}(t)$  zwei lokale Maxima auf. Die Gefahr eines Bandenkontakts ist sehr gering, weshalb die Lenkgrössen wie Lenkwinkel und Lenkzeitpunkte für alle Vergleiche konstant gelassen werden können (nicht wie in Abbildung 2.21). Für Lenkzeitpunktverschiebungen um  $\Delta t^{lenk} = 0.1$ s verändert sich die Fahrzeit um  $\Delta t^F = 0.024$ s, was verdeutlicht, dass die Steuerinputs des Piloten immer noch am wichtigsten sind. Bei der Bestimmung der Lenkcharakteristik fällt auf, dass zu geringe Lenkwinkel im Kurven-Mittelteil wie in Realität für ein Ansteigen des Bobs sorgen, welches einige Meter später in einem Ausbrechen oder Absacken des Hecks endet. Denn sobald der Bob seine kinetische Energie in potentielle umgewandelt hat, reichen der Anpressdruck und damit die Seitenführungskräfte nicht mehr aus, um ihn auf dieser Höhe zu halten. Aufgrund der 60%:40% hecklastigen Massenverteilung bricht zuerst das Heck aus. Bei passender Lenkwinkelvorgabe kann dieses Problem jedoch beseitigt werden, wie die geringe Sensitivität der Längspositionierung der Mannschaft  $r_x$  und damit der Gewichtsverteilung in den Simulationen zeigt.

Wie schon bei Kurve 10 hat eine Variation von  $\overline{\mu}_B$  zwischen 0.2-0.3 eine geringe Wirkung auf die Fahrzeit  $\Delta t^F = 0.012$ s oder die Abgangsgeschwindigkeit  $\Delta v^F = 0.014$ m/s, jedoch kann die Scheitelhöhe der Kurve um bis zu  $\Delta z_{S_1}^{max} = 0.29$ m abweichen. Es folgen Erkenntnisse über die Zusammenhänge zwischen Eingangsparametern aus Tabelle 2.4 und einigen Ausgangsgrössen.

#### Torsionssteifigkeit $k_{\alpha}$

Ein torsionssteifer Bob ( $k_{\alpha}=641 \mathrm{Nm/rad}$ ) hat die Auswirkung, dass die Fahrpfadlänge um  $\Delta S=0.11 \mathrm{m}$  verglichen zur Referenz reduziert wird. Die Sensitivität der Fahrkurven aufgrund von anderen Einfahrpositionen beträgt dann  $\sigma_{lat}=0.04 \mathrm{m}$ . Wie Abbildung 2.24 zeigt, verschiebt sich mit steigender Torsionssteifigkeit das Maximum des Höhenprofils  $z_{S_1}(t)$  bei der langgezogenen Kurve in Richtung des zweiten Maximums, bei praktisch konstanten Positionen beider Scheitelpunkte.

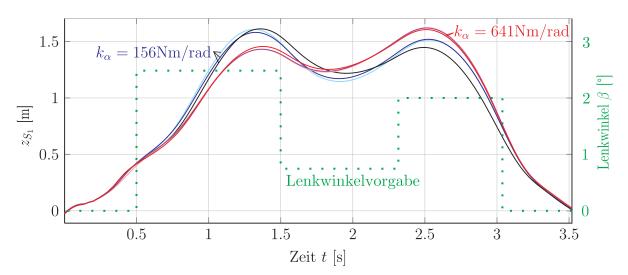


Abbildung 2.24: Fahrhöhen in Kurve 4 für verschiedene Torsionssteifigkeiten  $k_{\alpha}$  (jeweils frühe, neutrale und späte Einfahrt).

Mit einem torsionsweichen Bob ( $k_{\alpha}=156 \mathrm{Nm/rad}$ ) werden knapp die höchsten Abgangsgeschwindigkeiten  $v^F=26.85 \mathrm{m/s}$  errechnet (Referenz:  $v^F=26.81 \mathrm{m/s}$ ). Die um  $\Delta S=0.06 \mathrm{m}$  längeren Fahrwege sorgen für eine um  $\Delta t^F=0.017 \mathrm{s}$  gegenüber der Referenz verlängerte Kurvendurchfahrzeit. Bei zu tiefen Werten für  $k_{\alpha}$  nimmt die Sensitivität der Fahrkurven auf  $\sigma_{lat}=0.12 \mathrm{m}$  zu (Referenz:  $\sigma_{lat}=0.075 \mathrm{m}$ ). Für langgezogene Kurven liegt folglich das Optimum von  $k_{\alpha}$  bei mittleren Werten.

## Mitteltrennungswinkel $\varphi_C$

Ein stark positiver Winkel  $\varphi_C = 5^\circ$  bewirkt in Kurve 4 eine Reduktion der Sensitivität  $\sigma_{lat}$  auf verschiedene Einfahrpositionen. Auch die Pfadlänge und die Fahrzeit sind mit  $\Delta S = -0.1$ m und  $\Delta t^F = -0.012$ s geringer. Lediglich die Abgangsgeschwindigkeit  $v^F = 26.79$ m/s ist von allen Simulationen die Niedrigste.

Wählt man negative Mitteltrennungswinkel  $\varphi_C = -2^\circ$ , so ergeben sich höhere Streuungen der Fahrlinien mit  $\sigma_{lat} = 0.17$ m. Die Fahrzeit ist dadurch stark von der Einfahrposition abhängig ( $\Delta t^F = 0.14$ s), was diese Variante nicht empfehlenswert macht. Generell sind in Kurven mit hoher Bogenlänge Mitteltrennungswinkel abweichend von  $\varphi_C = 0$  die Ursache für grössere Abstände  $\Delta \overline{z}_{S_1}$ , wie Abbildung 2.25 zeigt. Natürlich lassen sich diese Schwankungen auch über die Torsionssteifigkeit  $k_\alpha$  beeinflussen, wie bereits gesagt.

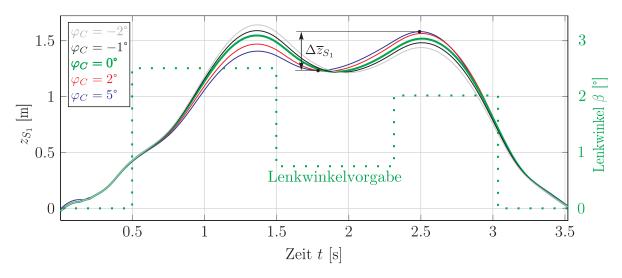


Abbildung 2.25: Fahrhöhen in Kurve 4 für verschiedene Mitteltrennungswinkel  $\varphi_C$ .

#### Vertikalposition Team $r_z$

Im Fall von niedrig platzierten Athleten ( $\Delta r_z = -0.05$ m) ist eine geringfügig kleinere Sensitivität  $\sigma_{lat} = 0.04$ m der Fahrkurven auf verschiedene Einfahrpositionen feststellbar (Referenz:  $\sigma_{lat} = 0.075$ m). Auch resultieren relativ kurze Fahrwege S und eine niedrige Verlustarbeit  $W_{tot}$ . Eine tiefe Positionierung der Mannschaft führt in Kurve 4 zu leicht verlängerten Fahrzeiten ( $\Delta t^F = 0.005$ s). In keiner der Auswertungsgrössen konnte hierfür eine Ursache ermittelt werden. Weil diese Unterschiede klein sind, ist eine tiefer platzierte Mannschaft aufgrund der höheren Fahrsicherheit nach wie vor erstrebenswert.

## 2.4.3 Diskussion

An den Beispielen der Bobbahnkurven 4 und 10 in Whistler wurde gezeigt, dass die Lenkvorgabe  $\beta(t)$  und die laterale Einfahrposition in die Kurve die mit Abstand wichtigsten Einflussgrössen auf die Fahrkurve sind. Hochgerechnet auf eine gesamte Bahnfahrt sind mit Optimierungen an diesen Stellen Zeitunterschiede von maximal  $\Delta t^{Ziel} \approx 0.5$ s zu bewirken. Die Fahrbarkeit und Reproduzierbarkeit von Fahrlinien gewinnen mit dieser Erkenntnis an Bedeutung. Von den während einer Fahrt konstanten Modellparametern führen ein grösserer Mitteltrennungswinkel  $\varphi_C$  genauso wie eine Erhöhung der Torsionssteifigkeit  $k_{\alpha}$  zu niedrigeren Scheitelhöhen  $z_{S_1}^{max}$  in der Kurve, niedrigerer Fahrkurvensensitivität  $\sigma_{lat}$  und zu kürzeren Fahrdistanzen S. Diese Vorteile gehen zu Lasten der geringeren Abgangsgeschwindigkeit  $v^F$  und teilweise der längeren Kurvendurchfahrzeit  $t^F$ . Wie sind die Parameter  $k_\alpha$  und  $\varphi_C$  zu gewichten, um möglichst viele Vorteile gleichzeitig zu erreichen? Für beide Grössen  $\varphi_C$  und  $k_\alpha$  ist die Verschränkung des Bobs um den Winkel  $\alpha$  der Grund für die niedrigeren Fahrlinien. Das FIBT-Reglement [25] schreibt fixe  $\varphi_C$  vor, was diese Grösse als Einstellparameter für verschiedene Bahnen ausscheiden lässt, im Gegensatz zu  $k_{\alpha}$ . Tabelle 2.5 zeigt, welche Unterschiede zwei Setups mit verschiedener Gewichtung von  $k_{\alpha}$  und  $\varphi_{C}$  zueinander aufweisen. In den ersten drei Zeilen sind die Auswertungsgrössen eines steifen, nicht geneigten Mittelrennungsgelenks dargestellt  $(k_{\alpha} = 787 \text{Nm/rad}, \varphi_C = 0^{\circ})$ . Die letzten drei Zeilen repräsentieren eine gegenteilige Ausrichtung mit torsionsweicher Rückstellung und geneigter Achse des Mitteltrennungsgelenks  $(k_{\alpha} = 247 \text{Nm/rad}, \varphi_C = 4^{\circ}).$ 

Kurve 10				Kurve 4					
Setup	Einfahrt	$\sigma_{lat}$	$t^F$	$v^F$	S	$\sigma_{lat}$	$t^F$	$v^F$	S
		[m]	[s]	[m/s]	[m]	[m]	[s]	[m/s]	[m]
$k_{\alpha} = 787 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ $\varphi_C = 0^{\circ}$	früh		2.0565	34.760	70.90		3.5305	26.795	100.53
	neutral	0.21	2.0585	34.753	70.87	0.048	3.5325	26.797	100.53
	spät		2.0565	34.764	70.89		3.5285	26.794	100.53
$k_{\alpha} = 247 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ $\varphi_C = 4^{\circ}$	früh		2.0555	34.835	70.94		3.5315	26.836	100.60
	neutral	0.12	2.0555	34.831	70.93	0.09	3.5295	26.838	100.61
	spät		2.0565	34.824	70.91		3.5225	26.830	100.62

Tabelle 2.5: Einfluss von  $k_{\alpha}$  und  $\varphi_{C}$  auf Auswertungsgrössen.

Es lässt sich schliessen, dass ein Winkel  $\varphi_C > 0$  erwünscht ist, da somit für sehr ähnliche Fahrkurven bessere Abschnittszeiten  $t^F$  und höhere Abgangsgeschwindigkeiten  $v^F$  resultieren. Die Begründung für die besseren Werte der zweiten Konfiguration in Tabelle 2.5 liegt in den kleineren Driftwinkeln  $\beta_H$  am Kurvenausgang bei allen drei Vergleichsfahrten. Bei  $\varphi_C > 0^\circ$  entsteht am Kurvenausgang eine Lenkbewegung, welche die Ausfahrt verzögert (Abbildung 2.22) und den Driftwinkel reduziert. Durch die Neigung des Mitteltrennungsgelenks um den Winkel  $\varphi_C$  entsteht bei seiner Schwenkbewegung um den Winkel  $\alpha$  ein kinematisch bedingter Lenkwinkel  $\hat{\beta}(\alpha,\varphi_C)$ , der auf die  $\mathbf{e}_x^A$ - $\mathbf{e}_y^A$ -Ebene projiziert

$$\hat{\beta}(\alpha, \varphi_C) = \arctan\left(\frac{-\sin(\alpha)\sin(\varphi_C)}{\cos(\varphi_C)}\right)$$
 (2.73)

beträgt.

Für einen Winkel  $\varphi_C = 4^\circ$  entspricht die aus Abbildung 2.26 ablesbare maximale Verschränkung von  $\max_t \alpha = 13^\circ$  einem Lenkwinkel von  $\max_t \hat{\beta} = -0.9^\circ$ , was im Vergleich zu den programmierten Lenkwinkeln um  $\max_t \beta = 2.5^\circ$  nicht unerheblich ist. Im Gegensatz zum programmierten Lenkwinkel  $\beta(t)$  in Abbildung 2.20, welcher hauptsächlich in der Kurvenmitte verschieden von Null ist, wirkt die kinematisch bedingte Lenkung  $\hat{\beta}$  nur in den Kurvenein- und ausfahrten (wo  $|\alpha| > 0$  gilt). Ein negativer Schwenkwinkel  $\alpha$  in der Einfahrt der Linkskurve 10 induziert einen positiven Lenkwinkel  $\hat{\beta}$ , der den Bob zur Kurven-Innenseite dreht. Bei der Kurvenausfahrt herrschen gegenteilige Vorzeichen und der Bob wird durch die kinematischen Eigenschaften länger an der Kurve gehalten. Die Konfiguration mit  $\varphi_C = 0$  in Abbildung 2.26 weist keine kinematisch bedingte Lenkung auf.

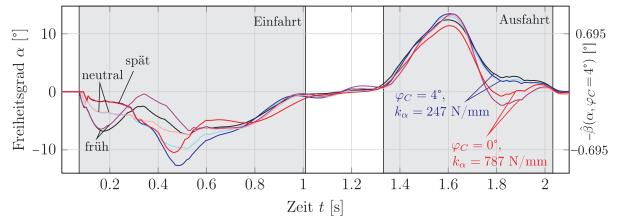


Abbildung 2.26: Winkel  $\alpha$  und induzierte Lenkbewegung  $-\hat{\beta}$  bei  $\varphi_C = 4^{\circ}$  in Kurve 10.

Um einen Verstellspielraum für das Eigenlenkverhalten zu bekommen, ist der Winkel  $\varphi_C$  kleiner als das Reglementsmaximum  $\varphi_C^{max} = 5^{\circ}$  zu wählen. Werte von  $\varphi_C = 2^{\circ}$  und  $k_{\alpha} = 247\text{-}641\text{N/mm}$  bilden einen guten Kompromiss. Zufälligerweise stimmen diese mit dem Stand der Technik überein (siehe Kapitel 3.1).

Zusammenfassend und ergänzend veranschaulicht Abbildung 2.27 für beide Testkurven die Abhängigkeiten zwischen Eingangs- und Ausgangsgrössen des Modells. Die Ausgangsgrössen sind jeweils in Tabellenzeilen aufgeführt. Eine Verbesserung wird mit grün ausgefüllten Feldern angezeigt, eine Verschlechterung mittels roter Füllfarbe. Weisse Kästchen zeigen keine Tendenz im Vergleich zum Referenzsetup. Als Verbesserung ist eine Erhöhung der Werte  $\{v^F, z_{S_1}^{max}\}$  sowie eine Senkung der Werte  $\{\sigma_{lat}, t^F, W_{tot}, S\}$  definiert und umgekehrt.

Für die betrachteten Parametervariationen gibt es keinen Datensatz, der gleichzeitig hohe Abgangsgeschwindigkeiten  $v^F$  und kurze Fahrzeiten  $t^F$  vereint. Über das mechanische Layout lassen sich folglich keine herausragenden Vorteile erzielen, sondern es kann höchstens die Fahrbarkeit für einzelne wichtige Kurven verbessert werden, beispielsweise durch Optimierung des Pfadhöhenprofils  $z_{S_1}(t)$  oder Senkung der Fahrliniensensitivität  $\sigma_{lat}$ .

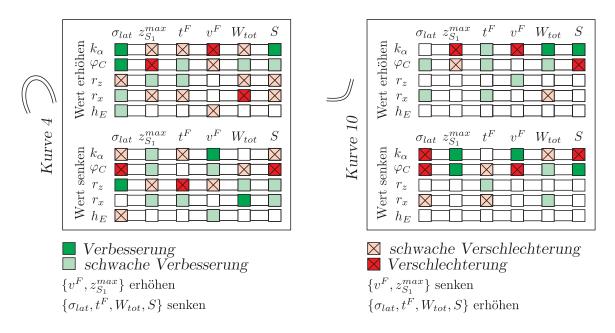


Abbildung 2.27: Effekte der Parametervariationen in Kurve 4 und 10.

## 2.5 Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, dass Zwischenzeiten von gemessenen Bobfahrten mittels eines Punktmassenmodells ausreichend genau vorhersagbar sind. Ebenso konnten Grössenordnungen der Verlustarbeiten und die Wirkung ihrer Reduktion auf die Fahrzeit angegeben werden. Anschliessend wurde für einen Zweierbob ein Mehrkörpermodell mit einer auf die Mitteltrennung  $\alpha$  und Lenkung  $\beta$  reduzierten Kinematik vorgestellt. Die Kontaktmodellierung zwischen Kufe und Eisbahn mitsamt seinen Submodellen für die Kontaktfindung, die Kraftgesetze oder Kraftbestimmung sind für Bobmodelle neu. Mit den auf Glocker [30] und Möller [51] basierten Modellen und der Verwendung von Moreau's Timestepping Algorithmus [55] wurde eine robuste aber auch kleine Zeitschritte fordernde Simulationsmethode dieses speziellen Mehrkörpersystems angewandt. Die bis 12mm in die Bahnoberfläche eindringenden Kontakte sind der Preis für physikalisch sinnvolle Energiebilanzen. Auch Rempflers Bobsimulator [65] kann auf diese prinzipielle Modellarchitektur bauen. Zur Zeit ist es nicht möglich, die Kraftgesetze im Kufe-Eis-Kontakt messtechnisch reproduzierbar zu erfassen. Als Validierungsgrundlage kommen deshalb die Resultate aus dem Punktmassenmodell in Frage. Weiter können für die Lateralreibung  $\mu_B$  Grenzwerte anhand eines Spurrillenmodells angegeben werden.

Insbesondere die Lenkvorgaben  $\beta(t)$  und die laterale Einfahrposition in die Kurve haben einen starken Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des Bobs, welche anhand von einigen Auswertungsgrössen evaluiert wird. Als wichtigste Modellparameter haben sich die Neigung der Mitteltrennungsachse  $\varphi_C$  und die Torsionssteifigkeit  $k_\alpha$  herausgestellt.

Abschliessend ist zu bemerken, dass alle Erkenntnisse betreffend absoluten Parameterwerten stets auf das vorgestellte Modell mit zwei starren Körpern ausgerichtet sind. Ob auch für komplexere Mehrkörpermodelle ähnliche Kraftgesetze und ähnliche Parameterwerte anwendbar sind, und ob sich auch bei solchen Modellen die besprochenen Parameterabhängigkeiten und Schlussfolgerungen ergeben, muss zukünftig untersucht werden.

# Kapitel 3

# Stand der Technik

Im Folgenden fokussieren sich die Ausführungen auf die Analyse von aktuellen Bobfahrwerken. Die Kapitel 3.1 und 3.2 behandeln konstruktive Besonderheiten des Referenzbobs. So soll Verbesserungspotential aufgedeckt und Mängel bei der Neukonstruktion vermieden werden. Im darauffolgenden Abschnitt werden in einer CAD-Analyse einige Eigenschaften des Gesamtsystems bestimmt. Die Schwerpunktslagen und Massenträgheiten der einzelnen Baugruppen können in Relation zum Gesamtsystem angeben werden, um die jeweils wichtigsten Komponenten auszumachen. Beim untersuchten Zweierbob wird die Gesamtschwerpunktslage hauptsächlich durch die Athleten, Zusatzmassen und den Vorderrahmen definiert. Kapitel 3.4 behandelt ein Ersatzfedernmodell des Fahrwerks, das die relevanten Lastpfade identifiziert und die Baugruppen ermittelt, die einen grossen Anteil am Gesamtfederweg haben. Sie erfordern bei der Optimierung besondere Beachtung, weil ihre relativ grossen Deformationen das Fahrverhalten beeinflussen können.

## 3.1 Besonderheiten des Referenzbobs

Ein Bobfahrwerk der aktuellen Generation, ein sogenannter "2erReich2008", gibt Anhaltspunkte für Herstellverfahren, Fahrwerkskonzepte sowie für die zu erwartenden Konstruktionsschwierigkeiten. Die Herstellung seines Fahrgestells basiert vorwiegend auf Verfahren wie Blechverarbeitung, Drehen, Schweissen und Fräsen. Viele Einzelteile sind Spezialanfertigungen und nicht austauschbar, weil sie in Handarbeit entstanden sind. Das Fahrwerk fällt durch seine verschiedenen Neigungswinkel der Rahmenträger und Drehgelenke auf. Beispielsweise ist das Mitteltrennungsgelenk um  $\varphi_C = 2^{\circ}$  zur Horizontalen geneigt (siehe Abbildung 2.6) und damit auch der gesamte Vorderbau. Im unbelasteten Zustand entspricht dieser Winkel dem in Kapitel 2.4.3 vorgeschlagenen Optimum. Die Vorderachse wird geschleppt, wobei der Nachlauf  $n_L = 16.5$ mm ausschliesslich über eine exzentrische Anordnung der Achse zum Lenkkopf erwirkt wird (Abbildung 2.6). Auffällig am 2erReich2008 ist auch die Baugruppendimensionierung: Praktisch überall werden die Dimensionen geringstmöglich in den Grenzen des Reglements gewählt und einzig der Vorderachsträger ist massiver ausgeführt. Schlussfolgerungen zu den künftigen Problemfeldern können aus der Auflistung von Schäden des gebrauchten Bobs gezogen werden (Tabelle 3.1). Die vielfältigen Methoden zur Schraubensicherung weisen darauf hin, dass die starken Vibrationen während der Fahrt eine Herausforderung darstellen.

Kufenträger	Korrosion, Beulen, Formänderungen
Hinterachsträger	Reparaturspuren an Schweissnähten
Vorderachsträger	Endanschlag verformt (Vorderrahmenträger),
	Bodenplatte krumm, Spiel in Pendelachsgelenken $(\phi)$
Rahmenträgerprofile hinten	Kratzspuren von Nagelschuhen, Ausgerissene Gewinde
Teile der Mitteltrennung	Formänderungen
Fussrasten	Starke Kratzspuren durch Nagelschuhe

Tabelle 3.1: 2erReich2008: Baugruppen mit sichtbarem Verschleiss.

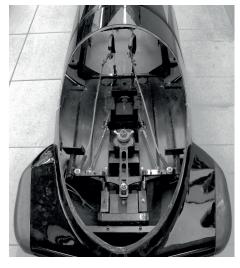
## 3.2 Wartungsfreundlichkeit

Um abschätzen zu können, wie gut die Wartung und Einstellung des Bobschlittens funktioniert oder welche Arbeiten häufig anfallen, werden die im Tagesablauf anfallenden Arbeiten beurteilt (Abbildung 3.1).

Bobschlitten stehend	Bobschlitten liegend
Fussrasten/Handgriffe Bremser justieren	Kufen schleifen
Zusatzmassen anbringen	Kufen (de)montieren
Geradeauslauf justieren	Spur Geradeauslauf justieren
Lenkung kontrollieren	(Parallelität Kufen) justieren
Mitteltrennungsfedern tauschen	Pendelachse einstellen
(Fussraster Pilot justieren)	

Abbildung 3.1: Wartungsarbeiten und Bobausrichtung.

Als besonders aufwändig wird die Nachjustage der Lenkung auf Neutrallage  $\beta=0$  identifiziert. Diese ist eine Folge des Rückstellmechanismus der Lenkung, der aus temperaturempfindlichen Expandergummis besteht. Zuerst ist der obere Inspektionsdeckel bei stehendem Bob zu entfernen, der Bob dann in liegende Position zu bringen und die Rückstellgummis der Lenkung kopfüber neu zu zentrieren. Hat man über das Vermessen der Kufen den Geradeauslauf eingestellt, ist der Bob wieder auf die Kufen zu stellen, um die Seile zu den Handgriffen neu zu justieren. Es ist wünschenswert, dass dieser Arbeitsablauf verkürzt werden kann, damit der mindestens 170kg schwere Bob weniger oft gewendet werden muss. Der untere Inspektionsdeckel des 2erReich2008 ist im Reglements-Mindestmass gehalten, sodass die Werkzeugzugänglichkeit bei Arbeiten an der Pendelachse schlecht ist (Abbildung 3.2 rechts). Hingegen ist der obere, nicht vorgeschriebene, Wartungsdeckel gross ausgeführt. Er ist für die Kontrolle der Lenkung, die Piloten-Fussrasteneinstellung sowie für den Wechsel der Mitteltrennungsfedern gedacht und erhöht Preis und Masse der Vorderhaube.



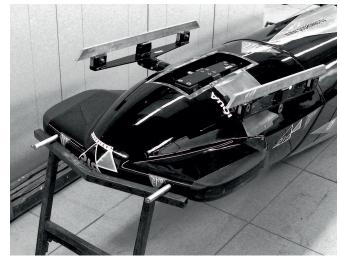


Abbildung 3.2: Obere und untere Inspektionsöffnung am 2erReich2008.

Um die Torsionssteifigkeit  $k_{\alpha}$  zu variieren, sind stark vorgespannte Federelemente am Mitteltrennungsgelenk auszutauschen, was nur zu zweit möglich ist. Im Zweifelsfall wird auf eine Optimierung an dieser Stelle aufgrund des hohen Montageaufwands verzichtet. Die Spurbreite und das Axialspiel der Kufenträger werden über Distanzscheiben an mehreren redundanten Orten eingestellt. Durch die unterschiedlichen, teils nicht reversiblen Schraubensicherungen (Kronenmuttern und Splinte) und die Verwendung verschiedenster Schraubengrössen verlangt die Wartung einzelner Baugruppen nach viel Werkzeug, welches nach Möglichkeit reduziert werden soll. Die Werkzeugzugänglichkeit stellt künftig auch eine Herausforderung dar, wie zum Beispiel die Pendelachskonstruktion am Vorderbau des 2erReich2008 verdeutlicht.

## 3.3 Massenanalyse

Nachfolgend wird die Aufteilung der Gesamtmasse des Bobs untersucht, um die relevanten Baugruppen und den Spielraum der Gesamtschwerpunktslage zu ermitteln [71]. Den grössten und anteilsmässig nicht beeinflussbaren Massenanteil am Gesamtsystem von 390kg bilden die Athleten (Abbildung 3.3). Auch die bodennahen Baugruppen wie Kufen, Ach-

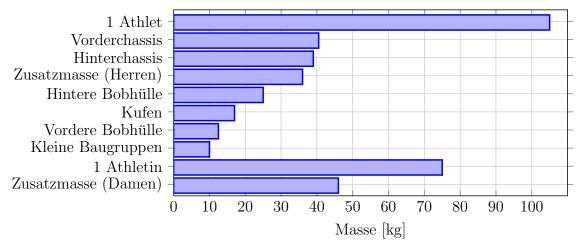


Abbildung 3.3: Massen des Referenzbobs 2erReich2008.

sen und Kufenträger mit einer kumulierten Masse von 52kg sind kaum veränderbar, da ihre Mindestabmasse und das Material reglementiert sind. Das Achslastverhältnis des Gesamtbobs zwischen Vorder- und Hinterachse beträgt 40%:60%, der Gesamtschwerpunkt liegt nahe der Lenden des Piloten 280mm oberhalb der Standfläche (Abbildung 3.4). Die Zusatzmassen und der Hauptrahmen, der sich aus Vorderrahmen und Hinterrahmen zusammensetzt, bieten Gestaltungsspielraum bei der Konstruktion. Verschiebt man 15kg Zusatzmasse um 1.7m, also von der Vorderachse zur Hinterachse, ändert sich die Achslastverteilung um 4%. Ähnliche Werte (3%) sind durch das Verschieben der Athleten um 10cm zu erreichen. Das Fahrwerksdesign soll dieses Wissen nutzen und maximale Flexibilität bei den Sitzpositionen ermöglichen. Der 2erReich2008 hat hier seine Stärke und bietet viel Platz für die Athleten – einerseits durch eine voluminöse Vorderhaube (Platz für grosse Piloten), andererseits durch einen hohen Hinterrahmen (Platz für Bremser).

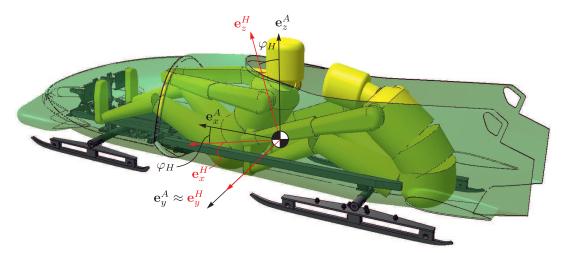


Abbildung 3.4: Referenzbob: Position der Athleten und der Hauptmassen.

Noch wichtiger sind die Athletenpositionen beim Viererbob, weswegen sich dort das Hinterrahmendesign stets ergonomischen Zielen unterzuordnen hat. Alle Mensch-Maschine-Schnittstellen müssen diese Spielräume ebenfalls erlauben. Ob ein voluminöser Innenraum im Konflikt mit aerodynamischen Zielen steht, muss künftig untersucht werden, da eine optimale Sitzposition die Aerodynamik positiv beeinflussen kann. Erfahrungsgemäss weisen Damenbobs oftmals eine zu geringe Belastung der Hinterachse auf, was die Fahrstabilität negativ beeinflusst. Wenn mehr Zusatzgewicht beim leeren Bobchassis hinten befestigt werden kann, ist dieser Mangel bedingt ausgleichbar. Ein leichtes Rohchassis ist demnach von Vorteil.

Zur Ermittlung der Massenträgheiten wird das Gesamtsystem inklusive Athleten im CAD nachgebildet und über das Wägen von einzelnen Baugruppen deren Dichte feinjustiert. Die Trägheit des Gesamtsystems um die  $\mathbf{e}_{x}^{A}$ -Achse ist mit  ${}_{A}\Theta_{xx}^{tot}=26\mathrm{kgm^{2}}$  um eine Grössenordnung kleiner als die anderen Diagonalelemente von  ${}_{A}\Theta^{tot}$  um die Quer- und Hochachse, wo Werte von  ${}_{A}\Theta^{tot}_{yy}=201 {\rm kgm^2}$  und  ${}_{A}\Theta^{tot}_{zz}=200 {\rm kgm^2}$  bezüglich des Gesamtschwerpunkts festzuhalten sind (Abbildungen 3.5 und 3.6). Das Hauptträgheitsachsen-System H ist gegenüber dem A-System um die  $\mathbf{e}_y^A$ -Achse um den Winkel  $\varphi_H \approx 3.2^\circ$  verdreht, wie in Abbildung 3.4 dargestellt. Entsprechend sind die Roll- und Gierrotationen leicht gekoppelt ( $_A\Theta_{xz}=1.4\mathrm{kgm}^2$ ). Im Folgenden werden die Möglichkeiten zur Veränderung der beschriebenen Trägheitsgrössen erläutert. Der Anteil der Athleten an  ${}_{A}\Theta_{xx}$ beträgt etwa 41%, weshalb ihre Positionierung die Masseneigenschaften am stärksten beeinflusst. Durch Erhöhen oder Absenken der Athletenposition um  $\Delta r_z = 0.05$ m kann der Winkel  $\varphi_H$  im Bereich von 2.5° bis 4° verändert werden. Den Wert  ${}_A\Theta_{xx}$  könnte man durch eine bessere Anordnung der Zusatzmasse senken, wie ihr grosser Steineranteil in Abbildung 3.5 verdeutlicht. Platzierte man hypothetisch die gesamte Zusatzmasse von 36kg im Schwerpunkt, würden  ${}_{A}\Theta_{yy}$  und  ${}_{A}\Theta_{zz}$  um 10% reduziert. Eine Massenreduktion des Vorderrahmens von 17kg auf 10kg entspricht einer Senkung der Massenträgheiten  ${}_{A}\Theta_{uu}$  und  ${}_{A}\Theta_{zz}$  um zirka 3%. Wie aus Abbildung 3.6 zu entnehmen ist, bilden bei vielen Elementen des Gesamtsystems die Steineranteile einen wichtigen Teil der Massenträgheit. Insbesondere die Bremser, das Vorderchassis und die Zusatzmassen weisen hier Optimierungspotential auf. Entweder eine Repositionierung oder eine Massenreduktion kann hier Fortschritte bringen.

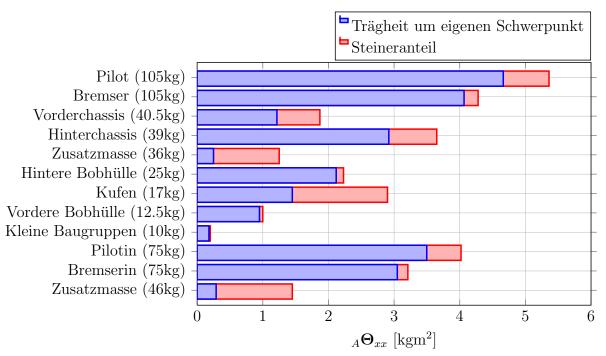


Abbildung 3.5: Massenträgheiten des 2erReich2008 um die  $\mathbf{e}_{x}^{A}$ -Achse.  ${}_{A}\mathbf{\Theta}_{xx}^{tot}=26kgm^{2}$ .

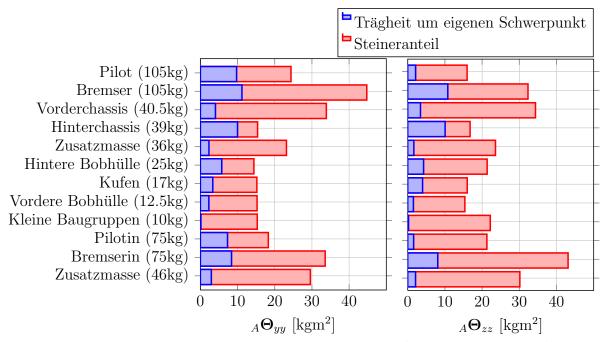


Abbildung 3.6: Massenträgheiten des 2erReich2008 um die  $\mathbf{e}_y^A$ -Achse (links) und  $\mathbf{e}_z^A$ -Achse (rechts).  ${}_A\mathbf{\Theta}_{yy}^{tot} = 201 kgm^2, \ {}_A\mathbf{\Theta}_{zz}^{tot} = 200 kgm^2.$ 

## 3.4 Steifigkeitsanalyse

Reglementsbedingt verfügen Bobfahrwerke nicht über klar zugewiesene Fahrwerkselemente wie Federn oder Dämpfer. Stattdessen verteilt sich der Federweg auf mehrere Baugruppen. In diesem Abschnitt werden die einzelnen Anteile der Baugruppen an der Gesamtsteifigkeit des Referenzfahrwerks abgeschätzt. Sie geben Anhaltspunkte über die Lastpfade und die Teiledimensionierung. Die Simulation einer Kurvendurchfahrt, zwecks Aufschlüsselung aller Baugruppensteifigkeiten des Systems Bob, ist nach derzeitigem Stand nicht möglich, weil Massen- und Steifigkeitsverteilungen der Athleten sowie der Bobhaube fehlen. Deshalb wird der Referenzbob mittels der in den Abbildungen 3.7 und 3.9 dargestellten Ersatzfedernmodelle abstrahiert. Diese vereinfachen die 3D-Struktur des Fahrwerks zu einer Serie- und Parallelschaltung von Baugruppen-Ersatzfedern. Im Folgenden werden die Baugruppensteifigkeiten hergeleitet und in Tabelle 3.3 zusammengefasst.

## 3.4.1 Primärfederung

Zur Primärfederung zählen die Komponenten Kufe und Kufenträger, wie Abbildung 3.7 beispielhaft zeigt.

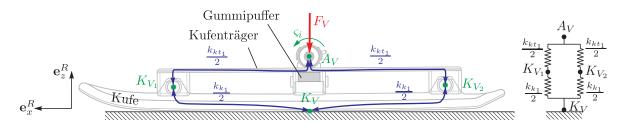


Abbildung 3.7: Vordere Primärfederung des 2erReich2008 und Ersatzfedernmodell (rechts).

Für eine erste Abschätzung wird angenommen, dass die Fahrwerkslasten von der Kontaktstelle zur Bobbahn  $K_V$  bis zu den Kufen-Befestigungsschrauben  $(K_{V_1}, K_{V_2})$  durch die Kufe geleitet werden, und dass der Gummipuffer keine Kräfte übernimmt. Denn seine Steifigkeitseigenschaften sind temperatur- und belastungsabhängig und unbekannt. Das mechanische Ersatzmodell für die Kufen besteht damit aus zwei parallel geschalteten und jeweils einseitig eingespannten Bernoullibalken  $[K_V K_{V_1}]$  und  $[K_V K_{V_2}]$  [60]. Abbildung 3.8 zeigt ein solches Ersatzmodell für die Kufe.

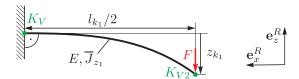


Abbildung 3.8: Kragbalken-Ersatzmodell einer Kufenhälfte.

Es gilt für die Ersatzfedersteifigkeit  $k_{k_1}$  der Vorderkufen, die als Rechteckprofil mit Höhe  $h_{k_1}$ , Breite  $b_{k_1}$ , Länge  $l_{k_1} = \overline{K_{V_1}K_{V_2}}$  und E-Modul E approximiert werden,

$$k_{k_1} = 2 \frac{3E\overline{J}_{z_1}}{(l_{k_1}/2)^3}, \quad \text{mit} \quad \overline{J}_{z_1} = \frac{b_{k_1}h_{k_1}^3}{12}.$$
 (3.1)

Als Kufenträger werden die Baugruppen bezeichnet, welche die Kufe um den Winkel  $\varsigma_i$  schwenkbar mit der jeweiligen Achse verbinden (Abbildung 3.7). Am Beispiel des vorderen Kufenträgers ist erkennbar, dass ihre Vertikalsteifigkeit  $k_{kt_1}$  zwischen den Kufenschrauben  $K_{V_1}, K_{V_2}$  und der Achsaufnahme  $A_V$  ebenfalls über ein Bernoulli-Balkenmodell abschätzbar ist. Wieder ist eine Parallelschaltung zweier Kragbalken  $\overline{K_{V_1}A_V}$  und  $\overline{K_{V_2}A_V}$  zielführend. Für die Berechnung der Verschiebung  $u_{kt_1}(l_{kt_1})$  am Ende der Kragbalkenfeder ist ein über ihre Länge variables Flächenträgheitsmoment  $J_{z_1}(x_1)$  aufgrund der Trapezform der Blattfedern des Kufenträgers (Abbildung 3.4) zu berücksichtigen. Die Differentialgleichung für  $u_{kt_1}(x_1)$  lautet

$$u''_{kt_1}(x_1) = \frac{M_{b_1}(x_1)}{EJ_{z_1}(x_1)}, \text{ mit } M_{b_1}(x_1) = F_V(l_{kt_1} - x_1), J_{z_1}(x_1) = \frac{b_{kt_1}(x_1)h_{kt_1}^3}{12}.$$
 (3.2)

Sie ist unter den beiden folgenden Randbedingungen

$$u''_{kt_1}(x_1=0)=0$$
 und  $u'_{kt_1}(x_1=0)=0$  (3.3)

zu lösen, wobei  $x_1 = 0$  den Punkt  $A_V$  und  $x_1 = l_{kt_1}$  den Punkt  $K_{V_1}$  adressieren. Durch die Parallelschaltung der beiden Kragbalkenfedern wird die Steifigkeit des Kufenträgers  $k_{kt_1}$  über das Verhältnis zu einer Referenzkraft  $F_V$  gebildet,

$$k_{kt_1} = \frac{2F_V}{u_{kt_1}(l_{kt_1})}. (3.4)$$

Bei den hinteren Kufenträgern, die aus zwei aufeinanderliegenden verschraubten Blattfedern bestehen, wird vereinfachend ein  $J_{z_2}(x_2)$  für beide Blattfedern verschweisst modelliert. Tabelle 3.2 fasst für alle Elemente der Primärfederung die über (3.1) und (3.4) ermittelten Resultate zusammen. Sie verdeutlicht, dass alle Kufentypen eine Lateralsteifigkeit in  $\mathbf{e}_y^R$ -Richtung aufweisen, die um fast eine Grössenordnung geringer ist als diejenige in Vertikalrichtung  $\mathbf{e}_z^R$ , wie schon Hainzlmaier ermittelt [35]. Nicht überraschend ist die Vertikalsteifigkeit der Kufenträger sehr gering, wenn man nur die Blattfedern berücksichtigt und den Gummipuffer nicht berücksichtigt. Beim Viererbob sind die entsprechenden Werte aufgrund längerer Kufen noch tiefer als beim Zweierbob.

	Steifigkeit in $e_z^R$ -Rtg.	Steifigkeit in $e_y^R$ -Rtg.
	[N/mm]	[N/mm]
$k_{k_1}$ Kufe vorne 2er (4er)	3902 (3752)	590 (437)
$k_{k_2}$ Kufe hinten 2er (4er)	$1771 \ (1559)$	260 (181)
$k_{kt_1}$ Kufenträger vorne 2er (4er)	188 (110)	
$k_{kt_2}$ Kufenträger hinten 2er (4er)	379 (279)	

Tabelle 3.2: Ersatzfedersteifigkeiten der Primärfederung über (3.1), (3.4).

Bei einem Viererbob liegen in einer 6g-Kurve Fahrwerkskräfte bis  $F_V = 7000$ N pro Kufe vor. Es wird klar, dass die sehr nachgiebigen Kufenträger diese Kräfte nicht aufnehmen können. Die Kufe presst die zwischen den Punkten  $K_V$  und  $A_V$  eingesetzten quaderförmigen Gummipuffer mit ihren Abmessungen von LxBxH = 50x14x10mm zusammen (Abbildung 3.7). Weil die Gummipuffer nach wenig Federweg aufgrund ihrer geringen

Kompressibilität blockieren, muss ein Grossteil der Fahrwerkskräfte über sie führen. Der Kraftfluss wird damit vom Punkt  $A_V$  zum Punkt  $K_V$  kurzgeschlossen. In den folgenden Analysen werden deshalb die Primärfedersteifigkeiten  $k_{k_i}$  und  $k_{kt_i}$  vernachlässigt. Weitere Analysen zur Lastpfadaufteilung zwischen Kufenträger, Gummipuffer und Kufe folgen in Kapitel 5.1.

## 3.4.2 Sekundärfederung

Zur Sekundärfederung zählen die Baugruppen des Vorderachs- und Hinterachsträgers. Von den Vorderachspunkten  $A_V$  zum Lenkkopf im Punkt V ermöglicht der Vorderachsträger der Ersatzsteifigkeit  $k_{va}$  einen geringen Federweg  $\Delta z_{va} = \hat{z}_{va} - z_{va}$ , wie das Ersatzfedernmodell in Abbildung 3.9 zeigt. Der Referenzwert  $\hat{z}_{va}$  ist als Abstand  $\overline{VA_V}$  im unbelasteten Zustand ohne Mannschaft definiert. Für die komplexen Strukturen der Sekundärfederung ist eine FE-Analyse zur Deformationsberechnung erforderlich (zum Beispiel Abbildung B.5). Das FE-Modell zur Berechnung der Werte in (3.5) ist in Anhang B.2 beschrieben, weitere Untersuchungen zur Baugruppe finden sich in Kapitel 5.3. Je nach Konfiguration besitzt der Vorderachsträger eine Vertikalsteifigkeit zwischen

$$k_{va} = F_V / \Delta z_{va} = 3750-5119 \text{N/mm},$$
 (3.5)

was im Betrieb eine maximale Einfederung  $\Delta z_{va}$  von 3mm bis 4mm zwischen den Punkten  $A_V$  und V ergibt. Die Kraft  $F_V$  ist die Auflagerkraft, die an der Vorderachse in  $\mathbf{e}_z^R$ -Richtung angreift (Abbildung 3.12). Bei der FE-Analyse fällt auf, dass die Beanspruchung der Struktur nahe dem Lenkkopf V hoch ist, was eine mögliche Begründung für die robuste Auslegung des Vorderachsträgers im Referenzbob 2erReich2008 ist.

