

Prom. Nr. 2374

Studien über einkreisige Schwingungssysteme mit zeitlich veränderlichen Elementen

**Zur Theorie und Anwendung des Pendelrückkopplungs-
empfängers**

VON DER
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
IN ZÜRICH

ZUR ERLANGUNG

DER WÜRDE EINES DOKTORS DER
TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

GENEHMIGTE

PROMOTIONSARBEIT

VORGELEGT VON

Bruno Rudolf Gloor

von Winterthur ZH und Dürrenäsch AG

Referent: Herr Prof. Dr. F. Tank

Korreferent: Herr Prof. Dr. M. Strutt

Zürich 1955

L. Speich, Reproduktionsanstalt, Brandschenkestr. 47/49

Erscheint als Mitteilung Nr. 22
aus dem Institut für Hochfrequenztechnik an der ETH
Herausgegeben von Herrn Prof. Dr. F. Tank

Verlag Leemann Zürich

Meiner lieben Frau .

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen.

- 1. Teil.** Zur allgemeinen Behandlung eines Schwingsystemes mit stetig veränderlichen Elementen. Der PRE bei stetiger Variation der Schaltelemente.
1. 1. Allgemeines.
 1. 2. Das allgemeine, nichtlineare Schwingsystem.
 1. 3. Das auf einen einzigen Schwingkreis reduzierte, nichtlineare System.
 1. 4. Die Bedeutung vorhandener Nichtlinearitäten für den PRE- Prozess.
 1. 5. Reduktion von nichtlin. Dgl. mit var. Koeff. auf lin. Dgl. mit var. Koeff.
 1. 6. Das linearisierte Schwingsystem.
 1. 61. Allgemeines zur linearisierten Differentialgleichung 2. Ordnung.
 1. 62. Die homogene Dgl. bei periodisch veränderlicher Invariante. Allgemeine Aussagen der Hill'schen Theorie.
 1. 63. Eine neue Näherungslösung für die homogene Dgl., gültig für beliebige Var. der Koeff. und ausserhalb der aperiod. Grenzdämpfung.
 1. 64. Die allgemeine Lösung der inhomogenen Schwingungs- Differentialgleichung für die stabilen Bereiche. Anhang I.
 1. 65. Versuche zur Näherungslösung der inhomogenen Schwingungsgleichung unter Umgehung der Spektralzerlegung. Anhang II.
 1. 66. Grundsätzliches zur Veruntreuung der Modulation und zu den modulationsbedingten Einschwingverzerrungen.
- 2. Teil.** Vertiefte Untersuchungen am Beispiele des Pendelrückkopplungsempfängers bei sprunghafter Variation der Schaltelemente.
2. 1. Allgemeines, Voraussetzungen und Begriffe.
 2. 2. Der sprunghaft entdämpfte PRE im inkohärenten Betriebe.
 2. 21. Lineares System (keine Begrenzung der Amplituden). Anhang III.
 2. 22. Der inkohärente PRE bei nichtlinearer Begrenzung der Amplituden. Vergleichende Betrachtungen.
 2. 23. Das Auftreten von Nebenresonanzstellen bei Inkohärenz. Diverses.
 2. 3. Der kohärente PRE im linearen Betriebe und bei idealer, nichtlinearer Amplitudenbegrenzung.
 2. 31. Grundsätzliches.
 2. 32. Der vollkommen lineare, kohärent eingestellte PRE.
 2. 33. Die stabilen Betriebszustände des kohärent eingestellten PRE bei steter, idealer Amplitudenbegrenzung. Entartungen 1. und 2. Art.
 2. 34. Die Uebergänge zwischen den kohärenten Formen stabiler, ideal begrenzter Schwingungen zu denjenigen unter vollkommen linearen Verhältnissen. Grundtypen der resultierenden Resonanzkurven. Entartungen 3. Art.
 2. 35. Die Einschwingverzerrungen der Fremdsignalmodulation bei kohärenten Schwingungszuständen mit nichtlinearer Amplitudenbegrenzung.
 2. 4. Die entarteten Schwingungszustände (submultiple Folgen) bei idealer Begrenzung, unmoduliertem Fremdsignale und sprunghafter Variation der Elemente.
 2. 41. Allgemeines. Anhang IV.
 2. 42. Die Entartungen 1. und 2. Art bei stets gesättigten Schwingungszügen.
 2. 43. Die Entartungen 3. Art. Uebergänge zu nicht begrenzten Schwingungszügen.
 2. 44. Die Organisation der Entartungszustände innerhalb der einzelnen Verstimmungsbezirke bei unmoduliertem Fremdsignale. Unmögliche Entartungszustände und ungeklärte Verhältnisse.
 2. 45. Die schädlichen Folgen der Entartungserscheinungen. Konsequenzen.
 2. 5. Die stationären, nicht entarteten, kohärenten Schwingungszustände eines PRE bei sprunghafter Variation der Elemente und unter den wirklichen, allgemein nichtlinearen Verhältnissen.
 2. 51. Allgemeines.
 2. 52. Die Abhängigkeit der Restspannung von der Anfangsspannung.
 2. 53. Der allgemeine Verstimmungswinkel.
 2. 54. Die Ermittlung der Ortskurven stationärer Zustände bei variabler Frequenz.

- 2.55. Die Stabilität der nichtentarteten, stationären Schwingzustände bei sehr geringen Störungen und unter den allgemeinen, nichtlinearen Verhältnissen.
- 2.56. Diskussion der Stabilität und des Resonanzverhaltens einiger für die praktischen Anwendungen bedeutungsvoller Restspannungsabhängigkeiten.
- 2.6. Die Entartungen zu submultiplen Schwingungszügen unter den allgemeinen, nichtlinearen Verhältnissen.
- 2.7. Diskussion und Konstruktionsvorschriften.
- 3. Teil.** Die experimentelle Ueberprüfung der Theorie.
 - 3.1. Erfordernisse und Voraussetzungen.
 - 3.2. Die prinzipielle Versuchsanordnung.
 - 3.3. Beispiele inkohärenter und kohärenter, nichtentarteter und entarteter Schwingungen.
 - 3.4. Prinzipielles Ergebnis der Versuche; Verallgemeinerung.
- 4. Teil.** Die Möglichkeiten der Verwertung gewisser Eindeutigkeitseigenschaften, insbesondere im Hinblick auf die Verwendung des PRE zum Empfang frequenz- und phasenmodulierter Signale.
 - 4.1. Die Eigenschaften der Schwingungszüge eines PRE und die Eindeutigkeit deren Zuordnung zu den Modulationszuständen des Fremdsignales.
 - 4.2. Das grundsätzliche Problem des Locking- Oscillators.
 - 4.3. Möglichkeiten der Ausnützung der Eindeutigkeitseigenschaften zum superregenerativen Empfang phasen- und frequenzmodulierter Signale.
 - 4.31. Allgemeines.
 - 4.32... 4.36. Erläuterung verschiedener Möglichkeiten.
 - 4.37. Die Verwendung der Schwingungen eines PRE zur quasiperiodischen Synchronisierung eines Hilfsoscillators, mit Beispielen.
 - 4.38. Die Rückgewinnung der Fremdsignalmodulation aus der Hilfsoscillatorschwingung, mit Beispielen.
 - 4.39. Die zur Abklärung der Verwertungsmöglichkeiten der Pendelsynchronisierung noch durchzuführenden Versuche.
- 5. Teil.** Versuchsapparatur. Probleme der Pendelrückkopplung bei hohen Frequenzen. Anwendungsmöglichkeiten, Verschiedenes.
 - 5.1. Die Versuchsapparatur.
 - 5.2. Die besonderen Voraussetzungen zur Anwendung des Pendelrückkopplungsprinzipes bei sehr hohen Frequenzen.
 - 5.21. Allgemeines.
 - 5.22. Das allgemeine Netzwerk eines Oscillators für hohe Frequenzen und die notwendigerweise weitgehende Vereinfachung desselben zum Zwecke der mathematischen Behandlung.
 - 5.3. Anwendungsmöglichkeiten des Pendelrückkopplungsprinzipes, Nebenerscheinungen und Verschiedenes.

Anhänge I... IV.

Literaturverzeichnis.

Zusammenfassung.

Studien über einkreisige Schwingungssysteme mit zeitlich veränderlichen Elementen.

Zur Theorie und Anwendung des Pendelrückkopplungsempfängers.

Einleitung.

Der Superregenerativ- oder Pendelrückkopplungsempfänger (PRE) zeichnet sich, bei sehr geringem schaltungstechnischem Aufwande, durch ausserordentlich hohe Verstärkungsgrade aus. Diese Eigenschaften verleihen ihm besonders günstige Voraussetzungen für Anwendungen auf flugtechnischem Gebiete, sei es nun im Bereiche der Nachrichtenübermittlung, der Bildübertragung oder der Navigation. Raum- und Gewichtersparnis, verbunden mit genügender Empfindlichkeit und Betriebssicherheit der Apparate, gehören hier zu den ersten Erfordernissen.

Seit dem Erscheinen der grundlegenden Arbeit von Armstrong im Jahre 1922 (¹*)¹), sowie den fast gleichzeitig veröffentlichten Arbeiten von Flewelling (²)²), sind dem Pendelrückkopplungsprinzip sehr viele Untersuchungen gewidmet worden. Darunter sei besonders hervorgehoben das zusammenfassende und dem Konstrukteur unentbehrliche Buch "Supergenerative Receivers" von J.R.Whitehead (³)³). Diesem liegen die bei der Entwicklung derartiger Geräte zuhanden der englischen Luftwaffe wohl z.T. mühsam erworbenen Erfahrungen zugrunde. In mancher Hinsicht sei fortan oft auf dieses Werk verwiesen.

Namentlich auch hinsichtlich der Fragen der Stabilität schliesst aber das Pendelrückkopplungsverfahren noch viele ungelöste Probleme in sich, was sich auf die praktische Anwendung hemmend auswirkte. Daher ist die nachstehende Arbeit als eine der durch die Studien-Kommission für Luftfahrt (SKL) geförderten Untersuchungen dem Wunsche entsprungen, verschiedene Unzulänglichkeiten des Pendelrückkopplungsempfängers im Hinblick auf dessen Verwendungsmöglichkeiten in grundsätzlicher Weise abzuklären. Unsere Studien galten deshalb vorwiegend

- a) dem Aufsuchen allfälliger, durch unvermeidliche Instabilitäten der Betriebsspannungen, der Frequenzen und der Schaltelemente ausgelöster Störeinflüsse, sowie
- b) der Suche nach Möglichkeiten der Verwendung des Pendelrückkopplungsempfängers zum Empfang frequenz- oder phasenmodulierter Signale.

Die dabei erhaltenen Resultate bilden die Grundlage für spätere Untersuchungen über die speziellen Anwendungsverhältnisse bei höchsten Trägerfrequenzen (Mikrowellen).

Da eine Behandlung derartiger Problemstellungen ohne Wissen um die physikalische Natur der auftretenden Vorgänge kaum auf verständnismässiger Grundlage möglich ist, so wurde die experimentelle Ueberprüfung der oft qualitativen Ueberlegungen vorerst in einem Frequenzgebiete durchgeführt, in welchem ein sicheres Beobachten und Messen keinen unabsehbaren Schwierigkeiten begegnet. Bei genügender Kenntnis über das Verhalten der für hohe Frequenzen gebauten Schwingungskreise und Röhren dürften hernach die richtigen Schlussfolgerungen gezogen werden können.

*) siehe Literaturverzeichnis am Schlusse der Arbeit.

Ein PRE verkörpert ein sehr allgemeines Beispiel eines Schwingungssystems mit gesteuerten Schaltelementen und mit gemischter äusserer Erregung. In der mathematischen Ausdruckweise führt dies auf ein System von inhomogenen, teilweise nichtlinearen Differentialgleichungen meist höherer als zweiter Ordnung, wobei mindestens einige der Koeffizienten in unter sich synchroner oder nichtsynchrone Weise von der Zeit, aber auch oftmals in stark nichtlinearer Art von den gesuchten Schwingungsgrössen selbst abhängen. Es ist kaum zu erwarten, dass ein derartiges Problem mit den heutzutage zur Verfügung stehenden Mitteln in allgemeiner und zugleich exakter Weise gelöst werden kann. Angesichts der bei den hohen Frequenzen wirksam werdenden parasitären Schaltelemente kommt es vielmehr darauf an, das Wesentliche zu erkennen und in diskutierbare Formen zu bringen.

Physikalisch müssen Anordnungen des vorliegenden Charakters durch die Möglichkeiten des Auftretens von Synchronisationen stationärer oder instationärer Art, nichtlinear gestörter und begrenzter Mitnahmeeffekte auf Grund einer parametrischen Erregung, sowie von Zieherscheinungen ausgezeichnet sein. In früheren Untersuchungen wurden sozusagen ausschliesslich lediglich die zeitlichen Verläufe der Amplituden zeitvariabler Schwingungssysteme aufgesucht. Als mindestens ebenso wesentlich erweist sich aber das Wissen um die zeitlichen Variationen der Phasen. Diese sind deshalb vornehmlich Gegenstand unserer Studien gewesen, welche letztere denn auch auf verschiedene, u. W. bisher nicht bekannte Erscheinungen geführt haben (vgl. z. B. die Ziff. 2. 4 und 2. 6). Dabei liess sich gleichzeitig wenigstens zum Teil ersehen, welche Vorgänge ursächlicherweise auf rein linearen Beziehungen beruhen und daher durch die unvermeidlichen nichtlinearen Beeinflussungen lediglich in ihrem Wesen modifiziert, mitunter jedoch auch ausgelöscht werden können.

Weiterhin wurde untersucht, inwieweit die Kenngrössen der resultierenden Schwingungen (Amplitude, Frequenz und Phase) denjenigen des modulierten Fremdsignales eindeutig zugeordnet sind; denn nur bei derartigen Abhängigkeiten lassen sich Rückschlüsse auf die gesuchten Modulationsfunktionen ziehen. Eine systematische Sichtung aller verwertbaren Beziehungen führt dann von selbst zu verbindlichen Schlussfolgerungen bezüglich der Anwendbarkeit herkömmlicher Modulationsverfahren.

Zur mathematischen Erhärtung der diesbezüglichen Ueberlegungen wurde ein im vorliegenden Falle sehr rasch konvergierendes Näherungsverfahren für die Lösung einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit variablen Koeffizienten entwickelt, welches die strengen Zusammenhänge zwischen Amplituden und Phasen dem Wesen nach in Erscheinung treten lässt (vgl. Ziff. 1. 63). Für den Mathematiker eröffnet sich dabei ein dankbares Feld der Betätigung in der Mithilfe beim Aufsuchen geeigneter Berechnungsmethoden, damit innerhalb eines weiten Bereiches technischer Problemstellungen übersichtliche und quantitative Antworten erteilt werden können.

Zwecks experimenteller Ueberprüfung der Anschauungen wurde ein Verfahren geschaffen, welches den phasenmässigen Vergleich irgendwelcher Schwingungen nicht zu hoher Frequenz innerhalb des Oscillographenbildes selbst gestattet.

Teile der vorliegenden Arbeit sind bereits im Jahre 1947 entstanden. Die experimentelle Kontrolle eindeutiger Phasenbeziehungen konnte damals nur durch mühsames Aufsuchen der Spektren an sich oft recht instabiler Schwingungen vorgenommen werden, wobei mir Herr

Alexander Morton, Lecturer am Paisley Technical College in Schottland, damals beurlaubter Assistent der Technischen Hochschule zu Glasgow, in freundschaftlichster Art behilflich war.

Die Gliederung des Stoffes ist aus dem Inhaltsverzeichnis zu ersehen. Während in einem mathematischen ersten Teile die linearen Verhältnisse durch fortgesetzte Spezialisierung aus den allgemein nichtlinearen herausgearbeitet werden, liegt den weiteren Ausführungen eine gegenläufige Entwicklung zugrunde.

Mit Rücksicht auf die Leser anderer Fachrichtungen wurden verschiedentlich erklärende Hinweise in den an sich bereits ausführlichen Begleittext aufgenommen. Zur Erzielung eines genügenden Farbtiefenunterschiedes beim Drucke mussten die Phasenlinien innerhalb der Oscillogrammphotographien einer zusätzlichen Retouche unterworfen werden.

In Abänderung der SEV-Regeln wurden folgende Zeichen eingeführt:

- $\bar{u}(t)$ Mittelwert einer Funktion,
- $\bar{\bar{u}}(t)$ Komplexe Funktion,
- $\bar{u}^*(t)$ Konjugiert komplexe Funktion

Die Buchstabensymbole dienen im allgemeinen zur Bezeichnung verschiedener physikalischer Grössen oder mathematischer Funktionen. Die jeweilige Bedeutung ist aus dem Texte ersichtlich.

- A Div. Hilfsfunktionen, Kettenmatrix der Fehlerfortpflanzung, Amplitudenfunktion der PRE-Schwingung.
- B Div. Hilfsfunktionen.
- C Kapazität, Konstanten.
- D $= d(\)/dt$ als Operator, Durchgriff einer Elektronenröhre.
- F Ersatzmässige Fremderregungen.
- G Leitwert, Hilfsfunktionen.
- H Hilfsfunktionen. τ
- I $\bar{I} = \bar{\kappa}_\Delta \cdot \tau$, $I^* = \int \kappa_\Delta^* \cdot dx$.
- J Div. gemäss den Gl. (1.6/90) und (1.6/92) im Anhang I.
- K Konstante Eigenfrequenz bei ungestörtem System.
- L Induktivität, Lagrange'sches Polynom zur Kettenmatrix der Fehlerfortpflanzung.
- M Amplitudenfunktion des erregenden Fremdsignales, Hilfsfunktionen.
- N Hilfsfunktionen.
- P Pendelfrequent variable Funktionen, Hilfsfunktionen.
- Q Kreisgüte, Hilfsfunktionen.
- R Hilfsfunktionen.
- S Erregendes Fremdsignal (allgemeine Darstellung der Störfunktion der Diff.gl.).
- T Periodendauer.

- a Koeff., geometrischer Abstand in Kap. 2.5, Elemente der A-Matrix.
- b Koeff., $b = \partial u_r / \partial u_0' = \operatorname{tg} \beta$, Hilfsfunktionen.
- c Faktoren, Integrationskonstanten.
- e Elektromotorische Kraft.
- f Lösung der Hill'schen Gleichung, Hilfsfunktion, $f = \dot{S}(t)/S(t)$ als ersatzmässige Erregung.
- g Steilheit, Lösung der Hill'schen Gleichung, Hilfsfunktion, Verstärkung, $g = G/G$.
- h Verhältnis der Kreisgüten Q_d und Q_a .
- i Strom.
- j Ordnungszahl, $\sqrt{-1}$.
- k Faktor, Parameter, Restspannungsfaktor $k = \vec{u}_r / \vec{u}_0'$, $k = \operatorname{tg} \alpha$.
- l Hilfsexponent, Ordnungszahl.
- m Exponent, Faktor, Ordnungszahl, Modulationsgrad, relative Oberwellenamplitude.
- n Exponent, Ordnungszahl.
- p Kreisfrequenz der pendelfrequenten Variationen, Hilfsfunktion, Verstimmungsparam.

q	Störspannungsverhältnis, Ordnungszahl.
r	Koeffizientenfunktion bei nichtlin. Entwicklung, Dämpfungsfunktion.
s	Störvektor der Schwingungsspannung.
t	Zeit.
u	Spannung, div. Hilfsvariablen.
v	Diverse Hilfsvariablen, Verstimmung.
w	Diverse Hilfsvariablen, Ordnungszahl.
x	Zeitvariable.
y	Allg. Lösung der Schwingungsdifferentialgleichung.
z	Allg. Lösung der Normalform der linearen Diff.gl. 2. Ordnung, Zeitvariable, Impedanz.
α	Parameter in Abb. 1.6 - 7, Phasenwinkel zwischen \vec{u}_r und \vec{u}_0 , $\text{tg } \alpha = k$, Periodischer Anteil der korrigierten Dämpfungsfunktion.
β	Phasenwinkel zwischen \vec{u}_0 und \vec{u}_0' , $\text{tg } \beta = b$.
γ	$= \int_0^t \kappa_{\Delta}^* \cdot d\tau$.
δ	Amplitudenkorrektur, Störung des Vektorbetrages.
Δ	Frequenzkorrektur zu $\kappa(t)$, $\Delta^* =$ Frequenzkorrektur zu $\phi(t)$.
ϵ	Relative Variation der Mathieu'schen Funktionen, Phasenstörung des Vektors, $\epsilon = \bar{\kappa}_{\Delta} \cdot t$.
ϵ^*	Konstante.
η	Ueberhöhungsfunktion der inkohärenten PRE-Resonanzkurve.
Θ	Ersatzmässige Eigenfrequenz, allgemeine Phasenfunktion.
ϑ	Verstimmungswinkel $= \int_{t_0}^{t_0 + 2\pi/p} (\omega_0 - \omega) \cdot d\tau$.
κ	Unkorrigierte Eigenfrequenz eines zeitveränderlichen Systems, Ordnungszahl.
κ_{Δ}	$= \kappa + \Delta$ korrigierte Eigenfrequenz eines zeitveränderlichen Systems.
κ_{Δ}^*	$= \phi + \Delta^* \equiv \kappa_{\Delta}$ korrigierte Eigenfrequenz der Normalform eines linearen, einkreisigen, zeitveränderlichen Systemes.
λ	Ordnungszahl, Hilfsfrequenz.
μ	Charakteristischer Exponent der Lösung der Hill'schen Gleichung, Lösung der charakteristischen Gleichung der Kettenmatrix der Fehlerfortpflanzung, Verstärkungsfaktor einer Elektronenröhre.
ν	Ordnungszahl, Hilfsexponent.
ξ	$= u_0 / u_0'$.
ϱ	Ersatzmässige Dämpfung.
σ	Faktor in der Floquet'schen Lösung der Hill'schen Gleichung, Phasenstörung, Hilfsphase.
σ_s	Synchronisierwinkel.
τ	Zeitvariable
Φ	Hilfsfunktion, Invariante der linearen Diff.gl. zweiter Ordnung, Korrekturfunkt.
φ, χ	Phasenwinkel.
ψ	Phasenwinkel des Vektorsprunges von \vec{u}_r nach \vec{u}_0' , Phasenfunktion der PRE-Schwing.
Ω	Allgemeine Hilfsfrequenz.
ω	Frequenz der Fremderregung (Störfunktion).

Symbole

- ω_0 Unkorrigierte Resonanzfrequenz bei zeitlich veränderlichen Elementen,
Eigenfrequenz bei unveränderlichen Elementen.
- ω_T Resonanzfrequenz bei unveränderlichen Elementen.

Einige Indizes.

a	Anode, Anfachung.	h	Homogen.
ä	Aeusseres.	i	Inneres, Stromersatzschema.
c	cosinus.	k	Kathode.
d	Dämpfung.	p	Pendelspannung, partikuläres Integral.
e	Eingangs- (Steuersignal).	r	Restspannung, Resonanz.
f	Fremdsignal.	s	sinus, Sättigung, Synchronisation.
g	Gitter.	u	Spannungsersatzschema.

Diverse Buchstaben als Indizes und Ordnungszahlen gemäss Textangaben.

Abkürzungen.

- PRE Pendelrückkopplungsempfänger.
HO Hilfsoscillator.

1. Teil. Zur allgemeinen Behandlung eines Schwingsystemes mit stetig veränderlichen Elementen.

Der Pendelrückkopplungsempfänger bei stetiger Variation der Schaltelemente.

1. 1. Allgemeines.

====

=====

Im Nachstehenden wird auf die Behandlung der umfangreichen nichtlinearen Probleme lediglich nach Massgabe des zum Verständnis der Zusammenhänge Unerlässlichen eingegangen. Die einer Diskussion zugänglichen Spezialfälle werden dabei durch fortgesetzte Reduktion einer allgemeinen Anordnung herausgearbeitet. Die jeweils gültigen Voraussetzungen sind, soweit notwendig, den diesbezüglichen Ausführungen vorangestellt.

Den Betrachtungen über den PRE sind lediglich elektronische Steuerorgane zugrunde gelegt worden. An sich ist es aber gleichgültig, ob die in der Art der nachfolgenden Studien liegenden Untersuchungen unter Wahl einander entsprechender Verhältnisse an elektrischen oder hydrodynamischen Schwingsystemen, bezw. an Verbrennungskraftmaschinen usw. durchgeführt werden. Alle diese Systeme zeichnen sich ja dank des Vorhandenseins einer besonderen Steuerung durch ihre Schwingungsfähigkeit und damit durch ihr Vermögen aus, potentielle Energie in eine irgendwelche Bewegung umzusetzen.

Nebst der Möglichkeit einer unmittelbaren praktischen Anwendung liegt der grosse Vorteil elektrischer Modelle vor allem im Umstande begründet, dass auch komplizierteste Gebilde in kurzer Zeit aufgebaut und in verhältnismässig einfacher und übersichtlicher Weise ausserordentlich genau ausgemessen werden können. Deshalb kann es sich oft lohnen, nicht oder nur teilweise elektrotechnische Probleme anhand eines äquivalenten, rein elektrischen Systemes zu untersuchen. Die Transformationen wesensgleicher Vorgänge können anhand der voraussetzungsgemässen Existenzbedingung charaktergleicher Differentialgleichungen ersehen werden.

Eine Anwendungsmöglichkeit der Resultate der vorliegenden Arbeit auf nichtelektrische Schwingsysteme setzt daher den Vergleich der jeweiligen Differentialgleichungen, sowie das Aufsuchen sich entsprechender Systemparameter voraus.

1. 2. Das allgemeine, nichtlineare Schwingsystem.

====

=====

1. 21. Allgemeine Voraussetzungen und Erläuterungen.

Gemäss den Ausführungen in den Ziff. 1. 22 und 5. 22 besteht ein elektrisches Schwingsystem im allgemeinen aus einer Vielzahl von Schaltelementen, welche durch Kopplungen verschiedener Art zu einem Netzwerke vereinigt werden. Dabei zeichnen sich die passiven Elemente durch eine gewisse Speicherfähigkeit für magnetische (Induktivitäten) oder elektrostatische (Kapazitäten) Feldenergie aus. Sie sind stets verlustbehaftet.

Als aktive Elemente dienen im vorliegenden Falle Elektronenröhren, welche als steuerbare Strom- oder Spannungsquellen anzusehen sind. Die Steuerleistungen sind im allgemeinen gering, und die verwertbaren Energien werden durch eine Gleichstromquelle (potentielles Ener-

giereservoir) geliefert. Die wesentlichen Energiespeicher bestimmen in ihrer Gesamtheit ein Hauptsystem und damit auch die gewünschten Schwingfrequenzen. Die übrigen Elemente werden daneben als parasitär betrachtet. Anzahl und Anordnung der Schaltelemente bestimmen die Anzahl und die Ordnungen der das Schwingsystem beschreibenden Differentialgleichungen. Besteht das Hauptsystem aus unter sich gekoppelten Schwingungskreisen, so geben diese zu anfänglicher Erregung mehrerer Eigenschwingungen, sowie zu Zieheffekten Anlass. Für die eingehendere Behandlung des PRE soll deshalb anfänglich lediglich ein aus einem Schwingungskreise (Induktivität, Kapazität und Verlustwiderstände) bestehendes System vorausgesetzt werden.

Die zeitliche Variation von Schaltelementen liegt im Wesen des Pendelrückkopplungsprinzipes. Als steuerbare Organe dienen hauptsächlich Elektronenröhren, da in irgendwelcher Weise veränderliche passive Elemente ausgeschlossen werden sollen. Die Allgemeinheit der Betrachtungen wird dadurch kaum verletzt. Durch die Aenderungen der Stromdichten zwischen den Elektroden der Elektronenröhren verändern sich alle scheinbaren inneren Leitwerte. Die gleichzeitige Variation der Strommittelwerte kann äusserst unerwünschte Ausgleichsschwingungen zur Folge haben (Ziff. 2. 217).

Eine Variation der Schaltelemente kann u. U. mit einem Energietransporte in das Schwingsystem hinein verbunden sein. Dabei können in Analogie zu den (linearen) Hill'schen Erregungen (Ziff. 1. 622) Entdämpfungen des Systemes unter Mitnahmeerscheinungen der Schwingfrequenz zustandekommen.

Enthält ein System nichtlineare Elemente (z. B. eisenhaltige Induktivitäten, Kapazitäten mit nichtlinearem Dielektrikum, nichtlineare Widerstände wie Glühlampen und Elektronenröhren), so können die einzelnen Schwingungsanteile nicht mehr superponiert werden. An Nichtlinearitäten gebunden sind die Erscheinungen der Modulation (Herstellung neuer, selbständiger Schwingungsanteile ansonst nicht vorhandener Frequenzen), der Synchronisation^(4..7), des "Umspringens" einsetzender Eigenschwingungen, der Kippschwingungen, der Vernichtung aller gleichzeitig erregten Eigenschwingungen bis auf eine⁽⁸⁾, sowie der schlussendlichen Stabilisierung erregter Schwingungen nach Amplitude und Frequenz. Ueber nichtlineare Mechanik bei konstanten Elementen besteht eine angesichts der Schwierigkeiten sehr umfangreiche Literatur (z. B. ^{9.} 18).

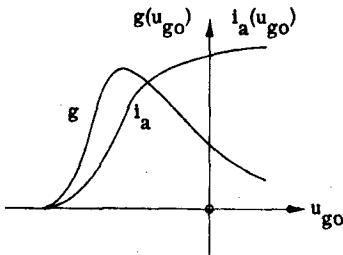


Abb. 1. 2 - la .

Die nichtlineare Abhängigkeit der Steilheit g und des Gleichstromes i_a von der Gittervorspannung u_{go} .

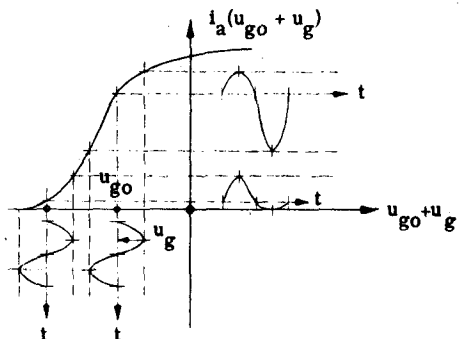


Abb. 1. 2 - lb .

Die von der Vorspannung abhängige Form der nichtlinearen Röhrenkennlinie $i_a = f(u_g)$.

Die zu verändernden Schaltelemente stehen im allgemeinen in einer nichtlinearen Abhängigkeit zu den hiezu zu beeinflussenden Größen. Als Beispiel seien die nichtlinearen Zusammenhänge zwischen der Steilheit bzw. der Eingangsimpedanz einer Triode einerseits und deren Gittervorspannung andererseits angeführt (Abb. 1. 2- 1a bzw. Ziff. 5. 21). Dieser Tatsache muss durch Einführung entsprechender Koeffizientenvariationen in die beschreibenden Differentialgleichungen Rechnung getragen werden.

Normalerweise wird mit der Variation der Schaltelemente der Charakter der Steuerfunktion ($i_a = f(u_g)$ in Abb. 1. 2- 1b) ebenfalls verändert. Die damit schwankende Form der nichtlinearen Abhängigkeit kann nur durch die Einführung individueller Zeitfunktionen als Koeffizienten der einzelnen, die Kennlinie beschreibenden Glieder ausgedrückt werden.

1. 22. Allgemeine Erklärung des Prinzipes der Pendelrückkopplung. Begriffe.

1. 221. Allgemeines zu einem nichtlinearen, rückgekoppelten Verstärker.

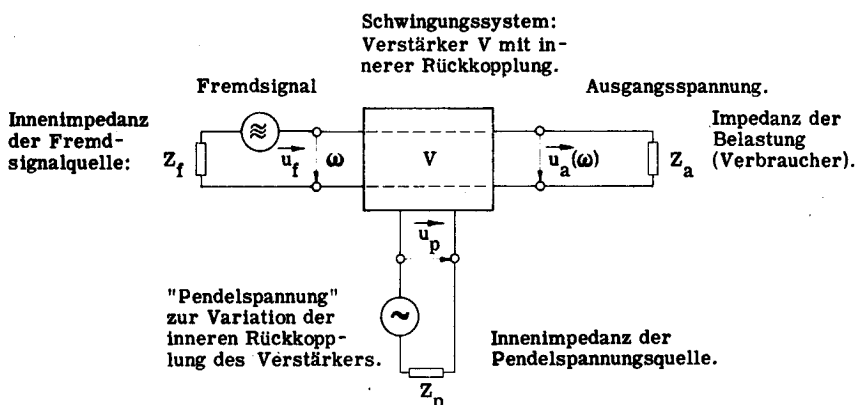


Abb. 1. 2 - 2. Der prinzipielle Aufbau eines Pendelrückkopplungsempfängers.

In der vorstehenden Abb. 1. 2 - 2 enthalte das schematisch wiedergegebene Gehäuse V eine beliebige Verstärkeranordnung. Durch eine innere Rückkopplung werde diese zu einem allgemeinen, nichtlinearen, schwingungsfähigen Systeme ergänzt. Das Rückkopplungsnetzwerk ist ein Bestandteil des Systemnetzwerkes und kann mittels einer Hilfsspannung, der sog. Pendelspannung \vec{u}_p , verändert werden. Für einen jeden Zustand der Rückkopplung ergeben sich damit ganz bestimmte Abhängigkeiten (Uebertragungsfunktionen) der Amplitude und der Phase der Ausgangsspannung \vec{u}_a von der Amplitude und der Frequenz ω der am Eingange des Verstärkers liegenden Fremdspannung \vec{u}_f . Je selektiver die Uebertragungseigenschaften, umso ausgeprägter treten bei einer Aenderung der Fremdfrequenz ω die sog. Resonanzstellen in Erscheinung. Durch die Rückkopplung wird ein Teil der Ausgangsspannung an den Eingang zurückgeführt. Wird hierdurch die Wirkung der angelegten Fremdspannung unterstützt, so liegt eine Mitkopplung, andernfalls eine Gegenkopplung vor. Ueber rückgekoppelte Verstärker besteht eine umfangreiche Literatur.

Bei konstantem Fremdsignale u_f und unterkritischer Rückkopplung nehmen sämtliche Ströme und Spannungen stationäre, erzwungene Werte an. Da sich das System in diesem Falle nicht selbst erregen kann, ist es auch bei Fortfall jeglicher Nichtlinearitäten stabil.

Wird nun die Rückkopplung allmählich derart verstärkt, dass sie einen von der Fremdfrequenz ω abhängigen kritischen Wert überschreitet, so wird dem Eingange des Verstärkers mehr Energie zugeführt, als zur Aufrechterhaltung einer stationären Ausgangsspannung unter Deckung aller Verluste erforderlich wäre. Die überschüssige Energie wird deshalb den Speichern übergeben, und das System erregt sich selbst. Der rückgekoppelte Verstärker wird zum Generator. Die anwachsenden Schwingungen können nur durch die in physikalischen Systemen stets wirksamen Nichtlinearitäten auf einen wiederum stationären Wert begrenzt werden. Das vorher instabile System wird auf diese Weise wiederum stabilisiert.

In mehrkreisigen Schwingungssystemen können sich zu Beginn des Anschwingens alle jene Eigenfrequenzen gleichzeitig erregen, für welche durch das eingestellte Mass der Rückkopplung die erforderlichen Schwingbedingungen erfüllt sind (überkritische Rückkopplung). Schlussendlich werden aber alle bis auf eine unterdrückt. Das vorhandene Fremdsignal kann auf Grund der Nichtlinearitäten die Auswahl der bevorzugten Eigenschwingung beeinflussen. Ebenso können sich bei Variationen irgendwelcher Parameter "sprunghafte" Uebergänge von der einen zu einer anderen der möglichen Eigenfrequenzen des Systemes ergeben (Zieherscheinungen).

Liegt ein rationales Vielfaches der Frequenz des Fremdsignales innerhalb eines beschränkten Nachbarbereiches der Frequenz der angefachten Eigenschwingung, so kann diese letztere unter Umständen synchronisiert werden (^{4.7}). Ausserhalb dieser Zonen treten Schwebungen auf, welche auf Grund der nichtlinearen Schwingbedingungen nebst Schwankungen der Amplitude der Eigenschwingung auch solche deren Frequenz bewirken.

Zusammenfassung.

Bei geringer Aussteuerung des Systemes sind folgende Fälle zu unterscheiden:

a) Unterkritische Rückkopplung.

Der rückgekoppelte Verstärker kann sich nicht selbst erregen. Er ist auch bei linearem Verhalten stabil. Bei periodischer Erregung liegen im stationären Falle nur erzwungene Schwingungen vor. Das System verbraucht Energie. Allfällige freie Schwingungen klingen somit ab.

b) Ueberkritische Rückkopplung.

Das System erregt sich selbst. Während des Anschwingens ist es instabil. Erst die Einwirkung begrenzender Nichtlinearitäten führt einen stabilen Zustand herbei. Während des Anschwingens erzeugt das System aus potentieller Energie überschüssige Schwingungsenergie. Im stabilen, stationären Zustande herrscht Energiegleichgewicht (stabiler Generator). Die freien Schwingungen werden durch das Fremdsignal entweder synchronisiert oder gestört.

Die Nichtlinearitäten können aufgeteilt werden in solche, welche während des An- und Abschwingens wirksam sind und solche, welche eine "Begrenzung" oder "Sättigung" der selbst-erregten Schwingung bewirken und den Generator damit stabilisieren. Ueber die Auswirkungen der Nichtlinearitäten beim PRE siehe Ziff. 1. 4.

1. 222. Die prinzipielle Wirkungsweise eines Pendelrückkopplungsempfängers. Begriffe.

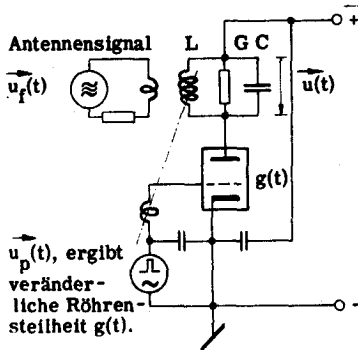


Abb. 1. 2-3.

Beispiel eines einfachen
Pendelrückkopplungsempfängers.

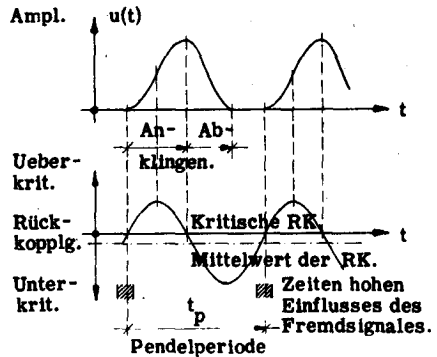


Abb. 1. 2-4.

Prinzipielle Abhängigkeit der Schwin-
gungsamplitude von der Rückkopplung.

In Abb. 1. 2-3 ist ein konkretes Beispiel eines Schwingensystemes wiedergegeben. Ueber die mit der "Pendelspannung" $\vec{u}_p(t)$ variierende Röhrensteilheit (Abb. 1. 1-1a) kann das Mass der induktiven Rückkopplung verändert werden. Das Fremdsignal (Antennensignal) sei durch die Spannungsquelle $\vec{u}_f(t)$ dargestellt.

Vorerst sei die Rückkopplung stark unterkritisch und konstant. Als Spannung $\vec{u}_a(t)$ am Schwingungskreise tritt daher nur eine geringe, durch das Fremdsignal erzeugene auf. Nun werde die Rückkopplung gemäss der Darstellung in Abb. 1. 2-4 zunehmend verstärkt und damit gegen die kritische Grenze hin verändert. Die Amplitude der erzwungenen Schwingung kann dabei vornehmlich aus zwei Gründen nicht zu beliebigen Werten anwachsen :

1. würden hohe Amplituden durch die in jedem physikalischen System vorhandenen Nicht-linearitäten begrenzt, und
2. vermag das System den Rückkopplungsänderungen nicht trägheitslos zu folgen.

Gerade in dieser zweiten Ursache liegt das Wesen der PRE begründet. Jedem Betrage einer unterkritischen Rückkopplung entspricht bei festbleibender Erregung ein ganz bestimmter Energiezustand des Schwingensystemes. Dieser wird durch den stationären Wert der erzwungenen Schwingungen, also der Energieinhalte der Speicher, ausgedrückt. Eine Aenderung der Rückkopplung kommt daher stets einer Aenderung des energetischen Fassungsvermögens des Systemes gleich. Um deshalb ein stationär schwingendes System durch Rückkopplungsänderung in einen neuen stationären Zustand überführen zu können, muss den Quellen (Fremdspannungs-, Pendelspannungs- und potentielle Energiequelle) der Energieunterschied entnommen oder zugeführt werden. Ein Energietransport innert bestimmter Zeit entspricht einem Leistungsaufwande. Da die in Frage stehenden Reservoirs kein unendliches Fassungs-

vermögen aufweisen und damit auch nicht in unendlichem Masse leistungsfähig sind, so kann ein Uebergang zwischen zwei verschiedenen stationären Zuständen des Systemes nur allmählich erfolgen. Die Energiependelungen (Schwingungen) werden sich dabei stetig ändern.

Die Uebergangsfunktionen für die gewählten Schwingungsgrößen (Feldenergien, Magnetischer Fluss, Ladung des Kondensators, Ströme, Spannungen usw.) können in anschaulicher Weise dargestellt werden als Ueberlagerung der entsprechenden neuen stationären Schwingung mit einer Ausgleichsschwingung. Diese letztere hat in mathematischem Sinne für die Befriedigung der beidseitigen Randbedingungen zu sorgen. Da sie damit bei linearen Systemen der homogenen Lösung der zugeordneten Differentialgleichung entspricht, trägt sie den Charakter einer freien Eigenschwingung des Systemes mit flüchtiger Amplitude. Grundsätzlich gilt:

- * Bei unterkritischer Rückkopplung (entsprechend positiver Systemdämpfung)
- * klingen die Ausgleichsschwingungen ab, so dass sie nach langer Zeit in den
- * neuen stationären Zustand überleiten;
- * bei überkritischer Rückkopplung (entsprechend negativer Systemdämpfung) werden
- * die freien Schwingungen angefacht.

Der Verlauf der Systemsschwingungen weicht bei einer Aenderung der Rückkopplung umso mehr von den stationären, erzwungenen Werten ab, je schneller die Variation erfolgt und je mehr sich der Zustand dem kritischen Werte nähert. Denn in der Nähe des grösstmöglichen Energieaufnahmevermögens wird durch einen noch so geringen Aenderungsbetrag der Rückkopplung eine sehr bedeutende Differenz der stationären energetischen Werte bedingt. Wird die Rückkopplung nach erfolgter Aenderung auf einem unterkritischen Werte belassen, so geht das System mit zunehmender Ausdämpfung der Ausgleichsschwingungen in den neuen stationären Zustand über.

Bei zunehmender Rückkopplung werden die freien Ausgleichsschwingungen nach dem Ueberschreiten des kritischen Wertes umso heftiger angefacht, je mehr Energie in den Steuerkreis zurückgeliefert werden kann. Damit ergibt sich im Wesentlichen der in der Abb. 1. 2-4 ange deutete Verlauf der Schwingungsamplituden. Der steilste Anstieg liegt ungefähr über der Stelle maximaler Rückkopplung, das Maximum der erreichbaren Amplitude hingegen in der Umgebung des Zeitmomentes der beginnenden neuerlichen Bedämpfung. Hernach klingen die freien Schwingungen wiederum ab, und zwar am raschesten zum Zeitpunkte der unterkritischen Rückkopplung.

In jedem vernünftig gebauten PRE überwiegen die Amplituden der freien Schwingungen jene der bei unterkritischer Rückkopplung erzwungenen Schwingungen um etliche Größenordnungen. Somit werden bei einer stetigen Aenderung die Enveloppen der Schwingungszüge, grob gesehen, den Charakter einer Glockenkurve aufweisen.

Die Bezeichnung "Pendelrückkopplung" ergibt sich fast zwangsläufig aus dem geschilderten Arbeitsprozess (Französisch: Superréaction; englisch: Superregeneration).

Die angefachten Schwingungen können in verschiedener Weise ausgewertet werden. In linearen Systemen ist die jeweils höchste Amplitude in linearer Weise von der Stärke des Fremdsignales abhängig. Damit kann eine reine Amplitudenmodulation der Erregung, sofern sie relativ langsame Wechsel bedingt, in eindeutiger Art zurückgewonnen werden.

Der Einfluss des Fremdsignales beschränkt sich auf kurze Zeitintervalle in den Umgebungen der kritischen Rückkopplung (Abb. 1. 2-4). Für die getreue Uebertragung einer reinen Amplitudenmodulation des erregenden Signales ist es somit erforderlich, dass die Pendelfrequenz mindestens das Doppelte der höchsten Modulationsfrequenz beträgt. Andererseits bedingen hohe Verstärkung und gute Selektivität der Anordnung, dass dieser Wert nicht wesentlich überschritten wird.

Nach ihrem Charakter werden die Schwingungszüge erstmalig wie folgt unterschieden.

Gesättigte Schwingungen : Die Amplituden werden nichtlinear begrenzt.

Ungesättigte Schwingungen : Die Amplituden werden nicht begrenzt.

Kohärente Schwingungen : In den Zeitmomenten der beginnenden Anfachungen treten zu den vornehmlich erzwungenen Schwingungen noch Reste der nicht völlig abgeklungenen, vorhergehenden Schwingungen hinzu.

Inkohärente Schwingungen : Die freien Schwingungen klingen vor der Wiederanfachtung "völlig" ab.

Diese Verhältnisse sind in Abb. 1. 2-5 schematisch dargestellt.

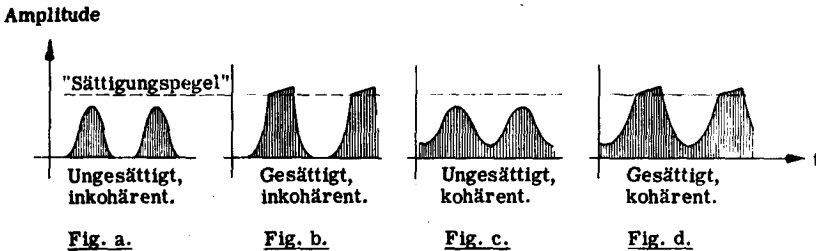


Abb. 1. 2-5. Die wesentlichen Schwingungsformen eines PRE bei stetiger Aenderung der Elemente und fremder Pendelspannungsquelle.

Wie sich aus späteren Ausführungen ergeben wird, bestehen die Ausdrucksweisen "Kohärent" und "Inkohärent" nur sehr bedingt zu Recht (vgl. die Bemerkungen in Ziff. 2. 212-2).

Als Verstärkung des PRE wird das Verhältnis einer Kenngröße des Demodulationsproduktes (meist die max. Amplitude) zur Amplitude des erregenden Fremdsignales bezeichnet.

Demodulierend wirkt die nichtlineare Charakteristik der Elektronenröhre, doch sind dem eigentlichen Schwingungssystem nachgeschaltete Demodulationsanordnungen unbedingt vorzuziehen.

Die Empfindlichkeit eines PRE bestimmt die zu einer störungsarmen Verarbeitung erforderliche Mindestenergie des Fremdsignales. Als Störungen treten vornehmlich die spontanen Stromschwankungen in den Röhren und Schaltelementen ("Rauschen"), sowie äussere (meist atmosphärische) Einflüsse in Erscheinung.

Sehr einfache Anordnungen ergeben sich insbesondere, wenn durch Einfügen geeigneter Schaltelemente in das hochfrequente Schwingsystem (Kondensator-Widerstandskombinationen oder pendelfrequente Rückkopplungsglieder) eine selbständige pendelfrequente Aenderung der Schwingbedingungen ermöglicht wird. Derartige Schwingsysteme (engl.: Self-Quenching su-

perreg. receivers) sind jedoch einer mathematischen Behandlung noch weniger zugänglich, da die pendelfrequenten Funktionen in hohem Masse von den hochfrequenten Vorgängen abhängig sind. So ändern sich Stärke und Frequenz der Rückkopplungsvariationen meist in empfindlicher Weise mit der Amplitude, deren Verstimmung und damit der Modulation des Fremdsignales.

Im Verlaufe dieser Arbeit wird auf diese verbreitete Empfängertype lediglich in Ziff. 2. 56 kurz eingetreten (Beispiel mit fallender Inversion der Restspannungscharakteristik). Im Uebrigen sei auf die zahlreichen Bauanleitungen, insbesondere aber auf die schöne Näherungslösung im zitierten Buche von J.R.Whitehead³⁾ verwiesen. Eine Berechnung derartiger Systeme wird wohl in vorteilhafter Weise intervallmässig durchgeführt.

1. 23. Zur Differentialgleichung für ein allgemeines, nichtlineares System.

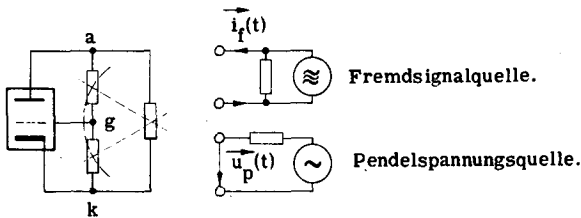


Abb. 1. 2-6. Allgemeines Prinzipschema eines elektrischen Generators.

Die in der Abb. 1. 2-6 eingezeichneten Impedanzen können in allgemeiner Weise als Netzwerke beliebiger Elemente ausgebildet sein. Da ein PRE vorwiegend im Frequenzbereich von etwa 30... 1000 MHz zur Anwendung gelangen kann, müssen die inneren Leitwerke der Elektronenröhren (Elektrodenkapazitäten, elektronische Leitwerte, Zuleitungsinduktivitäten) in die Betrachtung miteinbezogen werden. Das Ausscheiden unerwünschter (parasitärer) Schaltelemente ist oftmals unmöglich. Der erregende Fremdstrom $\vec{i}_f(t)$ (Antennensignal), wie auch die variierende Pendelspannung können dabei in irgendwelcher Weise auf das System einwirken.

Die resultierende Differentialgleichung für eine bestimmte Systemgröße lässt sich aus den Knoten- und Maschengleichungen des Netzwerkes entwickeln (Ziff. 5. 22). Sie ist inhomogen. Die nichtlinearen Terme bestehen aus allgemeinen Produkten irgendwelcher Potenzen aller möglichen Ableitungen der gesuchten Funktion unter sich und je einem individuellen zeitabhängigen Koeffizienten. Da derartige Gleichungen nicht in allgemeiner Weise gelöst werden können, müssen für die Praxis wesentliche Spezialfälle herausgeschält und diskutiert werden.

1. 3. Das auf einen einzigen Schwingungskreis reduzierte nichtlineare System.

Variable Rückkopplung ist dem Wesen nach identisch mit einer Variation der Dämpfung und der Frequenzverhältnisse des Schwingensystems. Durch den Miteinbezug einiger wesentlicher parasitärer Elemente, insbesondere auch der inneren Röhrenleitwerte, kann eine Schaltungsanordnung in vielen Fällen unter Verzicht auf das Uebrige auf einen einzigen Schwingungs-

kreis reduziert werden (Abb. 1.3-1).

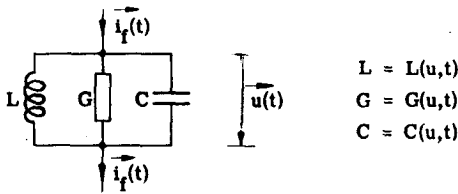


Abb. 1.3-1. Das einkreisige, nichtlineare Schwingssystem.

Die Integro-Differentialgleichung für die Spannung an einem Schwingkreise gemäss Abb. 1.3-1 lautet:

$$\frac{1}{L(u,t)} \int u(t) dt + G(u,t) u(t) + \frac{d}{dt} \left\{ C(u,t) u(t) \right\} = i_1(t) \quad (1.3/1).$$

Die explizite Form hängt von der Art der mathematischen Formulierung der Nichtlinearitäten ab. Die Zweckmässigkeit diesbezüglicher Annäherungen durch Potenzdarstellungen oder arcsin-Funktionen muss auf Grund der jeweils vorliegenden Verhältnisse erwogen werden. Mit wenigen Gliedern einer zusammengesetzten Exponentialfunktion wird meist eine genügende Darstellung gegebener Charakteristiken erreicht. Diese Methode führt jedoch bei den vorliegenden Problemstellungen oft zu recht unübersichtlichen Entwicklungen.

Die zeitabhängigen Nichtlinearitäten (Abb. 1.2-1b) führen zu Entwicklungen, deren Glieder mit individuellen Zeitfunktionen als Koeffizienten behaftet sind.

Bei den zeitunabhängigen Charakteristiken ändert sich bei der pendelfrequenten Variation lediglich der Masstab, nicht aber die Form. Sämtliche Koeffizienten enthalten in diesem Falle u. U. eine gemeinsame Zeitfunktion. Die nichtlinearen Schaltelemente eines derart vereinfachten pseudoharmonischen Systemes lassen sich deshalb darstellen wie

$$L = L_1(u) L_2(t), \quad G = G_1(u) G_2(t), \quad C = C_1(u) C_2(t), \quad L_2 = k_G G_2 = k_C C_2 \quad (1.3/2).$$

Für verschwindende Zeitabhängigkeiten, also bei Wegfall jeglicher Pendelung der Rückkopplung, führen diese Probleme in einfachen Fällen auf bekannte Grundgleichungsformen (^{16.18}), welche bereits nicht mehr allgemein lösbar sind. Allein aus der Tatsache, dass weder für nichtlineare Gleichungen mit konstanten Koeffizienten, noch für lineare Gleichungen mit variablen Koeffizienten (quasiharmonische Systeme) – für beide Sorten einige wenige Spezialfälle ausgenommen – allgemeine Lösungen existieren, erhellen sich bereits die Schwierigkeiten einer Behandlung des nichtlinearen Pendelrückkopplungsproblems.

Im allgemeinen muss infolge des Fehlens geeigneter mathematischer Methoden die jeweilige Lösung in der Form einer Gesamtheit von Einzelschwingungen aufgesucht werden. Entsprechende Ansätze führen meist zu ziemlich unübersichtlichen Entwicklungen mit anschliessenden Koeffizientenvergleichen. Immerhin lassen sich auf diese Weise parasitäre Schaltelemente, welche beim Aufstellen der Differentialgleichung bewusst vernachlässigt worden sind, insofern miteinbeziehen, als die dadurch bedingten Frequenzabhängigkeiten (z. B. Rückkopplungs-

zweige) durch Korrekturen der Spektralkoeffizienten berücksichtigt werden können.

Für PRE mit eigen-erzeugter Pendelvariation der Betriebsbedingungen (Selfquenching-PRE) geht die resultierende Systemsdifferentialgleichung in eine reine nichtlineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten über. Diese ist aber naturgemäss infolge der unumgänglicher Weise höheren Anzahl der Schaltelemente von mindestens dritter Ordnung.

1. 4. Bedeutung vorhandener Nichtlinearitäten für den Pendelrückkopplungsprozess.

1. 41. Allgemeines.

Infolge der vorhandenen Nichtlinearitäten wirkt der relativ langsame pendelfrequente Vorgang modulierend auf die hochfrequenten Schwingungen ein. Somit wird das Spektrum der resultierenden Schwingungen eines inkohärent eingestellten PREs die sämtlichen möglichen Kombinationsfrequenzen aus den Spektralanteilen des Fremdsignales und der Pendelfunktion enthalten (Vergleiche aber Ziff. 1. 422-1).

Einige allgemeine Eigenschaften nichtlinearer Systeme wurden bereits in Ziff. 1. 221 erwähnt.

1. 42. Besondere Folgen für den Pendelrückkopplungsprozess. (Vgl. auch Ziff. 2. 53).

1. 421. Zur Nichtlinearität der Charakteristiken konventioneller Röhren.

Hohe Verstärkungen und Empfindlichkeiten eines PREs bedingen, dass die Zone kritischer Rückkopplung langsam durchlaufen wird. Andererseits darf die Pendelfrequenz nicht unter den doppelten Betrag der höchsten Modulationsfrequenz sinken. Aus diesem Grunde ergibt sich die Notwendigkeit, die einmal ausgelösten freien Schwingungen raschmöglichst anwachsen zu lassen. Dies kann nur unter Ausnützung der höchstmöglichen Röhrensteilheit geschehen. Bei konventionellen Röhren (z. B. UKW-Trioden) kommen dadurch die Arbeitspunkte für kritische Rückkopplung in das Gebiet des unteren "Knickes" und damit der grössten Krümmung der Kennlinie zu liegen.

1. 422. Die phasenmässige Zuordnung der freien Schwingungen zum Fremdsignale.

Diese ist gemäss späteren Betrachtungen aus rein physikalischen Tatsachen heraus eine vollkommen linear bedingte Angelegenheit (vg. Ziff. 1. 64). Die Nichtlinearitäten ergeben nun Modifikationen der ursächlich linear bedingten Erscheinungen wie folgt:

-1. Bei stabilem, kohärentem Betriebe eines PREs treten sog. multiple Resonanzen (Nebenresonanzen) auf, welche auf rein linearen Phasenbeziehungen beruhen (Ziff. 2. 212, 2. 321). Infolge der Nichtlinearität entstehen Kombinationsfrequenzen, welche ebenfalls um das Mass der Pendel-Grundfrequenz auseinanderliegen. Diese können bei entsprechender Differenz zwischen Fremdfrequenz und Resonanzfrequenz des Systemes das letztere u.U. merklich anregen und auf diese Weise Nebenresonanzstellen simulieren. Solche falsche multiple Resonanzen sind daran erkennbar, dass sie auch bei inkohärentem Verhalten auftreten. In der Literatur werden die multiplen Resonanzen oft fälschlicherweise lediglich diesen nichtlinearen Einflüssen zugesprochen⁽¹⁹⁾.

-2. Bei relativ langsamen Dämpfungsänderungen (sehr viele Schwingungen pro Pendelperiode) kann insbesondere die Phase der freien Schwingungen durch das Fremdsignal oder durch

Kombinationsfrequenzen stark beeinflusst werden wie folgt:

a). Bei stark begrenzender Nichtlinearität des Systems und längerer "Sättigungszeit" kann es zu einer Synchronisation der freien Schwingungen während des Begrenzungsprozesses kommen. Da einerseits jedes Einsynchronisieren aus energetischen Gründen in stetiger und damit asymptotischer Weise vor sich geht, und da andererseits das Schwingensystem aus Gründen der Pendelung und des asymptotischen Einlaufens in das "gesättigte" Verhalten keinen stationären Zustand aufweisen kann, so muss auch eine allfällige Synchronisierung einen instationären Charakter tragen. Es liegt dann ein Zustand vor, wie er etwa bei der Synchronisation eines Generators durch modulierte Signale auftritt⁽⁴⁾. Die allfällige Aussynchronisierung beim Abklingen der Schwingungen vollzieht sich in entsprechender Weise.

Kommt keine Synchronisation zustande, so können dennoch erhebliche Beeinflussungen der Phase der freien Schwingungen auftreten (Vergleiche die Beeinflussung eines Oscillators im unsynchronisierten Zustande nahe der Synchronisationsgrenze).

b). Zu Beginn des Anschwingens, also in der zeitlichen Umgebung kritischer Rückkopplung, sind die Amplituden der freien Schwingungen grössenordnungsmässig mit jenen der erzwungenen Schwingungen vergleichbar. Nach den Ausführungen in Ziff. 1. 421 kann es nun vorkommen, dass die Auslösung der freien Schwingungszüge in einem Gebiete erheblicher Nichtlinearität zustandekommt. Bei geringer Verstimmung der Eigenfrequenz des Systemes gegenüber einer der möglichen Kombinationsfrequenzen könnte nun u. U. bereits in diesem Momente eine instationäre Synchronisation eintreten. Da aber die Nichtlinearitäten begrenzenden Charakters angesichts der geringen Amplituden unwirksam bleiben, so fehlen zu einer solchen die notwendigen Voraussetzungen. Mit fortschreitendem Anschwingprozess wird das Verhältnis der Amplituden stets ungünstiger, so dass der Verlauf der Nichtlinearität über das Fortbestehen eines allfälligen quasi-synchronisierten Zustandes entscheidet.

In der Literatur wird die Ursache der periodischen Zuordnung der Phasen der Eigenschwingung fälschlicherweise lediglich derartigen Synchronisationen zugeschrieben^(20,21), obwohl diese auf rein linearen Gegebenheiten beruht (Ziff. 1. 641). Die nichtlineare Beeinflussung, sei sie, wie sie wolle, ist bei diesem Prozess lediglich als eine Modifikation des linearen Geschehens zu betrachten.

Grundsätzlich wäre eine instationäre Synchronisierung während des Abschwingprozesses u.U. ebenfalls möglich, sofern mit sinkender Amplitude der freien Schwingungen eine solche auf Grund der übrigen Parameter überhaupt eintreten könnte. Synchronisationen während des Abschwingens wirken sich allerdings nur bei kohärentem Betriebsverhalten aus, ansonst die Restschwingung ja bis zur Bedeutungslosigkeit ausgedämpft wird.

Die Neigung zu Synchronisierungen ist aus den folgenden Gründen sehr unbeständig:

- Das Verhältnis der Amplituden der erzwungenen zu jenen der freien Schwingungen, ändert dauernd und sehr rasch;
- durch den Pendelprozess ändert die Form der Nichtlinearität in periodischer Weise;
- Resonanz- und Eigenfrequenz ändern infolge der pendelfrequent variierenden Einflüsse der Röhrenleitwerte. Da die Pendelfrequenz etwa drei Grössenordnungen unterhalb dieser Systemsfrequenz liegt, so verändern sich damit die Verstimmungen zu den synchronisierenden Kombinationsfrequenzen ausserordentlich rasch, insbesondere bei frequenzmoduliertem

Fremdsignale;

– die jeweilige relative Anfangsphasenlage ist von wesentlichem Einfluss.

c). Aus den oben geschilderten Gründen können die ausserordentlich störanfälligen Verhältnisse bei entarteten Kohärenzzuständen (Ziff. 2. 4, 2. 6) durch die nichtlinearen Einflüsse sehr stark modifiziert werden. Man vergleiche auch die Ausführungen in Ziff. 2. 53.

1. 43. Ermittlung instationärer Synchronisierungen.

Im Zusammenhange mit dieser Arbeit wurden die Ein- und Aussynchronisierungsbedingungen instationärer Art in qualitativer Hinsicht und auf graphischem Wege studiert. Auf eine Wiedergabe soll jedoch verzichtet werden.

1.5. Reduktion von nichtlinearen Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten auf ein System von linearen Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten.

Das nachstehende Verfahren ist sehr verwandt mit der sog. Reversion Method (^{22, 23}). Man beachte eine Konvergenzbemerkung hiezu (²⁴).

Voraussetzung für das Gelingen der skizzierten Methode ist der Wegfall gewisser gemischter Produkte von Potenzen der Ableitungen der abhängigen Variablen.

Die Gleichung (1.3/1) werde in der Form geschrieben:

$$\ddot{y} + \sum_1^{\infty} r_{\nu}(t) (\dot{y})^{\nu} + \omega_0^2(t) y = k F(t) \quad (1.5/1).$$

Ganz allgemein kann der folgende Ansatz eingeführt werden:

$$a_1 y + a_2 y^2 + \dots + a_n y^n + b_1 \dot{y} + b_2 (\dot{y})^2 + \dots + b_m (\dot{y})^m = k F(t) \quad (1.5/2).$$

Werden die Koeff. a_{ν} , b_{ν} als Differentialoperatoren betrachtet, so ergibt sich mit $D = d/dt$ durch Vergleich:

$$a_1 = D^2 + r_1 D + \omega_0^2, \quad a_2 \dots a_n \equiv 0 \quad (1.5/3)$$

$$\text{und } b_1 = 0, \quad b_{\nu} = r_{\nu} \quad (\nu = 2 \dots m) \quad (1.5/4).$$

k ist ein Hilfsfaktor wählbarer Grösse. Die Lösung wird als konvergierende Reihe desselben angesetzt:

$$y = A_1 k + A_2 k^2 + A_3 k^3 + \dots; \quad \text{also ergibt sich auch} \quad (1.5/5)$$

$$\dot{y} = \dot{A}_1 k + \dot{A}_2 k^2 + \dot{A}_3 k^3 + \dots \quad \text{usw.} \quad (1.5/6).$$

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke in die Differentialgleichung (1.5/2) folgt damit durch Vergleich der Koeffizienten von k^1 :

$$a_1 A_1 + 0 = F(t) \quad (1.5/7a),$$

$$a_1 A_2 = -(a_2 A_1^2 + b_2 \dot{A}_1^2) \quad (1.5/7b),$$

$$a_1 A_3 = -(2 a_2 A_1 \dot{A}_2 + 2 b_2 \dot{A}_1 \dot{A}_2 + a_3 A_1^3 + b_3 \dot{A}_1^3) \quad (1.5/7c),$$

usf. usf.

Da die rechten Seiten der Gleichungen (1.5/7) jeweils bekannt sind, so wird das ganze Problem auf die Lösung der linearen Differentialgleichung 2. Ordnung

$$a_1 A_{\nu} = \Phi_{\nu}(t), \quad \text{d. h. auf } \ddot{A}_{\nu} + r_1(t) \dot{A}_{\nu} + \omega_0^2(t) A_{\nu} = \Phi_{\nu}(t) \quad (1.5/8)$$

zurückgeführt. Die Störglieder $\Phi_{\nu}(t)$ werden dabei mit zunehmender Ordnungszahl immer umfangreicher.

Gelingt es, inhomogene lineare Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten in befriedigender und in für die praktischen Bedürfnisse einfacher Weise zu lösen, so werden auch die vorstehenden nichtlinearen Probleme beherrscht. Ob damit alle wesentlichen Erscheinungen nichtlinearer Ursache mit genügender Uebersichtlichkeit erfasst werden können, bedarf noch der Abklärung.

Immerhin wird durch den vorstehenden Prozess jede Diskussion nichtlinearer Einflüsse mathematisch in exakter Weise auf jene Basis zurückgeführt, welche dem linearisierten Problem zugrundeliegt. Damit sind die zweifelhaften Differenzen, welche bei Verwendung jeweils verschiedener Berechnungsmethoden zutage treten können, weitgehend ausgeschaltet. Da sich die Lösung der linearen Aufgabe bereits recht schwierig gestaltet, muss oft mit der Diskussion lösbarer, charakteristischer Spezialfälle vorlieb genommen werden.

1.6. Das linearisierte Schwingensystem.

Nach den vorstehenden Ausführungen kommt der Lösung des linearisierten Problems eine ganz wesentliche Bedeutung zu. Durch den bewussten Verzicht auf die Erfassung allfälliger Nichtlinearitäten können die dadurch bedingten Erscheinungen allerdings nicht in die Betrachtungen miteinbezogen werden.

1. 61. Allgemeines zur linearisierten Differentialgleichung 2. Ordnung.

1. 611. Die Herleitung der Differentialgleichung aus der verwendeten Schaltungsanordnung.

In den Ziff. 1. 23 und 1. 3 wurde erörtert, dass die Reduktion des Problems auf eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung einen weitgehenden Ausschluss parasitärer Schaltelemente bedingt. Damit sind auch die beschreibbaren Schaltungsanordnungen spezieller Natur. Insbesondere beschränken sich die hier angestellten Betrachtungen vornehmlich auf den Anwendungsbereich herkömmlicher Röhren und Schwingungskreise, also auf das Frequenzgebiet unterhalb einiger hundert MHz.

In den nachfolgenden Beispielen sind die sehr einfachen Beziehungen abgeleitet, welche schlussendlich stets auf ein und denselben Gleichungstypus (1. 6/1) führen:

$$\ddot{y} + r(t) \dot{y} + \omega_0^2(t) y = S(t) \quad (1. 6/1).$$

In Anwendung auf realisierbare Pendelrückkopplungsschaltungen wurde dabei vorausgesetzt, dass

- die Rückkopplungszweige mittels eines einfachen Schwingungskreises aufgebaut werden können (beschränkte Zahl der Energiespeicher),
- die Steuerungen leistungslos vor sich gehen sollen,
- die Rückwirkung vom Leistungs- auf den Stellraum nur durch die gewollten Rückkopplungswege zustande kommen (keine parasitären Anodenrückwirkungen und dergl.), und dass
- das Fremdsignal in der Form eines Erregerstromes direkt in den Schwingungskreis eingespeisen werde.

Als gesuchte Schwingungsgrösse figuriere entweder der magnetische Spulenfluss, oder aber direkt die Schwingkreisspannung. Als unabhängige Variable werde direkt die Zeit gewählt. Somit ist es sinnvoll, nur jene Funktionen aufzusuchen, welche auf eine Gleichung des Typus (1.6/1) führen.

-1. Anodenschwingkreis mit "ohmscher" Rückkopplung.

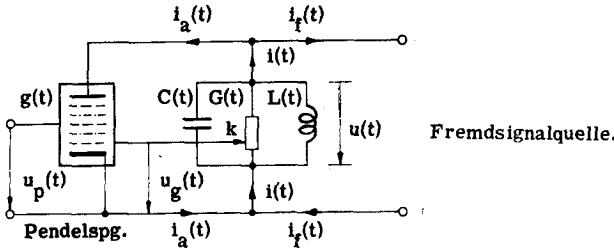


Abb. 1. 6-1.

Die Ströme und die Spannungen bezeichnen Momentanwerte. Die an den Elektrodenanschlüssen der Röhre wirksamen inneren, mit der Pendelspannung veränderlichen Leitwerte werden soweit berücksichtigt, als sie sich in das vorliegende Schaltungsschema miteinbeziehen lassen (z. B. kann damit der reaktive Teil der Gitter- Kathoden- Impedanz nicht herangezogen werden).

Mit der variablen Resonanzfrequenz $\omega_r^2(t) = \frac{1}{L(t) C(t)}$ und dem Röhrengleichstrom $i_o(t)$ (Mittelwert des Stromes) ergeben sich die folgenden Gleichungen :

$$i = i_f + i_a, \quad i_a = g(t) u_g + i_o(t), \quad u_g = k u, \quad \text{und hieraus}$$

$$\text{mit} \quad i = i_C + i_G + i_L \quad \text{die}$$

Differentialgleichung für das Zeitintegral $y(t) = \int^t u(\tau) d\tau$ zu

$$\ddot{y} + \frac{G(t) - k g(t)}{C(t)} \dot{y} + \omega_r^2(t) y = \frac{1}{C(t)} \cdot i_f(t) + \frac{1}{C(t)} \cdot i_a(t) \quad (1. 6/2).$$

Die Ausdrücke $r(t)$ und $S(t)$ der Gleichung (1. 6/1) sind leicht wiederzuerkennen.

-2. Anodenschwingkreis mit induktiver Rückkopplung.

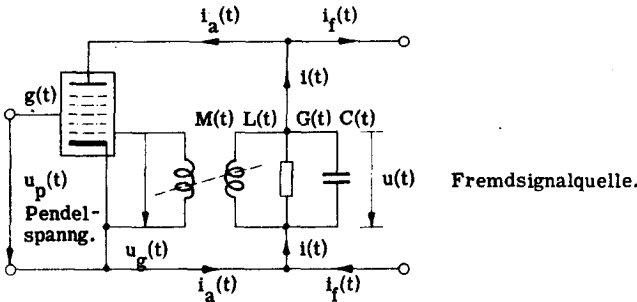


Abb. 1. 6- 2. Voraussetzungen analog jenen zu Abb. 1. 6-1.

Wie sich leicht ermitteln lässt, ergibt sich bei vernachlässigbarem Gitterstrom die nachstehende Differentialgleichung für das Zeitintegral der Kreisspannung:

$$\ddot{y} + \frac{1}{C(t)} \left(G(t) - \frac{M(t)}{L(t)} g(t) \right) \dot{y} + \left(\omega_r^2(t) + \frac{\dot{L}(t)}{L^2(t)} M(t) g(t) \right) y = \frac{1}{C(t)} \left(i_f(t) + i_o(t) \right) \quad (1. 6/3).$$

Dieser Ausdruck entspricht wiederum dem Typus (1. 6/1).

-3. Gitterschwingkreis mit induktiver Rückkopplung.

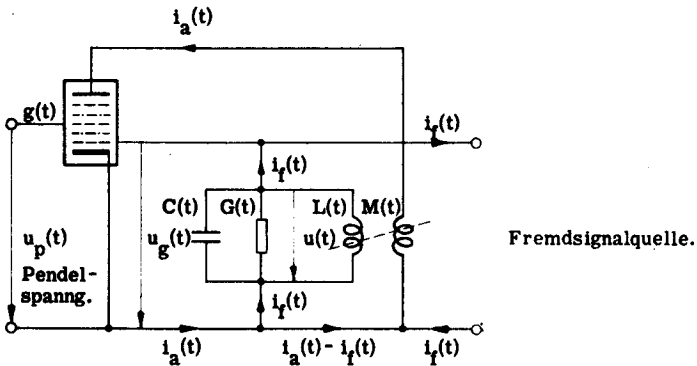


Abb. 1. 6-3.

Die Kreisspannung $u(t)$ wird durch die folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{u} + \omega_r^2(t) \left\{ (LC) + LG - \frac{M}{L} g \right\} \dot{u} + \omega_r^2(t) \left\{ 1 + \dot{L}G - \frac{M}{L} \dot{g} \right\} u = \omega_r^2(t) \left\{ (Li_f) + \frac{M}{L} i_o \right\} \quad (1. 6/4).$$

Die Zeitabhängigkeiten der Parameter sind dabei nicht mehr explizite zum Ausdruck gebracht worden. Die Gleichung trägt wiederum den Charakter (1. 6/1).