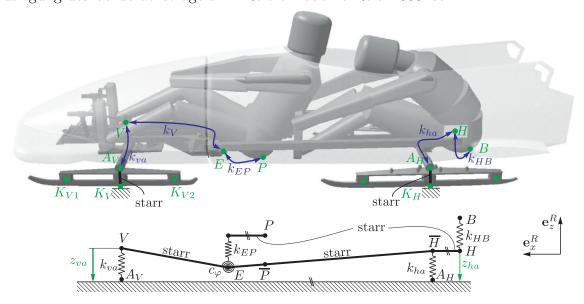


Abbildung 3.9: Oben: Lastpfade der Sekundärfederung. Unten: Ersatzfedernmodell.

Als Hinterachsträger mit der Ersatzfedersteifigkeit  $k_{ha}$  wird die Baugruppe vom Achs-Ende  $A_H$  bis zur hinteren Rahmen-Haube-Schnittstelle H bezeichnet (Abbildung 3.9). Ihre Einfederung wird mit

$$\Delta z_{ha} = \hat{z}_{ha} - z_{ha} \tag{3.6}$$

bezeichnet, wobei die Referenzlänge der Ersatzfeder  $\hat{z}_{ha} = \overline{HA_H}$  im unbelasteten Zustand ist. Viele Bobs des Stands der Technik weisen hier eine steife Konstruktion auf. Beim 2erReich2008 ist sie mit ihren querliegenden Blattfedern im Lastpfad sehr nachgiebig ausgeführt, wie Abbildung 3.10 zeigt.

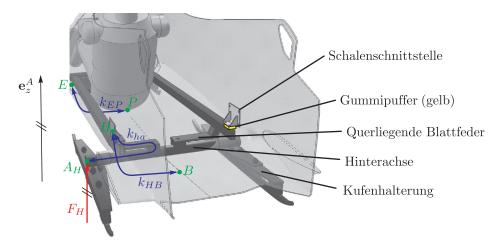


Abbildung 3.10: Detail des Hinterachsträgers des 2erReich2008.

Über eine FE-Rechnung wird ihre Vertikalsteifigkeit als

$$k_{ha} = F_H/\Delta z_{ha} = 2000 \text{N}/0.77 \text{mm} = 2597 \text{N/mm}$$
 (3.7)

ermittelt, wobei die Kraft  $F_H$  die an der Hinterachse im Punkt  $A_H$  angreifende Auflagerkraft in  $\mathbf{e}_z^A$ -Richtung ist. Auffallend an der Simulation ist die starke Torsion des Rahmenträgers und die lokal hohe Beanspruchung. Eine Unsicherheit bei der Modellierung verursacht die Abhängigkeit der Steifigkeit  $k_{ha}$  von der Steifigkeit der Hinterhaube im Punkt H, und das Fehlen präziser Daten an dieser Stelle (Laminataufbau und Harzvolumengehalt). Als Näherung wird der Hinterachsträger in H starr eingespannt, weshalb die realen Steifigkeitswerte von  $k_{ha}$  etwas tiefer liegen werden. Eine klare Funktionstrennung zwischen Hinterhaube, Rahmenträgern und Hinterachsaufhängung ist beim 2erReich2008 nicht gegeben, für eine Beherrschbarkeit ihrer Eigenschaften jedoch erstrebenswert.

## 3.4.3 Chassis und Karosserie

Wie aus Abbildung 3.9 zu entnehmen ist, verbindet der Vorderrahmen im vorderen Bobteil den Lenkkopf im Punkt V mit den Haubenschnittstellen im Punkt E. Sein Ersatzfedernmodell kann mittels der Torsionssteifigkeit  $c_{\varphi}$  im Punkt E und der starren Strecke [EV] angegeben werden  $(\overline{EV}=l_V=0.47\mathrm{m})$ . Diese Variante erlaubt eine einfache Validation der Parameter anhand von Messfahrten. Denn an der Biegelinie des Rahmens fällt auf, dass die Konstruktion nahe des Mitteltrennungsgelenks bis zur Haubenschnittstelle im Punkt E (Abbildung 3.9) eine hohe Nachgiebigkeit aufweist und lokal hohe Momente auftreten. Die Durchbiegung des Rahmens lässt sich in der Horse Shoe Kurve der Bobbahn St. Moritz gut beobachten, da in dieser 6g-Kurve ein Biegemoment im Punkt E von  $M_E=3305\mathrm{Nm}$  auftritt. Als Folge neigen sich die Bobhaubenhälften um  $\varphi_E\approx 1.7^\circ$  gegeneinander, was über Verschiebungsmessungen an der Oberseite der Haubenhälften mittels eines Analogschreibers ermittelt wurde (Messung Feb. 2008, Annäherung von 12mm). Beim 2erReich2008 resultiert damit eine gemessene Rotationssteifigkeit

von  $c_{\varphi} \approx 111390 \text{Nm/rad}$ . Zur Verarbeitung mit den anderen Ersatzfedern kann die Lenkkopfsteifigkeit auch mittels der Ersatzfedersteifigkeit  $k_V$  angegeben werden,

$$\begin{cases}
F_V = M_E / \overline{EV} \\
\Delta z_V \approx \varphi_E \overline{EV}
\end{cases} \qquad k_V = \frac{F_V}{\Delta z_V} = \frac{M_E}{\varphi_E (\overline{EV})^2} = 504 \text{N/mm}.$$
(3.8)

Der Wert  $k_V$  entspricht nahezu dem Resultat der FE-Rechnung aus Abbildung 3.11 (siehe Tabelle 3.3). Aus diesen Gründen wird das Ersatzfedernmodell mit der Torsionsfeder  $c_{\varphi}$  als zulässig angesehen. Im Bob-Mehrkörpermodell von Maisser findet diese Analogie ebenfalls Verwendung [50]. Für den Hauptrahmen müssen aufgrund der grossen Biegemomente die Abhängigkeiten zwischen  $c_{\varphi}$  und  $k_{ha}$  anhand eines FE-Modells eruiert werden. Belastet man den Lenkkopf mit  $F_V$ , so ist eine geringe Übertragung der Rahmendeformationen von etwa 2% zwischen Vorderrahmen ( $\Delta z_V = \hat{z}_V - z_V$ ) und Hinterachsaufhängung  $\Delta z_H = \hat{z}_H - z_H$  feststellbar (Abbildung 3.11). Die Werte  $\hat{z}_V, \hat{z}_H$  entsprechen dem Abstand der Punkte V und  $A_H$  zu einer Referenz im unbelasteten Zustand. Vereinfachend können die Ersatzsteifigkeiten des Vorderrahmens und des Hinterachsträgers als unabhängige Federn  $k_V$  und  $k_{ha}$  betrachtet werden (Abbildung 3.9). Da der Bremser praktisch an der Hinterachse sitzt, wird die Nachgiebigkeit des hintersten Rahmenteils bereits in der Steifigkeit der Hinterachsaufhängung  $k_{ha}$  berücksichtigt und die Einführung von  $k_H$  ist unnötig.

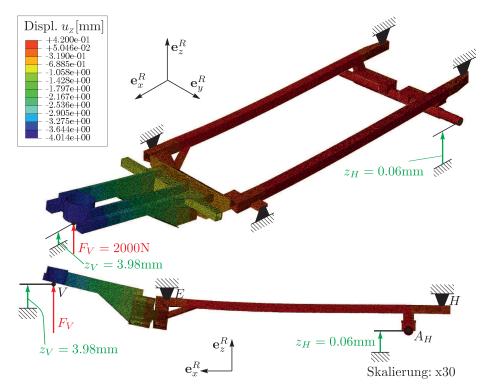


Abbildung 3.11: Biegelinie des Rahmens des 2erReich2008 (FE-Berechnung).

Weiter muss jeweils das verbindende Stück Bobhaube zu den Gesässpositionen des Piloten [EP] und Bremsers [HB] mit je einem Steifigkeitswert  $k_{EP}$  und  $k_{HB}$  versehen werden, da sich die Punkte E und H nicht auf der Längssymmetrieebene ( $\mathbf{e}_x^R, \mathbf{e}_y^R$ ) des Bobs befinden (Abbildung 3.9). Bräker [15] führt an der hinteren Bobhaube des 2erReich2008 quasistatische Steifigkeitsmessungen durch, welche zum Lastfall aus Abbildung 3.9 ähnlich sind.

Er spannt die Haube an den Schnittstellen E und H fix ein, während die Athletenlasten bis  $F_P = F_B = 6000 \mathrm{N}$  über Hydraulikzylinder und die Last verteilende Stempel in  $-\mathbf{e}_z^A$ -Richtung aufgebracht werden (entspricht 5.8g). Mittels Laserdistanzmessung werden die Verschiebungen  $d_P, d_B$  am Haubenboden ermittelt (Toleranz  $\pm 0.02 \mathrm{mm}$ ). So können für den Pilotensitz der Wert  $k_{EP} = F_P/d_P$  und für den Bremsersitz  $k_{HB} = F_B/d_B$  definiert werden. Aufgrund der langen Lastpfade und der dünnwandigen Schalenstruktur sind die Steifigkeitswerte vergleichsweise niedrig. Zwischen den Punkten E und H kann die Annahme einer starren Haube getroffen werden, da sie durch vertikale Seitenwände sehr steif ausgeführt ist. Tabelle 3.3 fasst die in den letzten Abschnitten eruierten Daten zusammen.

Aufhängungssteifigkeiten des Piloten und Bremsers			
	Vertikalsteifigkeit	Lateralsteifigkeit	
Vorderer Bobteil	2er (4er) [N/mm]	2er (4er) [N/mm]	
Kufe vorne $k_{k_1}$ , Handrechnung	$\approx 3902 \ (3752)$	$\approx 590 (437)$	
Kufenträger vorne $k_{kt_1}$ , Handrechnung	$\approx 188 (115)$	-	
Vorderachsaufhängung $k_{va}$ , FEM	3750-5119	-	
Vorderrahmen $k_V$ , FEM	502 (833)	$1450 \ (4054)$	
Haube Pilot $k_{EP}$ [15]	1100	<del>-</del>	
Hinterer Bobteil			
Kufe hinten $k_{k_2}$ , Handrechnung	$\approx 1771 \ (1559)$	$\approx 260 \ (181)$	
Kufenträger hinten $k_{kt_2}$ , Handrechnung	$\approx 379 (279)$	-	
Hinterachsaufhängung $k_{ha}$ , FEM	< 2597 (17500)	-	
Haube Bremser $k_{HB}$ [15]	1200	-	

Tabelle 3.3: Ersatzfedersteifigkeiten des 2erReich2008 und 4erReich2008.

## 3.4.4 Systemsteifigkeiten

Vom 2erReich2008 liegen nun alle Baugruppen-Steifigkeitsdaten vor. Weil die Primärfederung schon unter dem Bobeigengewicht blockiert ist, kann sie in dieser Betrachtung vernachlässigt werden. Mittels der Funktion  $s(k_1, \ldots, k_i, \ldots, k_n)$ , die einer Serieschaltung der Federn mit Steifigkeit  $k_i$  entspricht, können Gesamtsteifigkeiten angegeben werden. Zwischen der Sitzposition des Bremsers im Punkt B und dem hinteren Kufenaufstandspunkt  $K_H$  resultiert eine Steifigkeit von

$$k_{BK_H} = s(k_{ha}, k_{HB}) < 820 \text{N/mm}.$$
 (3.9)

Die Werte  $k_{ha}$  und  $k_{HB}$  stammen aus Tabelle 3.3.

Analog lässt sich für den Pilotensitz eine kombinierte Vertikalsteifigkeit zur Vorderachse  $k_{PK_V}$ , sowie zwischen Pilot und Hinterachse  $k_{PK_H}$  angeben:

$$k_{PK_V} = s(k_{va}, k_V, k_{EP}) = 302\text{N/mm},$$
  
 $k_{PK_H} = s(k_{ha}, k_{EP}) = 772\text{N/mm}.$  (3.10)

Anhand der Resultate von Gleichung (3.9) und (3.10) ist zu vermuten, dass der Pilot, der zwischen den Achsen  $A_V$  und  $A_H$  sitzt, nachgiebiger mit der Bobbahn gekoppelt ist als der Bremser. Das Fahrverhalten sollte demnach vom Bremser deutlicher beeinflusst sein. Erfahrungsgemäss ist ein Damenbob mit einer 10kg schwereren Bremserin ruhiger und kontrollierter zu fahren als mit einer leichteren Bremserin inklusive kompensierender Zusatzmasse.

Dies wirft die Frage auf, ob auch beim resultierenden Federweg in den Punkten P und B asymmetrische Verhältnisse wie bei den Steifigkeiten vorliegen. Abbildung 3.12 (a) zeigt für das Ersatzfedernmodell den untersuchten Lastfall einer 6g-Kurvendurchfahrt. Es werden nur Verschiebungen in  $\mathbf{e}_z^R$ -Richtung betrachtet und die Struktur ist ann den Achsenden in den Punkten  $A_V$  und  $A_H$  aufgelagert. Die Einfederungen des Piloten  $\Delta z_P = \hat{z}_P - z_P$  und des Bremsers  $\Delta z_B = \hat{z}_B - z_B$  sollen im Folgenden abgeschätzt werden. Im unbelasteten Referenzzustand wird der Vertikalabstand des Piloten zum Boden  $\hat{z}_P$  genannt und der Abstand des Bremsers zum Boden lautet  $\hat{z}_B$ . Die Massenkräfte des Rohfahrwerks vom Gesamtbetrag  $Q_L = 7400$ N greifen je zur Hälfte in den Punkten V und H an, was der gemessenen Achslastverteilung des leeren Bobs von 50%:50% entspricht. Die Massenkraft des Bobteams  $F_A = m_A 6g = 12360$ N wird in den Punkten P und B eingeleitet. Die Verteilung wird so gewählt, dass das gemessene statische Achslastverhältnis von Vorderzu Hinterkufe 40%:60% beträgt. Dies ist für  $F_P = 0.58F_A$  und  $F_B = 0.42F_A$  der Fall, wenn also der Schwerpunkt der Mannschaft näher am Punkt P als am Punkt B liegt, was auch in Abbildung 3.9 erkennbar ist.

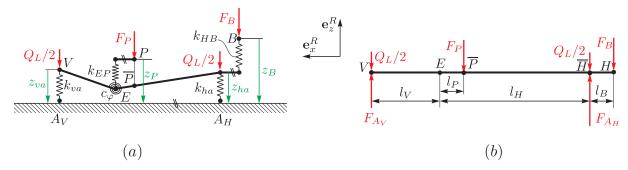


Abbildung 3.12: Ersatzfedernmodell des Fahrwerks (a) und Freischnittskizze (b).

Im Freischnittbild in Abbildung 3.12 (b) werden alle Kräfte entlang ihrer Wirkungslinie auf die Strecke [VH] projiziert. Die Lagerkräfte an den Achsenden  $F_{A_V}$  und  $F_{A_H}$  ergeben sich über ein statisches Kräfte- und Momentengleichgewicht zu

$$F_{A_V} = \frac{F_P(l_H - l_P - l_B)}{l_V + l_H} + \frac{Q_L}{2} = 6185$$
N und  $F_{A_H} = 2F_P + Q_L - F_{A_V} = 13576$ N, (3.11)

mit den Längen  $l_V = 0.58$ m,  $l_P = 0.2$ m,  $l_H = 0.92$ m und  $l_B = 0.2$ m. Zur Berechnung der Federdeformationen sind die jeweiligen Schnittkräfte erforderlich: An der Hinterachse

wird die Ersatzfeder  $k_{ha}$  mit der Kraft  $F_{A_H}$  belastet. Für die Rahmendeformation zwischen V und E wirkt die Kraft  $F_{A_V} - Q_L/2$ , während die beiden Federn  $k_{EP}$  und  $k_{HB}$  ausschliesslich durch das Athletengewicht  $F_P$  und  $F_B$  deformiert werden. Damit resultieren an den Stellen V und H die Einfederungen

$$\Delta z_{va} = \frac{F_{A_V}}{k_{va}} = 1.65 \text{mm} \quad \text{und} \quad \Delta z_{ha} = \frac{F_{A_H}}{k_{ha}} > 5.22 \text{mm}.$$
 (3.12)

Von der Einfederung der Hinterachsaufhängung  $\Delta z_{ha}$  ist nur die Untergrenze bekannt, da die Steifigkeitswerte  $k_{ha}$  eine Maximalabschätzung sind (Tabelle 3.3). Die Verschiebung des Punkts E ergibt sich mittels Kombination von einer linearen Interpolation zwischen  $\Delta z_{va}$  und  $\Delta z_{ha}$  mit der Einfederung des Vorderbaus der Steifigkeit  $k_V$  zu

$$\Delta z_E = \left( (\Delta z_{va} - \Delta z_{ha}) \frac{l_V}{l_V + l_H} + \Delta z_{ha} \right) + \frac{F_{A_V} - \frac{Q_L}{2}}{k_V} > 8.79 \text{mm}.$$
 (3.13)

Schliesslich lauten mit der Berücksichtigung der Haubendeformationen die Gesamtfederwege an der Piloten- und Bremserposition

$$\Delta z_P = \Delta z_E + \frac{F_P}{k_{EP}} > 15.31 \text{mm}, \quad \Delta z_B = \Delta z_{ha} + \frac{F_B}{k_{HB}} > 9.55 \text{mm}.$$
 (3.14)

Die Kopplungssteifigkeit zwischen Pilot und Vorderachse ( $k_{PK_V} = 302 \text{N/mm}$ ), ist bedeutend niedriger als diejenige zwischen Bremser und Hinterachse ( $k_{BK_H} = 802 \text{N/mm}$ ). Die resultierenden Federwege der Athleten sind jedoch nicht mehr so extrem unterschiedlich, wie das Rechenbeispiel einer 6g-Kurve in Gleichung (3.14) zeigt. Ein Grund hierfür sind die hecklastigen Sitzpositionen der Athleten. Ältere Fahrwerke zeichnen sich durch eine im vorderen Bereich sehr nachgiebige Rahmenkonstruktion aus ( $k_V$  niedrig). Dort stellen erfahrene Piloten ein weniger agressives Lenkverhalten gegenüber modernen Bobs fest. Die Hinterachsträger können auch bei diesen Modellen sehr steif ausgeführt sein ( $k_{ha}$ ). Modernere, im vorderen Bereich steifere, Schlitten sind nach Holstein [38] gut bis zu aggressiv lenkbar. Weil alle anderen die Lenkung beeinflussenden Parameter über die Jahre konstant geblieben sind, wird vermutet, dass die Steifigkeitsverteilung des Rahmens die Lenkwilligkeit von Bobschlitten beeinflusst.

Möchte man also die Steifigkeiten  $k_{BK_H}$  und  $k_{PK_V}$  verändern, könnte man beispielsweise die Steifigkeit der Hinterhaube  $k_{HB}$  anpassen, die einen Anteil von 45% am Gesamtfederweg des Bremsers hat. Eine solche Modifikation von  $k_{HB}$  wird aufgrund der hohen Kosten und der schwierigen Dimensionierung nicht empfohlen. Nichtsdestotrotz wird sich die Forschung künftig in Richtung Haubensteifigkeit  $h_{HB}$  und auch Schwingungseigenschaften der Haube verlagern, da das Reglement immer mehr Bereiche der Primär- und Sekundärfederung vereinheitlicht. Die Steifigkeit  $k_{BK_H}$  ist auch über die Hinterachsträger-Steifigkeit  $k_{ha}$  modifizierbar, was beherrschbarer in der Dimensionierung und Einstellung ist (siehe Kapitel 5.2.2). Eine steifere Mitteltrennungskonstruktion  $k_V$  um den Punkt E hat eine hohe Bedeutung für den Federweg  $\Delta z_P$  des Piloten, da der Wert  $k_V$  etwa 30% dieses Gesamtfederwegs bestimmt (Abbildung 3.11). Dahingehende Modifikationen gegenüber noch älteren Bobrahmen fanden beim 2erReich2008 bereits statt.

## 3.5 Zusammenfassung

Die nachgiebige Rahmen- und Haubenauslegung des 2erReich2008 ist relativ unempfindlich gegen Lastspitzen und Schläge und hat sich auch in vielen anderen Bobschlitten als Vorteil erwiesen. Man kann die Konstruktion als ergonomisch gut gelungen bezeichnen, weil die Piloten- und Bremserposition grosse Verstellbereiche aufweisen. Geometrische Eigenheiten wie die leicht geneigte Mitteltrennungsachse haben sich bewährt und entsprechen dem im Simulationskapitel 2 vorgeschlagenen Optimum.

Als Schwächen sind Baugruppen wie zum Beispiel die Hinterachsaufhängung (Tabelle 3.1) zu erwähnen, die schwer kontrollierbare Eigenschaften aufweist. Zudem sind einige Einstellmöglichkeiten wie die temperaturempfindliche und wartungsintensive Lenkungsrückstellung ebenfalls verbesserungswürdig. Ein gutes Wartungskonzept für die Lenkung, die Mitteltrennung und den Vorderachsträger ist also angebracht und Einstellgrössen, die zu aufwändig für ihre Nutzung sind, müssen für die Mechaniker zugänglicher sein.

Die Betrachtungen der Masseneigenschaften geben einen Hinweis auf Verbesserungspotential: Weil die Athletenpositionierung einen wichtigen Teil der Masseneigenschaften des Bobs ausmacht, muss diese Variationsmöglichkeit stärker genutzt werden. Das Fahrverhalten kann so neutraler und sicherer werden, für alle Piloten-Bremser-Kombinationen. Von den weiteren Fahrwerkskomponenten stellt sich der Vorderrahmen als Baugruppe mit Potential in puncto Masseneigenschaften heraus. Eine Gewichtsreduktion ist möglich, was die Massenträgheit um die Hochachse reduziert. Ähnliche Ziele können auch mit einer geschickten Positionierung der Zusatzmassen erreicht werden. Wie die Steifigkeitsanalyse gezeigt hat, sind die ungefederten Massen relativ gross und die Sekundärfederung hat Optimierungspotential. Zur Beeinflussung der Vorderbausteifigkeit  $k_V$  ist der mittlere Rahmenteil am geeignetsten. Weil der Reglementsspielraum hier grösser ist als bei den bodennahen Baugruppen, muss die Nachgiebigkeit des Hauptrahmens  $k_V$  in die Fahrwerksauslegung einbezogen werden. Auch beim Hinterachsträger  $(k_{ha})$  verspricht eine gute Funktionstrennung Vorteile. Eine in den Steifigkeitswerten variable Auslegung ist hier vorteilhaft.

Die beobachteten Verschleisspuren in Tabelle 3.1 weisen auf die zu erwartenden Gefahren in der Konstruktion hin. Insbesondere Änderungen an heiklen Bauteilen wie der Lenkung sind mit hohen Risiken verbunden, da sie, wie aus den Ergebnissen aus Kapitel 2.5 bekannt ist, einen wesentlichen Leistungsfaktor darstellt. Auch die Konstruktion des Vorderachsträgers und die Zone der Rahmenteilung, wo lokal hohe Beanspruchungen festgestellt wurden, birgt Risiken und verlangt nach präziser Dimensionierung.

# Kapitel 4

# Anforderungen und Gesamtkonzepte

Im Folgenden werden Anforderungen an die Bobkonstruktion von der Herstellung bis zum Benutzer gestellt und daraus abgeleitete Gesamtkonzepte für die neu zu konstruierenden Zweier- und Viererbobs formuliert. Sie geben einen Überblick über die vielfältigen Ansprüche der im Bobprojekt Citius involvierten Parteien.

Die Aussagen sind sind von den Erkenntnissen aus den Kapiteln 2 und 3 inspiriert. Auch unzählige Gespräche mit C. Reich, einem erfahrenen Bobpiloten und Bobbauer, sowie Abklärungen mit den Herstellpartnern gaben Anhaltspunkte für das Pflichtenheft.

### **Bobreglement**

Das FIBT-Regelwerk [25] bildet die Basis der Konstruktion. Kurz formuliert schreibt das technische Reglement die Mindestabmessungen und die Materialwahl der relevanten Baugruppen im Fahrwerk vor. Damit soll einerseits die Sicherheit gewährleistet sein und andererseits sollen Grenzen für einen fairen Wettbewerb gesetzt werden. Beispielsweise ist der Federweg zwischen Kufen und Bobhaube stark limitiert und viskose Dämpfer sind verboten. Auch die Platzierung und Grösse von nachgiebigen Bauelementen ist vorgeschrieben. Weil die Reglementshüter bei Gummiteilen besonders genau auf die erlaubten Dimensionen achten, sind diese ausreichend weit innerhalb der tolerierten Grenzen auszulegen.

## Herstellung und Kosten

Problemstellen bei aktuellen Bobfahrwerken sind unter anderem Herstellungstoleranzen und Schwankungen in der Qualität. Bisher werden Baugruppen aus bereits endbearbeiteten Eizelteilen verschweisst. Der unvermeidbare Schweissverzug sorgt für Ungenauigkeiten in den Passflächen. Mit der Bearbeitungsreihenfolge

Einzelteile vorfertigen 
$$\Rightarrow$$
 Baugruppe schweissen  $\Rightarrow$  Funktionsflächen nachbearbeiten (4.1)

kann die Präzision des Fahrwerks erhöht werden. Die Einzelteile müssen die Ausrichtung der Schweissbaugruppe erleichtern (Ausrichtlaschen und -flächen) und an den Funktionsflächen über das nötige Aufmass für eine spanende Nachbearbeitung verfügen. Auf Kostenseite ist bei diesen zusätzlichen Bearbeitungsschritten ein geringer Nachteil unvermeidbar und auch das Fehlerrisiko steigt etwas an. Damit die Kufen mit maximaler Präzision geführt werden, sind Baugruppen wie Hauptrahmen und Kufenträger nach der oben beschriebenen Reihenfolge herzustellen. Um einem inneren Verzug des Rahmens vorzubeugen müssen die Schnittstellen vom Fahrwerk zur Haube grosse Montagetoleranzen zulassen. Es müssen viele Gleichteile zwischen Zweier- und Viererbob angestrebt werden, wodurch der Entwicklungs- und Fertigungsaufwand optimiert und die Wartung vereinfacht wird. Auch eine reduzierte Anzahl an Halbzeugen wie Bleche bei Laserschnittteilen ist anzustreben.

### Mechanische Eigenschaften

Wie die Massenanalyse in Kapitel 3.3 zeigt, erlaubt ein leichtes Chassis bei der Justierung der Massenverteilung einen grösseren Spielraum, was anzustreben ist. Um die Wendigkeit und Kontrolle des Schlittens zu optimieren müssen die Massenträgheiten um alle Hauptachsen kleinstmöglich ausfallen. Es sind hierfür Befestigungsmöglichkeiten für Zusatzgewicht nahe des Schwerpunkts hinter dem Pilotensitz erforderlich. Auch eine Massenreduktion der am weitesten vom Gesamtschwerpunkt entfernten Baugruppen ist anzustreben (Vorderrahmen). Die Bobhaube muss tiefstmöglich platziert werden, damit die Athleten zwecks hoher Fahrsicherheit niedrig positioniert sind. Dieselben Anforderungen gelten für den Hinterrahmen, denn bei einer tiefen Platzierung bleibt mehr Platz, dass die Athleten eine optimale Haltung einnehmen können.

Die ungefederten Massen sind gering zu halten und die Federsteifigkeiten der Primärund Sekundärfederung sind zu senken. Das Hauptchassis muss in den Steifigkeiten  $k_V$ und  $k_{ha}$  variabel sein, um die Steifigkeitsbalance optimieren zu können. Dabei müssen die Einstellgrössen reproduzierbar und gleichmässig abgestuft sein, sowie einen grösseren Parameterbereich abdecken, als der 2erReich2008. Auch die Kraftelemente in den Rotationsund Verschiebungsgelenken verlangen nach einem vergrösserten Einstellbereich, damit sie während einer Fahrt selten bis nie in den Anschlag geraten. Da dies in Extremsituationen allerdings unvermeidbar ist, sind robuste Endanschläge erforderlich. Generell sind die aus Tabelle. 3.1 bekannten Baugruppen mit erwartetem Verschleiss konservativ auszulegen. Wo vom Reglement erlaubt ist eine Teile-Austauschbarkeit an diesen Stellen erwünscht.

#### Anpassung an Athleten

Die Athlet-Bob-Schnittstellen müssen an die Präferenzen der Athleten anpassbar sein: Es sind genügend Verstellmöglichkeiten der Sitzpositionen, Lenkung sowie der Torsionssteifigkeit erforderlich. Um Schlitteneinstellungen verschiedener Teams vergleichen und damit gemeinsam Schlittenentwicklung betreiben zu können, sind alle Verstellmöglichkeiten klar unterscheidbar und in diskreten Schritten auszuführen (Lochreihen, farbige Federn). Die Wartungsfreundlichkeit und Ergonomie bei den Justiermöglichkeiten für die Sitzposition, der Handgriffe und Fussrasten sowie für die Zusatzmassen müssen optimal sein. Diese Baugruppen, welche in starker Interaktion mit Athleten sind, müssen robust ausgelegt sein, damit individuelle Erweiterungen des Verstellbereichs möglich sind und damit Fehlbedienungen seltener zu Defekten führen.

#### Unklare Anforderungen

Im Bobsport wird über einige Fachthemen spekuliert, und es ist kein Konsens über die Optimierungsrichtung vorhanden. Diese Themen werden hier kurz angesprochen.

Fahrwerkssteifigkeit: Ein steifer Bob leitet dem Piloten Vibrationen von der Fahrbahn durch und gibt damit wichtige Rückmeldungen. Lastspitzen werden schlechter gefiltert, was eventuell mehr Reibungsverluste aufgrund erhöhter Eiszerstörung verursacht. Das Bobprojekt CONI-Ferrari erreichte mit einem sehr steifen Bob zudem eine schlechte Fahrbarkeit mit einem schmalen Grenzbereich. Ein zu nachgiebiges Fahrwerk ist anfälliger auf Lastwechsel, was die Kontrollierbarkeit reduzieren kann. Eine Angabe von Steifigkeitswerten, bei denen der Bob gut manövrierbar ist, geringe Vibrationen aufweist, wo eine minimale Eiszerstörung herrscht und bei denen

der Bob auch noch schnell ist, kann nicht gegeben werden. Dies ist der Grund für die Anforderung nach variabler Steifigkeit, die im Versuch optimiert werden muss.

Dämpfung: Die in Kapitel 3 ausgeführten Analysen sowie die in Kapitel 2 vorgestellten Modelle können keine Informationen über das Schwingungsverhalten des Bobfahrwerks liefern. Tieffrequente Fahrwerksschwingungen bis zirka 50Hz sollen gut gedämpft sein und eine geringe räumliche Ausbreitung aufweisen, um die Fahrstabilität nicht zu beeinträchtigen. Dämpfung vernichtet aber auch Energie. Eine Abschätzung der Schwingungsenergie eines fahrenden Bobs könnte die Relevanz dieser Frage klären. Dies wird zurzeit aufgrund der komplexen Schwingungsform und Massenverteilung als nicht machbar erachtet.

### Wartungskonzept

Für eine Anpassung des Bobs an Bahnbedingungen sowie eine Qualitätskontrolle ist ein durchdachtes Wartungskonzept unerlässlich. Wie die Analyse des Stands der Technik in Kapitel 3.2 zeigte, werden Einstellgrössen, die viel Montageaufwand erfordern, von den Mechanikern deutlich seltener geändert. Es wird vermutet, dass hier Potential verborgen liegt.

Justage Geradeauslauf: Für die Einstellung des Geradeauslaufs ist ein liegender Bob zwingend nötig, weil dort die Kufenausrichtung gemessen wird. Insofern ist es sinnvoll, wenn alle Grössen der Lenkungszentrierung ebenfalls in dieser Position justiert werden können. Dies wird erreicht, wenn die Expandergummis der Lenkungsrückstellung von der Unterseite verstellbar sind (Kapitel 8.3.1). Mit einem grösseren unteren Wartungsdeckel werden diese Arbeiten erleichtert. Der obere Wartungsdeckel des 2erReich2008 erhöht das Gewicht, den Fertigungsaufwand und den Luftwiderstand, weshalb er zukünftig nicht vorgesehen ist. Die Fussrasten müssen selten verstellt werden, weshalb die ohne oberen Wartungsdeckel aufwändiger gewordene Arbeit (in den Bob kriechen) vertretbar ist. Für die seltene Wartung des Lenkgestänges und der Lenkkopflager muss die Vorderhaube komplett demontierbar sein, weshalb das Inspektionskonzept für die Lenkung vorsieht, dass die Vorderhaube nach Demontage des unteren (reglementierten) Inspektionsdeckels über vier Schrauben entfernbar ist. So sind alle Baugruppen am Vorderrahmen zur Wartung uneingeschränkt zugänglich.

Torsionssteifigkeit: Zwei Baugruppen erlauben die Justierung der Torsionssteifigkeit des Schlittens: die Federtöpfe an der Mitteltrennung sowie die Pendelkonstruktion an der Vorderachse. Es sollen beide Parameter in der liegenden Schlittenposition verstellt werden können. Wenn das Kraftelement  $k_{\alpha}$  als Modul vom Fahrersitz aus komplett demontierbar ist, kann es in bequemer Arbeitsposition eingestellt werden. Auch die Optimierung dieser Rückstelleinheit kann dann unabhängig von der Rahmenkonstruktion erfolgen. Durch die Neupositionierung der Federtöpfe auf dem Hinterrahmen wird die Konstruktion des Vorderrahmens leichter und simpler, was der Massenkonzentration zuträglich ist. Einstellplättchen zur Veränderung der Vorspannung der Pendelachskonstruktion optimieren die Reproduzierbarkeit der Einstellungen.

Fahrwerkssteifigkeit: Obwohl das Reglement bei beiden Teilrahmen eine komplette Schweisskonstruktion vorschreibt, sollen sie individuell variierbare Vertikalsteifigkeiten zwischen Achsträgern und Athletensitzen aufweisen  $(k_{PK_V}, k_{BK_H}, Gleichungen (3.9), (3.10))$ . Die Vorderbausteifigkeit  $k_V$  ist über unterschiedliche Einspannbedingungen des Hinterrahmens variierbar. Wenn der hintere Rahmenteil im Bereich der Hinterachse nicht tragend ist, sondern nur mehr ein Bindeglied zu einer modularen Schnittstelle mit der Hinterhaube darstellt, lassen sich die Federeigenschaften  $k_{ha}$  in einer modularen Baugruppe konzentrieren. Durch den Austausch dieses Moduls kann die Steifigkeit der Hinterachsaufhängung  $k_{ha}$  unabhängig vom Rahmen und von  $k_V$  optimiert werden.

### Zusammenfassung

Die geschilderten Anforderungen umfassen Punkte betreffend Reglement, Fertigung, Leistungsfähigkeit, Wartungsfreundlichkeit und Athletenwünschen. Das Wissen um heikle Passagen im Reglement und das Vermeiden von grenzwertigen Konstruktionen in diesen Bereichen schafft Vertrauen bei allen Beteiligten. Bereits in der Fertigung werden die Weichen für ein gutes und präzises Fahrwerk gelegt. Durch die Gleichteilestrategie können Synergien in der Herstellung und Wartung ausgenutzt werden, was später im Rennbetrieb die Mechaniker dazu motiviert, stets die optimale Bobeinstellung zu suchen. Aber erst wenn die Konzepte der Einstellmöglichkeiten und Wartungsfreundlichkeit aufeinander abgestimmt sind, kann das Potential der Bobschlitten erschlossen werden. Schlussendlich sorgt ein im Bereich der Athletenschnittstellen sauber konstruierter Bob für Vertrauen bei der Mannschaft, was im Spitzensport ein zentraler Punkt ist.

# Kapitel 5

# Federung und Torsionssteifigkeit

Dieses Kapitel behandelt alle Baugruppen der Primär- und Sekundärfederung des neu zu gestaltenden Citius-Fahrwerks. Dabei werden Aspekte zur Konzeption, Dimensionierung und Praxis diskutiert. Kapitel 5.1 widmet sich der Primärfederung und der Vergrösserung ihres Federwegs gegenüber dem Referenzbob, da aus Lastpfadrechnungen und Messungen hervorgeht, dass sie über sehr geringe Federwege verfügt. Die Sekundärfederung wird in den Kapiteln 5.2 und 5.3 untersucht. Hier werden mechanische Ersatzmodelle zur Unterstützung der Dimensionierung sowie Messresultate vorgestellt, um die Steifigkeitswerte zu ermitteln. Es werden Möglichkeiten aufgezeigt, die Bandbreite an Steifigkeiten beider Baugruppen zu erweitern. Das Kapitel schliesst mit der Konzeption und Dimensionierung des Kraftelements der Mitteltrennung.

# 5.1 Primärfederung

Abbildung 5.1 oben zeigt die im Folgenden untersuchte Primärfederung. Der graue Kufenträger führt die Kufe in  $\mathbf{e}_x^R$ - und  $\mathbf{e}_y^R$ -Richtung und lässt deren Schwenkbewegung um den Winkel  $\varsigma_4$  zu.

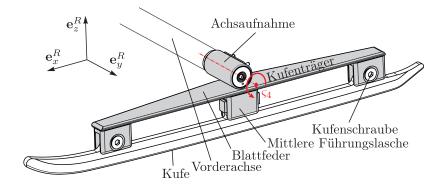


Abbildung 5.1: Benennungen der vorderen Primärfederung.

### 5.1.1 Ziele

Es ist eine Tatsache, dass Bobschlitten während der Fahrt oft über Bahnunebenheiten springen. Wie aus der Steifigkeitsanalyse des Referenzbobs in Kapitel 3.4 bekannt, sind die Federwege der Primärfederung im Betrieb sehr klein. Die beim Aufschlag auftretenden maximalen Kontaktkräfte und die Eiszerstörung nehmen deshalb zu. Mithilfe von Messungen der Fahrwerkskräfte und der im Betrieb auftretenden Federwege sollen die Federungskomponenten genauer untersucht werden. Es muss das Ziel sein, die ungefederten Massen der Primärfederung zu reduzieren, ihre Vertikalsteifigkeit zu senken und den Federweg zu erhöhen.

## 5.1.2 Messungen an der Primärfederung

Die Steifigkeitsanalyse des 2erReich2008 in Kapitel 3.4 zeigt, dass die Kufenträger im Vergleich zur Kufe sehr nachgiebig sind und dass die Gummipuffer einen Grossteil der Fahrwerkskräfte übernehmen müssen. Zur genaueren Bestimmung der Steifigkeitseigenschaften dieses Gummipuffers im Betrieb sind der Federweg  $z_{kt}$  und die Kufenaufstandskraft  $F_V$  einzuführen. Wie aus Abbildung 5.2 zu entnehmen ist, wird der Primärfederweg

$$\Delta z_{kt} = z_{kt} - \hat{z}_{kt} \tag{5.1}$$

als Verschiebung zwischen dem Punkt  $\overline{K}_V$  und der Achsaufnahme  $A_V$  eingeführt. Der Abstand  $\hat{z}_{kt}$  zwischen  $A_V$  und dem Punkt  $\overline{K}_V$  wird im unbelasteten Zustand, also bei stehendem Bob ohne Mannschaft, angegeben. Von der Kufenaufstandskraft  $F_V$  wird vereinfachend angenommen, dass sie in der Mitte der Kufe angreift.

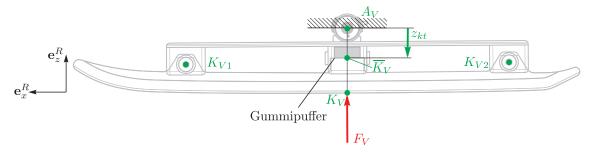


Abbildung 5.2: Kraft- und Verschiebungsgrössen der Primärfederung.

### Verschiebungsmessungen

Zur Messung des Primärfederwegs  $\Delta z_{kt}$  während der Fahrt wurde zwischen  $K_V$  und  $\overline{K}_V$  und der Vorderachse  $A_V$  ein Linearpotentiometer montiert, wie Abbildung 5.3 (a) zu entnehmen ist. Entsprechende Sensorspezifikationen sind in Tabelle A.1 gelistet.

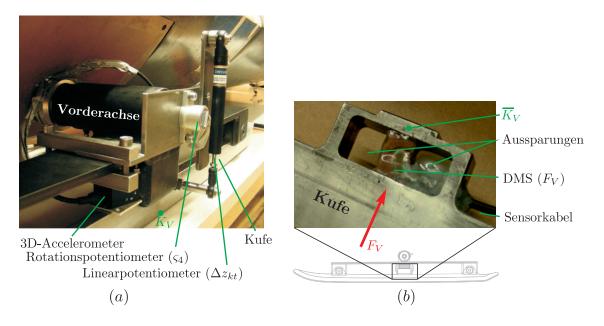


Abbildung 5.3: Messaufbau an der Primärfederung des 2erReich2008.

Das eben beschriebene Messlayout wurde bei Messfahrten mit dem 2erReich2008 in St. Moritz angewandt. Die Federwegmessungen in Abbildung 5.4 zeigen, dass maximal  $\Delta z_{kt} = 1.7$ mm Primärfederweg möglich sind. Die Rechtskurve "Sunny Corner" bei t = 32-34.5s und die Linkskurve "Horse Shoe" bei t = 42.5-44.5s sind deutlich zu sehen. Im langen flachen Zwischenstück federt die Primärfederung oftmals über die statische Einfederung  $\hat{z}_{kt}$  aus und  $\Delta z_{kt}$  wird positiv.

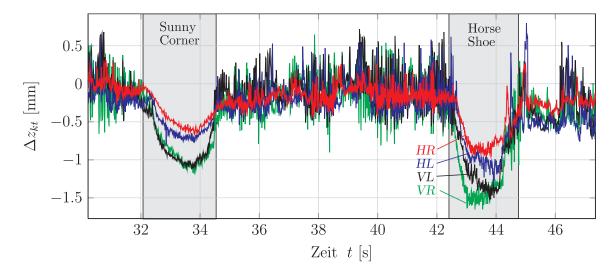


Abbildung 5.4: Primärfederweg beim 2erReich2008 auf der Bobbahn St. Moritz.

#### Kraftmessungen

Die Kufenaufstandskraft  $F_V$  wird im mittleren Steg der Kufen mittels DMS gemessen (Abbildung 5.3, (b)). Es ist bekannt, dass über diesen Steg ein Grossteil der Kraft  $F_V$  führen muss. Wenn die hintere der beiden Kufenschrauben im Punkt  $K_{V_2}$  jeweils angelöst wird, was für viele Bobteams üblich ist, führen sogar 100% der Fahrwerkskräfte über diesen Steg. Die Kraftauflösung wird mittels Aussparungen neben dem DMS verbessert, da so im mittleren Steg der Kufe eine grössere Dehnung bei Belastung auftritt. Mithilfe einer Wheatstone-Vollbrückenschaltung bestehend aus jeweils 4 DMS des Widerstands  $1 \text{k}\Omega$  kann die Temperaturempfindlichkeit stark reduziert werden [78]. Sensorspezifikationen der DMS sind in Tabelle A.2 festgehalten. Messungen noch näher an der Fahrbahn wurden von Hainzlmaier [35] ausgeführt, jedoch sind das Sensorenlayout und die Datenauswertung dadurch sehr aufwändig. Braghin [13] platziert die DMS für entsprechende Messungen auf den Achsen und misst mit einer Abtastrate von 10Hz die Dehnungen infolge Biegung der Achsen.

Die Kraftsignale der hier gezeigten Messungen wurden mit einer Abtastrate von 1kHz aufgenommen, sodass auch kurzzeitige Kraftspitzen sichtbar sind. Passende Werte für die interessierende Bandbreite des Messsignals lassen sich beim Vergleich der Messsignale mit den Ergebnissen des Punktmassenmodells finden. Wird der Frequenzinhalt der Messdaten auf eine Bandbreite von 30Hz reduziert, stimmen seine Amplituden ungefähr mit den Simulationsdaten des Punktmassenmodells überein. Abbildung 5.5 zeigt einen solchen Vergleich zwischen Messung und Simulation für die Bobbahn Cesana, weil nur dort direkte Vergleichsdaten vorliegen.