1. 612. Das Ersatzschema des einkreisigen, linearen Pendelrückkopplungsempfängers.

Wie aus den vorstehenden Beispielen ersichtlich ist, können alle Rückkopplungsschaltungen, welche sich entweder

- a) auf einen Parallelkreis LGC (Abb. 1. 3-1), oder aber in analoger Weise
- b) auf einen Seriekreis LRC reduzieren lassen,

durch eine Differentialgleichung des Typus (1. 6/1) beschrieben werden.

Somit lässt sich ein einkreisiger, linearer PRE in guter Näherung durch eines der beiden nachstehenden Ersatzschemen darstellen:

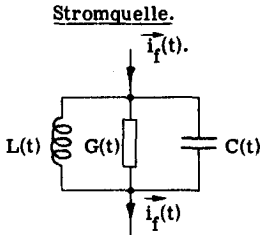


Abb. 1.6 - 4a.

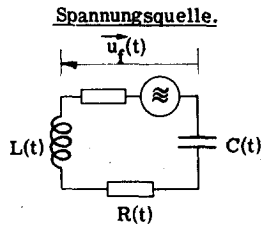
Stromersatzschema.

Abb. 1.6 - 4b.

Spannungersatzschema.1. 613. Kurze Diskussion der linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung.

Auf Grund der vorstehenden Betrachtungen genügt es, die spezielle Differentialgleichung

$$\ddot{y} + r(t) \dot{y} + \omega_0^2(t) y = S(t) \quad (1.6/1)$$

zu betrachten. Gemäss den Ausführungen in Ziff. 1.5 ist sie auch eine Schlüsselgleichung zur Behandlung einfacher nichtlinearer Probleme. Die einzelnen Koeffizienten setzen sich entsprechend der zur Anwendung gelangenden Schwingungsanordnung zusammen.

$r(t)$ entspricht angenähert der resultierenden Systemsbedämpfung. Aus den Gleichungen (1.6/2) . . . (1.6/4) ist der entdämpfende Einfluss einer Mitkopplung sehr schön ersichtlich. Die Selbsterregungsgrenze ist ungefähr durch die Bedingung $r = 0$ gegeben. Stabile Zustände linearer Systeme sind nur möglich für positive Mittelwerte $\bar{r} > 0$.

Die Eigenfrequenz des Systems ist angesichts der schwankenden Parameter ebenfalls zeitlich veränderlich. Sie entspricht wiederum nur näherungsweise dem Ausdruck

$$\chi^2 = \omega_0^2 - r^2/4 \quad (1.6/5).$$

Die inhomogene Gleichung kann gelöst werden durch

- a) einen physikalisch vernünftigen Ansatz, oder durch
- b) Entwicklung aus den beiden Einzellösungen der homogenen Gleichung mittels Variation der Konstanten.

Die Störfunktion $S(t)$ besteht im allgemeinen aus zwei Gliedern:

- a) einem Produkt aus der Fremderregung und einer meist in nur schwachem Masse pendelfrequent variierenden Grösse; sowie aus
- b) einem Produkt lediglich pendelfrequent schwankender Faktoren. Hauptursache des rein pendelfrequenten Störanteils ist der veränderliche Mittelwert des Röhrenstroms (Gleichstromanteil). Da er sehr störend wirken kann (siehe Ziff. 2.217), so muss er durch geeignete Kompensationsmassnahmen zu einem konstanten Betrage ergänzt werden.

Für das Störsignal lässt sich somit allgemein setzen :

$$S(t) = P_1(t) \underline{F(t)} + P_2(t) i_0(t) \quad (1. 6/6).$$

Es bedeuten :

$P_1(t)$, $P_2(t)$: Pendelfrequent variierende Funktionen .

$F(t)$: Erwünschte äussere Erregung, angenäherte Systemsfrequenz.

$i_0(t)$: Schwankender Röhrengleichstrom.

1. 614. Die Normalform der Differentialgleichung zweiter Ordnung.

Jede Differentialgleichung zweiter Ordnung (1. 6/1) kann durch die Substitution

$$y = z e^{-\int \frac{\bar{r}}{2} d\tau} \quad \text{auf die sogenannte Normalform} \quad (1.6/7)$$

$$\ddot{z} + \Phi^2 z = e^{\int \frac{\bar{r}}{2} d\tau} \cdot S(t) \quad (1. 6/8)$$

gebracht werden. Darin ist $\Phi^2 = (\omega_0^2 - r^2/4 - \dot{r}/2)$ (1. 6/9)

die sogenannte Invariante, welche sich auch durch jede neue Transformation des Charakters (1. 6/7) nicht mehr verändert.

Für alle positiven Mittelwerte $\bar{r} > 0$ erhält das Störglied der Normalgleichung (1. 6/8) einen zeitlich exponentiell anklingenden Faktor.

1. 615. Zusammenhang mit der Riccati'schen Gleichung.

Durch die Transformation $y = e^{\int u d\tau}$ wird der homogene Ausdruck der Gleichung (1. 6/1) unmittelbar in eine unlösbare Riccati'sche Gleichung übergeführt.

Nach Wegkürzen des gemeinsamen Faktors ergibt sich diese zu

$$\dot{u} + u^2 + r(t) u + \omega_0^2(t) = 0 \quad (1. 6/10)$$

Die Normalform (1. 6/8) lässt sich direkt auf den Ausdruck bringen :

$$\dot{v} + v^2 + \Phi^2 = 0 \quad (1. 6/11)$$

(1. 6/10) geht auch durch direkte Variabelntransformation in (1. 6/11) über.

1. 616. Die durch die grosse Zahl von Parametern bedingten Schwierigkeiten.

Trotz den Vereinfachungen, welche auf die reduzierte Gleichung (1. 6/1) geführt haben, treten an Parametern und Parameterfunktionen die folgenden auf :

a) Mittelwert \bar{r} der Kreisdämpfung. Dieser ist ausserordentlich stark von den geringsten Schwankungen der Arbeitsbedingungen der Röhren abhängig (Empfindlichkeit gegenüber Betriebsspannungsschwankungen) ;

b) Mittelwerte der Eigen- und der Resonanzfrequenz (ebenfalls spannungsabhängig) ;

- c) Mittelwert der Frequenz des Fremdsignales (statistisch schwankend, Mittelwert durch die ungenaue Abstimmung des Empfängers bedingt);
- d) Variation der Kreisdämpfung durch den Pendelrückkopplungsprozess, wichtigste Funktion;
- e) Variation der Eigenfrequenz des Systems durch den Pendelprozess;
- f) Pendelfrequenz (Grundfrequenz);
- g) Detaillierter Modulationsverlauf des erregenden Fremdsignals (Amplitude, Phase).

Wie an anderer Stelle ausgeführt worden ist, beträgt die Pendelfrequenz normalerweise nur ein geringes Vielfaches der höchsten Modulationsfrequenz. Sie liegt um etliche Größenordnungen unterhalb der Fremdfrequenz. Somit können an sich sehr geringe Variationen der Eigenfrequenz und der Fremdfrequenz mit Leichtigkeit ein Mehrfaches der Pendelfrequenz betragen. Die diesbezüglichen Auswirkungen auf den Schwingungsprozess sind in hohem Masse von den Selektivitätseigenschaften des Systems abhängig. Diese wiederum ergeben sich aus der resultierenden Dämpfungsfunktion.

Es ist ersichtlich, dass sich die verschiedenen Ursachen in ihren Auswirkungen stark verflechten.

1. 617. Bekannte Näherungslösungen.

Da die üblichen Lösungen mittels Fouriersansatz oftmals keinerlei Diskussionen über die Auswirkungen der einzelnen Parameter zulassen, so wäre eine Methode erwünscht, welche die Resultate in einer übersichtlicheren Form zu liefern vermöchte.

-1. WBK- oder WKB- Methode (25).

Die Lösung wird als Reihe angesetzt. Die Koeffizienten werden durch ein iteratives Verfahren bestimmt.

Obschon oft in wenigen Gliedern sehr gut konvergierend, können die Phasenfunktionen der Schwingungen dem Resultate nur schwerlich entnommen werden.

-2. Methode von Robert H. Kingston (26).

Als 1. Näherung dient die Lösung einer Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten. Die Verbesserung wird durch Auflösen einer Fehler-Differentialgleichung erhalten. Unbeschriebene Voraussetzung ist dabei, dass die Parameter entweder in synchroner Weise, oder aber zumindest in unter sich rationalen Frequenzverhältnissen variieren. Zur Bestimmung der Enveloppen ist dieses Verfahren sehr geeignet, doch versagt es zur Ermittlung der Phasenbeziehungen.

-3. Methode von J.R. Whitehead (27).

Whitehead vernachlässigt die Variation der Invarianten (1. 6/9), was bei der Bestimmung der praktisch auftretenden Amplitudenfunktionen in guter Näherung zulässig ist. Er berechnet die Gültigkeitsgrenzen sehr seriös. Zur Ermittlung der quantitativen Amplitudenverläufe wird auf die Kontinuität der Lösung verzichtet. Die Phasen können nicht ermittelt werden.

1. 618. Nachteil der bekannten Näherungslösungen. Erwünschte Zusammenhänge.

Unter bestimmten Voraussetzungen vermögen die skizzierten Näherungsverfahren ausserordentlich wertvolle Resultate zu liefern, doch versagen sie zur Bestimmung der Abhängig-

keiten der Schwingungsphasen von den Modulationsparametern des Fremdsignals. Nur bei deren Kenntnis können verwertbare Eindeutigkeitsbeziehungen aufgezeigt werden, welche eine Rekonstruktion der ursprünglichen Modulationsfunktionen ermöglichen sollen.

Ebenso wäre es sehr erwünscht, wenn die Resultate in Formen gekleidet werden könnten, aus welchen das Zusammenspiel der vielen Parameterfunktionen ersichtlich würde. Auf diese Weise liessen sich wertvolle Berechnungen anstellen. Erwähnt seien lediglich die Ermittlung der optimalen Dämpfungsvariationen, der Einfluss der modulationsbedingten Aenderungen des Fremdsignals innerhalb der Zeiten höchster Empfängerempfindlichkeit, sowie die bei kohärentem Verhalten ausgleichsschwingungsbedingten Verzerrungen der zu übertragenden Modulationsfunktionen.

Selbstredend bleiben die erhältlichen Resultate auf das lineare Betriebsverhalten beschränkt. Einige der Ergebnisse können jedoch unmittelbar übertragen werden.

1. 62. Die homogene Gleichung mit periodischer Invariante. Allgemeine Aussagen der Hill'schen Theorie.

1. 621. Allgemeines.

Die aus (1. 6/1) abgeleitete homogene Gleichung lautet

$$\ddot{y} + r(t) \dot{y} + \omega_0^2(t) y = 0 \quad (1. 6/12),$$

bezw. in der Normalform
$$\ddot{z} + \Phi^2(t) z = 0 \quad (1. 6/13).$$

Hierin ist Φ^2 die Invariante:
$$\Phi^2(t) = \omega_0^2(t) - r^2/4 - \dot{r}/2 \quad (1. 6/9).$$

$\Phi^2(t)$ trägt nur dann periodischen Charakter, wenn die einzelnen Koeffizienten in der Gleichung (1. 6/12) in periodischer Weise variieren und die diesbezüglichen Grundfrequenzen der Schwankungen in rationalen Verhältnissen zueinander stehen. An sich können aber die einzelnen Koeffizientenfunktionen $r(t)$ und $\omega_0^2(t)$ in voneinander gänzlich unabhängiger Weise, periodisch oder unperiodisch variieren, ohne dass der Gültigkeit der vorstehenden Gleichungen Abbruch getan wird. Beim fremdgesteuerten Pendelrückkopplungsempfänger wird normalerweise stets eine synchrone und periodische Koeffizientenvariation eintreten.

1. 622. Allgemeine Aussagen der Hill'schen Theorie.

Da die homogene Lösung als Grundlage für die Auflösung der inhomogenen Gleichung (1. 6/1) dient, soll das über sie Bekannte kurz zusammengefasst werden.

Eine Normalform (1. 6/13) der homogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung wird als Hill'sche Gleichung bezeichnet, wenn die Invariante in periodischer Weise variiert. Bezeichnet p die Grundkreisfrequenz der Koeffizientenvariation, so lässt sich (1. 6/13) in zerlegter Weise schreiben als

$$\ddot{z} + K^2 \cdot (1 + \epsilon \cdot P(pt)) z = 0 \quad (1. 6/14).$$

Es bedeuten:

K = konstante Eigenfrequenz bei ungestörtem System ($\varepsilon = 0$),

P = periodische Funktion der Amplitude 1, dem Mittelwerte 0 und der Kreisfrequenz p ,

ε = relative Maximalamplitude der Koeffizientenvariation.

Ausserordentlich viele Problemstellungen führen auf Hill'sche Gleichungen zurück. Allgemeine Theorien sind vornehmlich von Hill (²⁸), Floquet (²⁹), O. Haupt (³⁰) und anderen entwickelt worden.

Im Wesentlichen ergibt sich das Folgende:

1. Es existiert ein Hauptsystem von Lösungen.

$$z(t) = c_1 z_1(t) + c_2 z_2(t), \quad c_1 \text{ und } c_2 \text{ Konstanten} \quad (1.6/15).$$

Die Einzellösungen z_1 und z_2 sind voneinander linear unabhängig.

Notwendige und hinreichende Bedingung hierfür ist das in t nicht identische Verschwinden der Wronski'schen Determinante

$$\begin{vmatrix} z_1 & z_2 \\ \dot{z}_1 & \dot{z}_2 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Zur Erfüllung aller Anfangsbedingungen muss z. B. z_1 eine gerade, z_2 jedoch gleichzeitig eine ungerade Funktion von pt als Faktor enthalten.

2. Nach der Floquet'schen Theorie wird die Stabilität der Lösung durch Aufsuchen des Faktors $\sigma(t)$ in der Beziehung

$$z(t + 2\pi/p) = \sigma \cdot z(t) \quad \text{ermittelt.} \quad (1.6/16).$$

$\sigma > 1$ bedeutet zeitliches Wachstum der Lösung und damit Instabilität,

$\sigma < 1$ beschreibt die Stabilität der Gesamtheit der dadurch erfassten Lösungen (Abklingen der Schwingungen).

$\sigma = +1$ ist als eine der möglichen Grenzen zwischen stabilen und instabilen Parameterflächen (ε , p/K) anzusprechen,

$\sigma = -1$ als die andere. Die Grenzen selbst sind nur in ihren Schnittpunkten für $\varepsilon = 0$ stabil.

Die ganzperiodische Lösung $\sigma = +1$ besitzt die Periode $2\pi/p$,

die halbfrequente Lösung $\sigma = -1$ jedoch die doppelte Periodendauer $4\pi/p$.

3. Nach Hill wird die Lösung angesetzt als

$$z = \text{Re} \left\{ c_1 e^{\mu pt} \cdot f(pt) + c_2 e^{-\mu pt} \cdot g(pt) \right\} \quad (1.6/17),$$

solange $\mu \neq nj$ und $\mu \neq (n + 1/2)j$.

f resp. g bedeuten ungerade resp. gerade Funktionen von pt .

$\mu = nj$ entspricht der ganzperiodischen Lösung $\sigma = +1$,

$\mu = (n + 1/2)j$ der halbfrequenten Lösung $\sigma = -1$.

Für die dadurch beschriebenen Grenzzustände existiert eine zusammenfallende Lösung wie folgt:

$$z(t) = \operatorname{Re} \left\{ c_1 u(pt) + c_0 pt u(pt) + c_2 w(pt) \right\} \quad (1.6/18).$$

Der charakteristische Exponent μ hängt von allen Parametern ab.

Er bestimmt sich nach Hill durch das rekursionsmässige Auflösen der sog. Hill'schen Determinante, welche aus den Koeffizienten eines Reihenansatzes gebildet wird. μ ist demnach eine Funktion von ε und p/K . Der Absolutbetrag von μ liegt in der Nähe von K/p .

4. Sind die Anfangsbedingungen gegeben durch das willkürliche System

$$z_1(0) = 1, z_2(0) = 0; \dot{z}_1(0) = 0, \dot{z}_2(0) = 1 \quad (1.6/19),$$

so ergibt sich μ aus der Beziehung

$$\cosh(2\pi\mu) = \frac{1}{2} \left\{ z_1(2\pi/p) + \dot{z}_2(2\pi/p) \right\} \quad (1.6/20).$$

5. Aus (1.6/20) folgen die sogenannten " μ -Karten". Diese umfassen die Gesamtheit der Linien $\mu = \text{konstant}$, aufgetragen über den Koordinaten ε und p/K . Die gesamte Fläche teilt sich in die folgenden Gebiete:

a). $\cosh(2\pi\mu) > +1$: $\operatorname{Re} \mu \neq 0, \operatorname{Im} \mu = n$. (1.6/21a).

Die Lösung ist ganzperiodisch ($2\pi/p$) und instabil. Eine der Einzellösungen z_1, z_2 wächst für alle Anfangsbedingungen ins Unendliche an. Die Schwingfrequenz ist durch das Vielfache n der Variationsfrequenz p gegeben. Es entsteht somit eine Mitnahme der Systemsschwingung mit der Frequenz $\omega = np$. Die Eigenfrequenz des Systems fehlt somit im Spektrum vollständig.

Die Mitnahme der erregten Generatorschwingung (hervorgerufen durch die Variation der Parameter) ist auf Grund des Ansatzes (1.6/17) so zu verstehen, dass die Frequenz der Systemsschwingung im Mittel mit dem entsprechenden Vielfachen der Grundfrequenz der Parameterschwankungen übereinstimmt. Sie wird jedoch im Rhythmus der Koeffizientenvariation schwanken, denn die variationsfrequenten Faktoren $f(pt)$ und $g(pt)$ (ungerade und gerade) müssen augenscheinlich eine Phasenmodulation des Generatorsignales zur Folge haben.

b). $\cosh(2\pi\mu) < -1$: $\operatorname{Re} \mu \neq 0, \operatorname{Im} \mu = (n + 1/2)$. (1.6/21b).

Die Lösung ist halbfrequent oder doppeltperiodisch ($4\pi/p$) und wiederum für alle Anfangsbedingungen instabil.

Das System wird durch die entsprechende Oberschwingung der halben Variationsfrequenz mitgenommen. Uebrigens analog a).

c). $\cosh(2\pi\mu) = \pm 1$: $\mu = j$ resp. $j/2$. (1.6/21c).

Diese Bedingungen liefern die ganz- und halbfrequenten Grenzkurven zwischen den instabilen und den stabilen Gebieten der μ -Karten. Es sind dies die einzigen im mathematischen Sinne periodischen Funktionen der Frequenzen p und $p/2$. Auch diese Grenzkurven sind mit Ausnahme ihrer Schnittpunkte (Doppelpunkte) auf der p/K -Achse ($\varepsilon = 0$) als instabil zu betrachten.

d). $|\cosh(2\pi\mu)| < 1 : \quad \cos(j2\pi\mu) < 1 : \quad \operatorname{Re}\mu = 0, \mu \text{ rein imaginär.} \quad (1.6/21d).$

Durch diese Bedingung sind die in μ stabilen Lösungen bestimmt. Sie werden durch die Grenzkurven (1.6/21c) zu stabilen Gebieten zusammengefasst. Die eine Grenze ist somit stets ganz-, die andere halbfrequent.

Die stabilen Lösungen besitzen die im allgemeinen nicht rationalen Kreisfrequenzen p und μp . Mit Ausnahme der speziellen Fälle rationaler Verhältnisse sind sie somit unperiodisch.

6. Näheres über die weiteren Eigenschaften der allgemeinen Hill'schen Lösungen entnehme man dem zusammenfassenden Werk von M.J.O. Strutt ⁽³¹⁾.

In den Abb. 1.6-7 und 1.6-8 sind Beispiele von Stabilitätskarten für zwei spezielle Variationsfunktionen angeführt.

1.623. Die Konsequenzen der Hill'schen Theorie für die gedämpfte Gleichung (1.6/12).

Die Gleichungen (1.6/13) resp. (1.6/14) verhalten sich in mathematischer Hinsicht wie Differentialausdrücke ungedämpfter Systeme.

Durch die Rücktransformation $y = z e^{-\int \frac{r}{2} d\tau}$ (1.6/7)

wird aus der Normalform (1.6/13) wiederum die ursprüngliche Differentialgleichung

$$\ddot{y} + r(t)\dot{y} + \omega_0^2(t)y = 0 \quad (1.6/12)$$

erhalten.

Die Stabilitätskriterien gemäss Ziff. 1.622 vorstehend werden modifiziert wie folgt:

Zu 5a) :

1. Mittelwert $\bar{\frac{r}{2}} > |\operatorname{Re}\mu|$: Das System ist stets stabil.

Die natürliche Dämpfung des Systems überwiegt. Beide Einzellösungen y_1, y_2 entsprechend z_1, z_2 klingen ab. Wenn das System nach theoretisch unendlich langer Zeit energiefrei geworden ist, so bleibt es dauernd in Ruhe, da ihm dannzumal durch die Variationen der Energiespeicher keinerlei Energie mehr entzogen werden kann.

2. Mittelwert $\bar{\frac{r}{2}} < |\operatorname{Re}\mu|$, aber positiv : Das System ist instabil.

Eine der beiden Einzellösungen y_1, y_2 erregt sich unter Mitnahmeerscheinung ($\operatorname{Im}\mu = n$) bis zu Werten, welche durch physikalische Nichtlinearitäten begrenzt werden. Instabilität auf Grund eines übermässigen Energietransportes aus der Variations- Energiequelle in das Schwingensystem hinein.

3. Mittelwert \bar{r} negativ: Stets instabil. Zur Begrenzung der Schwingungsamplitude ist wiederum eine physikalisch bedingte Nichtlinearität erforderlich.

Zu 5b) : Es gelten die analogen Bemerkungen, wie zu 5a) .

Zu 5c) und d) : Stabile Schwingungen existieren nur für positive Mittelwerte von $r(t)$.

Für negative \bar{r} sind sie stets instabil.

Eine konstante Invariante Φ^2 in Gleichung (1. 6/14) braucht nicht notwendigerweise einer verschwindenden Variation der beiden Koeffizienten $r(t)$ und $\omega_0^2(t)$ zu entspringen (1. 6/12). Vielmehr kann ein scheinbar ungestörtes System ($\varepsilon = 0$) auf ein geeignetes Zusammenwirken der einzelnen Parameterfunktionen gemäss Gleichung (1. 6/22) zurückgeführt werden:

$$\omega_{ok}^2(t) = K^2 + \frac{r^2(t)}{4} + \frac{\dot{r}(t)}{2} \quad (1. 6/22).$$

K entspricht dabei dem als konstant vorausgesetzten Werte von Φ .

1. 624. Die geringe Bedeutung der Hill'schen Erregung beim Pendelrückkopplungsempfänger.

Bei einem einigermassen vernünftig entworfenen PRE werden instabile Schwingungszustände infolge parametrischer Erregung praktisch nie eintreten können, da die folgenden Gegebenheiten durch die Betriebserfordernisse festgelegt sind:

1. Das Verhältnis p/K liegt im Bereiche von 10^{-2} bis 10^{-4} .

2. Die Störung ε ist $\ll 1$, da einerseits aus Selektivitätsgründen meist

$$r^2 \ll \omega_0^2, \quad \dot{r} \ll \omega_0^2, \quad \text{und da andererseits } \omega_0^2 \text{ praktisch konstant.}$$

3. Die Instabilitätszonen umfassen bei den vorliegenden Werten von ε und p/K nur noch äusserst geringe Frequenzbereiche. Diese werden aber selbst bei den geringsten Schwankungen der Betriebsspannungen ausserordentlich rasch durchlaufen.

4. Im allgemeinen ist $\bar{r} > 0$.

5. Für $\bar{r} < 0$ ist das System ohnehin nur auf Grund vorhandener Nichtlinearitäten stabil. Damit verlässt es aber den Rahmen der linearen Voraussetzungen zu Betrachtungen im Hill'schen Sinne.

1. 625. Kurze Zusammenstellung der explizite berechneten Spezialfälle der Variation.

Die wenigen Funktionen $P(t)$ (vgl. Gl. 1. 6/14), für welche unseres Wissens die μ -Karten bisher berechnet wurden, sind in den Abb. 1. 6 - 5 und 1. 6 - 6 zusammengestellt.

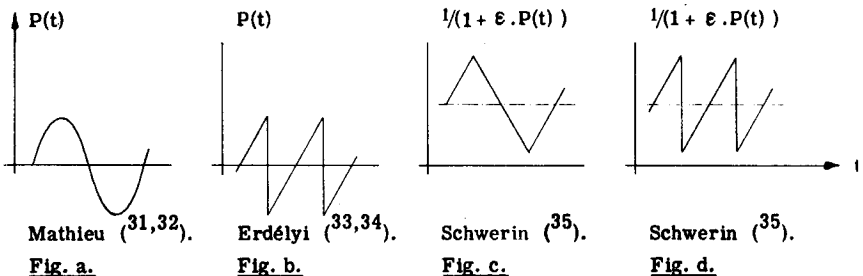
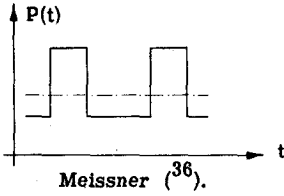


Abb. 1. 6 - 5. Einige Beispiele für Variationsfunktionen, für welche μ -Karten berechnet wurden.



In den Abb. 1.6 - 5 und 1.6 - 6 betrage die Periodendauer der sämtlichen Variationsfunktionen $T_p = 2\pi/p$.

Abb. 1.6 - 6. Die Meissner'sche Funktion.

Beispiele für μ - Karten. (Stabilitätsbezirke). Schraffiert: Stabil.

Mathieu'sche Karte.
(Aus Strutt (31)).

Meissner'sche Karte.
(Aus Strutt (31)).

$$h^2 = \frac{\epsilon}{2} \cdot (2K/p)^2$$

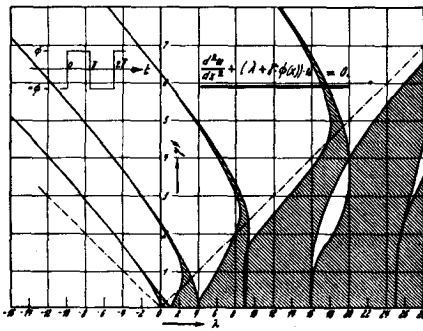
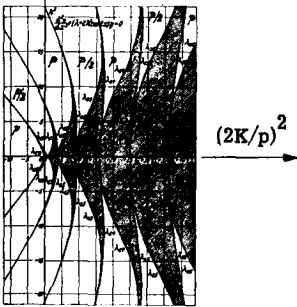


Abb. 1. 6 - 7.

Abb. 1. 6 - 8.

Mathieu'sche Karte: Die Grenzkurven berühren sich unter zunehmender Ordnung an den Stellen $\epsilon = 0$. Die stabilen Bereiche sind stets durch je eine gerade (c) und eine ungerade (s) Grenzfunktion abgeschlossen. Links des Nullpunktes liegt das Gebiet der labilen Gleichgewichte.

Meissner'sche Karte: Die sich bereits in unendlich vielen Punkten schneidenden Grenzkurven begrenzen singuläre Instabilitätsgebiete.

1.63. Eine neue Näherungslösung für die Homogene Gleichung, gültig für beliebige Variationen der Koeffizienten und ausserhalb der aperiodischen Grenzdämpfung.

Der strenge Zusammenhang zwischen der momentanen Amplitude und der momentanen Phase der resultierenden Schwingungen kann aus einer nichtlinearen Beziehung zwischen den Korrekturfunktionen ersehen werden. Die Lösung dieser sekundären Differentialgleichung selbst geschieht durch sukzessive Näherung.

1.631. Ansatz.

Der nachstehende Ansatz baut sich aus je zwei Komponenten für die zeitlichen Verläufe der Amplituden und der Phasen auf:

1. den bei sehr langsamer Koeffizientenvariation zu erwartenden Funktionen, und
2. den zu bestimmenden, durch die dauernden Einschwingvorgänge notwendigen Korrekturen.

Auf die komplexe Formulierung des Ansatzes wird absichtlich verzichtet.

$$\text{Gegeben sei die homogene Gleichung } \ddot{y} + r(t)\dot{y} + \omega_0^2(t)y = 0 \quad (1.6/12).$$

$$\text{Eine Einzellösung sei } y_1(t) = e^{-\int^t (\frac{r}{2} + \delta) d\tau} \cdot \sin\left(\int^t (\chi + \Delta) d\tau\right) \quad (1.6/23).$$

Eine weitere, von dieser linear unabhängige Einzellösung ergibt sich sofort zu

$$y_2(t) = e^{-\int^t (\frac{r}{2} + \delta) d\tau} \cdot \cos\left(\int^t (\chi + \Delta) d\tau\right) \quad (1.6/24).$$

In beiden Ausdrücken bestimmt sich die mutmassliche Eigenfrequenz bei sehr langsamen Parameterschwankungen zu $\chi^2 = \omega_0^2 - r^2/4 = (1.6/5)$ (1.6/25).

Das mit diesen Einzellösungen aufgebaute Hauptssystem ergibt sich zu

$$y(t) = c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t) = A \exp\left(-\int^t (\frac{r}{2} + \delta) d\tau\right) \cdot \sin\left(\int^t (\chi + \Delta) d\tau + \varphi\right) \quad (1.6/26).$$

Hierin bedeuten:

A, φ : Integrationskonstanten zur Befriedigung aller Anfangsbedingungen,

$\delta(t), \Delta(t)$: Korrekturen der Amplitudenfunktion, resp. der momentanen Frequenz.

Sämtliche Schwingungsgrössen seien reell.

Die Normalform (1.6/13) liefert mit $\Phi^2(t)$ gemäss Gleichung (1.6/9) die entsprechende Lösung:

$$z(t) = A \exp\left(-\int^t \delta d\tau\right) \sin\left(\int^t (\Phi + \Delta^*) d\tau + \varphi\right) \quad (1.6/27).$$

Durch einen Uebergang zur Normalform mittels der Transformation (1.6/7) bleibt die Schwingfrequenz unverändert. Somit hängen die entsprechenden Frequenzkorrekturen zusammen wie $(\chi + \Delta) = (\Phi + \Delta^*)$ (1.6/28).

Für konstante Dämpfung $r \neq r(t)$ wird also $\Delta \equiv \Delta^*$.

1. 632. Der strenge Zusammenhang zwischen Amplitude und Phase.

Der reelle Ansatz (1. 6/27) werde in Gleichung (1. 6/13) eingeführt. Durch Auftrennen nach den Koeffizienten der cos- und sin- Glieder (bei allfällig komplexem Ansatz nach Real- und Imaginärteil) ergeben sich sofort zwei voneinander unabhängige Bestimmungsgleichungen für die Korrekturen δ und Δ :

$$\text{Koeffizient (sin)} : \dot{\delta} - \delta^2 + (\dot{\Phi} + \Delta^*)^2 = \dot{\Phi}^2 \quad \text{bzw.} \quad (1. 6/29)$$

$$\text{Koeffizient (cos)} : (\dot{\Phi} + \Delta^*) - 2\delta(\dot{\Phi} + \Delta^*) = 0 \quad (1. 6/30).$$

Die Integration von Gleichung (1. 6/30) liefert unmittelbar

$$\underline{(\dot{\Phi} + \Delta^*) = (\alpha + \Delta) = e^K \cdot e^{2 \int^t \delta \cdot d\tau}} \quad (1. 6/31).$$

* Der Ausdruck (1. 6/31) enthält den mathematisch exakten Zusammenhang zwischen den zeitlichen Verläufen der Schwingfrequenz und der Amplitudenkorrektur. K ist eine Integrationskonstante.

* Zur Herleitung dieser Beziehung wurden keinerlei Voraussetzungen über die reellen Funktionen $r(t)$ und $\omega_0^2(t)$ getroffen; diese beiden Funktionen können somit wahllos in beliebiger, periodischer oder unperiodischer Weise variieren. Sie dürfen jeden beliebigen Wert annehmen; so dass das System auch über die variative aperiodische Grenze ($\dot{\Phi} = 0$) hinwegpendeln darf.

1. 633. Die Bestimmungsgleichung für die Amplitudenkorrektur.

Gleichung (1. 6/31) in Gleichung (1. 6/29) eingesetzt ergibt unmittelbar:

$$\underline{\dot{\delta} - \delta^2 + e^{2K} e^{4 \int^t \delta \cdot d\tau} = \dot{\Phi}^2} \quad (1. 6/32).$$

Diese Beziehung erscheint noch weniger diskutabel, als die Riccati'sche Gleichung (1. 6/10). Sie gestattet aber als Bestimmungsgleichung einer Korrektur unter den vorliegenden Gegebenheiten das Auffinden sehr guter Näherungswerte.

Der Gültigkeitsbereich erstreckt sich wiederum über die sämtlichen Funktionen $\dot{\Phi}(t)$.

$$\text{Mit der Substitution } u(t) = \exp(-2\delta(t)) \quad (1. 6/33)$$

führt die Beziehung (1. 6/32) über zur Gleichung

$$\ddot{u} + 4\dot{\Phi}^2 \dot{u} + 4 \cdot \dot{\Phi} \dot{\Phi} u = 0 \quad (1. 6/34).$$

Diese ist bekanntermassen wiederum nur lösbar, wenn das ohnehin gesuchte Hauptsystem der gegebenen Gleichung (1. 6/13) aufgefunden werden kann.

1. 634. Periodische Koeffizientenvariation, Vergleich mit den Resultaten der Hill'schen Theorie.

Die Funktion $\Phi(t)$ soll in periodischer Weise variieren. Die Grundfrequenz der Schwankungen betrage p (Kreisfrequenz). Da δ und $(\Phi + \Delta^*)$ die erwiesenen Eigenschaften der Hill'schen Theorie in sich schliessen müssen, sollen einige Vergleiche angestellt werden.

1. Stabile Bereiche.

δ ist reell und, wie aus der Beziehung (1. 6/31) zu ersehen ist, von verschwindendem Mittelwert: $\overline{\delta} = 0$. Diese Korrekturfunktion variiert ((1. 6/32) resp. (1. 6/34)) in halb- oder ganzfrequenter Weise mit $\Phi^2(t)$. Damit ergibt sich die nach Amplitude und Phase periodisch modulierte Schwingung (1. 6/26). Die mittlere Schwingfrequenz geht für kleine Schwankungen, also bei praktisch konstantbelassenen Schaltelementen, näherungsweise über in

$$\mu p = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\overline{\Phi + \Delta^*}) \neq \overline{(\Phi(t) = K)}.$$

Dasselbe gilt, wenn Φ^2 durch geeignete Variation der Parameter (1. 6/22) konstant belassen wird.

Aus Koeffizientenbetrachtungen an Fourierentwicklungen kann ersehen werden, dass für alle Frequenzverhältnisse (K/p) und Störungen $\varepsilon \neq 0$ die mittlere Schwingfrequenz gegenüber jener des ungestörten Systems leicht verlagert wird. Diese Tatsache wird auch durch die in Ziff. 1. 622-5 erwähnten μ -Karten veranschaulicht. Es gilt demnach:

$$\overline{(\Phi + \Delta^*)} = \overline{(x + \Delta)} \neq \overline{x} \quad (1. 6/35).$$

$$\text{Bestimmt ist stets} \quad \overline{(\Phi + \Delta^*)^2} = \overline{(x + \Delta)^2} > \overline{x^2} \quad (1. 6/36),$$

$$\text{und ebenso} \quad \overline{x^2} > 0 \quad (1. 6/37).$$

Spezialfall: $\Phi^2 = \text{konstant} = K^2$.

Die Lösung $\delta = 0$, $\dot{\delta} = 0$ ist jene des speziellsten Falles $r = \text{konstant}$, $\omega_0 = \text{konstant}$. Für den allgemeinen Fall konstanten Wertes Φ^2 trotz variablen Funktionen $r(t)$ und $\omega_0(t)$ werden Amplitude und Phase aber in periodischer Weise schwanken ($\delta(t)$ resp. $\Delta^*(t)$). Durch Erweiterung der Gleichung (1. 6/32) und Integration über eine pendelfrequente Periodendauer ergibt sich die Beziehung

$$\int_0^T \delta \cdot \delta^2 d\tau = - \int_0^T \delta \cdot \Phi^2 d\tau, \quad T = 2\pi/p.$$

Da nun aber voraussetzungsgemäss $\Phi^2 = \text{konstant}$, und da ohnehin $\int_0^T \delta d\tau = 0$, so

$$\text{verbleibt die Forderung} \quad \int_0^T \delta^3 d\tau = T \cdot \overline{\delta^3} = 0 \quad (1. 6/38).$$

$$\text{Als universelle Zusatzbedingung verbleibt} \quad \overline{\delta} = 0 \quad (1. 6/39).$$

Funktionen, welche diesen beiden Bedingungen (1. 6/38) und (1. 6/39) simultan zu genügen vermögen, sind u.a. jene, für welche, wenigstens bei langsamer Variation, pos. und neg. Funktionswerte $|\delta(t)|$ in gleicher Häufigkeit auftreten. Allfällige Symmetrieeigenschaften werden dabei durch die Verläufe der höheren Ableitungen bestimmt.

Im allgemeinen ist zu sagen, dass die für den stabilen Bereich nach den Gleichungen (1.6/32) oder (1.6/34) diskutierbaren Resultate der vorliegenden Lösung mit den Ergebnissen der Hill'schen Theorie übereinstimmen.

-2. Instabile Bereiche.

In einem linearisierten Systeme wird die Selbsterregung durch eine zeitlich unbeschränkt zunehmende Amplitude zum Ausdruck gebracht. Ein reelles $\delta(t)$ mit nichtverschwindendem Mittelwerte $\bar{\delta} = 0$ müsste gemäss Gl. (1.6/31) eine fortwährende Verminderung der Momentanfrequenz zur Folge haben. Nach der Hill'schen Theorie tritt aber im Gegenteil eine Mitnahme ein, indem die mittlere Eigenfrequenz mit der entsprechenden Oberschwingung der ganzen oder der halben Pendelfrequenz identisch wird.

Mit komplexem $\delta(t)$ lautet der zu Gl. (1.6/27) analoge Ansatz:

$$z(t) = A \cdot \text{Re} \left\{ \exp \left(- \int^t \delta \, d\tau \right) \cdot \exp j \left(\int^t (\Phi + \Delta^*) \, d\tau + \varphi \right) \right\} \quad (1.6/40)$$

$$\text{Mit } \int^t \delta(\tau) \, d\tau = \alpha(t) + j\beta(t), \quad \alpha \text{ und } \beta \text{ reell,} \quad (1.6/41)$$

ergibt sich aus der Beziehung (1.6/31) zwangsläufig eine komplexe Frequenz

$$(\Phi + \Delta^*) = e^K \cdot e^{2\alpha} \cdot e^{2j\beta} \quad (1.6/42)$$

Die instabile Schwingungsgrösse selbst ermittelt sich durch Einsetzen dieses Ausdrucks in die Gleichung (1.6/40) zu

$$z(t) = A \cdot \text{Re} \left\{ \exp \left(-\alpha - \int^t e^K e^{2\alpha} \sin 2\beta \, d\tau \right) \cdot \exp \left(j\varphi + j \int^t e^K e^{2\alpha} \cos 2\beta \, d\tau - j\beta \right) \right\} \quad (1.6/43)$$

$$\text{Instabilität fordert einen nichtverschwindenden Mittelwert } \bar{\alpha} = 0 \quad (1.6/44)$$

$$\text{Auf Grund des Ansatzes muss gelten } |\bar{\alpha}| < 0 \quad (1.6/45)$$

Gleichung (1.6/34) liefert in der Tat Lösungen, welche mit einem Exponentialfaktor e^{kt} behaftet sein können: $u(t) = w(t) \cdot e^{2kt}$, $k = -\bar{\delta} = -(\bar{\alpha} + j\bar{\beta}) = \text{konstant}$ (1.6/46).

Bei periodischer Invariante $\Phi^2(t)$ trägt $w(t)$ vermutlich ebenfalls periodischen Charakter. Während des instabilen Anschwingens dürften deshalb sowohl die Amplitude, als auch die Frequenz periodische Zusatzschwankungen erfahren. Wenn nicht, dann müsste die Hill'sche Gleichung noch bisher unbekannte Lösungen besitzen.

$$\text{Mit der periodischen Invariante } \Phi(t) = \text{Re} \left(\sum_{-\infty}^{\infty} a_{\nu} \cdot e^{j\nu p t} \right) \quad (1.6/47)$$

wurde eine direkte Berechnung von $(\Phi + \Delta^*)$ und von δ aus dem Gleichungssysteme (1.6/29 ... 32) versucht (Reihenansätze, Mittelung über eine Variationsperiode, Koeffizientenvergleiche). Diese Betrachtungen haben jedoch nicht in zwingender Weise auf eine starre Mitnahme-Schwingfrequenz $(\Phi + \Delta^*) = \nu p$ resp. $(\nu + 1/2)p$ geführt. Hinsichtlich des instabilen Verhaltens des Schwingungssystems bedürfen die Zulässigkeit des Ansatzes (1.6/25) und die daraus resultierenden Lösungen noch einer eingehenden Untersuchung.

1. 635. Die Näherungslösung für die beim PRE üblichen stabilen Bezirke $|\Phi^2| > 0$.

Gemäss Ziff. 1. 624 erlangen die instabilen Schwingungsbezirke unter den bei einem Pendelrückkopplungsempfänger vorhandenen Betriebsbedingungen keine Bedeutung. Zum Verständnis der Arbeitsweise genügt es deshalb, eine Näherungslösung innerhalb der stabilen Bereiche ($\delta(t)$ reell) aufzusuchen.

Solange in der Gleichung (1. 6/30) die Korrekturterme $\dot{\delta}$ und δ^2 von geringem Einfluss bleiben, somit also $(\dot{\delta} - \delta^2) / \Phi^2 \ll 1$ (1. 6/49) wird und $|\Phi^2|$ gleichzeitig nicht unter einen gewissen Minimalwert ϵ^* absinkt, lässt sich $\delta(t)$ aus einem rasch konvergierenden Näherungsverfahren gewinnen.

Die Bedingung $|\Phi^2| > \epsilon^*$ (1. 6/50)

ist für verhältnismässig langsame Schwankungen ($p \ll K$) geringen Ausmasses ($\epsilon \ll 1$ in Gleichung (1. 6/14)) stets erfüllt.

-1. Geringe Dämpfung.

Da $\delta(t)$ die Dämpfungskorrektur beschreibt, und da andererseits der Mittelwert $\bar{\delta}$ verschwinden muss, so nähert sich der Mittelwert von $\exp(2 \int \delta d\tau)$ dem Wert 1 sehr gut an.

Aus der Beziehung (1. 6/32) ergibt sich sofort die Iterationsbeziehung

$$\delta(t) = \frac{1}{4} \cdot \frac{(\Phi^2 - \dot{\delta}_{\gamma-1} + \delta_{\gamma-1}^2)'}{(\Phi^2 - \dot{\delta}_{\gamma-1} + \delta_{\gamma-1}^2)} \quad \left\{ \begin{array}{l} ()' = (\dot{}) = \frac{d()}{dt} \end{array} \right\} \quad (1. 6/51).$$

Die nullte Näherung sei mit $\dot{\delta}_0, \delta_0^2 = 0$ angenommen. Damit lässt sich für die

erste Näherung schreiben: $\delta_1(t) = \frac{1}{4} \cdot \frac{(\Phi^2)'}{\Phi^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\dot{\Phi}}{\Phi}$ (1. 6/52).

Die folgenden Näherungen konvergieren im allgemeinen rasch. Ein Ausdruck für die asymptotische Entwicklung wäre sehr wünschenswert. Der Konvergenzbeweis wird hier weggelassen. Eine besondere Betrachtung erfordert der Spezialfall sprunghafter Parameteränderungen, welcher durch Unstetigkeiten im Verlaufe von $\dot{\Phi}$ gekennzeichnet ist.

Mit der γ ten Näherung lautet der Ausdruck (1. 6/27) für die Schwingung:

$$z_\gamma(t) = A \exp\left(-\int \delta(\tau) d\tau\right) \cdot \sin\left(\int e^K \cdot \exp\left(2 \int \delta_\gamma(x) dx\right) d\tau + \varphi\right) \quad (1. 6/53).$$

Für die erste Näherung ergibt sich mit Gleichung (1. 6/52) in analoger Weise:

$$z_1(t) = A e^{K/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\Phi}} \cdot \sin\left(\int \Phi d\tau + \varphi\right) \quad (1. 6/54).$$

Diese erste Näherung lässt sich auf Grund der Beziehungen (1. 6/27), (1. 6/31)

und (1. 6/52), (1. 6/54) auch ausdrücken durch $\Delta_1^* = 0$ (1. 6/53).

Die sämtlichen Näherungslösungen $\delta_y(t)$ gelten wiederum für allgemein unperiodische Variationen von $\Phi(t)$. Die Zusammenhänge zwischen den Verläufen von Amplitude und Phase sind streng gewahrt; sie sind gemäss Gleichung (2. 6/31) den gleichen Näherungsfehlern unterworfen.

Bei periodischem $\Phi(t)$ verschwindet der Mittelwert von $\delta(t)$ automatisch, wie dies durch die Gleichung (1. 6/39) gefordert wird.

-2. Grosse Dämpfung.

Es liege der Fall sehr grosser Dämpfung vor :

$$\Phi^2 = (\omega_0^2 - r^2/4 - i/2) < -\epsilon^*, \quad \epsilon^* \gg 0 \quad (1. 6/56).$$

Damit ergeben sich die reellen Ausdrücke $\delta_1(t)$ und $\int^t \delta_1 d\tau$ zu

$$\delta_1(t) = \frac{1}{4} \ln \Phi^2(t) = \frac{1}{4} (\ln |\Phi^2| + j\pi)' = \frac{1}{4} \ln' |\Phi^2(t)| \quad (1. 6/57),$$

$$\text{bzw. zu} \quad \int^t \delta_1(\tau) d\tau = -K/2 + \frac{1}{4} \ln |\Phi^2| + j \cdot \frac{\pi}{4} \quad (1. 6/58).$$

$$\text{Hieraus folgt für die nun komplexe Konstante: } K = K_0 + j\pi/2 \quad (1. 6/59).$$

$$\text{Weiterhin ist gemäss Gleichung (1. 6/52): } e^{-\int^t \delta_1 d\tau} = e^{K_0/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{|\Phi|}} \text{ (reell)} \quad (1. 6/60),$$

$$\text{und ebenso laut Gleichung (1. 6/55): } (\Phi + \Delta^*)_1 = \Phi(t) \text{ (imaginär)} \quad (1. 6/61).$$

Die homogene Lösung lautet demnach mit den Integrationskonstanten A und

$$\varphi = j\varphi_0 : \quad \underline{z_1(t) = A e^{K_0/2} \cdot (1/\sqrt{|\Phi|}) \cdot \cosh \left(\int^t |\Phi| d\tau + \varphi_0 \right)} \quad (1. 6/62).$$

Die hyperbolische cos - Funktion wurde zugunsten eines reellen Resultates eingeführt. Sofern bei langsamen oder geringen Parameterschwankungen der negative Wert von Φ^2 hauptsächlich durch das Ueberwiegen des Widerstandsgliedes ($r^2/4$) über dasjenige der Eigenfrequenz (ω_0^2) in Gleichung (1. 6/56) verursacht wird, so werden vornehmlich die beiden folgenden Fälle beschrieben :

- a). r positiv und $> 2\omega_0$: Starke asymptotische Systemdämpfung;
 b). r negativ und $|r| > 2\omega_0$: Starke asymptotische Entdämpfung, zurückzuführen auf eine allzu starke Rückkopplung.

In diesem Zusammenhange ist bei der expliziten Durchführung der die physikalische Schwinggrösse $y(t)$ liefernden Rücktransformation (1. 6/7) zu beachten, dass auf Grund der getroffenen Voraussetzungen $|r/2| > |\Phi|$ wird (vgl. Gl. (1. 6/56)).

-3. Die Güte der ersten Näherung.

-31. Sinusförmige Dämpfungsvariation.

Die Dämpfung $r(t)$ variere nach der Funktion $r(t) = r_0 (1 + m \cos pt)$, oder in anderer Schreibweise : $r(t) = r_0 + r_1 \cos pt$ (1.6/63).

Lineare Pendelrückkopplung ist nur möglich für $r_1 > r_0$ und $r_0 > 0$ (Stabilität).

Andererseits ist aus Selektivitätsgründen $r_1 \ll \omega_0^2$.

Die Kreisgüte Q sei definiert als $Q(t) = \omega_0/r(t)$ (1.6/64).

Hohe Verstärkung wird erreicht für $r_0 \approx 0$, wenn $r_1 > r_0$.

Unter allen diesen Umständen ist gewiss $\delta_1^2 \ll \dot{\delta}_1$ (1.6/65).

Bei starker Vereinfachung im ungünstigeren Sinne ergeben sich damit die in der nachstehenden Zusammenstellung angeführten Werte.

$ Q $ min.	<u>1</u>				<u>10</u>			
(ω_0/p)	1	10	100	1000	1	10	100	1000
				****				****

$ \dot{\delta}_1/\omega_0^2 $ max.	1/2	1/100	10^{-4}	10^{-6}	1/20	$1,5 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10^{-8}
------------------------------------	-----	-------	-----------	-----------	------	---------------------	-----------	-----------

$ Q $ min.	<u>100</u>				<u>1000</u>			
(ω_0/p)	1	10	100	1000	1	10	100	1000
				****				****
$ \dot{\delta}_1/\omega_0^2 $ max.	$\frac{10^{-2}}{2}$	$\frac{10^{-5}}{2}$	$\frac{10^{-7}}{7}$	10^{-10}	$\frac{10^{-3}}{2}$	$\frac{10^{-6}}{2}$	$\frac{10^{-9}}{2}$	$\frac{10^{-11}}{7}$

Die Selektivitätsanforderungen lassen Kreisgüten $|Q| = 100$ als notwendiges Minimum erscheinen. Das Verhältnis der Eigen- zur Pendelfrequenz wird zudem stets etwa 1000 betragen. Es ist damit ersichtlich, dass selbst die erste Näherung der Korrekturen ganz unbedeutende Werte annimmt.

-32. Lineare Variation der Dämpfung (z. B. innerhalb einer trapezförmigen Aenderungs-
funktion).

1. Aenderung der Schwingfrequenz durch die Dämpfung (statisch).

$$\chi^2 = (\omega_0^2 - r^2/4) = \omega_0^2 (1 - 1/4Q^2) .$$

Speziell: $|Q|_{\min.} = 10 : \chi_{\min.} = \omega_0 \cdot (1 - 1/800) : \text{Aenderung } 1 \text{ Promille.}$

2. Extremfall.

Eine direkte Variation der Eigenfrequenz solle unterbleiben (keine Aenderung der Energiespeicher). Die Dämpfung ändere über den Wert Null hinweg aber derart rasch, dass innerhalb einer einzigen Periode der Systemschwingung ein Wechsel von $-Q$ über den Wert Unendlich nach $+Q$ erfolge.

$$\text{Allg. : } \delta \approx r/50 \cdot Q; \quad \frac{\delta^2}{\chi^2} \approx 1/2500 \cdot Q^4; \quad \frac{\dot{\delta}}{\chi^2} < 1/3000 \cdot Q; \quad \frac{\dot{r}}{\chi^2} \approx 1/3 \cdot Q$$

$$|Q|=10: \quad \approx r/50 \quad < 10^{-7} \quad < 1/30000 \quad \approx 1/30$$

3. Extremste Werte eines vernünftig gebauten Pendelrückkopplungsempfängers.

Das Verhältnis (ω_0/p) sei lediglich gleich 100.

Der Anstieg von $-|Q|$ nach $+|Q|$ erfolge aber innerhalb einer Viertelsperiode der Parameterschwankung, also innert $T_p/4 = 2\pi/4p$.

Dabei ergeben sich die folgenden Verhältnisse:

$$\text{Allg. : } T_p/4 \approx 150/\omega_0; \quad \frac{\delta^2}{\chi^2} < 10^6 \cdot Q^4; \quad \frac{\dot{\delta}}{\chi^2} \approx 1/180000 \cdot Q^2; \quad \frac{\dot{r}}{\chi^2} \approx 2/150 \cdot Q$$

$$|Q| = 10: \quad < 1/10^{-10} \quad \approx 5 \cdot 10^{-8} \quad \approx 1/750$$

Obwohl die Korrekturbeträge sehr gering ausfallen, wäre eine Rekursionsmethode erwünscht, welche die weiteren Korrekturen wiederum nur hauptsächlich aus den vorherigen Näherungen entwickeln liesse.

Die tatsächlichen Verhältnisse liefern bessere Werte, als die unter dieser Ziffer Errechneten (relativ tiefere Pendelfrequenz und bessere Kreisgüten).

1.636. Das Gebiet der aperiodischen Grenzdämpfung.

Ein Schwingssystem mit konstanten Elementen oszilliert nur bei positiver Invariante der Normalform der Differentialgleichung (Gl. (1.6/9)).

Für $r^2/4 > \omega_0^2$ treten aperiodische Ausgleichsvorgänge auf, wobei auch die Zustände allzustarker Rückkopplung (r negativ) miteinbezogen sind. Die Gleichheit der beiden Ausdrücke bestimmt die sogenannte aperiodische Grenzdämpfung.

In analoger Weise kann beim Vorliegen zeitlich veränderlicher Elemente des Schwingensystems von einer variativen aperiodischen Grenzdämpfung gesprochen werden, wenn die Invariante $\Phi^2 = (\omega_0^2 - r^2/4 - \dot{r}/2)$ die Werte Null annimmt. Der Gradient der Dämpfungsänderung wird also ebenfalls bedeutungsvoll.

Söfern $\Phi^2(t)$ stets ≈ 0 , so kann eine iterierte Näherungslösung der Korrekturdifferentialgleichung (1.6/32) durch erstmalige Vernachlässigung des Exponentialgliedes versucht werden. Für die nullte Näherung ergibt sich dann:

$$\dot{\delta}_0 - \delta_0^2 = \Phi^2, \quad \Phi^2 \approx 0.$$

Wenn nun aber die Invariante zwischen oszillatorischen (positiven) und aperiodischen (negativen) Werten hin und her pendelt, so schwankt damit auch die Wertigkeit jedes einzelnen Gliedes in Gleichung (1.6/32). Ein rasches Durchlaufen ist relativ ungefährlich, da dann der Pol von $\delta_y(t)$ gemäss Gleichung (1.6/51) ausser Acht gelassen werden darf. Man vergleiche die Ausführungen unter Ziff. 1.652, da diese Schwierigkeiten universeller Art zu sein scheinen. Der Ansatz (1.6/26) ist jedenfalls nicht mehr sinnvoll (Energier reflexionen).

1. 64. Die allgemeine Lösung der inhomogenen Schwingungsgleichung für die stabilen Bereiche.1. 641. Allgemeines zur linear bedingten Phasenzuordnung.

Gesucht wird eine allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung (1. 6/1). Ehe jedoch ein partikuläres Integral berechnet werden soll, möge versucht werden, das zu erwartende Resultat aus rein physikalischen Betrachtungen heraus zu verstehen.

Die pendelfrequente Variation der die Schwingungsvorgänge bestimmenden Elemente lässt das System auch dann nie in einen Ruhezustand übergehen, wenn die äussere Erregung als unmodulierte Schwingung rein periodisch verläuft (vgl. Ziff. 1. 222). In den Intervallen überkritischer Rückkopplung werden die dauernd entstehenden Ausgleichsschwingungen zu den erwünschten hohen Amplituden angefacht. Eine grobe Betrachtungsweise liesse nun vermuten, dass die Phasenlagen dieser in pendelfrequenter Wiederholung erregten Schwingungszüge einer irgendwelchen statistischen Verteilung unterworfen sein könnten.

In einem System mit zeitlich unveränderlichen Elementen ist nun aber der Rhythmus der Energiependelung zwischen den Speichern durch die erregende Störung vorgegeben. Die bei einer nun einsetzenden, langsamen und auswirkungsmässig unbedeutenden Variation der Systemsparameter ausgelösten Ausgleichsschwingungen gewährleisten die Stetigkeit der energetischen Veränderungen durch Anpassung der Anfangs- oder Randwertbedingungen. Sie werden somit augenscheinlich aus dem in jedem Zeitmomente vorgegebenen Rhythmus der Energiependelungen heraus geboren. Die Natur dieser Vorgänge wird sich auch bei sehr bedeutender Variation der Elemente selbst dann nicht ändern, wenn dem Systeme durch zeitweilige Einstellung negativer Gesamtdämpfung Gelegenheit zur Selbsterregung gegeben wird. Somit ergibt sich als Resultat dieser Betrachtung :

* Zu allen Zeiten müssen die Anfangsphasenlagen neu ausgelöster Ausgleichsschwin-
 * gungen in einem streng linearen Zusammenhange mit den dannzumal herrschenden
 * Schwingungszuständen und damit mit dem erregenden Signale stehen.
 *

In einem rein linearen System variiert die Eigenfrequenz der Schwingungen mit der Aenderung der Parameter. Der am Ende einer Pendelperiode verbleibende Schwingungsrest wird sich gegenüber der äusseren Erregung zu Beginn der Anfachung phasenmässig um einen gewissen Verstimmungswinkel verdreht haben. Er ist jedoch stets in von den jeweiligen Verhältnissen abhängiger Weise dem erregenden Signal eindeutig zugeordnet. Damit wird er zum wiederum organisierten Bestandteile des Gesamtgeschehens. Er nimmt deshalb auch Anteil an den Bedingungen, welche zu jeder Zeit die Phasenlagen der neu entstehenden Ausgleichsschwingungen bestimmen. Solange begrenzende Nichtlinearitäten ausser Acht gelassen werden dürfen, stellen sich stets stationäre Zustände linearer Zusammensetzung der einzelnen Schwingungskomponenten ein. Derartige Verhältnisse, welche die sogenannten kohärenten Zustände charakterisieren, werden ausführlich in Kapitel 2. 32 behandelt.

Wenn die vorliegenden Anschauungen zu Recht bestehen, so muss dies in der partikulären Lösung der inhomogenen Differentialgleichung zum Ausdruck kommen. Infolge der eindeutigen Phasenzuordnung der Ausgleichsschwingungen zur äusseren Erregung muss die Eigenfrequenz des Systems in einer allfälligen Spektraldarstellung fehlen. Nebst den Abhängigkeiten der Amplituden- und Phasenschwankungen von den verschiedenen Parametern und Para-

meterfunktionen soll zum Ausdruck gebracht werden, dass das System nur bei positiven Mittelwerten der resultierenden Dämpfung stabil sein kann.

1. 642. Unmoduliertes Fremdsignal.

-1. Periodische und Synchrone Variation der Schaltelemente.

Gesucht wird die Lösung der linearen Differentialgleichung

$$\ddot{y} + r(t)\dot{y} + \omega_0^2(t)y = S(t) \quad (1.6/1)$$

mit der harmonischen Erregung $S(t) = S_0 \sin(\omega t + \chi)$ (1.6/66).

Nach der Methode der Variation der Konstanten von Lagrange lässt sich diese aus den Einzellösungen $y_1(t)$ bzw. $y_2(t)$ der homogenen Gleichung (1.6/12) herleiten wie folgt:

$$y(t) = ay_1 + by_2 + \frac{1}{C} \int_0^t S(\tau) e^{\int_0^\tau r(x) dx} \cdot (y_2(t)y_1(\tau) - y_1(t)y_2(\tau)) \quad (1.6/67).$$

(37...39)

Dabei stellen die ersten beiden Terme flüchtige Eigenschwingungen dar, welchen die Aufgabe zufällt, die Randwertbedingungen zu befriedigen. Das mit der Konstanten $1/C$ multiplizierte Glied ist das gesuchte Partikulärintegral der inhomogenen Gleichung.

Mit der Bedingung $y_2(t) = y_1(t) \int_0^t \frac{d\tau}{y_1} \exp(-\int_0^\tau r(x) dx)$ (38) (1.6/68),

sowie auf Grund der Gleichungen (1.6/7) und (1.6/53) ergeben sich die Einzellösungen der homogenen Gleichung (1.6/12) in der ν ten Näherung

zu $\frac{y_1(t)}{y_2(t)} = A \cdot e^{\int_0^t (\frac{r}{2} + \delta_\nu) d\tau} \cdot \frac{\cos(\int_0^t e^{K/2} e^{2\int_0^\tau \delta_\nu(x) dx} \cdot d\tau)}{\sin(\int_0^t e^{K/2} e^{2\int_0^\tau \delta_\nu(x) dx} \cdot d\tau)}$ (1.6/69)
(1.6/70)

In Anwendung der vorgeschlagenen Berechnungsmethode (Ziff. 1. 63, Gl.(1.6/54)) ergibt sich weiterhin bei Beschränkung auf die sehr gute 1. Näherung der Korrekturen als Lösungen der Normalform

$$\frac{z_1(t)}{z_2(t)} = A \cdot e^{K/2} \frac{1}{\sqrt{\Phi}} \cdot \frac{\cos(\int_0^t \Phi(\tau) d\tau)}{\sin(\int_0^t \Phi(\tau) d\tau)} \quad (1.6/71)$$

(1.6/72)'

mit $\Phi^2 = \omega_0^2 - r^2/4 - \dot{r}/2$ (1.6/9) und $K \approx \overline{\Phi}$. (1.6/73).

Inskünftig werde lediglich das partikuläre Integral

$$y_p(t) = \frac{1}{C} \int_0^t S(\tau) e^{\int_0^\tau r(x) dx} \left(y_2(t)y_1(\tau) - y_1(t)y_2(\tau) \right) \cdot d\tau \quad (1.6/74)$$

betrachtet. C bedeutet darin eine Systemkonstante. Die Einzellösungen y_1, y_2 werden dabei in beliebiger Näherung eingesetzt.

Ein Abriss der weiteren Berechnung ist im Anhang I wiedergegeben ¹⁾.

Durch Auftrennen der variablen Funktionen in deren Mittelwerte und in die diesen überlagerten periodischen Schwankungen lassen sich gleichfrequent ändernde Faktoren zusammenfassen und in ihrer Gesamtheit durch explizite berechenbare Fourierreihen ersetzen. Goniotrische Umformungen erlauben die Integration der einzelnen Spektralanteile.

Bei periodischer Erregung $S(t)$ (unmoduliertes Fremdsignal) ergibt sich somit:

$$y_p = \frac{S_0}{2C} e^{-\int (\frac{\bar{r}^*}{2} + \delta) d\tau} \sum_{\nu = -\infty}^{\infty} a_{\nu} \cdot \left\{ \frac{-\sin \left\{ (\omega - \nu p)t + \int \chi_{\Delta}^* d\tau + \chi - \varphi_{\nu} + \psi_{\nu} \right\}}{\sqrt{\left(\frac{\bar{r}}{2}\right)^2 + (\omega - \bar{\chi}_{\Delta} - \nu p)^2}} + \frac{\sin \left\{ (\omega + \nu p)t - \int \chi_{\Delta}^* d\tau + \chi + \varphi_{\nu} + \psi_{\nu} \right\}}{\sqrt{\left(\frac{\bar{r}}{2}\right)^2 + (\omega + \bar{\chi}_{\Delta} + \nu p)^2}} \right\} \quad (1.6/95)$$

Hierin bedeuten:

$$\operatorname{tg} \psi_{\nu} = \frac{\bar{r}/2}{(\omega - \bar{\chi}_{\Delta} - \nu p)} \quad (1.6/96a); \quad \operatorname{tg} \psi_{\nu} = \frac{\bar{r}/2}{(\omega + \bar{\chi}_{\Delta} + \nu p)} \quad (1.6/96b);$$

$$\bar{a}, \bar{P}(t) \text{ komplexe Konstanten resp. Funktionen, } a_{\nu} = |\bar{a}_{\nu}|, \varphi_{\nu} = \arg(\bar{a}_{\nu}) \quad (1.6/84),$$

$$\bar{a} = \frac{c + 2\pi/p}{p} \cdot \int \bar{P} \cdot e^{-j\nu p \tau} \cdot d\tau \quad (1.6/85), \quad \bar{P} = e^{\int (\frac{\bar{r}^*}{2} - \delta) d\tau} \cdot \int \chi_{\Delta}^* d\tau \quad (1.6/86),$$

$$\text{wobei infolge der komplexen Natur von } \bar{P}(t) \quad \bar{a}_{\nu} \neq \bar{a}_{-\nu}^* \text{ wird.} \quad (1.6/97).$$

$$\text{Mittelwerte der Dämpfung bzw. Frequenz: } \bar{r}, \bar{\chi}_{\Delta} = (\bar{\chi} + \Delta).$$

$$\text{Variable Anteile: } r^* = (r(t) - \bar{r}), \quad \chi_{\Delta}^* = (\chi_{\Delta}(t) - \bar{\chi}_{\Delta}), \quad \chi_{\Delta} = (\chi + \Delta) \quad (1.6/76).$$

Aus der Gleichung (1.6/95) ist sofort ersichtlich, dass sich die einzelnen Spektralanteile aus den Elementen der Lösung der homogenen Gleichung aufbauen. In qualitativer Hinsicht ist das Resultat jedoch nicht von der Genauigkeit der homogenen Lösung abhängig. Diese beeinflusst lediglich die quantitativen Ergebnisse.

-2. Diskussion.

1. Da die mittlere Dämpfung als ein Exponentialfaktor des Resultates exakt verschwindet, ergibt sich eine stationäre Lösung.

2. Die Variationsperiode dieser Partikularlösung ist mit der Pendelperiode identisch.

¹⁾ Die Gleichungen (1.6/75) bis und mit (1.6/94) finden sich im Anhang I.

3. Die Eigenfrequenz (χ_{Δ}) erscheint im Resultat lediglich als Verstimmungsparameter und als periodischer Anteil der Phase.

4. Das resultierende Spektrum besteht exakt aus der Frequenz des Fremdsignals als Spektralmitte. Zu jeder Seite existiert eine Vielzahl von Seitenbändern, welche um die Variationsfrequenz gegeneinander distanziert sind und jeweils das gesamte Spektrum einer allfälligen Modulation des Fremdsignals umfassen.

Es kann ersehen werden, dass dieses Spektrum demjenigen eines langsam frequenzmodulierten Fremdsignals innerhalb gewisser Fehler zu folgen vermag.

5. Durch die vorliegende Rechnung ist exakt bewiesen, dass die Phasenverläufe der resultierenden stationären Schwingungen eines linearen, variierenden Systems in wiederum linearer Weise aus jenen einer unmodulierten Erregung heraus geboren werden. Damit sind die physikalischen Anschauungen der Ziff. 1. 641 für die stabilen Bezirke der Hill'schen Gleichung mathematisch streng erhärtet.

6. Durch die Integration (1. 6/91) werden die Amplitudenfunktionen der Gleichung (1. 6/80) und (1. 6/81) individuell verändert. Die resultierende Amplitudenfunktion wird deshalb durch den Verlauf der Resultierenden aller Einzelschwingungen bestimmt. Somit ist bereits erwiesen, dass die Umhüllende nicht genau der Funktion

$$\exp \left(- \int_0^t \left(\frac{r^*}{2} - \delta \right) d\tau \right) \text{ folgen kann.} \quad \text{Whitehead } (^3) \text{ hat auf Grund}$$

der näherungsweise Berechnung die bereits sehr gute Enveloppendarstellung

$$y_p(t)_{\text{ampl.}} \sim \exp \left(- \int_0^t \frac{r^*}{2} d\tau \right) \text{ aufgefunden.}$$

7. Die Verstärkung ergibt sich zu $(\text{ampl. } y(t) / S_0)$. Sie wächst sehr rasch mit kleiner werdendem Mittelwert \bar{r} der Dämpfung. Für den bereits instabilen Wert $\bar{r} = 0$ erreicht sie bei verschwindender Verstimmung einen theoretisch unendlich hohen Betrag. Der bedeutende Einfluss geringster Schwankungen der mittleren Dämpfung, welche ihrerseits durch das den Betriebsbedingungen sehr unterworfenen Rückkopplungsmass bestimmt wird, ist sehr schön zu ersehen.

8. Mit abnehmender mittlerer Dämpfung werden auch die Nebenresonanzstellen (multiple Resonanzen) bedeutend stärker in Erscheinung treten. Ihre Lagen sind gegeben durch die Bedingung $(\omega - \chi_{\Delta} - \nu \cdot p) \approx 0$. Eine Verminderung der mittleren Dämpfung ist absolut gleichbedeutend mit einer Zunahme der relativen, jeweils verbleibenden Restspannung (Kohärenz).

9. Mit abnehmendem Mittelwert der Dämpfung steigt die Resonanzschärfe ausserordentlich stark an.

10. Die Verstimmung wird durch die Differenz zwischen der Fremdfrequenz und dem Mittelwert der Eigenfrequenz des Systems ausgedrückt.

11. Die Schwankung der Frequenz der resultierenden Schwingungen wird durch die Zusammenwirkung der Einzelschwingungen gegeben. Die Phasen derselben variieren bildgetreu mit jener

der Eigenschwingungen (Ausgleichsschwingungen, gegeben durch die homogene Lösung).

12. Die Amplituden der resultierenden Schwingungen, also auch diejenigen der Einzelschwingungen, sind der Stärke des Fremdsignals proportional. Die Frequenz einer jeden Eigenschwingung weicht stets um ein entsprechendes Vielfaches der Pendelfrequenz von der Frequenz des erregenden Signals ab. Langsame, beinahe statische Veränderungen dieser beiden Kennwerte des Fremdsignalzustandes werden somit in ebensolche übertragen. Jede Änderung der Fremdfrequenz wirkt aber auf den zeitlichen Verlauf der Amplitude zurück. Es verändern sich sowohl die Enveloppen, als auch der Betrag der höchstmöglichen Amplitude (Verstärkung). Es tritt demnach ein zusätzliches dynamisches Resonanzverhalten auf.

(Die Variation der Amplitude bei Veränderung der Eigenfrequenz ersehe man aus den Gleichungen (1. 6/80) und (1. 6/81) im Anhang I).

13. Sofern die mittlere Dämpfung ein gewisses Mass nicht übersteigt, also insbesondere unter den bei empfindlichen Pendelrückkopplungsempfängern vorliegenden Verhältnissen, darf in Gleichung (1. 6/95) der gesamte Summenausdruck mit einer Summation der Frequenzen im Nenner gegenüber den übrigen Gliedern (Frequenzdifferenzen im Nenner) vernachlässigt werden.

14. Die, zusammen mit Herrn Morton, bereits im Jahre 1947 vorgenommene Ausmessung der Frequenzspektren hat für einige wenige berechenbare Beispiele die vorliegende Spektralverteilung ergeben.

-3. Unperiodische und nichtsynchrone Parameterschwankung.

Da die Gleichungen (1. 6/31) und (1. 6/32) für allgemeine, unperiodische Funktionen $\Phi^2(t)$ gültig sind, so muss in den Beziehungen (1. 6/82) und (1. 6/83) an die Stelle der Fourierreihe

$$\text{das Fourierintegral} \quad \int_{-\infty}^{\infty} A(p) \sin (pt + \varphi(p)) dp \quad (1. 6/98)$$

treten. Unter den nämlichen Voraussetzungen zulässiger Vertauschung der Summation und der Integration ist daher auch im partikulären Integrale (1. 6/95) die Summe $\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}$ durch das

$$\text{Integral} \quad \int_{\nu p = -\infty}^{\infty} \dots \dots d\nu p \text{ zu ersetzen.}$$

-4. Verstärkungen.

Eine explizite Berechnung wird unterlassen. Für den Spezialfall sprungweiser Änderung der Schaltelemente beachte man Ziff. 2. 213.

1. 643. Moduliertes Fremdsignal.-1. Periodische Modulation.

Die allgemeine gemischte Amplituden- und Frequenzmodulation der Erregung kann nur dann einen periodischen Charakter aufweisen, wenn sich die modulierte Funktion durch eine Fourierreihe darstellen lässt. Die Erregung besteht aus der Gesamtheit der spektralbedingten Einzelschwingungen.

Vorausgesetzt ist ein lineares Schwingsystem, welches eine Superposition der Einflüsse der einzelnen Störungen zum resultierenden Ergebnisse ermöglicht. Somit ergibt sich für den stationären, also den eingeschwungenen Zustand das resultierende partikuläre Integral als schlussendliches Resultat zu
$$y_p(t) = \sum_{\omega_\mu} y_p(\omega_\mu) \quad (1.6/99).$$

Das resultierende Spektrum ist in Abb. 1. 6- 9 veranschaulicht.

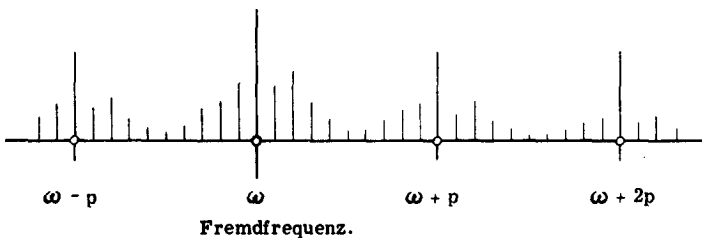


Abb. 1.6 - 9. Diskrete Spektralfrequenzen bei periodischer Modulation.