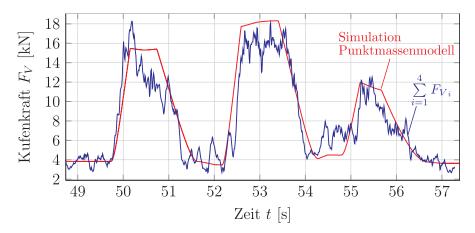


Abbildung 5.5: Kufenkraftmessungen (blau) und Resultate des Punktmassenmodells (rot).

Die Kraftsignale müssen also mindestens 30Hz Bandbreite aufweisen, um noch korrekte Amplituden zu enthalten. Ein so gefiltertes Kraftsignal der Bobbahn von Cesana in Abbildung 5.6 zeigt, dass auf dem Geradenstück vor Kurve 17 die beiden Hinterkufen entsprechend der hecklastigen Gewichtsverteilung etwas stärker belastet sind. Offensichtlich war die Einfahrt in die Linkskurve 17 bei der Testfahrt etwas ruppig, was an den anfangs hohen Normalkräften und dem starken Lasttransfer auf die vordere rechte Kufe (VR) zu sehen ist (Pfeil in Abbildung 5.6). Ohne Filterung wären Lastspitzen bis 12kN pro Kufe in derselben Kurve vorgelegen, wie Abbildung 5.6 rechts am Beispiel einer Messung mit einem Citius-Zweierbob in Kurve 18 der Bobbahn Cesana zeigt.

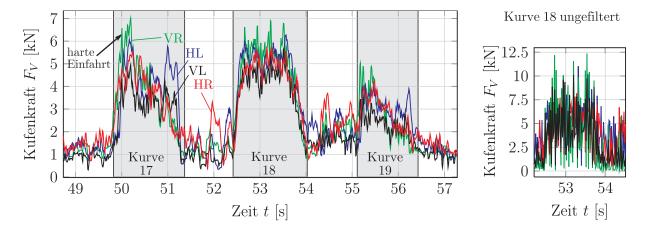


Abbildung 5.6: Kufenkraftmessungen in 3 Linkskurven (Cesana) an einem Citius 2er Bob.

Braghin [13] misst ebenfalls mit einem Herren-Zweierbob und konstatiert Kraftspitzen bis etwa  $F_V = 3400$ N (Kufe VR) bei der Kurveneinfahrt 17. Die hier gemessenen Werte  $F_V$  sind gut doppelt so hoch.

### Erkenntnisse aus den Messungen

In der Horse Shoe Kurve wurden an den vorderen rechten Kufen (VR) Aufstandskräfte von  $F_V \approx 4120 \mathrm{N}$  gemessen. Die entsprechenden Gummipuffer der Primärfederung weisen demnach eine gemessene Vertikalsteifigkeit von  $k_{kt} = F_V/\Delta z_{kt} \approx 2420 \mathrm{N/mm}$  auf. Genauere Angaben der Federkennlinie der Gummipuffer sind aufgrund der hohen Varianz des Signals nicht möglich.

Würde man die Kufenschrauben beide so anziehen, dass die Kufe zum Kufenträger kein Spiel aufweist, würde der Kufenträger einen Teil der Kraft  $F_V$  aufnehmen. Selbst in diesem Fall würden nur 7% der Fahrwerkskräfte über die Blattfedern geführt, da die Blattfedern der Kufenträger lediglich  $k_{kt} = 173 \text{N/mm}$  Steifigkeit aufweisen. Der Gummipuffer übernimmt dann 93% der Last (Abbildung 5.2) und dominiert die Federeigenschaften nach wie vor.

Die sehr geringen Federwege und die harte Primärfederung sind mit ein Grund, warum Bobschlitten über Bahnunebenheiten springen und beim Wiederaufprall Eis zerstören. Veränderungen der sehr kleinen Gummipuffer sind wenig vielversprechend, da sie bei den tiefen Betriebstemperaturen kaum Nachgiebigkeit aufweisen. Die Montageweise der Kufen mit angelöster hinterer Kufenschraube ( $K_{V_2}$ ) sorgt dafür, dass die Kufenträger keine Federwirkung erzielen können. Es sind andere Wege zu suchen, die Primärfederung zu optimieren.

# 5.1.3 Verbesserung der Primärfederwirkung

Das Ziel einer Primärfederung niedrigerer Steifigkeit kann erreicht werden, indem man den Lastpfad vom Kufenaufstandspunkt zur Achse verändert. Führt man diesen über die Kufe zu den Kufenschrauben  $K_{V_1}$  und  $K_{V_2}$  über die Kufenträger zur Achse, kann der Gummipuffer vollständig entlastet werden. Das Konzept ist in Abbildung 5.7 dargestellt.

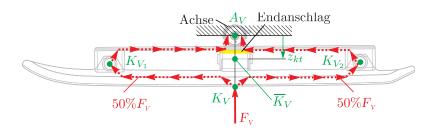


Abbildung 5.7: Konzept der verbesserten Primärfederung.

Wie aus Tabelle 3.3 bekannt ist, weist der Kufenträger eine vergleichsweise geringe Steifigkeit  $k_{kt}$  auf und würde teilweise schon bei 1g Belastung in den Endanschlag geraten. Eine vom Reglement erlaubte Vergrösserung der Blattfederdimensionen des Kufenträgers oder zusätzliche Versteifungsstreben wären denkbar, jedoch würden so die ungefederten Massen erhöht. Stattdessen wird die Versteifung des Kufenträgers durch eine Veränderung der geometrischen Randbedingungen an den Blattfederenden zwischen Kufe und Kufenträger erzielt.

Abbildung 5.8 (b) zeigt das zugehörige Ersatzmodell des optimierten Kufenträgers im Vergleich mit dem originalen Kufenträger (a). Vereinfachend werden konstante Balkeneigenschaften über die Balkenlänge sowie eine starre Kufe angenommen. Wenn die Ver-

drehung der Blattfeder im Punkt  $K_{V_2}$  gesperrt ist, steigt die Vertikalsteifigkeit  $k_{kt}$  des Kufenträgers (b) in diesem Ersatzmodell um den Faktor vier gegenüber dem originalen Kufenträger (a). Präzisere Angaben zur Detaildimensionierung folgen im Anhang B.1.

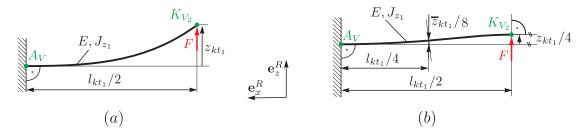


Abbildung 5.8: Ersatzmodelle des Kufenträgers: (a) original, (b) versteift.

## 5.1.4 Ergebnisse

Aufgrund der veränderten Lastpfade ist die Steifigkeit  $k_{kt}$  der optimierten Primärfederung im Vergleich zur gemessenen Primärfedersteifigkeit der originalen Kufenträger jeweils um mehr als einen Faktor 3 geringer, wie Abbildung 5.9 verdeutlicht. Dieses Resultat ist von zentraler Bedeutung. Diese Aussage gilt nur, solange der Primärfederweg der optimierten

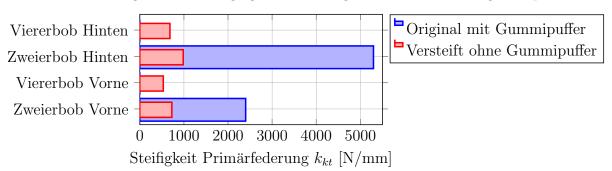


Abbildung 5.9: Vertikalsteifigkeiten verschiedener Kufenträger.

Kufenträger nicht ausgeschöpft ist. Für sie muss ein Endanschlag bei  $\Delta z_{kt}=3.75\text{-}4.5\text{mm}$  gesetzt werden, um eine Überbeanspruchung des Kufenträgers zu verhindern (siehe Anhang B.1). Die in Abbildung 5.10 oben dargestellten realisierbaren Federwege verdoppeln sich damit knapp gegenüber den originalen Primärfederungen. Während bei den originalen Kufenträgern die Federung bereits im Stand bei beladenem Bob im Endanschlag ist, kann der modifizierte Träger bis zu einer Zentrifugalbeschleunigung von 3.3g frei federn (Abbildung 5.10 unten). Dies bedeutet, dass die optimierte Primärfederung nahezu auf der gesamten Bobbahn federn kann, ohne in den Endanschlag zu geraten. Beim Viererbob ist die Wirksamkeit der Modifikation auf Kurven bis maximal 1.3g Zentrifugalbeschleunigung gegeben.

Auf der Bobbahn Igls wurde die bisherige Primärfederung mit den nach Abbildung 5.7 optimierten Kufenträgern an einem Citius-Zweierbob verglichen. Nach vier Fahrten mit und vier Fahrten ohne Modifikation konnte durchgehend eine Verkürzung der Fahrzeit von 0.13s zugunsten der optimierten Kufenträger festgestellt werden. Diese Verbesserung ist signifikant, jedoch ist ihre Gültigkeit nur für Bahnbedingungen in Igls und bei -4°C und hoher Luftfeuchtigkeit nachgewiesen.

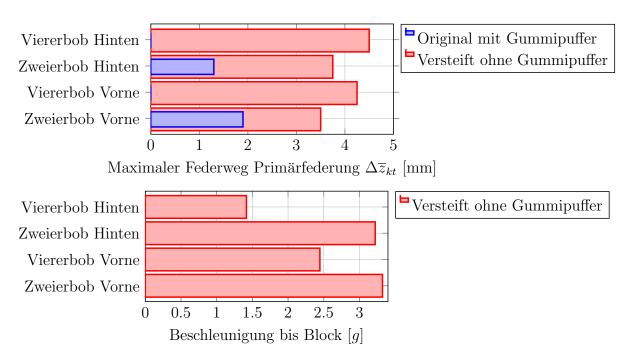


Abbildung 5.10: Maximale Federwege verschiedener Kufenträger (oben) und ihre Belastbarkeit bis zum Endanschlag (unten).

### 5.1.5 Erkenntnisse aus der Praxis

Die eben vorgestellten Ersatzmodelle und Konzepte müssen sich auch in der Praxis bewähren. Folgende Erkenntnisse wurden dabei gewonnen:

Herstellung der Kufenträger: Damit die Kufenträger möglichst viel Spielraum für Justierungen aufweisen, müssen sie präzise gefertigt werden. Die Winkligkeit zwischen Achsaufnahme und Mittellaschenfräsung, sowie die Präzision der Flucht der Kufenhalterungen zueinander werden dank der aufwändigeren Fertigungsreihenfolge aus Beziehung 4.1 optimiert. Die Gleitbüchsen des Scharniers werden nach dem Einpressen nochmals in derselben Aufspannung maschinell nachbearbeitet, um Einflüsse durch Schweissverzug zu eliminieren. Es wird ein Duplex-Stahl 1.4162 gewählt, um die Festigkeitsreserven zu erhöhen und damit dem Verbiegen der Aufhängungen in extremen Fahrmanövern etwas vorzubeugen. Duplex-Stahlblech weist auch bei tiefen Temperaturen eine relativ hohe Restzähigkeit auf, was die Sprödbruchgefahr bei Schlägen vermindert. Erst die Festigkeitsreserven des Materials erlauben die im letzten Abschnitt erklärte Verbesserung der Primärfederwirkung. Nachteilig an der Materialwahl ist der gestiegene Schweissverzug im Vergleich zu Federstahl, der durch eine sorgfältig gewählte Schweissreihenfolge stark reduziert werden kann. Das reglementarisch geforderte Kraftelement zur Zentrierung der Schwenkgelenke  $\varsigma_i$ wird nach bewährtem DSG-Prinzip (www.dsg-dresden.de) konstruiert. So ist die Ersatzteilversorgung einfacher und die Mechaniker müssen sich nicht umstellen. Die axiale Sicherung der Kufenträger an der Achse wird über einen Einschraubstopfen mit Sicherung durch Madenschraube in Axialrichtung realisiert. Dies ermöglicht ein einfaches Einstellen der Spurbreite.

Spiel Kufe-Kufenträger: Es hat sich gezeigt, dass die Verdrehsicherung zwischen Kufe und Kufenträger in den Punkten  $K_{V_1}$ ,  $K_{V_2}$  in der Praxis nicht perfekt spielfrei einstellbar ist (siehe Abbildung 5.11). Kufen-Montagearbeiten bei verschiedenen Temperaturen sind unmöglich bei zu exakten Passungen der Kufenschrauben. Das übrigbleibende Spiel von max. 0.1mm beeinflusst die Federkennlinie der Kufenträger insofern, dass die Sperrung der Verdrehung zwischen Kufe und Blattfeder erst nach Aufhebung des Spiels funktioniert. Die Primärfederung ist laut FE-Berechnungen bis  $\Delta z_{kt} = 1.75$ -2mm aufgrund des nicht vermeidbaren Spiels mit  $\hat{k}_{kt} = k_{kt}/4$  sehr nachgiebig und die Situation aus Abbildung 5.8 (a) liegt vor. Erst beim weiteren Einfedern sind die Kufenträger aufgrund der Randbedingungen wie in Abbildung 5.8 (b) steifer. Dieser Umstand lässt sich berücksichtigen, indem der Endanschlag um den entsprechenden Wert verschoben wird. Zur Kompensation von Längenunterschieden zwischen den Bohrungsmustern weisen die Kufen Langlöcher auf. Ihr Effekt auf  $k_{kt}$  wird als vernachlässigbar angesehen, da er in der Praxis nur festgestellt werden kann, wenn das oben genannte Spiel mehr als 0.1mm beträgt.

Einstellung der Kufenträger: Die vorzunehmenden Einstellarbeiten für eine optimierte Primärfederung beschreibt Abbildung 5.11.

- 1. Kufe an der vorderen Schraube locker befestigen.
- 2. Gummipuffer in der Mitte einlegen.
- 3. Beilagen beim Gummipuffer so einstellen, dass die hintere Kufenbohrung exakt über derjenigen der Kufenträger liegt.
- 4. Maximal (!) 5mm Beilagen beim Gummipuffer entfernen. Hiermit wird der maximale Federweg eingestellt.
- 5. Kufen hinten anschrauben.
- 6. Unterlagen zwischen Kufen und Kufenträger einlegen, bis maximal 0.1mm Spiel zwischen Kufe und Kufenträger herrscht. Spiel mit einer Blattlehre prüfen.

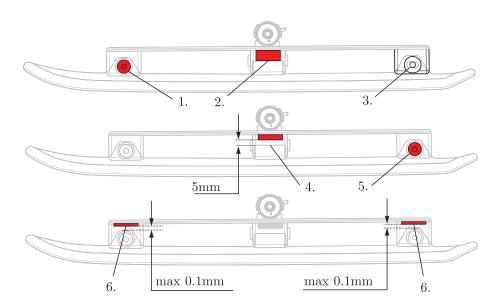


Abbildung 5.11: Schritte zur Justierung der Primärfederung mit erhöhtem Federweg.

Lastpfad bei Kurvenfahrt: Bei den versteiften Kufenträgern ist die Kufe Teil des Lastpfads, und sie wurde in den Ersatzmodellen (Abbildung 5.8) starr angenommen. Die FE-Analysen zeigen, dass sie eine geringe Federwirkung aufweist. Hainzlmaier [35] stellt messtechnisch fest, dass sich die Kontaktzone zwischen Kufe und Eis bei Kurvenfahrten nicht direkt unterhalb der Achsen befindet, sondern in zwei Zonen aufteilt. Je nach Krümmungsverhältnis  $\kappa_{Kufe}/\kappa_{Bahn}$  (in Fahrtrichtung) liegen die Kontaktregionen  $\Delta x = 50$ -150mm vor oder hinter der Achse (Abbildung 5.12 unten). Der Lastpfad von den zwei Kontaktflächen zur Achse wird bei Kurvenfahrt kürzer als bei Geradenfahrt. Dies hat zur Konsequenz, dass die Aufhängung marginal steifer wird und die maximale Beanspruchung leicht zunimmt (etwa 3% gemäss FE-Untersuchungen. Kapitel B.1).

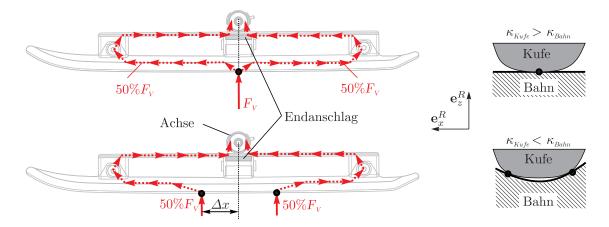


Abbildung 5.12: Unterschiedliche Lasteinleitungspunkte je nach Krümmungsradienverhältnis  $\kappa_{Kufe}/\kappa_{Bahn}$ . Rechts: Geometrische Analogie zur Veranschaulichung.

# 5.2 Sekundärfederung - Hinterachsträger

Das Bindeglied zwischen der Hinterachse und der hinteren Bobhaube ist der Hinterachsträger. Er hat einen wesentlichen Einfluss auf die Fahrstabilität am Kurvenausgang.

### 5.2.1 Ziele

Die Baugruppe soll durch einfache Modifikationen in seiner Steifigkeit verstellbar sein. Die Bandbreite an Federsteifigkeiten soll gegenüber dem Stand der Technik vergrössert werden. Der Hinterachsträger soll wenig Platz benötigen und eine geringe Komplexität des Rahmens und der Schnittstellen ermöglichen.

## 5.2.2 Konzept des Hinterachsträgers

Der Hinterachsträger ist neben der Bobhaube eines der bedeutendsten Unterscheidungsmerkmale vieler Bobschlitten. Ältere Konzepte hängen die Hinterachse steif auf, während einige aktuellere Hersteller auf eine Pendelachskonstruktion analog zur Vorderachsaufhängung setzen. Noch aufwändigere Varianten weisen zusätzlich zum Pendelgelenk einen Verschiebefreiheitsgrad in  $\mathbf{e}_z^A$ -Richtung auf. Solche Konstruktionen beabsichigen die Fahrstabilität am Kurvenausgang zu erhöhen. Weil diese Systeme jedoch viel Erfahrung mit der Einstellung verlangen, sind sie für eine Neuentwicklung ungeeignet.

Das Grundkonzept des Citius-Hinterachsträgers basiert auf der strengen Funktionstrennung zwischen den federnden und nicht federnden Bauteilen und ist in Abbildung 5.13 dargestellt.

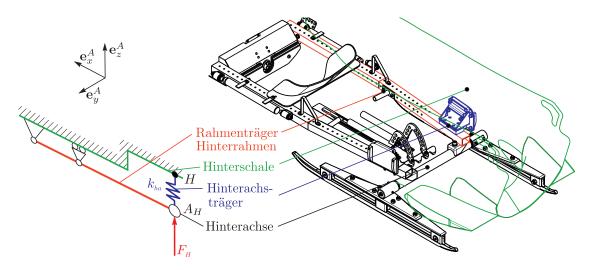


Abbildung 5.13: Konzept der Hinterachsfederung  $(k_{ha})$ .

Das demontierbare blaue Kraftelement zwischen Hinterhaube und Hinterrahmen weist je nach Variante eine unterschiedliche Steifigkeit  $k_{ha}$  auf, während die restlichen Bauteile im Lastpfad  $[A_H H]$  steif ausgeführt werden. Die roten Rahmenträger des Hinterrahmens haben die Funktion eines Längslenkers, welcher Verschiebungen der Hinterachse in  $\mathbf{e}_x^A$ -Richtung sperrt. Bei einer Einfederung der Hinterachse in  $\mathbf{e}_z^A$ -Richtung wird der Rahmenträger wie ein Kragbalken gebogen und es sind 20mm Federweg möglich. Die Steifigkeit des Kragbalkens ist im Vergleich zu den Kraftelementen  $k_{ha}$  gering. Es sind verschiedene Hinterachsträger-Module vorgesehen, wie Abbildung 5.14 zeigt.

Mit Variante (a) erhält man die steifstmögliche Aufhängung. Ein Winkelprofil verbindet die Rahmenträgerprofile fix mit der Haube. Zur exakten Positionierung der Haubenschnittstellen bei der Herstellung ist diese Aufhängung ohnehin erforderlich.

Hinterachsträger mit druckbeanspruchten Gummiquadern (Abbildung 5.14, (b)) stellen den Stand der Technik dar und zählen zu den relativ steifen Varianten, wenn Gummidicken  $d_G < 10$ mm verwendet werden. Die Grundfläche des gelben Gummiquaders liegt auf den Rahmenträgern auf, seine obere Fläche wird von einem mit der Bobhaube verklebten Winkelprofil auf Druck belastet. Zur Fixierung aller Teile ist eine vertikale Verschraubung durch Rahmen, Gummi und Winkelprofil angebracht. Mit diesem System erreicht man eine Aufhängung, die in  $\mathbf{e}_z^A$ -Richtung steifer ist als in  $\mathbf{e}_y^A$ -Richtung, da der Gummi auf Druckbelastung steifer ist als auf Schubbelastung.

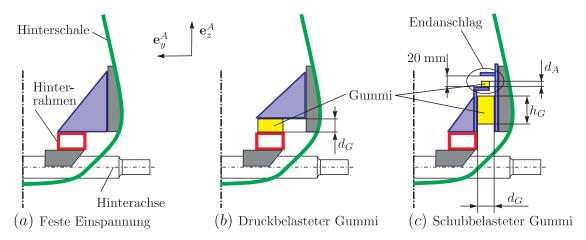


Abbildung 5.14: Verschiedene Module für den Hinterachsträger.

Eine neue Variante mit niedriger Hinterachsträgersteifigkeit  $k_{ha}$  ist über schubbeanspruchte Gummielemente zu erreichen (Abbildung 5.14, (c)). Der Gummi ist auf die beiden vertikalen Adapterbleche vulkanisiert. Durch den Gummiquerschnitt  $A_G = h_G^2$ ,  $h_G = \{37, 53, 67, 75\}$ mm und seine Dicke  $d_G$  werden die Steifigkeitseigenschaften des Moduls sowie die Beanspruchung an den Klebstellen definiert. Die Gummidicke  $d_G = 32$ mm ist für alle Module zwecks einfacher Schnittstellen identisch. Da der Schubmodul und die Dämpfung von Gummimaterialien stark temperaturabhängig sind, wurden Mischungen für vier Temperaturbereiche entwickelt: ULT, LT, HT, UHT [19]. Damit wird insbesondere bei tiefen Temperaturen eine erhöhte Dämpfung im Vergleich zu Naturgummi erreicht. Abbildung 5.15 stellt die realisierten Vertikalsteifigkeiten und die Federwege der Schubgummi-Module bei  $F_H = 10000$ N dar. Mit dem Namenscode, wie in Abbildung 5.16 erklärt, werden die verschiedenen Module der Hinterachsfederung identifiziert. Einige Varianten wie etwa HT37 oder HT53 verlangen einen Endanschlag, um den maximal zulässigen Federweg  $\Delta \overline{z}_{ha} = 20$ mm nicht zu überschreiten (Gleichung (3.6)). Durch die Verwendung von Endanschlagspuffern der Dicke  $d_A$  ist  $k_{va}$  zusätzlich beeinflussbar.

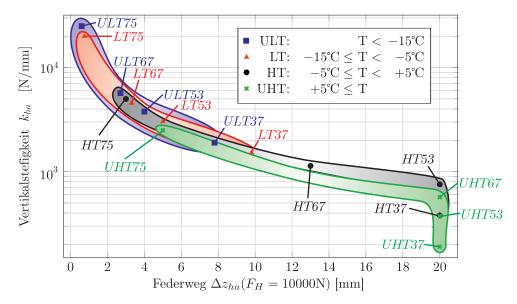


Abbildung 5.15: Steifigkeiten und Federwege der Schubgummi-Hinterachsfederungen.

Die Varianten (a) und (b) aus Abbildung 5.14 resultieren in so hohen Steifigkeiten  $k_{ha}$ , dass die Hinterhaubensteifigkeit das Federverhalten dominiert. Sie sind deshalb nicht in Abbildung 5.15 aufgeführt.

## 5.2.3 Messungen am Hinterachsträger

Bei Testfahrten mit dem Zweierbob-Prototypen wurden die Federwege  $\Delta z_{ha}$  bei unterschiedlichen Schubgummiquerschnitten  $A_G$  gegeneinander verglichen, wie in Abbildung 5.16 am Beispiel der Kreiseldurchfahrt der Bobbahn Igls dargestellt ist.

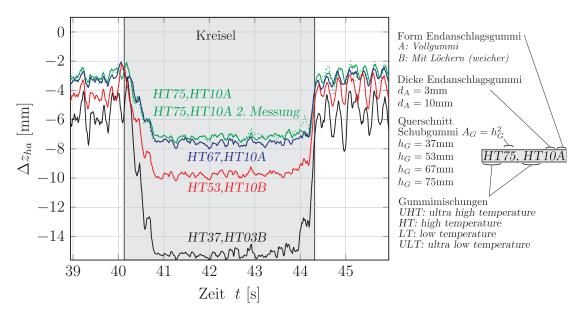


Abbildung 5.16: Gemessene Einfederungen der Hinterachsaufhängung in Igls.

Das nachgiebigste Hinterachsträger-Modul HT37, HT03B weist deutlich höhere Einfederungen auf als die Variante HT75, HT10A mit grösserem Gummiquerschnitt und dickerem Endanschlagspuffer. Ein Vergleich des Moduls HT67 mit der Variante HT75 zeigt, dass hier der Endanschlag bereits wirkt und identische maximale Einfederungen  $\Delta \overline{z}_{ha}$  messbar sind. Vor und nach dem Kreisel sind bei den hohen Umgebungstemperaturen am Testtag (> 5°C) tieffrequente Vertikalschwingungen des Bob-Hinterteils mit Amplituden bis 4mm deutlich sichtbar (Abbildung 5.16, t <40s, t > 44.5s). Die in jeder Messung wiederkehrenden Muster deuten auf eine Anregung von der Bahngeometrie hin. In den Signalen treten die Störungen etwa im Abstand von 0.2s auf, wodurch sich mit der Durchfahrtgeschwindigkeit von 25m/s ein Abstand der Ausschläge von 5m ergibt. Auch auf langsameren Bahnstücken ( $v = 12\text{m/s}, \Delta t \approx 0.4\text{s}$ ) ergibt sich dieses Mass, das dem Fundamentstützen-Abstand der Bobbahn in Innsbruck Igls entspricht. Im Unterschied dazu sind in St. Moritz, einer Natureisbahn ohne Fundament, keine solchen Muster erkennbar.

## 5.2.4 Ergebnisse

Die Fahrversuche mit abgesenkten Federraten ( $k_{ha} \approx 1500 \text{N/mm}$ ) an der Hinterachse zeigen nach Pilotenaussagen vor allem den Effekt, dass die Kontrollierbarkeit und Geradeauslaufstabilität des Bobs verbessert wird, wie schon in Kapitel 3.4.4 vermutet.

Um in dieser Messkampagne signifikante Zeitunterschiede zwischen den Varianten zu beurteilen, war die Streuung der Fahrzeiten zu gross und die Wetterbedingungen zu wechselhaft. Selbst nach drei Saisons im Einsatz und diversen Testfahrten kann keine klare Aussage gemacht werden, ob eine geringere Steifigkeit im Rennen Fahrzeitvorteile bringt. Aufgrund der grossen Zahl neuer Verstellgrössen am Citius Bob und nicht beurteilbarer Verbesserungen, sowie als wichtiger eingestuften Problemen bei den Prototypenfahrten konzentrierte sich die Weiterentwicklung zur Serie auf die Reduktion der Komplexität, die Erhöhung der Robustheit sowie auf ergonomische Verbesserungen. Im aktuellen Fahrbetrieb wird ausschliesslich die in Abbildung 5.14 (b) dargestellte klassische Ausführung mit Druckgummis verwendet. Der maximale Federweg an der Hinterachse beträgt damit meist  $\Delta \overline{z}_{ha} < 5$ mm. Als Begründung sind das "Verlangen nach Bewährtem" sowie Ergonomievorteile gegenüber den Schubdämpfern zu nennen.

Weitere Analysen des Hinterachsträgers sind nur dann zielführend, wenn eine Testkampagne Resultate liefern kann. Um schneller zu Resultaten zu gelangen könnte ein Modulsystem mit noch weniger Montageaufwand hilfreich sein. Steifigkeits- oder Dämpfungsoptimierungen über Simulationen sind zum jetzigen Zeitpunkt aufgrund zahlreicher Parameter- und Modellunsicherheiten nicht denkbar.

# 5.3 Sekundärfederung - Vorderachsträger

Ein Vorderachsträger ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Als Lenkkopf wird die Konstruktion vom Lenkbolzen bis zur Bodenplatte benannt, die Querblattfeder und die Vorderachse komplettieren den Vorderachsträger. Die Freiheitsgrade des Vorderachsträgers sind die Schwenkbewegungen um den Lenkwinkel  $\beta$  und den Pendelwinkel  $\phi$ , sowie die Vertikalverschiebung

$$\Delta z_{va} = \hat{z}_{va} - z_{va} \tag{5.2}$$

zwischen Achsende  $A_V$  und Lenkkopf V. Der Wert  $\hat{z}_{va}$  benennt den Abstand zwischen  $A_V$  und V in  $\mathbf{e}_z^E$ -Richtung im unbelasteten Zustand. Auf die Lenkachse wirken Steuermomente des Piloten, sowie Reaktionskräfte von der Fahrbahn und der Lenkungsrückstellung. Das Pendelgelenk  $\phi$  wird über eine vorgespannte Querblattfeder zentriert.

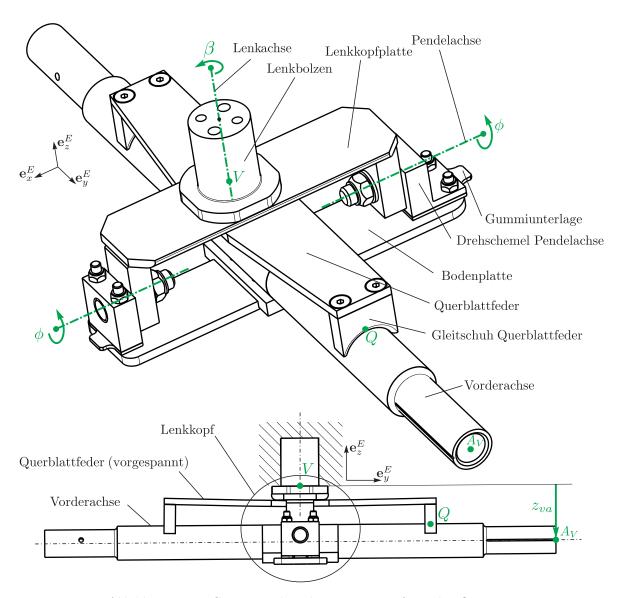


Abbildung 5.17: Citius-Vorderachsträger in Referenzkonfiguration.

### 5.3.1 Ziele

Die Geometrie der Vorderachsführung ist vom Reglement präzise vorgeschrieben, es sind lediglich Variationen der Bauteilstärken zulässig. Dadurch lassen sich die Kraftelemente zur Steuerung der Freiheitsgrade "pendeln" ( $\phi$ ) und "federn" ( $\Delta z_{va}$ ) nicht unabhängig einstellen. Eine hohe Torsions- und Vertikalsteifigkeit des Vorderachsträgers ist nicht erstrebenswert, denn dies hätte eine reduzierte Federwirkung zur Folge. Senkt man die Torsions- und Vertikalsteifigkeit gleichermassen ab, verschlechtert sich das Ansprechverhalten der Vorderachse und die Lenkbarkeit. Zudem ist die Aerodynamik bei häufig um den Freiheitsgrad  $\alpha$  verdrehten Vorderbob ineffizienter.

Eine geringere Vertikalsteifigkeit des Vorderachsträgers  $k_{va} = F_V/\Delta z_{va}$  ist anzustreben, um die Verlustarbeit beim Überfahren von Unebenheiten zu reduzieren. Die Torsionssteifigkeit  $k_{\phi}$  im Pendelgelenk ist dabei zu erhalten. Denn oftmals verbessern stark zurückstellende Pendelgelenke die Spurtreue und Fahrbarkeit des Bobs, wie Kapitel 2.4 zeigt.

### 5.3.2 Mechanische Ersatzmodelle

Zur Beurteilung der Abhängigkeiten zwischen geometrischen Grössen des Vorderachsträgers und der Torsions- oder Vertikalsteifigkeit werden analytische Ersatzmodelle erstellt.

### Ersatzmodell der Vertikalsteifigkeit $k_{va}$

Ihr Wert berechnet sich näherungsweise über eine Serie- und Parallelschaltung von Ersatzfedersteifigkeiten der Komponenten des Vorderachsträgers, wie Abbildung 5.18 zeigt. Jede Ersatzfedersteifigkeit wird aus Einfachheitsgründen als Bernoulli-Balken modelliert. Die komplexe Geometrie einiger Bauteile und die damit verbundenen ohnehin vorhandenen Modellunsicherheiten motivieren zu dieser Wahl. Ein FE-Modell dient der Validierung dieses Modells (siehe Anhang B.2.1), wobei als Lastfall die Baugruppe im Punkt V eingespannt wird, und im Punkt  $A_V$  der Kraft-Verschiebungs-Zusammenhang berechnet wird. Zwischen den beiden Modellen sind Abweichungen von  $k_{va}$  unter 5% festzustellen.

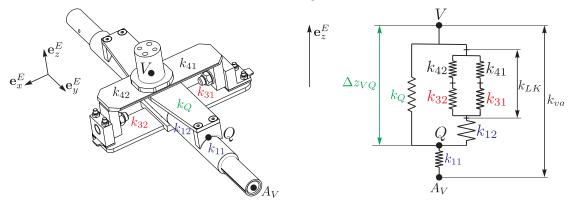


Abbildung 5.18: Ersatzfedermodell der Vorderachsaufhängung.

Für verschiedene Konfigurationen zeigen die Simulationsresultate in Abbildung 5.19 die Steifigkeitswerte  $k_{va}$ . Die Dicke der Bodenplatte wird  $h_B$  genannt, diejenige der Lenkkopfplatte  $h_L$  und die Dicke der Querblattfeder wird mit  $h_Q$  bezeichnet. Es ist ersichtlich, dass  $h_Q$  einen nennenswerten Einfluss auf die Vertikalsteifigkeit  $k_{va}$  des Vorderachsträgers hat. Weitere Untersuchungen zur Dimensionierung finden sich in Anhang B.2.

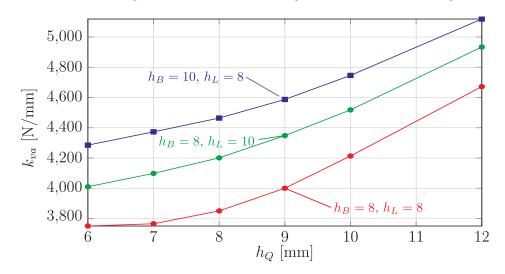


Abbildung 5.19: Vertikalsteifigkeiten  $k_{va}$  verschiedener Vorderachsaufhängungen.

### Ersatzmodell der Torsionssteifigkeit $k_{\phi}$

Etwas komplexer ist die Situation bei der Pendelbewegung der Vorderachse. Die Querblattfeder wird im Ersatzmodell (Abbildung 5.20) als Bernoullibalken angenommen, der in A und D gelenkig und reibungsfrei auf der starr angenommenen Achse FG aufliegt. In den Punkten B und C liegt die Querfeder einseitig an der Lenkkopfplatte BC an und ist in  $\mathbf{e}_y^E$ -Richtung fixiert. Die Vorderachse kann sich im Pendelgelenk E um  $z_E$  in Vertikalrichtung  $\mathbf{e}_z^E$  verschieben. Somit wird der Nachgiebigkeit des Lenkkopfs berücksichtigt. Für ein entspanntes System ohne Vorspannung der Querblattfeder beträgt der senkrechte Abstand vom Pendelgelenk E zur Lenkkopfplatte [BC]  $h_{VE}$  und es gilt  $z_E = 0$ . Der Pendelwinkel  $\phi$  ist zur Richtung  $\mathbf{e}_y^E$  referenziert. Weil aus geometrischen Gründen im Betrieb  $\phi < 8^\circ$  bleibt, sind die Deformationen der Querblattfeder klein und zur Ermittlung ihrer Biegelinie darf das Superpositionsprinzip angewendet werden [18]. Im Freischnittbild (Abbildung 5.20 unten) werden deshalb nur Kräfte in  $\mathbf{e}_z^E$ -Richtung betrachtet und auch Verschiebungen können um  $\phi = 0$  linearisiert berechnet werden.

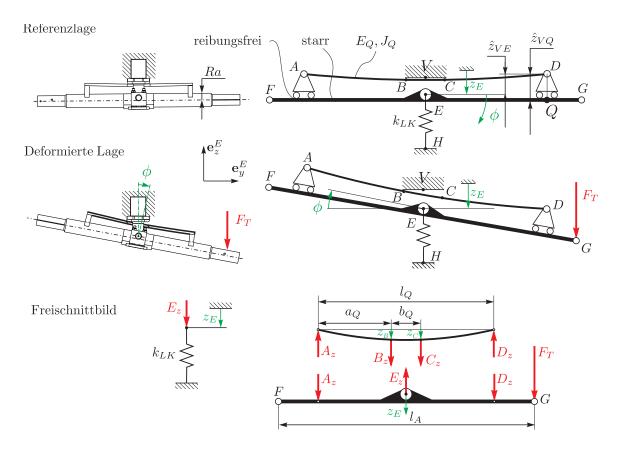


Abbildung 5.20: Oben: Ersatzmodell der Pendelachskonstruktion, unten: Freischnittbild.

Die Auslenkung des Pendelgelenks wird in zwei Schritten berechnet:

1. Zuerst wird die Vorspannung  $\Delta z_{VQ} = \hat{z}_{VQ} - z_{VQ}$  des Systems eingestellt, über eine Verringerung des Abstands zwischen den Punkten V und Q in  $\mathbf{e}_z^E$ -Richtung gegenüber dem ungespannten Abstand  $\hat{z}_{VQ}$ . Für die Querblattfeder ergeben sich aufgrund dieser Vorspannung gegenüber der Verbindungsstrecke [AD] die Auslenkungen  $z_{B,0}$ ,  $z_{C,0}$  in den Punkten B und C, und der Punkt E verschiebt sich um  $z_{E,0}$ . Zur Berechnung dieser Verschiebungen ist die Steifigkeit der beteiligten Baugruppen erforderlich. Die Verschiebungen an der Querblattfeder können mit  $z_B = Z_1B_z + Z_2C_z$  und  $z_C = Z_1C_z + Z_2B_z$  angegeben werden, wobei die Konstanten

$$Z_1 = \frac{a_Q^2 (l_Q - a_Q)^2}{3E_Q J_Q l_Q}$$
 und  $Z_2 = \frac{a_Q^2 (l_Q^2 - 2a_Q^2)}{6E_Q J_Q l_Q}$  (5.3)

die Lösung der Biegelinie für die gegebenen Randbedingungen enthalten. Eine Überprüfung dieser beiden Konstanten anhand eines FE-Modells ergibt eine Abweichung von maximal 3%, wenn jeweils bei mittlerer Querblattfederbelastung ausgewertet wird. Setzt man die Kräfte und Verschiebungen in den Punkten B und C in Relation, so resultiert die Steifigkeit  $k_Q$  der Querblattfeder in Gleichung (5.4). Zwischen den Punkten V und H ergibt sich aus einer Serienschaltung der Ersatzfedern  $k_Q$  und  $k_{LK}$  die Steifigkeit  $k_{VH}$  zu

$$k_{VH} = \frac{k_Q \cdot k_{LK}}{k_Q + k_{LK}}, \quad \text{mit} \quad k_Q = \frac{2}{Z_1 + Z_2}$$
 (5.4)

und  $k_{LK}$  aus Abbildung 5.18. Somit lässt sich die Aufteilung der Gesamtvorspannung  $\Delta z_{VQ}$  auf die Lenkkopfdeformation  $z_{E,0}$  und die Querblattfederdeformation  $z_{Q,0}$  angeben,

$$z_{E,0} = \Delta z_{VQ} \frac{k_{VH}}{k_{LK}}, \qquad z_{Q,0} = z_{B,0} = z_{C,0} = \Delta z_{VQ} \frac{k_{VH}}{k_Q}.$$
 (5.5)

2. Im zweiten Schritt stellt man einen Pendelwinkel  $\phi$  ein. Die linearisiert betrachteten Verschiebungen der Querfeder in den Punkten B und C lauten

$$z_B \approx z_{B,0} + \frac{b_Q}{2}\phi - z_E$$
 und  $z_C \approx z_{C,0} - \frac{b_Q}{2}\phi - z_E$ . (5.6)

Die Verschiebung des Pendelgelenks  $z_E$  taucht auch in den Gleichgewichtsbeziehungen des Ersatzsystems auf

Querblattfeder 
$$\sum F_{Z} = 0$$
:  $A_{z} + D_{z} = B_{z} + C_{z}$   
 $\sum M_{A} = 0$ :  $D_{z}l_{Q} = a_{Q}B_{z} + (l_{Q} - a_{Q})C_{z}$   
Achse  $\sum F_{Z} = 0$ :  $A_{z} + D_{z} = E_{z}$   
 $\sum M_{E} = 0$ :  $F_{V}\frac{l_{A}}{2} = A_{z}(\frac{l_{Q}}{2} - \Delta l) - D_{z}(\frac{l_{Q}}{2} + \Delta l)$ , (5.7)

genauer gesagt in den Termen  $E_z = k_{LK}z_E$  und  $\Delta l$ : Die Kontaktpunkte A und D wandern bei der Pendelbewegung um den Betrag  $\Delta l \approx (\hat{z}_{VE} + z_E)\phi$  in  $-\mathbf{e}_y^E$ -Richtung. Der Gleichungssatz (5.7) sowie (5.6) ist zu lösen, womit auch das resultierende Moment  $M_\phi = F_V l_A/2$  bekannt ist. Sobald die Kraft  $C_z$  negativ wird, hebt der Kontakt ab (siehe Abbildung 5.20 deformierte Lage) und die Biegelinie des Balkens verändert sich. Es ist dann in Gleichung (5.3)  $Z_2 = 0$  zu setzen. Für die Gleichgewichtsberechnung muss folglich nur noch die Verschiebung in B berücksichtigt werden. Die Steifigkeit der Querblattfeder senkt sich ab diesem Punkt auf  $k_Q = 1/Z_1$ .

Prinzipiell wären die Momentenkennlinie des Pendelgelenks  $M_{\phi}(\phi)$  und die Vertikalsteifigkeit  $k_{va}$  damit vollständig bestimmt, gäbe es nicht noch Nebeneffekte. Sie werden im Folgenden anhand der existierenden Baugruppen näher beleuchtet.

## 5.3.3 Messungen am Vorderachsträger

Bevor weitere Schlüsse angebracht sind, muss das Modell für die Torsionssteifigkeit anhand von Messungen validiert werden. Die Momentenkennlinie  $M_{\phi}(\phi)$  wird mithilfe des in der Praxis üblichen Messaufbaus ermittelt. Der Bob wird hierfür in liegender Position aufgebockt (siehe auch Abbildung 3.1). Am äusseren Ende der Vorderachse ist ein vertikal ausgerichtetes Zugseil mit Zugwaage angebracht. Über eine Seilrätsche wird die Auslenkung  $\phi$  stufenweise eingestellt und zur Kontrolle an einem fix installierten Massstab abgelesen. Den geringen Aufwand für den Aufbau, der Bob muss nicht demontiert werden, bezahlt man allerdings über die Einstreuung weiterer Nebeneffekte in der Messung. Durch die fehlende fixe Einspannung des Vorderachsträgers misst man stets die Nachgiebigkeit der "Einspannung" mit, das heisst der aufliegende Bob bewegt sich mit. Das Experiment muss ab  $F_T \approx 500 \mathrm{N}$  abgebrochen werden, weil dann der gesamte Vorderteil des Bobschlittens abhebt. Diese Einspannsteifigkeit von etwa 5200Nm/rad ist im Experiment der zu messenden Torsionssteifigkeit  $k_{\phi}$  in Serie geschaltet. Die Momentenkennlinien  $M_{\phi}(\phi)$ entsprechen dadurch nicht mehr einer idealen vorgespannten Torsionsfeder. Stattdessen ergeben sich schon bei kleinen Momenten  $M_{\phi}$  messbare Auslenkungen  $\phi$ . Abbildung 5.21 zeigt die so am 2erReich2008 ausgeführten Referenzmessungen.

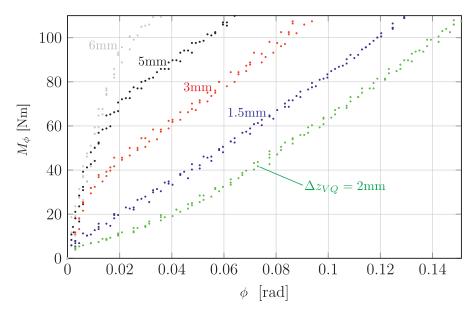


Abbildung 5.21: Gemessene Rückstellmomente  $M_{\phi}$  der Pendelachskonstruktion beim 2er-Reich2008 für verschiedene Querblattfedervorspannungen  $\Delta z_{VQ}$ .

Das Referenzsystem weist noch weitere Eigenschaften auf, die es verunmöglichen, eine Vorausberechnung der Momentenkennlinie nach Kapitel 5.3.2 durchzuführen.

- Die Pendelgelenke sind als Kugelgelenke ausgeführt, was eine Bestimmung der Lenkkopfsteifigkeit  $k_{LK}$  erschwert.
- Durch das Anzugsmoment einiger Schrauben wird die Querblattfedervorspannung  $\Delta z_{VQ}$  wesentlich beeinflusst, weil damit die Gummiunterlagen (siehe Abbildung 5.17) gequetscht werden. Wie Abbildung 5.21 zeigt, können die Vorspannungen  $\Delta z_{VQ}$  nicht wie gewünscht eingestellt werden, da die Reihenfolge der Kennlinien "höhere Rückstellmomente bei höherer Vorspannung" nicht eingehalten ist. Diese

3mm dicken Gummiplatten sind aus Pilotensicht nicht wegzudenken, wird ihnen doch eine "dämpfende Wirkung" zugesprochen. Aus Sicht des Autors kann eine solch dünne Unterlage aus Naturkautschuk, die von 3 Schrauben auf halbe Dicke gequetscht wird, erst recht bei Minusgraden keine Dämpfung bewirken.

• Der Effekt von an der Vorderachse haftenden Querblattfedern, der sich in Sprüngen in der Kennlinie  $M_{\phi}(\phi)$  äussern würde, kann im Versuch nicht beobachtet werden (zum Beispiel Abbildung 5.21). Die Annahme eines reibungsfreien Kontakts im Punkt Q (Abbildung 5.20) ist für das Ersatzmodell der Torsionssteifigkeit legitimiert.

Die beim Citius-Bob ebenfalls gemessenen statischen Momentenkennlinien bestehen aus zwei stückweise linearen Bereichen und einer dazwischenliegenden glatten Übergangszone. Zur genaueren Einstellbarkeit der Querblattfedervorspannung werden hier die Gummiunterlagen (Abbildung 5.17) für die Messungen durch Metallunterlagen ersetzt. Für kleine Pendelwinkel ist die Steigung der Momentenkennlinie für alle Blattfedervorspannungen identisch  $k_{\phi 1} \approx 5200 \, \text{Nm/rad}$ , was hauptsächlich der Einspannsteifigkeit des Messaufbaus zuzuschreiben ist. Im zweiten linearen Teil liegt die Querblattfeder nur noch in einen Kontaktpunkt zum Lenkkopf auf (Abbildung 5.20, Deformierte Lage) und die Torsionssteifigkeit liegt bei  $k_{\phi 2} \approx \{630, 1175, 1890\} \, \text{Nm/rad}$  ( $h_Q = \{6, 8, 10\} \, \text{mm}$ ). Die bei kleinen Pendelwinkeln steile Rückstellkennline sorgt für eine gute Zentrierung des Gelenks, welche mit steigender Querblattfedervorspannung  $\Delta z_{VQ}$  besser wird.

Abbildung 5.22 zeigt die berechneten Momentenkennlinien der Citius-Vorderachsträger für verschiedene Querblattfederstärken im Vergleich zu den Messungen.

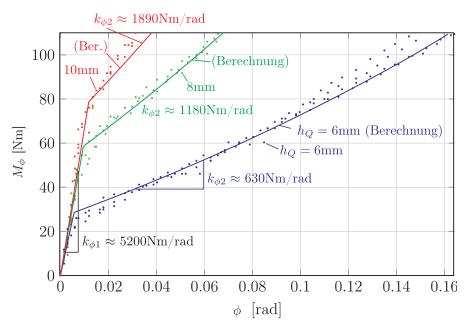


Abbildung 5.22: Gemessene und berechnete Rückstellmomente  $M_{va}$  der Pendelachskonstruktion beim Citius für verschiedene Querblattfederdicken  $h_Q$ ,  $\Delta z_{VQ} = const. = 2.5mm$ .

Im Unterschied zum 2erReich2008 kann bei den präziseren kinematischen Verhältnissen des Citius-Systems die Momentenkennlinie vorausberechnet und der Punkt des Abhebens der Querblattfeder präzise bestimmt werden. Die gemessene Einspannsteifigkeit von 5200Nm/rad kann für alle Einstellvarianten im Ersatzmodell berücksichtigt werden.

## 5.3.4 Ergebnisse aus den Ersatzmodellen

Für die Serienentwicklung des Vorderachsträgers im Citius-Projekt waren die in Kapitel 5.3.2 vorgestellten Modelle noch nicht vorhanden. Nichtsdestotrotz wird im Folgenden eine Parameterstudie durchgeführt, um die Einflussmöglichkeiten auf die Steifigkeitseigenschaften des Vorderachsträgers zu ermitteln. Bezogen auf den Referenzparametersatz, der dem Citius Serienbob entspricht, wird die Sensitivität für die Vertikalsteifigkeit  $\sigma_{k_{va}}$  und für die Torsionssteifigkeit  $\sigma_{k_{va}}$  gegenüber einem Parameter x definiert

$$\sigma_{k_{va}}(x) = \frac{\Delta k_{va}[\%]}{\Delta x[\%]}, \qquad \sigma_{k_{\phi 2}}(x) = \frac{\Delta k_{\phi 2}[\%]}{\Delta x[\%]}. \tag{5.8}$$

Für die Torsionssteifigkeit wird nur die Steigung  $k_{\phi 2}$  des zweiten Teils der Kennlinie betrachtet. Tabelle 5.1 fasst die Ergebnisse für alle relevanten Geometrieparameter am Vorderachsträger (siehe Abbildung 5.23) zusammen. Die Parameter  $x = \{h_Q, b_L, l_B, \hat{z}_{VE}, l_L\}$  beeinflussen die Torsionssteifigkeit stärker, während die Parameter  $x = \{Ra, h_L, h_B, l_Q\}$  gegenüber der Vertikalsteifigkeit eine höhere Sensitivität  $\sigma_{k_{VA}}$  aufweisen.

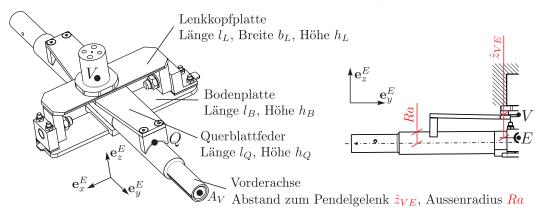


Abbildung 5.23: Einflussparameter auf  $k_{va}$  und  $k_{\phi 2}$  des Vorderachsträgers.

Nach Tabelle 5.1 ist mit einer grossen Querblattfederdicke  $h_Q$  die optimale Kombination zwischen minimaler Vertikalsteifigkeit  $k_{va}$  und gleichbleibender Torsionssteifigkeit  $k_{\phi 2}$  zu erzielen  $(\sigma_{k_{\phi}}(x)/\sigma_{k_{va}}(x) = 1.18)$ . Eine breitere Lenkkopfplatte oder eine kürzere Bodenplatte bei ansonsten minimal gewählten Abmessungen erreichen dasselbe Resultat.

x	$h_Q$	$b_L$	$l_B$	$\hat{z}_{VE}$	$l_L$	Ra	$h_L$	$h_B$	$l_Q$
$\sigma_{k_{va}}(x)$	0.93	0.92	0.83	0.91	0.86	0.92	0.94	0.98	0.89
$\sigma_{k_{\phi}}(x)$	1.10	1.07	0.87	0.94	0.89	0.90	0.92	0.93	0.71
$\sigma_{k_{\phi}}(x)/\sigma_{k_{va}}(x)$	1.18	1.16	1.05	1.03	1.03	0.97	0.97	0.94	0.80

 $Tabelle\ 5.1:\ Sensitivitäten\ von\ Vorderachsträger-Eigenschaften\ gegenüber\ Parametern\ x.$ 

Aus diesen Erkenntnissen lassen sich Parameterkombinationen für den Vorderachsträger finden, wie sie Tabelle 5.2 zeigt. Dabei sind die eng gesteckten Reglementsgrenzen stets einzuhalten. Beim Citius Seriendesign bildet die Torsionssteifigkeit  $k_{\phi 2} = 1174.5 \text{Nm/rad}$  den Minimalwert mit der Möglichkeit, ihn um einen Faktor 2 zu erhöhen. Vertikalsteifigkeiten von 3850-4450N/mm sind die Konsequenz. Mit optimierten Parametern lässt sich bei gleichbleibenden Werten für  $k_{\phi 2}$  die Vertikalsteifigkeit des Vorderachsträgers um beträchtliche 35-40% reduzieren, wie die kursiv angegebenen Werte in Tab. 5.2 verdeutlichen. Vor einer Umsetzung dieser Variante ist aufgrund der Komplexität der Baugruppengeometrie eine FE-Dimensionierung erforderlich.

	$h_L$	$h_Q$	$h_B$	$b_L$	$k_{va}$	$k_{\phi 2}$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm]	[Nm/rad]
2erReich2008	10	9	10	80	-	1318
Citius Serienbob	8	8	8	75	3850	1174.5
Citius Serienbob	8	10	8	75	4080	1891
Citius Serienbob	8	12	8	75	4450	2349
Optimiertes Design	7.7	6.5	$\gamma$ . $\gamma$	125	2299	1232
Optimiertes Design	$\gamma$ . $\gamma$	8	7.7	125	2470	1833.5
$Optimiertes\ Design$	7.7	g	7.7	125	2976	2378

Tabelle 5.2: Eigenschaften verschiedener Vorderachsträger.

#### 5.3.5 Erkenntnisse aus der Praxis

Abbildung 5.24 zeigt die konstruktiven Unterschiede zwischen dem 2erReich2008 und dem Citius Serienbob. Die nach dortigem Wissensstand umgesetzten Ziele lauten wie folgt:

**Bauraum sparen:** Die Aerodynamikoptimierung verlangt eine maximale Bodenfreiheit unterhalb der Vorderachse. Bauteile wie die Bodenplatte oder die Drehschemel sind deshalb kompakt ausgeführt (Abbildung 5.24, A). Die Baugruppenmasse reduziert sich so gegenüber dem 2erReich2008 um 25% (2kg).

Vertikalsteifigkeit senken: Dank der Verwendung eines höherfesten rostfreien Stahls (1.4162 Duplex) können die Reglements-Mindestdimensionen vielerorts verwendet werden, ohne die Beanspruchungsgrenzen zu überschreiten (Abbildung 5.24, B). Auch der vordere Drehschemel sorgt für veränderte Einspannbedingungen der Bodenund Lenkkopfplatte und somit für eine Absenkung der Steifigkeit  $k_{va}$ .

Fertigung verbessern: Durch die Entfernung redundanter Bauteile sowie die Fertigungsreihenfolge nach (4.1) wird eine höhere Fertigungsqualität bei minimaler Komplexität erreicht (Abbildung 5.24, C). Von diesen Massnahmen bleiben die Momentenkennlinien der Baugruppe unbeeinflusst, wie der Vergleich zum 2erReich2008 in Tabelle 5.2 zeigt. Damit sind die Pendelgelenke weniger spielbehaftet und Einstellarbeiten werden reproduzierbarer. Auch nach wiederholter Demontage bleibt die Präzision des Geradeauslaufs dank der formschlüssigen Verbindung zwischen Vorderachse und Bodenplatte erhalten. Anstelle der geschmiedeten Querblattfeder wird ein flaches Federblatt mit definierteren Eigenschaften verwendet, während die Distanz zwischen Lenkkopfplatte und Vorderachse mittels des Gleitschuhs überwunden wird (Abbildung 5.17).

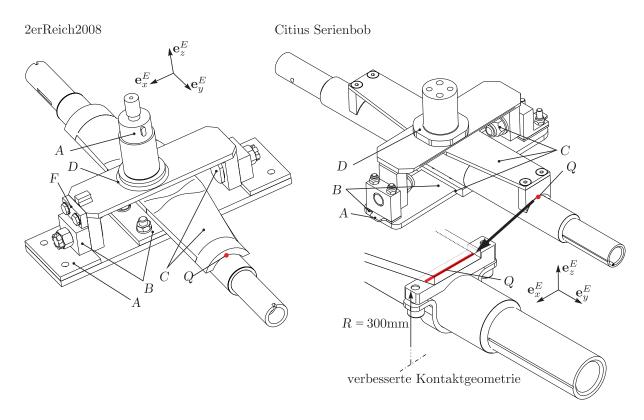


Abbildung 5.24: Detaillösungen an der Vorderachsaufhängung.

Haltbarkeit erhöhen: Die Verbindung zwischen Lenkkopf und Lenkkopfplatte wird zur Verminderung der Spannungen optimiert (Abbildung 5.24, D). Um einen nachgiebigen Vorderachsträger mit tiefem  $k_{va}$  zu erhalten sind die vom Reglement geforderten Mindeststärken in allen Bauteilen anzustreben. Bei sehr dünnen Querblattfedern von  $h_Q = 6$ -7mm trägt der Lenkkopf etwa 96% der Fahrwerkslasten  $F_V$ . Die resultierende Beanspruchung in der Lenkkopf- und Bodenplatte verunmöglicht es, diese in Reglements-Mindestabmessungen auszuführen.

Der vorgeschriebene Endanschlag des Pendelgelenks F ist beim Citius auf den Vorderrahmen verlegt, um die Drehmomente über einen grösseren Hebel einzuleiten und um die Bauteile simpler zu gestalten. Auch der Verzicht auf Pendelgelenke in Kugelkopfausführung und das Verhindern der Verklemmung der Konstruktion unter Last verbessern die Haltbarkeit.

Kontaktpunkt Q: Bei der Kombination einer steifen Querblattfeder mit einem nachgiebigen Lenkkopf führen 28% der Fahrwerkskraft  $F_V$  über die Querfeder. Im Kontakt Q zwischen Vorderachse und Querblattfeder entstehen lokal Kräfte von  $A_z \approx 0.28 F_V = 2800 \text{N}$ . Aufgrund der kleinen Krümmungsradien in dieser Kontaktpaarung liegt eine Herz'sche Pressung [60] von 1000MPa vor (Ra = 22.5 mm,

 $r_{Gleitschuh}=12\mathrm{mm}$ ). Ein Härten dieser Kontaktpaarung ist demnach unumgänglich. Aus der Analyse der Kraftflüsse in Anhang B.2 geht hervor, dass bei der am häufigsten verwendeten Konfiguration mit  $h_Q=8\mathrm{mm}$  und  $h_B=8\mathrm{mm}$  nur 10% der Fahrwerkskräfte über die Querblattfeder zum Lenkkopf übertragen werden. Doch auch dann weist der Kontakt zwischen Querblattfeder und Vorderachse im Punkt Q bei den Prototypen einen erhöhten Verschleiss auf (Abbildung 5.24).

Anstelle der ehemaligen Punktauflage kann eine Linienauflage konstruiert werden, wie Abbildung 5.24 unten zeigt. Der Kontaktpunkt Q wird zu einer Kontaktlinie und die Kontaktgeometrie befindet sich auf einem austauschbaren Bauteil, statt auf der (teuren) Vorderachse. Nach "juristisch genauer" Auslegung des Bobreglements wäre diese Variante zulässig, was in der Praxis jedoch nicht der Fall war. Das System mit verbesserter Kontaktgeometrie wurde von der FIBT verboten und kam zu keinem Einsatz.

# 5.3.6 Ergebnisse

Verglichen mit den Steifigkeitswerten von anderen Baugruppen ist der Vorderachsträger sehr steif und weist keine nennenswerten Sekundärfederwege auf. Bei Maximalbelastung für einen Viererbob in einer 6g-Kurve deformiert sich der Vorderachsträger um lediglich  $\Delta z_{va} \approx 3$ -4mm. Deswegen ist die Momentenkennlinie  $M_{\phi}$  der Pendelachsrückstellung die wichtigere Eigenschaft des Vorderachsträgers. Es wurde eine Massenreduktion der Baugruppe von mehr als 25% gegenüber dem 2erReich2008 erreicht. Wie die Erkenntnisse aus den Ersatzmodellbetrachtungen in Tabelle 5.2 zeigen, verfügt der Vorderachsträger über Potential zur Senkung der Vertikalsteifigkeit  $k_{va}$ , ohne an Torsionssteifigkeit  $k_{\phi 2}$  einzubüssen. Bei der Dimensionierung der Baugruppe sind die geschweisste Anbindung der Lenkkopfplatte zum Lenkbolzen sowie die Kontaktkräfte zwischen Querblattfeder und Vorderachse zu beachten.

# 5.4 Sekundärfederung - Mitteltrennung

Der Torsionsfreiheitsgrad im Hauptrahmen ist wesentlich mit dem Eigenlenkverhalten in den Kurvenein- und -ausfahrten verknüpft, wie in Kapitel 2 erläutert. Die beiden Rahmenhälften des Bobs können sich um das Längsdrehgelenk um den Freiheitsgrad  $|\alpha| \le 12^{\circ}$  verdrehen. Das Kraftelement der Steifigkeit  $\overline{k}_{\alpha}$  zentriert dieses Gelenk. In Kapitel 2 wurden die Torsionssteifigkeiten des Vorderachsträgers  $(k_{\phi})$  und der Mitteltrennung  $(\overline{k}_{\alpha})$  als ein einziger Parameter  $k_{\alpha}$  behandelt.

# 5.4.1 Anforderungen

Das Kraftelement der Torsionsfederung muss aufgrund seiner Wichtigkeit als Einstellgrösse einfach, schnell und reproduzierbar zu justieren sein, ohne dabei auf andere Parameter Auswirkungen zu haben. Das Kraftelement soll also kein tragendes Element in anderen Lastfällen sein. Als Wunschforderungen sind eine schwerpunktsnahe und ergonomisch passende Positionierung zu nennen.

## 5.4.2 Konzepte

Die am weitesten verbreitete Ausführung des Kraftelements  $\overline{k}_{\alpha}$  nennt sich DDG-System. Das Konzept ist in Abbildung 5.25 (a) dargestellt und besteht aus zwei blau eingefärbten Druckfedern, die im Abstand  $l_{\alpha}$  zur grün gezeichneten Mitteltrennungsachse am weissen Vorderrahmen befestigt sind. Auf dem grauen Hinterrahmen sind Mitnehmerbolzen befestigt, die die Federpakete komprimieren, sobald sich der Vorderrahmen um den Winkel  $\alpha$  dreht. Mit dieser Anordnung erreicht man beim Pilotensitz gute ergonomische Verhältnisse und der Vorderrahmen baut flach, dafür etwas komplex. Die meisten bekannten Systeme erfordern eine regelmässige Nachjustierung des Spiels zwischen den Mitnehmerbolzen und Federtöpfen. Die Baugruppe ist nur durch die obere Inspektionsöffnung zugänglich (siehe Abbildung 3.2).

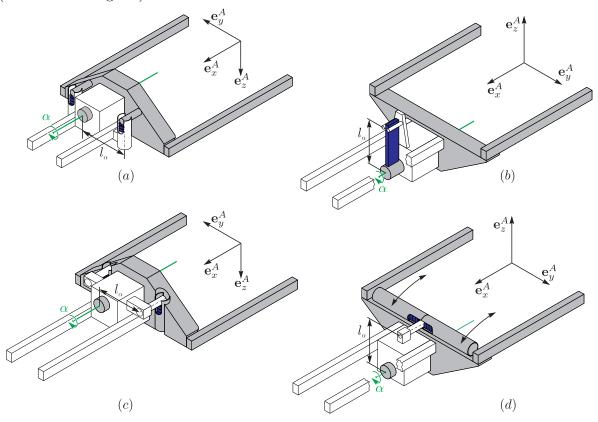


Abbildung 5.25: Konzepte für die Mitteltrennungsrückstellung.

Das in amerikanischen Bo-Dyn Bobschlitten verbaute System (Abbildung 5.25 (b)) basiert auf einem Biegestab (blau), der direkt in der Verlängerung der Mitteltrennungsachse angeordnet ist. Über eine verstellbare Hebellänge  $l_{\alpha}$  zwischen den Einspannungen kann die Torsionssteifigkeit angepasst werden. Alternativ lässt sich ein Torsionsstab in Richtung der Mitteltrennungsachse platzieren, wo die Rückstellmomente über eine verstellbare Abstützung in den Vorderrahmen eingeleitet werden. Die stufenlose und sehr einfache Einstellbarkeit sowie die kostengünstige Herstellung stehen als Vorteile dem etwas hohen Platzbedarf beim Vorderrahmen gegenüber, welcher die Auswahl an Lenksystemen einschränkt. Zudem ist dieses System um  $\alpha = 0$  nicht vorspannbar.

Das in Abbildung 5.25 (c) dargestellte System ist eine aus den Achzigerjahren bekannte Konstruktion. Durch das Verbauen der Federtöpfe auf dem grauen Hinterrahmen wird

der vordere Rahmen leichter und einfacher. Die Schwerpunktslage dieser Lösung ist bisher die günstigste, da die schweren Bauteile näher am Gesamtschwerpunkt liegen. Bei Wartungsaspekten hat das System gegenüber der ähnlichen Variante (a) den Vorteil, dass man keine Inspektionshaube zum Federntausch öffnen muss. Mit dem sehr komplex und nachgiebig bauenden hinteren (grauen) Rahmenteil handelt man sich allerdings viele Nachteile ein, weil die Federtöpfe (blau) mitten im Lastpfad für Fahrwerkskräfte zu liegen kommen.

Das Citius-Konzept (Abbildung 5.25 (d)) erlaubt die komplette Demontage der Federtöpfe, da sie als Baugruppe nur aufgeschraubt sind. Die Federn sind horizontal in einem gemeinsamen Gehäuse angeordnet. Wird ein zweites Federtopfsystem mitgeliefert, können mehrere Varianten vormontiert und über den Austausch der voreingestellten Baugruppe das Schlittensetup zwischen zwei Trainingsfahrten variiert werden. Im Unterschied zu den Systemen (a) und (c) entfällt das erneute Vorspannen der Federpakete. Für ein verbessertes Handling wird ein Spannwerkzeug benötigt, das die Montage des vorgespannten Federpakets mit wenigen Handgriffen erlaubt. Durch die horizontale Federanordnung herrschen grosszügige Platzverhältnisse in den Federtöpfen und es können bei Bedarf komplexere Kraftelemente wie mehrstufige Federpakete mit progressiver Kennlinie verbaut werden. Das liegende Federpaket erlaubt eine einfache Rahmenkonstruktion im gesamten Bereich der Mitteltrennung, was definierte Lastpfade und tiefe Herstellkosten als Vorteile bringt. Negativ fällt das etwas höhere Gewicht auf, weil aufgrund des kürzeren Hebelarms  $l_{\alpha}$  zur Torsionsmomentabstützung die Federn steifer ausfallen müssen.

### 5.4.3 Momentenkennlinien

Der Aufbau des Kraftelements erlaubt eine einfache Berechnung der Momentenkennlinie  $M_{\alpha}(\alpha)$ . Es sind die Hebellänge  $l_{\alpha}=75\mathrm{mm}$  vom Drehgelenk zu den entsprechenden Federn sowie die Federsteifigkeit  $k_i$  der i-ten Feder und ihre eventuelle Vorspannung  $\Delta z_{\alpha}$  oder Winkelvorspannung  $\alpha_T$  vonnöten (siehe Abbildung 5.27). Beim erlaubten Verschränkungswinkel von  $|\alpha|\leq 12^{\circ}$  sind linearisierte Betrachtungen möglich, und es resultieren Fehler unter 3% zur exakten Rechnung. Die Herstellungstoleranzen für Spiralfedern erlauben ohnehin eine Abweichung von  $\pm 10\%$  von der Federnennsteifigkeit. Es ergibt sich für nicht vorgespannte Systeme

$$\overline{k}_{\alpha}(i) = \frac{k_i \ l_{\alpha}^2 \sin(1\text{rad})}{1\text{rad}} \approx k_i \ l_{\alpha}^2[\text{Nm/rad}]. \tag{5.9}$$

Bei der Auslegung der Citius-Mitteltrennungsrückstellung nach Abbildung 5.25 (c) werden die Torsionssteifigkeiten des Referenzbobs 2erReich2008 angestrebt. Eine Erweiterung der Steifigkeitsspanne um 20% in beide Richtungen ist ohne weiteres möglich. Tabelle 5.26 gibt einen Überblick über die einstellbaren Federsteifigkeiten und die entsprechende Torsionssteifigkeit  $\overline{k}_{\alpha}$  des Citius-Bobs. Die Bezeichnungen auf der Ordinate sind die Produktnamen der verwendeten Stanzmaschinenfedern der Firma Durovis (www.durovis.ch).

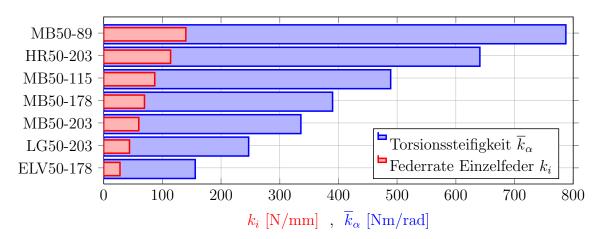


Abbildung 5.26: Kenngrössen der Mitteltrennungsrückstellung.

Das Konzept des querliegenden Federpakets zur Rückstellung erlaubt es, über den gesamten Schwenkwinkelbereich  $|\alpha| \leq 12^{\circ}$  mit vorgespannten Federn zu arbeiten. In diesem Fall würde sich die Torsionssteifigkeit in Abbildung 5.26 jeweils um den Faktor 2 erhöhen. Bei der Wahl einer partiellen Vorspannung, die bei  $\alpha = \alpha_T$  aufgebraucht ist, resultiert die in Abbildung 5.27 dargestellte rote und stückweise lineare Momentenkennlinie. Sie erlaubt eine leicht verbesserte Zentrierung des Mitteltrennungsgelenks.

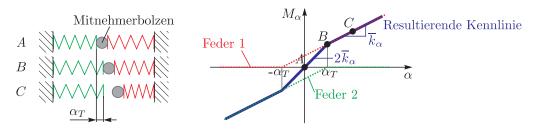


Abbildung 5.27: Kennlinie der Mitteltrennungsrückstellung bei Vorspannung  $\alpha_T$ .

# 5.4.4 Messungen am Mitteltrennungs- und Pendelgelenk

Während der Fahrt wurde bei einigen Messungen der Mitteltrennungswinkel  $\alpha$  zusammen mit dem Pendelachswinkel  $\phi$  der Vorderachsaufhängung gemessen (Abbildung 5.28). Auf der Bahn in St. Moritz mit sanften Kurvenübergängen ist erkennbar, dass die beiden Gelenke synchron auslenken, wobei die Mitteltrennung aufgrund der höheren beteiligten Massenträgheit und der geringeren Federrate grössere Amplituden aufweist. Auch Überschwinger sind im Signal der Mitteltrennung  $\alpha$  stärker. Dass die Dämpfung des Vorderachs-Pendelgelenks höher ist, sieht man an den zwischenzeitlichen Abschnitten mit praktisch verschwindender Auslenkung  $\phi$ , etwa im Sunny Corner. Der Schleifkontakt Querblattfeder-Achse (Abbildung 5.24, Punkt Q) ist hier ebenso verantwortlich wie die hohe Vertikalbelastung der Vorderachse, welche die Zentrierung der Querblattfeder verstärkt. Ein anderes Phänomen ist in der Auslaufzone der Bobbahn in Igls zu beobachten. Im entsprechenden Messsignal in Abbildung 5.28 unten lassen sich aufgrund eines Schlags auf den Abweiser vorne rechts gegenläufige Vorzeichen der Gelenkwinkel feststellen. Die Vorderhaube dreht sich um einen negativen Winkel  $\alpha$  von der rechten Bande

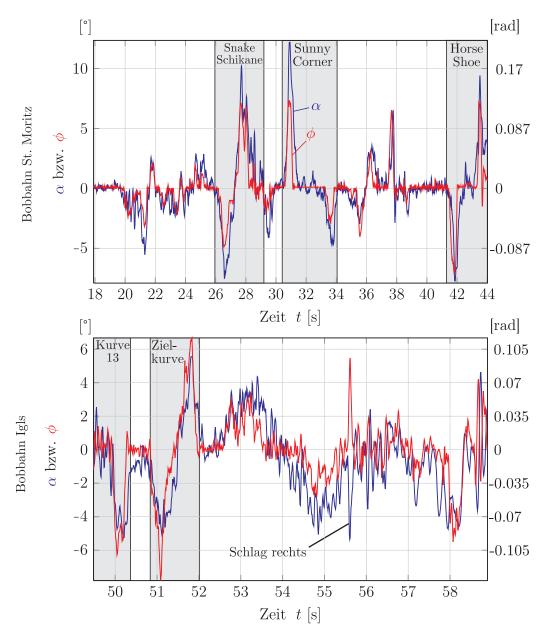


Abbildung 5.28: Gemessene Auslenkungen: Mitteltrennung  $(\alpha)$  und Vorderachse  $(\phi)$ .

weg, während die Pendelachse um  $\phi>0$  schwenkt, da sich die Kufen ja nicht in den Boden graben können. Diese Reaktion ist bei einem Schlag natürlich, da der Krafteinleitungspunkt beim Abweiser oberhalb des Pendelgelenks sowie über dem Schwerpunkt des Vorderbaus liegt. Weiter fällt bei beiden untersuchten Bobbahnen auf, dass die Freiheitsgrade  $\alpha$  und  $\phi$  zu 90% der Laufzeit unterhalb von 2.5° ausgelenkt sind. Während nur gerade 5% der Zeit sind die beiden Gelenke mehr als 4° ausgelenkt. Das Reglementslimit von 12° Gelenkwinkel wird nur in St. Moritz in den Kurven Snake und bei der Einfahrt in den Sunny Corner erreicht (siehe Abbildung 5.28). Es sind keinerlei Resonanzerscheinungen feststellbar, was auf den dominanten Einfluss der Bahnanregung zurückzuführen ist.

Die während der Fahrt an den Kraftelementen entstehenden Rückstellmomente betragen  $M_{\alpha} \approx 85 \text{Nm}$  und  $M_{\phi} \approx 145 \text{Nm}$ . Dies wird nach der Betrachtung von Abbildung 5.28 und

der Steifigkeitswerte  $\overline{k}_{\alpha}$  sowie  $k_{\phi}$  klar. Das Verhältnis zwischen den beiden Drehmomenten hängt von der Rollbeschleunigung der Kurve ab.

# 5.5 Zusammenfassung

Die Relevanz der Primärfederung wird unterschätzt, da das eng gestrickte Reglement wenig Spielraum suggeriert. Bei aktuellen Bobschlitten funktionieren die Kufenträger ausschliesslich als reine "Kufenführung" ohne Federwirkung. Eine eingehende Untersuchung zeigte, dass die Leistungsfähigkeit der Primärfederung verbessert werden kann, wie am Zweierbob für bestimmte Bahnbedingungen nachgewiesen wurde. Weitere Testreihen auf anderen Bahnen und bei anderen Umgebungsbedingungen erscheinen vielversprechend. Bei der Umsetzung des vorgestellten Konzepts sind die korrekte Materialwahl und die Montagepräzision äusserst wichtig aufgrund der hohen Beanspruchung.

Die Sekundärfederung an der Vorderachse weist im Betrieb Vertikalfederwege unter 5mm auf, was in der Grössenordnung der wirkungslosen Primärfederung liegt. Es ist ein genaues Verständnis der Parameterabhängigkeiten erforderlich, will man die Vorderachsaufhängung nachgiebiger gestalten. Tabelle 5.2 gibt hierfür Anhaltspunkte. Eine um etwa 40% reduzierte Vertikalsteifigkeit bei gleichbleibender Torsionssteifigkeit erscheint machbar. An der Hinterachsaufhängung lässt sich über das in Kapitel 5.2.2 vorgestellte Konzept der Federweg vervielfachen. Mehr als 20mm sind nicht zielführend, denn es wurden bei solchen Federwegen unter gewissen Bedingungen störende Schwingungen gemessen. Dimensionierungs- und Konstruktionsaspekte sind bei beiden Baugruppen der Sekundärfederung von grosser Relevanz, weil über sie die Fahrwerkskräfte konzentriert weitergeleitet werden.

Zur Justierung der Gesamt-Torsionssteifigkeit sind die beiden Kraftelemente  $\overline{k}_{\alpha}$  und  $k_{\phi}$  aufeinander abzustimmen. Ihre Relevanz für die Fahrlinien wurde bereits in Kapitel 2.3 gezeigt. Ein gutes Wartungskonzept ist an dieser Stelle erwünscht, und es wurde ein verbessertes modulares System für die Mitteltrennung vorgestellt. Versuchsreihen mit einer unterschiedlichen Gewichtung der beiden Torsionssteifigkeiten aber auch den entsprechenden Rotationsdämpfungen können noch Verbesserungspotential aufdecken.

# Kapitel 6

# Tragender Rahmen

In diesem Kapitel wird auf die Konzeption und Auslegung des Hauptrahmens eingegangen. Die unklaren Entwicklungstendenzen der Lenkkopfsteifigkeit  $k_V$  verlangen eine Variabilität dieses Parameters, was in Kapitel 6.1 anhand eines Balkenmodells voruntersucht wird. Die konstruktive Umsetzung beginnt im Abschnitt 6.2 mit dem Vorderrahmen, wo das Konzept zur Massen- und Steifigkeitsoptimierung und die Schnittstellen zu weiteren Baugruppen diskutiert werden. Darauf folgt die Konzeption und Auslegung Hinterrahmens, wobei auch ergonomische Aspekte angesprochen werden. Das Kapitel schliesst mit einer kurzen Übersicht zur Zusatzmassenpositionierung.

# 6.1 Balkenmodell des Hauptrahmens

Das im Folgenden beschriebene und in Abbildung 6.1 (a) dargestellte Modell bildet die Grundlage für die Detaildimensionierung des Rahmens. Es ist dem Balkenmodell für den 2erReich2008 (Kapitel 3.9) ähnlich, weist jedoch einige Anpassungen auf:

- 1. Zur Verkürzung der Lastpfade wird der Überhang  $l_B = 0$  (Abbildung 3.12) zwischen Hinterachse  $A_V$  und hinterer Haubenschnittstelle H eliminiert: Punkte  $H \equiv \overline{H}$ .
- 2. Eine zusätzliche Haube-Rahmen-Schnittstelle M wird eingeführt. Die Gewichtskraft des Piloten  $F_P = F_B = 6180$ N verteilt sich gleichmässig auf die Schnittstellen E und M.

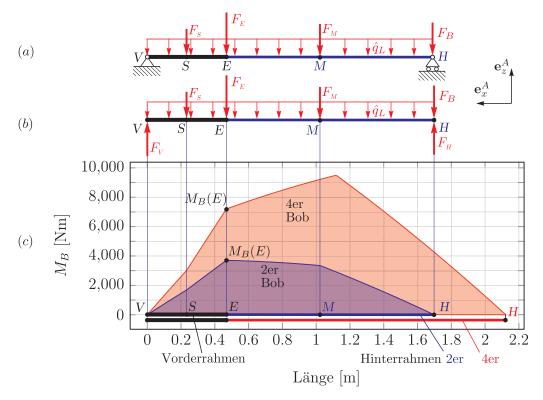


Abbildung 6.1: Ersatzmodell für die Biegemomentabschätzung des Citius-Hauptrahmens.

6.2. Vorderrahmen 93

Als Lastfall wird wieder eine 6g-Kurvendurchfahrt angenommen, wobei die Massenkräfte etwas detaillierter als in Abbildung 3.12 angegeben werden. Die Gewichtskraft  $F_S=1400$ N der Steuerung und die Kraft an der mittleren Schnittstelle  $F_M=3460$ N werden hinzugefügt. Für die Kräfte in den Haubenschnittstellen ergeben sich unter Berücksichtigung von Hauben-, Athleten, und Zusatzmassen  $F_E=5580$ N und  $F_H=7210$ N. Die Massenkräfte der restlichen Baugruppen vom Gesamtbetrag  $\hat{Q}_L=\hat{q}_L\overline{VH}$  bleiben über die Länge des Rahmens verteilt. Als Auflagerkräfte, wie sie die Freischnittskizze in Abbildung 6.1 (b) zeigt, resultieren für den Zweierbob  $F_V=6875$ N und  $F_H=11460$ N. Neben der Spannungsverteilung im Rahmen erlaubt die Schnittstelle M eine Beeinflussung der Steifigkeit  $k_V$ . Mit diesem Modell und besagtem Lastfall entsteht im Viererbob ein Biegemoment an der Mitteltrennung E von  $M_B(E)=7200$ Nm, welches bis in die Mitte des Hinterrahmens auf 9500Nm ansteigt. Das in Abbildung 6.1 (b) sichtbare homogen verteilte Gewicht  $\hat{q}_L$  des Hauptrahmens hat einen Anteil am Gesamtmoment von 25% (4er) bis 30% (2er).

# 6.2 Vorderrahmen

Der Vorderrahmen ist wenig reglementiert, und mitsamt seinen Anbauteilen für das dynamische Verhalten bei jeder Kurvenfahrt relevant. Er verfügt über viele Schwenkgelenke des Fahrwerks  $(\alpha, \beta, \phi)$ , die die Fahrlinien beeinflussen, wie Kapitel 2.3 zeigt.

# 6.2.1 Anforderungen und Konzepte

Es ist eine kompakte und robuste Bauweise gefordert, damit die vielen Anbauteile keinen geometrischen Zwängen unterliegen und damit eventuell nachträglich geänderte Schnittstellen kein Festigkeitsrisiko darstellen. Weil wesentliche Kraftelemente wie die Lenkungsrückstellung oder die Pendelachsrückstellung am Vorderrahmen befestigt sind, ist es nicht empfehlenswert, diesen zu nachgiebig oder in der Steifigkeit variabel zu gestalten. Dies hätte zu viele ungewollte Beeinflussungen anderer Parameter zur Folge. In Referenzkonfiguration R müssen die Drehachsen des Pendelgelenks  $\phi$  und der Mitteltrennung  $\alpha$  kollinear sein, damit keine unerwünschten Lenkbewegungen bei Bahnunebenheiten entstehen (Abbildung 1.1). Stichwortartig lassen sich weitere Anforderungen wie folgt umschreiben:

- Vorderhaubenlasten ins Fahrwerk einleiten (Bandentouchierer), Minimale Masse.
- Schnittstelle zu: Vorderachsträger, Lenkkopf, Lenkgestänge, Lenkungsrückstellung, Mitteltrennungsachse, Mitteltrennungsrückstellung, Vorderhaube, Zusatzmasse.
- Hohe Steifigkeit in  $\mathbf{e}_{y}^{C}$  und  $\mathbf{e}_{z}^{C}$ -Richtung (Gelenkpositionen unter Belastung).
- Bewegungsfreiheit bieten für: Lenkkopf, Lenkgestänge, Vorderachsträger, Montagewerkzeuge. Hohe Wartungsfreundlichkeit.
- Endanschläge für die Lenkung und Vorderachsträger bieten
- Maximaler Gleichteile-Anteil zwischen Zweier- und Viererbob

Im Folgenden wird anhand von Abbildung 6.2 die Bauweise des Vorderrahmens erläutert. Als Grundkonstruktion dient ein Fachwerk, welches dank kurzer Lastpfade leicht und steif ausführbar ist. Einige Details weichen jedoch vom Fachwerkprinzip ab, wie die Verbindungen zu den Lagerschalen der Lenkachse und der Mitteltrennungsachse (Abbildung 6.2, A). Sie sind als Blechboxen B ausgeführt und stellen die im Reglement geforderte "Rundum"-Verschweissung zwischen Lagerschalen A und Rahmenträgern sicher. Weiter sind alle Zugstreben als Vierkantprofile ausgeführt, um Bauvolumen zu sparen. Verstärkungen an Stellen mit hoher Beanspruchung E sorgen für die nötige Robustheit bei erhaltener Einfachheit des Rahmens. Von der erhöhten Lateralsteifigkeit ( $\mathbf{e}_{y}^{C}$ -Richtung) dank Versteifungskreuzen C wird ein besserer Geradeauslauf und ein zeitlich direkteres Ansprechen auf Lenkaktionen erwartet. Es wird auch eine Konzentration der Fahrwerkstorsion auf die Gelenke  $\alpha$  und  $\phi$  erzielt. Setupänderungen sollten sich somit deutlicher in verändertem Fahrverhalten zeigen. Die Achsen der Lagerschalen des Lenkkopfs und der Mitteltrennung stehen senkrecht zueinander, was die Ausrichtung im Schweissprozess und der Nachbearbeitung erleichtert. Der Neigungswinkel  $\varphi_C$  des Mitteltrennungsgelenks wird im Hinterrahmen realisiert. Durch die Verbindung einiger Fachwerkstäbe zu einem Bauteil D wird die Herstellpräzision weiter verbessert. In diesem Laserschneidteil unterscheidet sich der Zweier- vom Viererrahmen. Mit ihm können auf einfache Weise unterschiedliche Steifigkeitsanforderungen erfüllt werden.

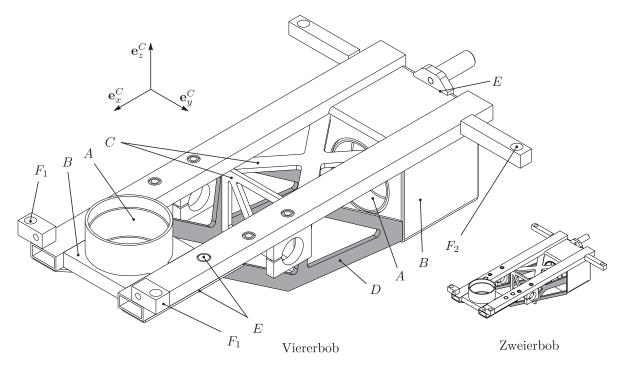


Abbildung 6.2: Bauweise der Citius-Vorderrahmen für den Zweier- und Viererbob.

In der Version des Viererbobs reduziert diese Bauweise die Vorderrahmenmasse um über 40% relativ zum 4erReich2008 auf 10kg bei identischer Vertikal- und Lateralsteifigkeit. Gegenüber dem Referenzbob 2erReich2008 beträgt die Massenreduktion 28%, dies trotz 35% höherer Vertikalsteifigkeit und über 250% höherer Lateralsteifigkeit in  $\mathbf{e}_y^C$ -Richtung.

6.2. Vorderrahmen 95

### 6.2.2 Schnittstellen am Vorderrahmen

Das Vorderrahmenkonzept ist auf die Bauteile mit Schnittstellen zum Vorderrahmen anzupassen. Im Folgenden werden mithilfe von Abbildung 6.3 Überlegungen zur Konstruktion formuliert.