Um die der Variation der Parameter zuzuschreibenden Einzelschwingungen der Frequenzen $(\omega \pm \nu p)$ gruppieren sich die Spektren der Modulation. Es entstehen somit Frequenzgruppen, welche um ein Vielfaches der Pendelfrequenz gegeneinander verschoben sind. Infolge der mit der Frequenzabweichung gegenüber der Fremdfrequenz veränderlichen Phasen und Amplituden (Gl. (1. 6/95)) werden sowohl die Einzelschwingungen, wie auch die einzelnen Gruppen individuell "verformt".

-2. Diskussion.

1. Die Modulation des Fremdsignals tritt gemäss Abb. 1. 6- 10 durch die im Wesentlichen charaktergleichen, jedoch in Abhängigkeit der Parameter individuell verzerrten Spektralgruppen zutage. Es existiert eine unendliche oder endliche Anzahl diskreter Schwingungen.
2. Der Modulationszustand der resultierenden Schwingungen eines linearen Rückkopplungsempfängers ist stets eine ein-eindeutige Funktion des Modulationszustandes des Fremdsignals.
3. Wenn einzelne Frequenzgruppen einer Verwertung zugeführt werden sollen, so dürfen sich die energetisch massgeblichen Einzelspektren verschiedener Gruppen frequenzmässig nicht überschneiden. Hieraus ergibt sich eine Bedingung für die minimale Pendelfrequenz in

Abhängigkeit der das Fremdsignal modulierenden Größen.

Aus elementaren Betrachtungen folgt sofort :

a). Bei Amplitudenmodulation des Fremdsignals darf die Pendelfrequenz den doppelten Betrag der höchsten Modulationsfrequenz nicht überschreiten. Bei Auswertung einer einzelnen Frequenzgruppe ist sie zudem um einen durch die Trennschärfe der verwendeten Filter vorgegebenen Wert zu vergrößern.

b). Ist das Fremdsignal zudem frequenzmoduliert, so wird die wirksame Modulationsbandbreite eine Funktion des Verhältnisses des Frequenzhubes zur Modulationsfrequenz (Eintonmodulation). Unter Bezugnahme auf einschlägige Darstellungen ⁽⁴⁹⁾ dürfte ein gegenseitiges Ueberschneiden der wesentlichen Spektralanteile benachbarter Gruppen ausgeschlossen sein, wenn die Pendelfrequenz den dreifachen Frequenzhub, vermehrt wiederum um den notwendigen Filterabstand, nicht unterschreitet.

Zur Verwertung wird sich aus energetischen Gründen, wie auch im Hinblick auf die geringsten der zu erwartenden Verzerrungen vornehmlich die zentrale, um die Fremdfrequenz herum angeordnete Gruppe eignen.

Immerhin ist ersichtlich, dass sich ein Pendelrückkopplungsempfänger nur bei hohen Trägerfrequenzen zum Empfang frequenzmodulierter Signale eignen wird. Unter Umständen muss das Antennensignal erst nach höheren Frequenzwerten hin transponiert werden. Auf diese Weise wird auch eine Verringerung des Phasenhubs bewirkt, welche sich im Hinblick auf die Erhaltung der Eindeutigkeitseigenschaften als sehr erwünscht erweist (vgl. Ziff. 4. 13).

Im Gegensatz hierzu steht die Forderung möglichst tiefer Trägerfrequenz, welche sich angesichts der praktischen Durchführbarkeit der Ausfilterung einzelner Frequenzgruppen erhebt. Zu diesem Zweck wird das vom PRE abgegebene Signal zu bedeutend tieferen Frequenzbereichen hin transponiert werden müssen.

-3. Mehrfach periodisch modulierte Erregung.

Im Gegensatz zur rein periodischen Modulation besteht die modulierende Funktion aus einer Mehrzahl von periodischen Funktionen beliebiger Grundfrequenzen, welche sich im mathematischen Sinne durch eine entsprechende Mehrzahl von Fourierreihen darstellen lässt. Das Spektrum der Erregung wird entsprechend erweitert und umfasst demnach die Gesamtheit der den einzelnen periodischen Modulationsfunktionen zugeordneten diskreten Einzelspektren. Somit ergeben sich grundsätzlich die bei rein periodischer Modulation (Ziff. -2 vorstehend) auftretenden Verhältnisse.

-4. Gänzlich unperiodische Modulation.

Ein gänzlich unperiodisch modulierte Fremdsignal umfasst ein kontinuierliches Band von Einzelspektren und wird somit dargestellt durch ein Fourierintegral

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \sin(\omega t + \chi(\omega)) d\omega \quad (1.6/100).$$

Es können keinerlei stationäre Zustände auftreten. Infolge der wiederum linearen Superposition der Einzelwirkungen ergibt sich die resultierende Schwingung zu

$$y_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \cdot y_p(\omega) \quad (1.6/101).$$

-5. Fremdsignal eine pendelfrequente Funktion (z.B. Gleichstromänderungen).

Wie aus den Beispielen der Ziff. 1.611 zu ersehen ist, enthält die allgemeine Schwingungsgleichung (1.6/1) stets einen pendelfrequenten Störausdruck gemäss der Beziehung (1.6/6):

$$S_2(t) = P_2(t) \cdot i_0(t) \quad (1.6/102).$$

$P_2(t)$ rührt von einer Variation der Energiespeicher, $i_0(t)$ hingegen z.B. von einem mit der Elementenvariation veränderlichen Gleichstrome her. Die Pendelfrequenz werde als konstant betrachtet. Somit ändert sich $S_2(t)$ periodisch nach der Fourierreihe

$$S_2(t) = \sum_0^{\infty} S_{\mu} \sin(\mu pt + \chi_{\mu}) \quad (1.6/103).$$

Der resultierende Einfluss ergibt sich wiederum als additive Ueberlagerung der Wirkungen der Einzelstörungen. Somit ist anhand der Gleichung (1.6/95) ersichtlich, dass Ausgleichschwingungen vornehmlich durch jene Oberwellen der parasitären Störfunktion $S_2(t)$ ausgelöst werden, für welche die Ausdrücke

$$((\mu - \nu)p - \bar{\chi}_{\Delta}) \text{ resp. } ((\mu + \nu)p + \bar{\chi}_{\Delta})$$

minimale Werte annehmen. Diese Einschwingvorgänge werden mit steigendem Amplitudenverhältnis S_{μ}/S_0 an Heftigkeit zunehmen. Dieses Verhältnis steigt nun seinerseits mit einem zunehmend un stetigen Verhalten der Funktion $S_2(t)$ an, da nur in einem derartigen Fall eine starke Betonung der Oberwellenamplituden in Erscheinung treten kann. Die störende Auswirkung auf den erwünschten Pendelrückkopplungsprozess ist jedoch noch vom Zeitmomente abhängig, in welchem die zu betrachtende Unstetigkeit der Elementenvariation zutage tritt (vgl. Empfindlichkeitsbezirke in Abb. 1.2-4). Sie wird durch die Grössenverhältnisse der Produkte $a_{\nu} S_{\mu}$, sowie durch diejenigen der Phasenwinkel $(\chi_{\mu} \pm \varphi_{\nu})$ (vgl. Gl. 1.6/95) zum Ausdruck gebracht. Man vergleiche auch die Berechnungen in Ziff. 2.217.

-6. Anmerkung.

Die Gleichung (1.6/1) wurde anhand verschiedener Beispiele in Ziff. 1.611 hergeleitet. Als abhängige Variablen wurden entweder die Kreisspannung, oder aber deren Integration über die Zeit gewählt. Für jede spezielle Schaltungsanordnung werden gewisse Systemfunktionen aufzufinden sein, welche die einfachsten Ausdrucksformen für die Koeffizienten der Differentialgleichung ergeben. Die gesuchte Schwingungsgrösse wird in manchen Fällen erst durch eine nachmalige Integration oder Differentiation aus der aufgefundenen Lösung der Hilfsgleichung entwickelt werden können. Es ist zu beachten, dass dabei die Spektren insofern den Charakter wechseln, als die Amplituden und Phasenlagen der Einzelschwingungen Veränderungen erfahren.

-7. Nachteil der vorliegenden Lösung der inhomogenen Gleichung.

Der auf die Gleichung (1. 6/95) führende Gang der Berechnungen liefert wohl ein exaktes und zwingendes Resultat, doch fehlt die zu einer augenfälligen Beurteilung der Amplituden- und Phasenverläufe erwünschte Uebersichtlichkeit. An Stelle einer Darstellung durch Einzelschwingungen könnte sich eine Lösung, welche die Zusammenhänge der verschiedenen Parameterfunktionen in Erscheinung treten liesse, als einer Diskussion bedeutend zugänglicher erweisen. Es interessieren vorwiegend die Einflüsse der nachstehenden Werte und Funktionen:

$$\bar{r}/p, \quad \bar{\kappa}_{\Delta}/p, \quad r(t)/p, \quad \omega_0^2(t), \quad \kappa_{\Delta}(t), \quad \omega(t), \quad S(t).$$

Es wurde deshalb versucht, eine allgemeine Näherungslösung unter Umgehung der Spektralzerlegung aufzufinden.

1. 65. Versuche zu Näherungslösungen der inhomogenen Schwingungsgleichung unter Umgehung der Spektralzerlegung.

1. 651. Allgemeines.

In Ziff. 1. 643-6 wurde auf die Notwendigkeit des Auffindens einer Methode hingewiesen, welche an Stelle einer Summation von Einzelschwingungen die physikalischen Zusammenhänge der vielen Parameterfunktionen zum Ausdruck zu bringen vermöchte. Im Verlaufe dieser Arbeit wurden sehr viele Wege gesucht, doch scheiterten im Prinzip sämtliche an einem und demselben Umstande. Alle Ansätze führen stets auf die fundamentale Gleichung

$$\ddot{x} + \varrho(t) \dot{x} + \Theta^2(t) x = f(t) \quad (1. 6/104),$$

in welcher $\Theta^2(t)$ um Null herum oder über Null hinwegpendelt.

Man vergleiche hiezu die Ausführungen in Ziff. 1. 636. Da $\Theta^2(t)$ im Wesentlichen durch ein Verstimmmass $(\omega^2 - \kappa_{\Delta}^2)$ gegeben ist, so liess sich keine Lösung auffinden, welche über das gesamte interessierte Resonanzgebiet hinweg Gültigkeit besessen hätte. Wäre $\Theta^2(t)$ entweder dauernd praktisch gleich Null, oder aber anderseits stets in genügendem Masse von Null verschieden, so liesse sich von Fall zu Fall ein Iterationsverfahren aufbauen, welches eine für alle Zeiten gültige Basis zum Gegenstande hätte. Mit wechselnder Verstimmmung hingegen ändert sich in hohem Masse die relative Wertigkeit der einzelnen Summanden.

Eine abschnittsweise Lösung sollte auch nicht in Betracht gezogen werden müssen, da gemäss Ziff. 1. 5 die nichtlinearen Verhältnisse u.U. anhand der linearisierten behandelt werden können. Da besonders die in der Ziff. 2. 4 und 2. 6 aufgezeigten submultipeln Schwingungszüge einerseits an begrenzende Nichtlinearitäten gebunden sind, anderseits aber einem kontinuierlichen Zusammensetzungsprozesse der Phasen entspringen, so können diese und andere Erscheinungen nur anhand einer Lösung mit kontinuierlichem Charakter diskutiert werden.

1. 652. Möglichkeiten zur Erlangung kontinuierlicher Näherungslösungen.

Gleichungen (1. 6/105) . . . (1. 6/125) befinden sich im Anhang II.

Im Anhang II finden sich übersichtsmässig zusammengestellt:

- a) die Verfahren des direkten Ansatzes,
- b) die Umformung der gegebenen Differentialgleichung in eine nichtlineare Differentialgleichung ersten Grades, sowie
- c) die versuchte näherungsweise Berechnung der wesentlichen Teilintegrale.

Dabei ergibt sich im Wesentlichen das Folgende :

Die als vernünftigt betrachteten Näherungsansätze führen durchwegs auf Bestimmungsgleichungen der Form (1. 6/104). Die für die praktischen Anwendungen interessierenden Fremdsignalfrequenzen liegen stets in der näheren Umgebung der pendelfrequent variierten Eigenfrequenz des Systems. Besonders bei moduliertem Fremdsignal ergeben diese beiden Frequenzen eine in starkem Masse schwankende Differenz, deren Mittelwert der statistisch beeinflussten mittleren Verstimmung folgt.

Da dadurch die einzelnen Glieder der Differentialgleichung eine in pendelfrequenter Rhythmus heftig wechselnde Wertung erfahren, wird das Auffinden geeigneter, für alle Zeiten gültiger Näherungslösungen sehr erschwert. Die zeitlichen Verläufe der Frequenzdifferenzen beeinflussen nach den Ausführungen im Anhang II ebenso sehr die Amplituden-, wie auch die Phasenfunktionen.

1. 66. Grundsätzliches zur Veruntreuung der Modulation und zu den modulationsbedingten Einschwingverzerrungen.1. 661. Unperiodische Modulation des Fremdsignals.

Jeder Pendelrückkopplungsempfänger kann nur innerhalb der meist sehr beschränkten Intervalle nahezu kritischer Rückkopplung (verschwindende Dämpfung) durch das Fremdsignal beeinflusst werden. Arbeitet das Schwingensystem praktisch inkohärent, d.h. lässt eine hohe mittlere Dämpfung keinerlei bedeutungsvolle Restschwingungsanteile zu (vgl. Abb. 1. 2-5), so wird sich ein jeder Pendelzug aus den jeweiligen Zuständen der erzwungenen Schwingungen ergeben. Eine noch so unperiodische Modulation des Fremdsignals wird daher innert gewisser Fehlergrenzen getreu auf die angefachten Schwingungszüge übertragen.

Sobald infolge kohärenter Betriebsbedingungen (mittlere Dämpfung des Systems ungenügend) ein "gänzlich" Abschwingen verhindert wird, so sind in jedem Entdämpfungsmomente die Anfangsbedingungen für die anzufachenden Ausgleichsschwingungen mit der Erinnerung an die Vergangenheit behaftet. Dieses Spiegelbild ehemaliger Verhältnisse tritt umso betonter auf, ein je grösserer Anteil der Energie auf den Schwingungsrest entfällt. Währenddem sich bei periodischer Modulation des Fremdsignals ein stationärer Zustand herausbilden kann, werden unperiodische Modulationen infolge der schleppenden Einschwingvorgänge stets in verzerrter Weise wiedergegeben werden.

Setzt das Fremdsignal plötzlich aus, so werden sich kohärente Schwingungszüge wiederum nur allmählich abbauen können; es treten somit "Nachhallerscheinungen" auf.

1.662. Periodische Modulation des Fremdsignals.

-1. Die linearen Verzerrungen.

Wie aus der Gleichung (1.6/95) hervorgeht, kann für jede Spektralfrequenz ω_i der Erregung das partikuläre Integral $y_{pi}(t)$ in zwei Faktoren zerlegt werden. Der eine von ihnen enthält eine phasenmodulierte Schwingung der mittleren Frequenz ω_i , der andere lediglich eine pendelfrequente Funktion. Ohne auf die diesbezüglichen Rechnungen näher einzutreten, lässt sich der Ausdruck für ein partikuläres Teilintegral in die folgende Fassung bringen:

$$y_{pi}(t) = S_0 \left\{ \sin(\omega_i t + \chi) \cdot P_{si}(pt, \omega_i) + \cos(\omega_i t + \chi) \cdot P_{ci}(pt, \omega_i) \right\} \quad (1.6/126)$$

Die pendelfrequenten Funktionen P_{si} und P_{ci} enthalten die jeweilige Erregungsfrequenz ω_i lediglich als Parameter (Nenner der Gl. (1.6/95)).

Das gesamte Spektrum des periodisch modulierten Fremdsignals wird durch eine Vielzahl von Teilschwingungen der Frequenzen ω_i dargestellt. Das Spektrum der Pendelrückkopplungsschwingungen wird zudem nach der in Abb. 1.6-10 illustrierten Weise ergänzt und verformt.

Würden sich nun die Funktionen $P_{si}(t)$ und $P_{ci}(t)$ durch Ausscheiden eines zeitunabhängigen, nur von ω_i beeinflussten Faktors zerlegen lassen in

$$P_{si}(t) = m_{si}(\omega_i) \cdot P_s(pt), \quad P_s \text{ unabhängig von } \omega_i, \quad (1.6/127a)$$

$$\text{und} \quad P_{ci}(t) = m_{ci}(\omega_i) \cdot P_c(pt), \quad P_c \text{ unabhängig von } \omega_i, \quad (1.6/127b),$$

so könnten den konstanten Koeffizienten m_{si} und m_{ci} die linearen Verzerrungen der ursprünglichen Modulation für die jeweilige Gruppenzugehörigkeit der Teilschwingung (Gruppierung um das $\pm \nu$ te Seitenband der Pendelfrequenz in Abb. 1.6-10) entnommen werden. In den Ausdrücken der Gleichung (1.6/95) lassen sich nun aber wohl die Phasen, nicht jedoch die Amplituden in der geschilderten Weise zerlegen.

Da aus der Beziehung (1.6/95) weiterhin ersichtlich ist, dass die individuellen Abhängigkeiten der Koeffizientenfunktion P_{si} und P_{ci} vom Parameter ω_i

- a) mit geringer werdender mittlerer Dämpfung, also bei zunehmend kohärentem Verhalten wachsen, zudem aber auch
- b) bei grösser werdender Differenz ($\omega_i - \bar{\omega}_\Delta$), also mit der Vergrößerung der Verstimmung, sowie mit der Erhöhung der Modulationsfrequenz zunehmen, hingegen
- c) bei zunehmendem Abstand $\pm \nu p$ von der Fremdfrequenz (Wahl der Frequenzgruppe, vgl. Abb. 1.6-10) eine Verminderung erfahren,

so ergeben sich die nachstehenden fundamentalen Gesetzmässigkeiten:

- * 1. Jede Teilschwingung der PRE-Schwingungen mit der Frequenz ($\omega_i \pm p$), welche
 * der Teilschwingung der Erregung mit der Frequenz ω_i zugeordnet ist, wird im Ver-
 * lauf einer Pendelperiode individuellen Schwankungen nach Phase und Amplitude un-
 * terworfen.
 *
 * 2. Demnach ist der Modulationszustand der resultierenden Schwingungen eine Funktion
 * des Zeitmoments innerhalb einer jeden Pendelperiode, zu welchem er durch das De-
 * modulationsorgan überprüft wird.
 *
 * 3. Die einzelnen Teilschwingungen des erregenden Signals werden linear verzerrt. Gleich-
 * zeitig wird die Modulationstiefe bei ursprünglicher Amplitudenmodulation verringert.
 * Es treten gegenseitige Abhängigkeiten zwischen den Phasen- und den Amplituden-
 * schwankungen auf. Selbst bei zusammenfallenden Mittelfrequenzen des Systems und des
 * Fremdsignals treten im allgemeinen keine symmetrischen Abbildungen ursprünglich
 * symmetrischer Erregerspektren auf (siehe unten).
 *
 * 4. Im Wesentlichen nimmt das Ausmass dieser Erscheinungen zu
 * a) mit zunehmender Kohärenz (geringerer pos. Mittelwert der Dämpfung),
 * b) mit zunehmender Verstimmung zwischen den Mittelwerten der Fremd- und der Ei-
 * genfrequenz des Systems,
 * c) mit abnehmender Ordnungszahl der Seitenbandgruppe (Abb. 1. 6-10).
 * Die zentrale Gruppe ($\gamma = 0$) ist demnach diesen Einflüssen am meisten unterworfen;
 * d) mit zunehmender Modulationsfrequenz,
 * e) mit zunehmender Schwankung der Eigenfrequenz.

Die Sonderfälle grosser Verstimmung, relativ geringer Pendelfrequenz und derjenigen Mo-
 dulationsfrequenzen, welche mit der Pendelfrequenz in einem rationalen Verhältnis stehen,
 bedürfen einer eingehenden Betrachtung.

In der Gleichung (1. 6/95) werden die Einflüsse der Grösse der Modulationsfrequenzen auf
 diejenigen entsprechender Verstimmungen zurückgeführt. Gleichzeitig wird über die Mittel-
 werte der Dämpfungen der Zusammenhang mit den Resonanzgüten hergestellt.

Selbst bei verschwindender Verstimmung ($\overline{\omega} - \overline{\omega}_\Delta = 0$) werden die allenfalls symmetri-
 schen Seitenbandspektren des Fremdsignals nur dann in wiederum symmetrisch gelegene
 Teilschwingungen der resultierenden Systemsschwingung (stationärer Zustand) umgesetzt,
 wenn in den Gleichungen (1. 6/84), (1. 6/85) und (1. 6/97) die allgemeine Bedingung $\overline{a}_\gamma = \overline{a}_\gamma^*$
 erfüllt wird. Dies ist aber eine sehr einschränkende Aussage über den erforderlichen zeit-
 lichen Verlauf der Dämpfung und der Eigenfrequenz, somit also auch über die komplexe
 Funktion $\overline{P}(t)$ in der Gleichung (1. 6/85).

Auf die detaillierte Berechnung derartiger Funktionen sei hier verzichtet.

-2. Nichtlineare Verzerrungen.

Der Gleichung (1. 6/95), sowie den Ausführungen in Ziff. 1. 662-1 vorstehend kann entnom-
 men werden, dass keine Bildungen von Kombinationsfrequenzen der Modulationsfrequenzen

unter sich eintreten können. Es ist dies eine direkte Folge der geforderten Systemslinearität.

Die von Fall zu Fall zur Anwendung gelangenden Demodulatoren bedürfen einer gesonderten Betrachtung. Möglicherweise können durch dieselben nichtlineare Verzerrungen bewirkt werden. Besondere Beachtung ist auch der Amplitudenbildung in $y_p = \sum_i y_{pi}$ mittels der Gleichung (1.6/126) zu schenken.

2. Teil. Vertiefte Untersuchungen am Beispiel des Pendelrückkopplungsempfängers

bei sprunghafter Variation der Schaltelemente.

2.1. Allgemeines, Voraussetzungen und Begriffe.
=====

2.11. Allgemeines und Voraussetzungen.

In den Ausführungen des Teils 1 wurden die Schwierigkeiten aufgezeigt, welche sich einer eingehenden Behandlung namentlich der nichtlinearen Systeme mit zeitlich veränderlichen Elementen entgegenstellen. Selbst für das linearisierte Problem konnte eine kontinuierliche Lösung der beschreibenden Differentialgleichung nur in der nicht sehr übersichtlichen Gestalt einer an sich einfachen Spektralzerlegung aufgefunden werden.

Die im Teil 3 zusammengestellten experimentellen Ergebnisse lassen erkennen, dass unter den vorliegenden Bedingungen dämpfungsarmer Systeme die grundsätzlichen Erscheinungsformen nur in unwesentlichem Masse von der speziellen Art des zeitlichen Verlaufs der Parameteränderungen abhängig sind. Es ist dies eine unmittelbare Auswirkung der beständigen, ursächlich linear bedingten und allenfalls nichtlinear modifizierten Phasenzuordnungen (vgl. Ziff. 1.641, sowie die Diskussion der Gleichung (1.6/95)).

Somit ist es möglich, anhand von Betrachtungen über einkreisige Systeme mit sprunghaften Variationen der Elemente einen tieferen Einblick in das physikalische Wesen der auftretenden Vorgänge zu erhalten. Insbesondere lässt die nun abschnittsweise Gliederung des Geschehens eine Entwicklung graphischer Behandlungsmethoden zu, welche sich vornehmlich zu recht übersichtlichen Erörterungen nichtlinearer Probleme eignen. Die erforderlichen Grundlagen zur Anwendung derartiger Verfahren können anhand der konkreten Gegebenheiten in analytischer oder experimenteller Weise beschafft werden.

Es soll der Zweck nachstehender Ausführungen sein, die zum Verständnis der auftretenden Vorgänge notwendige Einsicht zu vermitteln. Durch das Aufzeigen und die Erklärung verschiedener Erscheinungen können die bei der Entwicklung stabil arbeitender Systeme unbedingt zu meidenden Parameterbezirke abgegrenzt werden.

Im Hinblick auf die betrieblichen Erfordernisse sind die jeweils hergeleiteten Schwingungsgrößen stets in eine Beziehung zu den energetischen Anteilen der unvermeidlichen Störungen zu setzen. Whitehead⁽³⁾ hat diesen Fragen volle Beachtung geschenkt, sodass im Folgenden weitgehend auf die Erörterung dieser Einflüsse verzichtet wird. Immerhin sollten auch die störungsbedingten Beeinflussungen der Phasen einmal eine Abklärung finden.

Werden die allgemeinen zeitlichen Verläufe der Parametervariationen durch eine endliche Anzahl von "Treppenstufen" ersetzt, so können die bei stetiger Aenderung der Elemente auftretenden Verhältnisse durch Näherungen beliebiger Güte erfasst werden. Auch aus diesem Grunde wird es sich lohnen, die Vorgänge bei pulsierenden Schwankungsfunktionen zu betrachten.

Im Nachstehenden gelten die folgen Voraussetzungen:

- Fremde Pendelspannungsquelle konstanter Grundfrequenz, somit also periodische Variation der Elemente;
- intervallmässiger Wechsel zwischen zwei festen Zuständen;
- keine Berücksichtigung irgendwelcher instabiler parametrischer Erregung im Hill'schen Sinne (Ziff. 1. 622 ... 1. 624);
- im linearen Falle Ersatzschaltung gemäss Abb. 1. 6-4.

Ausgehend von der Behandlung eines einkreisigen, linearen Systems werden die Verhältnisse unter erst idealisierten, dann allgemeinen nichtlinearen Beeinflussungen diskutiert.

2. 12. Begriffe.

2. 121. Kohärenz und Inkohärenz.

Diese Begriffe wurden in Ziff. 1. 222 erörtert (vgl. Abb. 1. 2-5).

Für den Resonanzfall sind die Amplitudenverhältnisse in Abb. 2. 1-1 in schematischer Weise zusammengestellt.

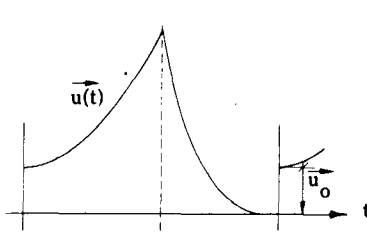


Abb. 2. 1 - 1a. Inkohärenz.

\vec{u}_0 = Vektor der Ausgleichsspannung im Enddämpfungsmomente.

$\vec{u}(t)$ = Vektor der freien Schwingung.

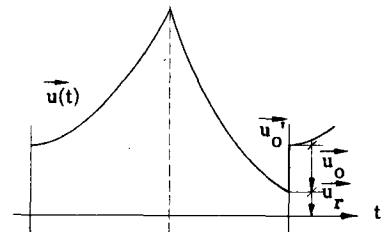
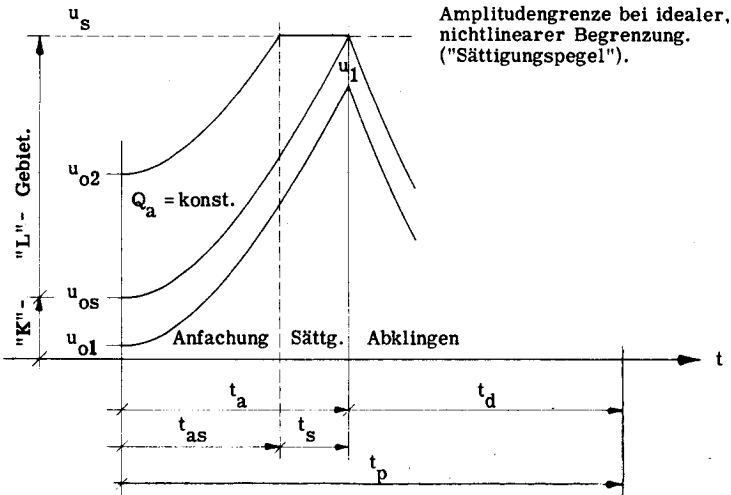


Abb. 2. 1 - 1b. Kohärenz.

u_0' = Amplitude der resultierenden Anfangsspannung.

u_r = Amplitude der Restspannung.

2.122. Gesättigter und ungesättigter Zustand, "K- und L- Gebiet", Intervalle.**Abb. 2.1-2. Amplitudenverläufe der freien Ausgleichsschwingungen.**

Es bedeuten: (Sämtliche Spannungen seien durch die Amplituden bestimmt).

- t_a = Anfachungsintervall für ungesättigte Zustände $u_1 < u_s$,
 t_{as} = Anfachungsintervall für gesättigte Zustände,
 t_d = Dämpfungsintervall (Abklingen der Schwingungen),
 t_s = Sättigungszeit, Intervall der nichtlinearen Begrenzung,
 $u_{01} < u_{0s}$ = Amplitude der Anfangsspannung, welche nicht zur Sättigung führt,
 u_{0s} = Amplitude der Anfangsspannung, welche gerade zur Sättigung führt,
 $u_{02} > u_{0s}$ = Amplitude der Anfangsspannung, welche sicher zur Sättigung führt.
 $t_p = t_a + t_d = t_{as} + t_s + t_d$ = Pendelperiode = $2\pi/p$.
 u_s ist die normalerweise zeit- und parameterabhängige Sättigungsspannung.
 Für ideale Amplitudenbegrenzung ist u_s konstant.

Die Verstärkung $g_1 = u_1/u_{01}$ ist (2.1/1)

- a) konstant, solange ungesättigter Zustand: "K-Gebiet";
 b) von der Anfangsspannung abhängig, wenn Sättigung: "L-Gebiet".

Bei idealer Begrenzung ergibt sich eine logarithmische Abhängigkeit der Spannungsmittelwerte von der Anfangsspannungsamplitude.

2.123. Kennzeichnung von Vektoren und Beträgen.

Vektoren: \vec{u} , \vec{i} usw.
 Amplituden: $u = |\vec{u}|$, $i = |\vec{i}|$ usw.

2. 2. Der sprunghaft entdämpfte Pendelrückkopplungsempfänger im inkohärenten Betrieb.

2. 21. Lineares (ungesättigtes) System.

2. 211. Grundsätzliches.

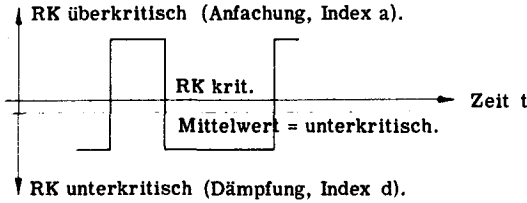


Abb. 2. 2-1. Zeitlicher Verlauf der Rückkopplung.

Ein stabiler Betrieb eines fremderregten, linearen Pendelrückkopplungsempfängers ist nur bei im Mittel unterkritischer Rückkopplung (RK) möglich. Weiteres ersehe man aus Ziff. 1. 22.

Verstimmung $v = (\omega/\omega_r - \omega_r/\omega) < 0$

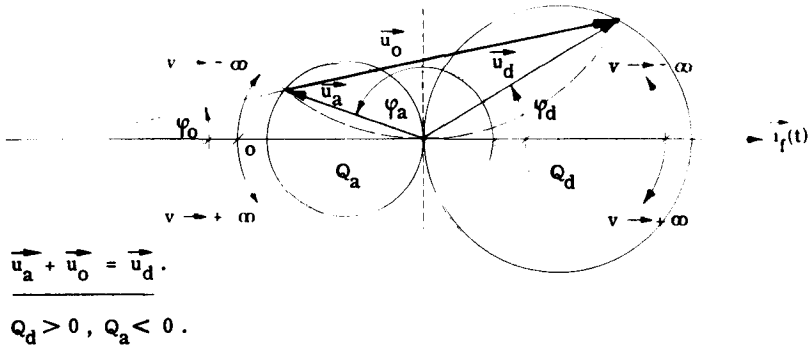


Abb. 2. 2-2.

Die Entstehung des Anfangsvektors \vec{u}_o der Ausgleichsspannung im Entdämpfungsmoment.

Der Schwingungskreis ist von einem harmonischen Erregerstrom $\vec{i}_r(t)$ durchflossen (bei modulierter Erregung gilt das nachstehend Ausgeführte für jede einzelne Teilschwingung).

Die erzwungene Schwingung besteht im gedämpften Zustand in bekannter Weise aus der Resonanzkreissspannung \vec{u}_d . Eine plötzliche Entdämpfung des Systems bewirkt eine Veränderung der stationären energetischen Verhältnisse. Bei nach wie vor gleichgebliebener Erregung wäre die neue erzwungene Schwingung durch den Spannungsvektor \vec{u}_a gegeben. Da ein Wechsel der Systemenergie nur in stetiger Weise erfolgen kann, muss sich der neuen erzwungenen Schwingung eine Ausgleichsschwingung derart überlagern, dass die anfängliche Zusammensetzung der Schwingungen dem alten Zustande entspricht. Somit ergibt sich der Anfangsvektor der Ausgleichsschwingung zu

$$\vec{u}_o = \vec{u}_d - \vec{u}_a \quad (2.2/1).$$

Es sollen bedeuten :

- Z_a, Z_d : Wechselstromimpedanzen des Ersatzschwingkreises im Anfachungs- resp. Dämpfungsintervalle;
 Q_a, Q_d : Kreisgüten des Ersatzschwingkreises in den betr. Intervallen;
 ω_{ra}, ω_{rd} : Resonanzfrequenz des Ersatzschwingkreises in den betr. Intervallen;
 ω_{oa}, ω_{od} : Eigenfrequenzen des Ersatzschwingungskreises in den betr. Intervallen;
 v_a, v_d : Relative Verstimmungen gegen die Resonanzfrequenz der betr. Intervalle;
 ω : Frequenz der äusseren Erregung.

Es gilt :

$$\omega_{ri}^2 = 1/L_i C_i; \quad L_i, C_i = \text{Induktion bzw. Kapazität im } i\text{ten Intervalle} \quad (2.2/2);$$

$$Q_i = \omega_{ri} C_i / G_i; \quad G_i = \text{resultierende Paralleldämpfung des Ersatzschwingkreises im } i\text{ten Intervalle} \quad (2.2/3);$$

$$v_i = (\omega/\omega_{ri} - \omega_{ri}/\omega) \approx 2 \cdot \Delta\omega_i/\omega, \quad \Delta\omega_i = (\omega - \omega_{ri}) \quad (2.2/4);$$

$$\omega_{oi}^2 = \omega_r^2 (1 - 1/(2Q_i)^2) \quad (2.2/5);$$

$$j = \sqrt{-1}.$$

Die Abweichungen der Eigenfrequenz gegenüber der Resonanzfrequenz sind deshalb von der Kreisgüte abhängig wie folgt :

Q	:	100	10	5	4	3	2	1	<u>0,5</u>
$(1 - 1/(2Q)^2)$:	$1 - \frac{10^{-4}}{4}$	0,998	0,990	0,985	0,97	0,93	0,75	<u>0</u>

Bei geringer Dämpfung (Q eines PRE stets grösser als 100) sind die Abweichungen gering. Der aperiodische Grenzfall ist gegeben durch die Güte $|Q| = 1/2$.

Für positive Dämpfungswerte (unterkritische RK) sind die Kreisgüten Q positiv, für negative Dämpfungswerte (überkritische RK) hingegen negativ. (Kunstschaltungen für die Erzeugung negativer Induktivitäten und Kapazitäten fallen ausser Betracht).

Sie bleiben während der jeweiligen Intervalldauern t_a resp. t konstant. Damit sind auch die Werte der Eigen- und der Resonanzfrequenz intervallmässig fest gegeben.

Wechselt die Rückkopplung des Systems lediglich zwischen zwei festen positiven Werten, so klingen die in den Momenten der Dämpfungsänderungen ausgelösten Ausgleichsschwingungen jeweils ab. Dadurch wird der ehemalige stationäre Zustand in den neuen übergeführt.

Normalerweise wird die Rückkopplung aber zeitweise überkritische Werte erreichen (Abb. 2.2-1). In diesem Fall werden die freien Ausgleichsschwingungen nicht ausgedämpft, sondern infolge der intervallmässig konstanten Elemente in rein exponentieller Weise angefacht. Die Frequenz dieser freien Eigenschwingungen beträgt ω_{0a} , und die vektorielle Darstellung lautet

$$\vec{u}(t) = \vec{u}_0 \cdot e^{-\frac{\omega_{ra} \cdot t}{2Q_a}} = \vec{u}_0 \cdot e^{-t/k_a}, \quad Q_a < 0 \quad (2.2/6).$$

Die Zeitkonstante ergibt sich zu $k_a = 2 Q_a / \omega_{ra}$ (2.2/7).

Die Amplitude dieser freien Schwingung ist bis zum Ende des Anfachungsintervalles, also zur Zeit $t = t_a$, auf den Wert u_1 angestiegen (Abb. 2.1-2). Gleichzeitig existiert noch stets eine konstante stationäre erzwungene Schwingung (\vec{u}_a).

Zu Beginn des Abschwingintervalles wechselt die Rückkopplung wiederum zum positiven Wert hinüber. Es muss somit ein neuer Ausgleichsprozess ausgelöst werden. Da gegenüber dem vorher betrachteten Entdämpfungsmoment lediglich eine Umkehr der zeitlichen Aufeinanderfolge der Systemzustände eintritt, ergibt sich als Anfangsvektor der neuen Ausgleichsschwingung der Zeiger $-\vec{u}_0$ (Abb. 2.2-2). Diese freien Schwingungen werden aber ausgedämpft.

Unter den normalen Betriebsbedingungen eines Pendelrückkopplungsempfängers, welche eine hohe Verstärkung herbeiführen sollen, überwiegen die angefachten freien Schwingungen die Anteile der erzwungenen bei Weitem. Damit wird aber auch $u_1 \gg u_0$ (2.2/8),

und es ergibt sich der Satz:

* Bei starker Anfachung, wie sie beim PRE auftritt, können die Ausgleichsprozesse in den
* Momenten der Wiederbedämpfung vernachlässigt werden. Das gesamte Geschehen wird in
* diesem Falle durch die Vorgänge zu Beginn der Anfachungsintervalle bestimmt.

Diese Voraussetzungen müssen bei anderweitigen Verwendungen der in den Kapiteln 2.3 ff. abgeleiteten Beziehungen ein jedes Mal überprüft werden (z. B. Anwendung auf stark gedämpfte mechanische Systeme).

Das Abschwingen der freien Züge erfolgt wiederum nach einem

$$\text{Exponentialgesetz: } \vec{u}(t) = \vec{u}_1 \cdot e^{-\frac{\omega_{rd} \cdot t}{2Q_d}} = \vec{u}_1 \cdot e^{-t/k_d}, \quad Q_d > 0 \quad (2.2/9),$$

mit der neuen Zeitkonstante $k_d = 2 Q_d / \omega_{rd}$ (2.2/10).

Die Eigenfrequenz nimmt dabei den Wert $\omega_{0d} \neq \omega_{0a}$ an (2.2/11).

Die Restspannung am Ende des Abschwingintervalles berechnet sich unter den getroffenen Voraussetzungen zu

$$\vec{u}_r \approx \vec{u}_0 \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_{ra} t_a}{Q_a} + \frac{\omega_{rd} t_d}{Q_d} \right)} \quad (2.2/12).$$

* Inkohärentes Verhalten ist nur möglich für $u_r \ll u_0$ (2. 2/13).

Die Inkohärenzbedingung sei deshalb willkürlicherweise definiert wie folgt:

* $u_r/u_0 \ll 1/20$ (2. 2/14), identisch mit $\frac{\omega_{rd} \cdot t_d}{6 Q_d} \cdot \left(1 + \frac{Q_d \cdot \omega_{ra} \cdot t_a}{Q_a \cdot \omega_{rd} \cdot t_d} \right) > 1$ (2. 2/15).

Bei Abwesenheit eines Fremdsignals treten als äussere Erregung allfällige parasitäre Störungen auf. Solche sind in elektrischen Systemen stets vorhanden und durch die Natur der Bewegungen der Elektronen bedingt. Die Gesamtheit dieser störenden Einzelstösse ergibt ein gänzlich unperiodisches Signal, welches den Charakter eines "Rauschens" trägt. Innerhalb eines kurzen Intervalles können diejenigen Frequenzen, welche das Schwingensystem zu erregen vermögen, aus dem kontinuierlichen Spektrum herausgelöst und zu einer Signalgruppe zusammengesetzt gedacht werden.

Derartige Gruppen treten nun auch zu Beginn eines jeden Anfachungsintervalles in Erscheinung. Während ihre absolute Phasenlage einen beliebigen Wert aufweisen kann, variiert die Häufigkeit der einzelnen Amplitudenwerte nach irgendeinem Verteilungsgesetz (z. B. Gauss'sche Kurve).

Diese der Statistik unterliegenden Fremderregungen eines PRE ergeben nie die eindeutigen Anfangsbedingungen, wie sie bei einem unmodulierten Fremdsignal abgeleitet worden sind. Infolge der Veränderung des Signals spielt vielmehr eine gewisse zeitliche Umgebung des Entdämpfungsmomentes mit hinein, denn solange die nun beständig entstehenden Ausgleichsschwingungen noch nicht zu energetisch vorherrschenden Werten angefacht worden sind, kann deren weiterer Verlauf noch stets beeinflusst werden. Durch die pendelfrequente "Befragung" der Erregung innerhalb endlicher Zeitabschnitte erhält aber der gesamte Prozess irgendwie das Merkmal einer ausgleichenden Wirkung der Einzeleinflüsse (Phasen- und Amplitudenänderungen der Signalgruppen). Es ist damit zu erwarten, dass die Statistik der Endzustände der angefachten Schwingungen gegenüber derjenigen der erregenden Signalgruppen als ausgegättet erscheint. (Vgl. auch die Abb. 2. 3-11 und 2. 3-12, sowie das Kapitel 4 im Buch von Whitehead³).

Fremdsignale können nur dann ungestört auf den Pendelrückkopplungsempfänger einwirken, wenn sie die statistischen Erregungen um ein Mehrfaches übersteigen. Die Amplitude soll deshalb (Ermessensfrage) mindestens das 3 ... 10 - fache des mittleren "Rauschpegels" erreichen.

Gleichzeitig kann eine kohärente Betriebsweise als ausgeschlossen gelten, wenn die Einflüsse der Restspannungen gegenüber jenen der Störungen vernachlässigt werden können.

2.212. Phasenbeziehungen.-1. Erzwungene Schwingungen.

Die Phasenlage der Spannungen der erzwungenen Schwingungen zum erregenden, den Schwingungskreis durchfliessenden Strom kann in allgemein bekannter Weise ermittelt werden. Bei variabler Verstimmung werden die Ortskurven zu Kreisen. Die Vektorlagen sind für den Fall einer unveränderlichen Resonanzfrequenz und für eine bestimmte negative Verstimmung in die Abb. 2.2-2 eingezeichnet worden. Analytisches kann unter Ziff. 2.216 nachgesehen werden.

-2. Freie Ausgleichsschwingungen.

Aus der Abb. 2.2-2 ist sofort ersichtlich, dass der Anfangsvektor \vec{u}_0 der freien Schwingungen als Differenz zweier Vektoren von erzwungenen Schwingungen in einer eindeutigen Phasenbeziehung zum erregenden Signal steht. Die Grösse der Phasenverschiebung ist eine Funktion der beiden Verstimmungen v_d, v_a , sowie der Systemparameter.

Die Anschauungen der Ziff. 1.641 sind, analog den Ergebnissen der auf die Gleichung (1.6/95) führenden Berechnungen, geometrisch interpretierbar.

Die jeweilige absolute Grösse der in den Entdämpfungsmomenten herrschenden Schwingungsphase wechselt beständig nach Massgabe des Verhältnisses ω/p (p = Pendelkreisfrequenz).

Immerhin ist aus der Tatsache der rein linearen Phasenzuordnung heraus zu ersehen, dass die Begriffe "Kohärent" und "Inkohärent" nicht zu Recht bestehen. Die einzelnen Schwingungszüge weisen beim Vorhandensein einer organisierten Störfunktion stets eine kohärente Phasenfortsetzung auf, da sie ja aus dem Erregungsrhythmus heraus geboren werden. Zudem kann gerade bei "kohärentem" Verhalten eine Inkohärenz der Zuordnung auftreten, wenn die Schwingungen entarten (vgl. die Ziff. 2.333, 2.334, 2.341, 2.42...2.44, 2.55, 2.6).

Der erregende Strom variere mit
$$i_f(t) = i_{f0} \sin(\omega t) \quad (2.2/16).$$

Die freie Schwingung ergibt sich zu
$$u(t) = u_0 \cdot A(t) \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.2/17),$$

wobei $A(t)$ die in Gleichung (2.2/6) enthaltene Exponentialfunktion bedeute.

2.213. Hochfrequenzverstärkung und Empfindlichkeit.-1. Definition der Empfindlichkeit.

Unter der Empfindlichkeit eines PRE soll die minimale Energie des erregenden Fremdsignals verstanden werden, welche ein nach Ermessen festzulegendes Verhältnis zur gesamten Stör-energie nicht unterschreitet. Die Werte liegen in der Grössenordnung der bei konventionellen Empfangsschaltungen (Superheterodyneprinzip) üblichen Beträgen. Sie sind zudem stark von der Dimensionierung der Anordnung, sowie von den verwendeten Elementen und Elektronenröhren abhängig.

-2. Definition der Hochfrequenzverstärkung.

Die totale Verstärkung sei definiert zu

$$g_{\text{dtot.}} = \frac{\text{Demodulierte Grösse (z. B. Spitzenwert)}}{\text{Erregende Grösse (z. B. Antennensignal)}} \quad (2. 2/18).$$

Demgegenüber sei die als ein Faktor in der totalen Verstärkung enthaltene

Pendelrückkopplungsverstärkung definiert zu

$$g_d = \frac{\text{Demodulierte Grösse (z. B. Spitzen- od. Mittelwert)}}{\text{Ausgleichsgrösse (z. B. Ausgleichsspannung } u_o)} \quad (2. 2/19).$$

Diese ist von allfälligen Vorverstärkungen usw. unabhängig. Im Folgenden sei unter dem Begriff der Verstärkung stets die Grösse g_d verstanden.

Jede praktisch erreichbare Maximalverstärkung ist eine Funktion der Empfindlichkeit und der Grösse der erstmals einer nichtlinearen Begrenzung unterworfenen Schwingspannung.

-3. Die PRE-Verstärkung für verschiedene Demodulationsarten.

1. Die Demodulation auf Spitzenwerte.

Durch Demodulationsanordnungen geeigneter Zeitkonstanten wird nach den jeweiligen Schwingungsamplituden an den Enden der Anfachungsintervalle gefragt. Diese Demodulationsart ist die bei amplitudenmoduliertem Fremdsignal am meisten verwendete. Die Verstärkung ergibt sich zu

$$g_{d \text{ sp.}} = u_{\text{max.}}/u_o = e^{-\omega_{ra} t_a / 2Q_a} \quad (2. 2/20).$$

2. Demodulation durch lineare Mittelwertbildung der Amplitude (Diodengleichstrom).

$$g_d^{-1} = \frac{1}{u_o t_p} \cdot \left(u_o \int_0^{t_a} e^{-\omega_{ra} \tau / 2Q_a} \cdot d\tau + u_{\text{max.}} \int_{t_a}^{t_p} e^{-\omega_{rd} \tau / 2Q_d} \cdot d\tau \right) \quad \text{bzw.}$$

$$g_d^{-1} = (1/t_p) \cdot \left(-\frac{2Q_a}{\omega_{ra}} (e^{-\omega_{ra} t_a / 2Q_a} - 1) - g_{d \text{ sp.}} \frac{2Q_d}{\omega_{rd}} \left(e^{-\frac{\omega_{rd} t_p}{2Q_d}} - e^{-\frac{\omega_{rd} t_a}{2Q_d}} \right) \right) \quad (2. 2/21).$$

3. Demodulation durch quadratische Mittelwertbildung der Amplitude.

Der Anodengleichstrom der Schwingröhre folgt in vielen Fällen und für geringe Aussteuerung einem quadratischen Gesetze. Er kann somit als Richtwert verwendet werden. Es ergeben sich die folgenden Verstärkungsverhältnisse:

$$\overline{(g_d^q)^2} = (1/u_o^2 t_p) \left(u_o^2 \int_0^{t_a} e^{-\omega_{ra} \tau / Q_a} d\tau + u_{\max}^2 \int_0^{t_p} e^{-\omega_{rd} \tau / Q_d} d\tau \right) \quad \text{bzw.}$$

$$\overline{(g_d^q)^2} = (1/t_p) \left(-\frac{Q_a}{\omega_{ra}} \left(e^{-\frac{\omega_{ra} t_a}{Q_a}} - 1 \right) - g_{sp}^2 \frac{Q_d}{\omega_{rd}} \left(e^{-\frac{\omega_{rd} t_p}{Q_d}} - e^{-\frac{\omega_{rd} t_a}{Q_d}} \right) \right) \quad (2. 2/22).$$

4. Diskussion der Verstärkung bei linearer Inkohärenz.

Die angeführten Demodulationsarten liefern Verstärkungen, welche nicht von der Anfangsspannung u_o abhängen. Eine langsame Amplitudenmodulation des Fremdsignals wird demnach getreu übertragen.

In analoger Weise können auch die Verstärkungen bei stetiger Variation der Systemelemente (Gl. (1. 6/95)) ermittelt werden.

2. 214. Die Uebertragung einer "langsamen" Modulation bei linearer Inkohärenz.

In Ziff. 2. 211 wurde darauf hingewiesen, dass eine zeitliche Veränderung der durch die "Rauschspektren" gebildeten Signalgruppen zusätzliche, beständig ausgelöste Ausgleichsvorgänge bedingen wird. Diese Erscheinung tritt auch bei modulierten Signalen auf, da kein System der Aenderung der Erregung trägeheitslos zu folgen vermag (es sei denn, es enthalte überhaupt keine Energiespeicher und sei somit nicht schwingungsfähig). Die Modulation soll infolgedessen nur eine geringe Schwankung der Phase und der Amplitude des erregenden Fremdsignales innerhalb einer gewissen, den Entdämpfungsmoment einschliessenden Zeit zur Folge haben. Das System wird deshalb als in jedem Zeitmomente quasistationär erregt betrachtet. Die Einschwingverzerrungen zu Beginn der Anfachungsintervalle vermindern sich mit sinkender Kreisgüte und damit mit abnehmender Selektivität.

1. Amplitudenmodulation.

Gemäss den Ausführungen in Ziff. 2. 213 wird eine "langsame" Modulation getreu übertragen. Der zulässige, höchste Modulationsgrad ist bedingt durch

- die Forderung nach linearem Betrieb bei höchster Amplitude der Erregung, und
- die Wünschbarkeit störungsfreier Verstärkung der niedrigsten Spannungswerte.

Bezeichnet $u_o \min. = p_o \cdot u_{\text{stör}}$ die der gewünschten Empfängerempfindlichkeit entsprechende Minimalamplitude, wobei $u_{\text{stör}}$ die Amplitude einer Störspannung von lediglich relativ geringer Häufigkeit darstellen soll, so ergibt sich:

$$\left(\frac{1 + m_{\max.}}{1 - m_{\max.}} \right) = (u_s / u_o \min.) = (u_s / q_o \cdot u_{\text{stör}}) = g_d \text{ sp. max.},$$

und hieraus für den höchstzulässigen Modulationsgrad: $m_{\max.} = \frac{g_d \text{ sp. max.} - 1}{g_d \text{ sp. max.} + 1} \quad (2. 2/23).$

Unter den normalen Betriebsbedingungen nähert sich diese Grösse dem Wert 1.

-2. Phasen- und Frequenzmodulation.

Aus der Abb. 2.2-2 ist ersichtlich, dass jeder Frequenzänderung des Fremdsignals eine andere relative Phasenverschiebung der anfänglichen Ausgleichsspannung \vec{u}_0 entspricht. Die Abhängigkeitsfunktion ist von den Parametern abhängig (Ziff. 2.216-2). Möglichkeiten der praktischen Verwertung werden in Teil 4 dieser Arbeit untersucht.

2.215. Die Wahl der Pendelfrequenz.-1. Vermeidung von Kohärenz trotz hoher Verstärkung, Grenzpendelfrequenz.

Inkohärenz ist an die Bedingung gebunden: $u_r = \frac{u_{\text{stör}}}{q_r} = \frac{u_o}{q_o \cdot q_r} \ll u_o$.

Erfahrungsgemäss liegen q_r, q_o in der Grössenordnung von 3...10.

Je nach Empfängereinstellung wird somit $(u_o/u_r) \approx (10 \dots 200)$ (2.2/24).

Durch Einsetzen in die Gleichung (2.2/12) ergibt sich eine erweiterte Inkohärenzbedingung:

$$\exp(-1/2 \cdot (\omega_{ra} t_a / Q_a + \omega_{rd} t_d / Q_d)) \leq 1/q_o q_r \quad (2.2/25),$$

oder in anderer Schreibweise:

$$\ln(q_o q_r) \leq \frac{1}{2} (\omega_{ra} t_a / Q_a + \omega_{rd} t_d / Q_d) \quad (2.2/26).$$

Unter Zuhilfenahme der Werte aus Gl. (2.2/24) ergibt sich weiterhin:

$$\frac{1}{2} \cdot (\omega_{ra} t_a / Q_a + \omega_{rd} t_d / Q_d) > (2 \dots 4) \quad (2.2/27).$$

Gemäss Ziff. 2.216 sind die Kreisgüten als selektivitätsbestimmende Parameter irgendwie vorgegeben. Da andererseits die sog. Sättigungsspannung nicht überschritten werden kann, (Abb. 2.1-2), so ergibt sich aus den hergeleiteten Beziehungen die minimal erforderliche Abschwingdauer zu

$$t_{d \text{ min.}} \geq 2(Q_d / \omega_{rd}) \ln(q_r u_s / u_{o \text{ min.}}) \quad (2.2/28).$$

$$t_{a \text{ opt.}} = -2(Q_a / \omega_{ra}) \ln(u_s / u_{o \text{ max.}}) \quad (2.2/29)$$

muss andererseits für maximal mögliche Verstärkung der höchsten Erregeramplitude zur Wahrung der linearen Betriebsbedingungen gelten.

Die Gleichungen (2.2/28) und (2.2/29) bestimmen nun aber die für optimale Verstärkung minimale Pendelperiode zu $t_p \geq t_{a \text{ opt.}} + t_{d \text{ min.}}$ (2.2/30).

Die höchstmögliche Pendelfrequenz, die sog. Grenzpendelfrequenz, erreicht damit den Wert

$$p_{\text{grenz.}} \approx 2\pi / (t_{a \text{ opt.}} + t_{d \text{ min.}}) \quad (2.2/31).$$

Das optimale Intervallverhältnis ist gleichzeitig festgelegt zu

$$(t_{a \text{ opt.}} / t_{d \text{ min.}}) = - \frac{Q_a \omega_{rd}}{Q_d \omega_{ra}} \cdot \frac{\ln(u_s / u_{o \text{ max.}})}{\ln(q_r u_s / u_{o \text{ min.}})} \quad (2.2/32).$$

-2. Variation der Pendelfrequenz und der Intervallverhältnisse. Diskussion.

1. Vergrößerung der Pendelfrequenz bei konstantem Intervallverhältnis ergibt geringere Verstärkung und Kohärenz.
2. Verringerung der Pendelfrequenz bei konstantem Intervallverhältnis ergibt Sättigung und sicher Inkohärenz.
3. Verkleinern von t_d oder Vergrössern von Q_d ergibt Kohärenz.
4. Verkleinern von t_a oder Vergrössern von Q_a ergibt Inkohärenz u. geringere Verstärkung.
5. Vergrössern von t_d oder Verkleinern von Q_d ergibt sicher Inkohärenz.
6. Vergrössern von t_a oder Verkleinern von Q_a ergibt Sättigung bei Kohärenzgrenze.
7. Vergrössern von t_a/t_d od. Verkleinern von Q_a/Q_d ergibt bei p konstant Sättigung und Kohärenz.
8. Verkleinern von t_a/t_d od. Vergrössern von Q_a/Q_d ergibt bei p konstant kleinere Verstärkung und sicher Inkohärenz.

Die Verstärkungen und Abschwächungen reagieren ausserordentlich stark auf die geringsten Aenderungen der Kreisgüten (Dämpfung), der Resonanzfrequenzen und der Zeitintervalle. Somit werden Betriebsspannungsschwankungen über die im Mittel ohnehin geringen Dämpfungen ganz bedeutende Aenderungen der Exponentialfunktionen zur Folge haben. Beim Zusammenwirken der nichtlinearen Amplitudenbegrenzung mit dem Auftreten ungenügend ausgedämpfter Restspannungen können u. U. die in den Kap. 2. 4 und 2. 6 beschriebenen Entartungserscheinungen auftreten. Zum Vergleich seien einige Werte $e^x(x)$ angeführt:

Anschwingexponent	x =	10	11	12	13
Verstärkung	$e^x =$	23000	60300	164000	445000.

-3. Das Verhältnis der Pendelfrequenz zur Modulationsfrequenz.

Auf diese Fragen wurde bereits in Ziff. 1. 643-2 eingegangen. Im Hinblick auf eine nachträgliche, mit einfachen Mitteln durchgeführte Ausfilterung der ebenfalls mitdemodulierten Pendelfrequenz wird diese gewöhnlich das 5...10- fache der höchsten zur Anwendung gelangenden Modulationsfrequenz betragen. Die Grenzpendelfrequenz darf jedoch nicht überschritten werden.

-4. Der Zusammenhang zwischen den Kreisgüten, der Resonanz- und der Grenzpendelfrequenz.

Aus den unter Ziff. -1. vorstehend abgeleiteten Beziehungen kann

die Näherungsgleichung $(\omega/p) \approx 3 \cdot (Q_d - Q_a)$, $Q_d > 0$, $Q_a < 0$ (2. 2/33) ermittelt werden. Damit ergibt sich die nachstehende Tabelle.

f mod. max.	f _p max	f min.	0,1	1	10	100	1000	10000	MHz
ca. 100 Hz	1 kHz	} Nachrichtenüber- mittlg. in Mehrkanalsyst. Fernsehen	30	300	(3000)		$(Q_d - Q_a)$		kleiner als:
" 1 kHz	10 "			30	300	(3000)			
" 10 "	100 "				30	300	(3000)		
" 100	1 MHz					30	300	(3000)	
" 1 MHz	10 "						30	<u>300</u>	
" 10 "	100 "								<u>30 !</u>

Topfkreise ergeben wohl $Q \geq 1000$, doch entspricht u.U. die Verlustaufteilung nicht mehr dem diesen Betrachtungen zugrunde gelegten Ersatzschema.

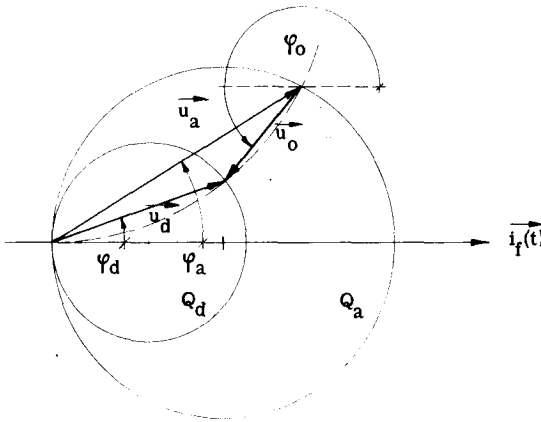
Die angegebenen Tabellenwerte gelten für sprunghafte Änderungen der Parameter. Bei stetiger Variation der Elemente dürfen die Güten nahezu verdoppelt werden.

Aus den vorstehenden Angaben ist zu ersehen, dass sich Pendelrückkopplungsanordnungen nur im Gebiet von ungefähr 100...1000 MHz optimal ausnutzen lassen. Die Elemente der Schwingensysteme sind meist vorgegeben.

2.216. Die inkohärenten Resonanzkurven $\vec{u}_0(\omega)$.

-1. Der Verlauf der Amplitude $u_0(\omega)$.

Auf Grund der geforderten Linearität des Systems verändern sich die sämtlichen Amplitudenfunktionen der freien Schwingungen in proportionaler Weise mit der Grösse u_0 der anfänglichen Ausgleichsspannung. Es genügt daher, ihre Abhängigkeit von der Frequenz zu betrachten.



$$Q_d, Q_a > 0,$$

$$v_a, v_d < 0.$$

Erzeugung der Ausgleichsspannung im Enddämpfungsmoment.

Abb. 2.2-3. Vektorbild einer unterkritischen Enddämpfung ($Q_a > 0$).

In Ergänzung zur Abb. 2.2-2 behandelt Abb. 2.2-3 den Enddämpfungsmoment bei einer Variation der Rückkopplung zwischen zwei unterkritischen Werten. Die dabei ausgelösten Ausgleichsschwingungen klingen ab. Ein PRE erfordert negative Kreisgüten Q_a (Abb. 2.2-2).

Aus den erwähnten Abbildungen ergibt sich nach bekannten Zusammenhängen:

$$\vec{u}_0 = \vec{u}_d - \vec{u}_a = \vec{i}_f \frac{\omega_{rd} L_d Q_d}{1 + j Q_d v_d} - \vec{i}_f \frac{\omega_{ra} L_a Q_a}{1 + j Q_a v_a}, \text{ oder in}$$

reeller Schreibweise:

$$u_0(v_a, v_d) = i_f \sqrt{\left(\frac{\omega_{rd} L_d Q_d}{1 + (Q_d v_d)^2} - \frac{\omega_{ra} L_a Q_a}{1 + (Q_a v_a)^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega_{rd} L_d Q_d^2 v_d}{1 + (Q_d v_d)^2} - \frac{\omega_{ra} L_a Q_a^2 v_a}{1 + (Q_a v_a)^2} \right)^2} \quad (2.2/34).$$

Für $Q_a = -Q_d$, $L_a = L_d$, $v_a = v_d = v$, $\omega_{ra} = \omega_{rd} = \omega_r$ vereinfacht sich diese Beziehung zu

$$u_o(v) = 2 i_f \frac{\omega_r L Q}{1 + (Qv)^2} \quad (2.2/35).$$

Aus diesen Beziehungen ist der grundsätzlich bandfilterartige Charakter der Resonanzkurve zu ersehen. Vergleiche mit gewöhnlichen Schwingungskreisen werden unter Ziff. -3 angestellt. Man vergleiche auch die gänzlich anders abgeleiteten Beziehungen im Buche von Whitehead (3).

Die Anfangsamplitude der Ausgleichsschwingungen wird bestenfalls gleich der Summe der Amplituden der erzwungenen Schwingungen.

-2. Der Verlauf der Phase $\varphi_o(\omega)$.

In Analogie zur Ableitung der Gleichung (2.2/34) ergibt sich für die Frequenzabhängigkeit der Phase:

$$\operatorname{tg} \varphi_o(\omega) = \frac{\frac{\omega_{rd} L_d Q_d^2 v_d}{1 + (Q_d v_d)^2} - \frac{\omega_{ra} L_a Q_a^2 v_a}{1 + (Q_a v_a)^2}}{\frac{\omega_{rd} L_d Q_d}{1 + (Q_d v_d)^2} - \frac{\omega_{ra} L_a Q_a}{1 + (Q_a v_a)^2}} \quad (2.2/36).$$

Unter den nämlichen Vereinfachungen ergibt sich wiederum $\operatorname{tg} \varphi_o = 0$ (2.2/37), was auch unmittelbar aus Abb. 2.2-2 zu ersehen ist.

Für den in der Praxis näherungsweise gültigen Fall verschwindender Frequenzvariation ergeben sich konstante Beträge für die Resonanzfrequenzen und die Verstimmungen. Damit reduziert sich der Ausdruck für $\operatorname{tg} \varphi_o$ zu

$$\operatorname{tg} \varphi_o(\omega, Q_a, Q_d) = -v \frac{(Q_d + Q_a)}{1 - v^2 Q_a Q_d} \quad (2.2/38).$$

Die Frequenzabhängigkeit ist für verschiedene Verhältnisse Q_d/Q_a in Abb. 2.2-4 dargestellt.

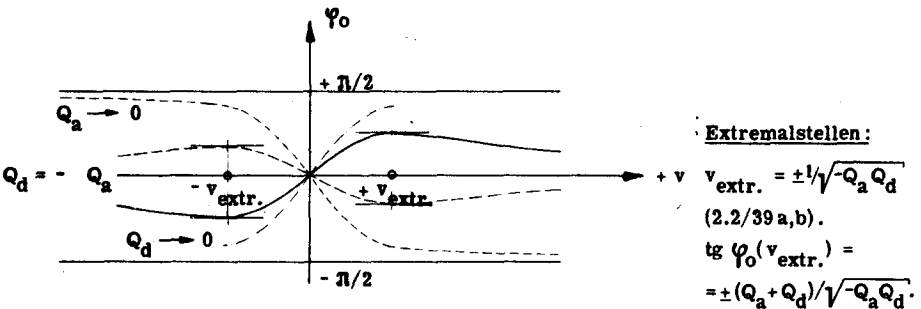


Abb. 2.2-4. Die qualitativen Frequenzabhängigkeiten von $\varphi_o(v)$, $Q_a/Q_d = \text{Par.}$

Aus der Symmetrie der Gleichung (2.2/38), wie auch aus der Abb. 2.2-2 ist ersichtlich, dass φ_o mit reziprokem Verhältnis (Q_a/Q_d) lediglich das Vorzeichen ändert.

-3. Vergleich der Resonanzkurve eines PRE mit jener eines einfachen Schwingkreises.

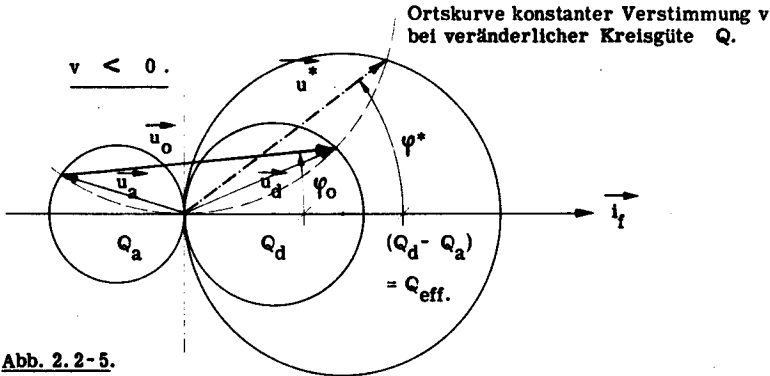


Abb. 2. 2-5.

Bei verschwindender Verstimmung, d.h. im Resonanzfalle, deckt sich der Ausgleichsvektor \vec{u}_0 mit dem Spannungsvektor eines gewöhnlichen Schwingungskreises der Güte $(Q_d - Q_a)$. Hässler⁽⁴¹⁾ hat vorgeschlagen, diesen letzteren als Näherung zu benutzen. Zu diesem Zweck bezeichnet er den Wert

$$Q_{\text{eff.}} = (Q_d - Q_a) \text{ als effektive Kreisgüte} \quad (2. 2/40).$$

Aus der Abb. 2. 2-5 kann ersehen werden, dass die Phasenlage der Ausgleichsschwingungen allerdings einen gänzlich anderen Verlauf nehmen muss (Abb. 2. 2-4). Im Nachfolgenden sollen deshalb lediglich die Beträge von \vec{u}_0 und \vec{u}^* unter sich verglichen werden.

Unter der vereinfachenden Annahme, dass $\omega_{ra} = \omega_{rd} = \omega_r$, $L_d = L_a = L$, $v_a = v_d = v$, reduziert sich die Gleichung (2. 2/34) auf den Ausdruck

$$u_0(v, Q_a, Q_d) = \omega_r L \frac{Q_d - Q_a}{\sqrt{(1 + (Q_d v)^2)(1 + (Q_a v)^2)}} \quad (2. 2/41).$$

Bei identischer Resonanzamplitude ergibt sich andererseits die Ersatzspannung u^* zu

$$u^*(v, Q_a, Q_d) = \omega_r L \frac{Q_d - Q_a}{\sqrt{1 + (v(Q_d - Q_a))^2}} \quad (2. 2/42).$$

Das Verhältnis der beiden Spannungen ergibt die Formfunktion

$$\eta(v) = \frac{u_0(v)}{u^*(v)} = \sqrt{\frac{1 + (v(Q_d - Q_a))^2}{(1 + (Q_d v)^2)(1 + (Q_a v)^2)}} \quad (2. 2/43).$$

$\eta(v)$ ist in v symmetrisch und lediglich eine Funktion der beiden Verstimmungswinkel $\varphi_d = -\text{arctg}(Q_d v)$ und $\varphi_a = -\text{arctg}(Q_a v)$.

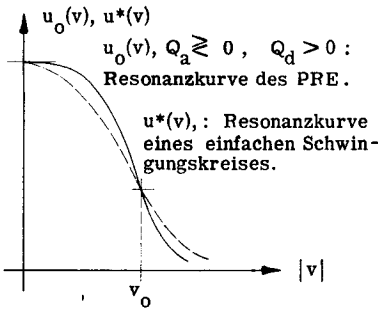


Abb. 2. 2 - 6. Resonanzkurven.

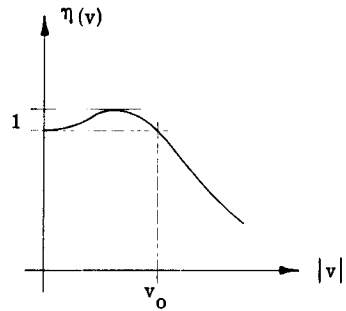


Abb. 2. 2 - 7. Relative Ueberhöhung.

Die qualitativen Verhältnisse sind in den Abb. 2. 2-6 und 2. 2-7 wiedergegeben. Näheres über die Funktion $\eta(v, Q_a/Q_d)$ findet sich im Anhang III¹⁾. Eine Reliefdarstellung ist in Abb. 2. 2-8 veranschaulicht.

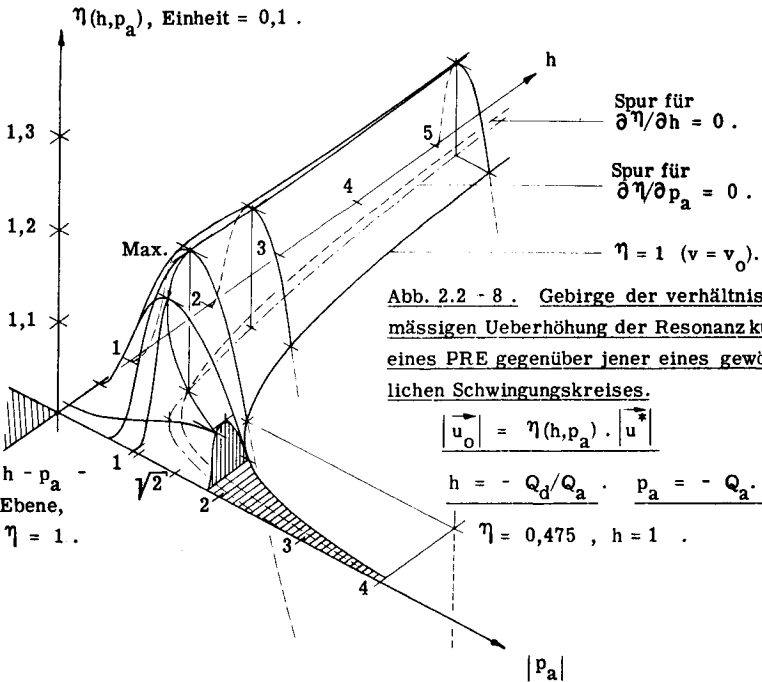


Abb. 2.2 - 8. Gebirge der verhältnismässigen Ueberhöhung der Resonanzkurve eines PRE gegenüber jener eines gewöhnlichen Schwingungskreises.

$$|\vec{u}_0| = \eta(h, p_a) \cdot |\vec{u}^*|$$

$$h = - Q_d / Q_a \cdot p_a = - Q_a \cdot v$$

$$\eta = 0,475, h = 1$$

¹⁾ die Gleichungen (2. 2/44) bis und mit (2. 2/55) finden sich im Anhang III.

2. 217. Der Einfluss der Gleichstromschwankungen im Vergleich zu den Auswirkungen des störenden "Rauschens".

-1. Grundsätzliches und Voraussetzungen.

Ohne die Anwendung irgendwelcher Kompensationsverfahren ändert sich bei einer Variation der Verstärkung einer üblichen Elektronenröhre auch der durch sie fließende Gleichstrom. Dieser wirkt in einer von der jeweiligen Schaltungsanordnung abhängigen Form stets auf das Schwingensystem zurück. Damit wird dessen Energiezustand verändert. Die dadurch ausgelösten Ausgleichsvorgänge sind umso unbedeutender, je langsamer die Schwankungen erfolgen (vgl. Ziff. 1. 643-5).

Die Empfindlichkeit eines PRE richtet sich nach der an unerwünschten Störungen anfallenden Gesamtenergie. Diese setzt sich vornehmlich aus den Teilenergien des "Rauschens" (vgl. Ziff. 2. 211), sowie den parasitären Ausgleichsschwingungen zusammen. Diese letzteren sind für eine bestimmte Systemsanordnung konstant und auf Grund der geforderten Linearität von der Stärke eines einwirkenden, unmodulierten Fremdsignals unabhängig. Es ist daher naheliegend, diese beiden Energieanteile miteinander zu vergleichen.

-2. Die totale Rauschleistung einer Röhre mit Gitterschwingkreis.