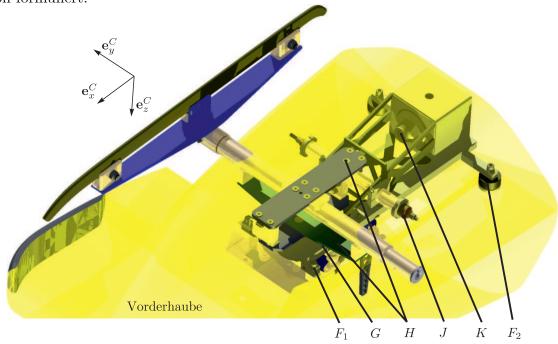


Abbildung 6.3: Schnittstellen am Vorderrahmen.

Vorderachsträger: Der Vorderrahmen darf die Bewegungsfreiheit der Lenkung  $\beta$  und Pendelachse  $\phi$  nicht einschränken H. Beim 2erReich2008 ist der Endanschlag des Pendelgelenks  $\phi$  direkt am Vorderachsträger angebracht und hoch belastet (Abbildung 5.24, F). Am Citius bildet ein Verstärkungsblech am Vorderrahmen diesen Endanschlag (Abbildung 6.3, G), weil dort die Kräfte geringer sind.

**Lenkung:** Sie muss mit dem Vorderrahmen steif verbunden sein, weil eine unter Last veränderliche Geometrie das Lenkverhalten stören könnte. Bei der Lenkungsrückstellung J sind der Bauraum und die Werkzeugzugänglichkeit relevant (siehe Kapitel 8.3).

Mitteltrennungsachse und -rückstellung: Es gelten dieselben Steifigkeitsanforderungen wie bei der Lenkachse. Zu beachten ist die Zugänglichkeit für Werkzeug K zum Anziehen der Lagermutter, sowie für Fräswerkzeuge bei der Nachbearbeitung der Lagerschalen (Abbildung 6.2, A).

Vorderhaube: Lateralkräfte infolge von Bandentouchierern werden von den Abweisern über die Haubenschnittstellen  $F_1$  und  $F_2$  in den Rest des Bobs eingeleitet. Weil die Vorderhaube zwischen  $F_1$  und  $F_2$  sehr steif ausgeführt ist, kann sie die Vorderrahmensteifigkeit erhöhen. Wird mindestens eine Rahmen-Haube-Schnittstelle nachgiebig gestaltet, bewirkt die Haube nur noch eine geringe Versteifung (in Abbildung 6.3,  $F_2$  nachgiebig). Über die Steifigkeit der Schnittstellen wird die Kopplung der Vorderhaubenmasse zum Vorderachsträger bestimmt. Die Haube zählt bei fixer Verbindung zum Vorderrahmen auch zu den ungefederten Massen.

**Zusatzmasse:** Sie wird mithilfe eines Traggestells angebracht (siehe Kapitel 7). Für ein gutes Fahrverhalten ist Zusatzmasse an der Hinterachse zielführender.

## 6.3 Hinterrahmen

Die Konstruktion des Hinterrahmens muss sich in das Gesamtkonzept der einstellbaren Vorderachs- und Hinterachssteifigkeiten einfügen und ist stark von ergonomischen Gesichtspunkten geprägt. Das Umfeld der Rahmenteilung E beeinflusst die Einspannsteifigkeit des Vorderbaus  $k_V$ , und die Wahl der Schnittstellenmodule nach Kapitel 5.2.2 nahe der Hinterachse bestimmt die Steifigkeit des Hinterachsträgers  $k_{ha}$ .

# 6.3.1 Anforderungen

Der Hinterrahmen soll über eine definierte Vertikal- und Lateralsteifigkeit verfügen und Hinterhaubenlasten sowie Bandenkontaktkräfte ins Fahrwerk einleiten. Dazu soll der Rahmen  $\Delta \overline{z}_{ha} = 20$ mm Sekundärfederweg an der Hinterachse zulassen. Er muss definierte Schnittstellen zu folgenden Baugruppen aufweisen: Mitteltrennungsachse, Hinterachse, hintere Bobhaube, Sitzschalen, Handgriffe, Fussrasten, Mitteltrennungsrückstellung, Zusatzmasse. Die Blechbox, welche die Lagerschale der Teilungsachse fixiert, muss so mit den Hinterrahmenträgern verbunden sein, dass ein Mitteltrennungswinkel von  $\varphi_C = 2^{\circ}$  entsteht. Eine hohe Fertigungspräzision soll durch reduzierte Schweissoperationen erreicht werden. Die Verbindungen zwischen Hinterhaube und Rahmen werden als eine der Schlüsselstellen für die Präzision des Bobfahrwerks angesehen und sind konzeptionell sauber zu gestalten. Weiter muss der Hinterrahmen eine hohe Variabilität bei den Sitzpositionen zulassen, um aerodynamisch, ergonomisch und dynamisch günstige Positionen der Athleten zu ermöglichen.

# 6.3.2 Konzepte

Die Hinterrahmen auf dem Bobmarkt unterscheiden sich hauptsächlich durch die Querschnittsgrössen der Rahmenträgerrohre und ihre Montagehöhe in der Bobhaube. Drei Hinterrahmenkonzepte werden im Folgenden anhand von Abbildung 6.4 erläutert.

#### Tiefliegende Rahmenrohre

Bei diesem Konzept (Abbildung 6.4, (a)) werden die Rahmenrohre entlang dem Hinterhaubenboden geführt und weisen geringe Querschnitte auf, um die Athleten wenig zu stören. Die Lastpfade zwischen Trägern und Achsen sind dank geringen Vertikalabständen  $h_0$  kurz, was eine effiziente Konstruktion erlaubt. Es bleibt viel Platz für die Rahmen-Haube-Schnittstellen nach dem Konzept aus Kapitel 5.2. Das Konzept mit Torsionsfederpaket auf dem Hinterrahmen (Abbildung 5.25, (d)) ist dann auch gut umsetzbar, weil der Bereich der Rahmenteilung ebenfalls niedrig bauen kann.

In der Regel ist der Horizontalabstand zwischen den Trägern gering, weshalb die Athleten ihre Füsse ausserhalb der Rahmenrohre positionieren müssen. Baut die Hinterachsfederung zu gross, kann sie das Verletzungsrisiko für den Bremser erhöhen. Die Verbindungsteile Rahmen-Hinterhaube nahe der Hinterachse sind mittel bis stark gekrümmt, was Adapterstücke für einfache Schnittstellen verlangt. Aufgrund der Verjüngung der Hinterhaube im Zweierbob können die Rahmenrohre nicht gerade ausgeführt werden, sondern müssen sich der Haube anpassen (Abbildung 6.6). Dies reduziert die Fertigungspräzision bei gleichzeitig steigenden Kosten.

6.3. Hinterrahmen 97

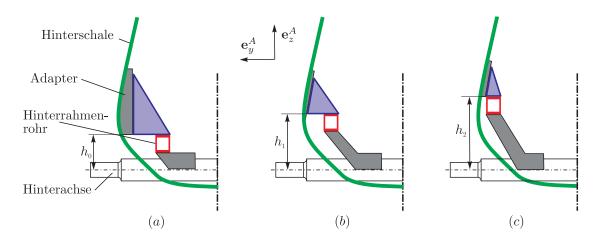


Abbildung 6.4: Höhe der Hinterrahmenrohre und Schnittstellen.

#### Halbhochliegende Rahmenrohre

Führt man die Rohre etwas höher (Abbildung 6.4~(b)), kann man sie unabhängig von der genauen Haubenform geradlinig ausführen. Dieses Rahmenkonzept ist bei vielen Bobs verbreitet, häufig mit Profilabmessungen dem Reglementsminimum entsprechend.

Als Konsequenz sind die Schnittstellen zur Hinterachse aufwändiger und fungieren als zusätzliche Feder im Lastpfad. Die Hebelarme  $h_1$  für Längskräfte ( $\mathbf{e}_x^A$ -Richtung) werden zwischen Haubeneinspannung und Hinterachse länger, weshalb die Steifigkeit gegenüber Verdrehungen der Hinterachse um die  $\mathbf{e}_z^A$ -Achse abnimmt. Es wird angenommen, dass diese geringere Steifigkeit einen schlechteren Geradeauslauf zur Folge hat. Für die Rahmen-Haube-Schnittstellen steht weniger Bauraum zur Verfügung und die Haube ist auf dieser Höhe oft stark gekrümmt.

#### Hochliegende Rahmenrohre

Will man maximale Bewegungsfreiheit für die Füsse, kann ein hochliegendes Rahmenrohr zielführend sein (Abbildung 6.4, (c)). Die hintere Bobhaube ist in Bodennähe dann praktisch frei von störenden Konstruktionen und die Schnittstellen zur Haube können sehr kompakt ausfallen. Wählt man zusätzlich eine hohe Positionierung der Haubenschnittstellen an der Mitteltrennung, kann der vorderste Rahmenbereich des Hinterrahmens alleine die Momente  $M_B(E)$  (Abbildung 6.1) übernehmen, und die Hinterachsaufhängung ist praktisch unabhängig von der Vorderachsaufhängung. Bei dieser Variante resultiert eine geringe Hinterhaubensteifigkeit, was die Entkopplung der Athleten zur Bobbahn verbessert ( $k_{EP}, k_{HB}$ , siehe Abbildung 3.9).

Die Konstruktion weist lange Lastpfade und Verbindungsteile vom Trägerprofil zur Hinterachse und zur Mitteltrennung auf  $(h_2)$ . Bei einem Bandenkontakt können die Rahmenrohre den Athleten keinen Seitenhalt geben, was im Viererbob zu Fuss- oder Handverletzungen führen kann. Durch die hohe Rahmenposition sind nur sehr schmale Trägerrohre möglich und die Montage in der Haube kann erschwert sein. Oftmals werden die Rahmen direkt in der Bobhaube zusammengeschweisst, um optimale Platzverhältnisse zu schaffen. Dann aber ist der Bobrahmen bei einem Defekt nicht mehr zerstörungsfrei demontierbar und eine gute Fertigungspräzision ist aufwändiger zu erreichen.

	Trägerrohre niedrig	Trägerrohre halbhoch	Trägerrohre hoch
Schwerpunkt Hinterrahmen	niedrig	mittel	hoch
Bremser kann Beine auf dem Hinterrahmenträger haben	gut möglich	bedingt möglich	unmöglich
Bauraum Schnittstellen	maximal	mittel	gering
Komplexität Schnittstellen	mittel - hoch	mittel	mittel - hoch
Rahmenpräzision	hoch	mittel	mittel - niedrig
Herstellkosten	gering - mittel	mittel	mittel - hoch

Tabelle 6.1 zeigt die drei beschriebenen Rahmenführungskonzepte im Überblick.

Tabelle 6.1: Positionierungen der Hinterrahmenrohre im Vergleich.

## 6.3.3 Praktische Umsetzung

Nachfolgend werden die Ergebnisse aus den letzten Abschnitten mit den realisierten Rahmen der Citius Zweier- und Viererbobs in Verbindung gebracht.

#### Hinterrahmen Citius-Zweierbob

Beim Zweierbob wird das Konzept mit tiefliegenden Rahmenrohren gewählt, aufgrund der vielen Vorteile wie Einfachheit, Fertigungspräzision und Schwerpunktslage.

Die gelbe Hinterhaube in Abbildung 6.5 ist vom Chassis demontierbar, da sie in einem separaten Schritt endbearbeitet werden soll, ohne dass das Chassis eingebaut ist. Um eine wiederholte Montage mit präziser Positionierung zu ermöglichen, sind die Laminierformen der Hinterhaube mit Referenzbohrungen versehen und auch im Hinterrahmen werden solche Positionierschnittstellen eingearbeitet (Abbildung 6.5, E). Die Konstruktion des Teilungskastens B kann kompakt ausfallen, weil zwischen der Lagerschale der Mitteltrennungsachse C und den Rahmenträgerrohren Rnur eine geringe Höhendifferenz existiert. Der Teilungskasten wird als Blechbox mit versteifenden Schott-

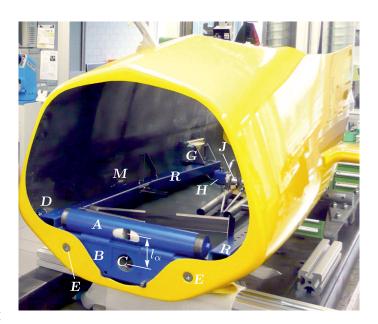


Abbildung 6.5: Hinterrahmen und Anbauteile beim Citius-Zweierbob.

wänden ausgeführt, welche die Verwölbung des Kastens aufgrund von  $M_B(E)$  reduzieren  $(M_B(E))$ : Abbildung 6.1). Durch die Wahl von warmgeformten Vierkantrohren wird eine verzugsfreie Rahmenschweisskonstruktion ermöglicht. Die Schweissarbeiten werden mit

6.3. Hinterrahmen 99

spanend nachbearbeiteten Ausrichtflächen am Teilungskasten in ihrer Präzision unterstützt. Etwas mehr Aufwand als gewöhnlich erfordern die Trägerrohre R, die aufgrund der niedrigen Positionierung der Haubenform entsprechend leicht zugepfeilt werden müssen (Abbildung 6.6). Um im vorderen Rahmenbereich die Steifigkeit  $k_V$  variabel zu gestalten, werden mehrere Schnittstellen (E, D, M) zur Haube vorbereitet, die bei Bedarf verbunden sein können. Die Punkte D sind wie beim 2erReich2008 positioniert, um das klassische Rahmenlayout imitieren zu können. Die Längsposition der Schnittstelle M ist ein Kompromiss aus geringstmöglicher Rahmenbelastung (wenn näher an der Hinterachse) und hoher Einspannsteifigkeit des Vorderrahmens (wenn näher am Teilungskasten). Die Schnittstellen M müssen auch ausreichend Abstand zur Hinterachse aufweisen, damit der Rahmen einen maximalen vertikalen Federweg an der Hinterachse J von gewählten  $\Delta \overline{z}_{ha} = 20$ mm zulassen kann. So trägt der hintere Teil der Rahmenrohre kaum Fahrwerkslasten, und die separate Baugruppe (Abbildung 6.5, G), wie in Kapitel 5.2 diskutiert, kann die Funktion "Hinterachse führen" zu mehr als 90% übernehmen. Dieses Konzept wird durch die kurz gehaltenen Lastpfade von der Hinterachse zur Hinterhaube unterstützt. Dank der niedrig platzierten Rahmenrohre können die Hinterachsaufnahmen H als ein Frästeil ohne weitere Verbindungsteile zu den Rahmenrohren ausgeführt werden.

### Hinterrahmen Citius-Viererbob

Das Konstruktionsprinzip des Viererbob-Hinterrahmens ähnelt stark dem des Zweierbobs. Für die Trägerauslegung werden die höheren Lasten im Viererbob berücksichtigt. Die Rohre müssen parallel verlaufen, damit die gesamte Mannschaft sitzen kann, weshalb die Träger nahe der Hinterachse leicht höher angeordnet sind. Ebenfalls den engen Platzverhältnissen geschuldet ist die veränderte Platzierung der Hinterachsaufhängung im Vergleich zum Zweierbob. Aufgrund der höheren Lasten und dem Wissen, dass die schubbelasteten Hinterachsfederungen bereits im Zweierbob für Schwingungen in der Aufhängung sorgen (Messungen Abbildung 5.16), sind nur die steifsten Varianten HT75, HT10A für den Viererbob vorgesehen. Es wird ein Standardlochmuster auf den Trägern angebracht, um die vielen Fussrasten, Handgriffe, Zusatzmassen und Sitzschalen befestigen zu können.

Wünsche nach ergonomischen Verbesserungen sind im Viererbob teamspezifisch häufig anzutreffen, was auch beim Citius-Bobrahmen nicht anders ist. Aus diesem Grund wurden verschiedene Anordnungen der Bremsgestänge und unterschiedliche Rahmenträgerhöhen realisiert.

#### 6.3.4 Rahmensteifigkeiten $k_V$

Um ein vollständiges Bild von den Steifigkeitseigenschaften der Primär- und Sekundärfederung zu erhalten, sind die aus der Hinterrahmenkonstruktion resultierenden Vorderrahmensteifigkeiten  $k_V$  erforderlich  $(k_V := F_V/\Delta z_V)$ . Analog zu Kapitel 3.4.3 wird die starr modellierte Hinterhaube eingespannt, am Lenkkopf eine Kraft  $F_V$  angebracht und die dort resultierende Vertikalverschiebung  $\Delta z_V$  in einem FE-Modell berechnet. Je nachdem, welche Schnittstelle E, D und M in Abbildung 6.6 oben zwischen Hinterrahmen und Hinterhaube verbunden ist, resultieren die in Abbildung 6.6 unten gelisteten Steifigkeitswerte. Man erhält sie durch Schliessen der in der Ordinate aufgeführten Verbindungen.

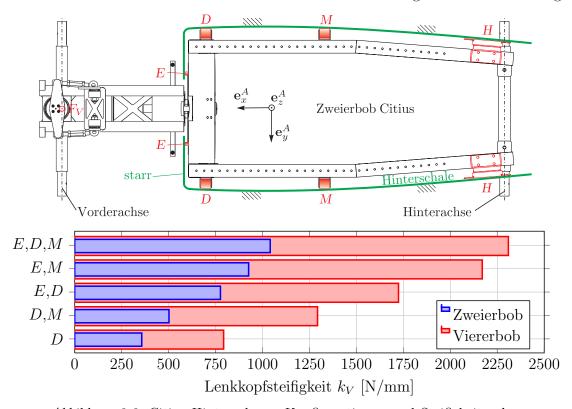


Abbildung 6.6: Citius Hinterrahmen-Konfigurationen und Steifigkeiten  $k_V$ .

Während die Positionierschnittstelle E alle Freiheitsgrade sperrt, sind die Verbindungen D und M Loslager in  $\mathbf{e}_x^A$ -Richtung, um einer Längsverspannung des Rahmens vorzubeugen. Im Fall von längs gesperrten Haubenschnittstellen D und M kann die Steifigkeit zwischen 1% und 6% höher liegen. Die aus der Analyse des Stands der Technik erhaltenen Steifigkeiten  $k_V$  sind ebenfalls in Abbildung 6.6 zu finden: für den 2erReich2008 sind D und M zu verbinden, dem 4erReich2008 entspricht theoretisch die Konfiguration D. Aus Festigkeitsgründen müssen beim Viererbob jedoch stets zwei der drei Schnittstellen verbunden sein. Beide Citius-Hinterrahmen lassen also eine Erhöhung von  $k_V$  gegenüber dem Stand der Technik zu, eine Absenkung ist nur mit der Zweierbob Variante möglich. Niedrigere Steifigkeiten im Viererbob erscheinen unerwünscht, da eine stärkere Durchbiegung unter Last einen grösseren Trennspalt zwischen den Haubenteilen und eine stärkere Verdrehung der Mitteltrennungsachse um den Winkel  $\varphi_C$  mit sich bringen würden. Im Betrieb könnte  $\varphi_C$  sogar negativ werden, was nach den Erkenntnissen aus Kapitel 2.4 ein unerwünschtes Fahrverhalten verursacht.

6.4. Zusatzmassen 101

#### 6.4 Zusatzmassen

Die Platzierung der Zusatzmassen wurde bisher unter Betrachtung zweier Gesichtspunkte durchgeführt: Platzverhältnisse und Achslastverteilung. Fehlte auf der einen oder anderen Achse Achslast oder Grip, wurde in dessen Nähe die Masse platziert. Die häufigsten Befestigungspunkte waren an der Hinterachse und im Vorderrahmen nahe des Lenkkopfs. Untersuchungen zur Beeinflussbarkeit der Achslastverteilung und der Massenträgheiten für den 2erReich2008 beschreibt Kapitel 3.3. Für die Citius-Bobs bleiben die Verhältnisse sehr ähnlich. Es werden zusätzlich zu den Befestigungsorten an der Hinterachse Schnittstellen in der Nähe des Schwerpunkts des Schlittens geschaffen. An folgenden Positionen lassen sich also Zusatzmassen anbringen:

- Hinter dem Pilotensitz: Im Haubenboden ist eine Lochschiene eingelassen, die neben der Bodenverankerung des Pilotensitzes und der Bremsenrückstellung genügend Platz für Zusatzmassen bietet. Diese Stelle ist dem Schwerpunkt am nächsten und ebenfalls am stärksten vom Fahrwerk entkoppelt. Die umliegenden Baugruppen und der Bremser schränken die Masse auf 10kg ein.
- Teilungskasten Hinterrahmen: An dieser Stelle 30cm vor dem Pilotensitz kann Bleischrot einerseits in das Kastenvolumen eingefüllt werden (6kg), zusätzlich können an der Kasten-Rückwand Stahlplatten bis zirka 6kg befestigt werden.
- Trägerrohre Hinterrahmen: Seitlich neben dem Pilotensitz ist eine praktische Platzierung von Massen mit etwa 3-4kg pro Seite möglich. Diese Stelle wird schon seit langem im Bobsport benutzt, obwohl beim Zweierbob schon 10kg Zusatzmasse die Massenträgheit um die Bob-Längsachse  ${}_{A}\Theta_{xx}$  um 4% erhöhen.
- Vorderrahmen: Hier ist eine Befestigungsmöglichkeit für Zusatzmassen direkt vor dem Lenkkopf vorgesehen. Deutliche Vertikal-Eigenschwingungen des Rahmens motivieren an dieser Stelle die Platzierung eines Schwingungstilgers (Kapitel 7).

### 6.5 Zusammenfassung

Ein Vorderrahmenkonzept, welches eine deutliche Reduktion der Masse bei gleichzeitig gestiegener Struktursteifigkeit aufweist, wurde vorgestellt und ausgeführt. Durch den hohen Gleichteile-Anteil zwischen Zweier- und Viererbob können sich Mechaniker wie Piloten an beide Sportgeräte einfacher gewöhnen.

Bei der Beanspruchungsanalyse des Bobrahmens wurde deutlich, dass mit der Einführung einer neuen Rahmen-Haube-Schnittstelle M auf dem Hinterrahmen die Vertikalsteifigkeit  $k_V$  berechenbar wird. Es ist nun in der Praxis möglich, den Einfluss von verschiedenen Fahrwerkssteifigkeiten auf das Fahrverhalten zu untersuchen, indem verschiedene Rahmen-Haube-Verbindungen geschlossen werden. Die Pilotenrückmeldungen geben ein einheitliches Bild betreffend höheren Rahmensteifigkeiten  $k_V$ : Die Lenkung spricht mit weniger Zeitverzögerung an und ist wirkungsvoller als bisher.

## Kapitel 7

## Schwingungen am Bobvorderbau

Es ist bisher nicht bekannt, ob es während einer Bobfahrt gravierende Schwingungen gibt, und ob diese einen Nachteil darstellen. In diesem Kapitel werden Vibrationsmessungen am Bobvorderbau vorgestellt. Mittels einer Signalanalyse werden Informationen über dort vorkommende Resonanzen erarbeitet. Anschliessend wird ein Ersatzmodell des schwingenden Systems mitsamt Tilger vorgestellt, und numerisch optimale Modellparameter werden für das Tilgersystem eruiert. Die Ausführungen sind durch Bemerkungen zur praktischen Umsetzung abgerundet.

## 7.1 Messungen und Signalanalyse

Um mehr Kenntnisse über Vibrationen im Fahrwerk zu erlangen, wurden während einiger Messfahrten Beschleunigungen an Kufen und Lenkkopf, sowie Kräfte zwischen Kufe und Fahrwerk aufgenommen [7]. Abbildung 7.1 zeigt die Sensorpositionen und Messrichtungen für die Analysen in diesem Abschnitt.

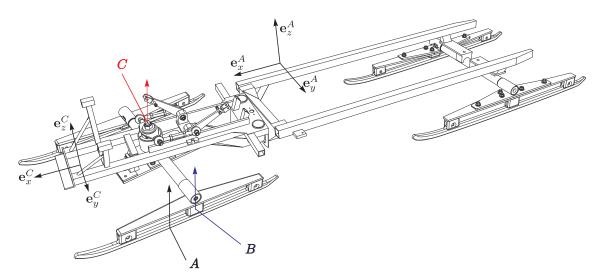


Abbildung 7.1: Sensoren am 2erReich2008: Beschleunigungssensor an den Kufen (A), Dehnmessstreifen zwischen Kufe und Fahrwerk (B) und Beschleunigungssensor am Lenkkopf (C).

Einen Ausschnitt des mit diesem Sensorlayout erhaltenen Beschleunigungssignals am Lenkkopf  $a_L$  zeigt Abbildung 7.2, wobei  $\mathbf{a}_L = a_L \mathbf{e}_z^C$  gilt. Trotz starker Varianz b sind im Signal auch die Zentrifugal-Anteile a aufgrund der Kurvenfahrt enthalten. Im Zeitfenster zwischen 62s und 64.5s passiert der Bob die sogenannte Chicane-Gerade mit einem kleinen Knick im Höhenprofil bei t=62.3s. Eine Kurvendurchfahrt ist zum Beispiel zwischen 65s und 67.5s erkennbar. Es ist ersichtlich, dass die Schwingungsamplituden des Lenkkopfs signifikant sind und in derselben Grössenordnung wie die Zentrifugalbeschleunigungen aufgrund der Bahnfahrt liegen, also  $a \approx b$ . Zu bemerken ist, dass die Erdbeschleunigung vom Messsignal abgezogen wurde, was bedeutet, dass der Bob in den in Abbildung 7.2 gezeigten Kurven etwa 3q erfährt.

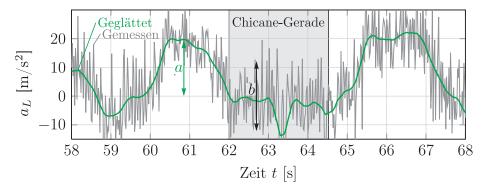


Abbildung 7.2: Gemessene Lenkkopfbeschleunigungen auf der Bobbahn Cesana.

Es wird angenommen, dass diese dominanten Vibrationen nachteilig für die Fahrbarkeit des Bobs sind. Mittels eines am Vorderrahmen angebrachten abgestimmten Einmassenschwingers ist es im Folgenden das Ziel, die Signalleistung von  $a_L(t)$  zu reduzieren. Zur Auslegung des Tilgers sind zunächst die Anforderungen an die zu tilgende Frequenz festzulegen.

Bemerkung: Anstelle einer Zusatzmasse liesse sich die Vorderhaube als Tilgermasse nutzen: Smith [69] schlägt hierfür ein 2-Knoten-Kraftelement zur Schwingungstilgung vor, das mit geringer Eigenmasse bereits Tilgungseigenschaften erzielt.

#### 7.1.1 Abschätzung des Frequenzspektrums

Den Frequenzinhalt des Signals einer kompletten Fahrt kann man über eine herkömmliche FFT aufgrund der grossen Varianz des Signals praktisch nicht erkennen (FFT:  $y(t) \rightarrow Y(f)$ ). Es ist nicht möglich, eine gute Balance zwischen Fensterfunktion und Anzahl der Abtastpunkte zu finden. Das zum Zeitsignal der Lenkkopfbeschleunigung  $a_L(t)$  korrespondierende Fourierspektrum  $|A_L(f)|$  weist ebenfalls eine grosse Varianz auf, wie in Abbildung 7.3 zu erkennen ist (Parameter FFT: Signallänge: 20000 Punkte, Samplingfrequenz:  $F_S = 2$ kHz, Fensterfunktion: Hanning, Abtastpunkte: 8192, Frequenzauflösung:  $\Delta f \approx 0.2$ Hz). Insbesondere ist es in Anbetracht der Unsicherheiten der FFT-Einstellparameter schwierig abzuschätzen, welche Resonanzspitzen wieviel Signalleistung enthalten.

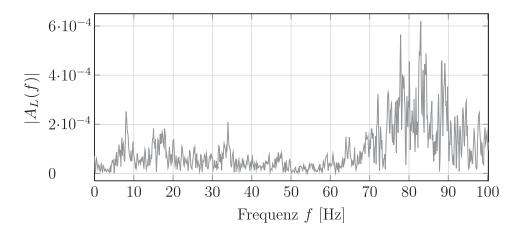


Abbildung 7.3: Frequenzspektrum der Lenkkopfbeschleunigung aus Abbildung 7.1.

Alternativ wird deshalb das Leistungsspektrum nach Welch [77] berechnet. Bei dieser Analyse wird ersichtlich, wie viel Signalleistung in einem bestimmten Frequenzband steckt. Das Zeitsignal wird in K Segmente  $X_1(j), \ldots, X_K(j)$  der Länge L aufgeteilt, die sich in der Regel um 50% überlappen. Man wählt eine Fensterfunktion W(j),  $j = 0, \ldots, L-1$ , mit der jedes Segment gewichtet wird, und berechnet damit die diskrete Fouriertransformierte dieser gewichteten Segmente

$$A_k(n) = \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} W(j) X_k(j) e^{-i(2kj)n/L}, \qquad i = \sqrt{-1}.$$
 (7.1)

Darauf basierend kann man die K sogenannten modifizierten Periodogramme berechnen

$$I_k(f_n) = \frac{L}{U} |A_k(n)|^2, \qquad k = 1...K,$$
 (7.2)

wobei die normalisierte Frequenz  $f_n = \frac{n}{L}, n = 0, \dots, L/2$  und

$$U = \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} W^2(j)$$
 (7.3)

Verwendung finden. Die Schätzung der spektralen Leistungsdichte ist nun der Mittelwert dieser modifizierten Periodogramme  $I_k(f_n)$  über das gesamte Signal

$$\hat{P}(f_n) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} I_k(f_n)$$
(7.4)

mit der Einheit Leistung per Hz (auch bekannt als power spectral density, PSD). Man hat also eine Funktion, welche die Leistung des Signals innerhalb eines kleinen Frequenzbands  $\Delta f$  beschreibt. Das Frequenzband berechnet sich aus dem Verhältnis der Samplingfrequenz  $F_S$  und der Anzahl Datenpunkte eines Segments L, also  $\Delta f = \frac{F_S}{L}$ . Für die Bobmessungen wird das Signal in 70 Segmente à 4096 Messpunkte mit jeweils 50% Überlappung zerlegt. Die einzelnen Datensätze werden mit einem Hanning-Fenster gewichtet und es resultiert dank einer Samplingrate von 2kHz eine Frequenzauflösung  $\Delta f$  von

$$\Delta f = \frac{F_S}{L} = \frac{2000}{4096} = 0.488 \text{Hz}. \tag{7.5}$$

Abbildung 7.4 zeigt die Leistungsspektren der beiden erwähnten Beschleunigungssensoren und des Dehnmessstreifens, berechnet für eine komplette Bobfahrt in einer dB-Skala. Dieses Leistungsspektrum weist gegenüber einer FFT über das gesamte Signal eine verringerte Varianz auf. Ebenfalls vorteilhaft sind geringere Verluste der Signalamplitude durch den Fenstergewichtungs-Prozesses zur Verhinderung von leakage [75]. Nachteilig an Welch's Methode ist die verringerte Frequenzauflösung aufgrund der kürzeren einzelnen FFT-Datensätze.

Das Spektrum der Kufenbeschleunigung zeigt auf, dass der harte Kontakt zwischen Kufe und Eis eine breitbandige Anregung für den Bobschlitten bedeutet, mit dem erwarteten natürlichen Abklingen der Signalleistung für höhere Frequenzen. Diesen Signaltyp kennt man unter dem Namen 1/f-Rauschen. Die beiden anderen Signale in Abbildung 7.4 weisen deutliche Resonanzspitzen bei 16Hz und 25Hz auf. Das bedeutet, dass diese Schwingungen oberhalb der Kufe bis zum Lenkkopf übertragen werden. Die Resonanzen wurden von drei unterschiedlichen Sensortypen erkannt: Beschleunigungsmesser, Dehnmesstreifen und Linearpotentiometer, zwei Typen sind in Abbildung 7.4 gezeigt.

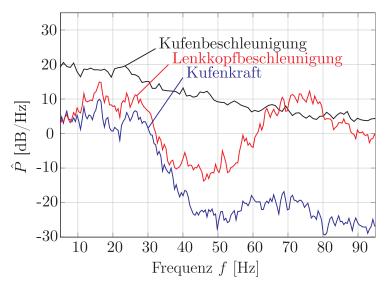


Abbildung 7.4: Leistungsspektrum von drei Messgrössen während einer Bobfahrt.

#### 7.1.2 Identifikation der Tilgerspezifikationen

Um einen Schwingungstilger mit optimaler Effizienz zu entwickeln muss aus der Analyse von Abbildung 7.4 die wichtigste Resonanzspitze gefunden werden. In Labortests wird anhand von Hammerschlagversuchen evaluiert, welche Resonanzfrequenzen tatsächlich eine Eigenschaft des Bobschlittens sind, und welche Überhöhungen nur eine Konsequenz aus der Wechselwirkung von Bob und Bahn sind. Anhand verschiedenster Konfigurationen und Anregungsorten ist ersichtlich, dass die 25Hz-Spitze eine Eigenresonanz des Bobschlittens darstellt, die höchstwahrscheinlich mit dem ersten Biegemode des Gesamtfahrwerks zusammenhängt. Die 16Hz-Spitze hingegen muss von der Interaktion des Bobs mit der Bahn herrühren, da sie in den Hammerschlagversuchen nicht vorkommt. Deshalb werden mehrere Bahnen auf diese Spitze untersucht. Die erhöhte Signalleistung tritt bei allen drei Bobbahnen in Cesana, Igls und St. Moritz jeweils zwischen 14Hz und 16.5Hz auf. Beobachtete Abweichungen können aufgrund unterschiedlicher Eisbedingungen oder Fundamenteigenschaften entstehen (Kunsteisbahn Cesana, Igls gegenüber Natureisbahn St. Moritz).

Da aus dem Leistungsspektrum ersichtlich ist, wieviel Signalleistung in einem bestimmten Frequenzband steckt, können die einzelnen Resonanzspitzen einander gegenübergestellt werden: Im Resonanzbereich bei 25Hz stecken nur etwa 6% der Signalleistung, während im 16Hz-Bereich

$$p_{16Hz} = \frac{\sum_{f=13.7}^{17.6} \hat{P}(f) \cdot \Delta f}{\sum_{f=5}^{1000} \hat{P}(f) \cdot \Delta f} = 13\%$$
 (7.6)

der Gesamtsignalleistung zu finden sind [81]. Sie wird über den Frequenzbereich von 5 bis 1000Hz berechnet, während für die Resonanzspitzen die Funktion der Signalleistung  $\hat{P}(f)$  jeweils nur über ein kleines Frequenzband summiert wird (13.7-17.6Hz für die 16Hz-Resonanzspitze). Obwohl die 16Hz-Resonanz nicht immer exakt auftritt, wird der Tilger auf diese optimiert, da sie mit Abstand die höchste Signalleistung enthält.

### 7.2 Modellierung

Um optimale Tilgerparameter bestimmen zu können ist ein Ersatzmodell des Bobs vonnöten (siehe Abbildung 7.5). Aus praktischen Gründen soll der Tilger nur in eine Richtung wirken, weshalb ein 1D-Einmassenschwinger zur Modellierung des Bob-Vorderbaus ausreicht. Die Masse der umliegenden Bobstruktur ist in  $m_1 = 31$ kg vereint, während  $k_1 = 3.25 \cdot 10^5 \text{N/m}$  und  $d_1 = 1.6 \cdot 10^3 \text{Ns/m}$  so gewählt werden, dass die Resonanzspitze möglichst gut derjenigen der gemessenen spektralen Leistungsdichte entspricht (siehe Abbildung 7.6).

Im Gegensatz zu vielen ähnlichen Ingenieuranwendungen sind viskose Dämpfer vom Reglement her verboten [25], weshalb die Dämpfung des Tilgers über Trockenreibung ( $\mu = 0.3, F_N$ ) zwischen  $m_1$  und der Tilgermasse  $m_2$  realisiert wird. Auch die Tilgerfederung  $k_2$  darf nicht als gewöhnliche Spiralfeder gestaltet werden, sondern kann reglementskonform höchstens als Blattfeder ausgeführt sein. Als Anregung r(t) fungieren die gemessenen Beschleunigungen der Kufen (Abbildung 7.2).

Eine erste Analyse und Optimierung dieses Systems führte zu grossen Relativauslenkungen  $(x_2-x_1)$  zwischen Tilgermasse und unterliegendem Bobrahmen, was Kollisionen mit dem Bobchassis im Betrieb zur Folge hätte. Als Abhilfe wird das Modell in Abbildung 7.5 mit zwei Endanschlägen  $(x_{max}=10\text{mm})$  versehen. Nur dank dieses Endanschlags ist es möglich, eine Blattfeder  $k_2$  mit passenden Abmessungen zu entwerfen. Die Bewegungsgleichungen

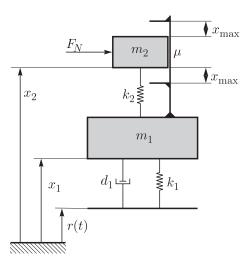


Abbildung 7.5: Ersatzmodell des Schwingungstilgers mit Endanschlägen  $x_{max}$  und Trockenreibung  $\mu$ .

$$m_1 \ddot{x}_1 = k_1 (r - x_1) + d_1 (\dot{r} - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) + \lambda_{N_1} - \lambda_{N_2} - \lambda_T m_2 \ddot{x}_2 = k_2 (x_1 - x_2) - \lambda_{N_1} + \lambda_{N_2} + \lambda_T$$
 (7.7)

dieses Mehrkörpersystems mit Stössen an den Endanschlägen  $(\lambda_{N_i})$  und Trockenreibung  $(\lambda_T)$  sind innerhalb des Ansatzes für Nichtlineare Dynamik [28] formuliert. Die mengenwertigen Kraftgesetze vom Normalkegel-Typ

$$-\lambda_{N_1} \in \operatorname{Upr}(x_1 - x_2 + x_{max}) -\lambda_{N_2} \in \operatorname{Upr}(x_2 - x_1 + x_{max}) -\lambda_T \in F_N \operatorname{Sgn}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

$$(7.8)$$

sind mit den Mengen Upr und Sgn formuliert [29]. Einseitige Kontakte in den Endanschlägen werden als harte Kontakte mit Newton-Stossgesetzen implementiert, wobei die Stosskoeffizienten  $\varepsilon_N=0.2$  gewählt werden. Die numerische Simulation des so formulierten Modells ist mit der Moreau Timestepping-Methode [46] ausgeführt. In den folgenden Abschnitten zum Tilger wird das Komplettsystem aus Abbildung 7.5 als 2-DOF System benannt, während das vereinfachte Modell ohne Tilger, welches nur die Parameter  $m_1$ ,  $k_1$ ,  $d_1$  und r(t) betrachtet, als 1-DOF System definiert wird.

7.2. Modellierung

#### 7.2.1 Numerische Optimierung

Weil für ein System wie hier vorgestellt keine fixen Auslegungsregeln bestehen, müssen seine Parameter  $[k_2, \mu F_N, m_2, x_{max}]$  über eine Optimierung gesucht werden. Dazu wird eine Kostenfunktion J minimiert, welche die Wurzel des quadratischen Mittelwerts (RMS)

$$J = \sqrt{\sum (\ddot{x}_1)^2 / N} \tag{7.9}$$

der Beschleunigung der unterliegenden Masse  $m_1$  beschreibt. Die Anzahl Zeitschritte des Signals wird mit N bezeichnet. Es existiert eine enge Verbindung zwischen J und dem Leistungsspektrum  $\hat{P}$ , da das Integral von  $\hat{P}$  über alle Frequenzen gerade  $J^2$  entspricht. Plancherel's Theorem [81] ist der Ursprung dieser Aussage: Das Integral des Amplitudenquadrats eines Zeitsignals  $|f(t)|^2$  ist identisch mit dem Integral des Amplitudenquadrats  $|\hat{f}(f)|^2$  des zugehörigen Frequenzsignals

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(f)|^2 df.$$
 (7.10)

Durch Integralbildung im Frequenzspektrum (Leistungsspektrum in Abbildung 7.4) können also ebenfalls Aussagen über die im Zeitbereich steckende Signalleistung gemacht werden. Dieses Theorem ist für die Abschätzung der Wirksamkeit des Tilgers hilfreich (Gleichung (7.11)). Alternative Optimierungskriterien, basierend auf der vom Tilger erbrachten Reibarbeit  $J = -\sum (\mu F_N)(\dot{x_2} - \dot{x_1})\Delta t$ , resultieren in ähnlichen Werten für die erwähnten Tilgermodellparameter. Abbildung 7.6 veranschaulicht, dass das 1-DOF Modell die Messresultate im Bereich von 16Hz adäquat approximiert, und dass das 2-DOF Modell (nach Abbildung 7.5) absorbierende Eigenschaften im Frequenzbereich zwischen 15 und 22.5Hz besitzt (siehe Detail in Abbildung 7.6).

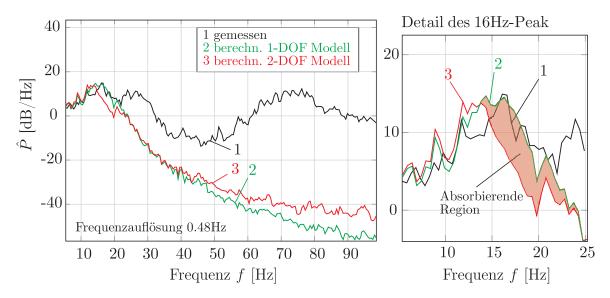


Abbildung 7.6: Leistungsspektrum von  $a_L$  gemessen und berechnet (mit und ohne Tilger).

Um die Absorptionswirkung des Tilgers zu quantifizieren, kann man die Reduktion der Vibrationsleistung über einen Vergleich zwischen 2-DOF und 1-DOF-Modell abschätzen. Die zugehörigen Signalleistungen wären demnach das Integral der  $\hat{P}$ -Funktionen aus Abbildung 7.6 über den gesamten Frequenzbereich. Die 1-DOF Modellierung approximiert das gemessene Signal jedoch nur in einem Bereich zwischen 5 und 22Hz ausreichend gut. In diesem Vertrauensintervall stecken nach Gleichung (7.10) 23% der total gemessenen Signalleistung. Unabhängig von den Messdaten (Cesana, Igls), die man dem 1-DOF Modell zugrundelegt, ist dieser Wert jeweils sehr ähnlich. Weil die  $\hat{P}$ -Funktion nur für Frequenzintervalle  $\Delta f = 0.48$ Hz definiert ist, erhält man die Signalleistung über Summation der  $\hat{P}$ -Werte. Die theoretische Reduktion der Signalleistung  $\rho_T$  wird definiert als

$$\rho_T := 1 - \sum_{f=5}^{22} \hat{P}_2(f) \Delta f / \sum_{f=5}^{22} \hat{P}_1(f) \Delta f.$$
 (7.11)

Sie ist das Verhältnis zwischen der Signalleistung des 2-DOF Systems ( $\hat{P}_2$ ) und der Signalleistung des 1-DOF Systems ( $\hat{P}_1$ ) im Gültigkeitsbereich des 1D-Modells von 5 bis 22Hz. Um die Parameterwahl des Tilgers zu verifizieren, wird diese Reduktion für drei verschiedene Messkampagnen durchgeführt: Betrachtet man ausschliesslich das Vertrauensintervall zwischen 5 und 22Hz, wird die Signalleistung in Cesana nach (7.11) um  $\rho_T = 15.6\%$ , in Igls um  $\rho_T = 16.8\%$  und in St. Moritz um  $\rho_T = 7.2\%$  dank der Montage des Tilgers reduziert. Möchte man hingegen die Reduktion der tatsächlichen totalen Signalleistung über alle Frequenzen angeben, muss jeder der erwähnten Werte noch mit dem Faktor 0.23 skaliert werden, da im Bereich 5-22Hz ja nur 23% der Gesamtsignalleistung aus der Messung (Abbildung 7.6) stecken. Bezogen auf die gesamte Signalleistung der Lenkkopfbeschleunigung  $a_L$  bewirkt der Tilger also lediglich eine Reduktion von 1.6-3.8%.

In Abbildung 7.7 ist zu sehen, dass die nach (7.7)-(7.8) berechnete Tilgerauslenkung im Falle optimaler Parameter mehrere Zustände aufweisen kann: Einerseits kann die Tilgermasse  $m_2$  an  $m_1$  haften bleiben ( $x_2 - x_1 = \text{const.}$ ), oder aber sie kann in den Endanschlag gelangen ( $x_2 - x_1 = \pm 10 \text{mm}$ ). Als Anregung r(t) werden gemessene Kufenbeschleunigungen verwendet (Abbildung 7.1), die Tilgerparameter  $k_2 = 45 \text{N/mm}$  und  $\mu F_N = 71.5 \text{N}$  entsprechen dem gefundenen Optimum.

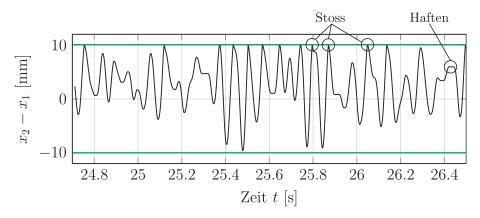


Abbildung 7.7: Simulierte Relativauslenkung  $x_2 - x_1$  des Tilgers während einer Bobfahrt.

Vorteilhaft an der Angabe für die maximale Trockenreibkraft  $\mu F_N$  ist, dass diese ohne Kenntnis des Reibkenntwerts  $\mu$  am realen Tilger gemessen werden kann, und somit die

Einstellbarkeit des Tilgers gegeben ist. Die Leistungsfähigkeit des Tilgers ist offenbar auch relativ insensitiv gegenüber Parameterunsicherheiten, was die kleinen Gradienten der Optimierungsfunktion J widerspiegeln. Mit der Einführung von Endanschlägen hat sich der Arbeitsbereich des Tilgers sogar noch um ein paar Hz erweitert, auch wenn sich seine Wirksamkeit  $\rho_T$  damit etwas verringert hat [80].

## 7.3 Realisierung des Tilgers

Zur Illustration der besprochenen Baugruppe zeigt Abbildung 7.8 den realisierten Tilger. Die eingebauten Endanschläge haben nicht nur die Funktion, die Relativverschiebung der Tilgermasse B zur Befestigung E, G zu beschränken, sondern verhindern auch ein Überschreiten der maximalen Biegebeanspruchung der Blattfeder F (E und C sind fix, B kann sich auf und ab bewegen).

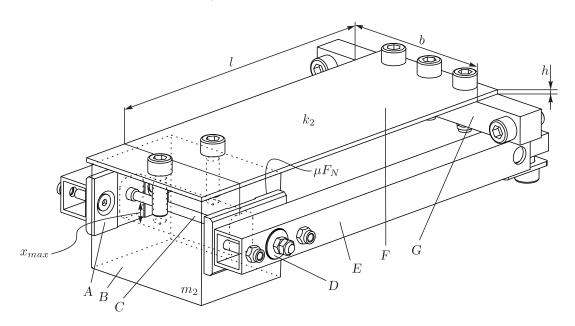


Abbildung 7.8: Am Vorderrahmen montierbarer Tilger.

### 7.3.1 Dimensionierung

Aufgrund einer Falscheinschätzung der Systemparameter  $d_1$  (Abbildung 7.5) hatte der zur Zeit der Konstruktion optimale Parametersatz andere Werte  $(k_2 = 14 \text{N/mm})$  und  $\mu F_N = 31 \text{N}$ , weshalb an dieser Stelle die Dimensionierung der "suboptimalen" Parameter vorgestellt wird (Widmer [80]: seine Parameter  $d_1$  basierten auf Analysen von logarithmischen Dekrementen von charakteristischen Schwingungen anstelle des Leistungsspektrums  $\hat{P}$ ). Wenn die Masse  $m_2$  maximal ausgelenkt ist, wirkt an der Federblatteinspannung (Übergang F zu G) das maximale Biegemoment  $\overline{M}_B$ . Es müssen nun geeignete Federblattabmessungen l, b, h gefunden werden, sodass die Steifigkeit  $k_2$  der als Kragbalken ausgeführten Blattfeder stimmt, sowie die zulässigen Biegespannungen  $\overline{\sigma_x}$  nicht überschritten werden. Als weitere Zielsetzung steht die Kompaktheit der Baugruppe mit

einer maximalen Baulänge von 400mm, allein schon wegen des Gewichts für die benötigten Endanschläge und Federn. Die Federabmessungen werden als

$$k_2 = 14 \text{N/mm} = \frac{3EJ_z}{l^3}, \qquad J_z = \frac{bh^3}{12}$$
 (7.12)

gewählt, mit den Werten für die Breite  $b=105\mathrm{mm}$  und die Blattfederstärke  $h=3\mathrm{mm}$ , sowie der Länge  $l=220\mathrm{mm}$ . An der Einspannung der Blattfeder liegt so eine Normalspannung  $\sigma_x$  infolge Biegung von

$$\sigma_x = \frac{\overline{M}_B}{J_z} h/2 = 195.5 \text{MPa.}$$
 (7.13)

an, mit  $\overline{M}_B = k_2 x_{max} l$ . Bei einem günstigen rostfreien Stahlblech mit Streckgrenze 235MPa ist also ein Sicherheitsfaktor von mindestens 1.2 gewährleistet (Materialnummer 1.4301). Die konstruierte Blattfeder F ist in Abbildung 7.8 dargestellt. Sie ist mit der Tilgermasse B sowie mit einer Quertraverse G verschraubt. Mit den neueren optimalen Parametern ( $k_2 = 45 \text{N/mm}$ ,  $\mu F_N = 71.5 \text{N}$ ) ist es nicht mehr möglich, durch kleine Anpassungen der Abmessungen die Steifigkeits- und Festigkeitsanforderungen zu erfüllen. Mögliche Auswege sind hier die Stapelung von 3 Blattfedern der hier berechneten Variante ( $k_2 = 3 \cdot 14 \text{N/mm}$ ), oder aber der Umstieg auf Federstähle. Als Materialien für die Blattfeder eignen sich Federstähle mit Materialnummern 1.1231, 1.1248 oder 1.1269. Die Abmessungen der Blattfeder müssten b = 75 mm, l = 123 mm, d = 4 mm gewählt werden, wobei die Beanspruchung an der Einspannung dann 500MPa würde. Die Abmasse der "suboptimalen" sowie der optimalen Konstruktion sind mit LxBxH = 305x200x133 mm kompakt genug, dass die Baugruppe vor dem Lenkkopf in der Vorderhaube Platz findet. Selbst Einstellungen am Reibkontakt sind dank dem grossen Inspektionsdeckel gut möglich.

Die Realisierung des Reibkontakts mit optimalen  $\mu F_N$ -Werten geschieht über zwei am Rahmen fixierte Gleitklötze (Abbildung 7.8, A), die mit einer definierten Normalkraft  $F_N$  gegen die bewegliche Masse  $m_2$  gepresst werden. Die Vorspannvorrichtung C verspannt die Gleitklötze mit der Tilgermasse  $m_2$ . Bei der Auslegung der Vorspannvorrichtung muss beachtet werden, dass bei Temperaturschwankungen der Tilgerparameter  $\mu F_N$  nicht zu stark vom Optimum abweicht. Die infolge einer Temperaturschwankung von  $40^{\circ}$ C auftretende Längenänderung  $\Delta l$  der Vorspannvorrichtung mit Ursprungslänge  $l_0$  beträgt

$$\Delta l = \alpha_{Al} \ \Delta T \ l_0 = 23.9 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 0.1 = 9.6 \cdot 10^{-5} \text{m}. \tag{7.14}$$

Solche Temperaturänderungen kommen vor, wenn man in einer warmen Garage den Tilger montiert und das Rennen bei -20°C stattfindet. Die axiale Steifigkeit  $k_C$  dieser aus Aluminium gefertigten Vorrichtung C mit Querschnittsfläche  $A_C$  und E-Modul  $E_{Al}$  beträgt

$$k_C = \frac{E_{Al}A_C}{l_0} = \frac{72000\pi 3^2}{100} = 20360$$
N/mm. (7.15)

Bei einer Längenänderung von  $\Delta l = 0.096$ mm beträgt die Vorspannkraftänderung also

$$\Delta F_N = k_C \Delta l = 1946 N, \tag{7.16}$$

was viel grösser ist, als die eingestellte Vorspannkraft des Reibkontakts  $F_N \approx 900 \text{N}$  (Annahme:  $\mu = 0.08$  für Stahl-Stahl geschmiert). Als Konsequenz wird die Vorspannvorrichtung mit 4 Tellerfedern à 4000 N/mm Steifigkeit in Serienschaltung ergänzt (D in Abbildung 7.8), sodass sich die Steifigkeit der Vorrichtung auf

$$\frac{1}{\hat{k}_C} = \frac{1}{k_C} + \frac{4}{4000 \text{N/mm}} \to \hat{k}_C = 953 \text{N/mm}$$
 (7.17)

absenkt. Dank dieser nachgiebigeren Vorspannvorrichtung verändert sich  $F_N$  bei einer Temperaturschwankung von 40°C nur noch um akzeptierbare 10%. Die Einstellbarkeit der Vorspannkraft kann mit einem herkömmlichen M6x1-Gewinde sichergestellt werden, wobei für die Einstellung der optimalen Vorspannung  $F_N \approx 900$ N etwa eine Umdrehung nötig ist. Hat man sich beim Einstellen um etwa 50° verschätzt, so liegt der Fehler bei 15% von  $\mu F_N$ . Um diese Zahlen zu erreichen ist die Schmierung des Stahl-Stahl-Schleifkontakts (Abbildung 7.8, zwischen A und B) unbedingt nötig ( $\mu = 0.08$ ), die Oberflächen sind von entsprechend niedriger Rauigkeit hergestellt.

#### 7.3.2 Praxiserfahrungen

Bisher wurden nur vier Testfahrten mit dem Tilgersystem durchgeführt – allesamt mit dem Viererbob. Die benutzten Bahnen waren St. Moritz und Winterberg (Deutschland). Zwar konnte der Testpilot G. Baumann in St. Moritz bei starken Vibrationen ein verändertes Schwingverhalten des Bobs spüren, es äusserte sich jedoch nicht in messbaren Zeitvorteilen für die Fahrt. Insofern kann noch keine gültige Aussage über die Wirkung des Tilgers gemacht werden. Eine Mindestanzahl von etwa 16 Testfahrten (je 8 mit und ohne Tilger) mit einem Zweierbob ist für eine Beurteilung nötig. Ebenso müssen die Tests entweder in Cesana oder Igls stattfinden, wo die Tilgereffizienz gemäss Simulation doppelt so hoch ist wie in St. Moritz. Auch ist noch offen, ob der Tilger die Signalleistung der Lenkkopfbeschleunigung tatsächlich reduziert wie vorhergesagt. Dazu sind Vergleichsmessungen mit und ohne Tilgersystem vonnöten. Eine Validierung der Simulationsdaten ist durch die Platzierung von Beschleunigungssensoren auf dem Tilger und Lenkkopf möglich.

### 7.4 Zusammenfassung

Es wurden Messungen von Vorderbauvibrationen während der Fahrt präsentiert, die durch ihre starke Varianz auffallen. Zur Analyse wurde deshalb das Leistungsspektrum berechnet, das sich für solche Signale besser eignet. Bei einer Frequenz von etwa 16Hz war ein Anteil von 13% Signalleistung feststellbar. Obwohl es sich bei dieser Signalleistungsspitze nicht um eine Eigenresonanz des Bobs handelt, wurde sie als Tilgungsfrequenz für einen Einmassentilger ausgesucht. Die Parametersuche für den Tilger erfolgte mittels eines 2-DOF-Systems, welches spezielle Elemente wie Trockenreibungsdämpfung und harte Endanschläge aufweist. Mit diesem Modell lässt sich die 16Hz-Resonanzspitze ausreichend genau vorhersagen. Durch numerische Optimierung wurden Modellparameter gefunden, die sich konstruktiv umsetzen lassen. Die Baugruppe des Tilgers wurde hergestellt, bisher aber noch unzureichend getestet, um eine Modellvalidation durchzuführen. Erst nach einer noch durchzuführenden Testreihe kann die Wirksamkeit des Schwingungstilgers und seine Funktionstüchtigkeit beurteilt werden.

## Kapitel 8

## Steuerung und Lenkbarkeit

Bobpiloten steuern ihre Sportgeräte über Seilzüge, die mittels einer Übersetzungsmechanik mit dem Lenkkopf verbunden sind. Es werden in diesem Kapitel drei solche Übersetzungsmechanismen vorgestellt und verglichen. Anschliessend wird die Lenkungsrückstellung diskutiert, die eine Besonderheit des Bobsports darstellt. Sie ist mitentscheidend für den Geradeauslauf und die Fahrbahnrückmeldung auf das Lenkseil, die für den Piloten zentrale Informationen liefert. Zwei Varianten werden messtechnisch verglichen und die Unterschiede anhand von Ersatzmodellen untersucht. Das Kapitel schliesst mit Bemerkungen zur Lenkbarkeit in verschiedenen Kurvenphasen.

## 8.1 Charakteristsika und Anforderungen

Im Bobsport sind einige aus dem Automobilbereich bekannte Grössen der Fahrwerkskinematik wie Sturz, Spur, Nachlaufwinkel, oder Rollcenter [42] kaum von Bedeutung, weil entweder das FIBT-Reglement [25] sie verbietet, oder die nötigen Fahrwerksbewegungen infolge des Lenkeinschlags fehlen. Stattdessen stehen das durch die Gelenke und Steifigkeiten definierte Eigenlenkverhalten des Bobs auf der gekrümmten Bobbahn im Zentrum des Interesses, wie in Kapitel 2.3 behandelt.

Im Bob sind per Reglement nur Schwenkachslenkungen erlaubt. Abbildung 8.1 zeigt, dass sich für solche Systeme im Fall eines Lenkeinschlags  $\beta$  ohne Quergleiten alle grau gezeichneten Kufen um das Momentanzentrum Z drehen. Dies gilt nur für eine verschwindende Nachlaufstrecke  $n_L=0$ . Boblenkmechanismen werden über Seilzüge aktuiert. Die Piloten verlieren so die Lenkung nicht aus den Händen, und die auf die Zugseile übertragenen Kufenkräfte stellen die wichtigste Rückmeldung für viele Piloten dar (Kapitel 8.3). Longitudinalschwingungen in den Zugseilen geben an, wenn die maximalen Seitenführungskräfte überschritten sind und die Kufen

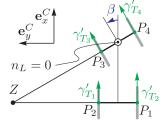


Abbildung 8.1: Momentanzentrum Z einer Schwenkachslenkung.

aus den Spurrillen springen. Auch die Reaktionsfähigkeit gegenüber solchen Kraftänderungen ist in den Händen bedeutend besser als gegenüber Positionsänderungen [21,57,67]. Bei manchen Fahrzeuglenkungen übliche Entkopplungsversuche dieser Vibrationen über eine geringe inverse Effizienz des Lenkgestänges haben im Bobsport also nichts verloren [37]. Anforderungen an die Lenkung sind:

- vorhersehbare, deterministische Reaktion der Lenkung auf Lenkvorgaben
- angepasste Reaktion auf eine Lenkbewegung: nicht zu gross (Übersetzung), nicht zu langsam, ausreichend gedämpft
- gute Rückmeldung von der Fahrbahn
- präziser Geradeauslauf, Einstellbarkeit
- hohe Fahrstabilität (unempfindlich gegen Störeinflüsse)
- gute Kontrolle um die Nulllage (keine Kraftsprünge)
- minimale Temperaturempfindlichkeit
- geringer Bauraum

### 8.2 Lenkgestänge

Das Studium bekannter Bob-Lenkgestänge zeigt, dass im weltweiten Bobsport vorwiegend das Italienische und das Dresdner Lenksystem in Gebrauch sind. Im Schweizer Nationalkader sind beide Varianten anzutreffen. Nach einer Analyse der charakteristischen Eigenschaften beider Systeme gilt es herauszufinden, welcher Mechanismus am ehesten zum Gesamtkonzept des Citius-Bobs passt.

#### 8.2.1 Italienisches Lenksystem

Das in Abbildung 8.2 skizzierte italienische Lenksystem besteht aus einem bei Geradeausfahrt in Fahrtrichtung  $\mathbf{e}_x^C$  ausgerichteten Achsenhebel  $[Z_AR]$ , der mit der Lenkachse starr verbunden ist und sich um das Drehzentrum  $Z_A$  dreht [79].

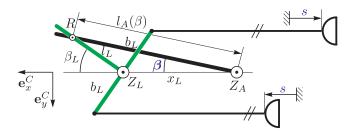


Abbildung 8.2: Prinzipskizze der Italienischen Lenkung.

Der T-förmige grüne Lenkhebel der Breite  $2b_L$  dreht sich um  $Z_L$  um den Winkel  $\beta_L$  und ist im Punkt R mit dem Achsenhebel verbunden. Auf dem Lenkhebel ist der Punkt R körperfest ( $l_L = const.$ ), während er auf dem Achsenhebel schleifend angebracht ist ( $l_A = l_A(\beta)$ ). Als Abstand zwischen den Drehzentren der beiden Hebel wird  $x_L$  bezeichnet. Vom Seilzug s wird angenommen, dass die Lenkseile stets parallel zur Fahrtrichtung  $\mathbf{e}_x^C$  verlaufen. Der kinematische Zusammenhang zwischen  $\beta$  und s ergibt sich zu

$$\beta(s) = \arctan\left(\frac{l_L\left(\frac{s}{b_L}\right)}{x_L + l_L\cos\left(\arcsin\left(\frac{s}{b_L}\right)\right)}\right). \tag{8.1}$$

Durch das Verschieben des Punkts R, also das Verändern von  $l_L$ , ist die Übersetzung der Lenkung verstellbar. Die Kennlinie  $\beta(s)$  ist im Arbeitsbereich von  $\beta < 10^\circ$  nahezu linear. In der einfachen Herstellung und der geringen Masse von zirka 2.3kg liegen die Vorteile des Systems. Jedoch ist das Lineargelenk in R praktisch immer spielbehaftet. Der Mechanismus baut flach aber breit und muss deshalb weit vorne im Bob installiert werden, um keine Platzprobleme mit den Füssen des Piloten zu generieren. Dies wiederum verlangt nach einem unnötig langen und schweren Vorderrahmen. Für grössere Piloten wird die Lenkseilführung schwierig, was oftmals durch eine etwas bauchige Vorderhaube kompensiert wird. Bei Körpergrössen über 185cm kann das System nicht mehr platziert werden.

#### 8.2.2 Dresdner Lenksystem

Das Dresdner Lenksystem, dargestellt in Abbildung 8.3, besteht aus einem quer zur Fahrtrichtung stehenden Achsenhebel mit Drehzentrum  $Z_A$  und Länge  $2l_A$ . An dessen Enden ist je eine graue Verbindungsstange der Länge  $l_V$  über Kugelgelenke verbunden. Die Verbindungsstangen sind jeweils im Abstand  $l_1$  von den Drehzentren  $Z_{L_1}$  und  $Z_{L_2}$ 

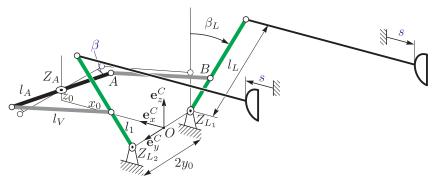


Abbildung 8.3: Prinzipskizze des Dresdner Lenksystems.

mit den grünen Lenkhebeln über Kugelgelenke verbunden. An den Enden beider Lenkhebel sind die Lenkseile befestigt, die im Ersatzmodell horizontal und in Fahrtrichtung geführt werden. Von den beiden Lenkhebeln sind die Längen  $l_L$  sowie die Schwenkwinkel  $\beta_L = \arcsin{(s/l_L)}$  bekannt. Zur Berechnung des kinematischen Zusammenhangs  $\beta = f(s)$  ist es von Vorteil, den Ursprung O des Koordinatensystems in der Mitte der Verbindungslinie der beiden Lenkhebelscharniere zu setzen. Von dort können die festen Ortsvektoren  ${}_{C}\mathbf{r}_{OZ_A} = (x_0 \ 0 \ z_0)^\mathsf{T}$  und  ${}_{C}\mathbf{r}_{OZ_{L_1}} = (0 \ -y_0 \ 0)^\mathsf{T}$  sowie die über die Lenkbewegung variierenden Vektoren

$${}_{C}\mathbf{r}_{OA} = \begin{pmatrix} x_{0} - l_{A}\sin(\beta) \\ -l_{A}\cos(\beta) \\ z_{0} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad {}_{C}\mathbf{r}_{OB} = \begin{pmatrix} -l_{1}\sin(\beta_{L}) \\ -y_{0} \\ l_{1}\cos(\beta_{L}) \end{pmatrix}$$
(8.2)

angegeben werden. Nun lässt sich die bekannte Länge der Verbindungsstange über

$$l_{V} = \|_{I} \mathbf{r}_{OB} - {}_{I} \mathbf{r}_{OA} \|$$

$$= \sqrt{\left[ -l_{1} \sin(\beta_{L}) - (x_{0} - l_{A} \sin(\beta)) \right]^{2} + \left[ l_{A} \cos(\beta) - y_{0} \right]^{2} + \left[ l_{1} \cos(\beta_{L}) - z_{0} \right]^{2}}$$
(8.3)

vergleichen und numerisch für verschiedene s nach  $\beta$  auflösen. Die resultierende Kennlinie  $\beta=f(s)$  fällt ebenfalls nahezu linear aus [79]. In Bezug auf die Lenkungsübersetzung ist derselbe Spielraum wie beim italienischen System vorhanden und kann über verschiedene Lenkhebellängen  $l_L$  ausgenutzt werden. Je nach Bauhöhe des Vorderrahmens können die Lenkseile horizontal geführt werden. Auch die Platzverhältnisse für die Pilotenfüsse sind markant besser als beim italienischen System. Hält der Pilot die Lenkseile straff, kann das gesamte Spiel in der Lenkung aufgehoben werden, was ein wesentlicher Vorteil gegenüber dem italienischen Lenksystem ist. Mit seinen Kugelgelenken und hochbelasteten Lagern ist dieser Mechanismus allerdings teurer, und seine Masse um mindestens 1kg höher.

Bei der Auswertung der Übersetzung  $d\beta(s)/ds$  fällt auf, dass die italienische Lenkung über eine etwas höhere Progressivität als die Dresdner Variante verfügt. Eine Variation der Progressivität ist beim Dresdner System möglich, indem man die Verbindungsstangen [AB] anwinkelt und somit den Abstand  $z_0$  vergrössert. Eine mit dem italienischen Lenksystem vergleichbare Progressivität setzt bei  $z_0 > 35$ mm ein. In der Praxis ist dieser lediglich in der ersten Ableitung sichtbare Unterschied nicht von Relevanz, bedenkt man die üblichen Lenkwinkel unter 3°.

#### 8.2.3 Lenksystem der CITIUS-Prototypen

Der Hauptunterschied in der Wirkungsweise des italienischen und Dresdner Lenksystems ist die Progressivität. Zum Zeitpunkt der Konstruktion der Citius-Prototypen wurde die Progressivität als wichtig eingestuft, und ein in diesem Parameter verstellbares System wurde entwickelt [79]. Ausgehend von einem italienischen Lenksystem wurde eine Kinematik entworfen, welche die dort bekannten Bauraumprobleme lösen sollte, indem ein einfacher Flaschenzug an den Enden des T-förmigen Lenkhebels (Abbildung 8.4, A) angebracht und somit seine erforderliche Länge halbiert wurde. Über eine Zwangsführung des Broncereiters B mittels eines Schwenkhebels C war die Progressivität variierbar. Aufgrund

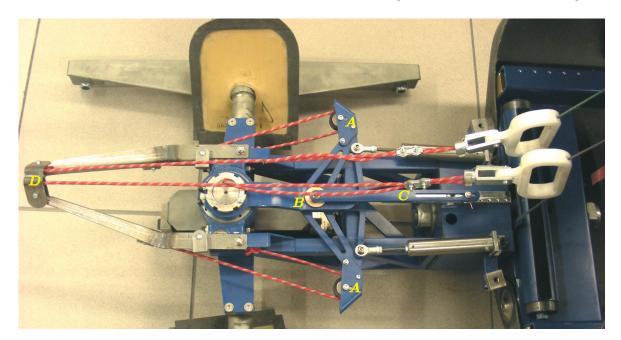


Abbildung 8.4: Lenkmechanismus des Citius-Prototypen.

anfänglicher Bauraumzwänge im Prototypenstadium war ein mehr als doppelt so langes Lenkseil mitsamt komplexer und zu nachgiebiger Lenkseilführung D nötig, was den höchsten Bauaufwand aller bisherigen Lenksysteme zur Folge hatte. Die vielen Umlenkrollen verursachten zu hohe Reibungsverluste und reduzierten damit die Lenkungsrückmeldung stark. Den kleinen Vorteil der variablen Progressivität hatte die Prototypenvariante mit zu vielen Nachteilen erkauft.

	Italienisch	Dresdner	Citius Prototyp
Übersetzung $d\beta/ds$ [°/mm]	0.045 - 0.068	0.055 - 0.067	0.045-0.075
Anlenkung spielfrei	nein	$\mathbf{j}\mathbf{a}$	nein
Lenkseillänge [mm]	500-800	300-800	1800
Progressivität $d^2\beta(s)/ds^2$	gering	nein	verstellbar
Max. Lenkwinkel	7-10°	7-10°	7-10°
Abmessungen (LxBxH)[mm]	ca. $370x350x50$	ca.250x250x200	800x350x50
Masse [kg]	2.3	3.7	3.0
Kosten	mittel	hoch	sehr hoch

Tabelle 8.1 zeigt die Eigenschaften der drei vorgestellten Lenksysteme im Überblick.

Tabelle 8.1: Eigenschaften einiger Lenkmechanismen.

#### 8.2.4 Weitere Lenkmechanismen

Über die Verteilung der Aufstandskräfte, die massgeblich durch die Torsionssteifigkeit  $k_{\alpha}$  beeinflusst werden, wird das Eigenlenkverhalten zu einem Grossteil definiert (Kapitel 2). Es wurde deswegen ein System entwickelt, das dem Piloten erlaubt, die Aufstandskräfteverteilung aktiv zu beeinflussen (Abbildung 8.5). Das skizzierte Seilzugsystem mit

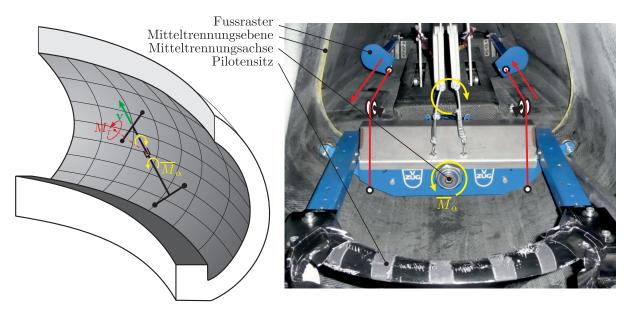


Abbildung 8.5: Prinzipskizze für eine Aktuierung des Mitteltrennungsgelenks.

längsverschiebbaren Fussrasten erlaubt dem Piloten, über einen Pedalweg von 100mm und mit einer Pedalkraft von 1000N, ein Torsionsmoment auf die Mitteltrennung von  $M_{\alpha} \approx 175 \mathrm{Nm}$  aufzubringen. Mehrkörpersimulationen mit diesem Wert für  $M_{\alpha}$  zeigen, dass ein ähnlicher Richtungswechsel erzielt werden kann, wie mit einer normalen Lenkbewegung. Auch bei Testfahrten in St. Moritz konnten langgezogene Kurven durchfahren werden, ohne einen Lenkausschlag  $\beta$  zu erfordern. Der Vorteil dieses Lenkmechanismus ist also eine Lenkbewegung mit reduziertem Quergleiten. Das System funktioniert jedoch nur in Kurven.

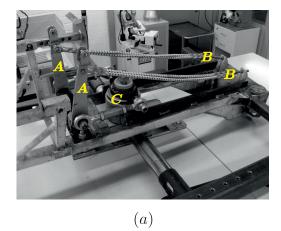
Denkbar ist eine Beeinflussung der Torsionssteifigkeit  $\overline{k}_{\alpha}$  in der Mitteltrennung, indem die Pedale mittels Zugfedern mit dem Hinterrahmen verbunden werden. So kann der Pilot mit entspannten Füssen in den ersten langsamen Kurven  $\overline{k}_{\alpha}$  tief halten, was schnellere aber unsichere Linien erlaubt. Mit zunehmender Geschwindigkeit kann sich der Pilot gegen die Fussraster stemmen, um  $\overline{k}_{\alpha}$  zu erhöhen und sichere Fahrlinien zu finden. Problematisch an diesem System ist lediglich, dass bei starken Verwindungswinkeln die beweglichen Fussraster für den Piloten störend wirken, weshalb ein ruhender Fussraster immer noch erforderlich ist.

## 8.3 Lenkungsrückstellung

Die von Autos bekannten Mittel zur Lenkungszentrierung wie von Null verschiedene Sturz- oder Nachlaufwinkel [67] funktionieren im Bobsport nur unzureichend, weil die Bobbahnoberfläche einen zu geringen Reibwert aufweist und oft gekrümmt ist. Bobschlitten werden deshalb mit einem zusätzlichen Kraftelement ausgestattet, welches die Lenkung unabhängig von den Kräften auf die Kufen in der Referenzlage  $\beta=0^\circ$  hält. Unter einer hohen Zentrierqualität werden geringes Winkelspiel  $\Delta\beta$  um die Referenzlage, schnelles Zurückstellen ohne lange Ausschwingvorgänge sowie feinfühliges Ansprechen um die Referenzlage verstanden. Dabei stellen eine hohe Zentrierpräzsion, also kleine  $\Delta\beta$ , und ein feinfühliges Ansprechen um die Referenzlage, was eine geringe Losbrechkraft bedeutet, einen Zielkonflikt dar. Als Kraftelemente können beispielsweise vorgespannte Expandergummis oder Spiralfedern verwendet werden.

### 8.3.1 Rückstellung über Expandergummis

Vorgespannte Expandergummis stellen den Stand der Technik dar, wie zwei in Abbildung 8.6 dargestellte Systeme zeigen.



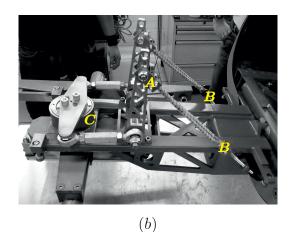


Abbildung 8.6: Expanderqummi-Lenkrückstellungen. 2erReich2008 (a), Citius-Serienbob (b).

Die Kraftelemente beim 2erReich2008 werden direkt an den Lenkhebeln A befestigt, was beim Dresdner Lenksystem das Spiel im Lenkgestänge aufhebt. So positioniert müssen sie relativ kleine Kräfte von 80N bei Längenänderungen um 150mm übertragen, stören jedoch den Piloten beim Einstieg. Das System ist mit langen Expandergummis relativ

temperaturunempfindlich, dafür ist das Winkelspiel  $\Delta\beta$  relativ gross. Die Einstellung des Geradeauslaufs nach einem Kufenwechsel ist zeitraubend, wie Kapitel 3.2 beschreibt. Bei der Serienausführung der Citius-Bobschlitten in Abbildung 8.7 (b) ist das Dresdner Lenksystem angepasst und in puncto Masse und Dimensionierung detailoptimiert worden. Im Gegensatz zu vielen bisherigen Bobschlitten ist die Lenkung hinter der Lenkachse C angeordnet, um unnötige Rahmenkonstruktionen zu vermeiden und um die Lenkseile kürzestmöglich zu gestalten. Die Justage des Geradeauslaufs kann von der Unterseite durch den unteren Inspektionsdeckel erfolgen. Die Expandergummis sind stärker angewinkelt als beim 2erReich2008 und relativ kurz. Schon Temperaturänderungen von 10°C erfordern bei kurzen Expandergummis eine Neujustage des Geradeauslaufs, da sich die Vorspannung der beiden Expandergummis ungleichmässig ändert.

Tabelle 8.2 fasst die zwei Ausführungen von Expandergummi-Rückstellungen zusammen.

	lange Gummizüge	kurze Gummizüge
Temperaturabhängigkeit	gering	gross
Einstellbarkeit	einfach	schwieriger
Zentrierqualität	mittel	hoch

Tabelle 8.2: Qualitative Eigenschaften verschieden langer Expandergummis.

Bei Expandergummis schliessen sich offenbar ein geringes Winkelspiel  $\Delta\beta$  und eine geringe Temperaturabhängigkeit gegenseitig aus.

#### 8.3.2 Rückstellung über Druckfedern

Abbildung 8.7 zeigt ein Kraftelement, welches weniger temperaturempfindlich ist. Zwei vorgespannte Druckfedern, welche jeweils mit einem Gummipuffer (rot) in Serie geschaltet sind, drücken gegen einen Mitnehmer. Bei einer Lenkbewegung verschiebt sich der Mitnehmer um x, was die in Abbildung 8.7 gezeigte Rückstellkraft F(x) in negative x-Richtung erzeugt.

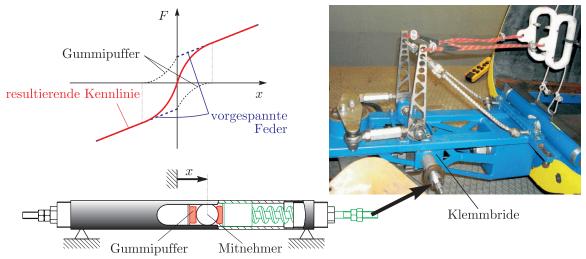


Abbildung 8.7: Alternatives Kraftelement für die Lenkungsrückstellung.

Im Unterschied zum standardisierten Expandergummi kann die Kennlinie des Kraftelements durch Austausch des Gummipuffers oder der Druckfeder beeinflusst werden. Durch

eine grössere Vorspannung der Druckfedern kann die Zentrierpräzision und Losbrechkraft der Lenkung erhöht werden. Eine Anordnung dieses Kraftelements wie bei den Expandergummis direkt an den Lenkhebeln ist nicht möglich, weil die druckbelasteten Kraftelemente eine Führungshülse erfordern. Auch die kleinen erreichbaren Federwege verunmöglichen dies. Es wird stattdessen eine zur Mitteltrennungsrückstellung (Kapitel 5.4) analoge Einbauposition umgesetzt, die quer zur Fahrtrichtung liegt (Abbildung 8.7 rechts). So lassen sich die Druckfedertöpfe in ein gemeinsames Gehäuse bauen, und der am Lenkkopf befestigte Mitnehmer presst bei einer Lenkbewegung jeweils einen Federtopf zusammen. Fixiert man das Kraftelement mithilfe von Klemmbriden am Vorderrahmen, lässt es sich verschieben, ohne die Zentrierqualität des Rückstellpakets zu verändern – ein wesentlicher Vorteil bei der Einstellung des Geradeauslaufs. Durch die Zugänglichkeit von der Bob-Unterseite kann die Justage des Geradeauslaufs bei umgedrehtem Schlitten stattfinden, wo man die Ausmessung der Kufengeometrie ohnehin machen muss. Insbesondere beim Kufenwechsel ist somit der Geradeauslauf mit sehr wenig Aufwand korrigierbar. Auffällig ist die bei tieferen Temperaturen unterschiedliche Zentrierqualität: Die Federtopfrückstellung wird um die Mittellage immer präziser, ein minimales Winkelspiel um  $\Delta\beta \approx 0.2^{\circ}$  ist der Systemreibung bei kaltem Schmierstoff im Vergleich zur gewollt kleinen Festhaltekraft in der Referenzlage geschuldet. Bei der Expandergummi-Rückstellung muss das System bei jeder Temperaturänderung neu eingestellt werden, und selbst dann verringert sich das Winkelspiel um die Referenzlage nicht. Möchte man das System in Abbildung 8.7 vereinfachen und nur vorgespannte Federn ohne Gummipuffer verwenden, ist die Dämpfung von Drehschwingungen auf der Lenkachse zu klein, und die Losbrechkraft wird zu hoch.

#### 8.3.3 Messungen an der Lenkungsrückstellung

Für den Piloten ist die Rückmeldung und der Verlauf der Rückstellkraft am Lenkseil  $F_{\beta}(s)$  über den Lenkausschlag s von grosser Bedeutung. Die Auslegung des Rückstellsystems mit Federtöpfen von Kapitel 8.3.2 orientiert sich an der quasistatischen Kraftkennlinie des Referenzsystems des 2erReich2008. Mithilfe der in Abbildung 8.8 skizzierten Messapparatur wurden die Kraftkennlinien beider Systeme aufgenommen [14]. Über eine Rätsche (Abbildung 8.8 rechts) wurde das Lenkseil schrittweise gespannt, während an einem Millimetermassstab der Lenkseilweg s abgelesen wurde. Die Kraft  $F_{\beta}$  wurde mittels einer Digitalzugwaage mit einer Auflösung von 200g gemessen.

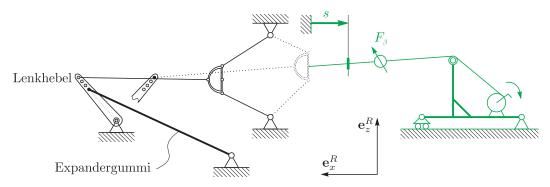


Abbildung 8.8: Messung der Kraftkennlinie  $F_{\beta}(s)$  der Lenkungsrückstellung.

In der so ermittelten Kraft-Verschiebungs-Kennlinie in Abbildung 8.9 sind drei Bereiche feststellbar:

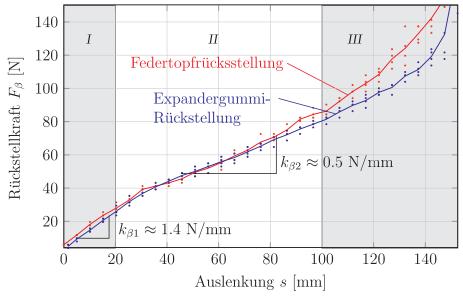


Abbildung 8.9: Bei  $T = 0^{\circ}$ C gemessene Kennlinien verschiedener Lenkrückstellsysteme.

Bereich I (s < 20mm;  $\beta < 1$ °): Die Kennlinie ist steil und degressiv, was für ein gutes Abklingverhalten von Drehschwingungen um die Lenkachse sorgt. In dieser Zone ist gut spürbar, dass die Referenzlage der Lenkung in der Nähe ist.

**Bereich II** (20mm  $\leq s \leq$  100mm;  $1^{\circ} \leq \beta \leq 5^{\circ}$ ): Dieser Teil der Kennlinie ist nahezu linear. Er sorgt für eine vorhersehbare Rückstellkraft am Lenkseil.

Bereich III (s > 100mm): Der mechanische Endanschlag der Lenkung kündigt sich durch einen progressiven Anstieg von  $F_{\beta}$  an.

Die Kraftkennlinien beider Lenkrückstellsysteme weisen nur geringe Unterschiede zueinander auf. Es sind lediglich die Bereiche I und II der Kennlinien durch die Kraftelemente begründet. Für den progressiven Kraftanstieg im Bereich III sorgt die Lenkgriffaufhängung. Die in Abbildung 8.10 dargestellten Expandergummis A, welche die Handgriffe in Position halten, geraten dort an die Grenze ihrer Dehnfähigkeit. Mit einer gegenüber dem Stand der Technik an der Hauben-Oberseite um  $\Delta l_E$  vergrösserten Ursprungslänge wird die maximale Dehnlänge der grünen Expandergummis erhöht (Abbildung 8.10, rechts).

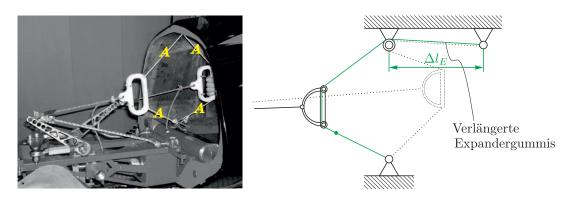


Abbildung 8.10: Lenkgriffaufhängung A blockiert den Lenkausschlag. rechts die Lösung.

#### 8.3.4 Reaktionskräfte von der Fahrbahn

Nach den ersten Fahrversuchen mit der Federtopf-Lenkungsrückstellung wurde klar, dass nicht nur die quasistatische Kraftkennlinie  $F_{\beta}(s)$  eine Rolle spielt. Obwohl statisch kaum Unterschiede zwischen der Expandergummi- und der Federtopfvariante messbar waren, fühlte sich nach Aussagen der Testpilotin S. Hafner das Federtopfsystem "synthetisch" an. Normalerweise würden sich die Rückstellkräfte  $F_{\beta}$  auf die Lenkseile bei der Kurvendurchfahrt verändern. Auch würden Vibrationen am Lenkseil die Grenzen der Seitenführungskräfte der Vorderkufen ankündigen. Beim Federtopf-System seien beide Phänomene schlecht spürbar. Den Vorteilen wie Ergonomie, Wartungsfreundlichkeit oder Einstellbereich zum Trotz konnte das System keine Anhänger bei den Schweizer Bobpiloten finden. Zum besseren Verständnis dieser Aussagen sind die Rückstellphänomene in der realen Fahrsituation zu suchen. Das auf die Lenkachse wirkende Moment als Reaktion der Kufenkontaktkräfte liesse sich einfach berechnen [63]. Um die relevanten Parameter finden, werden die vorderen Kufenkontaktkräfte zerlegt und das durch sie auf die Lenkachse wirkende Moment einzeln studiert.

**Normalkräfte F**<sub> $N_i$ </sub>: Zur Bestimmung des Lenkmoments infolge der Kufennormalkräfte werden die Messgrössen  $F_{N_3}$ ,  $F_{N_4}$ ,  $\varsigma_3$ ,  $\varsigma_4$  ausgewertet, die in Igls an einem Citius-Zweierbob aufgenommen worden sind (Abbildung 8.11).

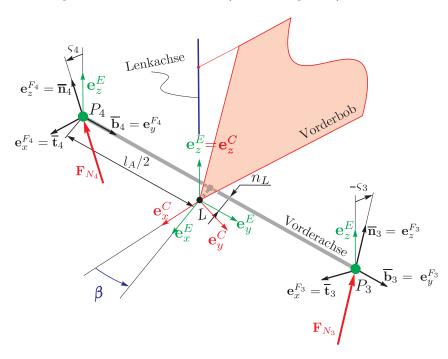


Abbildung 8.11: Gewichtsrückstellung der Lenkung: Kinematikmodell der Vorderachse.