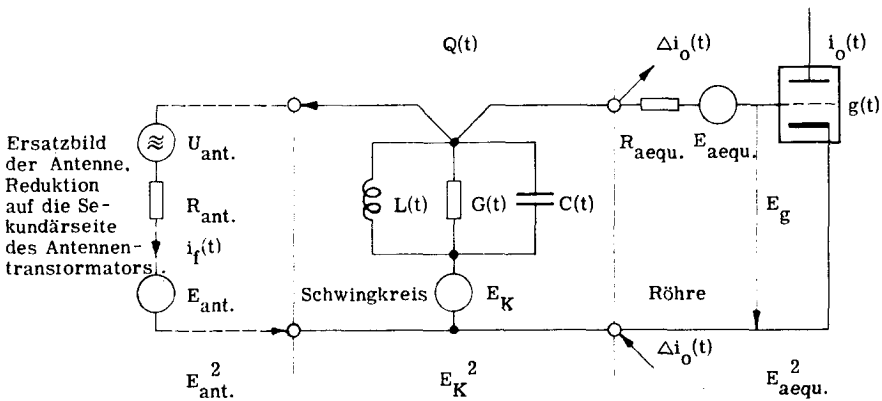


Abb. 2. 2 - 9. Die resultierende Ersatzschaltung einer Rückkopplungsanordnung mit Gitterschwingkreis.

In Abb. 2.2-9 bedeuten:

- $R_{\text{ant.}}$ = Wirkwiderstand der Antenne für die zu betrachtende Frequenz,
 L, G, C = Elemente des Schwingungskreises,
 R_K = Mittelwert der Wirkkomponente der Schwingkreisimpedanz zur Zeit der höchsten Empfänger-Empfindlichkeit,
 Q_K = Kreisgüte des Schwingungskreises,
 i_f = Effektivwert des erregenden Fremdsignal-(Antennen-)stromes,
 $U_{\text{ant.}}$ = Effektivwert der Fremdsignal-(Antennen-)EMK,
 $E_{\text{ant.}}$ = Effektivwert der spontanen Spannungsschwankungen der Antennenanordnung,
 E_K = Effektivwert der spontanen Spannungsschwankungen der Schwingkreisordnung,
 $E_{\text{aequ.}}$ = Effektivwert der spontanen Spannungsschwankungen der Elektronenröhre, auf die Steuerseite reduziert,
 E_g = Effektivwert der totalen Schwankungsspannung am Eingange der rauschfrei gedachten Elektronenröhre,
 $i_0(t)$ = Mittelwert des Röhrengleichstromes,
 $\Delta i_0(t)$ = auf den Schwingungskreis zurückwirkender, pendelfrequenz veränderlicher Wechselstromanteil des Röhrengleichstromes,
 k = Boltzmann'sche Konstante, $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ erg/grad,
 T_i = absolute Umgebungstemperatur des betreffenden i -ten Widerstandes oder Erfahrungswert,
 Δf = Energiebandbreite des Systemes.

Bezeichnet $R_{\text{res.}} = \frac{R_{\text{ant.}} \cdot R_K}{R_{\text{ant.}} + R_K}$ (2.2/56)

den resultierenden Wirkwiderstand der in Abb. 2.2-9 veranschaulichten Schwingungsanordnung, so ergibt sich das Quadrat der effektiven Spannungsschwankung am Eingange der rauschfrei gedachten Elektronenröhre zu

$$E_g^2 = E_{\text{aequ.}}^2 + \left(E_{\text{ant.}} \cdot \frac{R_{\text{res.}}}{R_{\text{ant.}}}\right)^2 + \left(E_K \cdot \frac{R_{\text{res.}}}{R_K}\right)^2 \quad (2.2/57).$$

Die Beträge der i -ten Anteile der Schwankungsspannungen berechnen sich ihrerseits nach der Beziehung

$$E_i^2 = 4kT_i \Delta f R_i, \quad i = \text{Index} \quad (2.2/58).$$

1. Die Energiebandbreite Δf .

Unter der Annahme intervallmässig konstanter Schaltelemente ergibt sich diese auf

Grund einer einfachen Integration zu $\Delta f = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\omega}{2\pi Q} = \frac{\omega}{4Q}$ (2.2/59).

2. Das Rauschen des Schwingungskreises.

Resonanzwiderstand: $R_K = Q\omega L = Q/\omega C$ (2.2/60).

Es sei $T_K = 300$ OK, $kT_K = 5 \cdot 10^{-21}$ Wattsec. Mit diesen Werten ergibt sich

das Quadrat des Effektivwertes der Schwankungsspannung zu

$$E_K^2 = 4kT_K \frac{\omega}{4Q} \cdot \frac{Q}{\omega C} = kT_K \cdot 1/C \quad (2.2/61).$$

C pF	1000	100	10 (PRE)	1
E_K^2 Volt ²	$5 \cdot 10^{-12}$	$5 \cdot 10^{-11}$	$5 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-9}$
E_K Volt	2	7	20	70

Die Tabellenwerte sind gemäss Gleichung (2. 2/57) im Verhältnis $R_{res.}/R_K$ zu reduzieren.

Da ein zu starkes Ankoppeln der Antenne an den Schwingungskreis unerwünschte Verstärkungen und Selektivitätsänderungen zur Folge hat, verbleibt $R_{res.}/R_K$ meist innerhalb

eines beschränkten Rahmens: $0,5 < \frac{R_{res.}}{R_K} < 1$ (2. 2/62).

3. Der Rauschbeitrag der Antennenanordnung.

Die Abb. 2. 2-9 entspricht bereits dem Ersatzschaltbilde der irgendwie an den Schwingungskreis angekoppelten Antenne.

Die effektive Störspannung berechnet sich nach Gleichung (2. 2/58) zu

$$E_{ant.}^2 = 4kT_{ant.} \cdot \Delta f \cdot R_{ant.} = 4kT_{ant.} \cdot R_{ant.} \cdot \frac{\omega}{4Q}$$

Als $R_{ant.}$ werde der Strahlungswiderstand eingesetzt. Bei Wahl einer Dipolanordnung z. B. ergibt er sich zu etwa 70 ohm. Die Intensität der eingestrahlichten extraterrestrischen Stör-spektren variiert mit der Haupt- Strahlungsrichtung, dem relativen Strahlungsdiagramme, der Jahres- und der Tageszeit usf. Die "Antennentemperatur" übersteigt die Umgebungstemperatur im allgemeinen ganz beträchtlich. Sie ist ebenfalls den erwähnten Schwankungen unterworfen. Mit dem angeführten Strahlungswiderstände errechnen sich die nachstehend tabellierten Spannungen.

ω sec ⁻¹	10 ⁶		10 ⁷		10 ⁸		10 ⁹			10 ¹⁰		
Q	25	250	25	250	25	250	25	250	2500	25	250	2500
$E_{ant.}$ (T _{ant.} = 10 ³ oK)	0,2	0,06	0,6	0,2	2	0,6	6	2	0,6	20	6	2
Volt (T _{ant.} = 10 ⁴ oK)	0,6	0,2	2	0,6	6	2	20	6	2	60	20	6

Nach Massgabe der gewählten Transformationsverhältnisse der Antennenanpassung können die vorstehenden Werte um einen Faktor von ca. 2...50 erhöht werden.

4. Der Rauschbeitrag der Elektronenröhre.

Für einige charakteristische Rauschwiderstände $R_{aequ.}$ ergeben sich die Effektivwerte der Ersatz-Rauschspannungen $E_{aequ.}^2 = 4kT \cdot R_{aequ.} \cdot \Delta f = kT \cdot R_{aequ.} \cdot \frac{\omega}{Q}$ auf Grund der nachstehenden Tabelle ($E_{aequ.}$ in μ Volt).

ω sec ⁻¹	10 ⁶		10 ⁷		10 ⁸		10 ⁹			10 ¹⁰			10 ¹¹		
Q	25	250	25	250	25	250	25	250	2500	25	250	2500	25	250	2500
$R_{aequ.}$ Ohm 100	0,1	0,04	0,4	0,12	1,2	0,4	4	1,2	0,4	12	4	1,2	40	12	4
1000	0,4	0,12	1,2	0,4	4	1,2	12	4	1,2	40	12	4	120	40	12
3000	0,6	0,2	1,8	0,6	6	2	18	6	1,8	60	20	6	180	60	20
10000	1,2	0,4	4	1,2	12	4	40	12	4	120	40	12	400	120	40

Tabellenwerte im allgemeinen zu gross, da abnehmende Amplitude der Teilschwingungen des Störspektrums.

5. Die resultierende Rauschspannung an der Steuerelektrode der Elektronenröhre.

Die Kombination der einzelnen Störspannungsanteile hat unter Berücksichtigung der tatsächlichen Schaltungsanordnung und der Werte der Elemente zu erfolgen.

-3. Die Ausgleichungsspannungen auf Grund der Stromsprünge.

Die Auswirkungen der Stromsprünge können annähernd ermittelt werden, wenn angenommen wird, dass dieselben erst nach erfolgtem Wechsel von $Q_d > 0$ zu $Q_a < 0$ einsetzen sollen. Für den Fall, dass die Stromänderungen den Schwingungskreis direkt durchsetzen (Anodenkreis), ergibt sich nach üblicher Rechnung (Laplace-Transformation) die folgende Zusammenstellung der Anfangswerte der Amplituden der Ausgleichsschwingungen.

ωC	F. sec ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻²	10 ⁻¹	1
z.B. C pF			10	10	10	
bei f MHz			15	150	1500	
Δi_o	10 μ A	100 mV	10 mV	1 mV	100 μ V	10 μ V
	100 μ A	1 V	100 mV	10 mV	1 mV	100 μ V
	1 mA	10 V	1 V	100 mV	10 mV	1 mV
	10 mA	100 V	10 V	1 V	100 mV	10 mV

Die Tabellenwerte der zweiten Kolonne entsprachen etwa den Versuchsbedingungen (ca. 750 pF bei 200 kHz). Sie wurden durch das Experiment bestätigt.

-4. Diskussionen und Folgerungen.

- * 1. Die störenden Ausgleichsschwingungen infolge pendelfrequenter Erregung (Gleichstromänderungen, vgl. Ziff. 1. 643-4) können Werte annehmen, welche die Amplitude der unvermeidlichen Rauschspannungen ganz erheblich übersteigen.
- * 2. Diese störenden Schwingungen überlagern sich den erwünschten Ausgleichsschwingungen. Sie setzen die Empfindlichkeit der Empfangsanordnung im selben Masse herab.
- * 3. Je stetiger und je langsamer die Aenderung der Schaltelemente erfolgt, umso mehr treten diese Störeinflüsse zurück.

Da eine niedere Pendelfrequenz ebenfalls die Verstärkung und die Selektivität erhöht, kann u. U. ein Kriterium in der Forderung eines minimalen Verhältnisses (ω/p) aufgestellt werden. Die Pendelfrequenz wird nach der unteren Grenze hin lediglich durch Modulationsanforderungen begrenzt.

- 4. Zur Verminderung dieser störenden Einflüsse können Gegentakt-Schwingschaltungen mit symmetrischer Mittakt- Pendelung empfohlen werden. Andere Kompensationsverfahren sind ohne Weiteres anwendbar.

- * 5. Wenn die parameterfrequenten Erregungen nicht vermieden werden können, so ist unbedingt auf die Möglichkeit der sprunghaften Variation der Elemente zu verzichten.

2. 22. Der inkohärente FRE bei nichtlinearer Begrenzung der Amplituden.

Vergleichende Betrachtungen.

Es sollen an dieser Stelle lediglich die Unterschiede gegenüber den Erscheinungsformen bei rein linearen Schwingbedingungen (Ziff. 2-21 vorstehend) besprochen werden. Auf die während des Begrenzungsintervalles variablen Eigenfrequenzen (Abb. 2.1-2) wird in Ziff. 2.331 näher eingegangen.

Zu Ziff. 2.211.

Die Inkohärenzbedingung wird durch das Auftreten nichtlinearer Spannungsbegrenzung modifiziert. Für den praktisch oft vorliegenden Fall nahezu idealer Sättigung (Abb. 2.1-2) wird die Kohärenzgrenze lediglich durch die Abschwingverhältnisse während des Dämpfungsintervalles t_d festgelegt.

Zu Ziff. 2.212.

Die eindeutigen, ursächlich linear bedingten Phasenzuordnungen bleiben erhalten. Während des Intervalles nichtlinearer Beeinflussung werden hingegen zusätzliche Phasenverschiebungen (Frequenzänderungen) eintreten. Deren Ausmass ist von der Art der begrenzenden Nichtlinearität, aber auch von der Sättigungszeit und damit von der Anfangsspannungsamplitude abhängig. U. U. können sich instationäre Synchronisationen gemäss den Ausführungen in Ziff. 1.422-2 einstellen.

Zu Ziff. 2.213.

Die Empfindlichkeit wird nicht verändert. Es ist lediglich zu prüfen, ob das erforderliche Mindestsignal bereits bis zum Sättigungspegel angefacht werden soll.

Die Hochfrequenzverstärkung wird nun selbst spannungsabhängig.

Eine Demodulation nach Spitzenwerten ist innerhalb des Bereiches derjenigen Fremdsignalamplituden, welche zu Spannungsbegrenzungen führen, wenig oder gar unwirksam. Die Verstärkung beträgt somit $\underline{g_{d\ sp. s}} = \frac{u_s(u_o)}{u_o}$ (2.2/63).

Eine Demodulation nach linearen Mittelwerten der Amplituden ergäbe hingegen unter der Voraussetzung idealer Begrenzung (Sättigungsspannung u_s):

$$\overline{g_{d\ s}} = 2 \frac{u_s}{u_o} \cdot \frac{1}{\omega_o t_p} \cdot \left\{ (Q_d - Q_a) \cdot \left(1 - \ln \frac{u_s}{u_o} \right) + \frac{\omega_o t_p}{2} - Q_d \ln(q_o q_r) \right\} \quad (2.2/64).$$

Die quadratische Mittelwertbildung kann in analoger Weise erhalten werden.

Hässler hat zu seiner Arbeit ⁽⁴¹⁾ Verstärkungen berechnet und Messungen angestellt. Gewisse Unstimmigkeiten rühren wohl davon her, dass die der dortigen Berechnung zugrunde gelegte Inkohärenzbedingung von $(q_o q_r) = 1$ experimentell nicht eingehalten werden konnte.

Alle Mittelwertverstärkungen $\overline{g_{d\ s}} = \overline{u(u_o)}/u_o$ tragen irgendwie den Charakter einer logarithmischen Abhängigkeit. Sie sinken demnach mit zunehmender relativer Sättigungsdauer t_s/t_p und damit auch mit wachsendem Eingangssignal. Der Begrenzungsprozess wirkt

sich wie eine automatische Verstärkungsregelung aus. Die Regelfähigkeit steigt mit zunehmender Stärke der Erregung; sie wird zudem ideal bei einer Demodulation nach Spitzenwerten.

Diese Eigenschaft kann zum Empfang nichttönender Telegraphiesignale oder allgemein zur Registrierung allfällig vorhandener Impulse (z. B. bei Pulsmodulation) ausgewertet werden. Zu diesem Zwecke dürfen die Störsignale bei Abwesenheit einer äusseren Erregung keine Schwingungszüge ergeben, welche einen nach Ermessen festzulegenden Schwellwert der Amplitude mit mehr als einer minimalen Häufigkeit übersteigen.

Der Eintritt nichtlinearer Amplitudenbegrenzung bedingt stets einen Verzicht auf optimale Ausnutzung des Systems, indem mindestens die Pendelfrequenz und damit die höchstmögliche Modulationsfrequenz unterhalb der zulässigen Werte liegen.

Zu 2. 214.

Der Bereich der höchsten Beträge der Ausgleichsspannungsamplituden – seien die Schwankungen die Folge einer Amplituden- oder einer Frequenzmodulation des Fremdsignals – wird umso mehr abgeflacht, ein je grösserer Bereich des Modulationsumfanges von der nichtlinearen Begrenzung erfasst wird. Jede getreue Modulationsübertragung ist daher auf dem Wege der Amplitudenauswertung ausgeschlossen. Es sei in diesem Zusammenhange auf die Auswerteverfahren des Teiles 4 verwiesen. Der vorliegende Regelprozess wirkt sich eben nicht in einer Veränderung eines an sich spannungsunabhängigen Verstärkungsgrades aus.

Zu 2. 215.

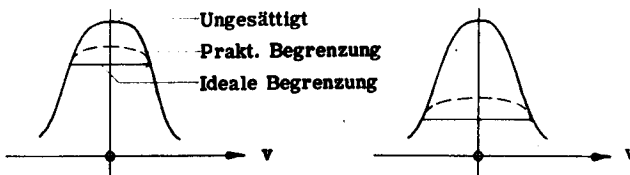
Bei gleichbleibender Maximalverstärkung ändert sich die Periode der inkohärenten Grenzpendelfrequenz. Die Verlängerung ist mit der Sättigungszeit identisch.

Zu 2. 216.

Die Ausbildung der nicht messbaren Anfangsspannung ist dieselbe.

Die Resonanzkurven der Amplituden der Demodulationsprodukte ergeben sich wie folgt:

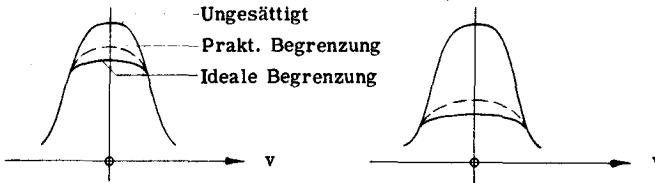
- Bei Spitzenwertdemodulation tritt eine Abflachung nach Massgabe der Begrenzungskarakteristik ein;
- bei Mittelwertbildung werden diese abgeflachten Verläufe noch logarithmisch verzerrt.



a). Niedere Eingangsspannung.

b). Hohe Eingangsspannung.

Abb. 2. 2 - 10. Die Resonanzkurven der Spitzenspannungen.



a). Niedere Eingangsspannung.

b). Hohe Eingangsspannung.

Abb. 2. 2 - 11. Die Resonanzkurven der Amplitudenmittelwerte.

Bei relativ niedriger Modulationsfrequenz (keine zusätzlichen Einschwingverzerrungen) können die Abb. 2. 2- 10 und 2. 2- 11 zur Ermittlung der Modulationsübertragung herangezogen werden.

2. 23. Das Auftreten von Nebenresonanzstellen bei Inkohärenz. Diverses.

Gemäss den Ausführungen in Ziff. 1. 422- 1 treten auf Grund der Systemsnichtlinearitäten verschiedenartige Erscheinungen auf. U. a. bilden sich Kombinationsfrequenzen aus den Teilfrequenzen der Erregung und jenen der pendelfrequenten Variationsfunktion. Das Fremdsignal wird also pendelfrequent moduliert (erzwungene Schwingungen).

Die neuentstandenen Teilschwingungen treten als zusätzliche Erregungen auf. Besitzen sie eine verhältnismässig bedeutende Energie, so treten trotz inkohärenten Bedingungen zusätzliche Resonanzstellen zutage. Diese Nebenresonanzfrequenzen sind gegenüber der Resonanzfrequenz des Systems um ein beliebiges Vielfaches der Pendelfrequenz verschoben.

Bei geringen Anfachungen können für genügend grosse Verstimmungen die Schwebungen zwischen den erzwungenen und den freien Ausgleichsschwingungen experimentell sehr schön beobachtet werden.

2. 3. Der kohärente PRE im linearen Betrieb und bei idealer, nichtlinearer Amplitudenbegrenzung.
 =====

2. 31. Grundsätzliches.

2. 311. Grund und Zweck der Behandlung.

Aus den Ausführungen in Ziff. 2. 2 ist ersichtlich, dass sich selbst die geringsten Schwankungen der Betriebsbedingungen (Betriebsspannungen) in einer u. U. sehr beträchtlichen Aenderung des Rückkopplungsmasses auswirken können. Bei ansonst bereits empfindlicher Einstellung des Empfängers können dabei nach Massgabe der Begrenzungscharakteristik stabile, inkohärente Schwingungsformen in nichtlinear beeinflusste, kohärente übergehen. Unter gewissen Bedingungen müssen dabei Entartungserscheinungen (Ziff. 2. 33, 2. 34, 2. 4, 2. 6) zutage treten. Die sich gleichzeitig einstellenden submultiplen Folgen von Schwingungszügen ändern ihr gesamtes Wesen bei den allergeringsten Störungen irgend einer der etlichen Parameterfunktionen.

Während durch das Auftreten entarteter Schwingungszüge eine jegliche Eindeutigkeit der Zuordnung der Schwingungsgrössen zu den Modulationsfunktionen der Erregung ohnehin verlorengeht, treten ganz allgemein auch unter stabilen Kohärenzbedingungen Einschwingverzerrungen der Fremdsignaländerungen auf.

* Die nachstehenden Untersuchungen sollen zeigen, weshalb kohärente Betriebszustände
 * unter allen Umständen vermieden werden sollen. Eigentümlicherweise liegen über
 * das physikalische Wesen kohärenter Schwingungszustände keine Untersuchungen vor.
 * Es kann dies nur aus der bisherigen Vernachlässigung der die Phasenverläufe betref-
 * fenden Fragen erklärt werden.
 *
 * Die erzielten Resultate können möglicherweise Anhaltspunkte für die allgemeine
 * Lösung der inhomogenen Schwingungsgleichung (1. 3/1) liefern.

2. 312. Das Wesen und die scheinbaren Vorteile kohärenter Schwingungen.

Kohärente Schwingungen sind nach Früherem dadurch gekennzeichnet, dass infolge ungenügender Ausdämpfung in den Abklingintervallen Schwingungsreste zurückbleiben, welche sich den erzwungenen Schwingungen überlagern. Sie bilden somit einen Anteil der in den Entdämpfungsmomenten vorhandenen Anfangsbedingungen.

Die einzigen Vorteile kohärenter Zustände dürften sein:

- a) scheinbare Erhöhung der Verstärkung in den Umgebungen der Haupt- und Nebenresonanzstellen (Ziff. 2. 326- 3), sowie
- b) Verwendungsmöglichkeiten zu messtechnischen Zwecken.

2.313. Nachteile kohärenter Betriebszustände.

Die überwiegenden Nachteile sind:

- a) Starke Veruntreuung der Modulation des Fremdsignals infolge langwieriger Einschwingvorgänge,
- b) das Auftreten von linear bedingten Nebenresonanzstellen (multiple Resonanzen).
- c) das Auftreten verschiedener instabiler Parameterbezirke als Ursache der Entartungen zu submultiplen Folgen, sowie
- d) die sehr starke Parameterabhängigkeit.

2.314. Voraussetzungen.

Unter einer idealen Amplitudenbegrenzung oder Sättigung ist ein Spannungsverlauf gemäss der Abb. 2.1- 2 zu verstehen. Allfällige Berücksichtigungen variabler Eigenfrequenzen werden jeweils an Ort und Stelle vermerkt.

2.32. Der vollkommen lineare, kohärent eingestellte PRE.

2.321. Das Vektorbild der stationären Zustände bei unmoduliertem Fremdsignal.

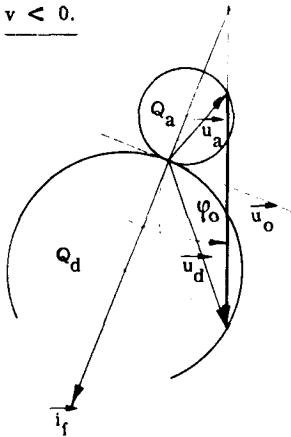


Abb. 2.3- 1. Die Zuordnung des Ausgleichsvektors \vec{u}_0 zum Fremdsignal.

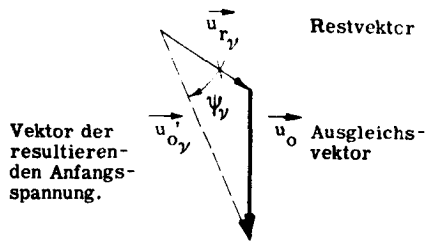


Abb. 2.3- 2. Die Zusammensetzung der Rest- und der Ausgleichsspannung zu Beginn der ν ten Pendelperiode.

Abb. 2.3- 1 ist eine getreue Wiedergabe der Abb. 2.2- 2. In Zukunft soll der dem Fremdsignal unter dem Winkel φ_0 zugeordnete Ausgleichsvektor \vec{u}_0 stets in die Vertikale gelegt werden. Sämtliche Zeiger von Spannungen der Fremdfrequenz ω , also der erregende Strom \vec{i}_f und damit auch der Ausgleichsvektor, seien in der Zeichnungsebene festgehalten. Die übrigen Schwingungen anderer Frequenzen werden durch die mit den entsprechenden Frequenzdifferenzen rotierenden Vektoren beschrieben.

Zu Beginn einer beliebigen ν ten Pendelperiode fügt sich der Vektor \vec{u}_r der nicht völlig abgeklungenen Schwingungen des vorhergehenden Schwingungszuges zum Ausgleichsvektor \vec{u}_0 hinzu. Der Letztere bleibt als Differenzvektor der beiden stationär eingeschwungenen Zustandswerte erhalten. Der resultierende Vektor der neuen Anfangsspannung entspricht der Vektorsumme (Abb. 2.3-2):

$$\vec{u}_0' = \vec{u}_0 + \vec{u}_r \quad (2.3/1).$$

Die Anfangsspannung \vec{u}_0' liegt somit gegenüber der Restspannung um den Sprungwinkel ϑ_ν der Vektoren zurück (Abb. 2.3-2), oder aber sie eilt in anderen Lagen bezüglich Phase voraus (vgl. z. B. die rechte Hälfte der Abb. 2.3-5).

Infolge der geringen zusätzlichen Energiebeiträge sollen die Einflüsse der erzwungenen Schwingungen, sowie die zu Beginn der Abklingintervalle auftretenden Ausgleichsvorgänge vernachlässigt werden (vgl. Ziff. 2.211).

Die freien Schwingungen besitzen die jeweilige Eigenfrequenz des Systems. Im Verlaufe der ν ten Pendelperiode beschreibt der betreffende Vektor somit eine exponentiell an- und abklingende Spirale. Zu Beginn des Dämpfungsintervalles bleibt daher neuerdings ein Restvektor $\vec{u}_{r\ \nu+1}$ zurück, welcher gegenüber der Anfangslage \vec{u}_0' um den phasenmässigen

$$\text{Verstimmungswinkel } \vartheta = \left\{ (\omega_{oa} - \omega) t_a + (\omega_{od} - \omega) t_d \right\} = (\bar{\omega}_0 - \omega) t_p \quad (2.3/2)$$

verdreht worden ist.

Für $\omega < \omega_{oa} < \omega_{ra}$, $\omega < \omega_{od} < \omega_{rd}$ wird $\vartheta > 0$.

Der Vorgang ist unter diesen Verhältnissen in den Abb. 2.3-3 a ... c festgehalten.

Die Restspannungsamplituden ergeben sich im linearen Gebiete aus der Gleichung (2.2/12).

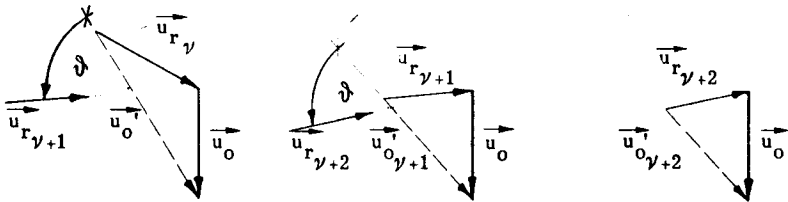


Abb. 2.3-3. Die Vektorbilder der freien Schwingungen zu Beginn der Anfachungsintervalle.

Der geschilderte Prozess setzt sich in der angedeuteten Weise fort.

Der lineare kohärente Zustand wird durch ein konstantes Verhältnis der Restspannungsamplitude zu jener am Anfang der betreffenden Pendelperiode charakterisiert:

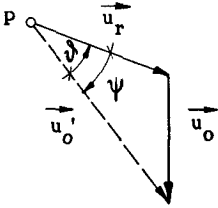
$$k = u_r / u_0' = \text{konstant} \quad (2.3/3).$$

Unter den vorliegenden Voraussetzungen ergibt sich dieser Kohärenzfaktor aus der

$$-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\omega_{ra} \cdot t_a}{Q_a} + \frac{\omega_{rd} \cdot t_d}{Q_d} \right)$$

Gleichung (2.2/12) zu $k = (u_r/u_o') \approx e$ (2.3/4).

Stationäre Zustände unter sich gleichartiger Schwingungsabläufe können nun dann und nur dann eintreten, wenn in den Vektorbildern der Abb. 2.3- 2 und 2.3- 3 der Verstimmungswinkel ϑ durch den Sprungwinkel ψ gerade aufgehoben wird (Abb. 2.3- 4).



ϑ = Verstimmungswinkel pro Pendelperiode $t_p = 2\pi/p$,
 $\vartheta = (\bar{\omega}_o - \omega) \cdot t_p$
 ψ = Winkel des Vektorsprunges $\vec{u}_r \rightarrow \vec{u}_o'$ zu Beginn der Anfachungsintervalle.

Abb. 2.3- 4. Stationärer Zustand des Anfangsvektors unter sich gleichgestalteter Schwingungszüge.

Die geometrischen Orte der Anfangsvektoren (P) stationärer Lage sind durch die Schnittpunkte der Ortskurven konstanten Verstimmungswinkels ϑ und konstanten Verhältnisses $k = u_r/u_o'$ bestimmt. Damit ergibt sich das Ortskurvendiagramm der Abb. 2.3- 5.

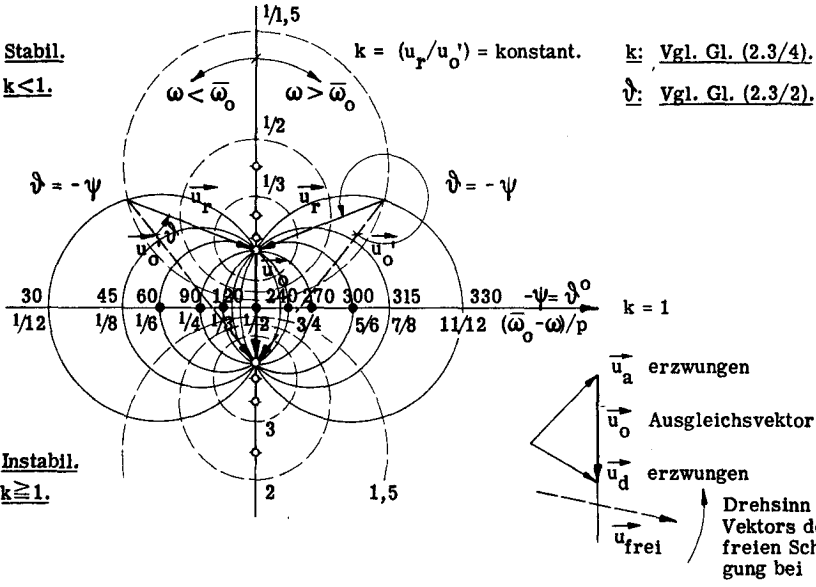


Abb. 2.3- 5. Die stationären Anfangszustände bei ungesättigter (linearer) Kohärenz.

Die Ortskurven $\vartheta = \text{konstant}$ und $k = \text{konstant}$ ergeben zwei unter sich konfokale Kreisbündel über dem Ausgleichsvektor \vec{u}_0 .

2.322. Die Stabilität der linearen, kohärenten Schwingungszustände.

Mit dem komplexen Drehstrecker $\bar{k} = \frac{\vec{u}_r}{\vec{u}_o} = k e^{j\vartheta}$ (2.3/5)

ergibt sich für den stationären Zustand (Abb. 2.3-4) :

$$\vec{u}_o' = \vec{u}_o' \bar{k} + \vec{u}_o' \quad \text{d.h.} \quad \vec{u}_o' \text{ stat.} = \frac{\vec{u}_o}{1 - \bar{k}} \quad (2.3/6).$$

In analoger Weise entspricht einem gegebenen Vektorenpaar \vec{u}_o, \vec{u}_o'

ein "stationärer" Drehstrecker $\bar{k}_{\text{stat.}} = k e^{j\vartheta_{\text{stat.}}} = \left(1 - \frac{\vec{u}_o}{\vec{u}_o'}\right)$ (2.3/7).

Der stationäre Anfangsvektor \vec{u}_o' werde in irgendeinem Entdämpfungsmomente gestört :

$$\vec{u}_{o's} = \vec{u}_{o' \text{ stat.}} + \vec{s} \quad (2.3/8).$$

Diese Störung \vec{s} pflanzt sich in der Form eines Einschwingprozesses fort. Nach n Pendelperioden verbleibt ein noch stets gestörter Vektor der Anfangsspannung gemäss der Beziehung

$$\vec{u}_{o's n} = (\bar{k})^n (\vec{u}_o' + \vec{s}) + \vec{u}_o' \frac{(\bar{k})^{n-1} - 1}{\bar{k} - 1} \quad (2.3/9).$$

Stabile Zustände bestehen nur, wenn sich der Störvektor \vec{s} im Verlaufe der kohärenten Störungfortpflanzung zur Bedeutungslosigkeit verliert. Somit ergibt sich die folgende Stabilitätsbedingung :

- * Lineare, kohärente Schwingungszustände sind dann und nur dann stabil, wenn der Restspannungsfaktor $k = |\bar{k}| < 1$ bleibt (2.3/10).
- * Der Störvektor klingt dabei in Spiralforn ab.

Für $k \geq 1$ wachsen die Amplituden bei der geringsten Störung an, bis sie durch die Nichtlinearitäten des Systems begrenzt werden. Sie gehen damit in sog. gesättigte, kohärente Schwingungen über.

- * In der Abb. 2.3-5 entspricht somit die obere Diagrammhälfte der Gesamtheit der stationären Zustände, die untere mit Einschluss der Abzisse hingegen der Gesamtheit der instabilen stationären Zustände.

2.323. Die Resonanzkurven bei linearer Kohärenz.

Die Linearität des Systems gestattet es, die Untersuchungen der Frequenzabhängigkeit der Amplitudenverläufe auf jene der Anfangsspannung u_o' zu beschränken.

Die resultierenden Resonanzkurven $u_o'(v, k)$ zerfallen infolge der allgemeinen Spannungsproportionalität (Abb. 2.3-5) in zwei faktorielle Anteile, nämlich

- in die Funktion $u_o'(v, k)$ bei $u_o = \text{konstant}$, und
- in die inkohärente Resonanzfunktion $u_o = u_o(v, Q_a, Q_d)$ bei konstanter Energie der Erregung $i_f(t)$.

Die Funktion $u_o'(v, k)_{u_o = \text{konstant}}$ ist als Abhängigkeit $u_o'(\vartheta, k)_{u_o = \text{konstant}}$

direkt der Abb. 2.3-5, oder aber der Gleichung (2.3/12) zu entnehmen. Auf Grund der gegenseitigen Phasenlagen der Restvektoren und der Ausgleichsspannung treten Maxima der Anfangsspannung auf, wenn ϑ die Werte $\vartheta = 2m\pi$, Minima hingegen, wenn ϑ die Beträge $\vartheta = (2m+1)\pi$, $m = \text{ganze Zahl}$, annimmt. Wie leicht zu ersehen ist, müssen innerhalb aufeinanderfolgender, der Pendelfrequenz entsprechender Frequenzintervalle die nämlichen, in Abb. 2.3-6 skizzierten Verhältnisse auftreten.

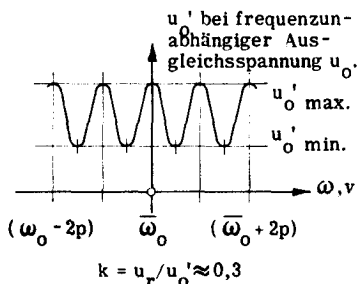


Abb. 2.3-6a. Mittelstarke Kohärenz.

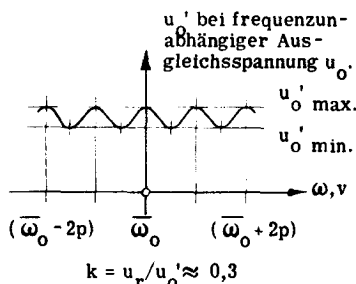


Abb. 2.3-6b. Schwache Kohärenz.

Den bisherigen Ausführungen ist zu entnehmen, dass das Hauptmaximum ($\vartheta = 0$) der Resonanzkurve dann auftritt, wenn die Frequenz der Erregung mit der mittleren Eigenfrequenz des Systems, und nicht mit der Resonanzfrequenz identisch wird. Die Differenz $(\bar{\omega}_o - \omega)$ kann unter den praktischen Arbeitsbedingungen eines PRE ($p \ll \omega$) ein Mehrfaches der Pendelfrequenz betragen.

Durch die Multiplikation der in Abb. 2.3-6 dargestellten Funktionen mit der inkohärenten Resonanzkurve als Umhüllenden (Abb. 2.3-7) werden die effektiv zu beobachtenden Höchst- und Mindestwerte der Amplituden der freien Schwingungen etwas gegenüber den Lagen $(\bar{\omega}_o \pm m.p)$ verschoben erscheinen.

Bei veränderlicher Verstimmung ändert sich nun aber gleichzeitig der Absolutwert u_o der Ausgleichsspannung gemäss Gleichung (2.2/34) und Abb. 2.2-8.

Die Anfangsspannungen u_0' sind der Ausgleichsspannung proportional (Abb. 2.3-5). Aus diesem Grunde treten in den resultierenden Resonanzcharakteristiken die inkohärenten Kurven als Enveloppen auf (Abb. 2.3-7). Im vereinfachten System mit $\omega_{ra} = \omega_{rd} = \omega_r$ erreichen diese jedoch Maxima an den Stellen der Resonanzfrequenzen.

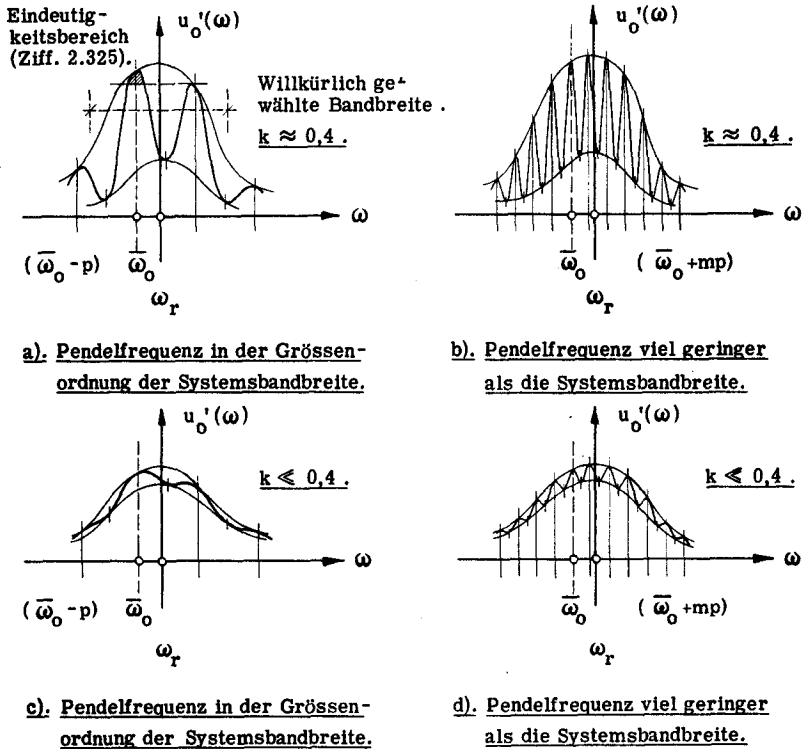


Abb. 2.3-7. Die Resonanzkurven bei linearer Kohärenz.

Parameter: p und k . Konstant: $Q_a, Q_d, \bar{\omega}_0, \omega_r$.

* Die Resonanzkurven der linearen, inkohärenten Schwingungszustände sind im allgemeinen unsymmetrisch. Sie werden nur für die speziellen Fälle spiegelbildlich, in welchen

- * a) die inkohärente Resonanzkurve eine Symmetrie aufweist, und
- * b) die Differenz $(\bar{\omega}_0 - \omega)$ ein exaktes Vielfaches der Pendelfrequenz p beträgt.

* Es ist im allgemeinen nicht möglich, aus der experimentell aufgenommenen Resonanzkurve die Eigenfrequenz $\bar{\omega}_0$ und die Resonanzfrequenz ω_r des Systems zu bestimmen.

Für alle Frequenzen, welche sich um ein ganzzahliges Vielfaches der Pendelfrequenz von der mittleren Eigenfrequenz des Schwingensystems unterscheiden, treten sogenannte multiple Resonanzstellen auf. Diese sind nach den bisherigen Ausführungen ursächlich auf rein lineare Phasenbeziehungen zurückzuführen. In der amerikanischen Literatur werden sie z.T.

den Kombinationsfrequenzen zugeschrieben (vgl. Ziff. 2. 23 und (19)). Hässler (41) erwähnt die diskreten Abweichungen gegenüber der Resonanzfrequenz.

In einem linearen System ist das Auftreten von multiplen Resonanzen ein untrügliches Kennzeichen eines kohärenten Betriebsverhaltens.

Der Restspannungskoeffizient k (Gl.(2.3/4)) ist ausserordentlich parameterabhängig (Schwankungen der Speisespannungen). Aus der Abb. 2.3-5 ist ersichtlich, dass das Verhältnis $(u_{0\max}'/u_{0\min}')$ mit wachsendem $k < 1$ sehr stark zunimmt. Kohärente Zustände zeichnen sich somit durch eine grosse Störeffindlichkeit aus.

2. 324. Die Ermittlung der kohärenten Resonanzkurve auf analytischem Wege.

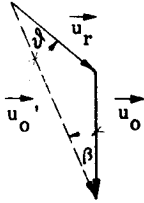


Abb. 2. 3- 8.

$$\text{Mit } u_o'^2 = u_r'^2 + (u_o')^2 - 2u_r'u_o' \cos \vartheta \quad (2.3/11a)$$

$$\text{und } u_r = k u_o' \quad (2.3/11b) \text{ folgt aus Abb. 2.3-8:}$$

$$u_o'^2 = (u_o')^2 \cdot (k^2 + 1 - 2k \cos \vartheta) \quad (2.3/11c),$$

$$\text{sowie } u_o'^2 = u_r'^2 \cdot (1 + 1/k^2 - 2(1/k) \cdot \cos \vartheta) \quad (2.3/11d).$$

$$\text{Ferner ist } \sin \beta = (u_r/u_o) \sin \vartheta \quad (2.3/11e).$$

Aus diesen Beziehungen ergeben sich die Amplituden- und die Phasenfunktion des Anfangsvektors u_o' zu

$$u_o' = \frac{1}{\sqrt{(1+k^2-2k \cos \vartheta)}} \cdot u_o(\omega, \omega_{rd}, \omega_{ra}, Q_d, Q_a) \quad (2.3/12a),$$

bezw. zu

$$\arg(\vec{u}_o') - \arg(\vec{i}_f) = \beta(k, \vartheta) + \varphi_o(\omega, \omega_{rd}, \omega_{ra}, Q_d, Q_a) \quad (2.3/12b).$$

Es bedeuten:

$$k = u_r/u_o' \text{ eine einstellbare Restspannungsabhängigkeit gemäss Gleichung} \quad (2.3/4),$$

$$\vartheta = \left\{ (\omega_{0a} - \omega) t_a + (\omega_{0d} - \omega) t_d \right\} = (\bar{\omega}_o - \omega) \frac{2\pi}{p} \quad (2.3/2),$$

$$\beta = \text{Phasenmass } (\vec{u}_o', \vec{u}_o) = \arcsin \left\{ k \sin \vartheta / \sqrt{(1+k^2-2k \cos \vartheta)} \right\} \quad (2.3/12e),$$

u_o (Parametern) = inkohärente Resonanzkurve gemäss Gleichung (2.2/34),

φ_o (Parametern) = inkohärente Phasenfunktion (\vec{u}_o', \vec{i}_f) gemäss Gleichung (2.3/36).

Anmerkung:

Werden zu den vorstehenden Resultaten die erzwungenen Schwingungen hinzugefügt, so muss sich das Ergebnis mit der Gleichung (1.6/95) decken, wenn jener die sprunghaften Parametervariationen zugrundegelegt worden sind.

2. 325. Die Mehrdeutigkeiten bei der Bestimmung der Modulationszustandes des Fremdsignals im linearen, kohärenten Betrieb.

Bei inkohärentem Betrieb kann, bekannte Parameter vorausgesetzt, bereits aus entweder der zeitlichen Abhängigkeit der Amplitude, oder aber derjenigen der Phase allein auf die Amplitude und die Frequenz des Fremdsignals zurückgeschlossen werden. Die ausgewerteten Demodulationsprodukte vermögen somit den jeweiligen Modulationszustand des Fremdsignals getreu nachzubilden.

* Wie den Abb. 2.3-5 und 2.3-7 zu entnehmen ist, treten bei kohärenter Einstellung des
* Pendelrückkopplungsempfängers ausserhalb eines gewissen, auf die Umgebung der höch-
* sten Resonanzhebung beschränkten Frequenzbereichs stets Mehrdeutigkeiten zutage.
* Die zu eindeutiger Rückbestimmung des Modulationszustandes anwendbare Bandbreite
* sinkt mit stärker werdender Kohärenz (k), sowie mit abnehmendem Verhältnis der Pen-
* defrequenz zur Systemsbandbreite (vgl. Abb. 2.3-7).

Die erwähnten Mehrdeutigkeiten existieren wohl bezüglich der Resonanzverläufe sowohl der Amplitude, als auch der Phase allein. Jeder Verstimmung ist hingegen im allgemeinen ein ganz bestimmter Vektor in eindeutiger Weise zugeordnet. Mit herkömmlichen Mitteln können Vektoreigenschaften jedoch nicht erfasst werden, da hierzu ein Demodulationsorgan verwendet werden müsste, welches eine gleichzeitige Bestimmung der Amplitude und der Phasenlage gestatten würde. Aus diesem Grunde bleibt zumindest die Anwendbarkeit des kohärenten PRE zur Verwertung frequenzmodulierter Signale auf die engen Eindeutigkeitsbereiche beschränkt.

Aus Gründen der Spannungsproportionalität ist die Verwertung eines lediglich amplituden-modulierten Signals bei jeder Frequenzabweichung möglich. Die Amplitudenveränderungen des Fremdsignals rufen im kohärenten Betriebszustand jedoch Einschwingprozesse hervor, welche niemals eine getreue Nachbildung der ehemaligen Fremdsignalmodulation gestatten (vgl. Ziff. 2.32.10).

2. 326. Hochfrequenzverstärkung und Empfindlichkeit. Vergleich mit Inkohärenz.

-1. Die Empfindlichkeit. (Vgl. Ziff. 2.213-1 und die Bemerkungen in Ziff. 2.11 bezüglich der Erörterungen des Signalabstandes).

In den Bereichen geringer Anfangsspannung u_0' kann die Empfindlichkeit verringert werden, da der verhältnismässige Anteil der Störenergien steigt. Aus Stabilitätsgründen (Ziff. 2.312, $k < 1$) darf andererseits die Anfangsspannung den halben Wert der Ausgleichsspannung nicht unterschreiten, so dass der Empfindlichkeitsverminderung keine Bedeutung zuzumessen ist.

Eine Vergrösserung der Empfindlichkeit kann jedoch in den Bereichen höherer Anfangsspannung nicht eintreten, sondern höchstens eine scheinbare Hebung einer an sich nicht maximalen Verstärkung (Abb. 2.3-9).

-2. Hochfrequenzverstärkung.

Die Ausführungen in Ziff. 2. 213 besitzen volle Gültigkeit, wenn die Ausgleichsspannung \vec{u}_0 durch die Anfangsspannung \vec{u}_0' ersetzt wird.

-3. Vergleich mit der Verstärkung bei inkohärenter Betriebsweise.

Das Verhältnis der Verstärkungen ergibt sich in einem linearen System zu

$$\frac{g_{d \text{ koh.}}}{g_{d \text{ inkoh.}}} = \frac{u_0'}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{(1+k^2 - 2k \cos \vartheta)}} \quad (2.3/13).$$

Bereits bei geringen Kohärenzgraden k werden die Verstärkungen somit merklich angehoben. Dies rührt davon her, dass das Fremdsignal dank des Vorhandenseins von Restenergien nur differentielle Beiträge zu liefern hat. Gerade diese Schwingungsreste sind aber, wie bereits erwähnt, mit einer zeitlich schwindenden Erinnerung an die Vergangenheit behaftet. Nebst den dadurch bedingten Einschwingverzerrungen bei jedwelcher Aenderung der Parameter und des Fremdsignals wiegen die zusätzlichen Nachteile der Instabilität den auch einzigen Vorteil gelegentlich höherer Verstärkung mehr als auf.

Die Verhältnisse der Extremalbeträge, sowie die Verstärkungserhöhungen in bezug auf die inkohärente Betriebsweise sind in der Abb. 2. 3- 9 zusammengestellt.

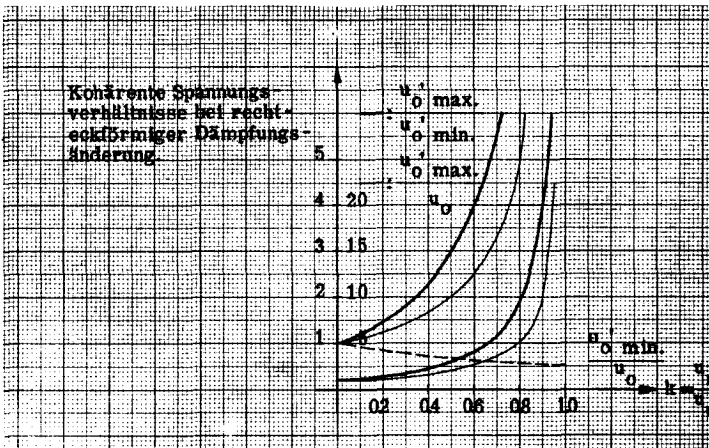


Abb. 2. 3- 9. Kohärente Spannungsverhältnisse (Gl.(2. 3/13)).

2. 327. Die Bestimmung des Kohärenzgrades aus der Resonanzkurve.

Die Enveloppen für die Höchst- und Mindestwerte einer experimentell aufgenommenen Resonanzkurve können näherungsweise bestimmt werden (Abb. 2. 3- 7). Aus den derart ermittelten Verhältnissen $u_0' \text{ max.} / u_0' \text{ min.}$ lassen sich die Restspannungskoeffizienten $k = u_r / u_0'$ mittels der Abb. 2. 3- 9 ermitteln.

2. 328. Die Möglichkeit des Auftretens submultipler Folgen von Schwingungszügen bei rein linearem, kohärentem Betriebsverhalten.

In den nachstehenden Ziff. 2. 4 und 2. 6 wird erläutert, dass durch ein Zusammenwirken nichtlinearer Amplitudenbegrenzung und kohärenter Betriebsweise innerhalb bestimmter Parameterbezirke keine stabilen Folgen unter sich gleicher Schwingungszüge mehr möglich sind. Die Schwingungen entarten zu sog. submultiplen Folgen (vgl. z. B. Abb. 2. 4-1 ... 3, -7, sowie 2. 6- 1).

Aus einer näheren Betrachtung ergibt sich, dass in einem linearen System derartige Zustände der Entartung nur für den bereits instabilen Grenzfall der stabilen Kohärenz möglich wären. Der Restspannungskoeffizient ergibt sich dabei zu

$$\bar{k} = \frac{n/m}{\sqrt{1}} ; n, m \text{ beliebig und reell} \quad (2.3/14).$$

Gleichzeitig müssten aber die Amplituden unendlich hohe Werte annehmen, ansonst ein stationärer Zustand möglich wäre: $\lim u_0' = \infty$ (2. 3/15).

Da diese Voraussetzungen jeglichen physikalischen Grundlagen der realisierbaren Systeme zuwiderlaufen, ergibt sich somit:

- * In linearen Systemen existieren nur stabile, stationäre Folgen unter sich gleichartiger
- * Schwingungszüge, oder aber instabile Zustände mit zeitlich unbegrenzt anwachsenden
- * Amplituden.

2. 329. Notwendigkeit einer Regelung.

Angesichts der ausserordentlichen Parameterabhängigkeit sind lineare, kohärente Betriebszustände an eine die Linearität nicht beeinflussende, separate Verstärkungsregelung gebunden. Dabei werden aber in unvermeidlicher Weise die Resonanzkurven ausgeglättet, so dass die selektiven Partien der multiplen Resonanzen abgeflacht werden. Bei moduliertem Fremdsignal ist zudem auf die Regelzeitkonstanten Bedacht zu nehmen. Die starken Phasenänderungen bei wechselnder Verstimmung sind nicht zu vermeiden.

2. 32. 10. Die Einschwingvorgänge bei ungesättigter Kohärenz.

Der Aufbaumechanismus der Anfangszustände der freien Schwingungen (Abb. 2. 3- 3) bringt es mit sich, dass das System bei kohärentem Verhalten irgendwelchen Aenderungen der Erregung oder der Parameter nur schrittweise zu folgen vermag. Eine jede Aenderung irgend eines Parameters bedingt eine Korrektur des komplexen Restspannungskoeffizienten

$$\bar{k} = k e^{j\vartheta}.$$

-1. Sprunghafte Veränderungen von \bar{k} und \bar{u}_0 .

Durch Beeinflussung irgendwelcher Systemsgrössen oder der Erregung sollen \bar{k} und \bar{u}_0 die folgenden sprunghaften Veränderungen erfahren:

$$k : k_0 \rightarrow k ; u_0 : u_{00} \rightarrow u_0 ; k < 1.$$

Die stationäre Lage des Anfangsvektors ergab sich vor der Störung zu

$$\vec{u}_{00}^{\text{stat.}} = \vec{u}_{00} / (1 - \bar{k}_0) , k_0 = \left| \bar{k}_0 \right| < 1 \tag{2.3/6}.$$

Unter Berücksichtigung irgendeines Anfangszustandes \vec{u}^* , welcher auch ein vor der neuerlichen Störung noch stets irgendwie gestörtes System zu beschreiben vermag, ergibt sich der Anfangsvektor der freien Schwingungen nach weiteren n Pendelperioden zu

$$\vec{u}_{on}^{\text{f}} = (\bar{k})^n \cdot \vec{u}^* + \vec{u}_0 \left(\frac{\bar{k}^{n-1} - 1}{\bar{k} - 1} \right) \tag{2.3/16}.$$

Nach entsprechend langer Zeit wird ein neuer stationärer Zustand erreicht :

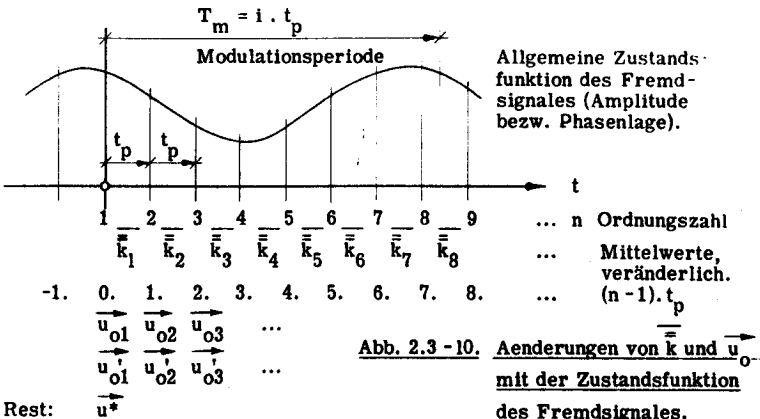
$$\vec{u}_0^{\text{stat.}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \vec{u}_{on}^{\text{f}} = \vec{u}_0 / (1 - \bar{k}) \tag{2.3/6}.$$

Ein plötzlich aussetzendes Fremdsignal löst einen analogen Ausschwingprozess aus, welcher erst nach langer Zeit zur Ruhe kommt ("Nachhallen").

Aus der Gleichung (2.3/16) ist sehr schön ersichtlich, wie die "Erinnerung an die Vergangenheit" den wiederholten Fremdsignaleinflüssen auf Grund der Systemsbedämpfung weichen muss.

-2. Periodische Modulation des Fremdsignals.

Die Frequenz und die Amplitude des erregenden Fremdsignals sollen in periodischer oder auch allgemeiner Weise schwanken. Die Modulationsperiode umfasse eine Vielzahl i von Pendelperioden. Die Modulation sei also eine quasistatische Angelegenheit, so dass die Zustandsänderungen des Fremdsignals in den näheren Umgebungen der Enddämpfungsmomente nicht berücksichtigt werden müssen (vgl. Ziff. 2.211).



Ausgehend von einer beliebigen Restspannung \vec{u}^* zu Beginn der ersten der betrachteten Pendelperioden vollzieht sich der Einschwingprozess wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \vec{u}_{o1} &= \vec{u}^* + \vec{u}_{o1} \\
 \vec{u}_{o2} &= \bar{k}_1 \vec{u}^* + \bar{k}_1 \vec{u}_{o1} + \vec{u}_{o2} \\
 \vec{u}_{o3} &= \bar{k}_1 \bar{k}_2 \vec{u}^* + \bar{k}_1 \bar{k}_2 \vec{u}_{o1} + \bar{k}_2 \vec{u}_{o2} + \vec{u}_{o3} \\
 &\text{usf.} \\
 \vec{u}_{on} &= (\bar{k}_1 \dots \bar{k}_{n-1}) \vec{u}^* + (\bar{k}_1 \dots \bar{k}_{n-1}) \vec{u}_{o1} + (\bar{k}_1 \dots \bar{k}_{n-2}) \vec{u}_{o2} + \\
 &\quad + \dots + \bar{k}_{n-1} \vec{u}_{o(n-1)} + \vec{u}_{on} \tag{2.3/17}.
 \end{aligned}$$

Die abschnittswise Mittelwerte $|\bar{k}|$ der Restspannungskoeffizienten \bar{k} liegen aus Stabilitätsgründen im Mittel unter 1. Aus Gleichung (2.3/17) kann somit wiederum der zunehmend weichende Einfluss des Vergangenen ersehen werden.

Stehen die Modulationsfrequenz einer periodischen Modulation und die Pendelfrequenz nicht in einem rationalen Verhältnis zueinander, so verändern sich die sämtlichen Zustandsgrößen \vec{u}_o und \bar{k} in einer völlig unperiodischen Art und Weise. Die resultierende Ortskurve des Anfangsspannungsvektors \vec{u}_o möge in die Abbildung 2.3-5 eingezeichnet gedacht werden. Sie ist nicht in sich geschlossen, jedoch auf ein ganz bestimmtes Gebiet beschränkt. Eine selbst sehr langsame Modulation wird gänzlich verzerrt wiedergegeben.

Bei einem rationalen Verhältnis zwischen T_m und t_p stellt sich schließlich ein sub-frequenter, stationärer Zustand ein, da die sämtlichen Werte von \bar{k} und \vec{u}_o in periodischer Weise wiederkehren.

-3. Beispiele von Modulationsverzerrungen. Ausglättung der statistischen "Rauschmodulation" durch zunehmende, lineare Kohärenz.

Als Erregung wirken lediglich die aus den statistischen Stromstößen aufgebauten Signalgruppen (Ziff. 2.211). Die Resonanzfrequenz des Systems beträgt ca. 221 kHz.

-31. Die Amplituden- und Phasenverteilungen bei Inkohärenz.

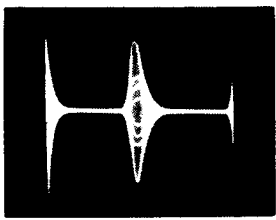


Abb. 2.3-11 a. $f_p = 2$ kHz.

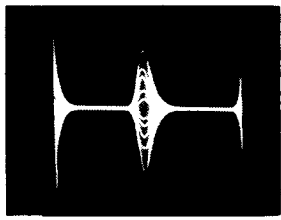


Abb. 2.3-11 b. $f_p = 2$ kHz.

In den Oscillogrammen der Abb. 2. 3- 11 sind einander je etwa 20 rauschbedingte, inkohärente und lineare Schwingungszüge überlagert. Aus phototechnischen Gründen war eine hohe Leuchtdichte geboten, so dass die der Häufigkeit der auftretenden Spannungswerte beinahe proportionale Helligkeit nicht in Erscheinung tritt. Die Statistik der Amplituden kann den Fig. durch Auszählen entnommen werden. Das Bildinnere wird durch den mittels eines konstanten Vergleichssignales zusätzlich gesteuerten Kathodenstrahl offenbar gleichmässig "gesprenkelt", so dass auf eine wahllose Phasenverteilung geschlossen werden muss.

In der Abb. 2. 3- 12 ist durch die Ueberlagerung mehrerer Bilder eine Vielzahl von Schwingungszügen dargestellt, welche die Häufigkeitsverteilung der Signalgruppenamplituden erkennen lässt.

Die Amplitude Null tritt nie auf. Dies ist aus der während einer endlichen Zeitspanne wirksamen Beeinflussung des Systems durch die sich stetig verändernden Signalgruppen zu erklären (Ziff. 2. 211).



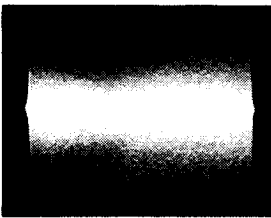
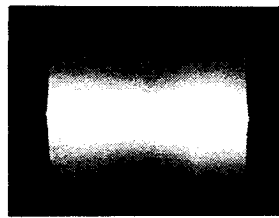
Abb. 2. 3- 12.

 $f_p = 2 \text{ kHz.}$

Der Abb. 2. 3- 12 ist ebenfalls die völlig lineare Betriebsweise der Schwingungsanordnung zu entnehmen (keine Amplitudenbegrenzung).

-32. Die Amplituden- und Phasenverteilung kohärenter Schwingungen.

Als am allgemeinsten modulierte Fremdsignal dient wiederum die störende "Rauschspannung". Die Resonanzfrequenz beträgt 221 kHz.

Abb. 2. 3- 13 a. $f_p = 2,5 \text{ kHz.}$ Schwache Kohärenz.Abb. 2. 3- 13 b. $f_p = 3 \text{ kHz.}$ Mittlere Kohärenz.

Die Bildhöhen der beiden Abb. 2. 3- 13 wurden einander angeglichen und auf etwa den 1/2-fachen Betrag derjenigen in Abb. 2. 3- 12 gebracht.

Die höchsten Amplituden der Schwingungszüge erreichen den Minimalbetrag der zu einer merklichen nichtlinearen Begrenzung erforderlichen Werte bei weitem nicht.

Bereits bei geringem kohärentem Verhalten (Abb. 2.3- 13 a) tritt infolge der Einschwingprozesse eine ganz merkliche Verflachung der Umhüllenden gegenüber der Enveloppe der Erregung (dargestellt durch die Schwingungen der Abb. 2.3- 12) ein. Da der Kathodenstrahl einer zusätzlichen Steuerung durch ein konstantes Vergleichssignal unterworfen ist, deutet die stellenweise augenfällige Schummerung auf die Bildung organisierter Phasenfertpflanzungen hin.

Eine geringfügige weitere Erhöhung des Restspannungskoeffizienten k auf Grund einer erhöhten Pendelfrequenz ergibt bereits eine beinahe völlige Unempfindlichkeit gegenüber den momentanen Einflüssen der Erregung. Die Amplitude verflacht sich infolge der nun sehr langwierigen Einschwingprozesse vollends, und das kohärente Durchschwingen ergibt den Eindruck einer vollorganisierten Schwingung (praktisch konstante Schwingungsfrequenz, siehe die Schummerung).

Ueber die Methode der Phasenvergleichsmessungen beachte man Ziff. 3. 2.

* Aus dem Vorstehenden ist ersichtlich, dass unter kohärenten Betriebsbedingungen eine
* wesentliche Verminderung der antellsmässigen Störenergien eintreten muss.
*

2. 33. Die stabilen Betriebszustände des kohärent eingestellten PRE bei steter, idealer Amplitudenbegrenzung.

2. 331. Allgemeines, mittlere Eigenfrequenz und Verschiebung der Resonanzstellen.

-1. Allgemeines und mittlere Eigenfrequenz.

Der lineare Kohärenzzustand war durch konstante Restspannungskoeffizienten $k = (\vec{u}_r / \vec{u}_0)$ gekennzeichnet. Sobald eine nichtlineare Begrenzung eintritt, ergeben sich die Restspannungen \vec{u}_r der wesentlichen Grundschwingungen nach irgendeiner Abhängigkeitsfunktion

$$\vec{u}_r = F(\vec{u}_0', \text{Parametern}, \omega) \quad (2.3/18).$$

Die Amplitude gehorche dabei der Beziehung $u_r = F_r(u_0', \text{Par.}, \omega)$ (2.3/19), und die Phase setze sich aus den einzelnen

$$\text{Verstimmungswinkeln } \delta_i = F_{\delta_i}(\omega, \text{Parametern}, u_0') \quad (2.3/20)$$

zusammen.

Die allgemeinen nichtlinearen Verhältnisse werden in den Kapiteln 2.5 und 2.6 behandelt.

Eine ideale Amplitudenbegrenzung soll vorliegen, wenn die Schwingungen nach anfänglich linearer Anfachung einen konstanten Spannungswert erreichen (Abb. 2.1- 2). Somit zerfällt die voraussetzungsgemäss konstante Pendelperiode in die zeitlich festgelegten Intervalle t_a , t_s ("Sättigungszeit"), und t_d .

Die Eigenfrequenzen ω_{0a} und ω_{0d} sind wie bisher konstant. Den gesättigten Schwingungen wird jedoch erst nach langer Zeit ein stationärer Wert $\omega_{0s\infty}$ der Eigenfrequenz zukommen. Bei Wegfall einer Fremderregung (frei schwingender Oscillator) ergibt sich $\omega_{0s\infty}$ nach Groszkowski (⁴²) zu

$$\omega_{0s\infty} \approx \omega_0 - a \sqrt{\sum_2 m_{\nu}^2}, \quad m_{\nu} = \frac{u_{\nu}}{u_1} \ll 1, \quad a > 0 \quad (2.3/21).$$

Hierin bezeichnen die u_{ν} die Amplituden der Oberwellen der infolge der Nichtlinearität verzerrten Schwingung, u_1 jene der interessierenden Grundfrequenz.

Es folgt somit: $\omega_{0s\infty} < \omega_{0lin.} < \omega_r$ (2.3/22).

Die Sättigungszeit ist nicht konstant, sondern selbst wiederum von der jeweiligen Anfangsspannung u_0' abhängig (vgl. die analoge Abb. 2.1-2). Da infolge der steten Einwirkung des Fremdsignals zusätzliche Phasenbeeinflussungen und u. U. quasistationäre Synchronisationen möglich sind (Ziff. 1.422-2a), sollen die tatsächlichen Verhältnisse durch eine anhand der konkreten Gegebenheiten stets berechenbare mittlere Eigenfrequenz für die Dauer der nichtlinearen Einwirkung zum Ausdruck gebracht werden:

$$\bar{\omega}_{OS} = \bar{\omega}_{OS}(u_0', \omega) \quad (2.3/23).$$

Der resultierende Verstimmungswinkel pro Pendelperiode ergibt sich damit zu

$$\vartheta = \left(\omega_{0a} t_a(u_0') + \omega_{0d} t_d + \bar{\omega}_{OS}(u_0', \omega) \cdot (t_p - t_a(u_0') - t_d) \right) - \omega t_p \quad (2.3/24),$$

oder in einfacherer Form: $\vartheta = \left(\bar{\omega}_0(u_0', \omega) t_p - \omega t_p \right)$ (2.3/25).

-2. Verschiebung der multiplen Resonanzstellen.

Da die mittlere Eigenfrequenz des Systems infolge der nichtlinearen Amplitudenbegrenzung selbst eine Funktion der Anfangsspannung wird (die bei Fremdsignaleinwirkung ebenfalls noch vorhandene Abhängigkeit von der relativen Phasenlage werde nicht berücksichtigt), so sind in den Abb. 2.3-6 und 2.3-7 die bis anhin aequidistanten multiplen Resonanzfrequenzen durch jene nichtaequidistanten zu ersetzen, für welche die Verstimmungswinkel die Werte $m \cdot 2\pi$ annehmen:

$$\bar{\omega}_{0m} = \bar{\omega}_{0m}(u_0', \vartheta = 2\pi m) \quad (2.3/26).$$

2.332. Das Vektordiagramm der Anfangszustände stationärer Schwingungsformen.

-1. Die Idealisierung der Restspannungsabhängigkeit.

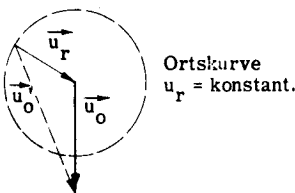


Abb. 2.3-14. Ortskurve bei idealer Amplitudenbegrenzung.

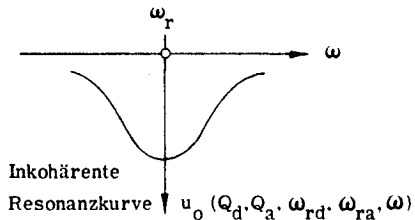


Abb. 2.3-15. Inkohärente Resonanzkurve der Ausgleichsspannung u_0 .

Da eine für alle zu betrachtenden Anfangsspannungen u_0' stets wirksame, ideale Amplitudenbegrenzung vorausgesetzt wurde, wird die Restspannung u_r völlig von der Anfangsspannung u_0' unabhängig (Abb. 2.1-2).

Als Ortskurve ergibt sich somit für jede Parameterzusammenstellung ein entsprechender Kreis $u_r = \text{konstant}$.

-2. Das Ortskurvendiagramm der stationären Lagen bei idealer Amplitudenbegrenzung.

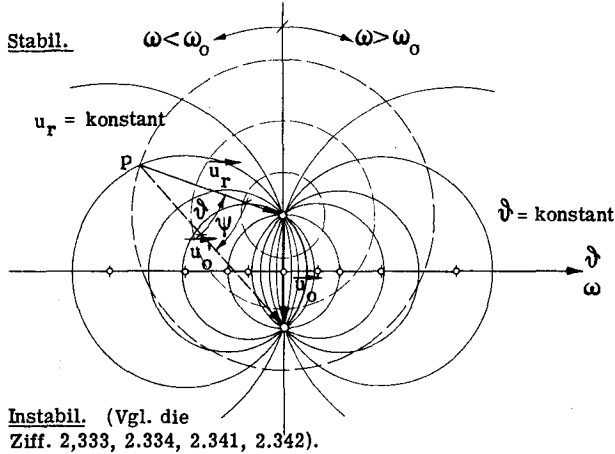


Abb. 2.3-16. Das Ortskurvendiagramm der stationären Zustände bei kohärenter Betriebsweise und idealer Amplitudenbegrenzung.

Da stationäre Zustände unter sich gleichartiger Schwingungszüge wiederum nur unter der Bedingung $\vartheta = -\psi$ existieren können, ergeben sich die Vektordreiecke der Anfangszustände (P) durch Interpolation zwischen den Ortskurven $u_r = \text{konstant}$ und $\vartheta = \text{konstant}$. Die nähere Umgebung des Ortskurvenpunktes $\vec{u}_0' = 0$ ist ideeller Natur und somit auszuschließen (vgl. Ziff. 2.34).

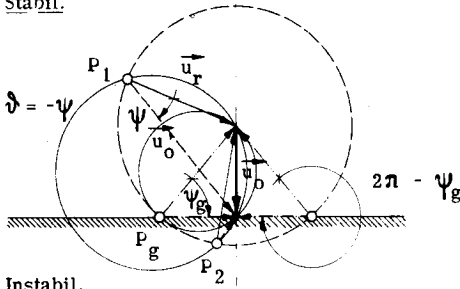
-3. Die Unsymmetrie der Ortskurvenschar bezüglich der Fremdfrequenz.

In Ziff. 2.331-2 vorstehend wurde die Verschiebung der multiplen Resonanzstellen infolge der Spannungsabhängigkeit der mittleren Eigenfrequenz erklärt.

*** Da die Ortskurvendiagramme bezüglich der Verstimmungswinkel einen streng symmetrischen Charakter aufweisen, können Vektordreiecke, welche zu oppositionellen Verstimmungen bezüglich der Haupt-Eigenfrequenz oder der Haupt-Resonanzfrequenz gehören, nie symmetrisch zueinander liegen. Ebenso entsprechen oppositionellen Verstimmungswinkeln keine oppositionellen, um ein Vielfaches der Pendelfrequenz vermehrte Verstimmungen.

2.333. Die Verstimmungen unmöglicher stationärer Zustände. Ursache der Entartungen 1. Art.

Stabil.



Instabil.

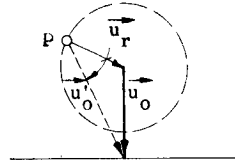


Abb. 2.3-17 a. $u_r > u_o$.

Der Sprungwinkel weist Grenzwerte auf.

Abb. 2.3-17 b. $u_r < u_o$.

Der Sprungwinkel kann alle Werte annehmen.

Ganz generell ergibt sich:

1. Umschliesst die Ortskurve des Restvektors \vec{u}_r den Ausgleichsvektor \vec{u}_o , so existieren bei idealer Amplitudenbegrenzung stets Grenzwerte ψ_g der Sprungwinkel.

a. Stationäre Zustände unter sich gleichartiger Schwingungszüge sind nur möglich für jene Fremdfrequenzen, welche Verstimmungswinkel ϑ innert den folgenden Grenzen liefern:

$$\vartheta_{\text{stat.}} = (-\psi_g \dots 0 \dots \psi_g) \pm 2m\pi \quad (2.3/27a).$$

Die Grenzwinkel ergeben sich zu $\psi_g(u_o/u_r) = \arcsin(u_o/u_r) \quad (2.3/27b).$

Die Ortskurve der Grenzzustände (P_g) ist eine zu \vec{u}_o senkrecht stehende Gerade (Abb. 2.3-17 a).

b. Es existieren stets zwei Möglichkeiten stationärer Vektorlagen. Nach Ziff. 2.334 ist die eine von ihnen stabil, die andere instabil.

c. Die sämtlichen Fremdsignalfrequenzen, welchen Verstimmungswinkel ϑ unmöglicher stationärer Schwingungszustände zugeordnet sind, führen zu den in Kap. 2.4 beschriebenen Entartungserscheinungen 1. Art.

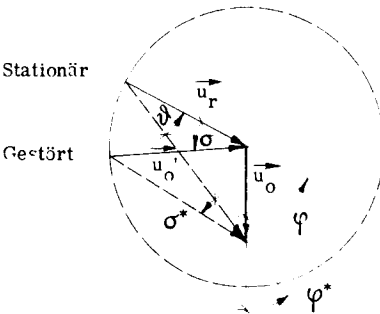
2. Schneidet die Ortskurve des Restvektors \vec{u}_r den Ausgleichsvektor \vec{u}_o , so existieren bei idealer Amplitudenbegrenzung für sämtliche Verstimmungen Möglichkeiten stationärer Folgen unter sich gleichartiger Schwingungszüge (Abb. 2.3-17 b).

Von diesen Möglichkeiten fallen gemäss den Ausführungen in Ziff. 2.334 einige aus Stabilitätsgründen ausser Betracht (Entartungen 2. Art).

2.334. Die Stabilität kohärenter Schwingungen bei idealer Amplitudenbegrenzung.Die Ursache der Entartungen 2. Art.-1. Allgemeines zur rechnerischen Behandlung.

Die analytische Behandlung der vektoriellen Störungfortpflanzung gestaltet sich deshalb schwierig, weil infolge der die Amplituden begrenzenden Nichtlinearitäten eine jegliche Proportionalität aufgehoben wird. Für den Spezialfall idealer Begrenzung ergeben sich entweder goniometrische Rekursionssysteme oder ebenso unlösbare Kettenbruchentwicklungen.

Andererseits treten bei idealer Sättigung keine amplitudenmässigen Störungen der Restspannungen auf, so dass es genügt, die Stabilität der Phasenlagen zu untersuchen.

-2. Stabile und instabile Bezirke kohärenter, ideal begrenzter Schwingungen.-2.1. Asymptotische (einseitige) und oscillatorische Stabilität.Stationär: $\vartheta = -\psi$.Gestört: $\sigma =$ Phasenstörung von \vec{u}_r .Abb. 2.3-18. Gestörtes Gleichgewicht.Die Fortpflanzung der Phasenstörungen.

Aus Abb. 2.3-18 folgt:

$$\varphi_{\gamma s} = \frac{(\varphi - \vartheta) + \sigma_{\gamma-1}^*}{\varphi_{(\gamma-1)}^*} + \vartheta = \varphi + \sigma_{\gamma-1}^* = \varphi + \sigma_{\gamma} \quad (2.3/28),$$

da die Phasenstörung σ^* des Anfangsvektors vollumfänglich wiederum als neue Phasenstörung σ des zugehörigen Restspannungsvektors erscheinen soll, weil die nichtlinear bedingten Änderungen von ω_0 und damit von ϑ mit der Variation von u_0' voraussetzungs-gemäss vernachlässigt werden.

Die Lage von \vec{u}_r ist nur stabil, wenn $|\sigma_{\gamma}| < |\sigma_{\gamma-1}|$ (2.3/29),

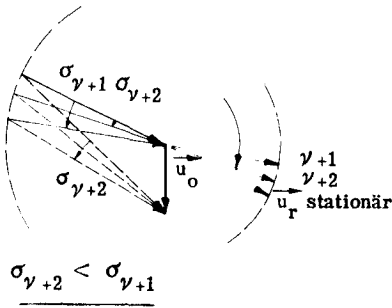
und da $\sigma_{\gamma} \equiv \sigma_{\gamma-1}^*$, somit nur, wenn $|\sigma_{\gamma}^*| < |\sigma_{\gamma}|$ (2.3/30).

Ist $(+\sigma_{\gamma}^*) < (+\sigma_{\gamma})$, so geht eine geringe Störung asymptotisch zurück:

Asymptotische Stabilität. (2.3/31).

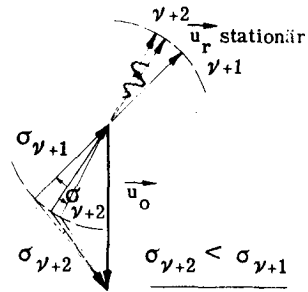
Ist $|\sigma_{\gamma}^* / \sigma_{\gamma}| < 1$, aber negativ, dann geht eine Störung oscillatorisch zurück:

Oscillatorische Stabilität. (2.3/32).



Monotone Abnahme der Phasenstörungen.

Abb. 2.3- 19. Asymptotische Stabilität.



Richtungswechsel der Störungen.

Abb. 2.3- 20. Oscillatorische Stabilität.

-22. Die Stabilitätsgrenzen.

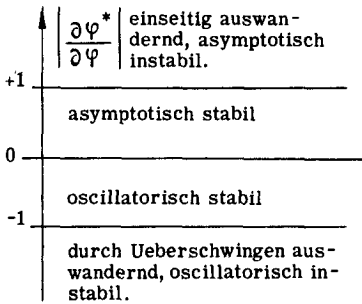


Abb. 2.3- 21.

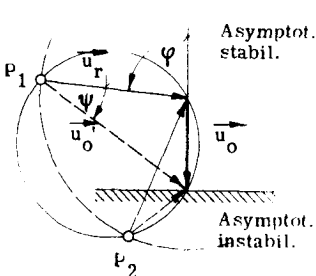
Die Stabilitätsbedingung der Gl. (2.3/30) lässt sich in anderer Schreibweise ausdrücken durch die Bedingung

$$\left| \frac{\partial \varphi^*}{\partial \varphi} \right| < 1 \quad (2.3/33).$$

Nach einer kurzen Berechnung ergibt sich der Zusammenhang :

$$\left| \frac{\partial \varphi^*}{\partial \varphi} \right| = \frac{u_r^2 + u_o u_r \cos \varphi}{u_o^2 + u_r^2 + 2u_o u_r \cos \varphi} < 1 \quad (2.3/34).$$

a). Die Grenze für asymptotische Stabilität.



$\left| \frac{\partial \varphi^*}{\partial \varphi} \right| = + 1$ liefert die Grenzbedingung :

1). $u_o' = u_r \cos \psi_{\text{grenz}} \quad (2.3/35 \text{ a}),$

2). $u_o^2 = u_r^2 - (u_o')^2 \quad (2.3/35 \text{ b}).$

Diese beiden miteinander identischen Beziehungen liefern als Stabilitätsgrenze die in Abb. 2.3- 22 gezeichnete Gerade.

Abb. 2.3- 22. Asymptot.Stab.grenze.

* Die Grenze für asymptotische Stabilität ideal begrenzter, kohärenter Schwingungen ist somit identisch mit der Existenzgrenze stationärer Folgen unter sich gleichartiger

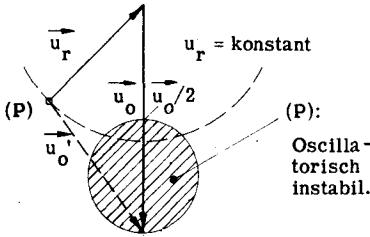
* Schwingungszüge (vgl. Ziff. 2.333, Abb. 2.3-17 a)

b). Die Grenze für oscillatorische Stabilität.

$\frac{\partial \varphi^*}{\partial \varphi} = -1$ liefert die unter sich identischen Grenzbedingungen:

1). $\cos \varphi = -(u_o^2 + 2u_r^2) / 3u_o u_r$ (2.3/36 a),

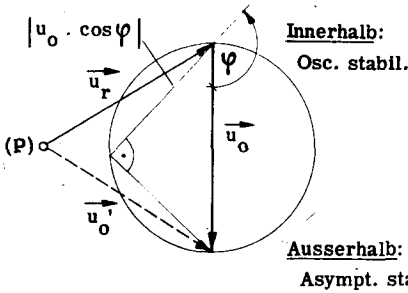
2). $\cos \varphi_{\text{grenz}} = -u_o' / u_r$ (2.3/36 b); $u_r^2 + 3(u_o')^2 = u_o^2$ (2.3/36 c).



Als Grenze zur oscillatorischen Instabilität ergibt sich, wie uns schwer festgestellt werden kann, der nebenstehend gezeichnete Kreis über der unteren Hälfte des Ausgleichsvektors \vec{u}_o .

Abb. 2.3-23. Die Grenze der oscillatorischen Stabilität.

c). Die Grenze zwischen oscillatorischer und asymptotischer Stabilität.



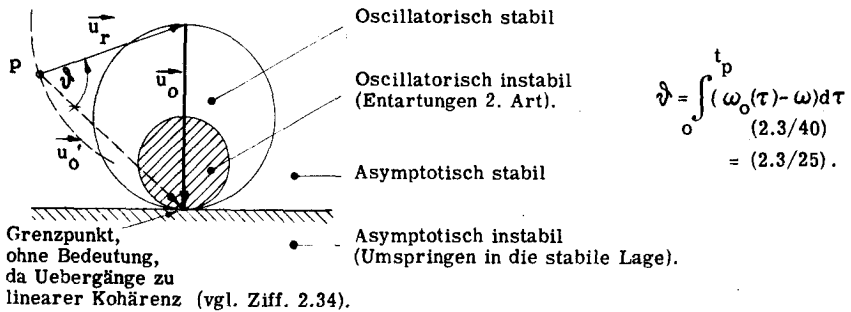
Die Grenze ist gegeben durch die Bedingung: $\frac{\partial \varphi^*}{\partial \varphi} = 0$ (2.3/37). Dies ergibt:

1). $u_r = 0$: Trivial, inkohärent (2.3/38).

2). $u_r = -u_o \cos \varphi$ (2.3/39):

Kreis über dem Ausgleichsvektor \vec{u}_o .

Abb. 2.3-24. Die Grenzcurve zwischen den Gebieten oscillatorischer und asymptotischer Stabilität bei idealer Amplitudenbegrenzung.

d). Das resultierende Stabilitätsdiagramm der ideal begrenzten, kohärenten Schwingungen.Abb. 2.3- 25. Stabile und instabile Gebiete ideal begrenzter, kohärenter Schwingungen.

Die wesentlichen Merkmale sind:

- $u_r < u_o/2$: Schwingungen stets stabil.
- $u_o/2 < u_r < u_o$: Oscillatorische Instabilität, $\pi/2 < |\psi_{\text{grenz}}| < \pi$.
- $u_r > u_o$: Asymptotische Instabilität, $|\psi_{\text{grenz}}| < \pi/2$.

Die Instabilitäten gruppieren sich um die Frequenzen geringster resultierender Anfangsspannung u_o' ($\vartheta = (2m + 1)$); m ganze Zahl.

-23. Vergleich der Ursachen der Entartungen 1. und 2. Art.

Entartungen 1. Art treten auf, weil für $u_r > u_o$ Verstimmungsbezirke existieren, innerhalb welcher stationäre Folgen gleichartiger Schwingungszüge nicht möglich sind (Grenzwinkel, Ziff. 2.333, Abb. 2.3- 17 a).

Entartungen 2. Art sind durch Bezirke oscillatorischer Instabilität bedingt (Ziff. 2.334, Abb. 2.3- 23). Die geringste Störung an sich möglicher stationärer Folgen unter sich gleichartiger Schwingungszüge verursacht Entartungserscheinungen gemäss den Ausführungen in Kap. 2. 4.

-24. Die Störungfortpflanzung bei asymptotischer Instabilität.

Die Grenze asymptotisch stabiler Schwingungszustände fällt mit der Entartungsgrenze 1. Art zusammen (Symmetrieeigenschaften, Ziff. -22 vorstehend, Abb. 2.3- 22). Mögliche stationäre, aber instabile Zustände gehen bei der geringsten Störung in stationäre, stabile über, indem der Anfangsspannungsvektor in der Richtung der Störung asymptotisch fortschreitet.

-25. Die reduzierten Grenzverstimmungswinkel. ($\vartheta_{red.} = \vartheta \pm 2m\pi, \vartheta_{red.} < \pi$).

a). Oscillatorische Stabilität. $u_o/2 < u_r < u_o, \pi > \psi_{grenz.} > \pi/2$.

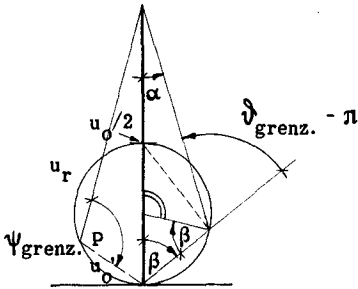


Abb. 2.3 - 26. Geometrisches.

Durch zweimalige Anwendung des Sinussatzes und Elimination des Hilfswinkels β folgt aus Abb. 2.3 - 26 unmittelbar :

$$\cos \psi_{grenz.} = -(u_o'/u_r) \quad (2.3/36b),$$

$$\text{mit } u_r^2 + 3(u_o')^2 = u_o^2 \quad (2.3/36c).$$

$$\left(\frac{u_r'}{u_o}\right)^2 = \frac{1}{1 + 3\cos^2 \psi_{grenz.}} = \frac{2/3}{5/3 + \cos^2 \psi_{grenz.}} \quad (2.3/41).$$

b). Asymptotische Stabilität.

$$u_r > u_o, \pi/2 > \psi_{grenz.} > 0.$$

Gemäss Früherem ist $\cos \psi_{grenz.} = \frac{u_o'}{u_r}, \sin \psi_{grenz.} = \frac{u_o}{u_r} \quad (2.3/27).$

Der reduzierte Grenzverstimmungswinkel ergibt sich gemäss Abb. 2.3 - 4 zu

$$\vartheta_{red.grenz.} = \vartheta_{grenz.} + 2m\pi = -\psi_{grenz.}$$

Die oscillatorischen, sowie die asymptotischen Grenzwinkel sind in Funktion des Verhältnisses u_r/u_o in den Abb. 2.3 - 27 und 2.3 - 28 wiedergegeben.

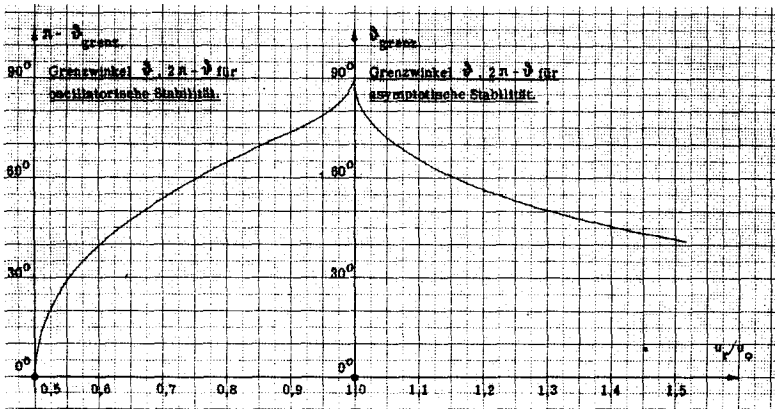


Abb. 2.3 - 27. Grenzwinkel für oscillatorische und asymptotische Stabilität.

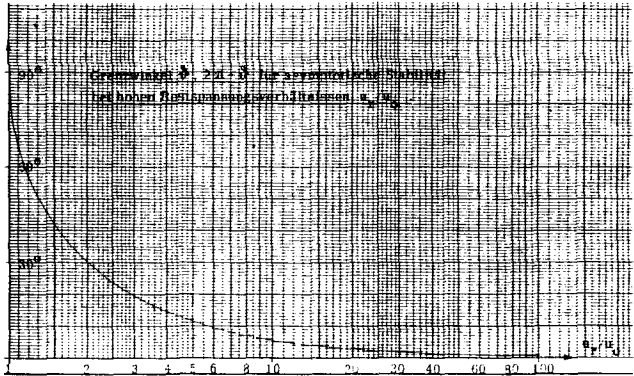
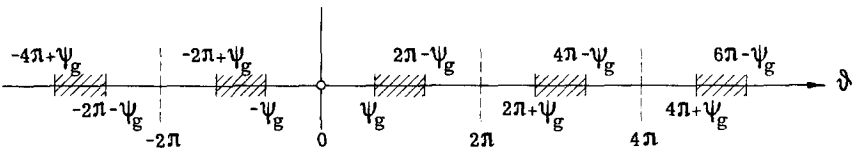


Abb. 2.3-28.

Grenzwinkel für asymptotische Stabilität bei hohen Verhältnissen u_r/u_0

-26. Die prinzipielle Anordnung der Entartungsbezirke bei konstanten Parametern.



Entartungszonen bei $u_r/u_0 = \text{konstant}$. Vgl. die Ziff. 2.44.

Abb. 2.3-29. Entartungszonen bei konstanten Verhältnissen u_r/u_0 .

2.34. Die Uebergänge zwischen den kohärenten Formen stabiler, ideal begrenzter Schwingungen zu denjenigen unter vollkommen linearen Verhältnissen. Die Grundtypen der resultierenden Resonanzkurven und die Entartungen 3. Art.

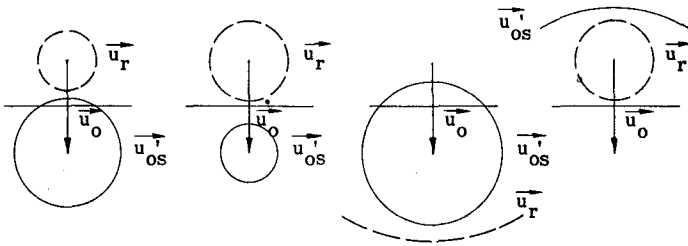
2.341. Die Möglichkeiten und die Grundtypen von Uebergängen, sowie die Ursache der Entartungen 3. Art.

-1. Die verschiedenen Möglichkeiten von Uebergängen.

Die den Betrachtungen in Ziff. 2.33 zugrundegelegte Annahme der stets wirksamen idealen Amplitudenbegrenzung wird in der Praxis nie erfüllt werden können. Sobald die Anfangsamplitude u_0' unter einen durch die Wahl der Parameter gegebenen Betrag u_{0S}' abzusinken beginnt (vgl. Abb. 2.1-2), so werden die angefachten Schwingungen den zu einer Begrenzung erforderlichen Mindestbetrag der Spannung nicht mehr erreichen. Sind die stationären Zustände unter den nunmehr linearen Verhältnissen (Ziff. 2.32)

- a) stabil, so bleiben sie bestehen. Erweisen sie sich hingegen als
- b) instabil, so muss der Vorgang zu einer Entartung 3. Art überleiten.

Diese Zusammenhänge sind in den Fig. der Abb. 2.3-30 illustriert.



a).

Stets begrenzt.

$$u'_{o \min.} > u'_{os}$$

b).

Stets begrenzt.

$$u'_{o \min.} > u'_{os}$$

c).

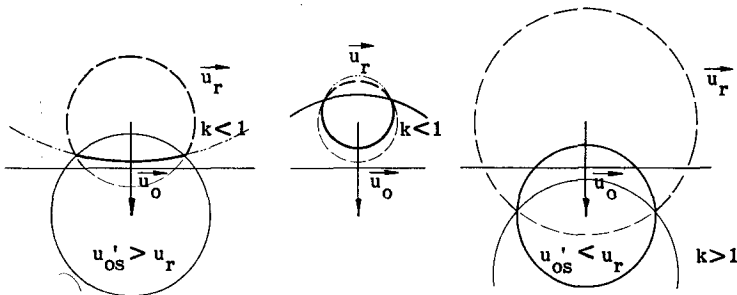
Stets begrenzt.

$$u'_{o \min.} > u'_{os}$$

d).

Stets linear.

$$u'_{o \max.} < u'_{os}$$



e).

Linear stabil.

f).

Linear stabil.

g).

Linear instabil, Entartg. 3. Art.

Abb. 2.3-30. Die Möglichkeiten stabiler und instabiler Uebergänge zwischen ideal begrenzten und linearen kohärenten Schwingungen.

Aus der Abb. 2.3-30 ist sofort zu ersehen, dass

- a) keine Uebergänge möglich sind, wenn sich die geometrischen Orte der Vektoren \vec{u}_r und \vec{u}'_{os} nicht überschneiden;
 b) Uebergänge bei Veränderung der Verstimmung auftreten müssen, wenn sich die beiden geometrischen Orte überlappen.

Dabei sind die nichtbegrenzten (linearen) Schwingungen

- 1) stabil, wenn $u_r < u'_{os}$ und damit $k = u_r/u'_{os} < 1$;
- 2) instabil für $u_r > u'_{os}$ und damit $k = u_r/u'_{os} > 1$.

-2. Die zwei Grundtypen von Uebergängen.

** Grundtypus A: $k = u_r / u_{OS}' < 1$.

Die begrenzten, sowie die linearen Schwingungen sind stets stabil. Es treten keinerlei Entartungserscheinungen auf. Der Uebergang erfolgt bei veränderlicher Verstimmung in kontinuierlicher Weise (Fig. e, f).

** Grundtypus B: $k = u_r / u_{OS}' > 1$; nur möglich für $u_r > u_o / 2$.

Ein Uebergang zu stabilen, nichtbegrenzten Schwingungen ist nie möglich aus den folgenden Gründen:

- a) Die Uebergangsstelle liegt in den Entartungsbezirken 1. oder 2. Art (Abb. 2.3-31), so dass der Uebergang zu instabil linearem Verhalten nicht zur Ursache einer Entartung wird, oder aber
- b) die Uebergangsstelle liegt im Gebiet instabiler, linearer Kohärenz. In diesem Falle tritt eine hierdurch bedingte Entartung 3. Art auf. (Fig. g der Abb. 2.3-30, sowie Abb. 2.3-31).

-3. Der Vergleich der drei Entartungsursachen.

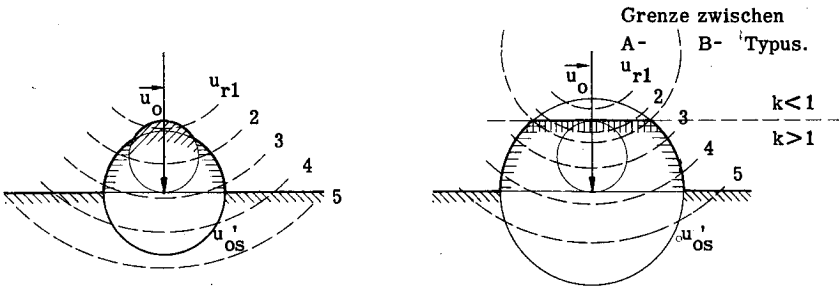


Fig. a).

Fig. b).

<u>Ordnungszahl der Restspannung a).</u>	<u>Ursache der Entartung.</u>	<u>Art der Entartung.</u>	<u>Ordnungszahl der Restspannung b).</u>
	Keine	Keine	1,2
1	Osc. Instabilität	2. Art	—
2,3	Lin. Instabilität	3. Art	3,4
4,5	Unmöglichkeit stat. Zustände	1. Art	5

Abb. 2.3-31. Beispiele verschiedener Entartungsursachen.

2.342. Das resultierende Grenzwinkeldiagramm für den stabilen Bezirk ideal begrenzter, kohärenter Schwingungen.

Die numerischen Grenzwerte der reduzierten Verstimmungswinkel sind in Abhängigkeit der Parameter der Abb. 2.3-32 zu entnehmen.

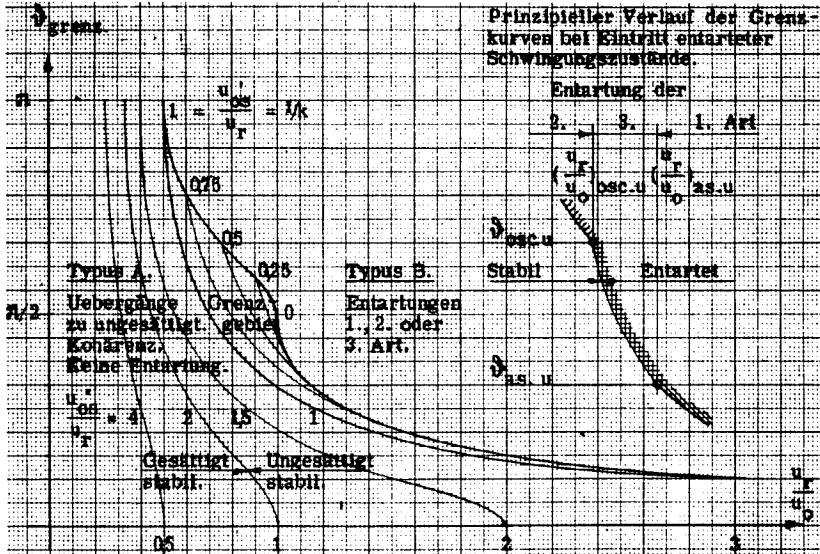


Abb. 2.3-32. Die Grenzen der Existenz stationärer Folgen unter sich gleichartiger, ideal begrenzter, kohärenter Schwingungszüge.

-1. Grundtypus A.

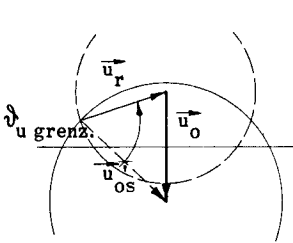


Abb. 2.3-33 a. Grenzwinkel beim Uebergang.

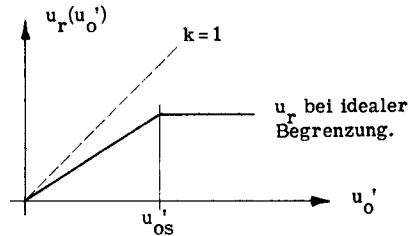
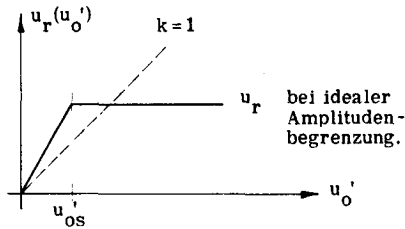


Abb. 2.3-33 b. Abhängigkeit der Restspannung u_r von der Anfangsspannung u_0'.

Der Grenzwinkel zum ungesättigten Zustand bestimmt sich bei $k < 1$ zu

$$\cos \delta_{u \text{ grenz.}} = \frac{1 - (u_0'/u_r)^2 + (u_{OS}'/u_r)^2}{2(u_{OS}'/u_r)} \quad (2.3/42).$$

-2. Grundtypus B.

Der lineare Teil der Charakteristik ist durch die Neigung $k > 1$ gekennzeichnet.

Abb. 2. 3- 34. Abhängigkeit der Restspannung von der Anfangsspannung beim Typus B.

Zwischen die Entartungsbezirke 1. und 2. Art schiebt sich für $u_{os}' > 0$ derjenige der 3. Art ein. Das die Abb. 2. 3- 27 und 2. 3- 28 ergänzende Uebergangsbereich ist in der Abb. 2.3- 28 festgehalten.

-21. Grenzwerte zwischen den Entartungsbezirken 3. und 2. (oscillat.) Art.

Nach durchgeführter Rechnung ergibt sich:

$$\cos \vartheta_{osc. u} = -(u_{os}'/u_r) \quad (\text{vgl. Abb. 2. 3- 39 f}) \quad (2. 3/43 a),$$

$$(u_r/u_o)_{osc. u} = 1/\sqrt{(1 + 3(u_{os}'/u_r)^2)} \quad (2. 3/43 b).$$

-22. Grenzwerte zwischen den Entartungsbezirken 3. und 1. (asymptot.) Art.

Aus den Gleichungen (2. 3- 35) folgt unmittelbar:

$$\cos \vartheta_{as. u} = (u_{os}'/u_r) \quad (\text{vgl. Abb. 2. 3- 39 k}) \quad (2. 3/44 a),$$

$$(u_r/u_o)_{as. u} = 1/\sin \vartheta_{as. u} \quad (2. 3/44 b).$$

-23. Vergleich.

* Durch eine bestimmte Wahl der Parameter wird das Verhältnis (u_{os}'/u_r)
 * vorgegeben. Damit sind auch die Grenzwinkel für den Wechsel der Entartungsart
 * vorbestimmt. Sie verhalten sich supplementär wie folgt:

$$\vartheta_{osc. u} + \vartheta_{as. u} = \pi \quad (2. 3/45).$$

* Bei bestehender Empfängereinstellung (u_{os}', u_r) werden bei einer Aenderung
 * der Erregung und damit der Ausgleichsspannung u_o alle drei Entartungsformen
 * auftreten (vgl. Abb. 2. 3- 39).

2. 343. Die minimalen Anfangsamplituden der stationären Zustände (Entartungsgrenzen).

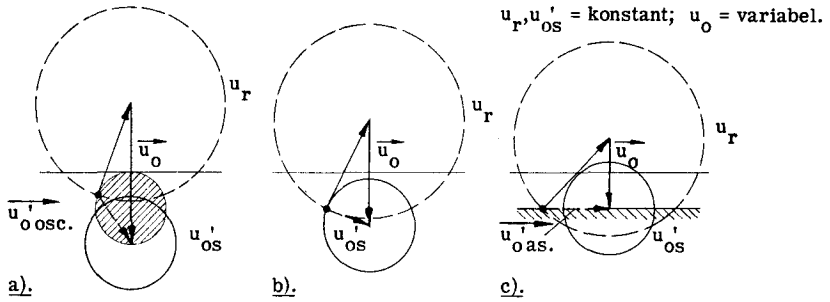


Abb. 2. 3- 35. Die minimalsten Anfangsamplituden stationärer Zustände bei den drei verschiedenen Entartungsmöglichkeiten.

Einfache Berechnungen liefern:

Fig. a): Entartung 2. Art (oscill. Instab.):
$$u'_{o \text{ osc.}} = \sqrt{\frac{u_o^2 - u_r^2}{3}} \quad (2.3/46 a).$$

Fig. b): Entartung 3. Art (lineare Instab.):
$$u'_{os} \text{ (Parametern)} \quad (2.3/46 b).$$

Fig. c): Entartung 1. Art (Unmöglichkeit):
$$u'_{o \text{ as.}} = \sqrt{(u_r^2 - u_o^2)} \quad (2.3/46 c).$$

In Abhängigkeit des verstimmungsabhängigen Ausdrucks (u_r/u_o) ergeben diese Beziehungen den prinzipiellen Verlauf der Abb. 2. 3- 36:

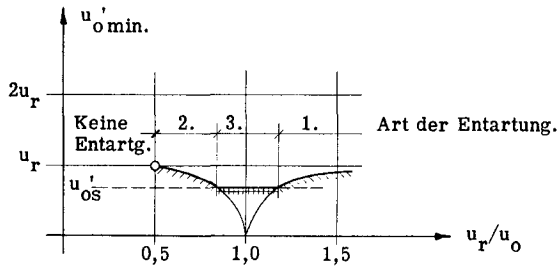


Abb. 2. 3- 36. Die minimalen Anfangsamplituden jener stationären, kohärenten Schwingungszustände, welche zu Entartungen führen müssen.

2. 344. Die resultierenden Resonanzkurven für die Bereiche stabiler, kohärenter Schwingungen.

-1. Allgemeines.

In den vorstehenden Stabilitätsbetrachtungen wurde die Ausgleichsspannung \vec{u}_0 als konstant angenommen. Mit variierender Verstimmung ändern nun aber Betrag und Phase derselben. Die schwankende Eigenfrequenz wird durch den Verstimmungswinkel berücksichtigt (Gl. (2.3/24) und (2.3/25)).

Auf Grund der Ausführungen in Ziff. 2. 341- 2 ergeben sich zwei grundsätzlich verschiedene Resonanztypen:

- a). Resonanztypus A : $k < 1$, keine Entartungen;
- b). Resonanztypus B : $k > 1$, stets Entartung.

-2. Resonanztypus A (Ziff. 2. 342- 1). $k < 1$.

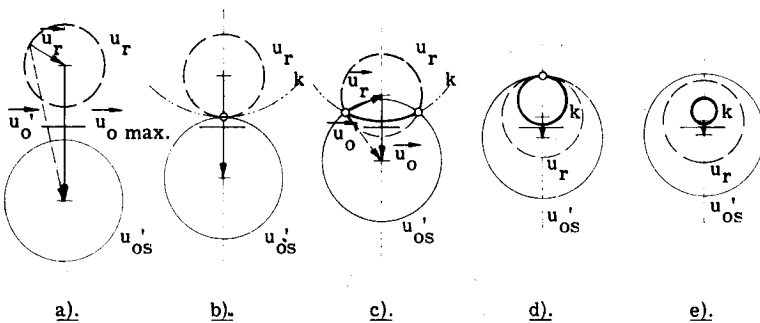


Abb. 2. 3- 37. Der Uebergang von stets ideal begrenzten zu stets linearen, stabilen, kohärenten Schwingungen. Typus A.

Der allgemeinste Fall der Resonanzkurve ergibt sich, wenn im Gebiete der Hauptresonanz - stelle stets gesättigte Schwingungen existieren (Fig. a). Die Bedingung hiezu lautet:

$$\underline{(u_r + u_{os}') < u_{o \max.}} \quad (2.3/47).$$

Eine allgemeine Resonanzkurve des Typus A ist in Abb. 2.3/38 dargestellt. Der detaillierte Verlauf der Änderungen der Schwingungszustände bei schwindendem Fremdsignal ist aus der Abb. 2. 3- 37 zu ersehen.

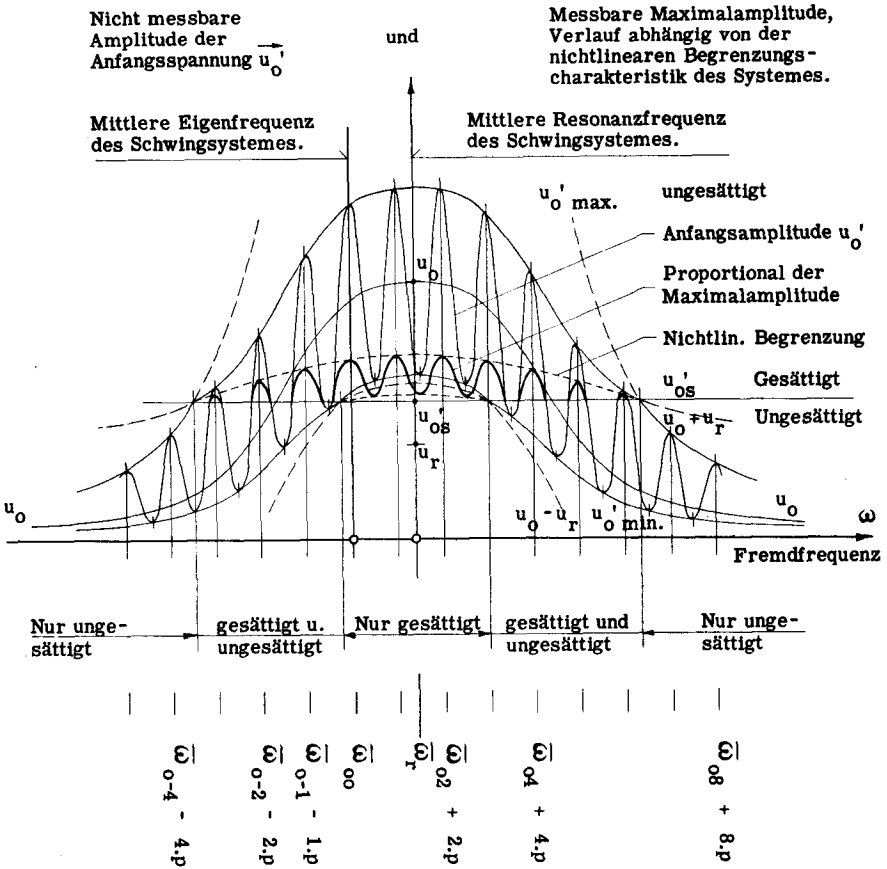


Abb. 2.3-38. Allgemeinsten Verlauf einer Resonanzkurve des Typus A. Übergang von stets ideal begrenzten zu stets linearen, stabilen, kohärenten Schwingungen.

Parameter:

$$k = \frac{u_r}{u_{os}'} = \frac{2}{3} \quad u_o \text{ max.} = 2,25 \cdot u_r = 1,1 \cdot (u_{os}' + u_r)$$

$$\frac{u_o' \text{ max. lin.}}{u_o} = 3 \quad \frac{u_o' \text{ min. lin.}}{u_o} = 0,6$$

-3. Resonanztypus B, (Ziff. 2. 342- 2). $k > 1$.

Mit zunehmender Verstimmung gegenüber der Hauptresonanzlage nimmt der Anfangswert u_0 der Ausgleichsschwingung nach Massgabe des inkohärenten Resonanzverhaltens ab (Ziff. 2. 216). Die Ortskurven der vektoriellen Anfangszustände verändern sich dabei in der in Abb. 2.3-39 dargestellten Weise, welcher auch alle Details zu entnehmen sind.

Der allgemeinste Resonanzverlauf ergibt sich wiederum für einen in der näheren Umgebung der Hauptresonanzstelle nicht entarteten, stationären Zustand ideal begrenzter, kohärenter Schwingungszüge (Fig. a). Die notwendige Bedingung hierfür lautet:

$$(u_r + u_{os}') < u_0 \text{ max.} \quad (2. 3/48).$$

Die Symmetrie der Figuren in der Abb. 2.3- 39 bezieht sich wiederum auf die Verstimmungswinkel bei konstantgehaltenen übrigen Parametern. Auf die Variationen der Eigenfrequenz mit der veränderlichen Anfangsspannung und die dadurch bedingte Unsymmetrie der Diagramme bezüglich der Fremdsignalfrequenzen wurde bereits in Ziff. 2. 332- 3 eingegangen.

Die Figuren der Abb. 2.3- 39 gliedern sich in Grenzzustände (G), sowie in die entsprechenden Zwischenstadien.

Abb. 2.3-40 veranschaulicht eine allgemeine Resonanzkurve der nicht messbaren Anfangsspannung. Die nicht ideal begrenzten Maximalwerte sind andeutungsweise festgehalten.

Resultat (Abb. 2.3- 39 und 2.3- 40):

1. Zu beiden Seiten der Hauptresonanzstelle existieren im allgemeinsten Falle
 - * 4 Grundgebiete:
 - * — keine Entartung: (Abb. 2.3- 39, Fig. a),
 - * — Entartung 2. Art (osc. instab.) : (Fig. b...f),
 - * — Entartung 3. Art (lin. instab.) : (Fig. f...k),
 - * — Entartung 1. Art (Unmöglichkeit): (Fig. k...o).
2. Die Bezirke der Entartungen 2. und 1. Art gliedern sich in Teilgebiete
 - stets ideal begrenzter Schwingungszüge (Fig. b ... d, m... o),
 - möglicher Uebergänge der entarteten Schwingungszüge zu linearem Verhalten (u_{os}' unterschritten) (Fig. d...f, k...m).
3. Die Bezirke der Entartungen 3. Art gliedern sich in die bedeutungslosen Teilgebiete
 - innerer Bereiche von Entartungen 2. Art (Fig. f... h),
 - innerer Bereiche von Entartungen 1. Art (Fig. h... k).
4. Mit sinkender Ausgleichsspannung u_0 nimmt die frequenzmässige Ausdehnung der stabilen Nebenresonanzbereiche stationärer Zustände unter sich gleichartiger Schwingungszüge sehr rasch und stetig ab. Die Verstimmungsbreiten der Entartungszonen nehmen in entsprechender Weise zu.

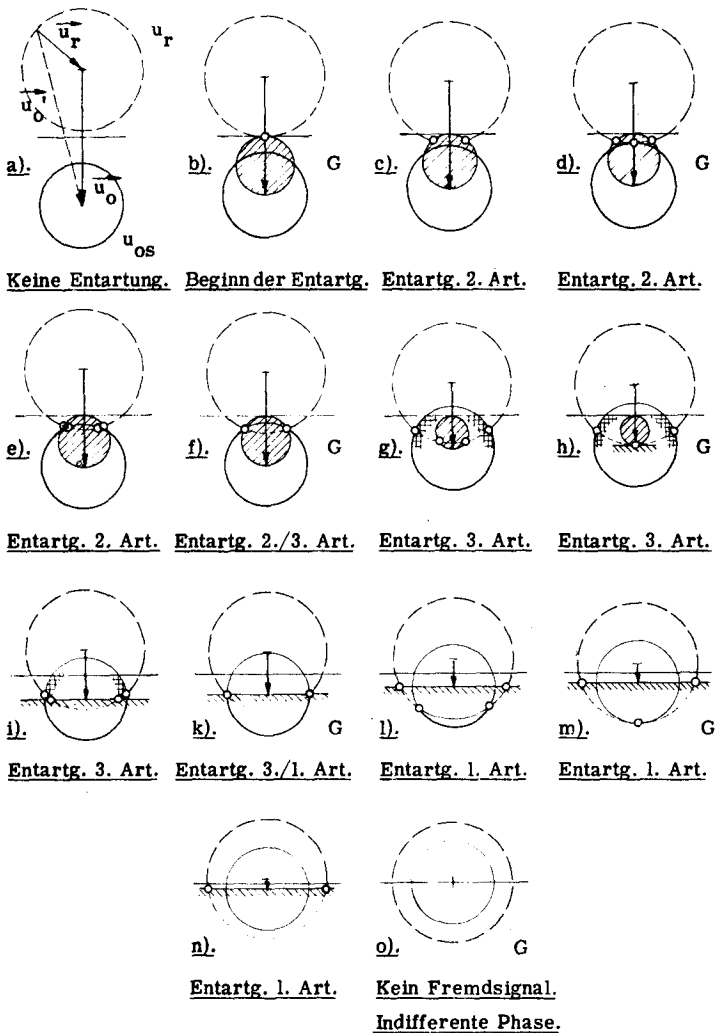


Abb. 2. 3- 39. Die Veränderung der Ortskurven der resultierenden Anfangsspannungen eines Systems des Typus B bei der zunehmenden Verminderung der Ausgleichsspannung mit der Verstimmung.

Fig. o) beschreibt den Grenzfall eines verschwindenden Fremdsignals. Die Schwingungen entsprechen der variationsfrequenten Modulation eines selbsterregten Systems. G bezeichnet Grenzzustände.

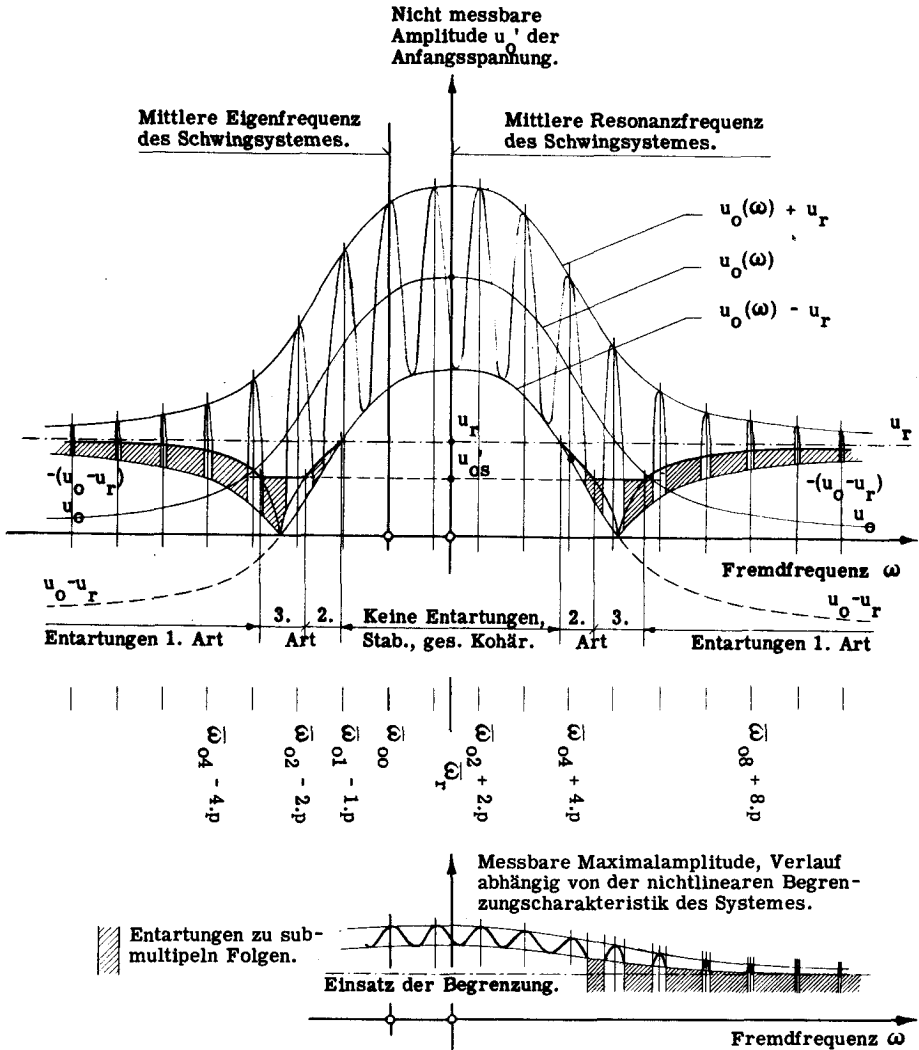


Abb. 2.3-40. Allgemeinster Verlauf einer Resonanzkurve des Typus B.
Die Frequenzabhängigkeit der nichtideal begrenzten Höchstspannungen ist in schematischer Weise angegeben.

Parameter:

$$k = u_R / u_{OS}' = 5/3$$

$$u_{0 \max.} = 2,25 \cdot u_R$$

5. Der detaillierte Verlauf der Resonanzkurve ist ausserordentlich parameterabhängig und daher stör anfällig. Als wesentliche Einflüsse können angeführt werden :

Aenderung der :

ergibt Aenderung der Parameter :

Fremdfrequenz

$$u_o, v, \bar{\omega}_o.$$

Fremdspannung ($i_f(t)$) (Fading, AM)

$$u_o, \bar{\omega}_o.$$

Betriebsspannungen

$$Q_a, Q_d, u_o, u_{os}, u_r, k, \bar{\omega}_o, \bar{\omega}_r, \text{ ev. } p, u_p(t).$$

Temperatur

$$\text{dito, insbes. } \bar{\omega}_o, \bar{\omega}_r.$$

Die Stör anfälligkeit nimmt mit sinkender Pendelfrequenz zu. Niedere Werte derselben werden aber aus den Bedingungen guter Selektivität (bei stetiger Parametervariation) und hoher Verstärkung heraus gefordert.

6. Für $u_o \max. < (u_{os}' + u_r)$ treten bereits Entartungsbereiche in der unmittelbaren Umgebung der Hauptresonanzstelle $\bar{\omega}_r$ auf. Derartige Arbeitsbedingungen sind unter allen Umständen zu vermeiden.

* Für $u_r > u_o \max. / 2$ tritt in jeder Senke Entartung ein.

* Die Organisationen der Entartungszonen werden in Ziff. 2.44 behandelt.

Spezialfälle (Extremfälle).

$$1. \underline{u_r = u_{os}'}, \text{ d.h. } k = 1.$$

Es können weder Entartungen 1., noch solche 2. Art auftreten (vgl. Abb. 2.3-41).

Der lineare Uebergangszustand $k = 1$ ist zudem bereits instabil.

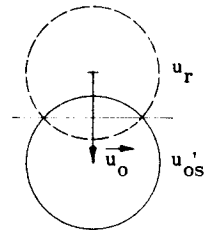


Abb. 2.3-41.

$$2. \underline{u_{os}' = 0}.$$

Dieser Extremfall existiert unter den tatsächlichen Verhältnissen nicht.

$$3. \underline{u_o \rightarrow 0}.$$

u_o kann zu Null werden

- entweder bei Ausfall des Fremdsignals, oder aber
- bei unendlich hoher Verstimmung.

Mit zunehmender Verstimmung ergeben sich gemäss den vorstehenden Ausführungen

- stetige Verbreiterungen der zu Entartungen führenden Verstimmungsbereiche (Abb. 2.3-40),

- b) eine Zunahme der Störempfindlichkeit, und unter Umständen
 c) ein vermehrter Einfluss der störenden Anteile ("Rauschen") des Fremdsignals.

Wie die Figuren n) und o) der Abb. 2.3-39 erkennen lassen, existieren unter der Bedingung $u'_0 > u_{os}$ lediglich Schwingungen, welche einer Begrenzung unterworfen sind. Für verschwindende Ausgleichsspannung u_0 rücken die Verstimmungsbezirke nicht entarteter Formen zu unendlich schmalen Bereichen zusammen. In den Ausführungen der Ziff. 2.62 und 2.42 werden die Entartungserscheinungen aufgezeigt und erklärt. Dabei ist zu ersehen, dass eine zu Null abnehmende Ausgleichsspannung kohärente Schwingungsformen entsprechend einer Folge unter sich nach Enveloppe gleichartiger Schwingungszüge hervorruft. Innerhalb einer Pendelperiode verändert sich die Phase gegenüber einem virtuellen Vergleichssignal um den entsprechenden Verstimmungswinkel. Es folgt somit :

- * Für eine verschwindende Erregung gehen die stabilen oder entarteten Schwingungen des
 * Grundtypus B in diejenigen eines pendelfrequent modulierten, selbsterregten Systems
 * über (vgl. Abb. 2.3-42).

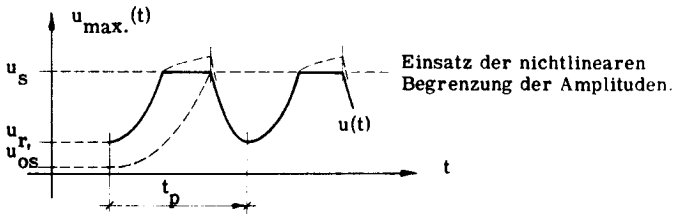


Abb. 2.3-42. Der Grenzfall verschwindender Fremderregung beim Resonanztypus B ($k > 1$).

2.35. Die Einschwingverzerrungen der Fremdsignalmodulation bei kohärenten Schwingungszuständen mit nichtlinearer Amplitudenbegrenzung.

In Ziff. 2.32.10 wurden die Einschwingverzerrungen bei linearem Kohärenzverhalten behandelt. Infolge der nichtlinearen Begrenzung wird die Fortpflanzung der Amplitudenstörung vermindert oder gar unterdrückt, jene der Phasenstörung jedoch lediglich modifiziert. Dadurch bleiben die Notwendigkeiten von Einschwingverzerrungen bei einer Veränderung der Erregung grundsätzlich bestehen, so dass die unerwünschten, geschilderten Nebeneffekte ebenfalls auftreten müssen.

2.4. Die entarteten Schwingungszustände (submultiple Folgen) bei idealer Amplitudenbegrenzung, unmoduliertem Fremdsignal und sprunghafter Variation der Elemente.

2.41. Allgemeines.

2.411. Die Ursachen der Entartungserscheinungen.

Entartungen zu submultiplen Folgen sind gebunden an die Voraussetzungen (nichtlineare Begrenzung, $u_r > u_{OS}'$), welche zum sog. Resonanztypus B führen (Ziff. 2. 344- 3, Abb. 2. 3- 39 und -40). Die einzelnen Gründe wurden in den Ziff. 2. 333, 2. 334 und 2. 341 besprochen; sie sind zudem unter Ziff 2. 341- 3 nochmals zusammengestellt.

2.412. Die Grundlagen zur Bestimmung der Entartungsbezirke bei idealer Amplitudenbegrenzung.

Die numerischen Unterlagen werden geliefert durch

- das Grenzwinkeldiagramm der Abb. 2. 3- 32, ev. in Verbindung mit den genaueren Einzeldiagrammen 2. 3- 27 und -28, sowie durch
- eine gemäss der schematischen Abb. 2. 3- 36 zu erstellende Charakteristik der Grenzwertamplituden.

Die prinzipiellen Verhältnisse sind aus dem Beispiel einer Resonanzkurve des Typus B zu ersehen (Abb. 2. 3- 40).

Massgebend für die Anwendung der Diagramme, sowie für die Konstruktion einer Resonanzkurve ist in jedem Falle die Kenntnis

- des inkohärenten Resonanzverlaufes der Ausgleichsspannung $u_0(\omega)$,
- der Restspannung u_r und der kritischen Anfangsspannung u_{OS}' ,
- der Pendelfrequenz p , sowie der parameterbedingten Differenz zwischen einer resultierenden Resonanzfrequenz $\bar{\omega}_r$ und der mittleren Eigenfrequenz $\bar{\omega}_0$ des Systems.

2.413. Verallgemeinerungen und Beispiele.

Die Entartungserscheinungen unter den wirklichen nichtlinearen Verhältnissen werden in Kap. 2. 6 behandelt. Den experimentellen Beispielen in Teil 3 liegen stetige Variationen der Schaltelemente zugrunde. Sie lassen somit den universellen Charakter der Erscheinungen erkennen.

2. 42. Die Entartungen bei stets gesättigten Schwingungszügen.2.421. Entartungen 1. Art.-1. Ursache und Grenzverstimmungswinkel.

Es sei verwiesen

- bezüglich Ursache auf Ziff. 2. 333, Abb. 2. 3- 17 a,
- bezüglich Grenzverstimmungswinkel auf die Abb. 2. 3-27, -28 und -32.

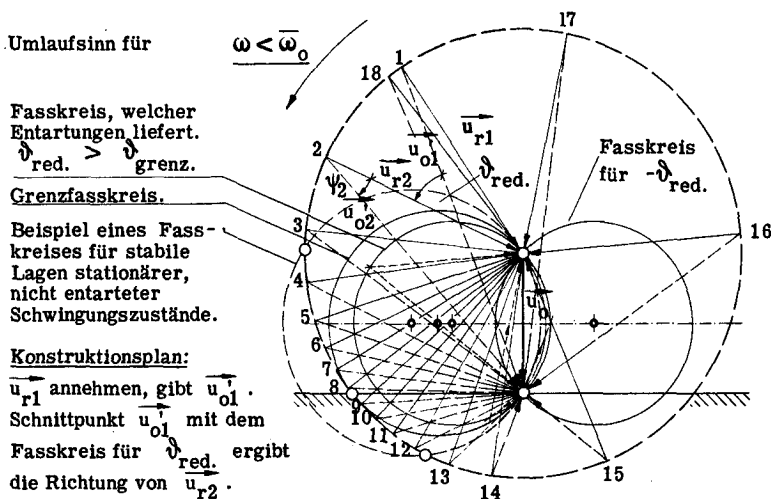
-2. Die Entstehung der submultiplen Folgen und die Konstruktion der Anfangszustände bei entarteten Schwingungsformen erster Art.

Abb. 2.4- 1. Die Konstruktion der Anfangszustände submultipler Folgen bei Entartungen 1. Art. Beispiel für $\delta_{\text{red.}} \text{ wenig } > \delta_{\text{grenz.}}$

Abb. 2.4- 1. veranschaulicht den grundsätzlichen Vorgang der Entstehung mehrfacher oder, wie ich sie genannt habe, submultipler Folgen von Schwingungszügen, welche unter sich nach den Anfangswerten der Phase und der Amplitude verschieden geartet sind. Alles Nähere ist aus der Fig. zu ersehen. Die Ausgleichsvorgänge zu Beginn der Abklingintervalle wurden wiederum vernachlässigt. Bezüglich der nichtlinearen Beeinflussungen der Schwingfrequenz und damit der Verstimmungswinkel wird auf die Ausführungen in Ziff. 2. 331 verwiesen. Die Umlaufsrichtung entspricht einer früher getroffenen Vereinbarung. Es ist das Folgende festzuhalten :

- * Die Fasskreise jener Verstimmungswinkel, welche zu Entartungserscheinungen 1. Art führen, liegen sämtliche im Innern des durch die Ortskurve der Restspannung begrenzten Gebietes.
- * *
- * *
- * *

-3. Submultiple und subperiodische Folgen.

Der Vektorzug in der Abb. 2.4- 1 ist nicht in sich geschlossen. Schliesst er sich nie, so verläuft der gesamte Vorgang in gänzlich unperiodischer Weise. Die unter sich verschieden gearteten Schwingungszüge reihen sich daher zu einer allgemeinen submultiplen Folge aneinander.

* Möglicherweise schliesst sich die Figur für einen speziell gewählten, vom jeweiligen
 * Verstimmungswinkel abhängigen Bezirk von Anfangslagen $\overline{u_{01}}$, nach jeweils w Umläufen
 * des Vektordreiecks ($w = 1, 2, 3 \dots$).
 * In derartigen Fällen entstehen somit subperiodische Folgen von Schwingungszügen. Jede
 * Wiederholung des Vorgangs umfasse n unter sich verschieden geartete Schwingungszüge.
 * Die Dauer einer Subperiode beträgt demnach das n -fache der Dauer einer Pendel-
 * periode; somit gilt also: $T_{\text{sub.}} = n \cdot 2\pi / \rho$ (2.4/1).
 *
 * Diese Periodizität bezieht sich sowohl auf die Wiederholung der Enveloppen, wie auch der
 * Zuordnung der jeweiligen Phasenlagen der Schwingungen in Bezug auf das Fremdsignal.
 * Die Stabilität period. Vorgänge wird vorausgesetzt.

Aus der Konstruktion der Abb. 2.4- 1 ist auch ersichtlich, dass sich bei konstanter Ausgleichsspannung u_0 für die sämtlichen Verstimmungen, deren zugeordnete Verstimmungswinkel sich lediglich um ein Vielfaches von 2π unterscheiden, gleichartige Verhältnisse ergeben.

Die Stabilität subperiodischer Zustände bedarf einer gesonderten Betrachtung, indem die Auswirkungen eines zu beliebiger Zeit zugefügten Störvektors den Gegenstand der Untersuchungen bilden müssen.

-4. Die Variation des Verstimmungswinkels.

Der lediglich zur Erläuterung dienenden Abb. 2.4- 1 liegen an Vereinfachungen zugrunde :

- eine infolge voraussetzungsgemäss idealer Begrenzung konstante Restspannung u_r , sowie
- ein für eine bestimmte Frequenzverstimmung als unveränderlich angenommener Verstimmungswinkel.

Gemäss den Erläuterungen in Ziff. 2. 331 wird aber die Eigenfrequenz des Systems, damit aber auch der zugeordnete Verstimmungswinkel, eine Variation in Abhängigkeit der jeweiligen Grösse der Anfangsspannung erfahren. In diesen, durch die Systemsnichtlinearitäten bedingten Phasenbeeinflussungen können allfällige Synchronisationen miteinbezogen sein.

Durch die erwähnten Beeinflussungen können die Erregerfrequenzen ω , welche den Nebenresonanzstellen, sowie den Grenzen der stabilen, stationären Zustände nicht entarteter Schwingungsformen zugeordnet sind, eine erhebliche Verschiebung erfahren.

Eine Berücksichtigung in der Konstruktion der Abb. 2.4- 1 kann erfolgen, indem der eine Fasskreis durch ein entsprechendes Büschel ersetzt wird.

-5. Die Verstimmungen $\vartheta = \pi \pm 2m\pi$, Senken der Resonanzkurve.

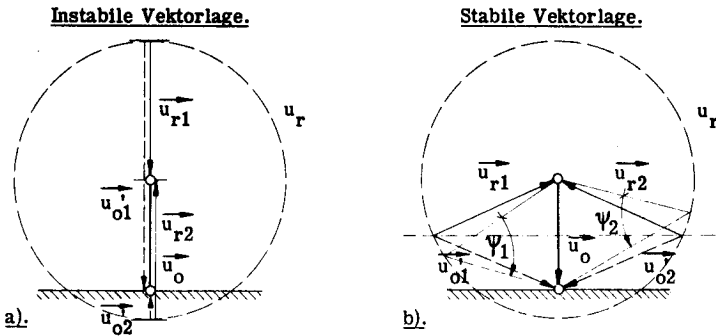


Abb. 2.4- 2. Instabile und stabile Lage eines subperiodischen 2er- Zyklus 1. Art.

Die Verstimmungen, welche den Verstimmungswinkeln $\vartheta = \pi \pm 2m\pi$, m ganz, resp. $\vartheta_{red.} = \pi$ zugeordnet sind, entsprechen den sämtlichen Möglichkeiten der minimalen Anfangsspannungen der stationären, nichtentarteten Zustände. Unter diesen Bedingungen beschreiben sie die "Senken" der Resonanzkurven (Abb. 2.3- 38 und -40).

Bei Eintritt einer Entartung 1. Art ergeben sich hingegen unter Berücksichtigung idealer Amplitudenbegrenzung die zwei Möglichkeiten von subperiodischen Folgen, wie sie in der Abb. 2.4- 2 festgehalten sind.

Zur Ermittlung der Stabilität genügt eine Betrachtung der Fortpflanzung einer Phasenstörung, denn die Amplituden der Restspannungen werden voraussetzungsgemäss auf einen festen Wert begrenzt. Daher müsste eine Vektorzuordnung gemäss der Fig. a) die Bedingung

$$(u_{r1}/u_{o1}') \cdot (u_{r2}/u_{o2}') \stackrel{?}{<} 1 \quad (2.4/2)$$

erfüllen, was bereits aus geometrischen Betrachtungen heraus nie der Fall sein kann. Somit ergibt sich das wesentliche Resultat :

* Stabile Lagen von Entartungszuständen 1. Art sind für die sämtlichen Verstimmungen, welche einen reduzierten Verstimmungswinkel $\vartheta_{red.} = \pi$ ergeben, gekennzeichnet durch eine subperiodische Zweierfolge gleicher Amplituden, aber ungleicher Phasenlage (Abb. 2.4- 2b).

* Die "Senken" der Resonanzkurven können experimentell anhand der Bedingung gleicher Amplituden sehr genau aufgefunden werden (vgl. die Abb. 3.3- 2, 1).

* Geringe Verstimmungen gegenüber den "Senken"-Frequenzen ergeben unsymmetrische Vektoranordnungen (Abb. 2.4- 2b). Derartige Zustände sind aber nur innerhalb eines beschränkten Verstimmungsgebietes möglich. Ausserhalb dieses stabilen Existenzgebietes der Zweierzyklen treten andere Erscheinungen auf (z. B. entweder stationäre Zustände unter sich gleicher Züge, oder aber subperiodische Dreierfolgen). Man vergleiche die diesbezüglichen experimentellen Resultate der Abb. 3.3- 2 und -3. Man beachte auch die Ausführungen unter Ziff. 2.44 über die Organisation der Entartungszonen.

-6. Diskussion der Entartungen 1. Art.

Aus der Abb. 2. 4- 1 ist zu ersehen, dass die Sprungwinkel ψ den Verstimmungswinkel in der linken Bildhälfte entgegenwirken, währenddem sie sich in der rechten unterstützen.

Unter Vernachlässigung der Variationen der mittleren Eigenfrequenz $\overline{\omega}_0$ mit der Fremdfrequenz ω und der Ausgleichsspannung u_0 ergeben sich für die Entartungen 1. Art bei nicht zu geringer Zahl n der Schwingungszüge pro Zyklus (n grösser als etwa 4) die nachstehenden

* Gesetzmässigkeiten:

- * 1). Die Anfangsspannung u_0' sinkt im Verlaufe vieler Schwingungszüge von hohen zu geringen Werten ab, um innerhalb weniger Pendelperioden wiederum zu hohen Beträgen anzusteigen.
* 2). Die auf die Erregung bezogenen relativen Phasenlagen sowohl der Restspannungen, als auch der Anfangsspannungen schreiten im Mittel stetig fort. Infolge der Abhängigkeit der Verstimmungswinkel von der Ausgleichsspannung u_0 und der Frequenz der äusseren Erregung können lokale Pendelungen auftreten.

Die Verhältnisse bei starken Abhängigkeiten der Verstimmungswinkel von den Ausgleichsspannungen bedürfen ebenso sehr einer gesonderten Untersuchung, wie die Fragen der Stabilität der einzelnen subperiodischen Folgen.

* Eine experimentelle Veranschaulichung der an sich sehr energiearmen Anfangszustände der Schwingungen ist nur unter einem besonderen Aufwand an Messgeräten möglich (hohe Verstärkung der Vorgänge in den Entdämpfungsmomenten). Eine Ueberprüfung der angefachten Schwingungszustände bedeutet, zumindest zur Wahrnehmung der Amplitudenabhängigkeiten, einen Verzicht auf eine ideale Spannungsbegrenzung. Die diesbezüglichen Verhältnisse sind prinzipiell gleicher Natur; sie werden in Kap. 2.6 beschrieben.

Somit beachte man bereits in diesem Zusammenhange die experimentellen Ergebnisse der Abb. 3. 3- 2, welche die vorliegenden Anschauungen vollauf bestätigen. Prinzipielles zu den durchgeführten Versuchen kann aus den Ausführungen unter den Kap. 3. 1 und 3. 2 ersehen werden.

2. 422. Entartungen 2. Art.-1. Ursache und Grenzverstimmungswinkel.

Es sei wiederum verwiesen

- a) bezüglich Ursache auf Ziff. 2. 334- 2 (Abb. 2. 3- 23),
b) bezüglich Grenzverstimmungswinkel auf die Abb. 2. 3- 27 und 2. 3- 32.

-2. Die Konstruktion der Anfangszustände bei entarteten Schwingungsformen 2. Art.

Die Konstruktion erfolgt in analoger Weise zu jener der Abb. 2. 4- 1. Die Gesamtheit der Fasskreise aller jener Verstimmungswinkel $\psi_{red.}$, welche zu entarteten Zuständen 2. Art führen, schneiden die Ortskurve der Restspannung im Inneren der oscillatorisch instabilen

Zone. Auf eine Berücksichtigung der Spannungs- und indirekten Frequenzabhängigkeit der Verstimmungswinkel wird wiederum verzichtet.

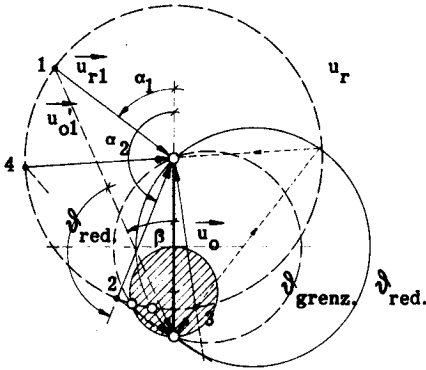


Abb. 2.4-3 a. Beispiel einer submultiplen Folge 2. Art.
Kein Oscillieren der Vektoren.

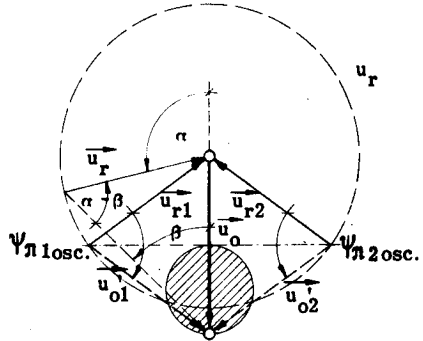


Abb. 2.4-3 b. Stabile Vektorlage für $\delta_{red} = \pi$.
 $\pi/3 < \psi_{nosc} < \pi/2$.

-3. Submultiple und subperiodische Folgen.

Es gilt sinngemäss das in Ziff. 2. 421- 3 vorstehend Gesagte.

-4. Die "Senken"-Verstimmungen $\delta_{red} = \pi$.

Es zeigt sich, dass wiederum nur eine Anordnung der Anfangsvektoren gemäss der Abb. 2.4-3b stabil sein kann. Somit ergibt sich grundsätzlich das unter Ziff. 2. 421- 5 vorstehend Gesagte.

-5. Diskussion der Entartung 2. Art.

Die Ausführungen in Ziff. 2. 421- 6 über die Entartungserscheinungen 1. Art können grundsätzlich auf die vorliegenden Verhältnisse übertragen werden.

*** Währenddem die auf die Erregung bezogene Phasenlage der Restspannung wiederum
**** stetig oder auch teilweise nichtstetig (oscillierend) fortschreitet, pendelt diejenige des An-
**** fangsspannungsvektors um einen konstanten Betrag.

2.423. Vergleich der Entartungsformen 1. und 2. Art. Diskussion.1. Unterschied zwischen den Entartungsformen 1. und 2. Art.

<u>Funktion</u>		<u>Entartg. 1. Art</u>	<u>Entartg. 2. Art</u>
Grenzwinkel	$\vartheta_{\text{red. grenz.}}$	0 ... $\pi/2$ 2 π ... 3 $\pi/2$	$\pi/2$... π 3 $\pi/2$... π
u_r / u_o		(1) ... ∞	1/2 ... (1)
$u'_{o \text{min.}} / u_r$	Zahl der Schwingungszüge pro Folge $n \geq 1$	(0) ... 1	(0) ... 1
$u'_{o \text{max.}} / u_r$	"	2 ... 1	2 ... 3
$u'_{o \text{min.}} / u_o$	"	(0) ... ∞	(0) ... 1/2
$u'_{o \text{max.}} / u_o$	"	2 ... ∞	3/2 ... 2

(Die Klammerwerte existieren in Wirklichkeit nicht, da sich das Gebiet der Entartung 3. Art einschleibt).

<u>Relative Phase</u> des Anfangsvektors :	Im Mittel stetiger Anstieg	Pendelung zwischen 2 Maxima ($\pm < \pi/2$)
\vec{u}_r subperiodisch:	$\alpha_{n+1} = \alpha_1 + 2w\pi$	$\alpha_{n+1} = \alpha_1 + 2w\pi$
\vec{u}_o subperiodisch:	$\beta_{n+1} = \beta_1 + 2w\pi$ (2.4/3)	$\beta_{n+1} = \beta_1$ (2.4/4)

Senken, $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$, relative Phasenlage der beiden Anfangsvektoren \vec{u}_{o1} , \vec{u}_{o2} gegenüber \vec{u}_o :

$$\left(\frac{\pi - \psi_{\text{nos.}}}{\pi \text{as.}} \right) / 2 : \quad \pm (\pi/3 \dots \pi/2) \quad \pm (0 \dots \pi/3)$$

(2.4/5) (2.4/6)

Die Merkmale der Phasenfunktionen können zur Unterscheidung der beiden Entartungstypen dienen. Da die Entartungszonen jedoch normalerweise erst bei Abweichungen von der Hauptresonanzstelle auftreten, welche bereits ein Mehrfaches der Pendelfrequenz betragen, so müssen zur Phasenmessung (Kap. 3.2) wenn irgendmöglich Vergleichsschwingungen herangezogen werden. Deren Frequenzen sollen so wenig als möglich von der jeweiligen mittleren Eigenfrequenz des Systems abweichen, um übersichtliche Messungen zu gestatten. Andererseits muss die Frequenzdifferenz gegenüber der Frequenz der Erregung ein exaktes Vielfaches der Pendelfrequenz betragen. Angesichts der relativ niedrigen Pendelfrequenz erfordert die Herstellung von Vergleichsschwingungen einen erheblichen experimentellen Aufwand, da sich die sämtlichen Frequenzen in weiten Grenzen verändern lassen müssen.

-2. Gemeinsames.

Entartungen treten immer in den Gebieten niedrigster Anfangsspannung u_0' auf. Subperiodische Zweierzyklen existieren stets innerhalb beschränkter Verstimmungsbereiche, welche die "Senken" der Resonanzkurven enthalten. Für $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ sind die Amplituden der beiden Schwingungszüge unterschiedlicher Phasenlage einander stets gleich.

Subperiodische Folgen von Schwingungszügen entsprechen geschlossenen Vektorfolgen in den Abb. 2. 4- 1 resp. 2. 4- 3 a. Bezeichnet w die zur Schliessung notwendige Zahl der "Umläufe", so muss gelten

$$n \cdot \vartheta_{\text{red.}} - \sum_1^n \psi_i = w \cdot 2\pi \quad (2.4/7),$$

wobei n die totale Zahl der unter sich verschiedenartigen Schwingungszüge pro Pendelperiode bezeichnet. Die Sprungwinkel ψ_i sind dabei positiv zu zählen, wenn sie den Verstimmungswinkeln $\vartheta_{\text{red.}}$ entgegenwirken.

2. 424. Die rechnerisch-graphische Ermittlung der Entartungszonen für subperiodische Folgen bei steter, idealer Amplitudenbegrenzung.¹⁾

Die reine Berechnung der subperiodischen Entartungsformen 1. und 2. Art führt zu unlösbaren goniometrischen oder Kettenbruch-Entwicklungen. Es interessieren aber die den einzelnen Verstimmungen möglicherweise zugeordneten Schwingungsformen, wie auch deren Existenzbereiche. Ein graphisches Lösungsverfahren, welches das Auffinden der subperiodischen Zustände und deren Existenzgrenzen durch Probieren gestattet, ist im Anhang IV wiedergegeben.

¹⁾ Die Gleichungen (2. 4/8) ... (2. 4/11), sowie die Abb. 2. 4- 4 ... 2. 4- 6 finden sich im Anhang IV.