Die Kraftrichtungen  $\overline{\mathbf{n}}_3$ ,  $\overline{\mathbf{n}}_4$  werden so gewählt, dass sie mit denjenigen der Dehnmessstreifen zur Ermittlung der Kufenvertikalkräfte übereinstimmen,

$$\mathbf{F}_{N_i} = F_{N_i} \overline{\mathbf{n}}_i, \quad i = 3, 4. \tag{8.4}$$

Im Unterschied zu  $\mathbf{n}_i$  aus Abbildung 2.7 ergibt sich die Kraftrichtung  $\overline{\mathbf{n}}_i$  nur durch eine Drehung des E-Koordinatensystems um die  $\mathbf{e}_y^E$ -Achse um  $\varsigma_i$ . Der Winkel zwi-

schen  $\mathbf{b}_i$  und der Achsrichtung  $\mathbf{e}_y^E$  wird also vernachlässigt. Aus diesem Grund entsprechen die Kräfte  $F_{N_i}$  nur näherungsweise den Kontaktkräften  $\lambda_{N_i}$  aus Kapitel 2.3. Zur Berechnung sind folgende Grössen benötigt

$$\mathbf{A}_{EF_i}(\varsigma_i) = \begin{bmatrix} \cos(\varsigma_i) & 0 & -\sin(\varsigma_i) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\varsigma_i) & 0 & \cos(\varsigma_i) \end{bmatrix}, \quad _{E}\mathbf{r}_{LP_3} = \begin{pmatrix} -n_L \\ l_A/2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad _{E}\mathbf{r}_{LP_4} = \begin{pmatrix} -n_L \\ -l_A/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(8.5)

mit der Nachlaufstrecke  $n_L$  und der Achslänge  $l_A$  aus Abbildung 8.11. Aufgrund der Bahnkrümmung sind die Kufenaufstandskräfte  $F_{N_i}$  um den Bahnneigungswinkel  $\varsigma_i$  um die  $\mathbf{e}_y^E$ -Achse verdreht. Das um die Lenkachse  $\mathbf{e}_z^E$  wirkende Moment lässt sich durch

$${}_{E}\hat{\mathbf{M}}_{\beta} = {}_{E}\mathbf{r}_{LP_{3}} \times {}_{E}\mathbf{F}_{N_{3}} + {}_{E}\mathbf{r}_{LP_{4}} \times {}_{E}\mathbf{F}_{N_{4}}$$

$$(8.6)$$

berechnen. Berücksichtigt man noch die Übersetzung von Lenkmomenten auf die Lenkseilkraft  $\rho_L = F_\beta/M_\beta \approx 0.631$ , können die von durch die Normalkräfte hervorgerufenen Lenkseilkräfte

$$\hat{F}_{\beta} = \rho_L \left( {}_{E} \hat{\mathbf{M}}_{\beta}^{\mathsf{T}} \mathbf{e}_z^E \right) \tag{8.7}$$

angegeben werden. Abbildung 8.12 zeigt für eine Fahrt mit dem Citius-Zweierbob auf der Bobbahn von Igls die so nach (8.7) berechneten Rückstellkräfte  $\hat{F}_{\beta}$ . Als Messdaten wurden die Verdrehwinkel  $\varsigma_3$  und  $\varsigma_4$ , sowie die Kufenkräfte  $F_{N_3}$  und  $F_{N_4}$  verwendet. Alle Signale wurden vor der Verrechnung in Gleichung (8.7) mittels eines gleitenden Mittelwerts über 99 Werte geglättet. Falls statt der gemessenen Kufenkräfte die Lenkkopfbeschleunigung in  $\mathbf{e}_z^E$ -Richtung zur Abschätzung von  $F_{N_i}$  verrechnet wird, ergeben sich nahezu identische Werte für die Reaktionskräfte  $\hat{F}_{\beta}$ .

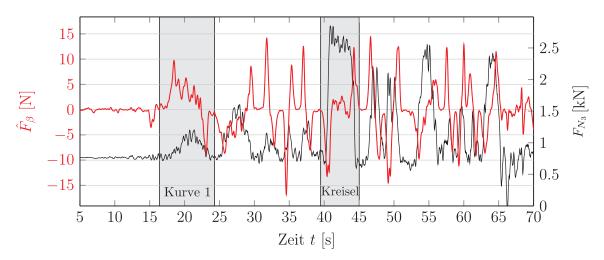


Abbildung 8.12: Berechnete Lenkrückstellkräfte  $\hat{F}_{\beta}$  infolge gemessener Kräfte  $F_{N_3}$ ,  $F_{N_4}$ .

Zur Illustration ist in Abbildung 8.12 auch ein Normalkraftverlauf  $F_{N_3}$  gezeichnet. In den Bereichen, wo die Kraft  $F_{N_3}$  ansteigt und absinkt, befinden sich die Kurvenein- und -ausfahrten, wie am Beispiel des Kreisels ersichtlich ist. Auffällig an den Rückstellkräften  $\hat{F}_{\beta}$  ist, dass sie jeweils nur zum Kurvenein- und -ausgang einen Ausschlag aufweisen. Eine Ausnahme ist Kurve 1, bei welcher sich in Igls die

Kufenträger über den gesamten Kurvenverlauf um  $\Delta \varsigma = \varsigma_3 - \varsigma_4 \ge 2.5^\circ$  verschieden verdrehen. Ansonsten sind die Zeitfenster, wo die beiden Kufenträger verschiedene Verdrehwinkel aufweisen, sehr kurz. Entsprechend ist in den Lenkwinkelsignalen keine Wirkung der Momente  $_E\hat{\mathbf{M}}_\beta$  zu sehen. Zudem ist das Mitteltrennungsgelenk in denselben Zeitfenstern um  $\alpha$  verdreht und gibt über die Pilotenfüsse eine zu  $\hat{F}_\beta$  redundante Rückmeldung. Die Kräfte  $F_{N_i}$  tragen demnach im Bobsport nicht wesentlich zur Lenkungsrückstellung bei.

Längskräfte  $\mathbf{F}_{T_i}$ : Ein Lenkmoment, welches über Unterschiede der Longitudinalkräfte  $\mathbf{F}_{T_i} \approx \bar{\mathbf{t}}_i \lambda_{T_i}$  zwischen den beiden Vorderkufen entsteht, wäre auch denkbar. Aus Abbildung 8.11 ist ersichtlich, dass die Hebellänge von der Krafteinleitung  $P_3, P_4$  zur Lenkachse L mit  $l_A/2=0.335$ m gross ist. Jedoch sind Kufenkraftunterschiede mit dem Längsreibungskoeffizient von  $\mu_T=0.0078$  zu skalieren, was deren Effekt stark reduziert. Um ein Moment von  $M_\beta=10$ Nm auf der Lenkachse zu erzeugen, wäre ein Kufennormalkraftunterschied von

$$\Delta \breve{F}_N = F_{N_3} - F_{N_4} \approx \frac{\breve{M}_\beta}{\mu_T l_A/2} = 2826 \text{N}$$
 (8.8)

nötig. Solche Unterschiede kommen nur extrem kurzzeitig vor, weshalb die Momente keine wirkliche Lenkbewegung verursachen können. Zudem würden sie auch nur in den Zeitfenstern wirken, wo die Normalkräfte  $F_{N_i}$  bereits ein Lenkmoment erzeugen.

Querkräfte  $\mathbf{F}_{B_i}$ : Die Seitenführungskräfte  $\mathbf{F}_{B_i} \approx \overline{\mathbf{b}}_i \lambda_{B_i}$ , greifen im Abstand der Nachlaufstrecke  $n_L$  (Abbildung 8.13) an der Lenkachse L an. Nimmt man vereinfachend an, dass die Kräfte in  $\mathbf{e}_y^E$ -Richtung zeigen, bewirken sie dort ein Moment

$$\overline{M}_{\beta} \approx -(F_{B_3} + F_{B_4})n_L. \tag{8.9}$$

Wirken die Seitenführungskräfte beispielsweise nach links in  $\mathbf{e}_y^E$ -Richtung, entsteht ein Reaktionsmoment  $-\overline{M}_{\beta}$ , das die Lenkung nach rechts zur Kurvenaussenseite auslenkt. Die Piloten müssen deshalb stets am kurveninneren Lenkseil eine Zugkraft aufbringen, um nicht aus der Kurve zu geraten (analog zu einem Auto). Selbst ohne

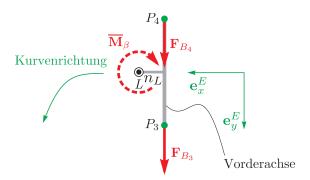


Abbildung 8.13: Lenkrückstellmoment  $\overline{\mathbf{M}}_{\beta}$  infolge  $\mathbf{F}_{B_3}, \mathbf{F}_{B_4}$  und  $n_L$ .

Lenkausschläge s kann sich bereits in einer 3g-Kurve eine Seilkraft aufbauen, die von der Grössenordnung der Expandergummi-Rückstellkraft ist.

Abbildung 8.14 zeigt am Beispiel der Kurve 4 in Whistler (langgezogene Rechtskurve mit  $a_N \approx 2.5g$ ) die simulierten ideal auf das Lenkseil übertragenen Fahrbahnkräfte. Eine Lenkseilkraft  $\overline{F}_{\beta} > 0$  bedeutet dabei eine Zugkraft am rechten Seil und  $\overline{F}_{\beta} < 0$  eine Zugkraft am linken Seil.

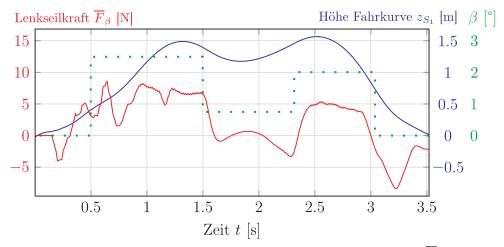


Abbildung 8.14: Aus dem Mehrkörpermodell berechnete Lenkseilkräfte  $\overline{F}_{\beta}$  infolge  $F_{B_i}$  in Kurve 4. Dazu Fahrhöhe  $z_{S_1}$  und Lenkwinkel  $\beta$ .

Die  $\overline{F}_{\beta}$  sind mittels gleitender Mittelwertbildung um 21 Werte geglättet , wobei die Rohdaten mit einer Frequenz von 10kHz erzeugt wurden. Es ist ersichtlich, dass es gut eine Sekunde dauert, bis die anfangs stark schwankenden Lenkseilkräfte konstanter werden, bis sich der Bob in der Kurve gesetzt hat. In Abhängigkeit der grün eingezeichneten Lenkbewegung  $\beta$  ändern sich die Kraftniveaus  $\overline{F}_{\beta}$  (t=1.5-2.25s). Sie geben damit dem Piloten einen wertvollen Anhaltspunkt, wie hoch die momentan übertragbaren Querkräfte sind und in welche Richtung der Bob gerade drängt – dies im Gegensatz zu den Rückstellkräften  $\hat{F}_{\beta}$  und  $\check{F}_{\beta}$ , die nur im Ein- und Ausgang einer Kurve wirken.

Aus den Ausführungen folgt, dass die informativen Rückstellkräfte primär von den Seitenführungskräften  $F_{B_3}$ ,  $F_{B_4}$  und der Nachlaufstrecke  $n_L$  abhängen. Auch eine Kufe mit guter Seitenführung, also kleinen Querradien, ergibt eine gute Rückmeldung von der Fahrbahn. Weist ein Lenkungsrückstellsystem um die Referenzlage eine Vorspannkraft grösser als 10N auf, so ist die Fahrbahnrückmeldung nicht mehr spürbar. Kaum von Relevanz für die Rückmeldung von der Fahrbahn sind der Nachlaufwinkel  $(\varphi_C)$  oder die Kufenverdrehwinkel  $\varsigma_3$ ,  $\varsigma_4$  (Abbildung 8.11).

### 8.4 Lenkungsmöglichkeiten während der Fahrt

Im Gegensatz zu Rennwagen ist der Bereich auf der Bobbahn, wo ein Pilot deutliche Lenkkorrekturen anbringen kann, sehr klein. Es ist angebracht, die verschiedenen Phasen einer Bahndurchfahrt genauer zu untersuchen.

Kurveneinfahrt: Bei einer Kurveneinfahrt muss der Bob zuerst um seine Längsachse rollen, bevor man mit Lenkbewegungen beginnen kann, denn in der Transitionszone herrschen stark variierende Kufenkraftverteilungen (Abbildung 8.14,

 $\overline{F}_{\beta}(t=0\text{-}1.25\text{s})$ ). Für kurze Zeit werden die Piloten zu Passagieren, und die gefahrene Trajektorie wird von den mechanischen Eigenschaften wie von der Massenoder Steifigkeitsverteilung des Bobs bestimmt. Einen sehr grossen Einfluss hat die Einfahrtsposition. Fährt man eine Kurve von der Aussenseite an, steigt der Bob langsam, während er beim Anfahren von der Innenseite zu Beginn schnell Höhe  $z_{S_1}$  aufbaut (Abbildung 2.19). Bei einer Einfahrt an der Innenseite lenken Piloten intuitiv stark ein, um der zu erwartenden starken Steigtendenz des Bobs entgegenzuwirken. Oftmals wird die Steigtendenz etwas durch Einlenken unterdrückt, um einen kürzeren Fahrweg zu erreichen.

Kurvendurchfahrt: In dieser Kurvenphase ist die Rückmeldung von der Lenkung sehr wichtig, um über die Haftungsreserven an den Kufen Bescheid zu wissen. Durch die Zentrifugalbeschleunigung können die Kufen Spurrillen bilden, welche die Seitenführung deutlich verbessern (Kapitel 2.3.9). Wenn der Bob Höhe gewonnen hat, reduziert sich seine kinetische Energie, weswegen er nicht beliebig lange in einer Kurve oben bleiben kann, weil sonst das Heck des Bobs die Haftung verliert. Die hecklastige Gewichtsverteilung erzeugt bei um 90° um die  $\mathbf{e}_x^A$ -Achse gedrehtem Bob ein Giermoment, das von den Kufen nicht abgefangen werden kann. Es gibt Kurven mit einem oder mehreren Scheitelpunkten, wobei Kurven mit zwei Scheitelpunkten oft in der Ein- und Ausfahrt stärker unterschnitten werden, damit die Fahrlinie einer einzigen Parabel oder einem Tafelberg entspricht.

Kurvenausfahrt: Die Piloten müssen das Timing der Auslenkbewegung und die Ausfahrhöhe jeder Kurve kennen, um eine gleichmässige und kontrollierte Sinkphase einzuleiten. Sinkt man zu früh, baut der Bob zum Kurvenende nochmals Druck auf, weil die Kurve noch nicht zu Ende ist. Sinkt man zu spät, rutscht man quer von der Kurve gegen die Kurven-Innenseite. In der Regel erfolgen wieder hohe Rollbeschleunigungen um die Längsachse, wo der Pilot nur Passagier ist und hauptsächlich die Bobeigenschaften die Fahrlinie bestimmen. Eine gute Kurvenausfahrt wurde schon in der Sinkphase korrekt eingeleitet. Folgt auf die Kurve eine lange Gerade, will man die letzte Kurve möglichst querkraftfrei verlassen. Bei Schikanen kann es vorteilhaft sein, die erste Kurve mit einer Rest-Querkraft zu verlassen, um in die zweite Kurve früh einfahren zu können. Dieses Manöver nennt man traversieren. Mit Vorteil stimmt man die Kraftelemente  $\overline{k}_{\alpha}$ ,  $k_{\phi 2}$  des Bobs auf die Kurvenausfahrt ab, die entweder auf die längste Gerade führt, oder auf die Kurve, auf welche ein flaches langsames Bahnstück folgt (Kapitel 5.3 und 5.4).

Geradenfahrt: Jede Geradendurchfahrt ist massgeblich von der vorangegangenen Kurvenausfahrt bestimmt. Auf flachen Abschnitten fehlt es den Kufen an Seitenführungskraft, und es ist sehr viel Feingefühl erforderlich, um in Anbetracht der Bodenunebenheiten einen Drift zu verhindern. Nur wenn alle Athleten still sitzen, die Lenkung sehr feinfühlig anspricht und gut zentriert ist, kann man von einer kontrollierten Geradenfahrt sprechen.

Charakteristisch für eine Bobfahrt ist die sehr starke Abhängigkeit der einzelnen Kurvenphasen. Dies ist einer der Gründe, warum selbst kleinste Unterschiede von der Grössenordnung 10cm in der Fahrlinie diskutiert werden. Misslingt eine der Phasen, müssen reflexartige Korrekturen angebracht werden, um keinen Sturz zu riskieren. Während die Kurvenein- und Ausfahrt stark vom Schlittensetup abhängt, sind die Piloten auf eine präzise Rückmeldung von der Lenkung im mittleren Kurvenabschnitt angewiesen.

## 8.5 Zusammenfassung

Die in diesem Kapitel vorgestellten Lenkmechanismen unterscheiden sich im wesentlichen nur in wenigen Details und zeichnen sich durch geringes Spiel und eine relativ gute Linearität der Übersetzungskennlinie aus. Eine Möglichkeit, die Torsionssteifikgeit  $\bar{k}_{\alpha}$  während der Fahrt und damit das Eigenlenkverhalten zu beeinflussen, wurde ebenfalls vorgestellt. Zur Lenkungsrückstellung sind Kraftelemente erforderlich, die einen stabilen Geradeauslauf und eine gute Rückmeldung bieten müssen. Neben den herkömmlichen Expandergummis wurde ein besser zentrierendes und einfacher zu wartendes Federtopfsystem vorgestellt. Bei kleinen Lenkwinkeln unter 1° sind die Eigenschaften dieses Kraftelements von grosser Bedeutung, denn die Fahrbahnreaktionskräfte am Lenkseil können von der Grössenordnung seiner Rückstellkraft sein. Beeinflusst wird diese Reaktionskraft vorwiegend durch die Nachlaufstrecke  $n_L$  sowie durch die Seitenführungskräfte an der Vorderachse.

Ausblickend wäre eine Messung dieser Lenkseilkräfte oder der Longitudinalschwingungen des Lenkseils als Ergänzung zu den Lenkwinkeln interessant, um mehr über dynamische Fahrbahnrückmeldungen zu verstehen. Eine noch ungeklärte Frage ist die Relevanz der Einbauposition des Kraftelements für die Rückmeldung. Werden bei bestimmten Einbaupositionen Signalanteile der Rückmeldung ungewollt gefiltert? Nur mit besseren Kenntnissen des Frequenzinhalts und exakten Amplituden dieser Rückstellkraftsignale können Lenkungsrückstellungen und -geometrien weiterentwickelt werden.

## Kapitel 9

# Schlussfolgerungen und Ausblick

Die lange Historie des Bobsports und das technische Reglement verunmöglichen grundlegend neue Konzepte, weshalb sich diese Arbeit mit Detailaspekten von Bobfahrwerken auseinandersetzt. Mittels eines einfachen Punktmassenmodells konnten die wesentlichen Verlustquellen bei einer Bobfahrt wie aerodynamische Reibung und Eisreibung zueinander ins Verhältnis gesetzt werden. Eine markante Verbesserung des Rennresultats kann am effektivsten über höhere Startgeschwindigkeiten erreicht werden. Im Mehrkörpermodell wurde ein Kontaktmodell präsentiert, welches aus der Realität bekannte Abhängigkeiten umfasst, wie das Spurrillenmodell mit teilweise quadratisch in der Normalkraft ansteigender Seitenführungskraft. Als Haftgrenzflächen des Tangentialreibgesetzes wurden verschiedene Grundmengen einander gegenübergestellt. Die Lösung des Kontaktproblems konnte mithilfe einer Transformation der Haftgrenzflächen stark vereinfacht werden. Obwohl die Parameter des Kontaktmodells nicht gemessen werden konnten, bedeutet die Angabe von Parameterschranken einen Fortschritt. Im Vergleich zu Labormessungen aus anderen Studien beträgt der Längsreibwert  $\mu_T$  im vorgestellten Mehrkörpermodell nur etwa ein Drittel. Das Mehrkörpermodell zeigt, dass eine höhere Torsionssteifigkeit des Bobschlittens oder eine nach vorne unten geneigte Mitteltrennungsachse eine flachere Fahrkurve bewirkt. Auch zeigt sich, dass die Position der Kurveneinfahrt sowie die Lenkzeitpunkte einen grösseren Einfluss auf die Fahrkurve haben. Die Erkenntnisse aus diesem Modell bilden eine Basis für zukünftige Verfeinerungen, welche bereits in einem Bobsimulator Verwendung finden konnten.

Für die Primär- und Sekundärfederung wurden Ersatzmodelle entwickelt, welche die Verbindung zwischen der Bauteilgeometrie und den resultierenden mechanischen Eigenschaften herstellen. Mithilfe dieser Modelle lassen sich die heutigen mechanischen Kennwerte in weiteren Grenzen als bisher variieren. Dies kann Verbesserungen in der Leistungsfähigkeit der Bobschlitten bringen. Mit den Angaben der erreichbaren Parameterspektren aller Kraftelemente wurde die Charakterisierung der Fahrwerke konkretisiert und designunabhängige Referenzwerte für Weiterentwicklungen erstellt. Die Konstruktion der Bobschlitten ist darauf ausgelegt, mittels klar unterscheidbaren Bauvarianten und Einstellgrössen diese Variabilität im Alltag einfach nutzbar zu machen. Dank der Modularität des Aufbaus sind künftig weitere Baugruppenvarianten umsetzbar.

Das Thema Vibrationen wurde in Kapitel 7 anhand des Vorderrahmens diskutiert, da dort die am stärksten ausgeprägte Schwingung gemessen worden war. Eine Parameteridentifikation sowie die Auslegung und Optimierung eines Tilgers für diese Schwingungen mithilfe von einfachen Ersatzmodellen ist möglich, wenn die spektrale Leistungsdichte zur Signalanalyse verwendet wird. Eine verbessernde Wirkung auf die Fahrzeiten konnte in den wenigen bisher ausgeführten Testreihen nicht attestiert werden. Vor der Durchführung weiterer Untersuchungen zu Schwingungsphänomenen ist es notwendig, ihren Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des Bobschlittens zu quantifizieren.

Die untersuchten Bob-Lenksysteme unterscheiden sich nur in Details wie Masse, Bauraum oder Anzahl von Spielquellen voneinander. Als Kraftelemente zur Zentrierung der Lenkung wurden bekannte Expandergummis sowie ein Federtopfsystem basierend auf vorgespannten Federn und Gummipuffern diskutiert. Das Federtopfsystem weist gewichtige

Vorteile bei der Wartungsfreundlichkeit und Einstellbarkeit auf. So kann die Auslöskraft aus der Referenzlage genauso wie die Steifigkeit für normale Lenkbewegungen variiert werden. Es gibt jedoch Testpiloten, die mit diesem System eine mangelnde Rückmeldung von der Fahrbahn empfanden. Die Kraftrückmeldung am Lenkseil, welche nur wenige Dutzend Newton beträgt, ist von sehr grosser Bedeutung. Das Kraftelement der Rückstellung darf keinesfalls diese Fahrbahnkräfte wegfiltern. Als relevante Grössen für die Fahrbahnrückmeldung wurden Nachlaufstrecke und Seitenführungskräfte der Vorderachse ausgemacht. Eine messtechnische Erfassung der Rückmeldung kann weitere Aufschlüsse über den Signalinhalt und die Beeinflussbarkeit dieser Grösse bringen.

Sobald sich die Frage nach den Auswirkungen der diskutierten Designänderungen auf die Leistungsfähigkeit des Bobfahrwerks stellt, kann nur auf die vielen Einflüsse verwiesen werden, welche eine exakte Auswertung und Interpretation Daten erschweren oder gar verunmöglichen. Speziell die Planung und Ausführung von Testreihen zwecks Validierung von theoretischen Erkenntnissen stellen eine Herausforderung dar. Mangels Trainingsund Testzeit werden viele Versuchsreihen zu kurz gehalten, sodass bereits bei kleinen unvorhersehbaren Abweichungen die Resultate in Frage gestellt werden müssen. Um in Zukunft mehr Erkenntnisse im Bereich der Fahrwerkstechnik zu erlangen, sind deutlich längere Testphasen mit verschiedenen Teams notwendig. Die Ziele bei jeder Testreihe müssen dabei sehr eng gesetzt werden und sich auf einen Vergleich von wenigen Varianten abstützen.

Heutzutage wird die Wettbewerbsfähigkeit von Bobschlitten anhand der höchsten gemessenen Geschwindigkeit verglichen. Sobald ein Bobschlitten besonders hohe Maximalgeschwindigkeiten erreicht, werden Reglementshüter der FIBT sowie Wettbewerber hellhörig und versuchen, die vermeintlich entscheidenden Konstruktionen zu verbieten. Zukünftig sind so motivierte Reglementsanpassungen weiterhin zu erwarten. Es gilt dann zu prüfen, ob die hier vorgestellten Konzepte noch umsetzbar sind. Viele der erarbeiteten Konzepte sind in den existierenden neun Citius-Schlitten bereits umgesetzt und haben sich in den letzten drei Jahren auf Weltcupniveau ausserordentlich bewährt.

## Anhang A

## Testfahrten und Onboardmessungen

Im folgenden Kapitel werden die im Citius Projekt durchgeführten Test- und Messkampagnen kurz erläutert und die daraus gewonnenen Erkenntnisse festgehalten. Wo Messdaten während der Fahrt aufgenommen wurden, ist das MoTeC-Messsystem zur Anwendung gekommen, dessen Charakteristika im Anschluss beschrieben werden.

## A.1 Testkampagnen

Im Februar 2008 wurde der 2erReich2008 messtechnisch während der Fahrt untersucht. Für alle Entwickler war dies die erste Berührung mit dem Bobfahreralltag, und die ersten Ideen zum Wartungskonzept entstanden. Auf diesen Erkenntnissen basiert ein Teil der Analyse des Stands der Technik (Kapitel 3).

Die Konstruktion der Prototypen erfolgte im Sommer 2008, welche im November 2008 im Windkanal und kurz darauf im Eiskanal von Igls untersucht wurden. Die Bobbahn wurde aufgrund ihres niedrigen Schwierigkeitsgrads und der geringen Belastung gewählt, um das Risiko bei der Jungfernfahrt zu reduzieren. Dort erfolgte auch der Bremsentest, da hier die grösste Bremsleistung gefragt ist. Generell wurde versucht, Erfahrungen über die Handhabung und Wartung, sowie mechanische Schwachstellen des Geräts zu sammeln. Es wurden einige Messfahrten angesetzt, um das Verhalten der neuen Komponenten mit dem 2erReich2008 zu vergleichen.

Kurz darauf im Januar 2009 fand der Belastungstest (ohne Messungen) in St. Moritz statt, wo auf einer langen und schnellen Bahn die Aerodynamik zum tragen kommen sollte. Einige Defekte an der Lenkung, Hinterachsaufhängung, sowie die zu schwachen Abweiser führten zum kurzfristigen Abbruch der Tests vor heimischem Publikum.

Nach Modifikationen erfolgten im Februar 2009 weitere Test- und Messfahrten mit dem Ziel, bei Erfolg zum ersten Mal an einem Rennen teilzunehmen (CH-Meisterschaft St. Moritz). Hier sollte die Weltcuppilotin M. Bamert das Gerät testen können. Gleichzeitig wurde angestrebt, die Vergleichsmessung zum Stand der Technik durchzuführen. Aufgrund von Terminschwierigkeiten konnte die Messung nur ungenügend durchgeführt werden. Zudem war die Lenkung (Abbildung 8.4) für die Pilotin zu gewöhnungsbedürftig, sodass die Fahrten nicht wunschgemäss gelangen und die Rennteilnahme abgesagt wurde.

Bis im März 2009 waren diese Mängel behoben und ein zweiter Vorserienschlitten stand bereit. Alle Weltcupathleten konnten während einer Woche die Bobs auf Herz und Nieren testen. Die jeweiligen Einstellungen wurden pro Athlet notiert, um allfällige Verstellbereiche anpassen zu können. Verbreitete Kritik an der Lenkungsrückmeldung führte zu den letzten Änderungen vor der Serienherstellung, die kaum 3 Wochen später begann.

Im Oktober 2009 wurden alle Serienschlitten durch die Teams endmontiert. Beim verbandsinternen Selektionsrennen war die Leistungsfähigkeit des Bobs erstmals unter Rennbedingungen gefragt. Nach wie vor war die Lenkungsrückmeldung und die Lenkungsrückstellung über Federtöpfe ein Thema, weshalb auf das bekannte Expandergummisystem (Kapitel 8.3) zurückgebaut wurde. Alle bis auf ein Viererbob-Team entschieden sich bereits nach dem ersten Test für die Citius-Bobs als Ersatz ihrer älteren Modelle, da zum Teil Vorteile von einer Sekunde (!) winkten.

Nach der ersten Saison 2009/2010 im Einsatz gab es über bestimmte Einstellungsmöglichkeiten (v.a. am Viererbob) noch keine qualifizierte Meinung, weshalb vor den Olympischen Winterspielen in Vancouver im Februar 2010 zwei Viererbobs zu ausgedehnten Testfahrten nach St. Moritz fuhren. Aufgrund der lediglich 3 Fahrten pro Einstellungsvariante und stetig wechselnden Randbedingungen (also sehr geringer Vergleichsbasis) konnten keine Erkenntnisse gewonnen werden – ausser dass kein einziges Setup besonders auffällig in der Leistung war.

In der Vorbereitung der Saison 2010/2011 wurden die Modifikationen an den Kufenaufhängungen getestet (siehe Kapitel 5.1.3), diesmal mit 8 Fahrten pro Setup und relativ konstanten Bedingungen auf der Kunsteisbahn von Igls. Erstmals konnten verlässlichere Vergleichsangaben zwischen zwei Varianten gemacht werden.

Während der Winterpause um Neujahr 2010/2011 konnte im Vorfeld zu den Schweizermeisterschaften erfolgreich die aktuierte Mitteltrennung (Kapitel 8.2.4) getestet werden. Es konnte nachgewiesen werden, dass durch blosse Veränderung der Kufenlastverteilung gelenkt werden kann, und dass der Effekt gross genug ist. Da diese Modifikation viel Erfahrung und koordinative Ubung erfordert, konnten noch wenige Aussagen über deren Leistungsfähigkeit gemacht werden.

#### A.2Planung von Testreihen

Abhängig von der Art des Tests und der Lokalität sind spezifische Randbedingungen zu berücksichtigen. Die folgende Checkliste greift die wichtigsten Punkte einer erfolgreichen Testkampagne im Bobsport auf:

Vorbereitung: Eine Prüfung aller Schrauben und Schraubensicherungen, sowie die Wahl der Einstellungen ähnlich zu bekannten Schlitten auf der Testbahn ist unerlässlich, denn nicht festgestellte Defekte verzerren das Bild einer Variantenanalyse. Funktionstests der wichtigsten Komponenten (Lenkung, Bremse, Gelenke, Anschubbügel) müssen vor jeder Fahrt durchgeführt werden. Bei Einrichtungsfahrten mit neuen Bobdesigns können unerwartete mechanische Defekte auftreten, deren Reparatur möglicherweise spezielle Werkzeuge erfordert. Eine auf die Konstruktion ausgerichtete Werkstattausrüstung und die Abklärung nach örtlichen Werkstätten ist von zentraler Bedeutung. Auch Karbonspezialisten oder Schweissexperten sind bei Prototypenfahrten eine wertvolle Absicherung.

Protokoll: Um spätere Analysen überhaupt zu ermöglichen muss für jede Fahrt ein ausführliches Protokoll geführt werden, mit folgenden Angaben:

- Testbedingungen (Kufen-, Luft- & Eistemperatur, Feuchtigkeit, Wetter) Präparierung Bob (Kufenpolitur, Fahrwerkseinstellungen, Gewicht) Angaben zu Vergleichsbobs (Änderungen an deren Setup, wenn erkennbar) Kommentare der Athleten ("Gefühl") Fahrfehler (Testbob & Vergleichsbobs) Startnummern Testbob & Vergleichsbobs und deren Startzeit

Messfahrten: Sie müssen zu Beginn einer Testreihe durchgeführt werden, da das Entfernen der Messtechnik unproblematischer ist als dessen Installation. Der Einbau und die Kalibrierung des Messsystems erfolgen vor den Testfahrten im Labor, wobei die Piloten zuvor ihre Bob-Einstellungen vorgenommen haben müssen, um Konflikte mit dem Messsystem zu vermeiden (zum Beispiel Fussrasten). Die Abläufe der

Messfahrten müssen allen Beteiligten bekannt sein, damit alle an den verschiedenen Orten stationierte Personen (zum Beispiel im Zielraum) wissen, was mit dem Messsystem zu tun ist.

Mechanische Einstellungen: Ausgehend vom bahnüblichen Setup wird in kleinen Schritten zu einem extremeren gewechselt. Zu starke Veränderungen können ein Sicherheitsrisiko sein, da bei neuen Bobs die Empfindlichkeit auf Änderungen noch unbekannt ist.

Vergleich zweier Varianten: Da zwischen den Fahrten Feinjustierungen oder Kontrollen nötig sind, muss genügend Zeitpuffer für Fahrwerksänderungen eingeplant werden. Ideal ist eine mehrtägige Testkampagne mit der Möglichkeit, über Nacht aufwändigere Arbeiten erledigen zu können. Die beiden Varianten müssen bei jeweils unterschiedlicher Tageszeit getestet werden, um den Einfluss der Bahnentwicklung etwas abzuschwächen. Auch das Mischen der beiden Kufensätze beim Vergleich Bob 1 gegen Bob 2 ist eine wichtige Massnahme, um Störfaktoren zu beseitigen. Ändern beim Testen mehrerer Einstellungen die Bahnbedingungen, ist ein direkter Vergleich nicht möglich.

Referenzbobs: Die minimale Anzahl Referenzbobs beträgt etwa 25, wovon dann etwa 5-6 für einen Vergleich tauglich sind, weswegen Europacup-Rennen eine gute Referenz für Testfahrten geben. Hier bleibt die Startreihenfolge oft über mehrere Tage identisch. Problematisch ist hierbei allerdings die fehlende Konstanz der Vergleichsteams, welche ebenfalls Veränderungen vornehmen. Die anderen fallen aufgrund von Fahrfehlern, Setupänderungen, massiver Abweichung der Startnummer oder anderen Gründen aus.

Bob und Bahn: Es ist viel kostengünstiger und effizienter, einen Zweierbob zu testen (Personalaufwand geringer und Vergleichsbasis grösser, als beim Viererbob). Insbesondere Kost und Logie, sowie die Fahrtkosten (Bobfahrten und Materialtransport zum Testort) für alle Teilnehmer sind wichtige Budgetposten. In St. Moritz sind lediglich Belastungstests sinnvoll. Ansonsten ist die nur halbtags geöffnete und stark wetterbeeinflusste Bahn für Vergleichsfahrten äusserst ungeeignet. Ideal ist die Bobbahn in Königssee, da dort bis zu 6 Fahrten pro Tag (Logiekosten/Testfahrt) bei sehr konstanten Bedingungen gefahren werden können.

## A.3 MoTeC-Onboard-Messsystem

Für die Messung der kinematischen und einiger dynamischer Grössen während der Bobfahrt wurde ein geeignetes Messsystem beschafft, welches nachfolgend beschrieben wird. Im Gegensatz zu Labormessungen ergeben sich für Messungen während einer Bobfahrt einige spezifische Anforderungen an die Ausrüstung:

- Resistent gegen Beschleunigungen über 100q (starke Vibrationen, Schläge)
- Aufnahme von Analog- und Digitalsignalen bis 1000Hz
- Gleichzeitige Aufnahme aller Messkanäle (Multiplexer)
- Platz- und gewichtsparend
- Geeignet für den mobilen Akkubetrieb (Energiebedarf)
- Temperaturresistent bis  $-20^{\circ}$ C

Um geeignete Informationen über die Kinematik und Dynamik des Bobfahrwerks zu erhalten, sind verschiedenste Messgrössen von Interesse. Tabelle A.1 zeigt die verwendeten Sensoren mitsamt Angaben zum Messbereich. Möchte man eine Bobfahrt in einem Simu-

Messgrösse	Messbereich	Auflösung	Bandbreite
GPS-Position (bei 7 Satellitensignalen)	>Bobbahn	0.1m	0 - 20Hz
GPS-Geschwindigkeit	0 - 40 m/s	$0.01 \mathrm{m/s}$	0 - 1Hz
Beschleunigung (Anregung, Resonanzen)	$-100 - 100 \text{m/s}^2$	$0.01 {\rm m/s^2}$	0 - 1500 Hz
Kraft auf Kufen / Achsen	0 - 19700N	12N	0 - 1000 Hz
Verschiebung Kufen- & Hinterachsträger	0 - 50mm	$0.01 \mathrm{mm}$	0 - 500 Hz
Drehwinkel der 7 Bob-Gelenke	$-20^{\circ}$ - $20^{\circ}$	$0.1^{\circ}$	0 - 500Hz

Tabelle A.1: Sensoreneigenschaften des MoTeC-Onboard-Messsystems.

lationsmodell validieren, ist die exakte Position und Geschwindigkeit des Bobs erforderlich. Auch wenn bestimmte Setupvarianten gut oder schlecht sind, kann mit einer über die Bobbahn feiner aufgelösten Geschwindigkeitsmessung die interessante Stelle genauer gefunden werden. Standardmässig wird auf Bobbahnen nur 3-5mal die Geschwindigkeit und Zwischenzeit gemessen.

Die Beschleunigungswerte interessieren, um die Bandbreite der Anregung, sowie Resonanzen in der Struktur zu erkennen. Sie werden an den Kufen (Richtungen  $\mathbf{e}_x^R, \mathbf{e}_y^R, \mathbf{e}_z^R$ ), am Lenkkopf (Richtungen  $\mathbf{e}_x^C, \mathbf{e}_y^C, \mathbf{e}_z^C$ ), sowie an der Hinterhaube gemessen (Richtungen  $\mathbf{e}_x^A, \mathbf{e}_y^A, \mathbf{e}_z^A$ ). Die Sensoren von "KA Sensors Ltd." des Typs "KAA-10g-3-s" haben einen Messbereich von  $\pm 10g$  bei einer Bandbreite von 0-1500Hz und halten bis zu 4000g Stösse aus.

Zur Dimensionierung des Chassis sind die Kufenaufstandskräfte relevant (Sensor in Abbildung 5.5), sowie die Horizontal- und Vertikalanteile der Achskräfte (Richtungen  $\mathbf{e}_x^R, \mathbf{e}_z^R$  für Vorderachse,  $\mathbf{e}_x^A, \mathbf{e}_z^A$  für Hinterachse). Die Kraftgrössen werden mittels 1k $\Omega$ -Dehnmessstreifen der Firma "HBM" gemessen, wobei die Platzierung der DMS in Abbildung A.1 skizziert ist. Die Kufenkräfte in Längs- und Vertikalrichtung verursachen Biegemomente  $M_x^E, M_z^E$  in der Achse, wobei die lokalen Zug- und Druckdehnungen das Signal erzeugen. Durch eine DMS-Brückenschaltung der jeweils gegenüberliegenden Dehnmessstreifen (Abbildung A.1, gelb:  $M_x^E$ , rot:  $M_z^E$ ) wird das entsprechende Biegemoment gemessen.

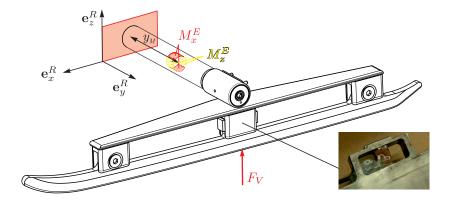


Abbildung A.1: Position der Dehnmessstreifen zur Kraftmessung.

Kalibriert wird das System im eingebauten Zustand auf Kufenwaagen (Genauigkeit 5N). Zusätzlich zur Brückenschaltung werden die Signale analog um den Faktor 12 verstärkt. Es sind für die Kufenaufstandskräfte die in Tabelle A.2 ersichtlichen weiteren Signalgrössen angebbar. Für die Achslasten in Horizontal- oder Vertikalrichtung ist die Sensitivität

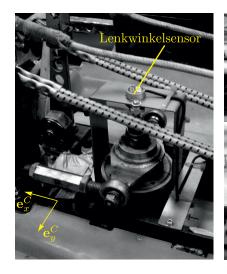
Sensitivität (unverstärkter) Sensor	$2.7 \cdot 10^{-7} \text{V/N}$
Verstärkung Analog (Digital)	x12 (x2)
Auflösung AD-Wandler (VIM)	16bit $(7.8 \cdot 10^{-5} \text{V})$
Kraftauflösung (Messbereich)	12N (0-19700N)
Samplingrate	$1000 \mathrm{Hz}$

Tabelle A.2: Sensor- und Signalgrössen der Kufenkraftmessungen.

ähnlich, allerdings ist für die Horizontalkräfte mit  $F_x^R < 10000 \text{N}$  der Wertebereich etwas kleiner.

Mithilfe der gemessenen Verschiebungsgrössen werden Informationen über Primärfederwege  $\Delta z_{kt}$  sowie Federwege der Hinterachsaufhängung  $\Delta z_{ha}$  und eventuelle tieffrequente Resonanzphänomene im Fahrwerk verfügbar (Sensorposition siehe Abbildung 5.4). Als Potentiometer wurden "CLS1320" von Active Sensors Ltd. eingesetzt, welche auch im Motorsport Verwendung finden.

Die während der Fahrt gemessenen Drehwinkel  $(\alpha, \beta, \phi, \varsigma_i)$  geben einerseits Auskunft über Starrkörperbewegungen, andererseits lässt sich auch die Dynamik der Gelenke untersuchen (Endanschläge, qualitative Dämpfung). Beispiele der Sensorenmontage für die Drehgelenke  $\beta$ ,  $\phi$  und  $\alpha$  zeigt Abbildung A.2. Alle Drehwinkel wurden mit einer Auflösung von 0.1° mit Hallefekt-Drehpotentiometern "HR6210" der Marke Active Sensors Ltd. gemessen.



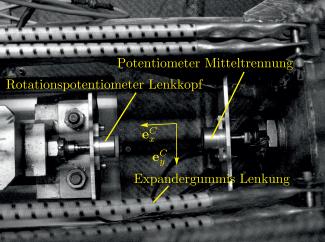


Abbildung A.2: Drehwinkelmessung im Vorderbob 2erReich2008.

Besonders die Platz- und Gewichtsanforderungen im Zweierbob haben die Verwendung eines dezentralen Messsystems aufgedrängt. Zwecks kürzerer Kabellängen (Gewicht) sind in der Nähe der Vorder- und Hinterachse Sensorstationen platziert, die die Speisung sowie die Signalverarbeitung der Sensoren übernehmen. Diese sogenannten "Versatile Input Module" (VIM) können bis zu 24 Kanäle synchron kontrollieren (Abbildung A.3). Über einen CAN-Bus sind die Module mit dem "Advanced Central Logger" (ACL) verbunden, der Speisung, Taktgeber, Speicher und Ethernet-Schnittstelle zum PC ist. Mit der gewählten Anordnung der Module sind trotzdem fast 27m Kabel im Bob zu verbauen, womit das Gesamtgewicht des Messsystems bei 10kg liegt. Aktuelle Spezifikationen zu den VIM-Sensormodulen und dem ACL sind www.motec.com.au zu entnehmen.

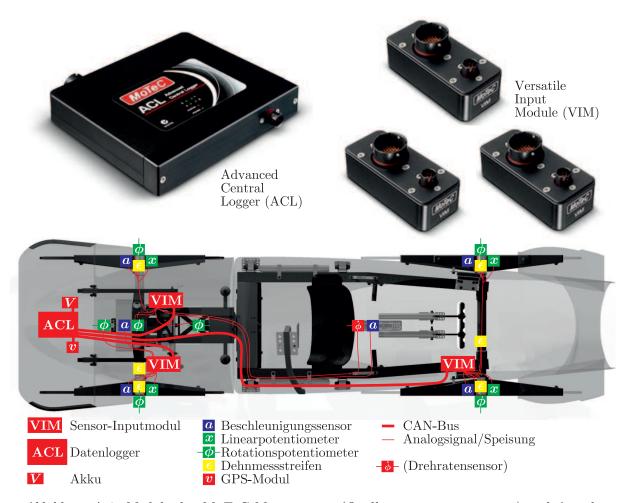


Abbildung A.3: Module des MoTeC-Messsystems (Quelle: www.motec.com.au) und Anordnung im Citius-Zweierbob (unten).

#### Fazit zum Messsystem

Die dezentrale Anordnung der Datenlogger und AD-Wandler sorgte für kürzestmögliche Kabellängen und damit ein verringertes Systemgewicht. Sofern nur ein Teil des Messsystems eingebaut wurde (wenn zum Beispiel andere Kufen als die Messkufen benutzt wurden) stellte dies keine Schwierigkeit dar. Mit der Verkabelung mittels "Deutsch Autosport"-Bajonettsteckern konnte ein wackelkontaktfreies und spritzwasserdichtes System betrieben werden. Die Verwendung und Kalibrierung von Linear- und Rotationspotentiometern ist unproblematisch, sofern die mechanischen Verbindungen passen. Dasselbe gilt für die 3D-Beschleunigungsaufnehmer, welche bereits vom Hersteller kalibriert sind.

Es ergaben sich allerdings Probleme mit dem Drehratensensor und dem GPS-Modul. Der Drehratensensor war ein mikromechanischer Sensor, der auf Beschleunigungssignalen basierend die Drehrate von bis zu 100°/s messen sollte. Aufgrund der starken Vibrationen auf der Bobhaube war die Signaldrift über eine Fahrt zu gross, dass eine sinnvolle Signalauswertung erfolgen konnte. Nicht-vibrationsbasierte Gyrometer, die jedoch wesentlich teurer sind, könnten hier Abhilfe schaffen. Für GPS-Sensoren ist eine Bobbahn ungeeignetes Gelände. Weil bei jeder Kurvenfahrt ein Teil des Himmels abgedeckt ist, muss der Empfänger stets neue Satelliten verbinden, was selbst beim verwendeten 20Hz-GPS (üblich in der Formel 1) mit einer Verbindungszeit von 1 Sekunde nicht funktioniert. Alternativ wurde bei späteren Messungen die Geschwindigkeit mit einem Pitot-Rohr gemessen. Aufgrund der stetigen Anregung aller Gelenke bildeten sich keine stehenden Schwingungen in der Bobstruktur aus, sodass die Dämpfung nicht seriös abgeschätzt werden konnte. Sofern alle hier vorgestellten Sensoren mit maximaler Datenrate aufgezeichnet wurden, geriet der Datenlogger an seine Grenzen und produzierte Systemabstürze. Auch ein firmware update beim Hersteller konnte dieses Problem nicht vollständig beheben. Die maximale Anzahl an Sensorkanälen mit 1000Hz Aufzeichnungsrate, die mit dem ACL (Softwareversion 1.50R Alpha) zuverlässig funktionierte, war 18. Ansonsten kann das sehr einfach vom PC aus handhabbare und modulare System empfohlen werden.

# Anhang B

# Detaildimensionierung

Neben den Handabschätzungen in Kapitel 5 werden im Folgenden einige Komponenten mit der Finite-Elemente-Methode im Programm Abaqus 6.10 genauer analysiert. Dies ist angebracht, weil die Beanspruchungen teilweise hoch sind, und weil damit heikle Zonen in der Konstruktion identifiziert werden können.

### B.1 Kufenträger

Die in Kapitel 5.1.3 erwähnte Erhöhung des Federwegs in den Kufenträgern geht einher mit einer neuen Führung des Lastpfads. Da bei dieser Variante alle Kräfte über die Blattfedern und insbesondere über die äusseren Befestigungslaschen geführt werden, erfordern diese Zonen eine eingehende Festigkeitsuntersuchung.

#### B.1.1 Lastfall

Als Dimensionierungsgrundlage wird der Lastfall mit maximaler Verschiebung  $\Delta z_{kt}$  am Kraftangriffspunkt, wie in Kapitel 5.1 eingeführt, angesehen (Gleichung (5.1)). Die Verschiebung wird am Kontaktpunkt der nachgiebig modellierten Kufe mit der Fahrbahn vorgegeben, während die Achsaufnahme fix eingespannt wird. Die Bolzenverbindung ist an den druckbelasteten Flächen mit den benachbarten Bauteilen verklebt. Der Gummipuffer wird in der Simulation nicht berücksichtigt. Über eine Symmetriebedingung in der  $\mathbf{e}_y^A$ -Ebene kann die Problemgrösse halbiert werden, wie Abbildung B.1 zeigt.

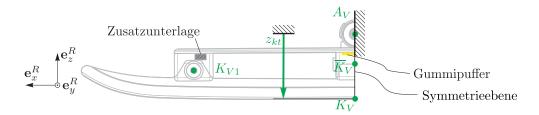


Abbildung B.1: Lastfall für die Dimensionierung der Primärfederung.

B.1. Kufenträger 141

### B.1.2 Modellannahmen

Die Struktur ist mit 170'000 Tetraeder-Volumenelementen mit quadratischen Ansatzfunktionen vernetzt, wobei die Netzfeinheit an den höherbelasteten Stellen 1.5mm Kantenlänge beträgt. Für den bei den Citius-Kufenträgern verwendeten Duplex-Stahl 1.4162 wurden folgende Materialwerte verwendet: E-Modul = 200GPa,  $\nu=0.3$  und  $\varrho=8\cdot10^{-6}{\rm kg/mm^3}$ . Spezifiziert wäre die Zugfestigkeit des Materials 1.4162 bei RP0.2 = 460MPa, jedoch sind die verwendeten Stähle von zertifizierter Qualität mit RP0.2 = 586MPa. Die Analyse berücksichtigt keine lokalen Verschiebungen zwischen Kufe und Blattfedern an der Einspannung, das bedeutet, es wird an dieser Stelle eine fixe Verschweissung der Kufe mit der Blattfeder simuliert, um eine obere Belastungsgrenze anzugeben. In den Kontakten werden folgende Annahmen getroffen:

Kontaktkräfte: Für eine präzise Abbildung der Kontakt-Normalspannung wird ein surface-to-surface Ansatz gewählt, welcher etwas teurer ist als node-to-surface, jedoch präziser. Als Penalty-Methode wird die "Penalty method with linearly increasing stiffness" angewandt, weil sie den besten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Robustheit darstellt. Die Steifigkeit in der Kontaktkraftiteration nimmt linear mit der Eindringtiefe der Kontaktoberflächen zu. Das maximal vorkommende Spiel zwischen Kufe und Unterlagen von 0.1mm wird über eine "initial clearance" vorgeschrieben. Im Tangentialkontakt wird ein Ebenes Coulomb-Reibgesetz mit  $\mu=0.3$  (Stahl-Stahl trocken) angenommen.

Kontaktkinematik: Abaqus "finite sliding approach". Er hat Gültigkeit, wenn die Kontaktpartner zueinander nur kleine Relativverschiebungen erfahren. Es wird lokal linearisiert, und die Robustheit der Berechnung steigt.

### B.1.3 Auswertung

#### Blattfedernbelastung

Die Zonen nahe der Achsaufnahme sowie der Kufenbefestigung sind am stärksten belastet, wobei die Zonen mit 470MPa Vergleichsspannung klein sind, und an der Oberfläche Druckspannungen herrschen (siehe Abb. B.2).

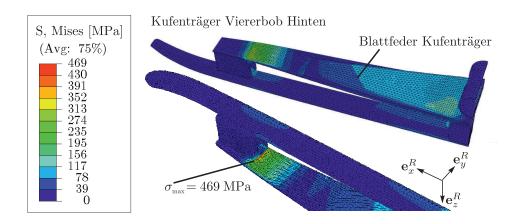


Abbildung B.2: Beanspruchung der hinteren Viererbob-Kufenträger ( $\Delta z_{kt} = 4.5 mm$ ).

### Beanspruchung der Kufeneinspannung

Bei der Verbindung Kufe - Kufenträger werden hohe Momente auf kleinem Raum übertragen. Da für alle Primärfederungen die Schnittstelle gleich aussieht, reicht es aus, den Nachweis am Extrembeispiel zu erbringen. Um den kritischen Kandidaten auszumachen, wird die Grössenordnung der Einspannmomente über ein vereinfachtes Balkenmodell berechnet, der an der Einspannung sowie an der Lasteinleitung keine Verdrehung erfährt. Diese Annahme beruht auf der Vereinfachung einer starren Kufe.

Die Kontaktfläche zwischen Kufe und Kufenaufhängung wird anhand von Praxisbeispielen minimal d=7.5mm lang gewählt (siehe Abb. B.3 oben). Die meisten real existierenden Kufen weisen mehr Kontaktfläche, also geringere Beanspruchungen, auf. Für die Momen-

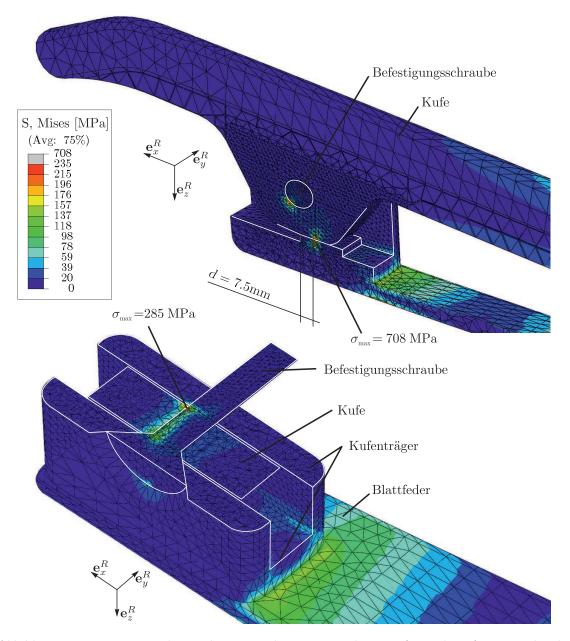


Abbildung B.3: Beanspruchung der Kontaktzone zwischen Kufe und Befestigungslasche (oben) und an den Kufenbefestigungsschrauben (unten).

B.1. Kufenträger 143

tenübertragung trägt hauptsächlich ein Kräftepaar in  $\mathbf{e}_x^R$ -Richtung (s. Abbildung B.3 unten) bei, nicht wie zuerst vermutet in Vertikalrichtung ( $\mathbf{e}_z^R$ ). Sobald eine genügend grosse Pressung zwischen Kufe und Kufenträger herrscht, kann das Moment über die Schubkräfte am Kontakt zwischen Kufe und Einlagen übertragen werden. Die Folgerung ist, dass die Momentenübertragung über ein Kräftepaar L mit zirka 20mm Abstand geschieht. Das bedeutet, die  $M_B = 686$ Nm würden über ein Kräftepaar von L = 34300N getragen, welches über Schubkräfte auf einen Querschnitt von  $A_{Schraube} = 2r_{Schraube}d_{Kufe} = 196$ mm² wirkt. Eine Handrechnung ermittelt eine Beanspruchung des Bolzenquerschnitts von etwa 175MPa. Abbildung B.3 zeigt lokal höhere Beanspruchungen. Weil das Bauteil täglich inspiziert oder ausgetauscht wird und die angenommenen Lastspitzen selten vorkommen, wird dies als nicht kritisch angesehen. Hinzu kommen noch nicht berücksichtigte Einflussfaktoren wie die vorgespannte Schraubenverbindung, welche über die Berührflächen zwischen Kufen und Kufenträger auch Teile des Moments  $M_B$  übertragen kann, was die Situation ebenfalls entschärft. Das hier vorgestellte Modell weist einige unvermeidbare Abweichungen zur Realität auf, welche kurz geschildert werden.

**Lasteinleitung:** Der Einfluss verschiedener Kontaktpunkte der Kufe zur Bahn wurde untersucht, und es wurden Unterschiede von 3% in der resultierenden Kufenträgersteifigkeit  $k_{kt}$  festgestellt.

**Kufen:** Bei der Berechnung wurde eine Standardkufe der Steifigkeit  $k_k = 3900 \text{N/mm}$  verwendet. Je nach Ausführung kann dieser Wert variieren und die Gesamtsteifigkeit der Primärfederung etwas beeinflussen.

Übergang Kufe-Blattfeder: Diese Übergangszone weist Reibkontakte auf, die die gesamte Momentenübertragung übernehmen müssen. Je nach Anpressdrücken oder Materialpaarungen ergeben sich etwas andere Lastpfade. Bei der vorliegenden Berechnung wurde (verschärfend) angenommen, dass die Seitenflächen der Kufenhalterungen nicht in Kontakt mit der Kufe sind und keine Momente übertragen können. In diesem Fall ist die Schraubenbelastung maximal. Wie gezeigt wurde, kann sich durch 0.1mm zu viel Spiel an der falschen Stelle der mögliche Federweg um bis zu 2mm reduzieren.

Längenänderung der Kufenblätter: Bei der realen Konstruktion ist zu beobachten, dass sich beim Einfedern der Lochabstand zwischen den Befestigungslaschen verändert, solange die Reibkontakte vor Ort nicht genügend vorgespannt sind. Weil alle Kufen ein Langloch aufweisen um ebendiese Längenänderung zuzulassen, sorgt dies für eine Abminderung der realen Aufhängungssteifigkeit. Dies ist ein weiteres Argument für die These, dass die Steifigkeits- sowie Beanspruchungsanalysen in diesem Kapitel eine Obergrenze markieren.

### B.1.4 Schlussfolgerungen

Um Steifigkeitswerte der Primärfederung zu erhalten, genügt es, die Knotenkräfte an der Verschiebungsrandbedingung auszulesen, und das Verhältnis Kraft/Verschiebung zu berechnen. Tabelle B.1 fasst die in der Analyse gefundenen Eigenschaften der veränderten Kufenträger zusammen.

Eigenschaft	Kufenträger 2er		Kufenträger 4er	
	vorne	hinten	vorne	hinten
Steifigkeit Blattfeder bisher FEM [N/mm] (Handrechn.)	173 (188)	392 (379)	133 (110)	294 (279)
Max. Federweg mit Gummipuffer [mm]	1.9	1.3	-	-
Steifigk. Primärfederung neu FEM [N/mm] (Erhöhung)	727 (x4.2)	985 (x2.5)	533 (x4.01)	684 (x2.32)
Max. Federweg ohne Gummipuffer [mm]	3.5	3.75	4.25	4.5
Belastung bis Block [m/s <sup>2</sup> ]	32.6	31.6	24.0	13.9
Einspannmoment $M_B$ Kufe-Blattfeder [Nm]	257.5	686	376	667

Tabelle B.1: FE-Berechnungen: Steifigkeiten und Federwege der bisherigen Kufenträger und der neuen Kufenträger.

Bei der Voraussage der Gesamtsteifigkeit der Primärfederung sind Unterschiede zwischen Handrechnung und FE-Analyse feststellbar: Das einfache Balkenmodell aus Kapitel 5.8 sagte eine Versteifung der Primärfederung von Faktor 4 voraus. Tabelle B.1 zeigt jedoch, dass dies nur bei den Vorderkufenaufhängungen zutrifft, während bei den hinteren Aufhängungen der Faktor nur etwa 2.3-2.5 beträgt. Dort sind die Diskrepanzen aufgrund der Modellannahme einer starren Kufe zu erklären. Auf einem Grossteil der Bobbahn kann die hier vorgeschlagene Primärfederung frei federn, ohne in den Endanschlag zu geraten. Erkauft wird sich dies mit Einspannmomenten bei den Kufenschrauben bis zu  $M_B = 686$ Nm, wie in Abbildung B.3 zu sehen ist. Von Seiten der Beanspruchung ist dieser Wert unkritisch.

### B.2 Vorderachsträger

Im Folgenden wird die Dimensionierung des Vorderachsträgers sowie eine Variantenstudie diskutiert, um das Spektrum der möglichen Aufhängungssteifigkeiten aufzuzeigen.

### B.2.1 Lastfälle

Bei einer Pendelbewegung um den Freiheitsgrad  $\phi$  bewirken die Reaktionskräfte der Querblattfeder hohe innere Verspannungen (siehe Abbildung 5.20 Deformierte Lage). Wenn die Querblattfeder der Dicke  $h_Q=10$ mm maximal vorgespannt wird und gleichzeitig das Pendelgelenk voll ausgelenkt ist ( $\phi=8^{\circ}$ ), werden die Boden- und Lenkkopfplatte maximal auseinandergespreizt. Anhand von statischen Messungen am 2erReich2008 können die maximalen Rückstellmomente des Pendelgelenks als  $M_{\phi}^{max}\approx 260$ Nm abgeschätzt werden (siehe Abbildung 5.21, Extrapolation der Messungen auf Pendelwinkel von  $\phi=8^{\circ}$ ). Dieses Moment wird über einen Hebel  $b_Q/2=35$ mm und über eine Vorspannkraft von  $F_p=2M_{\phi}^{max}/b_Q=7430$ N realisiert. Im realen Fahrbetrieb wird diese Spreizkraft  $F_p$  höchstens bei einem schlimmen Sturz erreicht.

Des Weiteren wirken bei einer Kurvendurchfahrt mit einer Beschleunigung von 6g in  $-\mathbf{e}_z^A$ -Richtung Kräfte  $F_V^{max}=6mg\rho_V$ , wobei  $\rho_V$  als relativer Gewichtskraftanteil definiert ist, den die Vorderachse trägt. Dass die wirkenden Kräfte kurzzeitig höher als  $F_V^{max}$  sein können, wird vernachlässigt, da der Vorderachsträger bereits über die Primärfederung und ein Stück Vorderachse vom Untergrund entkoppelt ist. Fahrwerkskräfte werden über zwei verschiedene Lastpfade zum Lenkbolzen weitergeleitet, wie Abbildung B.4 rechts zeigt. Die Lenkkopfbeanspruchung wird für eine in der Praxis minimale Vorspannung von  $\Delta z_{VQ}=2$ mm am grössten. Eine Erhöhung der Vorspannung  $\Delta z_{VQ}$  der Querblattfeder entlastet den roten Lastpfad durch den Lenkkopf. Folgende Lastfälle werden als dimensionierungsrelevant für den Zweier- sowie Viererbob modelliert:

**2er Bob:**  $F_V \approx 9200 \text{N} \ (m = 390 \text{ kg}, \ \rho_V = 0.4), \ h_Q = 6 \text{ mm}, \ \Delta z_{VQ} = 2 \text{mm}.$ **4er Bob:**  $F_V \approx 12000 \text{N} \ (m = 630 \text{ kg}, \ \rho_V = 0.3), \ h_Q = 8 \text{ mm}, \ \Delta z_{VQ} = 2 \text{mm}.$ 

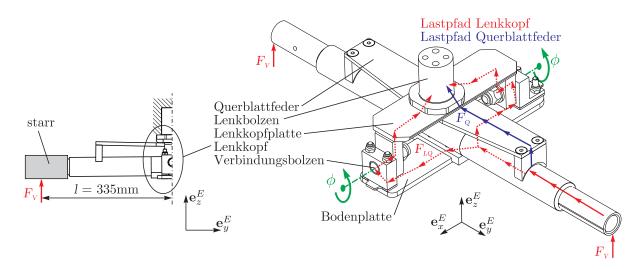


Abbildung B.4: Links: Lastfall des Vorderachsträgers (Halbmodell), Rechts: Lastpfade.

### B.2.2 Modellannahmen

Geometrische Randbedingungen: Es kann ein Halbmodell mit einer Symmetrieebene, wie in Abbildung B.4 skizziert, erstellt werden, was für die Knoten auf der Symmetrieebene Symmetrierandbedingungen erfordert. Der Lenkbolzen wird fixiert.

Interaktionen: Die Bauteile sind dort miteinander ideal verklebt (Tie), wo in Realität Haften herrscht, wie an den Schweissnähten und teilweise bei den Bolzenverbindungen. Damit verbessert sich im Vergleich zur Verwendung von vielen einseitigen Kontaktflächen die Konvergenz der Simulation erheblich, und der sinkende Arbeitsspeicherbedarf erlaubt eine feinere Netzauflösung. Beim Kontakt zwischen Querblattfeder und Vorderachse wird ein reibungsfreier einseitiger Kontakt modelliert, was einen konservativen Fall darstellt. Damit der Längenausgleich der Blattfedern (Lenkkopf- und Bodenplatte) bei Deformation gewährleistet ist, können die beiden Verbindungsbolzen axial gleiten. Diese Relativverschiebung beträgt bei den beiden gegebenen Lastfällen maximal 0.2mm und wird bei der realen Umsetzung berücksichtigt (mögliches Axialspiel dort: 0.5mm). Die Lasteinleitung (Teil des Kufenträgers) wird als Starrkörper modelliert, um lokale Spannungsüberhöhungen aufgrund von  $F_V$  zu eliminieren.

Vernetzung: Jede Blattfeder (Biegebalken) ist über die Dicke mit mindestens 5 tetraedrischen Elementen vernetzt, was für eine gute Abbildung der Biegenormalspannungen sorgt. Delikat an der Vernetzung ist die Wahl der Elementgrösse in den Kontaktflächen. Dort muss jeweils eine Fläche feiner vernetzt werden um eine gute Konvergenz zu erreichen. Es resultieren je nach Konfiguration zwischen 100000 und 150000 3D-Tet-Elemente mit quadratischen Ansatzfunktionen.

Querblattfedervorspannung: Das Übermass  $\Delta z_{VQ}=2$ mm muss in einem der Simulation vorgelagerten Schritt implementiert werden. Im zweiten Schritt wird die Vertikalkraft  $F_V$  an der Achse angebracht. Eine Herausforderung stellt die korrekte Übergabe der Randbedingungen zwischen den beiden Simulationsschritten dar.

### B.2.3 Auswertung

Abbildung B.5 zeigt die Beanspruchung für den Zweierbob mit einer 6mm-Querblattfeder und Abbildung B.6 zeigt die Konfiguration mit  $h_Q = 8$ mm im Viererbob. Es zeigt sich, dass die Von-Mises Vergleichsspannung beim Viererbob bei der Verwendung von 6mm-Querblattfedern unterhalb der Vorderachse (Befestigungsschrauben) Werte von 500MPa übersteigt. Für den sicheren Betrieb wird mindestens die 8mm-Querblattfeder empfohlen, bei der Verwendung von höherfesten Schrauben (ab Qualität 10.9) oder auf allen anderen Bobbahnen ausser St. Moritz liesse sich diese Variante auch beim Viererbob einsetzen. Interessanterweise ist bei beiden Varianten die Lenkkopfbelastung nahezu identisch, trotz fast 25% Lastunterschied. Bei den Lenkkopfbauteilen (Bodenplatte, Lenkkopfplatte) wird das Material 1.4162 Duplex eingesetzt (Dehngrenze RP0.2 = 460MPa), die Querblattfeder besteht aus einem Kaltarbeitsstahl 1.2510 (gehärtet auf 60HRC, Dehngrenze RP0.2 > 800MPa). Da die Mechaniker die Vorspannung der Querblattfeder oft verändern, lassen sich hier Defekte schnell erkennen. Lokal hohe Spannungen in den Modellen (die das Maximum der jeweiligen Legenden markieren) sind das Resultat von Einschränkungen der Elementfreiheitsgrade, ansonsten ist die Beanspruchung in beiden gezeigten Beispielen unterkritisch.

Als Zonen mit der höchsten Belastung sind die Schweissnaht zwischen Lenkbolzen und Lenkkopfplatte ( $\sigma_V = 350 \mathrm{MPa}$ ) zu nennen, sowie die Stelle, wo die Verbindungsbolzen auf Scherung beansprucht werden. An der Bodenplatte ist die Verschraubung zur Vorderachse relevant, die Schrauben müssen nach einigen Demontagevorgängen ersetzt werden. Die Einspannbedingungen für das Blattfedern-Ersatzmodell in Kapitel 5.3.2 lassen sich anhand der Biegespannungsverläufe in den beiden Abbildungen B.5 und B.6 validieren.

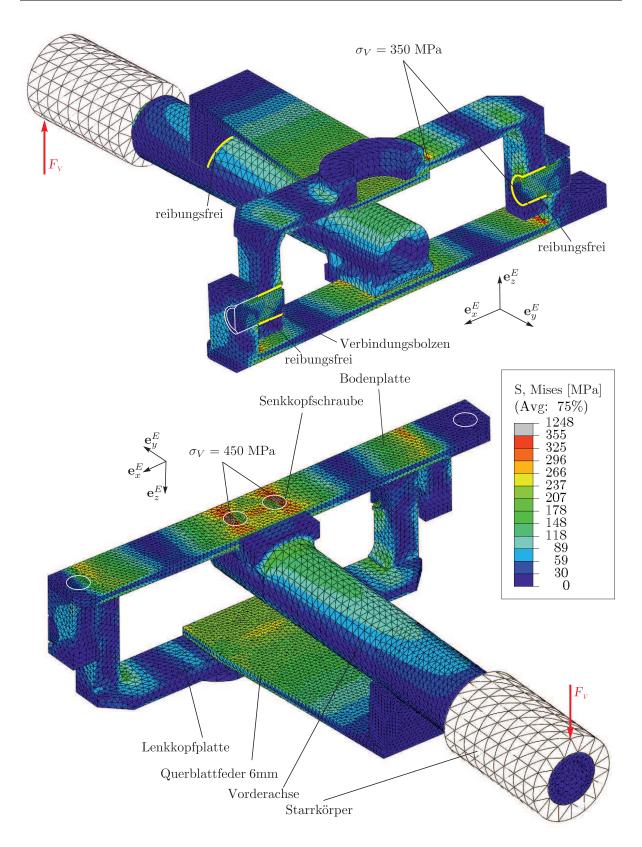


Abbildung B.5: Vergleichsspannungen am 2er-Bob-Vorderachsträger (Halbmodell).

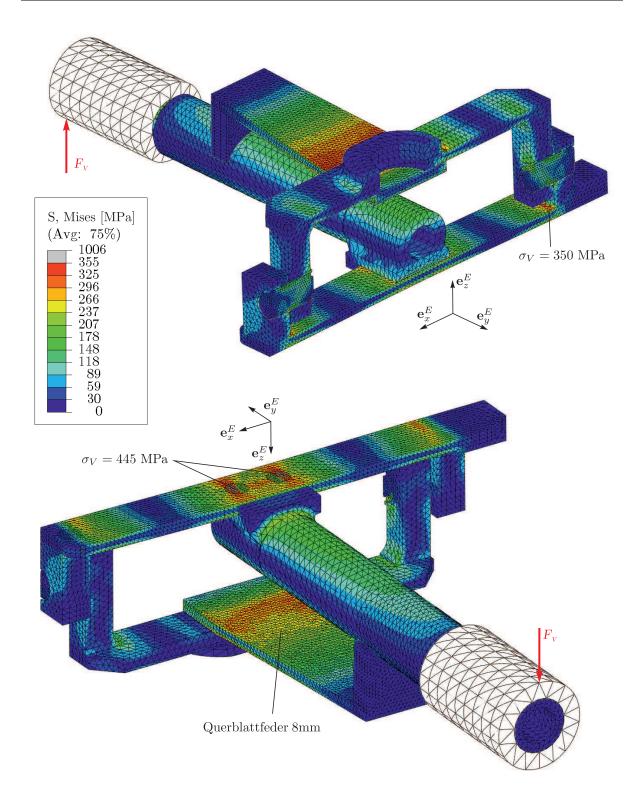


Abbildung B.6: Vergleichsspannungen am 4er-Bob-Vorderachsträger (Halbmodell).

### B.2.4 Schlussfolgerungen

Ausgehend von diesem FE-Modell werden verschiedene Varianten von Vorderachsaufhängungen betrachtet, wobei die Dicke der Querblattfeder  $h_Q$ , Bodenplatte  $h_B$  und Lenkkopfplatte  $h_L$  variiert wird. Die Einfederung der Kufenhalterungs-Aufnahme unter Vertikalkraft  $F_V$  kann zur Ersatz-Vertikalsteifigkeit der Vorderachsaufnahme umgerechnet werden:  $k_{va} = \frac{F_V}{\Delta z_{va}}$  [N/mm]. Zur Berechnung der Lastpfadaufteilung (wieviele % von  $F_V$  gehen über die Querblattfeder) wird das Handmodell der Vorderachsaufhängung aus Kapitel 5.3.2 für identische Parameter ausgewertet ( $\Delta z_{VQ} = 2$ mm = const.). Die Handabschätzung trifft die FE-Resultate angemessen (Fehler um 5%), wobei der Lastpfad über die Querblattfeder möglicherweise unterschätzt wird.

Koı	nfigurat	tion	$k_{va}$	$k_{va}$	Lastpfad $F_Q$
$h_L$	$h_Q$	$h_B$	(FEM)	(Handrechnung)	(Handrechnung)
[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm]	$[\mathrm{N/mm}]$	$F_Q: F_V \ [\%:\%]$
8	6	8	3750	3716	5:95
8	6	10	4285	4223	4:96
10	6	8	4010	3857	4:96
8	7	8	3765	3811	7:93
8	7	10	4373	4319	6:94
10	7	8	4098	3953	6:94
8	8	8	3850	3939	11:89
8	8	10	4464	4445	10:90
10	8	8	4201	4080	10:90
8	9	8	4000	4102	14:86
8	9	10	4587	4607	12:88
10	9	8	4348	4243	13:87
8	10	8	4213	4305	18:82
8	10	10	4746	4809	16:84
10	10	8	4518	4446	18:82
8	12	8	4672	4848	28:72
8	12	10	5119	5348	26:74
10	12	8	4934	4988	28:72

Tabelle B.2: Vertikalsteifigkeiten  $k_{va}$  verschiedener Vorderachsaufhängungen.

Die Vorspannung der Querblattfeder ist nicht nur für eine gute Zentrierung des Pendelachsfreiheitsgrades  $\phi$  notwendig, sondern sie reduziert auch die Beanspruchung des Lenkkopfs. An Stellen wie der Verschraubung der Vorderachse zur Bodenplatte sowie bei den Schweissnähten um den Lenkbolzen sind die höchstbelasteten Bereiche zu finden. Zukünftige Optimierungen im Design können die Verschraubungen oder Positionen der Bohrungen an der Bodenplatte sowie die Steifigkeitsauslegung (siehe Kapitel 5.3.4) umfassen.

- [1] Acary V., Brogliato B. (2008) Numerical Methods for Nonsmooth Dynamical Systems. Applications in Mechanics and Electronics, Vol. 35 of Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, Springer, Berlin Heidelberg.
- [2] Aeberhard U. P. (2008) Geometrische Behandlung idealer Stösse. Diss. ETH No. 17695, Zürich.
- [3] Alart P., Curnier A. (1991) A mixed formulation for frictional contact problems prone to newton like solution methods. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 353-375.
- [4] Alart P., Jourdan F., Jean, M. (1998) A Gauss Seidel like algorithm to solve frictional contact problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 155(1), 31-47.
- [5] Altmann S. L. (2005) Rotations, Quaternions and Double Groups. Dover Books on Mathematics Series, Oxford science publications, Dover.
- [6] Anitescu M., Potra F. A. Stewart D. E. (1999) Time-Stepping for Three-Dimensional Rigid Body Dynamics. Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., No. 177, 183-197.
- [7] Arnold P. D., Glocker Ch. (2011) Bobsleigh Optimization A Customized Dynamic Vibration Absorber with Limit Stops. ENOC 2011, Rome.
- [8] Aubin J.-P., Frankowska, H. (1990) Set-valued Analysis, Systems and Control. Foundations and Applications, Vol. 2, Birkhäuser, Boston.
- [9] Berton E., Favier D., Agnès A., Pous F. (2004) Aerodynamic Optimization of a bobsleigh Configuration. International Journal of Applied Sport Sciences 2004, Vol 16, No. 2, 1-13.
- [10] Braghin, F., Melzi S., Cheli F., Sabbioni E. (2010) Design and verification of bobsleigh track. Proceedings of the ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Istanbul.
- [11] Braghin F., Cheli F., Donzelli M., Melzi S., Sabbioni E. (2010) Multi-body model of a bobsleigh: comparison with experimental data. Multibody Syst Dyn (2011) 25, 185-201.
- [12] Braghin F., Donzelli M., Melzi S., Sabbioni E. (2011) A driver model of a two-man bobsleigh. Sports Engineering Vol. 13 Issue 4, 181-193.
- [13] Braghin F., Cheli F., Melzi S., Sabbioni E. (2012) Experimental Assessment of Bobsleigh Dynamics and Ice-Skate Contact Forces. Proceedings of the 30th IMAC, A Conference on Structural Dynamics.
- [14] Brändle Ch. (2010) Charakterisierung der Lenkungsrückstellung von Bobschlitten. Bachelorarbeit IMES, ETH Zürich.
- [15] Bräker M. (2007), Strukturversuche und Simulation einer Faserverbund-Rennbobhülle. Masterarbeit IMES, ETH Zürich.

- [16] Bremer H., Pfeiffer F. (1992) Elastische Mehrkörpersysteme. Teubner, Stuttgart.
- [17] Brogliato B., ten Dam A.A, Paoli L., Genot F. und Abadie M. (2002) Numerical simulation of finite dimensional multibody nonsmooth mechanical systems. ASME Applied Mechanics Reviews 55(2):107-150.
- [18] Brommundt E., Sachs G. (1988) Technische Mechanik Eine Einführung. Springer, Braunschweig, München.
- [19] Brunner A. (2010) Viscoelastic Damping in Bobsleighs. Masterarbeit, Institut für Polymertechnologie, ETH Zürich.
- [20] Colbeck S. (1993) Bibliography on Snow and Ice Friction. Cold Regions Research & Engineering Laboratory.
- [21] Cole D.J. (2011) Influence of steering torque feedback and neuromuscular dynamics on driver and vehicle response to lateral force distubance. Driver-Vehicle Dynamics Group, University of Cambridge.
- [22] Coxeter H.S.M. (1969), Barycentric coordinates. §13.7 Introduction to Geometry, 2nd ed. 216-221, Wiley, New York.
- [23] Dabnichki P., Avital E. (2005) Influence of the position of crew members on aerodynamics performance of two-man bobsleigh. Journal of Biomechanines 39 (2006), 2733-2742.
- [24] Dabnichki P., Motallebi F., Luck D. (2007) Advanced bobsleigh design, Part 2: aerodynamic modifications to a two-man bobsleigh. Proc. Instn Mech. Engrs Vol. 218 Part L: J. Materials: Design and Applications.
- [25] FIBT (2012) Fédération Internationale de Bobsleigh et de Tobogganing (FIBT). www.fibt.com.
- [26] Glocker Ch. (2008) Dynamik von Mehrkörpersystemen. Vorlesungsunterlagen IMES, ETH Zürich.
- [27] Glocker Ch. (1995) Dynamik von Starrkörpersystemen mit Reibung und Stössen. VDI-Fortschrittberichte Mechanik/Bruchmechanik, Reihe 18, Nr. 182, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- [28] Glocker Ch. (2001) Set-Valued Force Laws: Dynamics of Non-Smooth Systems. Lecture Notes in Applied Mechanics 1, Springer. Berlin Heidelberg.
- [29] Glocker Ch., Studer C. (2005), Formulation and Preparation for Numerical Evaluation of Linear Complementarity Systems in Dynamics, Multibody System Dynamics Vol. 13: 447-463.
- [30] Glocker Ch. (2006) Simulation von harten Kontakten mit Reibung Eine iterative Projektionsmethode. VDI-Berichte Nr. 1968: Schwingungen in Antrieben 2006 Tagung, Fulda. VDI-Verlag, Düsseldorf.

[31] Glocker Ch. (2006) An introduction to impacts. Nonsmooth Mechanics of Solids, CISM Courses and Lectures, J. Haslinger und G. Stavroulakis (Hrsg.) No. 485. Springer, Wien, New York.

- [32] Govindjee S. (2008) Engineering Mechanics of Deformable Solids: A Presentation with Exercises. Lecture Notes Mechanics I&II ETH Zurich, p. 49. Zurich, Berkeley.
- [33] Günther M., Kielau G., Maisser P. (1994) Simulation von Fahrten gesteuerter Bobschlitten. ZAMM vol. 74 no. 9, 434-435.
- [34] Gurgel U., Richter M., IBG Ingenieurbüro Gurgel und Partner, Leipzig, Persönliche Kommunikation 2010.
- [35] Hainzlmaier C. (2005) A new tribologically optimized bobsleigh runner. Diss. TU München, München.
- [36] Hamilton W.R. (1844) On Quaternions, or a New System of Iminginaries in Algebra. The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1844-1850.
- [37] Heisler H. (2002) Advanced Vehicle Technology. Reed Educational and Professional Publishing Ltd, Great Britain.
- [38] Holstein D. (2008) Instruktor der Pilotenfahrschule des Olympia Bobrun St. Moritz, Persönliche Kommunikation.
- [39] Kelly A., Hubbard M. (2000) Design and construction of a bobsled driver training simulator. Department of Mechanical and Aeronautical Engineering, University of California.
- [40] Itagaki K. et. al. (1989), Dynamic friction of a metal runner on ice. Cold Regions Research & Engineering Laboratory Report 89-14.
- [41] Iwashita K., Taniguchi H. und Konno E. (1995) Development of a simulation system for bobsleigh sliding. Developments in computational techniques for civil engineering, 273-277.
- [42] Jazar R. (2008) Vehicle Dynamics: Theory and Application. Springer, New York.
- [43] Jean M. (1988) Unilateral contact and dry friction: time and space variables discretization. Archives of Mechanics 40, 677-691.
- [44] Kielau G., Maisser P. (2003) Nonholonomic Multibody Dynamics. Multibody System Dynamics, Vol. 9, 213-188.
- [45] Kuipers J.B. (1999) Quaternions and Rotations Sequences. Princeton University Press, Princeton.
- [46] Leine R.I., Nijmeijer H. (2004) Dynamics and Bifurcations of Non-Smooth Mechanical Systems. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics Vol. 18. Springer, Berlin, Heidelberg, New York.

[47] Lewis O. (2006) Aerodynamic analysis of a 2-man bobsleigh. Master Thesis Aerospace Engineering, TU Delft.

- [48] Louis B., Ermanni P. (2012) Out-of-Autoclave Prepreg Processing. 2nd ed. Wiley encyclopedia of composites, Hoboken NY.
- [49] Maisser P. (1998) Brachystochronen als zeitkürzeste Fahrspuren von Bobschlitten. ZAMM 78 (1998) 5, 311-319.
- [50] Maisser P. (2002) Tätigkeitsbericht des Institutes für Mechatronik e.V. an der TU Chemnitz. http://www.tu-chemnitz.de/ifm/publikat/ifm\_tb02.pdf.
- [51] Möller M., Leine R.I. und Glocker Ch. (2009) An efficient approximation set-valued force laws of normal cone type. Proceedings of the 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference (ESMC2009), Lissabon.
- [52] Möller M. (2011) Consistent Integrators for Non-Smooth Dynamical Systems. Diss. ETH 19715, Zürich.
- [53] Möller M. (2012) Rigid Body Dynamics with a Scalable Body, Quaternions and Perfect Constraints. Multibody System Dynamics, Vol. 27, 437-454.
- [54] Möller M., Persönliche Kommunikation 2009-2012.
- [55] Moreau J.J. (1988) Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics. Non-Smooth Mechanics and Applications, J.J. Moreau, P.D. Panagiotopoulos, Eds., vol. 302 of CISM Courses and Lectures, 1-82, Springer, Wien.
- [56] Mössner M., Hasler M., Schindelwig K., Kaps P., Nachbauer W. (2010) An approximate simulation model for initial luge track design. Journal of Biomechanics 44 (2011), p. 892-896.
- [57] Naohiro Y., Shinichiro H., Tomoko I., Kazutaka S. und Nobuyoshi A. (1997) An Advanced Steering System with Active Kinesthetic Feedback for Handling Qualities Improvement. Vehicle System Dynamics, 27:5-6, 327-355.
- [58] Nieuwenhuijze M.R.I. (2009) A set-up to investigate the steady state behavior of the iron-ice contact of bobsleigh runners. Traineeship report, Eindhoven University of Technology.
- [59] Nikravesh P. (1988) Computer-aided analysis of mechanical systems. Englewood Cliffs, Prentice Hall.
- [60] Paland E.-G. (2002) Technisches Taschenbuch INA. Stürtz AG, Würzburg.
- [61] F. Pfeiffer, Ch. Glocker (1996), Multibody Dynamics with Unilateral Contacts. John Wiley and Sons, New York.
- [62] Pfeiffer F., Foerg M., Ulbrich H. (2006) Numerical aspects of non-smooth multibody dynamics. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Vol. 195 (50-51):6891-6908.

[63] Pick A. J. (2004) Neuromuscular dynamics and the vehicle steering task. PhD Thesis, University of Cambridge.

- [64] Poirier L., Lozowski E.P., Maw S. Stefanyshyn D.J., Thompson R. (2011) Experimental analysis of ice friction in the sport of bobsleigh, Journal of Sports Sciences vol. 14 no. 2-4.
- [65] Rempfler G., Persönliche Kommunikation 2009-2012.
- [66] Scherge M., Böttcher R., Richter M., Gurgel U. (2012) High-Speed Ice Friction Experiments under Lab Conditions: On the Influence of Speed and Normal Force. ISRN Tribology Volume 2013, Article 703202.
- [67] Schindler E. (2007) Fahrdynamik: Grundlagen des Lenkverhaltens und ihre Anwendung für Fahrzeugregelsysteme. Expert Verlag, Renningen.
- [68] Schoenmaeckers M. (2006) DSM Material innovation improves bobsleigh stability. DSM Pressemitteilung, 30. Jan. 2006.
- [69] Smith M.C. (2002) Synthesis of Mechanical Networks: The Inerter. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 47, No. 10.
- [70] Soldati A., Filippi S., Miclet G., Campolo M., Andreoli M., Moretti G. (2007) Aerodynamic analysis of a two-man bobsleigh. Sport Aerodynamics CISM course, Udine Sep. 2007.
- [71] Starchl Ch. (2008) Konzepte für die Zusatzgewichte am Schweizer Bobschlitten. Bachelorarbeit IMES, ETH Zürich.
- [72] Stewart D.E., Trinkle J.C. (1996) An Implicit Time-Stepping Scheme for Rigid Body Dynamics with Inelastic Collisions and Coulomb Friction. Int. J. Numer. Methods Engineering 39(15):2673-2691.
- [73] Studer C., Glocker Ch. (2006) Representation of normal conte inclusion problems in dynamics via non-linear equations. Archive of Applied Mechanics 76, 5-6 (2006), 327-348.
- [74] Studer C. (2008) Augmented time-stepping integration of non-smooth dynamical systems. Diss. ETH Zürich, Zürich.
- [75] Sujatha C. (2010) Vibration and Acoustics Measurement and Signal Analysis. Tata Mc GraW Hill, New Delhi.
- [76] Ungerer W. (1972) Untersuchung der wichtigsten Einflussgrössen auf die Gleiteigenschaften von Bobkufen. Verein Deutscher Eisenhüttenleute - Betriebsforschungsinstitut, Report No. 24, Düsseldorf.
- [77] Welch P.D. (1967) The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms. IEEE Trans. Audio Electroacoustics AU-15: 70-73.

[78] Wheatstone Ch. (1843) An account of several new instruments and processes for determining the constants of a voltaic circuit. Phil. Trans. Roy. Soc. Bd. 133, p. 303/327.

- [79] Widmer M. (2008) Neues Lenksystem für die schweizer Bobschlitten. Bachelorarbeit IMES, ETH Zürich.
- [80] Widmer M. (2009) Schwingungstilger mit nichtlinearen Eigenschaften. Semesterarbeit IMES, ETH Zürich.
- [81] Wiener N. (1988) The Fourier Integral and Certain of its Applications. Cambridge University Press, pp. 46-71.
- [82] Winkler A., Pernpeintner A. (2011) Automated Aerodynamic Optimization of the Position and Posture of a Bobsleigh Crew. Procedia Engineering 2 (2010) 2399-2405.
- [83] IOC (2012) Bobsleigh: Participation during the history of the Olympic Winter Games. Olympic Studies Centre, www.olympic.org/bobsleigh-equipment-and-history?tab=history
- [84] Zahavich, A.T.P., Bromley, R., Montgomery, J., Bernamann, M., MacKenzie, S., Cripton, P. (2012) Whistler Sliding Centre Sled Trajectory and Track Construction Study. An Independent As Recommended by the BC Coroner.

#### Veröffentlichung

Arnold P. D., Glocker Ch. (2011) Bobsleigh Optimization - A Customized Dynamic Vibration Absorber with Limit Stops. In: *Proceedings of the 7th European Nonlinear Oscillations Conference ENOC 2011, Rome.* 

# Curriculum Vitae

Pascal Donato Arnold geboren am 23.09.1983 aus Bürglen, UR

### Ausbildung

5/2010 - 9/2013	Doktorat am Zentrum für Mechanik, Institut für mechanische Sy-
	steme, ETH Zürich
10/2002 - 4/2007	Studium Maschineningenieur an der ETH Zürich mit Schwerpunkt
	Regelungstechnik / Strukturmechanik.
	Abschluss als Dipl. MaschIng. ETH
8/1996 - 7/2002	Kantonsschule Zug. Matura mit Schwerpunkt Mathematik / Physik
8/1996 - 7/2002	

### Berufserfahrung

10/2002 - 9/2013	Vorlesungsassistent am Zentrum für Mechanik, Institut für mecha-
	nische Systeme, ETH Zürich
10/2007 - 5/2010	Projekt Citius, Bobschlitten für Olympia 2010, ETH Zürich
10/2006 - 4/2007	Entwicklung Turboradialverdichter, Trumpf Maschinen AG, Baar