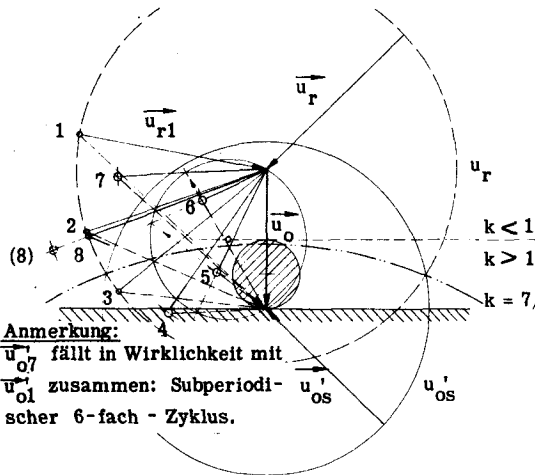
2.43. Die Entartungen 3. Art. Uebergänge zu nicht begrenzten Schwingungszügen.

2.431. Wesen und Konstruktion.

-1. Ursache und Grenzverstimmungswinkel.

Die Entartungsursachen wurden in Ziff. 2.34 angeführt. Die Grenzverstimmungswinkel können dem Diagramm der Abb. 2.3-32 entnommen werden.

-2. Die Konstruktion der submultiplen Folgen 3. Art.



° Beliebige Anfangsbedingungen (1).

ϑ_{red} als konstant angenommen.

u_r = Restspannung bei idealer Amplitudenbegrenzung.

u_{os}' = minimale Anfangsamplitude zur Erreichung des Begrenzungspegels.

$k < 1$

$k > 1$

$k = 7/6$ $k = 7/6$, ergibt instabilen, lin. Kohärenzzustand.

Züge No. 4, 5, 6, 7 werden nicht begrenzt.

"Pendeln" von u_o' und u_r .

Anmerkung:

u_{o7}' fällt in Wirklichkeit mit u_{o1}' zusammen: Subperiodischer 6-fach - Zyklus.

Abb. 2.4-7. Beispiel einer Entartung 3. Art. Begrenzte und nicht begrenzte Schwingungszüge.

Die Konstruktion der Anfangszustände ist aus der Abb. 2.4-7 ersichtlich. Sobald u_o' unter u_{os}' herabsinkt, wird der betr. Schwingungszug keiner nichtlinearen Begrenzung mehr unterworfen. Die Restspannung ergibt sich somit zu $u_r lin. = k \cdot u_o'$.

Wenn die Anfangsspannung den Wert u_{os}' wiederum übersteigt, wird der betr. Schwingungszug neuerdings begrenzt.

-3. Die Anzahl der pro Folge nicht begrenzten Schwingungszüge.

Das instabile Verhalten einer linearen, kohärenten Schwingung mit dem Restspannungskoeffizienten $k > 1$ wird durch das Hinzutreten eines nichtlinearen Begrenzungseffektes "normalisiert".

* Im Prinzip genügt es daher vollauf, wenn wenigstens ein Schwingungszug einer jeden Folge einer Begrenzung unterworfen wird.

Der relative Anteil an nicht begrenzten Schwingungszügen innerhalb einer submultiplen Folge ist in hohem Masse vom Zusammenspiel der Parameter u_o , u_r , u_{os}' und ϑ abhängig (vgl. Abb. 2.3-39, Fig. d ... m, sowie Abb. 2.4-8).

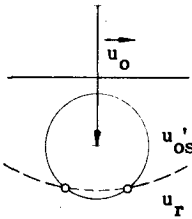


Abb. 2.4-8 a.

Wenige nicht begrenzte Schwingungszüge (0 bei $\vartheta_{\text{red.}} \approx \pi$). "Umlaufen" des Restspannungsvektors.

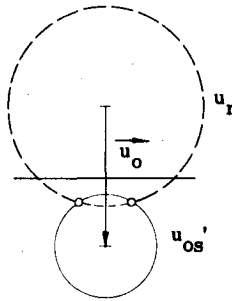


Abb. 2.4-8 b.

Wenige nicht begrenzte Schwingungszüge (0 bei $\vartheta_{\text{red.}} \approx \pi$). "Umlaufen" des Restspannungsvektors.

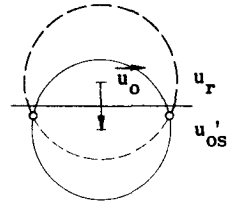


Abb. 2.4-8 c.

Günstigste Bedingung für möglichst viele nicht begrenzte Züge. "Pendeln" des Restspannungsvektors am wahrscheinlichsten.

* Es ist zu ersehen, dass die Aussichten, unter einer Mehrzahl von Schwingungszügen pro
* Folge nur einen gesättigten vorzufinden, sehr gering sind.

-4. Submultiple und subperiodische Folgenzustände.

Es können prinzipiell wiederum in sich geschlossene Vektorzyklen auftreten, so dass auf das in Ziff. 2. 421- 3 Gesagte verwiesen werden kann .

-5. Sonderfall der "Senken" $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$.

Nähere Untersuchungen ergeben, dass unter der Voraussetzung idealer Amplitudenbegrenzung wiederum nur symmetrische Zweierzyklen gemäss den Abb. 2.4- 2 b und 2.4- 3 stabil sein können. Somit kann auf die Ausführungen in Ziff. 2. 421- 5 zurückgegriffen werden.

2.432. Diskussion der Entartungszustände 3. Art.

* Es ergeben sich die folgenden Merkmale :

1. Bei veränderlicher Verstimmung kann die Auslösung einer Entartungsform mit teilweise nicht begrenzten Schwingungszügen in Ursachen der 1., 2. oder 3. Art begründet sein (vgl. Abb. 2.3- 39, Fig. d ... m).
2. Im Gegensatz zu den Entartungen 1. und 2. Art mit nur begrenzten Schwingungszügen können Fälle eintreten, in welchen die relativen Phasen sowohl des Anfangsspannungsvektors \vec{u}_o , als auch des Restspannungsvektors \vec{u}_r nicht mehr beliebig fortschreiten, sondern Pendelungen um Mittelwerte vollführen (vgl. Abb. 2.4-7 und 2.4-8 c).

- * 3. Die Entartungen in den "Senken" der Resonanzkurven ($\delta_{\text{red.}} = \pi$) bestehen aus den nämlichen symmetrischen Zweierzyklen, wie sie sich als stabile Lösungen der 1. und 2. Art von Entartungen ergeben.
- * 4. Gewissen Bezirken von Parameterkombinationen sind wiederum bestimmte subperiodische Folgen (2-, 3-, 4- usw. -Zyklen) mit entsprechenden Anteilen an nicht begrenzten Schwingungszügen zugeordnet.
- * 5. Die Stabilität der Entartungen 3. Art, sowie die einschlägigen Verhältnisse bei starker Fremdspannungsabhängigkeit des Verstimmungswinkels müssen speziell untersucht werden.

2.44. Die Organisation der Entartungszustände innerhalb der einzelnen Verstimmbereiche bei unmoduliertem Fremdsignal. Unmögliche Entartungszustände und ungeklärte Verhältnisse.

2441. Die Organisation innerhalb ein- und desselben Verstimmbereiches.

Auf Grund der in den Ziff. 2. 41 ... 2. 43 angestellten Betrachtungen können die sämtlichen Entartungserscheinungen mit und ohne Einschluss nicht begrenzter Schwingungszüge gesamtthaft betrachtet werden.

Innerhalb eines beliebigen Entartungsbereiches eines Resonanzverlaufes des Typus B (Abb. 2. 3- 40) treten an markanten Verstimmungswinkeln bezw. den ihnen zugeordneten Fremdfrequenzen hervor:

- a) die Senke ($\delta_{\text{red.}} = \pi$),
 b) die Entartungsgrenzen ($\delta_{\text{red.}} = -\psi_{\text{grenz.}}$).

Unter den idealisierten Voraussetzungen konstanter Ausgleichsspannung u_0 , sowie spannungsunabhängiger mittlerer Eigenfrequenz $\overline{\omega_0}$ ergeben sich die symmetrisch gelegenen Zonen gleichartiger Entartungsformen, wie sie in der Abb. 2. 4- 9 in Abhängigkeit der Frequenz schematisch dargestellt sind.

Um die "Senke" gliedert sich der Bereich subperiodischer Zweierzyklen, beidseitig nach Massgabe der Stabilität oder der Existenzmöglichkeit begrenzt ($\pm \Delta\omega_2$). In der Richtung gegen die Entartungsgrenzen hin folgen Zustände subperiodischer oder submultipler Dreier-, Vierer- usw. -Zyklen. Je nach der Wahl der Parameter bestehen diese lediglich aus begrenzten, oder aber z. T. auch aus unbegrenzten Schwingungszügen. Die höchste Zahl n unter sich verschiedenartiger Schwingungszüge tritt an den Grenzen der Entartungsbereiche auf. Zudem nehmen die Zonenbreiten mit zunehmender Zahl der Züge ab.

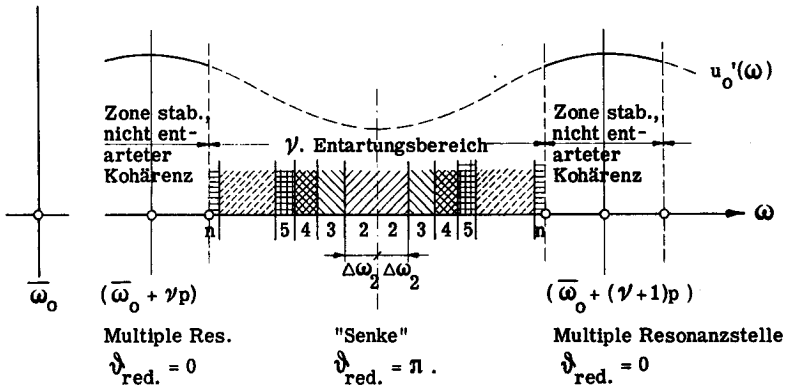


Abb. 2.4-9. Die symmetrische Organisation eines Entartungsbezirkes bei konstanter Ausgleichsspannung und unbeeinflusstem Verstimmungswinkel.

In der Umgebung der Senke sind die Entartungszustände stets stabil und damit subperiodisch. Mit der Annäherung an die Grenzen der Entartungsbereiche steigt die Wahrscheinlichkeit unperiodischer Vorgänge schon auf Grund der eingengerteren Existenzmöglichkeiten und damit der vermehrten Störeinflüsse an.

Im allgemeinen sind nun aber sowohl die Ausgleichsspannungen u_0 , wie auch auf Grund der nichtlinearen Beeinflussungen die Eigenfrequenzen und damit die Verstimmungswinkel von der jeweiligen Fremdfrequenz abhängig. Damit ergeben sich unsymmetrische Anordnungen der den einzelnen Zuständen zugeordneten Existenzbereiche. Die multiplen Resonanzstellen sind den bereits erwähnten Verschiebungen unterworfen, und die Anzahl der Schwingungszüge pro Folge an den inneren Zonengrenzen ist von jener an der äusseren Grenze verschieden.

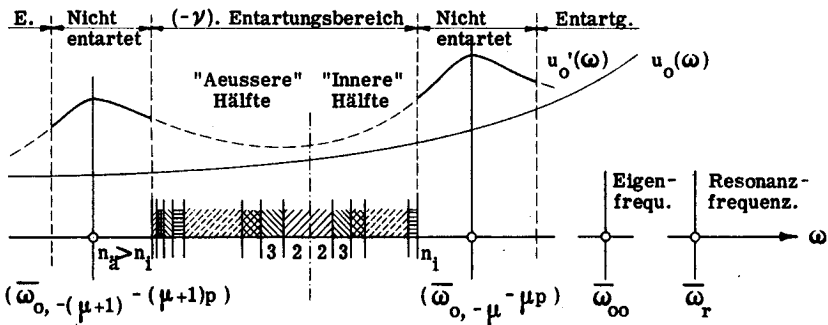
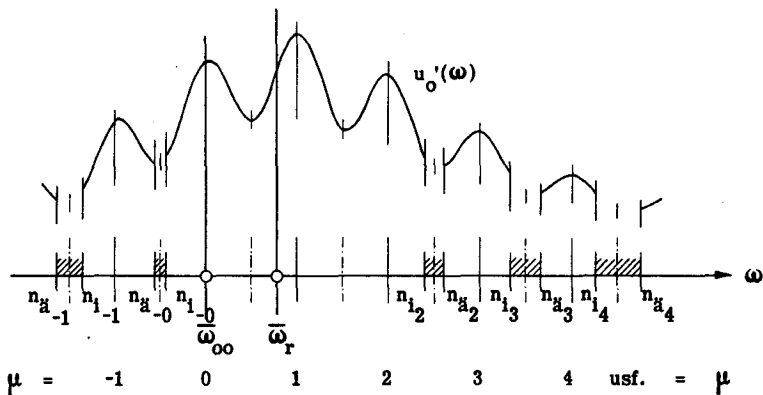


Abb. 2.4-10. Beispiel einer wirklichen, asymmetrischen Org. eines Entartungsbereiches bei idealer Begrenzung. $u_0 = u_0(\omega)$, $\bar{\omega}_0 = \bar{\omega}_0(\omega)$.



n_i = Zahl der Schwingungszüge pro Folge an der "inneren" Bereichsgrenze,
 n_a = Zahl der Schwingungszüge pro Folge an der "äusseren" Bereichsgrenze.

Abb. 2.4-11. Die Variation der Dauer einer Subperiode mit der Ordnungszahl des multiplen Entartungsbereiches (Grenzzustände).

In Abb. 2.4-11 ist ein Ausschnitt einer allgemeinen Resonanzkurve des Typus B wiedergegeben (Abb. 2.3-40). Mit der Variation der Frequenz ändern die Grenzverstimmungswinkel und damit auch die Subperiodendauern. Diese letzteren können durch die Zahl der unter sich verschieden gearteten Schwingungszüge pro Folge veranschaulicht werden. Im allgemeinen (starke Variation der Eigenfrequenz mit der Fremdfrequenz ausgenommen) nimmt diese Zahl n mit steigender Ordnungszahl des multiplen Entartungsbezirkes zu. Unter Vorbehalt der unangeklärten Fragen (Ziff. 2.443) ergeben sich die nachstehenden Gesetzmässigkeiten:

1. Die frequenzmässige Breite der Entartungszone der Ordnungszahl $\mu + 1$ (Abb. 2.4-11) ist normalerweise grösser als diejenige der Zone der Ordnungszahl μ .

2. Es ist

$$\dots \cong n_{a\mu+1} \cong n_{a\mu} \cong n_{a\mu-1} \cong \dots, \text{ dito für } n_i, \quad (2.4/12a),$$

$$\dots \cong n_{i-(\mu+1)} \cong n_{i-\mu} \cong n_{i-(\mu-1)} \cong \dots, \text{ dito für } n_a, \quad (2.4/12b).$$

Dabei gilt: (Indizes) $\cong 0$. (2.4/12c).

2. 443. Unabgeklärte Verhältnisse.

Selbst unter den vereinfachenden Annahmen idealer Amplitudenbegrenzung und konstanter Eigenfrequenz konnten die nachstehenden Fragen nicht beantwortet werden:

- a) Wie hängen die Verstimmungsgrenzen $\Delta_{\text{red.grenz. } n}$, sowie die zugehörigen relativen Phasenlagen subperiodischer Folgezustände von der Zahl n der Schwingungszüge, sowie von den Parametern u_r/u_0 und $k = u_r/u_{0s}$ ab?
- b) — Weisen die subperiodischen Folgen eindeutige Grenzen auf,
— überdecken sie sich, oder
— existieren zwischen verschiedenen Folgezahlen n auch nichtperiodische Entartungsformen? Derartige Verhältnisse wurden experimentell festgestellt, doch können sie aus einer Störbeeinflussung erwachsen sein.
— Existieren für sämtliche Folgezahlen n bei ungestörtem System subperiodische Zustände?
- c) Existieren für bestimmte Folgezahlen n und feste Parameter unter Umständen innerhalb gewisser Verstimmungsbezirke gleichzeitig labile und stabile subperiodische Zustände?
- d) Werden bei sehr langsamer (quasistatischer) Variation z. B. der Fremdfrequenz die sämtlichen möglichen subperiodischen Zustände der Folgezahlen $2 \dots n_1$ resp. $2 \dots n_2$ durchlaufen?
- e) Treten bei allfälligen Mehrdeutigkeiten (b, c vorstehend) u. U. trotz einkreisigem System Zieherscheinungen auf, wenn irgendwelche der Parameter variiert werden?
- f) Wie gestalten sich die Einschwingvorgänge subperiodischer Folgen bei geringen Variationen der Amplitude und der Frequenz des Fremdsignals (Modulation) ?
- g) Welchen Charakter tragen allfällige stationäre, eingeschwungene subperiodische Zustände bei periodischer Modulation des Fremdsignals?

Die Lösung aller dieser Fragen wird durch die Unübersichtlichkeit infolge der ansehnlichen Zahl von Parametern erschwert. Eine rein mathematische Behandlung ist zudem nur schwerlich möglich.

Die experimentellen Untersuchungen stossen trotz der in Kap.3.2 erläuterten Methode der Phasenvergleichsmessungen auf erhebliche Schwierigkeiten. Mit einer irgendwelchen Parametervariation verändern sich gleichzeitig auch die Eigen-, sowie die Resonanzfrequenzen. Die noch so unscheinbaren, störungsbedingten Schwankungen der Betriebsdaten können unmittelbar völlig andersartige Erscheinungsformen zur Folge haben.

2. 444. Spezielle Entartungsformen, welche bei idealer Begrenzung nicht auftreten können.

Es lässt sich zeigen, dass unter den Voraussetzungen der kombinierten Linearität und idealen Amplitudenbegrenzung die in den Fig. 1) ... 3) der Abb. 2.5-3 dargestellten Möglichkeiten der speziellen Entartungsformen nicht auftreten können.

2. 45. Die schädlichen Folgen der Entartungserscheinungen. Konsequenzen.

Die unmittelbaren Folgen der Entartung kohärenter Schwingungen können wie folgt zusammengefasst werden :

1. Ein Schwingsystem, dessen Verhalten demjenigen des Grundtypus B entspricht, führt stets zu Entartungserscheinungen (Abb. 2. 3- 40).
2. Die subfrequente Modulation der entarteten Schwingungszüge ist
 - a) periodisch bei subperiodischen Folgen, aber
 - b) nicht periodisch bei unperiodischem Verlauf derselben.
 Diese Enveloppen- und Phasenfunktionen werden ebenfalls demoduliert. Die niedrigen Frequenzen des diesbezüglichen Spektrums treten, besonders bei minimaler Pendelfrequenz, inmitten der gesuchten Modulationsfrequenzen auf. Besonders bei nicht periodischer Entartung wirken sie ausserordentlich störend, da sie dann den Charakter von "Heultönen" annehmen. Zudem ist die Natur dieser Vorgänge durch selbst an sich geringste Veränderungen der Parameter in höchstem Masse beeinflussbar. Die unvermeidlichen Schwankungen der Speisespannungen verleihen den sehr unliebsamen Störungen damit eine gänzlich unbestimmbare Gestalt.
3. Die Eindeutigkeitseigenschaften gehen völlig verloren. Eine getreue Uebertragung der Fremdsignalmodulation ist nicht mehr möglich.
4. Die Einschwingvorgänge verzerren eine Modulation der Erregung vollends. Sie sind zudem kaum zu überblicken.
5. Die nichtlinearen Beeinflussungen der Amplituden-, Phasen- und Eigenfrequenzfunktionen sind angesichts der beständig variierenden Phasenverhältnisse recht vielfältig und nur unsicher zu erfassen.
6. Die Anfälligkeit des Pendelrückkopplungsempfängers gegen Entartungen der Schwingungen steigt mit der gewünschten hohen Empfindlichkeit, mit der wünschbaren Erhöhung der Selektivität und mit zunehmend optimaler Ausnutzung.

Die Konstruktionsvorschrift lautet deshalb kurz und einfach :

Jegliche Kohärenz ist zu vermeiden.

2. 5. Die stationären, nicht entarteten, kohärenten Schwingungszustände eines PRE bei sprunghafter Variation der Elemente und unter den wirklichen, allgemein nicht-linearen Betriebsbedingungen.

2. 51. Allgemeines.

Die Untersuchungen in Kap. 2.3 basierten auf den besonderen Voraussetzungen entweder völliger Linearität des zu betrachtenden Schwingungssystems, oder aber einer idealen, nichtlinearen Amplitudenbegrenzung. Eine Vereinigung dieser beiden Merkmale (Abb. 2.3- 33 b und 2.3- 34) und die Berücksichtigung der parameterabhängigen, nichtlinearen Beeinflussungen der Frequenz und der Phase der "freien" Eigenschwingungen gestatten es, die wesentlichen Erscheinungen in genügender Weise zu erklären. Im Hinblick auf anderweitige Anwendungen liegt jedoch ein Bedürfnis vor, die sehr mannigfaltigen Erscheinungen und deren oftmals wesentliche Abhängigkeiten von scheinbar nebensächlichen Belangen unter den wirklichen Gegebenheiten diskutieren zu können.

Wiederum für den speziellen Fall sprunghafter Variationen der Systemparameter soll im Nachstehenden die Möglichkeit einer graphischen Behandlung des Geschehens erläutert werden. Die erforderlichen Grundlagen lassen sich unter konkreten Verhältnissen in rechnerischer oder experimenteller Weise ermitteln.

Die bei allgemein stetiger Veränderung der Elemente sich ergebenden Versuchsergebnisse sind im dritten Teil der Arbeit zusammengestellt. Da sie den universellen Charakter der Vorgänge sehr schön erkennen lassen, so dürften bereits die nachfolgenden Erläuterungen, zusammen mit den Ausführungen der vorhergehenden Kapitel, etwas zum Verständnis der allgemeinsten Vorgänge beitragen können. Möglicherweise kann es dadurch auch gelingen, die mathematische Behandlung derartiger Problemstellungen dank bekannter Ergebnisse zu leiten und die erhaltenen Resultate einer Interpretation zuzuführen. Insbesondere lassen sich auch die stetigen Funktionen der Parameterschwankungen durch eine beliebige Folge sprunghafter Änderungen nähern.

Die Anwendbarkeit des im Folgenden beschriebenen Verfahrens bleibt nicht auf einkreisige Schwingssysteme beschränkt. Vielmehr lassen sich auch Anordnungen, welche komplizierte Differentialgleichungen genügen, ebensogut behandeln. Es ist auch möglich, durch eine entsprechende Erweiterung der Methode einen Einblick in die Vorgänge bei selbsterzeugter Pendelvariation der Elemente zu erhalten.

2. 52. Die Abhängigkeit der Restspannung u_r von der Anfangsspannung u'_0 .

2. 521. Allgemeines.

Unter den normalerweise stets gültigen Voraussetzungen hoher Verstärkungsgrade u_{\max}/u'_0 ist es sinnvoll, die wesentlichen Ausgleichsvorgänge zu Beginn der Anfachungsintervalle zu betrachten. Um die Schwingungsvorgänge beschreiben zu können, müssen die Amplituden- und Phasenfunktionen der in nichtlinearen Systemen nicht mehr gänzlich freien Eigenschwingungen in Abhängigkeit von den Parametern und für die Dauer einer Pendelperiode bekannt sein.

Das Verhalten eines Schwingungssystems ist somit bei sprunghafter Variation der Elemente bestimmt durch die in experimenteller oder rechnerischer Weise erhältlichen Beziehungen

$$\begin{aligned} \text{***} \quad \underline{u_R} &= \underline{u_R}(u_0', i_f, \omega, \varphi_0) && \text{(Restspannung)} && (2.5/1a), \\ \text{***} \quad \underline{\vartheta} &= \underline{\vartheta}(u_0', i_f, \omega, \varphi_0) && \text{(Phasendrehung } \vec{u}_0' \rightarrow \vec{u}_R) && (2.5/2a). \\ \text{***} \end{aligned}$$

Hierin bedeuten: u_R = Rest-, u_0' = Anfangsspannung der "freien"

Ausgleichsschwingungen während derselben Pendelperiode.

i_f, ω = Amplitude resp. Frequenz des vorderhand unmodulierten, erregenden Fremdsignals,

φ_0 = relative Anfangsphasenlage der "freien" Eigenschwingungen zur erregenden Schwingung \vec{i}_f (Abb. 2.2-2 und 2.3-1).

Der Einfluss der Anfangsphasenlage tritt gegenüber den anderen Einwirkungen zurück, sofern nicht bereits bei geringen Werten der Spannungsbeträge merkliche Nichtlinearitäten in Erscheinung treten (vgl. Ziff. 1.421 und 1.422-2b). Sodann kann die Abhängigkeit des Restspannungsvektors \vec{u}_R von der Stärke des erregenden Signals als eine in der Grösse der Anfangsspannung enthaltene, implizite parametrische Funktion betrachtet werden. Die obigen Beziehungen reduzieren sich damit zu

$$\text{***} \quad \underline{u_R} = \underline{u_R}(u_0', \omega) \quad (2.5/1b), \text{ sowie zu } \underline{\vartheta} = \underline{\vartheta}(u_0', \omega) \quad (2.5/2b). \\ \text{***}$$

Stillschweigenderweise wurde stets vorausgesetzt, dass nur diejenigen Frequenzkomponenten des Spektrums berücksichtigt werden sollen, welche sich auf Grund einer einigermaßen genügenden Resonanzschärfe des Systems innerhalb der entsprechend gewählten Bandbreite unterbringen lassen.

Die verzerrten, erzwungenen Schwingungen werden samt den Kombinationsschwingungen lediglich zur Berechnung der Funktionen (2.5/1) und (2.5/2) gebraucht, doch fallen sie grössenordnungsmässig ausser Betracht.



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:

Vorlage > A3

:



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:

2. 522. Einige mögliche Restspannungsabhängigkeiten $u_r(u_0)$.

Unter der Annahme einer bestimmten Fremdsignalfrequenz finden sich in der Abb. 2.5-1 einige grundsätzliche der möglichen Charakteristiken $u_r(u_0)$ in systematischer Folge zusammengestellt. Die Gruppierung richtet sich nach den geometrischen Lagen der Kurvenpunkte der Neigungen $b = \pm 1$ unter sich und in Bezug auf die Gerade $k = 1$. Die getroffenen Unterscheidungsmerkmale werden durch die Ergebnisse der Stabilitätsbetrachtungen (Ziff. 2.55) gerechtfertigt. Gemäss der beigelegten Legende sind die veranschaulichten Abhängigkeiten durch die den Gruppen III und IV zugeordneten Spiegelbilder zu ergänzen.

Physikalische Systeme sind dadurch gekennzeichnet, dass die Beträge der Schwingungsamplituden und damit der gespeicherten Energien stets auf endliche Werte begrenzt werden. Ansteigende Charakteristiken können somit nur innerhalb beschränkter, zeitlicher Dauern irgendwelche Gültigkeit besitzen. Die zeitliche Begrenzung der Intervalle wird in den vorliegenden Fällen durch die Wahl des Mittelwertes der Systemsdämpfung, sowie durch die Art der Variation der Elemente bestimmt.

2. 53. Der allgemeine Verstimmungswinkel $\psi(u_0, \omega)$.

In nichtlinearen Systemen werden die stationären Schwingbedingungen bei Selbsterregung durch den Energiebeitrag des Fremdsignals bestimmt. Dies führt innerhalb gewisser Parameterbezirke auch zur Möglichkeit einer stationären Synchronisation eines Generators mit zeitlich nicht veränderlichen Elementen.

Ausserhalb der Synchronisationsgrenzen treten schwebungsfrequente Aenderungen der Schwingbedingungen auf. Somit ändern sich die Eigenfrequenz und die Amplitude der gestörten Eigenschwingung in einem periodischen Rhythmus. Daraus folgt wiederum, dass sich auch die Schwebungsfrequenz und damit der ganze Vorgang in zeitlich periodischer Weise verändern müssen. Jedes Ein- und Aussynchronisieren eines Oscillators kann nur einer vorgängigen Veränderung von Systemparametern entspringen. Derartige Vorgänge werden somit aus energetischen Gründen stets von Ausgleichsschwingungen begleitet sein und theoretisch unendlich lange Zeit beanspruchen. Da die Ueberleitung in den neuen Zustand zudem von den Anfangsbedingungen abhängen muss, so wird auch die relative Phasenlage zwischen der Erregung und der gestörten Eigenschwingung in Betracht gezogen werden müssen.

Die Nichtlinearität des Systems bedingt auch die Entstehung von Kombinationsfrequenzen. Bei einigermaßen vernünftiger Resonanzschärfe können jedoch die wesentlichen Schwingungskomponenten zu einer gleichzeitig amplituden- und phasenmodulierten Schwingung zusammengefasst werden.

Während des An- und Ausschwingens eines Generators tritt eine durch die Nichtlinearität bedingte Störung der Eigenschwingung in viel geringerem Masse auf. Instationäre Zustände eines Systems konstanter Elemente sind ja nur bei entsprechend vermindertem Einfluss begrenzender Nichtlinearitäten möglich. Somit fehlen in hohem Masse die einschränkenden energetischen Bedingungen, nach welchen sich ansonst der resultierende Schwingungsprozess zu richten hat. Das System trägt einen linearisierten Charakter, und die Möglichkeiten einer

Synchronisation schwinden stark. Durch die Bildung der Kombinationsfrequenzen wird die resultierende Schwingung aber dennoch als nach den zeitlichen Verläufen der Amplitude und der Phase gestört erscheinen.

* Variieren die Schaltelemente mit der Zeit, so treten innerhalb beschränkter Zeitabschnitte ähnliche Verhältnisse auf. Das System wird sich aber in keinem Moment im Gleichgewicht befinden. Hingegen kann es variationsfrequent um die Gleichgewichtslage pendeln, so dass sich, über einen langen Zeitraum gesehen, ein stationärer Zustand einstellen kann. Dieser kann bestehen in

1. einer beliebigen Folge unter sich gleichartiger, oder aber
2. einer subperiodischen Folge unter sich verschieden gearteter Schwingungszüge.

Die Ursache des stationären Verhaltens kann begründet sein in

a) der geschilderten, linear bedingten Phasenzuordnung der Ausgleichsschwingungen zu den erzwungenen Schwingungen in den Enddämpfungsmomenten. Dadurch herrschen bei unmoduliertem Fremdsignal stets dieselben Amplituden- und Phasenverhältnisse auch zu Beginn der Begrenzungszeiten. Damit liegen auch für allfällige Synchronisationen stets die gleichen Anfangsbedingungen vor. Zur Erhaltung des stationären Zustandes sind Synchronisationserscheinungen in diesem Fall aber nicht notwendig. Sie modifizieren, wie die übrigen nichtlinear bedingten Einflüsse, lediglich den ursächlich linearerweise vorgegebenen Ablauf des Geschehens.

b) Synchronisationen als nichtlineare Erscheinungen bilden nur dann die Ursache eines periodischen oder subperiodischen, stationären Verhaltens des Systems, wenn dies auf Grund der linearbedingten Phasenzuordnungen nicht mehr möglich ist. Sie wandeln somit unter Umständen Entartungsformen, welche bei Wegfall nichtlinear bedingter Phasenzuordnungen unperiodische, submultiple Folgen von Schwingungszügen ergäben, in pendel- oder subpendelfrequent organisierte um. Bei der Abklärung dieser Fragen gewinnt die Arbeit von Diemer ⁽⁴⁾ ganz wesentliche Bedeutung. Zu welchen Zeitmomenten innerhalb einer Pendelperiode eine Synchronisation eintritt, ist dabei nebensächlich.

Ganz allgemein treten infolge der pendelfrequenten Variation der Systemsparameter entsprechende Variationsfrequenzen auf. Solange organisierte Zustände vorliegen, wird die mittlere Systemsfrequenz identisch mit der Frequenz des Fremdsignals. Die Schwankungen der Parameter treten damit in einer zusätzlichen variationsfrequenten Beeinflussung der resultierenden Schwingungen zutage.

Da sich jederzeit die sämtlichen Zustandsgrößen abklären lassen, kann der allgemeine Verstimmungswinkel pro Pendelperiode wahlweise durch eine der beiden Beziehungen (2.5/2a) oder (2.5/2b) ausgedrückt werden. Die sämtlichen nichtlinearen Beeinflussungen der Eigenfrequenz und damit der Phasen sind darin enthalten. Die ansonst linear bedingten Phasenzuordnungen können in ganz beträchtlicher Weise modifiziert werden.

**2. 54. Die Ermittlung der Ortskurven stationärer Zustände bei konstanter Ausgleichs-
spannung und variabler Fremdfrequenz.**

2. 541. Die allgemeine Konstruktion der Ortskurve für eine feste Fremdfrequenz.

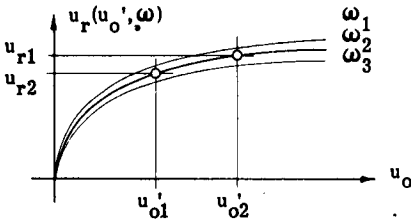


Abb. 2.5- 4a. Beispiel einer Schar von Restspannungscharakteristiken.

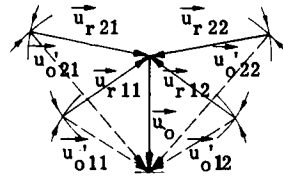


Abb. 2.5- 4b. Konstruktion der einzelnen Ortskurvenpunkte.

Die Ausgleichsspannung u_o variiert einerseits mit der Stärke der Erregung, andererseits aber auch mit der relativen Verstimmung (Resonanzverhalten). Für eine jede Frequenz können die symmetrischen Ortskurven gemäss dem Beispiel in Abb. 2.5- 4 konstruiert werden.

2. 542. Spezielle Punkte der Ortskurven.

-1. Die Punkte auf der Symmetrieachse.

Die auf den Symmetrieachsen gelegenen Extrema und Doppelpunkte können in einfacher Weise mittels der in der Abb. 2.5- 2 festgehaltenen Konstruktion aufgefunden werden. Der den jeweiligen Grössen der Ausgleichsspannung zugeordnete Charakter der Ortskurven ist dabei bereits zu ersehen.

-2. Die Punkte für $u_r = u_o'$ und für $\psi_{red.} = \pi/2$.

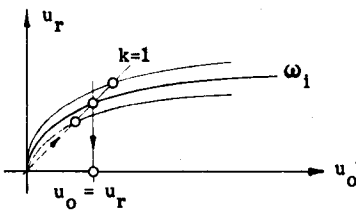


Abb. 2.5- 5a. Punkte $k = 1$.

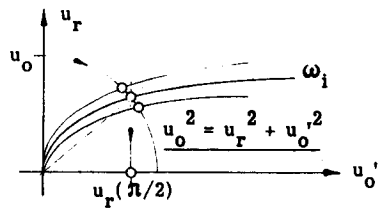


Abb. 2.5- 5b. Punkte $\psi = \pi/2$.

2. 543. Die möglichen stationären Zustände nicht entarteter Schwingungsformen, sowie deren Ortskurven bei konstanter Ausgleichsspannung.

-1. Einzelzustände.

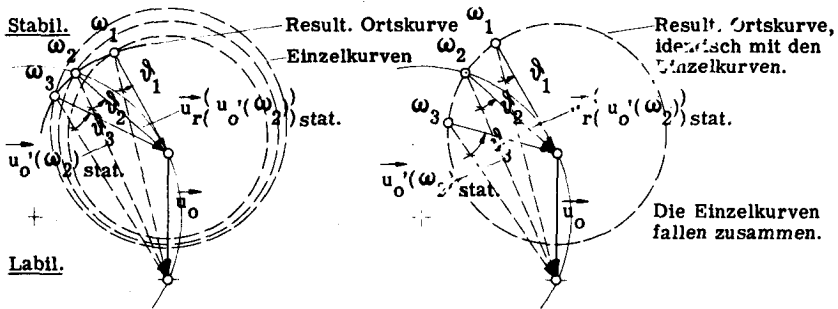


Abb. 2.5-6 a. $u_r = u_r(u_o', \omega)$.

Abb. 2.5-6 b. $u_r = u_r(u_o', \omega)$.

Mögliche stationäre Zustände in Funktion der Fremdfrequenz bei verschiedenen Abhängigkeiten der Restspannung von der Fremdfrequenz.

Gemäss den Ausführungen in Ziff. 2.321, Abb. 2.3-4, sind stationäre Zustände unter sich gleichartiger Schwingungszüge nur möglich, wenn die jeweiligen Sprungwinkel ψ_1 durch die Verstimmungswinkel ϑ_1 gerade aufgehoben werden.

Entsprechend der Abb. 2.5-4a ist im allgemeinen jeder Fremdfrequenz eine Einzelcharakteristik der vektoriellen Anfangszustände zugeordnet (Abb. 2.5-6 a), welche sich aus den Restspannungsbeziehungen (2.5/1) ergibt. Der Ortskurvenpunkt des dieser Fremdfrequenz zugehörigen stationären Zustandes ergibt sich aus der Bestimmung des Verstimmungswinkels gemäss einer der Beziehungen (2.5/2). Unter mehreren Möglichkeiten wird das physikalische Geschehen durch eine der stabilen Vektorlagen bestimmt.

-2. Die resultierenden Ortskurven bei Variation der Fremdfrequenz und bei fester Ausgleichsspannung u_o .

Die stabilen Orte der Einzelcharakteristiken ergeben, in der durch die Restspannungscharakteristik (Abb. 2.5-4 a) vorgegebenen Reihenfolge aneinandergereiht, das resultierende Ortskurvengebilde für die betreffende Ausgleichsspannung u_o . Dieses kann unter bestimmten Voraussetzungen in mehrere Einzelkurven zerfallen (vgl. Ziff. 2.56).

Die Gesamtheit der Ortskurvengebilde für eine Mehrzahl der in Frage stehenden Ausgleichsspannungen ergibt die Ortskurvenschar.

Bei geringer Frequenzabhängigkeit der Einzelcharakteristiken fallen diese zu einer resultierenden Ortskurve zusammen (Abb. 2.5-6 b).

Die resultierenden Ortskurven der Abb. 2. 5-6a sind stets asymmetrisch, jene der Abb. 2. 5-6b nur bezüglich der Frequenz (Ziff. 2. 332-3).

Die den einzelnen Punkten der reduzierten resultierenden Ortskurve zukommenden Fremdsignalfrequenzen werden rückwärts aus der Bedingung $\vartheta_1 = \vartheta(u_0', \omega_1)$ bestimmt.

2. 55. Die Stabilität der nicht entarteten, stationären Schwingzustände bei sehr geringen Störungen und unter den allgemeinen, nichtlinearen Verhältnissen.

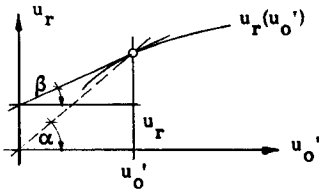
2. 551. Allgemeines.

Ueber die Stabilität linearer bzw. ideal begrenzter kohärenter Schwingungen wurden die erforderlichen Betrachtungen in den Ziff. 2. 322 und 2. 334 angestellt. Die an jener Stelle abgeleiteten Beziehungen sind an die erwähnten Voraussetzungen gebunden. Unter den allgemeinen nichtlinearen Restspannungsabhängigkeiten gehorcht die Störungfortpflanzung anderen Gesetzmässigkeiten. Insbesondere sind auch die Erscheinungen des reinen ein- und wechselseitigen Zurückgehens der Phasenstörung an begrenzte Parameterbezirke gebunden.

Da lediglich die Sonderfälle sehr geringer Störvektoren einer einfachen Berechnung zugänglich gemacht werden können, besitzen die nachstehend hergeleiteten Kriterien nur unter derartigen Bedingungen volle Gültigkeit.

2. 552. Die Stabilitätsbedingungen bei sehr geringen Störungen.

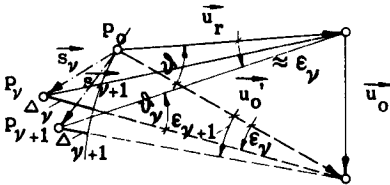
-1. Die Herleitung der Störungfortpflanzung.



$$k = \frac{u_r}{u_o'} = \text{tg } \alpha, \quad k > 0.$$

$$b = \frac{\partial u_r}{\partial u_o'} = \text{tg } \beta, \quad b \geq 0.$$

Abb. 2.5-7. Die Bedeutung der Quotienten k und b.



$$\vartheta_y = \vartheta(\Delta_y, \epsilon_y) \approx \vartheta_{\text{stat.}} = \vartheta$$

Abb. 2. 5- 8. Die Störungfortpflanzung.

P_{α} = ungestörter Zustand,

$$\vec{u}_0 = \vec{u}_r + \vec{u}_0$$

$\Delta_\lambda = \lambda$ te Längenstörung von \vec{u}_0 .

$\epsilon_\lambda = \lambda$ te Phasenstörung von \vec{u}_0 .

λ = Ordnungszahl der Entdämpfungsmomente nach Einsatz der Störung.

\vec{s} = Störvektor.

Unter der Voraussetzung, dass $\Delta_{\lambda} \ll u_0'$ und $\varepsilon_{\lambda} \approx 0$, $\sin \varepsilon_{\lambda} \approx \varepsilon_{\lambda}$ (2.5/3),
 ergibt sich aus der Abb. 2.5-8 nach kurzer Zwischenrechnung:

$$\frac{\Delta_{\gamma+1}}{u_0'} = b \cdot \frac{\Delta_{\gamma}}{u_0'} \cdot \cos \vartheta - k \cdot \varepsilon_{\gamma} \cdot \sin \vartheta = a_{11} \cdot \frac{\Delta_{\gamma}}{u_0'} + a_{12} \cdot \varepsilon_{\gamma} \quad (2.5/4a),$$

$$\varepsilon_{\gamma+1} = b \cdot \frac{\Delta_{\gamma}}{u_0'} \cdot \sin \vartheta + k \cdot \varepsilon_{\gamma} \cdot \cos \vartheta = a_{21} \cdot \frac{\Delta_{\gamma}}{u_0'} + a_{22} \cdot \varepsilon_{\gamma} \quad (2.5/4b).$$

Die Fortpflanzung der Störungen lässt sich somit durch eine fortgesetzte Multiplikation von Kettenmatrizen darstellen wie folgt:

$$\begin{pmatrix} \frac{\Delta_{\gamma}}{u_0'} \\ \varepsilon_{\gamma} \end{pmatrix} = \parallel A \parallel \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{\gamma-1}}{u_0'} \\ \varepsilon_{\gamma-1} \end{pmatrix} = \parallel A \parallel^{\gamma} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta_0}{u_0'} \\ \varepsilon_0 \end{pmatrix} \quad (2.5/5),$$

$$\text{wobei} \quad \parallel A \parallel = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad (2.5/6).$$

In diesen Ausdrücken bezeichnen Δ_0 und ε_0 die Elemente der Initialstörung des stationären Zustandes.

Die Matrixelemente $a_{\lambda\lambda}$ ergeben sich gemäss den Beziehungen (2.5/4) zu

$$\begin{aligned} a_{11} &= b \cos \vartheta & a_{12} &= -k \sin \vartheta \\ a_{21} &= b \sin \vartheta & a_{22} &= k \cos \vartheta \end{aligned} \quad (2.5/4c).$$

Der Grenzwert der γ ten Potenz einer zweigliedrigen Matrix ergibt sich für hohe Exponenten γ aus einer Näherungslösung wie folgt ⁽⁴³⁾:

$$\text{Die Stammgleichung} \quad \begin{vmatrix} \mu - a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{vmatrix} = \mu^2 - (a_{11} + a_{22})\mu + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0 \quad (2.5/7a)$$

besitze die beiden Wurzeln μ_1 und μ_2 , wobei $|\mu_2| > |\mu_1|$ sein soll (2.5/7b).

$$\text{Es gilt allgemein:} \quad \parallel A \parallel^m = \sum_{r=1}^2 \mu_r^m L_r$$

woraus sich für hohe Exponenten die Näherung ableiten lässt

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \parallel A \parallel^{\gamma} \approx \mu_1^{\gamma} \cdot L_1, \quad \text{wobei } \mu_1 \text{ den Eigenwert} \quad (2.5/8b)$$

mit dem höchsten Betrag bezeichnet. Für eine zweigliedrige Matrix ergibt sich somit:

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \parallel A \parallel^{\gamma} \approx \mu_2^{\gamma} \cdot L_2. \quad (2.5/8c).$$

Das Lagrange'sche Polynom L_2 ergibt sich dabei aus der folgenden Beziehung :

$$L_2 = \frac{\|A\| + \mu_1 \|E\|}{\mu_2 - \mu_1} = \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} \cdot \begin{vmatrix} a_{11} + \mu_1 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} + \mu_1 \end{vmatrix} \quad (2.5/9).$$

Sofern die Matrixelemente nicht gleichzeitig die Werte Null oder Unendlich annehmen können, verschwindet der Grenzwert (2.5/8c) und damit eine jegliche Störung nur, wenn $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \mu_2^\gamma$ selbst gegen Null strebt.

* Die Stabilitätsbedingung lautet somit : $|\mu_{1,2}| < 1$. (2.5/10).

Mit Hilfe der Beziehungen (2.5/4c) leitet sich im vorliegenden Fall die

Stammgleichung her zu $\mu^2 - \mu \cdot (b+k) \cdot \cos \vartheta + bk = 0$ (2.5/11).

Sie liefert die Wurzeln $\mu_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ (b+k) \cos \vartheta \pm \sqrt{(b+k)^2 \cos^2 \vartheta - 4bk} \right\}$ (2.5/12).

* Die Stabilität wird also einerseits durch den Verstimmungswinkel ϑ ,
* anderseits durch die zugehörigen Wertepaare $k = (u_R(u_0')/u_0')$,
* $b = \partial u_R(u_0')/\partial u_0'$ bestimmt. Die letzteren können der jeweiligen Rest-
* spannungscharakteristik $u_R(u_0')$ (Abb. 2.5-41) entnommen werden.

* Es wäre sehr zu begrüßen, wenn die Wurzelwerte $\mu_{1,2}$ dereinst im drei-
* dimensionalen Feld b, k, ϑ tabelliert oder in Reliefform aufgetragen würden.

-2. Der Zusammenhang mit der Ausgleichsspannung u_0 :

Die Anwendung des cos-Satzes auf die Vektoraddition der Abb. 2.3-8 lieferte

direkt die Beziehung $\cos \vartheta = \frac{k^2 + 1 - \xi^2}{2k}$ (2.3/11a) = (2.5/13a)

mit dem parametrischen Verhältnis $\xi = (u_0/u_0')$ (2.5/13b).

Die Wurzelwerte (2.5/12) können somit wahlweise in Abhängigkeit der Parameter (b, k, ϑ) oder (b, k, ξ) errechnet werden.

-3. Die Bereiche reeller und komplexer μ :

-31. Allgemeines.

* Reelle μ bezeichnen eine bezüglich Richtung eindeutige Fortpflanzung der störungsbe-
* dingten Zusatzphasen. Positive Werte entsprechen einer einseitigen (asymptotischen),
* negative einer wechselseitigen (oscillatorischen) Auslenkung des Anfangsvektors u_0' .
* Derartige Verhältnisse ergaben sich bei der Betrachtung der Stabilität ideal begrenzter
* Schwingungen (Ziff. 2.334).

Konjugiert komplexe μ entsprechen einer allgemein spiralförmigen Fortpflanzung des Störungsvektors in einander entgegengesetzten Umlaufsrichtungen, wie sie im Extremfalle absoluter Linearität anzutreffen ist (Ziff. 2.322). Der Umlaufssinn wird durch die erstmalige Auslenkung bestimmt.

-32. Die Grenzbedingung.

Unter der Berücksichtigung der Tatsache, dass k nur positive Werte annehmen kann, ergeben sich aus der Beziehung (2.5/12) unmittelbar die nachstehenden Bedingungen.

a). $b < 0$: μ stets reell.

b). $b > 0$:

1. μ ist reell für $\cos \vartheta \begin{matrix} > + \\ < - \end{matrix} \left(\frac{2 \cdot \sqrt{u_r \cdot (bu_o')}}{(u_r + bu_o')} \right)$ (2.5/14a).

Die Extremalwerte ergeben sich

für $b = 0$ und $(b + k) = \infty$ zu $\cos \vartheta = 0$;

für $b = k$ zu $\cos \vartheta = 1$, und für $b = -k$ zu $\cos \vartheta = \pm j \cdot \infty$.

2. μ ist komplex für $\cos \vartheta \begin{matrix} > + \\ < - \end{matrix} \left(\frac{2 \cdot \sqrt{u_r \cdot (bu_o')}}{(u_r + bu_o')} \right)$ (2.5/14b).

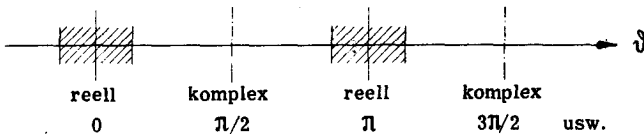


Abb. 2.5-9. Die Zonen reeller Wurzelwerte μ für $b \geq 0$.

-4. Die Stabilitätsbedingungen in den reellen und komplexen μ - Bereichen.

-41. Die Stabilitätsgrenzen bei reellem μ .

Aus der Stammgleichung (2.5/11) ergibt sich unmittelbar die Beziehung

$$\cos \vartheta = \frac{\mu^2 + bk}{\mu(b+k)} \quad (2.5/15).$$

Einseitige (asymptotische) Stabilität erfordert $0 \leq \mu < +1$,

wechselseitige (oscillatorische) hingegen $-1 < \mu \leq 0$ (2.5/16a).

Somit sind die Grenzen der stabilen Bereiche gegeben durch die Beziehungen:

Asymptotische Grenze: $\mu = +1$: $\cos \vartheta \underset{\text{as.grenz.}}{=} \frac{1+bk}{(b+k)}$ (2.5/16b);

Oscillatorische Grenze: $\mu = -1$: $\cos \vartheta \underset{\text{osc.grenz.}}{=} -\frac{1+bk}{(b+k)}$ (2.5/16c).

Das absolute Minimum von $\cos \vartheta$ bei veränderlichem μ ergibt sich über die unmittelbar erhältliche Bedingung $\mu^2 = bk$, $b > 0$ (2.5/17)

$$\text{zu } \underline{(\cos \vartheta)_{\min.} = \pm 2 \cdot \sqrt{bk} / (b+k)} \quad (2.5/18).$$

Die Minimalstellen decken sich somit mit den Grenzen der reellen μ -Bereiche (Gl.2.5/14).

-42. Die Grenzen bei komplexem μ .

Es sei $\mu = g + jf$ (2.5/19).

In die Stammgleichung (2.5/11) eingesetzt, liefert dies die beiden simultanen Beziehungen:

$$g^2 - f^2 - g \cdot (b+k) \cdot \cos \vartheta + bk = 0 \quad (2.5/20a),$$

$$\text{und } 2g - (b+k) \cdot \cos \vartheta = 0 \quad (2.5/20b).$$

Deren Kombination ergibt mit der

$$\text{Stabilitätsbedingung } |\mu|^2 = (g^2 + f^2) < 1 \quad (2.5/10)$$

$$\text{die einfachen Forderungen } |\mu|^2 = bk < 1, \quad (k > 0, b > 0) \quad (2.5/21a),$$

$$\text{bzw. } 0 \leq bk \leq 1 \quad (2.5/21b).$$

* Die Stabilität bei allgemein spiralförmiger Störungfortpflanzung ist somit,
 * im Gegensatz zu den Verhältnissen bei reellem μ ,
 * nicht eine Funktion des stationären Verstimmungswinkels ϑ ,
 * sondern lediglich des Produktes $bk = \frac{1}{2u_0} \cdot \frac{\partial}{\partial u_0} (u_r^2)$.

-5. Kontrolle der Spezialfälle.

-51. Der Spezialfall linearer Kohärenz.

Lineare Kohärenz ist gekennzeichnet durch die Bedingung $b = k$ (2.5/22), also durch geradlinige Restspannungscharakteristiken unter Miteinbezug des Nullpunktes (Ziff.2.32). Die einzig sinnvolle Beziehung ist aus der Grenzbedingung (2.5/21) bei komplexem μ zu erhalten.

Mit dem Ansatz $\mu = k \cdot e^{+j\vartheta}$ (2.3/7)

führt sie auf die ursprüngliche Forderung $\underline{k < 1}$ (2.3/10).

-52. Der Spezialfall idealer Amplitudenbegrenzung.

Die den Ausführungen in Ziff. 2.33 zugrundegelegte ideale Begrenzung ist charakterisiert durch die Bedingung $b = 0$ (2.5/23).

Für die Gebiete reeller μ ergeben sich somit die nachfolgenden Grenzbedingungen und Grenzkurven:

a). Grenzwinkel:

$$\cos \vartheta = (u_0'/u_r) \quad \text{für asymptotische Stabilität} \quad (2.3/35a) \equiv (2.5/24a);$$

as.grenz.

$$\cos \vartheta = -(u_0'/u_r) \quad \text{für oscillatorische Stabilität} \quad (2.3/36b) \equiv (2.5/24b).$$

osc.grenz.

b). Grenzkurven.

Durch Einsetzen der Beziehung (2.5/15) in die Gleichungen (2.5/13) ergibt sich der Ausdruck

$$\xi^2 = (u_0/u_0')^2 = 1 + k^2 - 2k \frac{\mu^2 + bk}{\mu \cdot (b+k)} \quad (2.5/25),$$

welcher sich für $b = 0$ auf die einfachere Form

$$\xi^2 = 1 + k^2 - 2\mu \quad (2.5/26)$$

reduzieren lässt.

Ein reelles ξ^2 ist nur bei reellem μ möglich. Somit ergeben sich die Grenzkurven bei asymptotischer und oscillatorischer Stabilität zu:

$$\text{As.Stab.: } \mu = +1 : \quad \xi^2 = k^2 - 1 : \quad \underline{u_0^2 = u_r^2 - (u_0')^2} \quad \begin{matrix} (2.5/27a) \\ = (2.3/35c) \end{matrix}$$

$$\text{Osc.Stab.: } \mu = -1 : \quad \xi^2 = k^2 + 3 : \quad \underline{u_0^2 = u_r^2 + 3(u_0')^2} \quad \begin{matrix} (2.5/27b) \\ = (2.3/36c) \end{matrix}$$

-53. Spezialfall $\vartheta_{\text{red}} = \pi/2$.

Für $\cos \vartheta = 0$ ergibt sich aus der Stammgleichung (2.5/11) die Beziehung

$$\mu^2 = -bk, \quad \mu = \pm j\sqrt{bk} \quad (2.5/28a).$$

Diese Punkte sind somit nur stabil, wenn $|bk| < 1$ (2.5/28b).

-6. Die Identität zwischen dem höchstmöglichen Verstimmungswinkel bei asymptot. Stabilität und dem Verstimmungswinkel der asymptotischen Stabilitätsgrenze.

Die Anwendung der Extremalbedingung $\partial \cos \vartheta / \partial u_0' = 0$ auf die elementare Beziehung (2.5/13a) = (2.3/11a) liefert unmittelbar den Ausdruck :

$$(u_0/u_0')^2 = \xi^2 = (1 - k^2) \frac{b - k}{b + k}, \quad \xi^2 > 0 \quad (2.5/29a).$$

* Extrema des Verformungswinkels ϑ existieren somit nur für die folgenden

* Kombinationen: $k > 1 : |b| < k ; \quad k < 1 : |b| > k \quad (2.5/29b).$

Für $\mu = +1$ führt aber die Gleichung (2.5/25) auf den nämlichen Ausdruck, so dass sich ergibt:

$$(u_0/u_0') \vartheta_1 \text{ as. max.} \equiv (u_0/u_0') \vartheta_1 \text{ as. grenz.} \quad (2.5/30a),$$

oder also $\vartheta_1 \text{ as. max.} \equiv \vartheta_1 \text{ as. grenz.} \quad (2.5/30b).$

* Die aus Gründen eines eindeutigen Stabilitätsverhaltens heraus zu vermutende Identität ist damit als allgemeingültig bewiesen.

* (Bei asymptotischem Verhalten bestehen für $\vartheta_{\text{red.}} < \vartheta_{\text{grenz.}}$ stets zwei mögliche Zustände stationären Verhaltens, wovon der eine zufolge Instabilität ausgeschlossen bleibt).

2. 553. Die Diskussion der Stabilität anhand der Restspannungscharakteristik $u_r(u_0')$.

-1. Die Stabilität der Extrempunkte.

Die Konstruktion der Extrempunkte der einzelnen Arbeitsbereiche kann der Abb. 2.5-2 entnommen werden.

-11. Die Extrema $\vartheta_{\text{red.}} = 0$. (Asymptotisches Verhalten).

Die Wurzeln der Stammgleichung (2.5/12) ergeben sich für den Wert $\cos \vartheta_{\text{red.}} = +1$ zu

$$\mu = \frac{1}{2} \left((b+k) \pm (b-k) \right), \quad \mu_1 = b, \quad \mu_2 = k \quad (2.5/31a).$$

Derartige Zustände sind somit nur stabil für $|b| < 1$, $k < 1$ (k stets > 0) (2.5/31b). Demnach ist lediglich der Extrempunkt maximaler Anfangsspannung u_0' des Arbeitsbereiches der Restspannungscharakteristik stabil (vgl. Abb. 2.5-2).

-12. Die oscillatorischen Extrema $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$.

Mit $\cos \vartheta_{\text{red.}} = -1$ leiten sich die Wurzeln der Stammgleichung her zu

$$\mu_1 = -b, \quad \mu_2 = -k \quad (2.5/31c).$$

Die Stabilitätsbedingung (2.5/31b) besitzt somit auch für die oscillatorischen Extrema volle Gültigkeit.

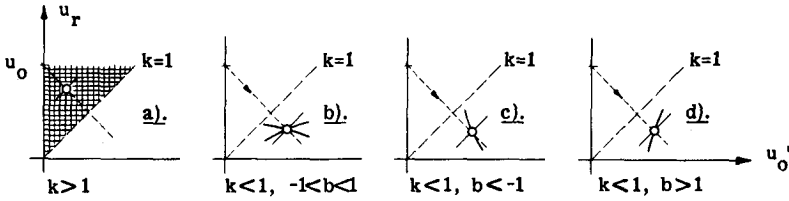


Abb. 2. 5- 10. Verschiedene Möglichkeiten der Stabilität der Zustände minimalster Anfangsspannung (oscillatorische Extrema).

-2. Die vollständig oder teilweise stabilen, sowie die vollumfänglich instabilen Zonen der Restspannungscharakteristiken.

Die Diskussion der Möglichkeiten stetiger oder teilweiser Stabilität, bzw. vollständiger Instabilität kann sich auf den Nachweis der Existenz von Stabilitätsgrenzen und damit von Grenzverstimmungswinkeln beschränken.

-21. Reelles μ .

Mit Ausschluss der speziellen Werte $b = -k$ ergeben sich die Extrema zu

$$(\cos \vartheta_{\text{grenz.}})_{\text{max.}} = \pm 1 \text{ für } k = \pm 1, b = \pm 1 \quad (2.5/32).$$

min.

Die einzelnen Bereiche der Restspannungscharakteristiken sind somit durch die nachstehenden Merkmale gekennzeichnet:

- a). $k > 1, |b| > 1$: $|\cos \vartheta_{\text{grenz.}}| > 1$: Keine Grenzen, stets instabil.
 b). $k < 1, |b| < 1$: $|\cos \vartheta_{\text{grenz.}}| > 1$: " " , stets stabil.
 c). $k > 1, |b| < 1$: $|\cos \vartheta_{\text{grenz.}}| < 1$: Grenzen existieren, teilweise stabil.
 d). $k < 1, |b| > 1$: $|\cos \vartheta_{\text{grenz.}}| < 1$: " " , " " .
 (2.5/33).

-22. Komplexes μ .

Gemäss der Beziehung (2.5/21) sind stabile Schwingungen an die Bedingung gebunden:

$$\underline{k \cdot b < 1}, \quad k > 0, \quad b > 0 \quad (\text{vgl. Ziff. 2.552- 32}).$$

-23. Veranschaulichung der Aufteilung der Stabilitätsbereiche.

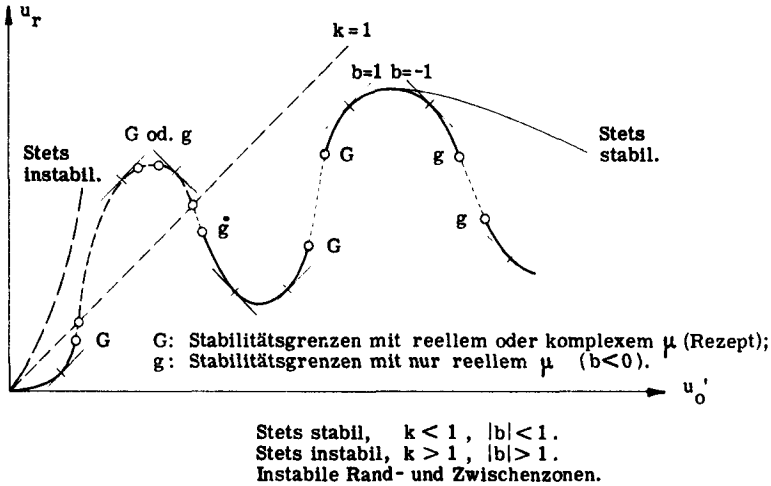


Abb. 2. 5- 11. Die prinzipielle Aufteilung einer Restspannungscharakteristik nach Stabilitätsbereichen.

-24. Rezept zum Auffinden der Stabilitätsgrenzen.

a). $b > 0$. Die Grenzen G entspringen reellen oder komplexen μ .

1. Stellen $bk = 1$ aufsuchen, $\cos \vartheta$ für $bk = 1$ bestimmen.
2. μ für $bk = 1$ bestimmen. Ist reell, wenn $\cos \vartheta \geq \pm 2k / (1 + k^2)$ (2. 5/34).
3. Wenn $\mu (bk = 1)$ komplex, so liegt die Grenze G bei $bk = 1$.
4. Wenn $\mu (bk = 1)$ reell, so sind die Elemente für die Grenze G schrittweise aus den Gleichungen (2. 5/16 b und c) zu bestimmen.

b). $b < 0$. Die Grenzen g liegen in Gebieten reeller μ : Analoges Verfahren.

Durch Einsetzen der Beziehungen (2. 5/16 b und c) in die Gleichung (2. 5/12) ist ersichtlich, dass den Wurzelwerten $\mu_1 = \pm 1$ die reellen Eigenwerte $\mu_2 = \pm bk$ zugeordnet sind. Die Stabilitätsgrenzen $\mu = \pm 1$ ergeben sich somit aus der zusätzlichen

$$\text{Bedingung} \quad |bk (\mu = \pm 1)| < 1 \quad (2. 5/35).$$

-25. Rein graphische Grenzbestimmung.

Den Grenzbedingungen (2. 5/16 b und c) resp. (2. 5/21) liegen klare geometrische oder trigonometrische Deutungen zugrunde. Somit können die Stabilitätsgrenzen in graphischer Weise ermittelt werden. Es sei jedoch an dieser Stelle auf die diesbezüglichen Ausführungen verzichtet.

2. 554. Das Aufsuchen allfälliger Extremalstellen des reduzierten Verstimmungswinkels ϑ_{red} .

Gemäss den Erläuterungen in den Ziff. 2. 552- 6 und 2. 553-24 a) führen die Extremalbedingungen $\partial \cos \vartheta / \partial u_o' = 0$ und $\partial \cos \vartheta / \partial u_r = 0$ auf die Grenzbedingung asymptotischer Instabilität, welcher das Eigenwertepaar $\mu_1 = +1$, $\mu_2 = bk$ entspricht. Daraus folgt:

- * 1. Allfällige Extremalstellen ϑ_{extr} sind stets instabil, gleichgültig, ob $|bk| \geq 1$
- * 2. Für $|bk| < 1$ beschreiben sie die Grenze eines asymptotisch instabilen Gebietes.
- * 3. Für $|bk| > 1$ ist auch die Umgebung der Extremalstelle beidseitig instabil.

Die Extremalstellen der Ortskurven ergeben sich am einfachsten durch Aufsuchen jener Grenzfaszkreise der Verstimmungswinkel, welche die einzelnen Aeste der Vektorbahnen tangieren (vgl. Abb. 2. 5- 12, 2. 5- 14, 2. 5- 16, 2. 5- 17).

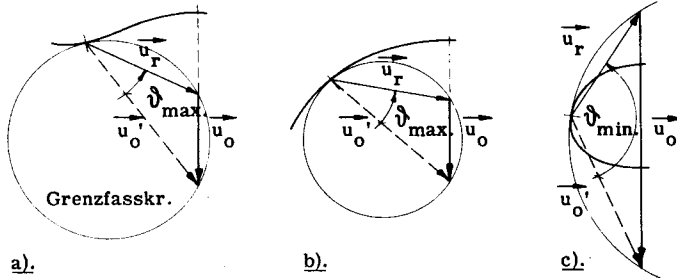


Abb. 2. 5- 12. Beispiele von Vektorlagen extremer Verstimmungswinkel $\vartheta_{extr. red}$.

2. 56. Die Diskussion der Stabilität und des Resonanzverhaltens verschiedener Restspannungsabhängigkeiten.

2. 561. Allgemeines.

In den nachstehenden Ausführungen sollen lediglich einige charakteristische Merkmale, welche für die jeweiligen Restspannungsabhängigkeiten bezeichnend sind, zum Ausdruck gebracht werden. Obwohl detaillierte Untersuchungen unterbleiben sollen, kann dennoch ersehen werden, in welchem Masse sich die mannigfachen Erscheinungen selbst mit den geringsten Schwankungen der Charakteristiken verändern müssen.

2. 562. Beispiele.

-1. Monoton verflachender Anstieg der Charakteristik $u_r(u_o')$.

..... Allgemeines.

In der Fig. a der Abb. 2. 5- 13 sind zwei verschieden steil verlaufende, monotone Charakteristiken A und B samt beliebigen Näherungen durch geradlinige Abschnitte wiedergegeben.

Abb. 2.5 - 13. Die Ortskurven der möglichen stationären Zustände bei monoton verflachender, nichtlinearer Restspannungscharakteristik.

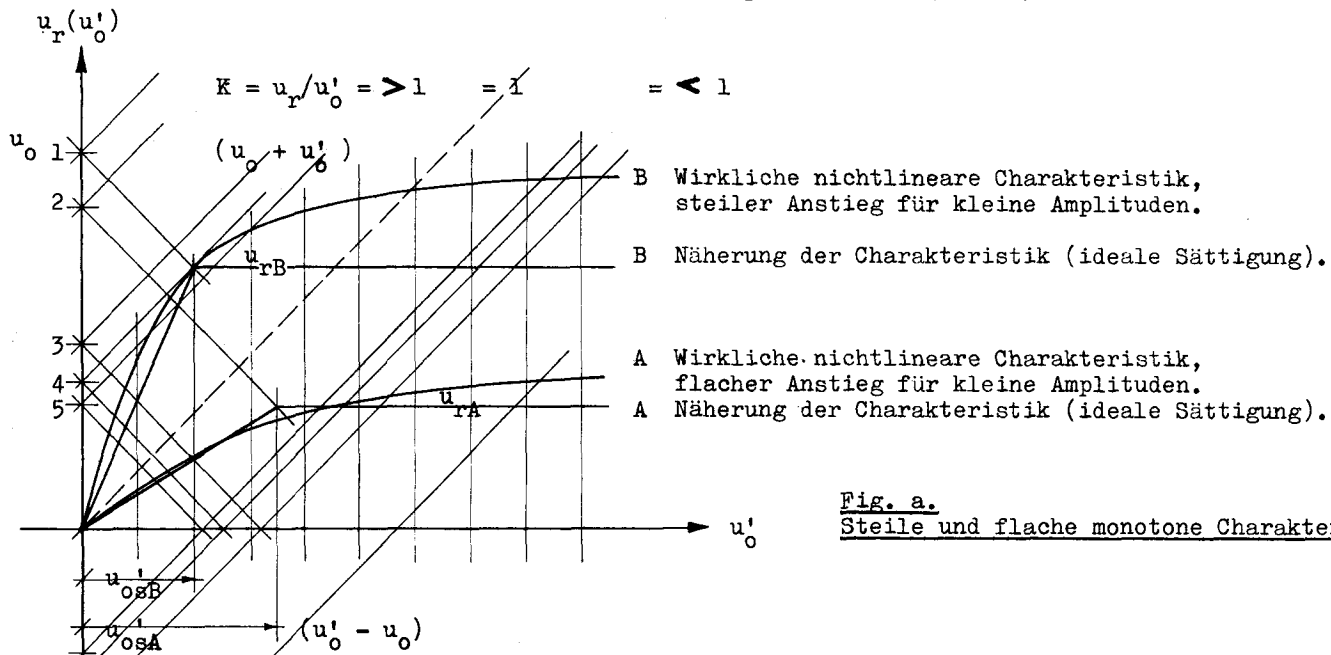
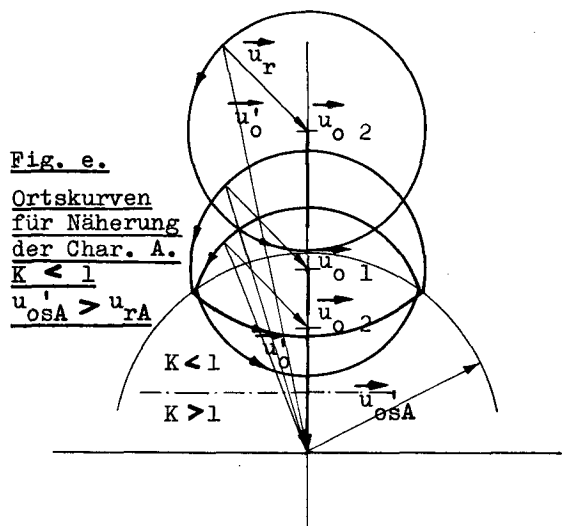
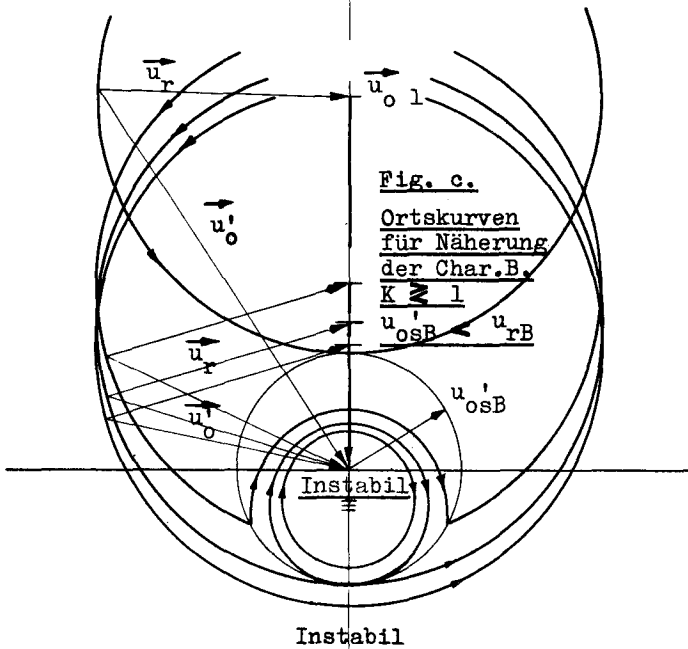
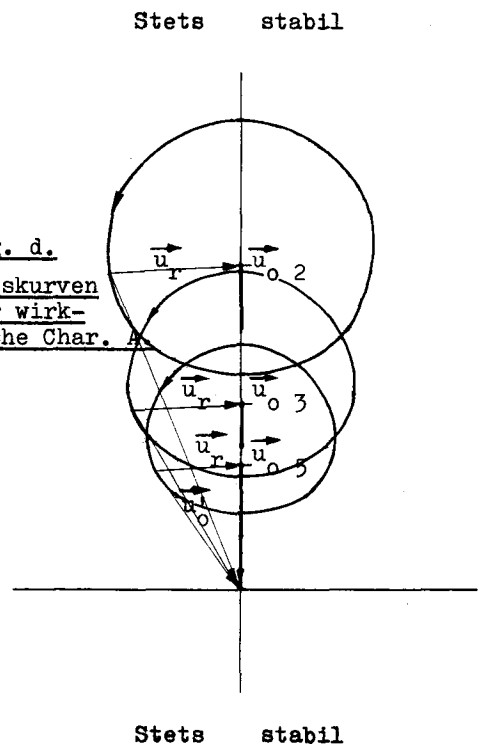
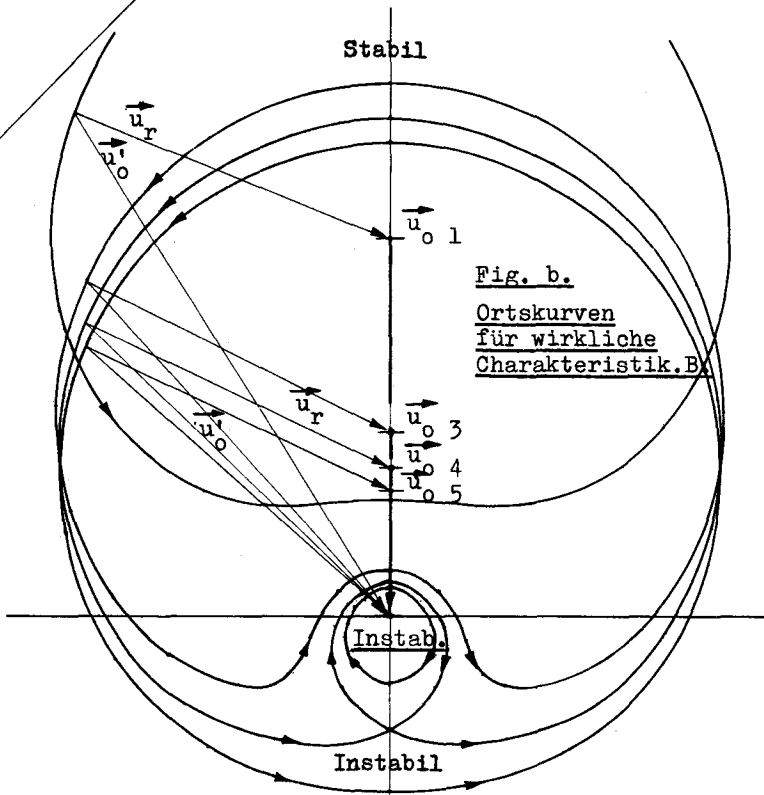


Fig. a. Steile und flache monotone Charakteristiken.



In Abhängigkeit der jeweiligen Grösse der Ausgleichsspannung sind die Ortskurvenbilder für die wirklichen Verhältnisse in den Fig. b und d, für die angenommenen Idealisierungen hingegen in den Fig. c und e dargestellt.

-12. Die Charakteristik A, k stets < 1 .

Diese Restspannungsabhängigkeit liefert für die sämtlichen in Betracht fallenden Grössen der Ausgleichsspannung u_0 stets stabile Verhältnisse, denn es ist $k < 1$, $b < 1$. Entartungen können nicht eintreten, und für jede Ausgleichsspannung existiert eine und nur eine Ortskurve.

Die idealisierte Charakteristik besteht aus einem Anfangsgebiete linearer Kohärenz mit $k = u_{rA}/u_{osA} < 1$, sowie einem Bereiche idealer Begrenzung $u_{rA} = \text{konstant}$.

In Beachtung der zur Beschreibung der Erscheinungen sehr guten Näherungsmöglichkeit ergeben sich im Wesentlichen die selben Verhältnisse, welche für den Resonanztypus A bezeichnend sind (Ziff. 2. 344- 2, Abb. 2.3- 38).

-13. Die Charakteristik B, $k \leq 1$, $b \leq 1$.

Bezüglich der Auflösung der Ortskurven in Teilbereiche, sowie der Konstruktion der Extrempunkte der Ortskurven sei auf die Ausführungen in Ziff. 2. 542 und auf die Abb. 2. 5- 2 verwiesen.

Für $u_0 \gg u_{o1}$ (nicht eingezeichnet) ist der gesamte Arbeitsbereich der Restspannungscharakteristik stabil, denn die Werte von k und b liegen stets im Bereiche zwischen Null und Eins. Mit $u_0 = u_{o1}$ (Fig. a und b) wird die Umgebung des Ortskurvenpunktes geringster Anfangsspannung oscillatorisch instabil, da sich die beiden Eigenwerte der charakteristischen Gleichung aus der Beziehung (2. 5/31c) zu $\mu_{1,2} = -k, -b$ ergeben ($k > 1$).

Die Stabilitätsgrenzen liegen zwischen den Punkten $k = 1$ und $\vartheta_{red.} = \pm \pi$. Sie sind gemäss dem Rezept in Ziff. 2. 553- 24a aufzusuchen. Die nämlichen Verhältnisse ergeben sich bei schwindender Ausgleichsspannung, solange $u_0 > u_{o4}$ bleibt.

Mit $u_0 \leq u_{o4}$ wird die Restspannungscharakteristik in zwei getrennte Arbeitsbereiche aufgelöst. $u_0 = u_{o4}$ stellt den Grenzfall dar. Im "oberen" Bereiche ist ein asymptotisch instabiles Gebiet enthalten ($k \leq 1$, $b < 1$). Die Stabilitätsgrenzen, welche wiederum anhand des erwähnten Rezeptes aufgefunden werden können, müssen gemäss Ziff. 2. 552- 6 mit den Orten maximaler Verstimmungswinkel $\vartheta_{red.}$ zusammenfallen. Sie können somit durch Einzeichnen der Grenzasskreise ermittelt werden.

Der "untere" Bereich ist, da k, b stets > 1 , vollständig instabil. Die idealisierte Näherung (Fig. a und c) führt auf die instab. Kreise des linearen, kohärenten Verhaltens mit $k = u_{rB}/u_{osB} > 1$.

Die Möglichkeit einer guten Annäherung an die wirklichen Verhältnisse, selbst bei sehr weitgehender Idealisierung, ist wiederum zu erkennen. Im Wesentlichen ergeben sich demnach die Erscheinungen, welche den Resonanztypus B (Abb. 2. 3- 40) charakterisieren. Die Entartungszonen enthalten die Bereiche der Verstimmungswinkel $\vartheta_{red.} = \pi$. Jede Senke

der Resonanzkurve enthält eine, in sich zusammenhängende, Entartungszone.

-2. Nicht monoton verflachender Anstieg der Restspannungscharakteristik.

-21. Allgemeines.

Nicht monoton verflachende Anstiege der Restspannungscharakteristiken können bei Generatorsystemen auftreten, welche die Merkmale eines "harten" Schwingungseinsatzes aufweisen.

-22. Nicht monotoner Anstieg mit $k \leq 1$, $b \leq 1$, $a_1 > a_2$ (Abb. 2.5-14).

Aus der Konstruktion der Extremalpunkte (Abb. 2.5-2) ist ersichtlich, dass eine Restspannungscharakteristik der vorliegenden Art in höchstens drei unter sich getrennte Arbeitsbereiche zerfallen kann. Den einzelnen Ortskurvendarstellungen (Fig. 2-8) sind die jeweiligen Ausschnitte aus der Charakteristik beigegeben.

Hohe Ausgleichsspannungen u_0 ergeben eindeutige Arbeitsverhältnisse. Die Stabilität der Bereichsgrenzen ist in Ziff. 2.553-1 erörtert worden, und die Stabilitätsgrenzen sind gemäss dem Rezept der Ziff. 2.553-24 aufzusuchen.

Bei schwindendem Fremdsignal oder zunehmender Verstimmung treten mit der Verringerung der Ausgleichsspannung u_0 die Punkte $b = 1$ in steigendem Masse als ausgeprägte Höcker in Erscheinung (vgl. z. B. die Fig. 5 und 6). Ein erster Zerfall in zwei getrennte Arbeitsbereiche tritt auf, wenn u_0 unter den Wert $a_1 \cdot \sqrt{2}$ abgesunken ist. Fig. 6 stellt den Grenzfall dar. Für $u_0 \leq a_2$ treten drei getrennte Arbeitsbereiche in Erscheinung (Fig. 7 und 8).

Der Resonanzverlauf, das heisst das Verhalten des Systems bei zunehmender Veränderung des Verstimmungswinkels und der Ausgleichsspannung, hat einige Besonderheiten an sich. Unter Hinweis auf die der Abb. 2.5-11 beigegebenen Ausführungen ergibt sich im Wesentlichen das Folgende:

1. u_0 sei so gross, dass k, b stets < 1 : Stabilität bei sämtlichen Verstimmungswinkeln (Ortskurve nicht eingezeichnet).
2. Fig. 2 und 3: Umgebung $\vartheta_{\text{red.}} = 0$ stabil, Umgebung $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ instabil (Entartung). Normale Anordnung der Entartungszone (Abb. 2.5-15a). Entartungsgrenzen laut Rezept.
3. Fig. 4: Wie Fig. 2 und 3, doch deckt sich die Stelle $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ wegen $k < 1$, $b = 1$ mit den Grenzen zweier zusammenstossender Halbbereiche der Instabilität (vgl. Ziff. 2.553-12 und Abb. 2.5-15b).
4. Fig. 5: Die Ortskurvenpunkte $\vartheta_{\text{red.}} = 0$ und $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ sind stabil. Dazwischen müssen jedoch Instabilitätsgebiete auftreten. Die Entartungszone wird zu zwei Halbbereichen auseinandergezogen. Da noch keine Extremalwinkel $\vartheta_{\text{red.max.}}$ resp. $\vartheta_{\text{red.min.}}$ auftreten, sind die Stabilitätsgrenzen nicht asymptotischer Natur (Ziff. 2.552-6, Abb. 2.5-15c).



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:

Vorlage > A3

:



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:

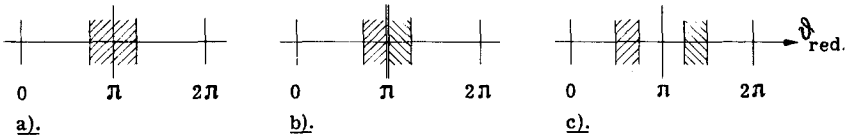


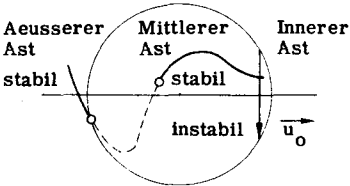
Abb. 2. 5- 15. Das Auseinanderrücken der Entartungsbereiche bei nicht monoton verflachender Restspannungscharakteristik.

5. Zwischenstadien zwischen den Fig. 5 und 6:

Instabile Halbbereiche gemäss der Abb. 2. 5- 15 c) können für alle jene Verstimmungswinkel auftreten, bei welchen entweder keine weiteren Teilbereiche stabiler Art existieren, oder aber ein "Umspringen" zu solchen ausgeschlossen ist.

In Abb. 2. 5- 15 dα sind die Verhältnisse nach der erstmaligen Trennung der Entartungszone in zwei Halbbereiche (Fig. 5) schematisch dargestellt.

Instabile Teilbereiche unvermeidlich.



Auseinandergezogene Entartungsbereiche.

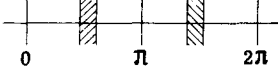
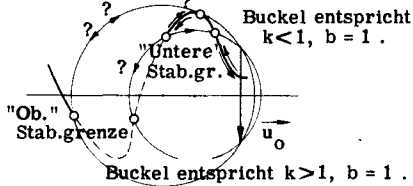


Abb. 2. 5 - 15 dα .

Grenzfall der Möglichkeit von Sprungerscheinungen. Ergibt stetige Stabilität.



Sofern Umspringen möglich, erstmaliger Wegfall der Entartungszonen.



Abb. 2. 5 - 15 dβ .

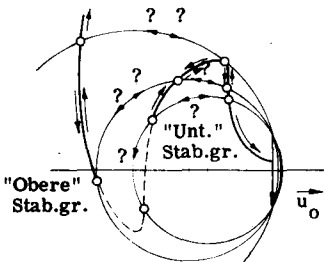


Abb. 2. 5 - 15 eα .

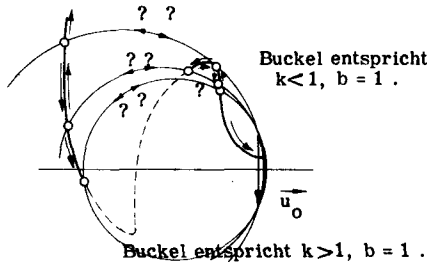


Abb. 2. 5 - 15 eβ .

Aus einem Vergleich mit der Abb. 2. 5- 11 ist unmittelbar ersichtlich, dass die Stabilitätsgrenzen bezüglich der Ortskurvenbuckel stets die angedeuteten Lagen einnehmen. Da sich die dem mittleren Aste der Ortskurvenschleife zugeordneten stationären Verstimmungswinkel in keiner Weise für andere Punkte der Ortskurve wiederholen können, so müssen unter allen Umständen Entartungen zutage treten.

Bei weiterer Verringerung der Ausgleichsspannung u_0 wird der innere Buckel der Ortskurve den Fasskreis durch die obere Stabilitätsgrenze bald einmal berühren (Abb. 2. 5- 15 d β). Somit besteht nun erstmals die Möglichkeit, dass das Schwingssystem bei zunehmender Vergrößerung des reduzierten Verstimmungswinkels sprunghaft (stetiger Vorgang) vom äusseren auf den inneren Ast der stationären Schwingbedingungen hinüberwechselt. Die notwendigen und die hinreichenden Voraussetzungen für einen derartigen Wechsel zwischen verschiedenen Möglichkeiten stationären Verhaltens müssen in analytischer Weise abgeklärt werden.

Unter derartigen Umständen tritt an die Stelle entarteter Schwingungsformen ein Wechselbereich nichtentarteter Schwingungen.

Es ist nun sehr wohl denkbar, dass einer gegenläufigen Variation des Verstimmungswinkels verschiedenartige Umspringbedingungen zugrunde liegen, so dass sich die Wechsel zwischen den einzelnen Aesten der Ortskurven bei unter sich ungleichen Verstimmungswinkeln vollziehen. Es treten somit Zieherscheinungen auf, wie sie für das Verhalten gewisser linearer, mehrkreisiger Systeme bezeichnend sind. Dabei ist es möglich, dass bei der Parametervariation in der einen Richtung instabile Zonen auftreten, währenddem sie bei der rückläufigen Aenderung durch den Bereichwechsel ausgeschaltet werden. Einige der vermutlichen Möglichkeiten sind in der Abb. 2. 5- 15 d β durch Pfeile angedeutet.

Das "Umspringen" selbst vollzieht sich in stetiger Weise in der Art der Entartungsprozesse gemäss Kap. 2. 6.

Für die in den Fig. der Abb. 2. 5- 15 e veranschaulichten Verhältnisse existieren beschränkte Bereiche der Verstimmungswinkel, innerhalb welcher zwei oder drei unter sich verschiedene Möglichkeiten stationären Verhaltens nicht entarteter Schwingungen vorhanden sind. In welcher Weise sich die allfälligen Uebergänge vollziehen, muss wiederum in analytischer Art anhand der jeweiligen Gegebenheiten untersucht werden. Je nach der Lage der unteren Stabilitätsgrenze (Abb. 2. 5- 15 e α und β) wechselt auch die Anzahl der denkbaren speziellen Umspringverhältnisse. Zudem ist ein Wechsel zwischen den verschiedenen Aesten der Ortskurven nicht an diese, in den Abb. skizzierten Extremalstellen gebunden.

Es ist zu beachten, dass sich die Ortskurven bei variierendem Verstimmungswinkel ebenfalls verändern, da die Ausgleichsspannung u_0 frequenzabhängig ist. Die gezeichneten Charakteristiken stellen die für bestimmte Bereiche der Fremdsignalfrequenz gültigen Näherungen dar (vgl. Ziff. 2. 543).

Im allgemeinen ist es fraglich, ob der stabile Bereich des mittleren Astes einer jeden Ortskurve überhaupt durchlaufen wird.

6. Fig. 6 der Abb. 2.5-14: Grenzfall der erstmaligen Auflösung der Restspannungscharakteristik und der Ortskurve in zwei getrennte Arbeitsbereiche ($u_0 = \sqrt{2} \cdot a_1$). Die "obere" Stabilitätsgrenze (äusserer Ast) ist asymptotischer Natur, denn sie fällt mit dem Ortskurvenpunkt des extremalen Verstimmungswinkels zusammen (Ziff. 2.552-6, $\mu = +1$, $b_k < 1$). Die Berührungspunkte der Grenzasskreise der mittleren Aeste liegen im vorliegenden Fall hingegen völlig innerhalb der instabilen Abschnitte der beiden Ortskurvenhälften ($b_k > 1$). Sie sind somit auch nicht mit irgendwelchen "Sprungstellen" identisch. Der innerste Ast ist stets für die sämtlichen reduzierten Verstimmungswinkel stabil, so dass auf die vorangehenden Ausführungen verwiesen werden kann.
7. Fig. 7: Grenzfall der zweiten Auflösung der Restspannungscharakteristik und der Ortskurve in drei getrennte Arbeitsbereiche ($u_0 = \sqrt{2} \cdot a_2$).
8. Fig. 8: Allgemeiner Zustand des gleichzeitigen Bestehens dreier getrennter Arbeitsbereiche. Im Wesentlichen gelten wiederum sinngemäss die vorhergehenden Ausführungen. Man vergleiche auch die Ziff. 2.563 und 2.6.

-23. Nicht monotoner Anstieg mit $k \geq 1$, $b \geq 1$, $a_2 > a_1$ (Abb. 2.5-16)

Die der Abb. 2.5-16 zugrunde liegende Restspannungscharakteristik $u_r(u_0')$ weicht nur sehr wenig von jener der Abb. 2.5-14 ab. Man beachte vor allem die mit zunehmender Verringerung der Ausgleichsspannung u_0 abwechselnde Reihenfolge der Auflösungen in Teilbereiche bei ansonst gleichartigen Verhältnissen.

-24. Nicht monotoner Anstieg mit $k < 1$, $b \leq 1$ (Abb. 2.5-17)

Auf Grund der in der Ziff. 2.553 angestellten Ueberlegungen existiert ein einziger möglicher Instabilitätsbereich. Dieser liegt innerhalb des Abschnittes $b > 1$ der Restspannungscharakteristik. Die Grenzen sind anhand des angegebenen Rezeptes aufzusuchen.

Es können grundsätzlich höchstens zwei getrennte Arbeitsbereiche nebeneinander bestehen, wovon der "obere" nur Zustände innerhalb eines beschränkten Winkelbereiches ($|\delta_{\text{red.}}| < |\delta_{\text{red.grenz.}}|$) umfassen kann (Fig. 3 als Grenzfall und Fig. 4).

Der instabile Bezirk liegt stets im oberen Bereich. Die Grenzen sind gemäss dem Rezept in Ziff. 2.553-24 aufzusuchen. Der untere Bereich ist stets stabil. Er bleibt bei geringen Ausgleichsspannungen u_0 , also auch bei hohen Verstimnungen, allein zurück (Fig. 5).

Ob ein Umspringen zwischen den beiden Bereichen erfolgen kann, muss wiederum in analytischer Weise abgeklärt werden. Existieren derartige Möglichkeiten, so ergeben sich für die instabilen Zonen dauernder Entartungen die bereits in einigen Fig. der Abb. 2.5-15 skizzierten Verhältnisse.

-3. Fallende Totalinversion der Restspannungscharakteristik, $k \leq 1$ mit $b \leq 1$ kombiniert (Abb. 2.5-18)

Wie bereits an anderer Stelle erwähnt, kann unter gewissen Voraussetzungen das Verhalten des Schwingsystems eines Self-Quenching-Pendelrückkopplungsempfängers annäherungsweise anhand einer fallenden Restspannungscharakteristik erörtert werden. Die Diskussion stützt sich wiederum auf die Stabilitätsbetrachtungen der Ziff. 2.55, deren Ergebnisse in der Abb. 2.5-11 veranschaulicht sind.



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:

Vorlage > A3

:



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:

Vorlage > A3

:



* V O R L A G E - G R O S S - E T H *

:

-31. $k < 1$, $|b| < 1$, Fig. 1.

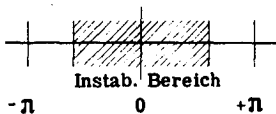
Es existiert bei sämtlichen Amplituden der Ausgleichsspannung u_0 ein einziger stets stabiler Arbeitsbereich. Die Resonanzkurve trägt den Charakter jener des idealisierten Grundtypus A (Abb. 2.3-38).

-32. $h \leq 1$, $-1 < b \leq 1$, Fig. 2.

Hohe Anfangsspannungen u_0' ergeben völlig stabile Verhältnisse. Mit zunehmender Verringerung der Ausgleichsspannung u_0 treten die instabilen Bereiche der Zonen $k > 1$ als Entartungen in den Umgebungen $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ in Erscheinung. Für $u_0 \leq \sqrt{2} \cdot a$ scheidet sich die Restspannungscharakteristik wiederum in zwei getrennte Arbeitsbereiche, von welchen der "untere" ("innere") dauernd instabilen Charakter trägt. Der "obere" ("äussere") wird stets einen Bezirk mit $k > 1$ aufweisen und somit Entartungszonen um $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ ergeben. Das Resonanzverhalten entspricht damit jenem des idealisierten Grundtypus B der Abb. 2.3-40.

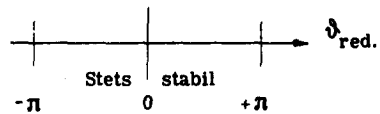
-33. $k < 1$, $b < 1$, Fig. 3.

Für hohe Ausgleichsspannungen $u_0 > u_{01}$, welche den Bereich $b < -1$ ausschliessen, existiert ein stets stabiler Arbeitsbereich. Für "singuläre" u_0 lösen sich die Charakteristiken in zwei getrennte Bezirke auf. Die "oberen", gekennzeichnet durch die grösseren Anfangsspannungen u_0' , sind stets stabil ($k, |b| < 1$). Die unteren Teilbereiche umschliessen stets Zonen der Neigungen $b < -1$; sie tragen somit in den Umgebungen der höheren Anfangsamplituden u_0' oscillatorisch instabilen Charakter. Die Stabilitätsgrenzen sind gemäss Rezept aufzusuchen. Diese "unteren" Bereiche ergeben zudem nur in den Umgebungen $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ irgendwelche stationäre Schwingungszustände. Es ergeben sich somit die in den Abb. 2.5-19a und b dargestellten Verhältnisse.



Kein Umspringen zwischen den Bereichen möglich, resp. "unterer" Bereich allein.

Abb. 2.5-19 a.



Umspringen zwischen den Bereichen möglich, resp. "oberer" Bereich allein.

Abb. 2.5-19 b.

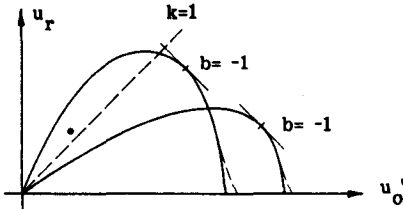


Abb. 2.5-19 c.

Restspannungscharakteristiken gewisser Sperrschwingeranordnungen, welche für gewisse Grössen der Ausgleichsspannung u_0 instabile Zonen gemäss Abb. 2.5-19 a ergeben können (Self-Quenching-Pendelrückkopplung).

Da gewisse Arten von Sperrschwingern, wie sie oft zwecks Selbsterzeugung der pendelfrequenten Variationsfunktion angewendet werden, Restspannungsabhängigkeiten gemäss der Abb. 2.5-19 c aufweisen, so sind diese in den Bezirken kritischer Ausgleichsspannungen den geschilderten Instabilitäten besonders unterworfen. Unter Umständen können unter derartigen Voraussetzungen Sonderentartungen gemäss Fall C der Abb. 2.5-3 ($\delta_{red.} = 0$) auftreten.

Unterschreitet die Ausgleichsspannung einen gewissen Wert, welcher auf Grund der in Abb. 2.5-2 erläuterten allgemeinen Konstruktion sofort aufgefunden werden kann, so besteht die Ortskurve stationärer Zustände wiederum aus einem einzigen Arbeitsbereich. Solange dieser ein Gebiet $b < -1$ der Restspannungscharakteristik enthält, ergeben sich instabile Zonen gemäss Abb. 2.5-20 a. Fallen die Punkte höchster Anfangsspannung u'_0 ($\delta_{red.} = 0$) ebenfalls in den Bereich $b < -1$, so schliessen sich die beiden Halbzonon über $\delta_{red.} = 0$ zusammen (Abb. 2.5-20 b). Stabil sind dabei wiederum nur die Umgebungen $\delta_{red.} = \pi$.

Geringe Ausgleichsspannungen u_0 führen stets zu Bedingungen $|b| < 1$, sodass das Schwingensystem für die sämtlichen Verstimmungswinkel stabile, stationäre Zustände aufweist (Uebergang zu stabilem, linearem Verhalten, vgl. Abb. 2.5-20 c).

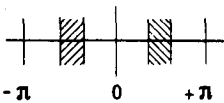


Abb. 2.5-20 a.

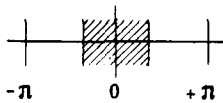


Abb. 2.5-20 b.

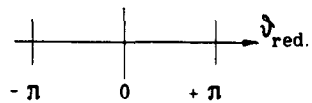


Abb. 2.5-20 c.

-34. $k \leq 1, b \leq -1$, Fig. 4.

Solange die Ausgleichsspannung u_0 den Wert $\sqrt{2} \cdot a$ (siehe Fig. 4) überschreitet, treten gegenüber den Verhältnissen der Fig. 3 infolge der Möglichkeiten $k > 1$ noch zusätzliche Instabilitätsgebiete um die Verstimnungen $\delta_{red.} = \pi$ auf. Je nach dem Verlauf der Restspannungscharakteristik an der Stelle $k = 1$ hängen diese unter Umständen direkt mit den instabilen, aus den Bedingungen $b < -1$ erwachsenden Halbzonon der entarteten Zustände zusammen.

Für $u_0 < \sqrt{2} \cdot a$ zerfällt die Charakteristik in zwei getrennte Arbeitsbereiche. Dem "unteren" ist der innere Ast der Ortskurve zugeordnet. Da $k > 1$, $b > 1$, so ist dieser durchwegs instabil. Der "obere" Ausschnitt der Charakteristik und damit äussere Teil der Ortskurve besitzt stets eine asymptotisch instabile Zone ($k > 1$) um $\vartheta_{\text{red.}} = 0$ (minimale Anfangsspannung u_0'). Bei maximaler Anfangsspannung u_0' und wiederum $\vartheta_{\text{red.}} = 0$ ($k < 1$) ergeben sich stabile Verhältnisse, wenn $|b| < 1$, und Entartungen, wenn $b < -1$ (vgl. Abb. 2.5-21).

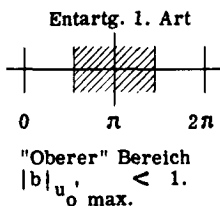


Abb. 2.5 - 21 a.

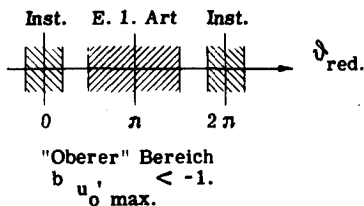


Abb. 2.5 - 21 b.

Die Bereiche der Ausgleichsspannungen u_0 , welche zu Sonderentartungen des Typus C (Abb. 2.5-3) führen können, sind für die speziellen Gegebenheiten der Abb. 2.5-18.4 ohne Rücksicht auf die besonderen Stabilitätsbetrachtungen konstruiert worden. Die eben geschilderten Verhältnisse erklären das Auftreten derartiger Schwingungsformen. U.U. treten diese auch in Erscheinung für abbrechende Charakteristiken gemäss Abb. 2.5-19c, oder dann, wenn ein "Umspringen" auf einen stabilen Ast der Ortskurve nicht möglich ist.

Die komplizierteren Charakteristiken der Gattungen III und IV der Abb. 2.5-1 kennzeichnen Schwingsysteme, welche Differentialgleichungen höherer Ordnungen oder nichtlinearer Natur gehorchen. Derartige Anordnungen können oft als einkreisig betrachtet werden; sie besitzen jedoch stets Energiespeicher, welche Vorgänge bewirken, die sich im Vergleich zur Systemfrequenz sehr langsam vollziehen. Die Diskussion derartiger Erscheinungen erfordert bedeutend eingehendere Stabilitätsbetrachtungen.

Es möge nochmals beachtet werden, dass die Restspannungscharakteristiken die Grössen zweier Schwingspannungen verketten, welche zeitlich um das Mass einer Pendelperiode auseinanderliegen.

2. 563. Mehrdeutigkeiten der Erregung, Zieh- und Umspringerscheinungen, Beeinflussung der Resonanzkurven.

1. Allgemeines.

Aus den in der Ziff. 2. 562 behandelten Beispielen wird ersichtlich, dass verschiedene der erwähnten Erscheinungen denkbar sind. Ob diese jedoch auftreten können oder müssen, kann nur aus eingehenden analytischen Betrachtungen ersehen werden. Solche mussten indessen unterbleiben.

-2. Mehrdeutigkeiten der Erregung. Sprungerscheinungen während des An- und Abschwingens.

Wie in Ziff. 1. 21 (Abb. 1. 2- 1b) ausgeführt worden ist, ändern sich die wirksamen Nicht-linearitäten in stetiger Weise mit der Variation der Parameter. Mit anwachsender Amplitude der Schwingungen wird zudem ein stets grösserer Anteil der nichtlinearen Systemskennlinie durchgesteuert. Somit kann selbst bei sprunghaft variierenden Schaltelementen im Verlaufe des An- und Abschwingens u.U. ein "Umspringen" der Schwingungen nach Arbeitsbereichen mit besseren Erregungsbedingungen hin eintreten. Die Auswirkungen derartiger Vorkommnisse sind in den rechnerisch oder experimentell erfassbaren Restspannungsabhängigkeiten (Abb. 2. 3- 1) bereits enthalten.

-3. Umspringerscheinungen bei veränderlicher mittlerer Frequenzverstimmung.

Der Verstimmungswinkel ϑ ist ein Mass der Abweichung der mittleren Eigenfrequenz des Systems von derjenigen der äusseren Erregung (G. 2. 3/24 und 25). Bei veränderlicher Verstimmung ändert sich aber gleichzeitig auch die Ausgleichsspannung u_0 nach Massgabe der inkohärenten Resonanzkurve (Gl. 2. 2/34, Abb. 2. 2- 1 und 2. 2- 6). Die Diskussion der Möglichkeiten stationärer, entartungsfreier, stabiler Schwingungszustände erfolgte anhand vektorieller Ortskurven für $u_0 = \text{konstant}$. Auf diese Weise liess sich das Resonanzverhalten des Systems punktweise und interpolationsmässig bestimmen. Der Verstimmungswinkel ϑ schliesst auch die sämtlichen nichtlinearen Phasenbeeinflussungen, inklusive allfälliger quasistationärer Synchronisationen, sowie die modulationsbedingten Schwankungen der Fremdsignalfrequenz mit ein.

Einige in den vorstehenden Ziff. 2. 562- 2 und - 3 beschriebene Verhältnisse lassen für gewisse beschränkte Verstimmungsbereiche ein gleichzeitiges Nebeneinanderbestehen verschiedener Möglichkeiten stationärer Schwingungszustände erkennen. Dabei muss das Auftreten stetig verlaufender "Umspringerscheinungen" als Folge von Änderungen gewisser Parameter vermutet werden. Solche Vorgänge sind teilweise experimentell beobachtet worden. Unter Umständen sind verschiedene Abläufe der Umspringvorgänge denkbar (vgl. z. B. Abb. 2. 5- 15 e α). Ob und welche der derartigen Uebergänge in Wirklichkeit auftreten, muss wiederum anhand analytischer Betrachtungen abgeklärt werden. Können gewisse Uebergänge nicht stattfinden, so treten die zusätzlichen Verstimmungszonen entarteter Schwingungsformen auf.

Es besteht ein direkter Zusammenhang mit der Frage der Auswahl einer bestimmten Möglichkeit innerhalb verschiedener Erregungsbedingungen eines Schwingsystems.

-4. Zieherscheinungen.

Unter der Voraussetzung möglicher Uebergänge zwischen verschiedenen stabilen Arbeitsbereichen einer bestimmten Ortskurve interessiert das Verhalten des Schwingsystems bei gegenläufiger Variation der Verstimmungswinkel (ϑ_{red} von 0 gegen $\pm \pi$ resp. von $\pm \pi$ gegen 0). Es ist anzunehmen, dass ein Umspringen entweder bei Erreichen extremaler Verstimmungswinkel (lokale Maxima oder Minima) oder aber von Stabilitätsgrenzen erfolgt (Abb. 2.5-15 e).

Unter den gleichzeitig möglichen Schwingungszuständen wird vermutlich der stabilste bevorzugt werden.

Bei derartigen Verhältnissen entsprechen reversterten Parameteränderungen im allgemeinen unter sich verschieden geartete Umspringbedingungen. Somit können auch bei einkreisigen, nichtlinearen Schwingsystemen mit nicht monoton verflachenden Restspannungscharakteristiken Zieherscheinungen auftreten. Diese sind mehrparametriger Natur (beeinflussende Faktoren der Eigenschwingungen und der Modulationszustände des Fremdsignals).

-5. Unsymmetrie der Ortskurven bezüglich der Frequenz. Einfluss der Pendelfunktion.

-51. Unsymmetrie.

Die Ortskurven sind bezüglich der parameterabhängigen Verstimmungswinkel symmetrisch. Die hieraus resultierende Unsymmetrie gegenüber den frequenzmässigen Abweichungen wurden in den Ziff. 2. 332- 3 und 2. 543- 2 erwähnt.

-52. Der Einfluss der Pendelspannungsfunktion.

Der zeitliche Verlauf und die Grundfrequenz der die Schaltelemente variierenden Pendelfunktion beeinflussen sowohl den Verstimmungswinkel, als auch den Verlauf der Restspannungsabhängigkeiten des betreffenden Systems.

-53. Modulation und Einschwingvorgänge.

Modulationen des Fremdsignals, welche im Vergleich zu den pendelfrequenten Schwankungen der Systemsparameter sehr langsam verlaufen, können quasistatisch behandelt werden. Unter normalen Gegebenheiten treten jedoch bedeutende Einschwingvorgänge auf, welche den Ablauf des statischen Geschehens stark verfälschen.

-6. Die Beeinflussung des Resonanzverhaltens.

Wie dem Beispiel der Ziff. 2. 562- 1 entnommen werden kann, verhält sich ein allgemeines Schwingsystem mit monoton verflachender Restspannungscharakteristik $u_r(u_o')$ im Wesentlichen wie ein idealisiertes mit rein linearen Anschwingbedingungen und idealer Amplitudengrenzung (Ziff. 2. 34).

Sobald die Restspannungsabhängigkeit nicht monoton verflachende oder gar invers verlaufende Abschnitte enthält, können u.U. Zieh- und Sprungerscheinungen auftreten, welche in einem durch Unstetigkeiten ausgezeichneten Charakter der statischen Resonanzkurve zum Ausdruck kommen. Da dieselbe gewöhnlich über einer Frequenzskala aufgetragen wird, erscheinen die nichtlinearen Beeinflussungen der Phasen und damit der Verstimmungswinkel als voll miteinbezogen. Durch das ermöglichte Auftreten singulärer Entartungsbereiche kann das Resonanzverhalten völlig von demjenigen bei idealen Verhältnissen abweichen.

2. 6. Die Entartungen zu submultiplen Schwingungszügen unter den allgemeinen, nichtlinearen Verhältnissen.

2. 61. Allgemeines.

Währenddem in den Ziff. 2. 42 und 2. 43 die Entartungserscheinungen unter idealisierten Voraussetzungen besprochen wurden, sollen im Nachstehenden die Verhältnisse bei allgemein nichtlinearem Verlauf der Restspannungscharakteristik behandelt werden. Die bei idealer Amplitudenbegrenzung gültigen Entartungsursachen 1., 2. und 3. Art werden teils modifiziert, teils aber unverändert beibehalten.

2. 62. Die allgemeingültige Konstruktion der submultiplen Vektorfolgen.

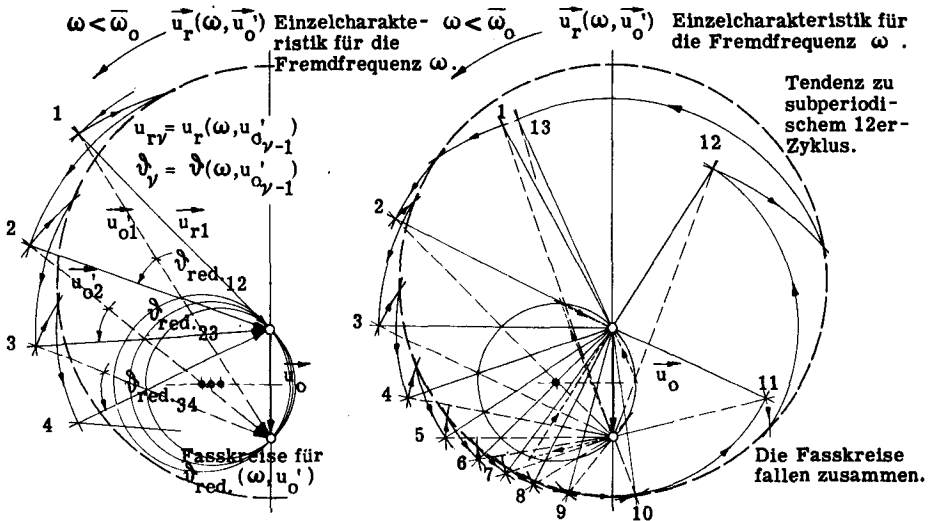


Abb. 2. 6-1 a. Prinzipielle Konstruktion bei spannungsabhängigem Verstimmungswinkel.

Abb. 2. 6-1 b. Vereinfachte Konstruktion bei praktisch spannungsunabhängigem Verstimmungswinkel.

Im allgemeinen werden auch die Verstimmungswinkel zu Funktionen der Anfangsspannungen (Gl. (2.5/2)), so dass sich die in der Abb. 2. 6-1 a angedeutete Konstruktion der submultiplen Folgen ergibt. Die vektoriellen Ortskurven stationärer, nichtentarteter Zustände verlieren ihre eigentliche Bedeutung vollends, und die Einzelcharakteristiken (vgl. Abb. 2. 5-6 a) dienen lediglich als Hilfsmittel zum Aufsuchen der Grössen der jeweiligen Restspannungen.

Den beiden Fig. der Abb. 2. 6-1 liegen beliebig gewählte Anfangsbedingungen zugrunde. Das Aufsuchen allfälliger subperiodischer Entartungszustände hat wiederum durch fortgesetztes Probieren zu geschehen.

Im allgemeinen vermögen die vereinfachenden (idealisierten) Annahmen das wirkliche Ge-

schehen in genügender Weise zu beschreiben. Insbesondere schreiten die Phasenlagen der Vektoren im Mittel fort, solange die Ortskurven den Ausgleichsvektor umschliessen (Entartungen 1. Art, Ziff. 2. 421-6).

2. 63. Spezialfälle der Entartungen und deren Stabilität.

2. 631. Entartungen für $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$.

Wenn in beschränkten Verstimmungsbereichen mit Einschluss der Stellen $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ keine oder wenigstens keine stabilen, stationären Folgen unter sich gleichgearteter Schwingungszüge auftreten können, so ergeben sich grundsätzlich zwei verschiedene Möglichkeiten von Entartungserscheinungen.

-1. Normale Entartung.

Die Zweierfolgen tragen den Charakter derjenigen, welche sich unter idealisierten Voraussetzungen einstellen (Abb. 2. 4- 2b und 2. 4- 3b). Die Stabilität derartiger Schwingungstypen muss hingegen besonders untersucht werden, da im allgemeinen die Neigungen $b = (\partial u_r / \partial u_o)$ der Restspannungscharakteristiken nicht verschwinden.

Für geringe Störungen ergibt sich aus Betrachtungen über die Fehlerfortpflanzung die Stabilitätsbedingung bei $\vartheta_{\text{red.}} = \pi$ zu:

$$\mu_{1,2} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4b^2}}{2} \quad (2.6/1a),$$

worin $B = (b^2 + 1) \cdot \cos^2 \psi + 2b \sin^2 \psi$ bedeutet (2.6/1b).

Eine normale Entartung ist stabil für $|\mu_{1,2}| < 1$, resp. für $|b| < 1$ (2.6/1c),

wie sich unschwer herleiten lässt.

-2. Anormale Entartungen. Fälle A und B der Abb. 2. 5- 3.

Unter gewissen Voraussetzungen können Entartungen in der Form singulärer Zweierzyklen ungleicher Amplituden auftreten. Derartige Verhältnisse sind skizzenhaft in den Fig. 1 und 2 der Abb. 2. 5- 3 festgehalten. In den Abb. 2. 5- 14 und 2. 5- 17 sind die Bereiche der erforderlichen Ausgleichsspannungen u_o aus den Restspannungscharakteristiken herauskonstruiert worden.

Bei wiederum geringen Störungen sind nun aber nur diejenigen der möglichen Zustände nach Phase und Amplitude stabil, für welche

$$\underline{k_1 \cdot k_2 < 1} \quad \text{und gleichzeitig} \quad \underline{|b_1 \cdot b_2| < 1} \quad \text{bleiben} \quad (2.6/2).$$

Die folgenden Fragen sind dabei nicht geklärt:

- 1). Existieren Bereiche, in welchen keine subperiodischen Zweierzyklen der erwähnten Arten (normal, A, B) existieren können, so dass submultiple Dauerfolgen entstehen müssten?

- 2). Sind innerhalb gewisser Parameterbereiche mehrere der erwähnten Entartungsformen gleichzeitig existenzfähig, von welchen sich eine derselben nach Massgabe der Vorbedingungen erregen würde?

Man vergleiche in diesem Zusammenhang die Arbeitsbereiche der Ortskurven der Abb. 2. 5- 14 und 2. 5- 17 (versch. Komb. von b und k).

2. 632. Entartung für $\delta_{\text{red.}} = 0$, Fall C der Abb. 2. 5- 3.

Unter den Verhältnissen, wie sie für das Beispiel einer fallenden Restspannungscharakteristik (Abb. 2. 5- 18) in Ziff. 2. 562- 3 niedergelegt sind, können für die exakten Verstimmungen $\delta_{\text{red.}} = 0$ die in Fig. 3 der Abb. 2. 5- 3 veranschaulichten Entartungsformen zutage treten. Als experimentelles Beispiel sei die nachstehende Abb. 3. 3- 4 angefügt. Die subperiodischen Zweierfolgen sind wiederum an die Stabilitätsbedingung (2. 6/2) gebunden. In Fig. 4a der Abb. 2. 5- 18 ist der Bereich der für derartige Erscheinungen erforderlichen Grössen der Ausgleichsspannung \bar{u}_0 herauskonstruiert worden.

2. 64. Die Berechnung und die Stabilität subperiodischer Folgen.

Die Berechnung der verstimmungsabhängigen Vektorlagen der Anfangszustände subperiodischer Folgen bereitet selbst bei einfacher analytischer Darstellung der Restspannungscharakteristik ganz beträchtliche Schwierigkeiten. Sie muss wiederum durch das probeweise, graphische Verfahren der Abb. 2. 6- 1b ersetzt werden. Anhand der dadurch aufgefundenen Werte lässt sich die Stabilität für nicht zu hohe Zyklenzahlen ermitteln, wenn zur Bestimmung der zugehörigen Koeffizienten k_y und b_y die Restspannungscharakteristik herbeigezogen wird.

2. 65. Verschiedenes.

Unter Berücksichtigung idealer Verhältnisse sind die ungeklärten Fragen in Ziff. 2. 443 zusammengestellt worden. Sie behalten unter den allgemein nichtlinearen Bedingungen erst recht ihre volle Gültigkeit. Zur Erörterung der tatsächlich auftretenden Schwingungsformen treten zudem noch insbesondere die in Ziff. 2. 563 erwähnten Schwierigkeiten hinzu. Die ausserordentliche Parameterabhängigkeit der Vorgänge ist augenscheinlich.

2. 7. Diskussion und Konstruktionsvorschriften.

Das Verhalten kohärent arbeitender Schwingungssysteme variabler Parameter geht zur Genüge aus den Ausführungen der Kapitel 2. 3 bis 2. 6 hervor.

An unliebsamen Erscheinungen sind hauptsächlich festzuhalten :

1. Einschwingvorgänge bei Aenderung irgendwelcher Systemsgrößen und der Fremd-signalparameter (Modulation);
2. Stationäre (subperiodische) oder nichtstationäre (submultiple) Folgen unter sich ungleicher Pendelzüge innerhalb bestimmter Parameterbereiche (Entartungen);
3. Verlust jeglicher Ein- Eindeutigkeiten in der Zuordnung der Kenngrößen der resultierenden Schwingungen zu jenen des erregenden Signals;
4. Ausserordentliche Parameterabhängigkeit der Erscheinungen;
5. Multiples Resonanzverhalten, Zieh- und Sprungerscheinungen;
6. Variation der Empfindlichkeit mit der Verstimmung.

Brauchbare Pendelrückkopplungsempfänger mit gesonderter Steuerung der Schaltelemente (fremderzeugte Pendelspannung) erfordern die Befolgung der nachstehenden Konstruktionsvorschriften :

- * 1. Jegliche Kohärenz ist zu vermeiden;
- * 2. Wenn irgendmöglich sind monoton verflachende Restspannungscharakteristiken anzustreben (Abb. 2. 5- 13);
- * 3. Eine stetige Variation der Schaltelemente ist einer sprunghaften Aenderung unbedingt vorzuziehen (Hebung der Empfindlichkeit und Vermeidung sehr störender Ausgleichschwingungen infolge nicht speziell kompensierter Gleichstromänderungen); u.U. Anordnung der Schwingschaltung nach dem Gegentaktverfahren;
- * 4. Ein Hauptaugenmerk ist auf die zu verwendende Elektronenröhre zu richten (Verstärkung, Aussteuerfähigkeit, Kennlinienfeld und Rauschanteil);
- * 5. Zur Ausschaltung äusserer Störeinflüsse (Schwankungen der Speisespannungen) ist eine einfache Regelung vorzusehen.

3. Teil. Die experimentelle Ueberprüfung der Theorie. *****

3.1. Erfordernisse und Voraussetzungen. ====

3.11. Die zu überprüfenden Tatsachen.

Die angestellten Experimente hatten durch die Veranschaulichung der Phasen- und der Amplitudenfunktionen der resultierenden Schwingungen über die nachfolgenden Ergebnisse theoretischer Untersuchungen Rechenschaft abzulegen :

1. Linearer, inkohärenter Zustand: Eindeutige Zuordnung der Phasenlage der freien Schwingungen zu jener des erregenden Fremdsignals (1. Teil, Gl. (1.6/95)).
2. Linearer, kohärenter Zustand: Veruntreuung der Modulationsübertragung durch die Einschwingvorgänge. Die diesbezüglichen Resultate wurden bereits in Ziff. 2.32.10-3 angeführt
3. Allgemein nichtlinearer, kohärenter Zustand bei monoton verflachender Restspannungscharakteristik :
 - a. Tatsache der subperiodischen und submultiplen Entartungsfolgen (Ziff. 2.42, 2.43, 2.6), Exp. in Abb. 3.3- 2;
 - b. Organisation der normalen Entartungsbezirke (Ziff. 2.441 und 2.442), Exp. in Abb. 3.3- 2 und 3.3- 3;
 - c. Normalentartung bei $\vartheta_{red.} = \pi$ (Abb. 2.4- 2b und 2.4- 3b), insbesondere Amplitudengleichheit und von π abweichende Phasendifferenz zwischen benachbarten Schwingungszügen, Exp. in Abb. 3.3- 3;
 - d. Allfällige singuläre Entartungen (Photographieren der Oscillogramme war angesichts der Instabilität unmöglich);
 - e. Ueberprüfung parametrischer Abhängigkeiten durch kinematographisches Festhalten der Oscillogramme (aus zeitlichen Gründen nicht durchgeführt).
4. Allgemein nichtlinearer, kohärenter Zustand bei nicht monoton verflachender oder inverser Restspannungscharakteristik :
 - a. Anormale Entartung (Photographie nur bei inverser Charakteristik gelungen, Abb. 3.3- 4);
 - b. Sprung- und Ziehererscheinungen (kinematographische Untersuchungen aus zeitlichen Gründen nicht durchgeführt).
5. Allgemein: Grundsätzlichkeit der vorstehend erwähnten Vorgänge, charakterisiert durch die weitgehende Unabhängigkeit von den Details der zeitlichen Variationen der Systemparameter.

3. 12. Zur experimentellen Erfüllung der theoretischen Voraussetzungen.

Die Restspannungsscharakteristik, sowie die aussteuerungsmässig wirksame Nichtlinearität der Versuchsapparatur konnten innerhalb weiter Grenzen verändert werden.

Die Pendelfunktion trug durchwegs stetigen und niemals sprunghaft wechselnden Charakter. Für die Versuchsserie 1 (Ziff. 3. 11) sind die Versuchsbedingungen somit voll erfüllt. Den Reihen 2 bis 4 liegen die allgemeinsten Voraussetzungen zugrunde, so dass der grundsätzliche Charakter der Vorgänge voll in Erscheinung treten muss.

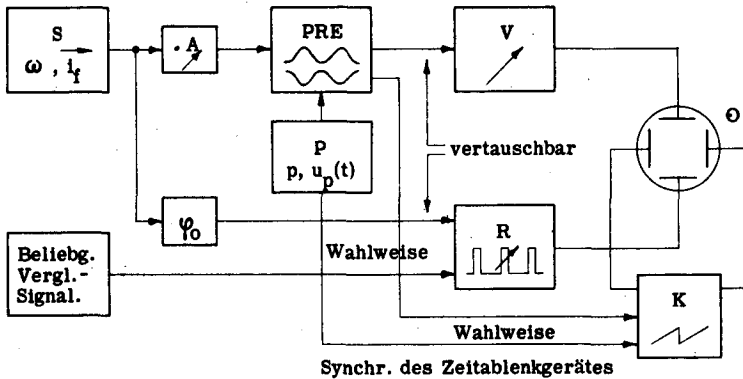
Gut messbar sind lediglich die Amplituden- und Phasenfunktionen der resultierenden Schwingungen, nicht jedoch diejenigen der Anfangsspannungen \bar{u}_0 der freien Schwingungen allein. Dadurch erscheinen im Experiment auch die Enveloppen der submultiplen Züge als entsprechend stark verflacht.

3. 13. Experimentelle Schwierigkeiten.

Das Haus war durch mannigfache Störquellen derart verseucht, dass vernünftige Versuche oft gänzlich verunmöglicht wurden. Das Einstellen der vielen, an engste Parameterbezirke gebundenen Schwingungsformen wurde durch statistische Schwankungen der laboratoriums-mässig bestens stabilisierten Speisespannungsquellen, sowie durch thermische Abwanderungserscheinungen sehr erschwert. Das Zeitachsengerät des an sich ausgezeichneten Oscillographen liess sich im Bereich der verwendeten Frequenzen zudem kaum durch die Amplitudenfunktionen synchronisieren.

Die Oscillogramme wurden deshalb mit einer Leica-Kamera samt Teleobjektiv und einem sehr empfindlichen Film (Ilford HP3 Hypersensitive Panchromatic) aufgenommen. Der erforderlichen geringsten Belichtungszeit von $\frac{1}{20}$ sec. entsprechen in der Abb. 3. 3- 3 z.B. 50 sich deckende Oscillographenbilder. Die Helligkeit des Schirmbildes der Kathodenstrahlröhre, sowie die Amplituden der zur Phasenvergleichsmessung erforderlichen Sprungspannungen mussten etwas über das normale Mass hinaus vergrössert werden. Dadurch haben die ansonst ausserordentlichen Schärfen der Oscillographenbilder und der Phasenlinien etwas gelitten.

Trotz aller Schwierigkeiten hat sich Herr dipl. Phys. Tobias Häfter in freundschaftlicher Weise der Mühe der Herstellung photographischer Aufnahmen unterzogen. Unter den gegebenen Umständen dürfen die erhaltenen Bilder als ein kleines Kunstwerk betrachtet werden.

3.2. Die prinzipielle Versuchsanordnung.**3.21. Blockschaema.****Abb. 3.2-1. Das Prinzipschaema der Versuchsanordnung.**

Es bedeuten:

- S = Fremdsignalgenerator, moduliert oder unmoduliert, Frequenz einstellbar. Maximale Ausgangsspannung ca. 100 mV.
- A = Abschwächer, ergibt das "Antennensignal" des Pendelrückkopplungsempfängers.
- PRE = Pendelrückkopplungsempfänger universellster Versuchsbauart.
- V = Oszillographenverstärker, breitbandig und regelbar.
- P = Pendelspannungserzeuger mit einstellbarer Frequenz, Amplitude und Kurvenform.
- R = Erzeuger einer sehr steiflankigen Rechteckspannung aus dem hochfrequenten Signale des Generators S.
- φ_0 = Phasenschieber zu Eichzwecken.
- O = Oszillograph (Braunsche Röhre).
- K = Kippperät zur Erzeugung der Zeitablenkung des Oszillographen.

3.22. Allgemeine Beschreibung.

Die Arbeitsweise ist aus dem Blockschaema der Abb. 3.2-1 ersichtlich. Eine detailliertere Beschreibung der Apparaturen erfolgt in Kapitel 5. Der Pendelrückkopplungsempfänger (PRE) ist, zusammen mit dem Pendelspannungserzeuger (P), derart gebaut, dass beinahe jede beliebige Zusammenstellung der Parameter ermöglicht wird. Gleichzeitig können die Formen und die Ausmasse der praktisch in Erscheinung tretenden Nichtlinearitäten nachgeahmt werden. Dabei verbleiben die einzelnen Funktionen so weit als notwendig rückwirkungsfrei getrennt. Die Apparatur ist selbst als Sperrschwinger und damit als Self-Quenching-PRE verwendbar.

Die Speisespannungsquellen sind weitgehend aufgetrennt worden. Auf eine genügende Stör-

befreiung wurde besonderes Gewicht gelegt.

Währenddem die Resonanzfrequenz des Schwingensystems bei allen grundsätzlichen Versuchen entweder 1 MHz oder 220 kHz betrug, wurde sie für die Untersuchungen mit frequenzmodulierten Fremderregungen erheblich hinaufgesetzt.

3. 23. Das Prinzip der Phasenmessung.

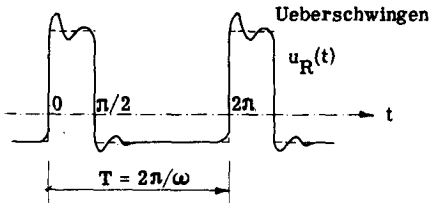


Abb. 3.2-2. Die Form der Ausgangsspannung des Rechteckgenerators R.

Der Rechteckspannungserzeuger verarbeitet Eingangsspannungen im Amplitudenbereich von 1 bis 500 mV in der in Abb. 3.2-2 dargestellten Weise. Aus später ersichtlichen Gründen wurde ein Intervallverhältnis von 1:3 gewählt.

Eine Betrachtung der zeitabhängigen Phasenverschiebung einer oscillographierten Schwingung gegenüber einer irgendwelchen Vergleichsfrequenz könnte dadurch ermöglicht werden, dass die letztere zur Intensitätsmodulation des Kathodenstrahles herangezogen würde. Dies war nun aber unter den gegebenen Verhältnissen aus verschiedenen Gründen nicht möglich. Deshalb wurde der Strahl in doppelter Weise ausgelenkt, indem die vergleichsfrequente Rechteckspannung (Abb. 3.2-3) der Messspannung überlagert wurde. Die Verschiebung muss nun ausserordentlich rasch vor sich gehen, da sie zur Darstellung engbegrenzter Sprungzeiten nur einen verschwindenden Bruchteil der vollen Schwingungsdauer beanspruchen darf. Bei Frequenzen über 200 kHz erhebt sich demnach die Forderung nach Flankensteilheiten, welchen An- und Abstiegszeiten von unter 10^{-8} sec entsprechen.

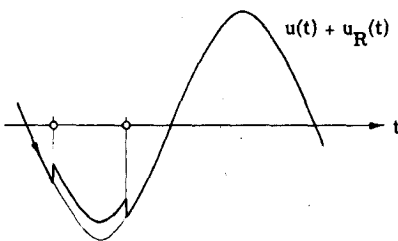


Abb. 3.2-3. Das Zustandekommen der Phasenlinien durch gewöhnliche Überlagerung.

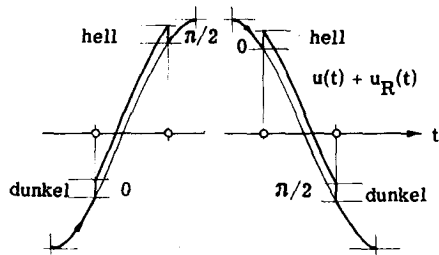


Abb. 3.2-4. Die Vertauschung der hellen und dunklen Phasenlinien von der Vorder- zur Hinterseite einer Schwingung.

Gemäss den Darstellungen der Abbildungen 3. 2- 3 und 3. 2- 4 treten nun zwei mögliche Fälle ein :

1. Der Sprung erfolgt in der Ablenkrichtung des Kathodenstrahles durch die zu messende Schwingspannung : Die Sprungzone wird derart rasch durchlaufen, dass der Fluoreszenzschirm nicht mehr genügend angeregt werden kann. Sie verursacht somit eine dunkle Stelle im Oscillogramm.
2. Der Sprung erfolgt der Ablenkrichtung entgegen : Die Sprungzone wird kurz hintereinander zu zweien Malen durchlaufen. Die höhere Intensität der Strahlung lässt einen derartigen Punkt als hell erscheinen.

* Die Aneinanderreihung der auf diese Weise entstandenen Punkte ergibt die Gesamtheit der * Phasenlinien. Ihre Lagen ergeben sich aus den gegenseitigen Phasenlagen der unter sich * verglichenen Schwingspannungen. Die Vergleichsspannung kann einer irgendwie modulierten * Schwingung angehören. Beim Vergleiche zweier sinusförmiger Schwingungen pflanzen * sich die Phasenlinien schraubenförmig fort, wobei den dunklen Partien der "Hinterseite" * helle Linien der "Vorderseite" entsprechen.

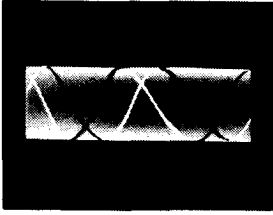
* Mit dieser Methode ist es nun möglich, auch ohne eine Intensitätsmodulation des Elektronenstrahles irgendwelche Phasenbetrachtungen innerhalb des Oscillographenbildes selbst * vornehmen zu können, so dass die Amplituden- und Phasenbeziehungen im Zusammenhang * erscheinen.

Im allgemeinen wird die absolute Phasendifferenz aus der relativen Lage der Phasenlinie zur Enveloppe der Schwingung bestimmt werden müssen. Nur bei konstantem Betrage der oscillographierten Spannung werden unmittelbar Absolutwerte herausgelesen werden können.

Zum Zweck reiner Phasenmessungen ist deshalb die veränderliche Schwingung dem Rechteckspannungserzeuger, die Vergleichsspannung konstanter Amplitude hingegen dem Oscillographen zuzuführen. Es besteht auch die Möglichkeit, eine der beiden Schwingungen mittels eines geeigneten Regelverstärkers auf einen annähernd konstanten Betrag der Amplitude auszuglätten. Unerwünschte Phasendrehungen in den Hilfsaggregaten können durch einen zusätzlichen Phasenschieber (vgl. Abb. 3. 2- 1) kompensiert werden.

Die Rechteckspannung kann im Prinzip auch der Zeitablenkspannung überlagert werden, doch waren die auf diese Weise erhaltenen Resultate nicht befriedigend. Die Anzahl der gleichzeitig zu untersuchenden Phasenbeziehungen lässt sich durch Anfügen weiterer Rechteckspannungserzeuger beliebig erhöhen. Wird jeweils nur eine einzige gewünscht, so ist eine Sägezahnspannung herzustellen. Ein Impulsverhältnis von 1 : 3 hat sich als sehr brauchbar erwiesen, da beim Zusammenfallen der einen Linie mit der Bildenveloppe einer quasiharmonischen Schwingung die andere gerade in das Gebiet höchster Spannungsänderung zu liegen kommt.

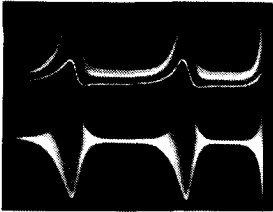
Diese Methode gestattet das Studium an sich recht undurchsichtiger Vorgänge.

3. 24. Beispiele für gleichzeitige Messung der Amplituden- und Phasenverläufe.Abb. 3. 2- 5. $f = 300 \text{ kHz}$

Phasenvergleich zweier etwas verzerrter Sinusschwingungen nahezu gleicher Frequenzen. Die konstante Amplitude gestattet das direkte Herauslesen des absoluten Phasenverlaufes.

Abb. 3. 2- 6. $f = 300 \text{ kHz}$

Beispiel eines komplizierteren Phasenvergleiches : Stabile, quasistationäre Synchronisierungen eines Generators durch eine stabile, subperiodische Zweierfolge nichtlinear begrenzter, entarteter, kohärenter PRE-Schwingungen. Phasenvergleich mit dem Antennensignal des PRE.

Abb. 3. 2- 7. $f = 220 \text{ kHz}$

Beispiel inkohärenter Pendelschwingungszüge. Zur Verdeutlichung der Ausbildung der Phasenlinien wurde die Rechteckspannung durch Wahl entsprechend hoher Arbeitswiderstände sehr gross gewählt. Dabei trat aus schaltungstechnischen Gründen ein starkes Ueberschwingen und eine erhebliche

Verzerrung der Kurvenform auf. Die obere Begrenzung der unteren Bildfläche entspricht einer der Phasenlinien.

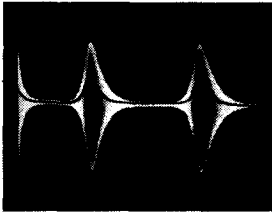
3.3. Beispiele.

=== =====

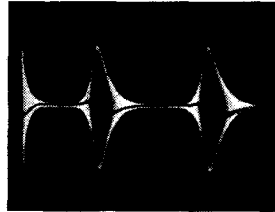
Anmerkung: Sämtliche Photographien der Oscillogramme dokumentieren resultierende Schwingungsformen bei stetiger Variation der Systemparameter. Die Phasenlage wird mit derjenigen des erregenden Fremdsignals verglichen. Bezüglich der Phasenmessung vergleiche man die Ziff. 3.2.

3.31. Lineare Inkohärenz.

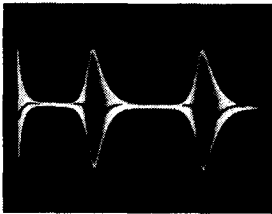
Bestätigung der ursächlich linear bedingten Zuordnung der Phasenlage der freien Schwingungen zu jener des Fremdsignals (Ziff. 1.64, Gl. (1.6/95)).



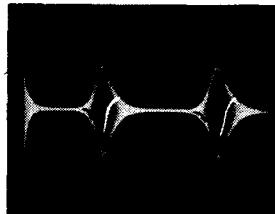
a)



b)



c)



d)

Abb. 3.3-1. Lineare Inkohärenz.

Fig. a): Resonanz; b): Etwas verstimmt; c): In derselben Richtung noch mehr verstimmt; d): Starke Verstimmung in derselben Richtung um ein geringes Vielfaches der Pendelfrequenz.

Man beachte vor allem die eindeutige Wiederkehr der Phasenverläufe.

Versuchsdaten: Systemsfrequenz: $f_{\text{res}} \approx 222 \text{ kHz}$; Pendelfrequenz: $f_p \approx 2 \text{ kHz}$.
Fremdsignalspannung ca. $20 \mu\text{Volt}$.

Jede Aufnahme umfasst ca. 50 übereinanderliegende Doppelperioden.

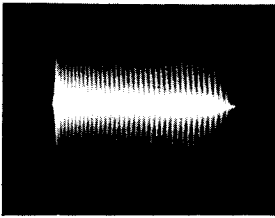
3. 32. Allgemein nichtlineare Kohärenz. $u_r(u_0')$ monoton verflachend.3. 321. Submultiple Folgen und Existenzbereiche normaler Entartungen.

In Uebereinstimmung mit dem Versuchsprogramm (Ziff. 3.11, 3.) bestätigen die nachstehenden Photographien der diesbezüglichen Oscillogramme

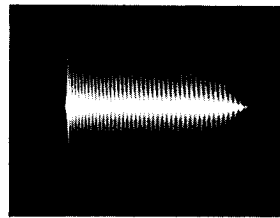
- a) die Tatsache der submultiplen und subperiodischen Folgen entarteter Schwingungszüge (Abb. 3. 3- 2 und 3. 3- 3),
- b) die beschriebene Organisation der normalen Entartungsbezirke (Abb. 3. 3- 2, sämtliche Fig.), sowie
- c) den Normalzustand der Entartung für $\mathfrak{D}_{red.} = \pi$ (Abb. 3. 3- 2, Fig. k und l, wie auch Abb. 3. 3- 3).

Den sämtlichen Bildern liegen jeweils die gleichen Systemsdaten zugrunde. Verändert wurden lediglich die mittlere Dämpfung, die Pendelfrequenz und die Verstimmung. Die positiven Amplituden werden gegenüber den negativen einer stärkeren nichtlinearen Begrenzung unterworfen.

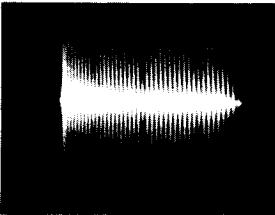
In Fig. 3. 3- 2a ist ein Zustand wiedergegeben, wie er nahe der sehr störanfälligen Grenzen der instabilen Bereiche auftritt. Die nachfolgenden Abbildungen ergeben sich bei sukzessiver Verminderung der relativen Verstimmung bezüglich der in dem betreffenden Bereich eingeschlossenen Senke. Fig. 3. 3- 2 l charakterisiert diesen Zustand selbst ($\mathfrak{D}_{red.} = \pi$).



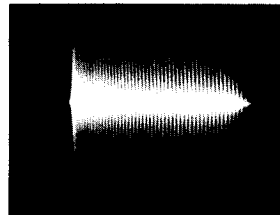
a). Unperiodische Entartung bei $u_r/u_o \gg 1$. Grenznähe der Stabilität. (Bildverschiebung während der Aufnahme).



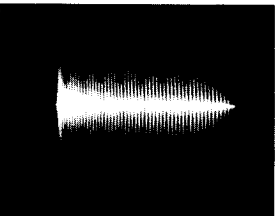
b). Unperiodische Entartung bei $u_r/u_o \gg 1$. Submultipler Zyklus von 15 verschiedenen Pendelzügen. Vergleiche die Uebereinstimmung mit der Abb. 2.6-1b.



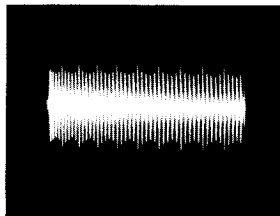
c). Unperiodische Entartung bei $u_r/u_o \approx 1$. Submultiple 11-12er-Folge.



d). Entartung unperiod. od. ev. in 4 Zyklen (Umläufen) periodisch. Submultiple 9er-Folge. $u_r/u_o \gg 1$.

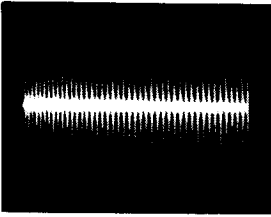


e). Entartg. unper., ev. in mehreren Zyklen periodisch.



f). Entartung zu subperiodischer 5er-Folge.

Abb. 3.3-2. Beispiele verschiedener submultipler und subperiodischer Entartungen. Fremdfrequenz variiert von der Nähe einer Stabilitätsgrenze (a) gegen die zugehörige Senke hin.



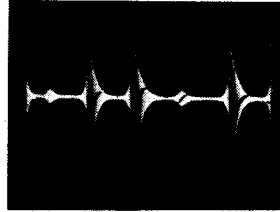
g). Entartg. zu subperiod. 4er-Folge. Durch Vergleich der pos. und neg. Amplit. ist der Einfluss der Nichtlinearität auf die Phasenlage der Generatorschwingung zu ersehen.



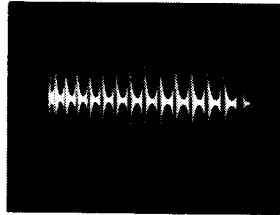
h). Entartg. zu subperiod. Dreierfolge mit betontem Uebergang in den ungesättigten Zustand.

i). Entartg. zu subperiod. 3er-Folge mit betontem Uebergang in den ungesättigten Zustand.

$u_r/u_o \approx 1$. Trotz starker Belichtung sind die Phasenlinien noch zu erkennen.



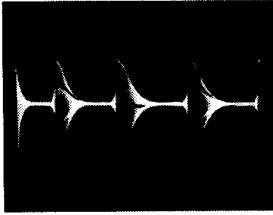
k). Subperiodische 2er-Folge an der Grenze des für sie stab. Verstimmungsbereiches.
 $u_r/u_o \approx 1$. Vgl. die Abb. 2.4-4b und 2.4-5b.



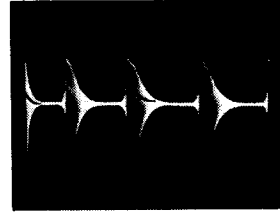
l). Subperiodische 2er-Folge für eine Senkenfrequenz
 $\omega = \bar{\omega}_o + p/2 \pm kp$, $\delta_{red} = \pi$.
Diese Zustände können anhand der Bedingung gleicher Amplituden sehr genau aufgefunden werden. Vgl. die Abb. 2.4-2b, 2.4-3b.

Abb. 3.3-2. Weitere Beispiele verschiedener subperiodischer Entartungen.

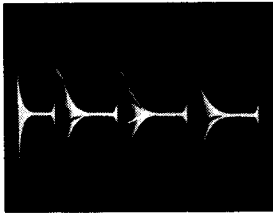
Variation der Fremdfrequenz bis zur Senkenlage (Fig. 1).



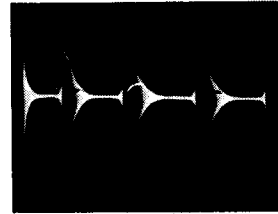
a). Verstimmung
 $(\omega - \bar{\omega}_0) = p/2 + kp - \Delta$.
Untere Grenze des
 Verstimmbereiches.



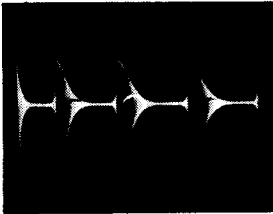
b). Verstimmung
 $(\omega - \bar{\omega}_0) = p/2 + kp$,
 $\mathfrak{D}_{red.} = \pi$. Senke der
 Resonanzkurve für $u'_0(\omega)$,
 Symmetrie der Vektoren.



c). Verstimmung
 $(\omega - \bar{\omega}_0) = p/2 + kp + \Delta$.
Obere Grenze des
 Verstimmbereiches.



d). Verstimmung
 $(\omega - \bar{\omega}_0) = p/2 + (k+1)p$.
 Benachbarte Senke.



e). Verstimmung
 $(\omega - \bar{\omega}_0) = p/2 + (k+2)p$.
 Uebernächste Senke.

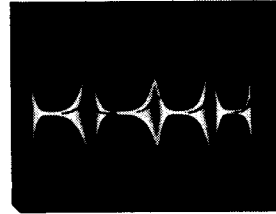


Abb. 3.3-4.
Singuläre Entartg. für $\mathfrak{D}_{red.} = 0$,
 Abb. 2.5-3, Fall C.

Abb. 3.3-3. 2er- Folge mit geringem Verstimmbereich. Frequ. 220/4 kHz.

3.33. Allgemein nichtlineare Kohärenz. Teilstück fallender Inversion der Restspannungscharakteristik (Abb. 2. 5- 18 und 2. 5- 3, Fig. 3, Fall C).

Abb. 3. 3- 4 veranschaulicht ein experimentelles Beispiel einer anormalen Entartung der beschriebenen Art. Die Schwingungszüge weisen abwechslungsweise ungleiche Amplituden, dafür aber gleichartige Phasenzustände auf (vgl. die Ziff. 2. 562- 33 und 2. 632).

3. 4. Prinzipielles Ergebnis der Versuche; Verallgemeinerung.

3. 41. Versuchsergebnisse.

Die Experimente zeitigen im Wesentlichen die folgenden Resultate :

1. Der grundsätzliche Charakter der auftretenden Erscheinungen ist vom genauen zeitlichen Verlauf der Variationen der Schaltelemente weitgehend unabhängig.
2. Die in den Teilen 1 und 2 aufgestellte Theorie wird vollumfänglich bestätigt, wenn von den noch nicht geklärten Fragen abgesehen wird (Ziff. 2. 65).

3. 42. Verallgemeinerung.

Das geschilderte Verhalten eines schwingungsfähigen Systems kann aus grundsätzlichen Betrachtungen heraus verstanden werden. Wird es sich selbst überlassen, so führt es ein von seiner Umwelt unabhängiges Eigenleben. Schwache und langsam verlaufende Schwankungen der Parameter verschaffen ihm variierende Lebensbedingungen. Die Einspeisung eines wesensverwandten Fremdsignals (Erregung ungefähr gleicher Frequenz) ist als ein Versuch zu werten, dem Schwingungssystem einen fremden Willen aufzuzwingen. Ein Erfolg ist aber an das Vorhandensein eines Mindestbetrages der Störenergie gebunden. Nebst der Wesensverschiedenheit hängt dieser ab von der Anpassungs- und der Selbstregierungsfähigkeit des Systems, sowie von der Art und dem Ausmass der eintretenden Rückwirkungen. Wird dieses Minimum überschritten, so stehen die beteiligten Systeme unter gegenseitiger, von den Einwirkungsmöglichkeiten abhängiger Regierungsgewalt. Es herrscht damit neuerdings ein gesetzmässiger Zustand vor. Dieser äussert sich bei elektrischen Systemen wie folgt:

1. Keine äussere Veränderung der Lebensbedingungen (Parameterschwankungen).

- a). Nicht selbst regierungsfähige Anordnungen (lineare und gewisse nichtlineare Systeme):
Erzwungene Schwingungen mit oder ohne Rückwirkungen, Schwebungen. (Keine Rückwirkung: Reines Gehorchen).
- b). Selbstregierungsfähige Systeme (begrenzte Nichtlinearität):
 - b1). Einseitige Synchronisation (keine Rückwirkung): Völlige Diktatur. Unter Umständen Erlöschen des Eigenlebens.
 - b2). Gegenseitige Synchronisation (Rückwirkung vorhanden):
Gemeinsame Regierung, "vertragsmässiger" Zustand.
 - b3). Nur bei Fremderregung auftretende oder periodisch synchronisierte Sperrschwingungen (Self- Quenching - PRE).

2. Vorhandene Veränderungen der Lebensbedingungen (Parameterschwankungen).

- a). Nicht selbst regierungsfähige Anordnungen :
 - a1). Modulierte erzwungene Schwingungen (unterkritisch entdämpfter PRE).
 - a2). Stabile, lineare, kohärente PRE- Schwingungen (Inkohärenz ein Spezialfall).
 - a3). Gewisse stabile, nichtlineare PRE- Schwingungen (Einfluss nichtbegrenzender Nichtlinearitäten).
- b). Voll oder beschränkt selbstregierungsfähige Systeme :
 - b1). Modulierte, nichtlineare erzwungene Schwingungen (begrenzende Nichtlinearitäten).
 - b2). Stabile, nichtlineare PRE- Schwingungen, unter gewissen Bedingungen identisch mit den Schwingungen eines synchronisierten Generators, welcher einer zusätzlichen pendelfrequenten Modulation unterworfen wird.
 - b3). Stabile, subperiodisch kohärente PRE- Schwingung, wiederum unter gewissen Bedingungen mit den doppeltfrequent (Pendelfrequenz und Subfrequenz) modulierten Schwingungen eines synchronisierten Generators identisch.
 - b4). Stabile, periodische oder subperiodische Sperrschwingerzustände (Besondere Schwingungsformen gewisser Self- Quenching- PRE).
 - b5). Gewisse stabile, subperiodische Zustände parametrischer Erregung.

Dem Schwingsystem muss entweder eine gewisse Gutmütigkeit, oder aber ein Interesse zur Zusammenarbeit zugebilligt werden. Wenn überhaupt möglich, so unterwirft es sich stets einem stabilen, organisierten Zustand, und damit auch einer vernünftigen Gesetzmässigkeit. Falls der Wille zu selbständigem Handeln allzustark betont ist, muss das organisierte Verhalten der unperiodischen Schwingungsform eines gestörten Eigenlebens weichen (Instabile Kohärenz und submultiple, nicht subperiodische Entartungsformen).

Die obigen Verallgemeinerungen brauchen sich nicht auf das Gebiet technischer Schwingungen zu beschränken.

**4. Teil. Die Möglichkeiten der Verwertung gewisser Eindeutigkeitseigenschaften,

 insbesondere im Hinblick auf die Verwendung des Pendelrückkopplungsprinzips

 zum Empfang phasen- und frequenzmodulierter Signale.

**4.1. Die Eigenschaften der Schwingungszüge eines PRE und die Eindeutigkeit deren
 =====
 Zuordnung zu den Modulationszuständen des Fremdsignals.
 =====**

4.11. Die allgemeinen Eigenschaften der Schwingungen eines PRE.

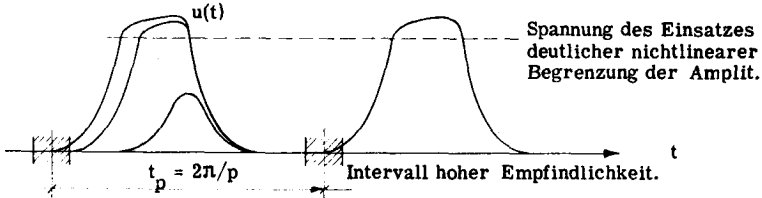


Abb. 4.1- 1. Die allgemeinen Enveloppen der Schwingungszüge.

Die zeitlichen Verläufe der Enveloppen (Amplituden) der Schwingungszüge sind nach all den Ausführungen in Teil 2 wohl verständlich (Abb. 4.1- 1). Die resultierenden Schwingungen setzen sich durch Ueberlagerungen aus den dominierenden freien Ausgleichsschwingungen und den erzwungenen Schwingungen relativ geringer Amplituden zusammen. Sie werden in den Intervallen beginnender Entdämpfung aus den jeweiligen Rhythmen der Energiependelungen heraus geboren und damit nach den Phasenlagen ein jedes Mal dem erregenden Fremdsignal angeglichen. Wie im Zusammenhang mit Gl. (1.6/95) gezeigt wurde, ergibt sich dieser Prozess aus physikalischen Gründen heraus in ursächlich rein linearer Art und Weise. Die bedeutungsvollen Phasendrehungen finden beim PRE vornehmlich in Zeitabschnitten geringer Amplituden statt. Diese sind in Abb. 4.1- 1 durch Schraffierung angedeutet.

Die resultierenden Schwingungen können demnach durch eine allgemein modulierte Hauptschwingung samt dem diese umgebenden Spektrum unerwünschter Frequenzen dargestellt werden wie folgt :

$$\vec{u}(t) = P_A(t) \sin \left(\int^t \omega \cdot d\tau + \varphi_0 + \Phi(t) + P_\varphi(t) \right) \quad (4.1/1)$$

- + höhere Harmonische der Fremdfrequenz,
- + verschiedene Kombinationsfrequenzen (unter nichtlin. Bedingungen),
- + pendelfrequente Glieder (Gleichstromschwankungen etc.),
- + Störschwingungen.

Die Faktoren und Summanden der Beziehung (4.1/1) erhalten die folgenden Bedeutungen:

$P_A(t)$: Amplitudenfunktion. Sie setzt sich zusammen aus:

1. einer linearen Überlagerung der erzwungenen und der phasenmässig gebundenen freien Schwingungen. Hieraus ergibt sich im Wesentlichen die pendelperiodische Grundform der Enveloppe;
2. der nichtlinearen Beeinflussung der freien Schwingungen im Begrenzungsintervalle, abhängig vom Modulationszustande des Fremdsignals;
3. der nichtlinearen Beeinflussung während des Anschwingprozesses, vornehmlich im Anfangsstadium, wiederum in Abhängigkeit vom Zustande der Fremdsignalmodulation;
4. der Amplitudenmodulation des Fremdsignals, inklusive allfälliger, hiedurch ausgelöster Einschwingverzerrungen;
5. der parasitären Amplitudenmodulation bei Phasenmodulation des Fremdsignals, einschliesslich allfälliger, dadurch ausgelöster Einschwingverzerrungen, hervorgerufen durch das selektive Verhalten des Schwingensystems und allfälliger Vorzeichen. Massgebende Bedeutung erlangen die Abweichungen der mittleren Fremdfrequenz von der mittleren Resonanzfrequenz, sowie die Modulations- resp. Variationsfunktionen der beiden Schwingfrequenzen;
6. den Einflüssen der relativen Lage der mittleren Eigenfrequenz, sowie der pendelfrequenten Variation derselben.

$P_\varphi(t)$: Analoge Phasenfunktion, in sinngemässer Weise wiederum von den erwähnten Gegebenheiten abhängig. Die Rückwirkung der Amplitudenmodulation des Fremdsignals auf den Phasenverlauf der Schwingung wird vornehmlich durch Veränderungen der nichtlinearen Beeinflussungen bedingt.

$\omega(t)$: Modulationsfrequent variierende Fremdfrequenz.

$\Phi(t)$: "Sägezahnförmige" Korrekturfunktion, derart, dass innerhalb eines jeden Pendelzuges die Momentanfrequenz der resultierenden Schwingung der variierenden Eigenfrequenz der dominierenden freien Schwingung angenähert wird (vgl. Abb. 4.1-2). $\Phi(t)$ besteht somit im Wesentlichen aus dem Integral $\Phi(t) = \int_0^t (\omega_0 - \underline{\omega}) d\tau$, wenn $\underline{\omega}$ die (4.1/2) Fremdfrequenz zu Beginn des betreffenden Anfachungsintervalles bezeichnet. Diese Funktion enthält auch die Phasenlage der Systemsschwingung gegenüber der Fremderregung für die mittlere Verstimmung.

φ_0 : Willkürliche Anfangsbedingung mit systemsbedingter Grundkomponente.

Jede einzelne der obigen Funktionen ist im allgemeinen in komplizierter Weise von den Parameterschwankungen des Schwingensystems, sowie von den modulationsbedingten Veränderungen des Fremdsignals abhängig.

Bei kohärentem Betriebsverhalten treten zusätzliche, restspannungsbedingte Abhängigkeiten und Einschwingverzerrungen auf (vgl. Kap. 2. 3 uff.). Sodann erlangen die nichtlinearen Beeinflussungen während des Abschwingens und in den Intervallen der Begrenzung ganz erhebliche Bedeutung.

PRE mit selbsterzeugter Pendelspannung (Self- quenching- PRE) ergeben zusätzliche Verwicklungen der Funktionen.

Die Auswirkungen der störenden Spektralkomponenten, vornehmlich der hochfrequenten Kombinationsfrequenzen und Oberwellen, wie auch pendelfrequenter Glieder, hängen in starkem Masse von den getroffenen Schaltungsmassnahmen ab.

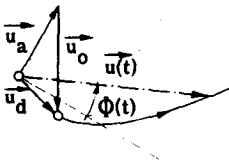
An Störschwingungen unvermeidlicher Natur treten vor allem auf (vgl. Ziff. 2. 217):

1. Ausgleichsschwingungen auf Grund der Gleichstromvariationen, sowie
2. die Beiträge der Rauscheinflüsse.

Ganz allgemein können bei moduliertem Fremdsignal sowohl bei kohärenter, als auch bei inkohärenter Betriebsweise nichtlinear begrenzte Schwingungszüge mit solchen praktisch unbegrenzter Amplitude abwechseln. Die Beziehung (4.1/1) lässt sich somit in die allgemeine Form kleiden:

$$\underline{\bar{u}}(t) = A(pt, \text{Modulat.}, \text{Par.}) \cdot \sin \left(\int^t \omega d\tau + \varphi_0 + \Phi(pt, \text{Modulat.}, \text{Par.}) \right) \quad (4.1/3).$$

Als Mittelfrequenzen treten die entsprechenden Seitenbänder der Gl. (1.6/95) auf (vgl. Ziff. 1. 642- 2).



Beispiel einer inkohärenten Schwingung.

Fig. a.

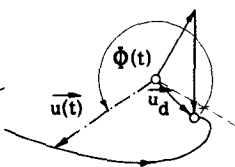


Fig. b.

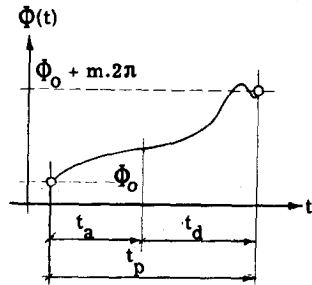
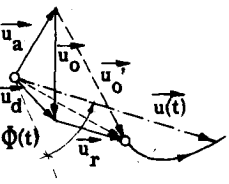


Fig. c.



Beispiel einer kohärenten Schwingung.

Fig. d.

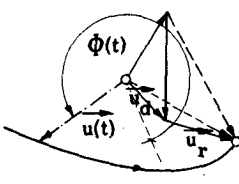


Fig. e.

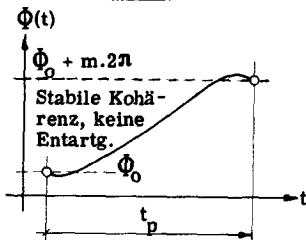


Fig. f.

Abb. 4.1- 2. (vgl. auch Abb. 2. 2- 2).

Beispiele inkohärenter und kohärenter Schwingungsverläufe. Ausbildung der Phasen- funktionen der resultierenden Schwingungen u(t) bezüglich einer beliebigen Bezugs- phasenlage der Fremderregung. Keine Entartung.

Es ist ersichtlich, dass die Variationsfunktion $\Phi(t)$ der Phase eine Verschiebung des Mittelwertes der Frequenz der resultierenden Schwingungen nichtentarteter Form um den Betrag $m \cdot p$ (p = Variationskreisfrequenz) bewirkt. Dieser ist somit identisch mit der Verschiebung der "Trägerfrequenz" einer Seitenbandgruppe des Spektrums gemäss Abb. 1. 6- 10. Die Ordnungszahl m ergibt sich aus der Verstimmung der Frequenz des Fremdsignals gegenüber dem Eigenfrequenzmittelwert des Systems.

4. 12. Das unterschiedliche Verhalten der Phasenfunktionen nichtentarteter Schwingungen eines PRE gegenüber jenem eines in Impulse zerlegten, frequenzmodulierten Signals.

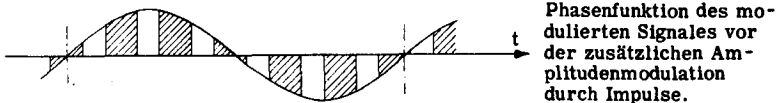


Abb. 4. 1 - 3a. Prinzipieller Phasenverlauf eines frequenzmodulierten Signales.

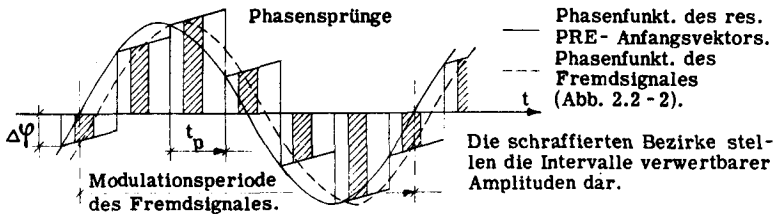


Abb. 4. 1 - 3b. Schematische Darstellung des zeitlichen Phasenverlaufes der resultierenden Schwingungen eines Pendelrückkopplungsempfängers.

Wird eine an sich bereits phasen- oder frequenzmodulierte Schwingung nachträglich durch Zerhackung in Impulse zusätzlich amplitudenmoduliert, so folgt die momentane Phasenlage der Schwingung dennoch getreu dem ursprünglichen Modulationszustande.

Bei den Schwingungen eines PRE hingegen wird ein jeder der zur Anfachung gebrachten Schwingungszüge gemäss den vorangegangenen Ausführungen jeweils zu Beginn des Entdämpfungsintervalles in eine strenge Beziehung zur Phasenlage des erregenden Fremdsignals gebracht. Im Verlauf der anschliessenden Pendelperiode bestehen lediglich nichtlineare Beeinflussungen der Phasenlage der freien Schwingungen.

Die resultierenden Schwingungen weisen bereits in den Entdämpfungsmomenten Phasenverschiebungen gegenüber der Erregung auf. Werden nur die dominierenden freien Schwingungen betrachtet, so wird $\Delta\varphi = \varphi_0$ (vgl. z.B. Abb. 2.2 - 2).

* Die Phasenänderungen des Fremdsignals können nur sprunghaft ermittelt werden
* (Abb. 4. 1 - 3 b). Die wesentlichen Änderungen der Phasenwinkel vollziehen sich aber
* zu Beginn der Entdämpfungsintervalle, so dass sie angesichts der dannzumal stets sehr
* geringen Amplitudenbeträge (Schwingungsenergie) kaum erfassbar sind.

- * In den Zeiten verwertbarer Amplituden beschränken sich die Phasenschwankungen auf
- * die an sich ungetreu reproduzierbaren Auswirkungen nichtlinearer Beeinflussung.

Diese Tatsachen sind zur Erörterung der Verwertbarkeit der Phasenschwankungen von grundsätzlicher Bedeutung.

4.13. Die Eindeutigkeit der Zuordnung der Amplituden- und der Phasenfunktionen der PRE-Schwingungen zu den Modulationszuständen des erregenden Fremdsignales.

Die PRE-Schwingungen seien in symbolischer Weise dargestellt durch

$$\vec{u}(t) = A(t) \cdot \sin\{\psi(t)\} \quad (\text{vgl. Gl. (4.1/3)}) \quad (4.1/4),$$

währendem sich das erregende Fremdsignal ausdrücken lässt durch

$$\vec{i}_f(t) = M(t) \cdot \sin\{\chi(t)\} \quad (M, \chi \text{ Modulationsfunktionen}) \quad (4.1/5).$$

Das Schwingensystem ist demnach charakterisiert durch die Uebertragungsgleichungen

$$A(t) = A_A(M(t), \chi(t)) \quad \text{und} \quad \psi(t) = A_\psi(M(t), \chi(t)) \quad (4.1/6a,b).$$

Für das Aufsuchen der ursprünglichen Modulationsfunktionen aus den Demodulationsprodukten ergeben sich in umgekehrter Weise die wesentlichen

- * Beziehungen $M(t) = M_M(A(t), \psi(t))$ und $\chi(t) = M_\chi(A(t), \psi(t))$ (4.1/7a,b).

- * Sind sie eindeutige Funktionen, so lassen sich die Modulationsanteile der Erregung nur dann herleiten, wenn auch die Uebertragungsbeziehungen (4.1/6) eindeutige Zusammenhänge liefern.

- * (Ein-)Eindeutigkeit tritt bei inkohärentem Betriebsverhalten auf (vgl. Kap.2.7).

- * Kohärente Schwingungsformen liefern nur sehr beschränkte Gebiete eindeutig auswertbarer Zusammenhänge (vgl. z. B. Abb. 2.3-7a und Ziff. 2.325). Angesichts der übrigen Nachteile sind sie somit auch aus diesem Grunde auszuschalten (Kap. 2.7).

Normalerweise sind keine gemischten Modulationen des Fremdsignals beabsichtigt. Ebenso wird von einer Demodulationsordnung in entsprechender Weise nur verlangt, dass sie einen bestimmten Anteil der zur Uebermittlung von Nachrichten erforderlichen Modulation des Fremdsignals herzustellen vermöge. Die Uebertragungsgleichungen nehmen damit die folgenden Formen an:

$$A(t) = A_{AM}(M(t)) \quad (4.1/8a), \quad A(t) = A_{A\chi}(\chi(t)) \quad (4.1/8b),$$

$$\psi(t) = A_{\psi M}(M(t)) \quad (4.1/8c), \quad \psi(t) = A_{\psi\chi}(\chi(t)) \quad (4.1/8d),$$

resp.

$$M(t) = M_{MA}(A(t)) \quad (4.1/9a), \quad M(t) = M_{M\psi}(\psi(t)) \quad (4.1/9b),$$

$$\chi(t) = M_{\chi A}(A(t)) \quad (4.1/9c) = \quad \chi(t) = M_{\chi\psi}(\psi(t)) \quad (4.1/9d).$$

Eine der verschiedenartigen Modulationen wirkt stets entweder als Parameterfunktion, oder aber parasitär. Gl. (4.1/8a) z. B. beschreibt den Empfang amplitudenmodulierter, Gl.(4.1/8b) dagegen denjenigen frequenzmodulierter Signale auf dem Wege über eine geeignete Umformung in eine Schwankung der Amplitude. Gl.(4.1/8d) vermittelt andererseits die Uebertragungseigenschaften einer Phasenfunktion des dem Diskriminator vorgeschalteten Empfängerteiles.

4. 2. Das grundsätzliche Problem des Locking-Oscillators.

=== =====

Zum Zwecke der Nachrichtenübertragung, wie auch zur Echolotung (Radar) werden sehr häufig Generatoren verwendet, welche in mehr oder weniger periodischer Weise während jeweils relativ kurzer Zeit in den schwingenden Zustand versetzt werden. Den Anlass zum Anschwingen bildet nach der Einleitung der hiezu notwendigen Bedingungen irgendeine Störung. Bei Fortfall eines jeglichen Signals besteht diese aus der in jenem Moment wirksamen Gesamtheit der statistischen Einzelwirkungen der Leitungselektronen, dem sog. "Rauschen". Die resultierende Erregung lässt sich somit in ein kontinuierliches Band von Einzelschwingungen diskreter Frequenzen zerlegen. Angesichts des selektiven Verhaltens des Schwingsystems wird jedoch nur ein sehr beschränkter Anteil derselben einen wesentlichen Energiebeitrag zu liefern vermögen. Diese ausgewählten Teilerregungen sehr benachbarter Frequenzen setzen sich damit zu einer Signalgruppe zusammen. Auf Grund des Geschehens wird deren Phasenlage zu bestimmten, durch periodische Abstände festgelegten Zeiten in wahlloser Folge beliebige Werte aufweisen. Die Verteilung der Amplitudenwerte der Signalgruppen gehorcht annäherungsweise einer Gauss'schen Funktion.

Das Anschwingen eines Generators ist erstens als ein Bestandteil eines Ausgleichsvorganges zu werten, welcher bei Vorhandensein begrenzender Nichtlinearitäten zu einem stationären Zustande überleitet. Die freien Schwingungen sind an die Stetigkeit der Energieänderungen gebunden. Sie werden gemäss den bisherigen Ausführungen aus den momentanen Pendelungen der Systemsenergie geboren (vgl. z.B. Ziff. 1. 641). Die angefachten Schwingungszüge werden daher ebenfalls die beliebige Verteilung der Phasenlagen der erwähnten Signalgruppen aufweisen. Eine periodische Folge von Schwingungszügen (Impulsen) wird somit bei inkohärentem Verhalten des Systems ein kontinuierliches Spektrum der Frequenzen ergeben.

Bei der Verwendung derartiger Schwingungszüge zur nachmaligen Modulation mit einer zu übermittelnden Nachricht wirkt diese Tatsache unter Umständen recht störend. Eine Vermeidung der in unbestimmter Weise wechselnden Phasenlagen ist nur möglich, wenn der Rhythmus der Energiependelungen einer Organisation unterworfen wird. Dies kann nun in zweifacher Hinsicht bewerkstelligt werden :

- * 1. Die bereits angefachten Schwingungen werden mittels eines kontinuierlichen Fremd-
- * signals dank der begrenzenden Nichtlinearitäten einsynchronisiert, oder aber
- * 2. dem System wird eine dauernde Fremderregung eingeprägt, derart, dass die dadurch
- * erzwungene Schwingung die Störungen in genügendem Masse übertrifft. Damit werden
- * die jeweiligen Anschwingbedingungen, abgesehen von Störungsresten, in eindeutiger
- * Weise festgelegt.

* Die Ursachen einer "Stabilisierung" der ersten Art sind nichtlinearer, diejenigen der zwei-

* ten Art rein linearer Natur. In dauernd fremderregten Systemen tritt zu einer gewollten

* Stabilisierung erster Art stets eine solche 2. Art hinzu. Ansonst entartete, kohärente

* Schwingungsformen können durch eine Stabilisierung erster Art einer Organisation der

* Phasen zugeführt werden.

Die Stabilisierung durch Synchronisation ist in einer sehr interessanten Arbeit von E.E.David (44) behandelt worden.

Innerhalb eines jeden Schwingungszuges werden die Schwingbedingungen infolge der zusätzlichen Einspeisung eines Fremdsignales im Rhythmus der Differenz zwischen der Fremdsignal- und der Eigenfrequenz verändert. Angesichts der Grössenordnungen der Amplituden sind diese Schwebungen jedoch kaum merklich.

- * Die obenerwähnte zweite Methode der Phasenfestlegung ist völlig universeller Natur.
- * Sie ist unabhängig davon, ob die Schwingungen bis zum Wirksamwerden der begrenzenden Nichtlinearitäten angefacht werden oder nicht. Somit kann sie in jeder Schwingungsanordnung angewandt werden.

4.3. Möglichkeiten der Ausnützung der Eindeutigkeitseigenschaften zum superregenerativen
 =====
Empfange phasen- und frequenzmodulierter Signale.
 =====

4.31. Allgemeines.

In physikalischer Hinsicht sind phasen- und frequenzmodulierte Schwingungen wesensgleich. Beide lassen sich darstellen durch

$$i_t(t) = M \sin(\omega t + \Theta(t)), \quad M \neq M(t) \quad (4.3/1).$$

Bei Phasenmodulation steuert die zu übermittelnde Nachricht direkt den Absolutbetrag $\Theta(t)$ der Phase. Damit Eindeutigkeit erreicht wird, darf der maximale Phasenhub Θ_{\max} den Betrag $\pm 2\pi$ nicht übersteigen. Ein Empfänger, welcher zum Empfang phasenmodulierter Signale Verwendung finden soll, muss demnach direkt die Phasenmasse $\Theta(t)$ messen können.

Bei Frequenzmodulation hingegen steuert die modulierende Nachricht den Momentanwert der Schwingungsfrequenz, also der Phasenänderungen $\partial\Theta(t)/\partial t$. Der Phasenhub ergibt sich als Summation der Aenderungen zu

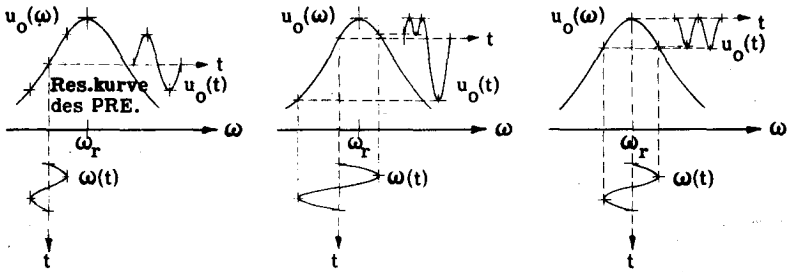
$$\Theta(t) = \int_0^t \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} \cdot d\tau \quad (4.3/2).$$

Die höchste Frequenzänderung $(\partial\Theta/\partial t)_{\max}$ wird als Frequenzhub bezeichnet. Der Phasenhub steigt somit mit der zeitlichen Dauer der Frequenzänderungen, daher also mit der Verringerung der Modulationsfrequenz. In praktischen Fällen kann Θ_{\max} Grössen von etwa $300 \cdot 2\pi$ erreichen. Bei konstantbelassener Modulationsfrequenz steigt der Phasenhub mit dem Frequenzhub verhältnissgleich an. Ein Empfänger für frequenzmodulierte Signale muss die Phasenänderungen, also die Momentanwerte der Frequenz, messen können. Empfängt er ein nichtkorrigiertes, phasenmoduliertes Signal, so werden die Amplituden der einzelnen Modulationsspektren in einer zur Modulationsfrequenz proportionalen Weise verzerrt.

Bei der Erörterung der Verwendungsmöglichkeiten eines PRE wird fortan keine Unterscheidung zwischen Phasen- und Frequenzmodulation getroffen werden, obwohl den beiden Verfahren verschiedene Spektraldarstellungen entsprechen. Es soll lediglich auf die Messung der Momentanfrequenzen eingegangen werden.

Es liegt in der Natur des PRE, dass die Modulationszustände des Fremdsignals lediglich in intervallmässigen Abständen erfasst werden können. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Messzeitpunkten dürfen die Aenderungen der Fremdsignalphasen zwecks Wahrung der Eindeutigkeit der Uebertragung einen vom gewählten Messverfahren abhängigen, unterhalb von 2π liegenden Betrag nicht überschreiten. Dabei sei stillschweigend vorausgesetzt, dass störende Phasenänderungen (Inkonstanz der Mittelfrequenz) nur einem verhältnismässig langsamen zeitlichen Verlauf unterworfen sein sollen.

4. 32. Direkte Demodulation an der Flanke der Resonanzkurve des Systems.



a). Höchstzulässige
Aussteuerung.

b). Vershoben und
übersteuert.

c). Nullage in die Res.stelle
verschoben, haupts. doppelt-
frequ. Demodul.produkte.

Abb. 4. 3- 1. Die Umwandlung einer Frequenzänderung in eine Amplitudenänderung
der Ausgleichsschwingung eines PRE.

In Abb. 4. 3- 1 ist die Frequenzabhängigkeit der Ausgleichsspannung \vec{u}_0 dargestellt (vgl. die Abb. 2. 2- 2, 2. 2- 6 und 2. 2- 8, sowie Gl. (1. 6/95)).

Fallen die sämtlichen Momentanfrequenzen der Erregung auf den linearsten Abschnitt einer der beiden Resonanzkurvenflanken (Fig. a), so wird die Frequenzmodulation in eine einigermaßen getreue Amplitudenmodulation der Ausgleichsspannung und damit der inkohärenten Schwingsspannung umgesetzt. Irgendwelche Verschiebungen der Mittelfrequenz, wie auch zu hohe Frequenzhübe haben u.U. sehr bedeutende Verzerrungen zur Folge (Fig. b und c).

Diese Methode wird bei PRE oft angewandt. Der totale Frequenzhub beträgt normalerweise nur einen Bruchteil des frequenzmässigen Umfanges des linearen Abschnittes einer Flanke, sodass das Schwingssystem nicht noch künstlich bedämpft werden muss. Hingegen wird die bedeutende Einfachheit durch erhebliche Nachteile erkauft. An solchen seien vermerkt :

1. Eine Amplitudenmodulation, wie sie u.a. als parasitäre Erscheinung an Vorselektionskreisen auftreten kann, wird voll übertragen;
2. Atmosphärische Störungen beeinflussen das System durch die sämtlichen Teilspektren, welche in die totale Bandbreite zu liegen kommen;
3. Eine Vorbegrenzung ist infolge der viel zu geringen Amplituden unmöglich;
4. Die Selektivität ist sehr schlecht, die eine Flanke liegt brach;
5. Ein Betrieb mit nichtlinear begrenzten Schwingungsformen ist nicht möglich.

Die pendelfrequenten Anteile (Enveloppen) werden nachträglich mit Hilfe eines Tiefpassfilters von den modulationsfrequenten Komponenten abgetrennt.

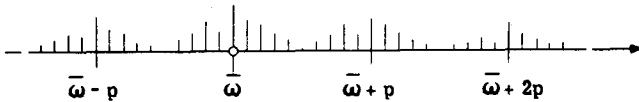
4. 33. Direkte Ausnutzung des Spektrums der Schwingungen.

Abb. 4.3- 2. Spektrum der resultierenden PRE-Schwingungen im stationären, nichtentarteten Zustande und bei moduliertem Fremdsignal.

In Abb. 4.3- 2 ist nochmals das Spektrum der PRE-Schwingungen bei periodisch modulierter Erregung wiedergegeben. Zur Erläuterung desselben sei auf Gl. (1.6/95), Ziff. 1.643 und Abb. 1.6-10 verwiesen.

Irgendeine der stets etwas verzerrten Spektralgruppen kann durch Transponierung zu niederen Werten der Frequenz hin herausgesiebt und einer konventionellen Demodulationsordnung zugeführt werden, denn sie stellt ein einigermaßen getreues Abbild des Spektralbildes der ursprünglichen, frequenzmodulierten Schwingung dar.

Diese Art des FM-Empfanges ist bereits angewandt worden, ohne dass bekannt war, wie ein Spektrum gemäss der vorstehenden Abb. 4.3- 2 überhaupt zustandekommt. Die Begründung wurde bisher stets in einer ursächlich nichtlinearen Beeinflussung der freien Schwingungen gesucht. Man vergleiche in diesem Zusammenhang entsprechende Bemerkungen auf Seite 154 des erwähnten Buches von Whitehead ⁽³⁾.

4. 34. Direkte Differentiation der Schwingungszüge.

Der Phasenverlauf der resultierenden Schwingungen sei wiederum durch die Gleichungen (4.1/1), (4.1/3) und (4.1/4) beschrieben. In schematischer Weise wird er zudem in den Abb. 4.1-2 und 4.1-3 festgehalten.

Der Supergenerativempfänger setzt den kontinuierlichen Prozess der Phasenänderungen um in eine zeitliche Folge von "Phasensprüngen". Die Differentiation einer PRE-Schwingung gemäss Gl. (4.1/4) ergibt unmittelbar :

$$\frac{\partial \vec{u}(t)}{\partial t} = \dot{\vec{u}} = \dot{A} \cdot \sin \psi(t) + \dot{\psi} \cdot A \cdot \cos \psi(t) \quad (4.3/3).$$

Zu den Zeiten verwerfbar grosser Amplituden $A(t)$ wird die Phase $\psi(t)$ nur noch über allfällig nichtlineare Beeinflussungen eine irgendwie mehr oder weniger stark reduzierte Abhängigkeit von der Modulation der Fremderregung aufweisen. Besonders augenfällig kommt dies beim Eintreten einer Synchronisation während der Sättigungszeiten zum Ausdruck. Daneben beruhen die Phasenänderungen in diesen Intervallen vornehmlich auf der pendelfrequenten Variation der Systemparameter. Die Amplitude $A(t)$ erfährt stets eine parasitäre Zusatzmodulation, bedingt durch die Frequenzabhängigkeit des Schwingensystems (Abb. 4.3-1 a... c).

Eine Ausbeute der modulationsbedingten Phasenänderungen ist aus den folgenden Gründen kaum möglich:

1. In den Intervallen nichtlinearer Spannungsbegrenzung ist wohl die Amplitude der Schwingungen von verwertbarer Grösse, doch sind die modulationsabhängigen Phasenschwankungen unbedeutend. Sie ergeben zudem kein getreues Abbild der ursprünglichen Modulationsfunktion. Die Parameterabhängigkeit ist bedeutungsvoll.
2. In den Zeitpunkten beginnender Schwingungsanfachsung könnten die Phasenänderungen erfasst werden, doch sind die sehr geringen Amplituden keiner Verwertung zugänglich. Sie variieren zudem stark.
3. Die nutzbare Bandbreite des Systems muss sich auf das Gebiet der Resonanzspitze beschränken.

Die angestellten Versuche, welche ein getreues Abbild der unter kommerziellen Empfangsverhältnissen vorherrschenden Bedingungen lieferten, haben diese Tatsachen vollauf bestätigt.

4. 35. Synchroner Betrieb zweier verschiedener Pendelrückkopplungsempfänger.

Zwei unter sich verschiedene PRE sollen dem gleichen Fremdsignal ausgesetzt sein. Deren Schaltelemente seien einer völlig synchronen Variation unterworfen. Sobald die beiden Schwingungen genügend angefacht worden sind, werde die Differenz ihrer Phasenlagen gemessen. Diese letztere bildet ein Mass für die jeweilige Momentanfrequenz des erregenden Signales. Abb. 4. 3- 3 erläutert das Prinzip anhand der Vektordiagramme der Anfangszustände bei sprunghafter Dämpfungsänderung.

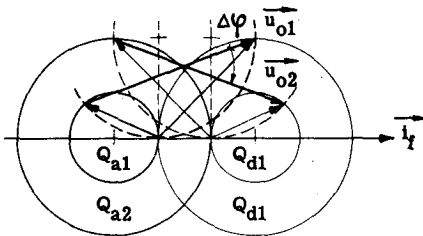


Abb. 4. 3- 3a. Ungünstige Wahl der Kreisgüten (symmetrisch).

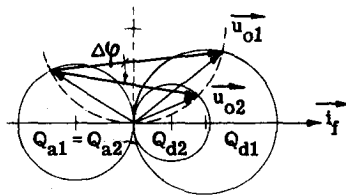


Abb. 4. 3- 3b. Bessere Wahl der Kreisgüten.

Symmetrische Ausgleichsspannungsvektoren \vec{u}_{o1} und \vec{u}_{o2} gemäss Abb. 4. 3- 3a sind nur mit dem Nachteil ungleicher Anschwingbedingungen zu erreichen ($Q_{a1} \neq Q_{a2}$). Derart unstatthafte Verhältnisse werden bei einer Anordnung gemäss Abb. 4. 3- 3b vermieden.

Grosse Winkeldifferenzen $\Delta\varphi$ werden bei starker Ungleichheit der Kreisgüten Q_{d1} und Q_{d2} erreicht. Dabei ergeben sich jedoch die folgenden Nachteile:

1. Die beiden PRE-Schwingsysteme weisen unterschiedliche Resonanzverhalten auf (Gl. (2. 2/34)). Aehnlichkeit tritt ein für $Q_a^2 = Q_{d1} \cdot Q_{d2}$ (4. 3/4).
2. Die ungleichen Anfangsamplituden der Ausgleichsspannungen \vec{u}_0 müssen unter Umständen in einer von der Fremdfrequenz abhängigen Form ausgeglichen werden. Dabei variiert aber auch die gegenseitige Phasenlage.
3. Die Phasenfunktionen gemäss Gl. (2. 2/36) sind für die beiden PRE verschieden.
4. Die beiden PRE weisen ungleiche Bandbreite und unterschiedliche Selektivitätsmerkmale auf.
5. Infolge der abweichenden Bandbreiten sind auch die Störenergien und damit die Empfindlichkeiten verschieden.
6. Die ungleichen Kreisgüten Q_d bewirken unterschiedliche Abschwingzeiten. Die Pendelfrequenz, sowie die maximale Modulationsfrequenz und der Frequenzhub des erregenden Fremdsignals werden daher durch den PRE mit der höheren Kreisgüte Q_d bestimmt. Dieser ist gleichzeitig empfindlicher auf Einschwingvorgänge, welche durch modulationsbedingte Veränderungen des Fremdsignals ausgelöst werden.

Gleichzeitig sind die nachstehenden Tatsachen zu beachten :

1. Die Messung der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ erfordert eine gewisse Zeitspanne der nicht-linearen Amplitudenbegrenzung. Dadurch wird einerseits die Gesamtselektivität der Anordnung ganz bedeutend herabgesetzt, sowie andererseits die höchstmögliche Pendelfrequenz zusätzlich erniedrigt.
2. Die beiden PRE werden im Verlauf des Anschwingprozesses stets etwas unterschiedliche Variationen der Frequenzen erleiden (Instabilitäten der Schwingkreiselemente). Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ erhält deshalb pendelfrequente Zusatzglieder. Damit die Eindeutigkeit der Zuordnung sich entsprechender Funktionen (vgl. Ziff. 4.13) nicht verloren geht, sind den instabilitätsbedingten Variationen der Eigenfrequenzen Grenzen gesetzt. Diese hängen ebenfalls von der Art der Phasenmessung ab.
3. Die pendelfrequenten Demodulationsprodukte können mit Hilfe eines Tiefpassfilters ausgesiebt werden.

** Unter Erfüllung sehr extremer Anforderungen an die Konstanz der Schwingkreiselemente
 ** liesse sich in der geschilderten Weise dennoch ein empfindliches System zum Empfang
 ** frequenzmodulierter Signale aufbauen. Die resultierende Demodulationsfunktion
 ** $\Delta\varphi(\bar{\omega}, \Delta\omega)$, sowie die erreichbaren Beträge der Selektivität und der Empfindlichkeit
 ** müssten noch ermittelt werden.

4.36. Vergleich zeitlich auseinanderliegender Schwingungszüge.

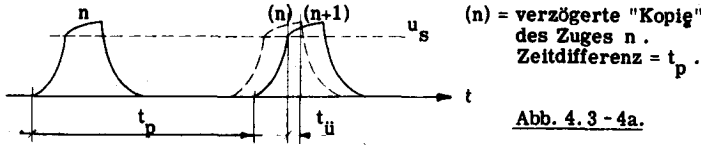


Abb. 4.3 - 4a.

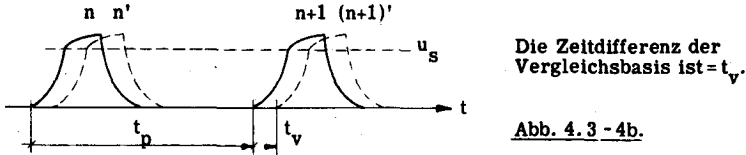


Abb. 4.3 - 4b.

Abb. 4.3-4 veranschaulicht die zwei grundsätzlichen Möglichkeiten, um Schwingungszüge, welche Fremdsignalzuständen zu verschiedenen Zeiten angehören, ohne Speichervorrichtungen unter sich nach Phasenlagen zu vergleichen.

1. Fig. a: Der Schwingungszug der Ordnungszahl n wird mittels einer geeigneten Kaskadenschaltung an sich unempfindlicher PRE verzögert und während einer gewissen Ueberlappungszeit $t_{\ddot{u}}$ mit dem ordentlicherweise nachfolgenden Schwingungszuge $n+1$ zur Deckung gebracht. Auf diese Weise werden Modulationszustände, welche in pendelperiodischen Zeitabständen vorherrschen, unter sich verglichen. Es werden die Differenzenquotienten des Phasenverlaufs der Erregung über eine volle Pendelperiode gemessen.

2. Fig. b: Zwei unter sich gleichartige PRE werden durch eine phasenverschobene Variation der Schaltelemente nacheinander zum Schwingen angeregt. Gemessen wird dabei die während der Verschiebungszeit t_v eingetretene Phasenänderung des Fremdsignals. Mit sinkender Sehnung t_v/t_p nähert sich der gemessene Differenzenquotient dem momentanen Differentialquotienten der Phasenfunktion.

Die Auswertung der Phasendifferenz kann prinzipiell in verschiedener Weise erfolgen:

1. Die Phasendifferenz der beiden Schwingungen unter sich wird nach irgendeinem der herkömmlichen Verfahren gemessen. Damit wird das Problem auf dasjenige der Ziff. 4.35 zurückgeführt.
2. Die Schwingungen werden addiert und ohne zusätzliche Begrenzung differenziert.

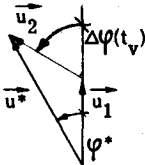


Abb. 4.3 - 5.

Gemäss nebenstehender Abb. 4.3-5 addiert sich während der Ueberlappungszeit der Schwingvektor $\vec{u}_2(t)$ des zweiten PRE zum Vektor \vec{u}_1 des ersten PRE hinzu. Der resultierende Vektor \vec{u}^* besteht somit erst aus dem Vektor \vec{u}_1 , hernach während kurzer Zeit aus der Vektorsumme $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$, und schliesslich zur Haupt-

sache aus dem Spannungsvektor \vec{u}_2 . Anlässlich des Ueberganges erfährt nun dessen Phasenlage φ^* eine Steigerung von Null auf $\Delta\varphi(t_v)$. Damit ist bereits ersichtlich, dass eine einigermaßen lineare Beziehung $\varphi^* = \varphi^*(\Delta\varphi(t_v))$, resp. eine lineare zeitliche Ableitung derselben nur für sehr geringe Phasenzuwächse $\Delta\varphi(t_v)$ zustandekommen kann.

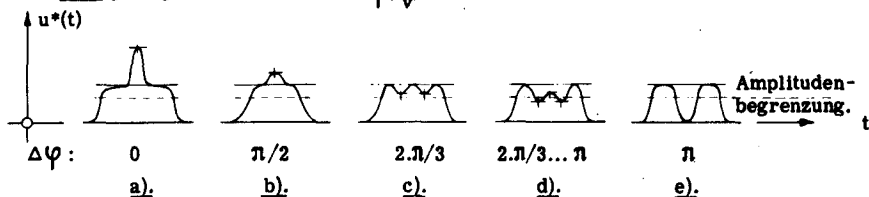


Abb. 4. 3- 6. Die Summe der Amplituden zeitlich versetzter Schwingungszüge.

Die Schwankungen der Amplituden der resultierenden Schwingungen sind in erheblichem Masse von den Phasenzuwächsen $\Delta\varphi$ des Fremdsignals innerhalb der Verschiebungszeit t_v abhängig. Sie können nicht zu einer Verwertung herangezogen werden. Es ist zu bedenken, dass zu den Phasenänderungen $\Delta\varphi(t_v)$ noch die individuellen Phasenunterschiede der unter sich unabhängigen Schwingensysteme hinzutreten. Da sich diese aus den Phasen- und den Eigenfrequenzunterschieden zwischen den beiden PRE aufbauen, so wird sich in der Praxis mit beinahe gleicher Wahrscheinlichkeit ein Wert von $\Delta\varphi$ zwischen -2π und $+2\pi$ einstellen. Man vergleiche die Abb. 4. 3- 6.

3. Die Schwingungen der in Abschnitt 2 vorstehend geschilderten Art werden vor der Verwertung auf einen gewissen Höchstpegel begrenzt (vgl. Abb. 4. 3- 6). Dies ist in offensichtlicher Weise wiederum nur im Bereich der Winkeldifferenzen $|\Delta\varphi| < \approx 2 \cdot \pi/3$ möglich.

Für die vorstehenden Auswertmethoden der Phasenänderungen ist insbesondere untersucht worden, in welcher Weise die günstigste Verschiebungszeit t_v in Abhängigkeit der Sättigungsdauer, der Anschwingbedingungen, der Verstärkung, der Selektivität, der Verstimmungsanfälligkeit usw. zu ermitteln ist. Das Resultat lautet wie folgt:

* Die totalen Phasenunterschiede innerhalb eines Vergleichsintervalles t_v dürfen höchstens etwa $\pi/20$ oder 10 Winkelgrade betragen. Da sich diese aus den Anteilen der Systemsungleichheiten (Individual- und Verstimmungsfehler), sowie aus dem zu messenden Phasenzuwachs zusammensetzen, so erhebt sich die Forderung nach ganz extrem identischen und zeitlich konstanten Schwingungsanordnungen.

Die zulässigen Schwankungen der Eigenfrequenz dürfen die nachstehenden Werte nicht überschreiten:

$10 \log(p/\omega_0)$:	-1	-2	-3	-4	-5	Bei variabeln Systemen müssen die Gleichaufehler den selben Bedingungen genügen (undurchführbar).
$10 \log(\Delta\omega_0/\omega_0)$:	-2	-3	-4	-5	-6	

Die mittlere Frequenz der zur Nachrichtenübermittlung benutzten frequenzmodulierten Signale liegt bei etwa 100 MHz. Der höchste Frequenzhub überschreitet selten den Wert von 75 kHz. Daraus resultieren dennoch sehr geringe Verschiebungszeiten in der Grössen-

ordnung von etwa 10^{-5} sec. Somit ergäben sich derart hohe Pendelfrequenzen, dass die Dimensionierung eines gleichzeitig leistungsfähigen und selektiven Empfangssystems auf erhebliche Schwierigkeiten stossen müsste (vgl. die Tabelle in Ziff. 2. 215- 4).

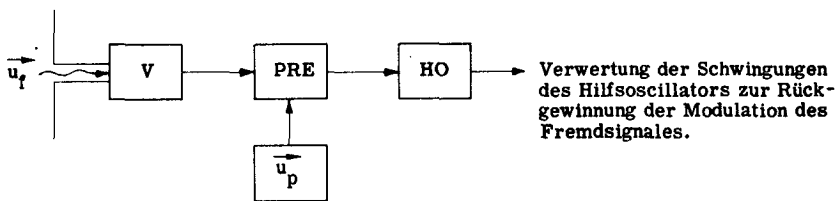
4.37. Die Verwendung der Schwingungen eines Pendelrückkopplungsempfängers zur quasiperiodischen Synchronisierung eines Hilfsoscillators.

4.371. Absicht und Zweck.

Den in den Ziff. 4. 32 ... 4. 36 angeführten Möglichkeiten der Verwertung der Eindeutigkeitsbeziehungen der Phasen haften irgendwelche Mängel an. Es soll deshalb im Folgenden untersucht werden, ob die Schwingungen eines PRE einen irgendwelchen Oscillator in einer fortgesetzten Weise zu synchronisieren vermögen. Da die Amplituden der PRE-Schwingungen zu ungewöhnlichen Aenderungen unterworfen sind, so werden Synchronisationen nur bei den höchsten Beträgen eintreten können. Ueber eine Vielzahl von Pendelperioden hinweg wird sich ein stationärer Zustand herausbilden. Jeder einzelne Synchronisierungsprozess ist hingegen instationärer Natur, da der einmal eingeleitete Vorgang infolge des stets ändernden Energieinhaltes des steuernden Signals nie zur "Ruhe" kommen kann. Weisen die PRE-Schwingungen noch irgendwelche Modulationen, herrührend von der Modulation des Fremdsignals, auf, so wird selbst die Folge der Ereignisse lediglich quasiperiodisch.

* Die eindeutige, ursächlich lineare Zuordnung der Phasenlage der inkohärenten PRE-Schwingungen zu derjenigen des Fremdsignals wird bei einem allfälligen Zustandekommen einer periodischen Synchronisation eines weiteren Generators auch auf dessen Schwingungen übertragen. Diese erhalten damit im Wesentlichen ebenfalls den Spektralcharakter des Fremdsignals (vgl. Abb. 4. 3- 2). Ein direkter, experimenteller Phasenvergleich zwischen den Schwingungen des Fremdsignals und jenen des synchronisierten Oscillators müsste dabei eine stationäre Folge von unter sich gleichartigen Bildern ergeben (vgl. z. B. die Abb. 4. 3- 14 bis 4. 3- 16).

Das Prinzipschema einer derartigen Empfangsanordnung sei in Abb. 4. 3- 7 dargestellt. Da der PRE lediglich die an sich sehr geringe Synchronisierungsleistung aufzubringen hat, so kann er an Stelle einer hohen Verstärkung eine angemessene Selektivität und eine genügende Stabilität aufweisen. Die Gesamtverstärkung der Anordnung wird durch das Amplitudenverhältnis der Hilfsoscillatorschwingung und des Fremdsignals bestimmt.



V : Allfällige Vorselektion oder Trennstufe zur Verhinderung der Rückstrahlung.

PRE : Pendelrückkopplungsempfänger.

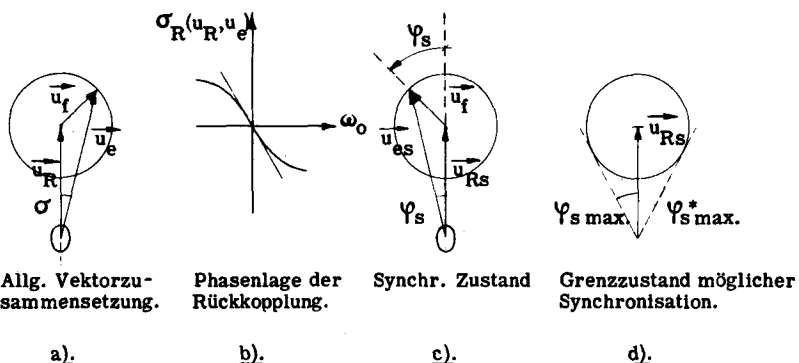
HO : Hilfsoscillator, durch den PRE in quasiperiodischer Folge synchronisiert.

\vec{u}_f, \vec{u}_p : Moduliertes Fremdsignal bzw. Pendelspannungserzeuger.

Abb. 4. 3- 7. Blockschema eines pendelsynchronisierten Oscillators als Empfänger.

Weiche Arten der Fremdsignalmodulation aus einer derartigen Anordnung zurückgewonnen werden können, kann nur anhand der entsprechend erweiterten und sehr parameterabhängigen Beziehungen (4. 1/7) resp. (4. 1/9) entschieden werden. Im Folgenden soll lediglich der Empfang frequenz- und phasenmodulierter Signale zur Diskussion stehen. Die parasitäre Amplitudenmodulation ist dabei nach Möglichkeit zu unterbinden.

4.372. Allgemeines zur stationären Synchronisierung eines Generators.



\vec{u}_e : Resultierendes Steuersignal des Generators der resultierenden Eigenfrequenz ω_0 .
 \vec{u}_f : Eingespeistes Fremdsignal der Amplitude u_f und der Frequenz ω .
 $\vec{u}_R = \vec{u}_R(u_0, \omega_0)$: Rückgekoppeltes Generatorsignal.

Abb. 4. 3- 8. Das Zustandekommen einer stationären Synchronisierung.

Ein rückgekoppeltes, selektives Schwingssystem sei selbsterregt. Durch die vorhandene Nichtlinearität werden die Amplituden der Schwingungen begrenzt. Die resultierende Schwingfrequenz wird durch die Forderung bestimmt, dass die rückgeführte Spannung \vec{u}_R die Phasenlage der sie erzeugenden Eingangsspannung \vec{u}_e annehmen muss. Es werden lediglich die wesentlichen Grundschwingungen behandelt.

Das nachträgliche Hinzutreten irgend eines Fremdsignals der Frequenz ω und der Amplitude u_f möge die resultierende Eingangsspannung \vec{u}_e in der in Abb. 4.3-8 a schematisch angedeuteten Weise verändern. Jeder Grösse von \vec{u}_e entspricht eine bestimmte Eigenfrequenz ω_0 des Systems und eine bestimmte Phasenlage σ zwischen der rückgeführten und der resultierenden Spannung derart, dass die diesbezüglichen Schwingbedingungen aufrechterhalten werden können. Wird der rückgeführte Vektor \vec{u}_R in der Zeichnungsebene festgehalten, so läuft der Fremdspannungsvektor im idealen Falle um mit der Differenzfrequenz

$$\Delta \omega^* = (\omega - \omega_0(u_e)) = (\omega - \omega_0(t)) \tag{4.3/5}$$

Die Umlaufgeschwindigkeit verlangsamt sich demnach in dem Masse, wie sich die beiden Frequenzen einander nähern. Sie ist nicht konstant. Diese gestörten Schwebungen treten auch in den notgedrungenen Variationen der Restspannung $u_R = u_R(u_e(t), \omega)$ (4.3/6) und der Phasendifferenz $\sigma = \sigma(u_e(t), \omega)$ (4.3/7) zutage. Die Variation der rückgeführten Spannung sei durch die Ortskurven der Fusspunkte der Vektoren \vec{u}_R in prinzipieller Weise angedeutet (Abb. 4.3-8).

Eine Synchronisation ist gekennzeichnet durch einen stationären Zustand eines feststehenden Vektorbildes, wie er in Fig. c dargestellt sei. Das System schwingt dabei mit der Frequenz ω des erregenden Fremdsignals. Die Phasenlage der inneren Rückkopplung wird durch deren Charakteristik (Fig. b) bestimmt, indem gelten muss: $\sigma(u_f, \omega) = \sigma_R(\omega)$ (4.3/8).

Das eingespeiste Fremdsignal \vec{u}_f nimmt dabei die all diesen Bedingungen entsprechende Phasenlage φ_s gegenüber der rückgeführten Spannung an. Sie ist von der Fremdfrequenz ω , sowie vom Verhältnis (u_f/u_R) abhängig.

Es ist unschwer ersichtlich, dass eine Synchronisation nur innerhalb einer gewissen Synchronisierbreite der Frequenzdifferenz $\omega - \omega_0$ ($u_f = 0$) möglich ist. Anhand der Grenzwinkel σ_s max. (Fig. d) kann diese aus der Phasenfunktion der Rückkopplung (Fig. b) ermittelt werden. Der Frequenzumfang einer möglichen Synchronisierung steigt demnach mit zunehmender Amplitude des Fremdsignales, sowie mit geringerer Steilheit der Rückkopplungsphasenfunktion (Fig. b). Bei allzu starker Fremderregung ist ein Schwingen des Systems im eigentlichen Sinne nicht mehr möglich. Das freie Eigenleben des Generators wird dann u.U. völlig unterdrückt ("erzwungene Synchronisation").

Die Nichtlinearität des Systems verursacht eine Verzerrung der Schwingungen, wie auch die Bildung gewisser Kombinationsfrequenzen. Damit ist es möglich, dass ein Generator auch durch Signale synchronisiert werden kann, deren Frequenzen zur natürlichen Eigenfrequenz des Systems in einem nahezu rationalen Verhältnis stehen.

Jede Synchronisation führt ein System in einen anderen Energiezustand über und dauert daher als Einschwingvorgang sehr lange an, bis der stationäre Zustand eines stets ungestörten Synchronismus erreicht ist.

Ausserhalb der Zone möglicher Synchronisation treten gestörte Schwebungen auf. Diesen überlagern sich die sich notwendigerweise einstellenden Ausgleichsvorgänge, so dass die geschilderten Momentanverhältnisse zusätzlichen Korrekturen unterworfen werden ⁽⁴⁾, ⁽⁵⁾, ⁽⁶⁾.

Diemer ⁽⁴⁾ hat in einer sehr interessanten Arbeit die Verhältnisse bei moduliertem Fremdsignal untersucht. Einige wenige statistische Kurven der Phasenverschiebungen φ_s zwischen dem unmodulierten Fremdsignal und der Ausgangsspannung sollen daraus entnommen und in der Abb. 4.3-9 in schematischer Weise dargestellt sein.

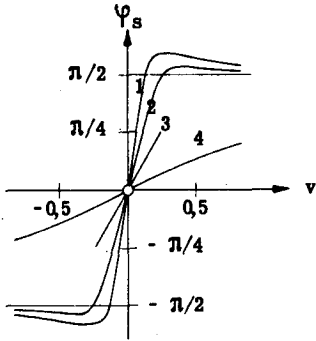


Fig. a). Nach Diemer (4).

Überkrit., konstante Rückkopplung.
Fremdspannung u_f = variabel.
 u_{f0} = Einheitsmass.

- Kurve 1: RK überkrit., $u_f = 2 \cdot u_{f0}$
- Kurve 2: RK " , $u_f = 4 \cdot u_{f0}$
- Kurve 3: RK " , $u_f = 6 \cdot u_{f0}$
- Kurve 4: Keine RK. , $u_f = 2 \cdot u_{f0}$

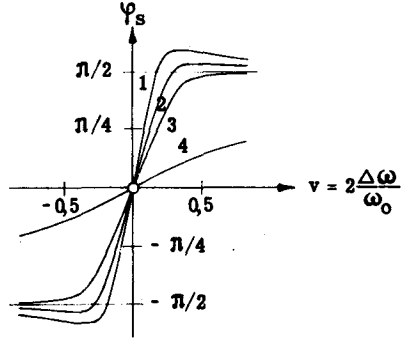


Fig. b). Nach Diemer (4).

Konstante Fremdspannung
Rückkopplung = variabel.
 u_{f0} = Einheitsmass.

- Kurve 1: RK wenig überkrit., $u_f = 2 \cdot u_{f0}$
- Kurve 2: RK sehr wenig " , "
- Kurve 3: RK kritisch , "
- Kurve 4: Keine RK , "

Abb. 4.3-9. Die Abhängigkeiten der Synchronisierphase nach Diemer.

Die in der Abb. 4.3-9 angeführten prinzipiellen Abhängigkeiten basieren auf der Betrachtung eines Generators mit kubischer Charakteristik als Vierpol-Schwingensystem. Sie bezeichnen die Phasenlage der resultierenden, synchronisierten Schwingkreisspannung gegenüber jener des eingespeisten Stromes.

4. 373. Die quasistationäre Synchronisierung eines Oscillators durch die Schwingungen eines Pendelrückkopplungsempfängers.

-i. Generelles

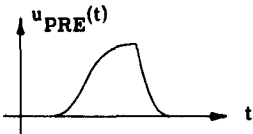


Abb. 4.3-10. Der zeitliche Verlauf der Fremdsignalspannung des Hilfsoscillators.

Es gilt:
$$\frac{u_{PRE}(t) \sim \frac{u_{fH0}(t)}{u_{RH0}(t)} \sim \Delta\omega_s \quad (4.3/9).$$

Darin bedeuten:

- $u_{PRE}(t)$ = result. PRE-Schwingung,
- $u_{fH0} \approx u_{PRE}(t)$ = Fremdsignal des Hilfsosc.
- $u_{RH0}(t)$ = rückgekopp. Hilfsosc.-schwingung
- $\Delta\omega_s$ = statischer Synchr.bereich

Die resultierenden PRE-Schwingungen dienen als Fremdsignal des Hilfsoscillators (H0, vgl. Abb. 4.3-10). Deren Stärke schwankt bezüglich der kaum beeinflussten Amplitude der rückgekoppelten K0-Schwingung in ganz ausserordentlichem Masse. Der statische Synchronisierbereich $\Delta\omega_s$ (Abb. 4.3-8 d) wird daher, von etwa Null ansteigend, einen Höchstwert bei maximaler Amplitude der PRE-Schwingung erreichen, um dann wiederum auf einen verschwindend geringen Betrag abzusinken. Das vorliegende Problem der Pendelsynchronisie-

rung kann auf dasjenige der Synchronisation eines Generators durch ein extrem stark modulierte Fremdsignal zurückgeführt werden ⁽⁴⁾.

Bei relativ niedrig gewählter Pendelfrequenz verläuft die Amplitudenänderung der Fremderregung des Hilfsoscillators (PRE-Schwingung) langsam in Bezug auf die Generatorschwingung selbst. Soll dabei überhaupt je eine Synchronisation eintreten können, so muss

- a) eine wesentliche Komponente des Spektrums der PRE-Schwingungen (vgl. Abb. 1. 6-10 und 4.3-2) der jeweiligen Eigenfrequenz des Hilfsoscillators genügend benachbart sein, und
- b) genügend Zeit zur Verfügung stehen, damit sich der Einsynchronisierungsprozess, welcher ebenfalls von einem Einschwingvorgang begleitet sein muss, überhaupt vollziehen kann.

Die Amplitude und auch die Frequenz der PRE-Schwingungen ändern nun dauernd. Somit kann sich das System nie gänzlich auf einen Gleichgewichtszustand einschwingen. Deshalb wird auch eine für das Zeitintervall einer Pendelperiode stationäre Synchronisierung nie zustandekommen. Je rascher die Änderungen der Schwingungsgrößen erfolgen, desto weniger können die statischen Betrachtungen Anspruch auf Gültigkeit erheben, da die wirksamen Einschwingvorgänge zunehmend an Bedeutung gewinnen.

* Die Synchronisation eines Hilfsoscillators ist innerhalb einer jeden Pendelperiode instationär. Der Prozess des Ein- und Aussynchronisierens sollte einmal in grundsätzlicher Weise behandelt werden.

Die Einwirkung der PRE-Schwingung vermag nun trotzdem vorübergehende Phasenbeziehungen zwischen derselben und der zu synchronisierenden Hilfsoscillatorschwingung zu schaffen. Die resultierende, relative Phasenlage wird daher im Verlaufe der recht kurzen Zeiten möglicher Quasi-Synchronisationen dauernden Änderungen unterworfen. Die Frequenz des Hilfsgenerators kann somit nie zu jedem Zeitpunkte eines endlichen Intervalles mit jener der PRE-Schwingungen identisch sein.

Eine über längere Zeit begrenzte PRE-Schwingung wird dem statischen Verhalten am ehesten entsprechen können. Der Einfluss des speziellen Amplituden- bzw. Frequenzverlaufs der PRE-Schwingung ist gesondert zu untersuchen.

-2. Der ungefähre Verlauf der quasistationären Synchronisierungsphase $\varphi_s(t)$ bei frequenzmoduliertem Fremdsignal des PRE.

Die Phasenlage der PRE-Schwingung wird zu Beginn eines jeden Anfachungsintervalles auf diejenige des Antennensignals zurückgeführt (Abb. 4.1-3). Die Ungenauigkeiten werden durch die unvermeidlichen Verstimmungsdifferenzen bestimmt (G. 2.2/36). Im Verlauf einer jeden Pendelperiode weicht diese Phasenfunktion nach Massgabe der Eigenfrequenzänderungen des PRE von jener des Fremdsignals ab (Abb. 4.1-2, Gl. (4.1/3)). Unter Annahme einer sinusförmigen Modulation sind die prinzipiellen Verhältnisse in der Abb. 4.3-11 in schematischer Weise dargestellt. Die sämtlichen Phasenlagen beziehen sich auf die fortschreitenden mittleren Phasen $\bar{\omega} \cdot t$ des Fremdsignals.

Die Fehler $\varphi_0(t)$ zwischen den Phasenlagen der Anfangsspannungen des PRE und denjenigen des Antennensignals betragen höchstens etwa $\pm \pi/2$. Für den Empfang frequenzmodulierter

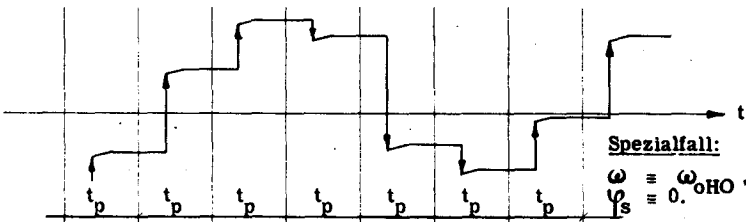
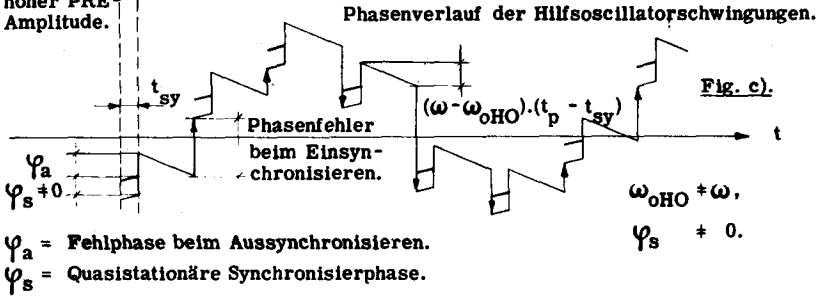
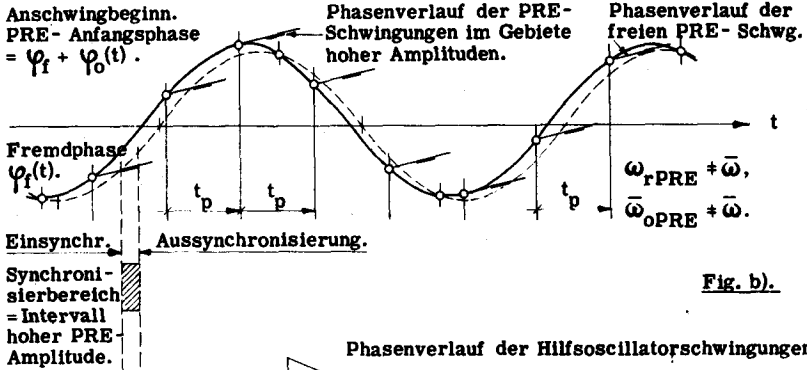
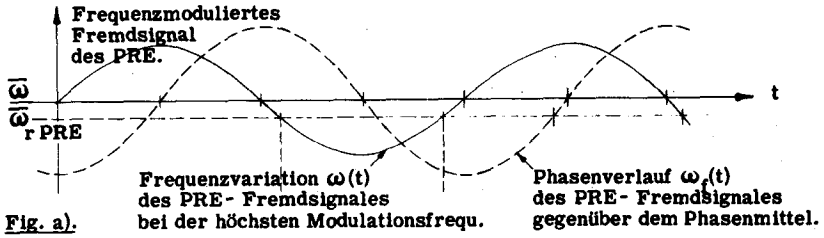


Fig. d). Spezielle Phasenverläufe und Phasensprünge beim Einsynchronisieren.

Abb. 4.3-11. Der schematische Phasenverlauf der Schwingungen eines Hilfsoscillators bei deren quasiperiodischen Synchronisierung durch die Schwingungen eines Pendelrückkopplungsempfängers.

Signale ist dies dann nicht von Bedeutung, wenn der Phasenhub bei den höchsten Modulationsfrequenzen und bei maximaler Frequenzabweichung noch stets etwa $2 \cdot 2\pi \approx 10$ beträgt. Bei Phasenmodulation hingegen fällt dieser Fehler bereits stark ins Gewicht, da der höchzulässige Phasenhub aus Eindeutigkeitserwägungen heraus unterhalb von 2π liegen muss. Diese unerwünschte Differenz kann durch geeignete Parameterwahl weitgehend ausgeschaltet werden. Bei sprunghafter Dämpfungsänderung geschieht dies in vorteilhafter Weise durch Angleichung der Kreisgüten: $Q_a \approx -Q_d$ (Abb. 2.2-2).

Die Abwanderung der Phase infolge der Verstimmung des PRE ($\bar{\omega}_{\text{PRE}} + \bar{\omega}$) ist bedeutungslos, da die modulationsbedingten Phasenänderungen innerhalb der Pendelperioden dennoch unverändert übertragen werden. Der Fig. 4.3-11 b) wurde eine konstante Eigenfrequenz $\bar{\omega}_{\text{PRE}}$ zugrundegelegt.

Eine allfällige Synchronisation des Hilfsoscillators tritt praktisch nur bei den höchsten Amplituden der PRE-Schwingungen ein. In den Fig. 4.3-11 b) und c) sind die angenommenen Werte der vermutlichen Synchronisdauern, sowie die dann zumal zu erwartenden Phasenlagen strichweise angedeutet worden.

Für den allgemeinen Fall ungleicher Eigenfrequenz ($\bar{\omega}_{\text{PRE}} + \bar{\omega}_{\text{HO}}$) aus wird der Hilfsgenerator im Moment des Aussynchronisierens bereits eine Phasenverschiebung gegenüber den Schwingungen des PRE aufweisen (vgl. Abb. 4.3-18 a). Infolge der Stetigkeit der Vorgänge sind diese "Momente" Zeitabschnitte endlicher Dauer. Die Differenz ($\bar{\omega}_{\text{HO}}(t) - \bar{\omega}(t)$) bestimmt das Mass der anschliessenden Phasenverschiebung der HO-Schwingung gegenüber dem Fremdsignal des PRE. Sie beträgt bei kurzer Synchronisierung etwa $(\bar{\omega}_{\text{HO}} - \bar{\omega}) \cdot t_p$ (4.3/10).

Zu Beginn eines jeden Einsynchronisierungsprozesses wird somit der jeweilige Phasenwinkel zwischen den Schwingungen des PRE und des Hilfsoscillators nie dem stationären Wert φ_s entsprechen, welcher sich unter den gegebenen Amplitudenverhältnissen zum Zwecke einer stabilen Synchronisation einstellen müsste. Das System wird deshalb versuchen, sich anzugleichen. Diese notwendigen Phasenänderungen sind jedoch gleichbedeutend einer zeitweiligen Änderung der Schwingfrequenz des Hilfsoscillators. Sie können somit ausgenutzt werden. Eindeutigkeit im Sinne der Ziff. 4.13 kann nur bestehen, wenn die modulationsbedingte Änderung des Einsynchronisierungsfehlers innerhalb der Dauer t_p einer Pendelperiode den Betrag von $\pm 2\pi$ nicht übersteigt. Die Verstimmung der mittleren Frequenz des HO gegenüber derjenigen des PRE oder des Fremdsignals ist wiederum so lange bedeutungslos, als eine quasiperiodische Synchronisation überhaupt noch stattfinden kann.

Das Experiment bestätigt die vorstehende, gänzlich schematische Anschauungstheorie auch unter Miteinbezug allgemeinsten Parametervariationen. Zu diesem Zweck vergleiche man die sämtlichen Oscillogrammaufnahmen der nachstehenden Ziff. 4.373-5. In Wiederholung der Ausführungen zu Beginn der Ziff. 4.371 ergibt sich somit:

* Das Spektrum der Hilfsoscillatorschwingungen ist demjenigen der Pendelrückkopplungsschwingungen grundsätzlich äquivalent (Abb. 4.3-2). Die Eigenfrequenzen des HO und

* des PRE treten im Spektrum überhaupt nicht in Erscheinung. Die sämtlichen Experimente ergeben die direkten Beziehungen zwischen den Phasen der HO-Schwingungen und jenen des ursprünglichen Fremdsignals.

-3. Die Schwierigkeit bei der Synchronisierung eines Oscillators durch PRE-Schwingungen.

Eindeutige Pendelsynchronisierungen treten auch dann auf, wenn die Differenzen zwischen den mittleren Frequenzen der Hilfsoscillatorschwingung einerseits und der PRE-Schwingung oder des Fremdsignals andererseits beliebig hohe Vielfache der Pendelfrequenz enthalten (vgl. z. B. Abb. 4.3-14 c). Lediglich die modulationsbedingten Phasenänderungen dürfen innerhalb der Zeitspanne eines Vergleiches (Pendelperiodendauer) das zur Erhaltung der Eindeutigkeit zulässige Mass von $\pm 2\pi$ nicht überschreiten.

Bei hohen Verstimmungen tritt infolge der unvermeidlichen Parameterschwankungen von selbst die Möglichkeit auf, dass sich die Phasenfehler (Einsynchronisierfehler) zu Beginn der Synchronisationsabschnitte dem Wert $\pm \pi$ nähern. Unter derartigen Bedingungen sind die Einschwingvorgänge mitentscheidend dafür, ob sich der Generator "nach vorwärts oder nach rückwärts" synchronisieren lassen soll. Bei einer Variation des Einsynchronisierfehlers tritt ein "Umspringen" zwischen den beiden Möglichkeiten der Synchronisation auf. Dieser stetige und sehr störende Prozess umfasst nach Massgabe der Systemparameter eine Vielzahl von Pendelperiodendauern und damit auch einen beachtlichen Teil oder gar ein Vielfaches der Modulationsperiode des Fremdsignals. Die experimentelle Bestätigung findet sich im Oscillogramm der Abb. 4.3-24 c.

Die nichtlinearen Verhältnisse tragen u. U. dazu bei, dass bei entgegengesetzter Variation der Verstimmung das Umspringen bei unter sich verschiedenen Werten der Einsynchronisierfehler eingeleitet wird (Zieheffekte). Die Variationsgeschwindigkeit der Verstimmungsänderungen beeinflusst die Breite der dadurch entstehenden "Umspringzonen" naturgemäss ebenfalls. Diese Zonen treten für die sämtlichen Verstimmungen auf, welchen Einsynchronisierfehler der Grösse $(2n + 1) \cdot \pi$, n ganz, zugeordnet sind.

* Bei optimalen Verstimmungsverhältnissen wird die innerhalb einer Pendelperiode zulässige Phasenänderung des Fremdsignals auf den Wert $\pm (< \pi)$ eingengt. Infolge der nicht zu vermeidenden Instabilitäten der Eigenfrequenzen müssen sie jedoch weit unterhalb des Wertes $\pm \pi$ verbleiben.

* Die Tatsache der Stetigkeit des Umspringprozesses lässt die Vermutung zu, dass die modulationsbedingten Phasenänderungen des Fremdsignals und damit der PRE-Schwingungen wesentliche Anteile an die einzelnen Einsynchronisierfehler beitragen und daher ebenfalls registriert werden. Möglicherweise werden die durch das Umspringen verursachten Störeinflüsse, welche unbedingt noch gesondert untersucht werden müssen, dadurch etwas herabgemindert (vgl. Ziff. 4.39).

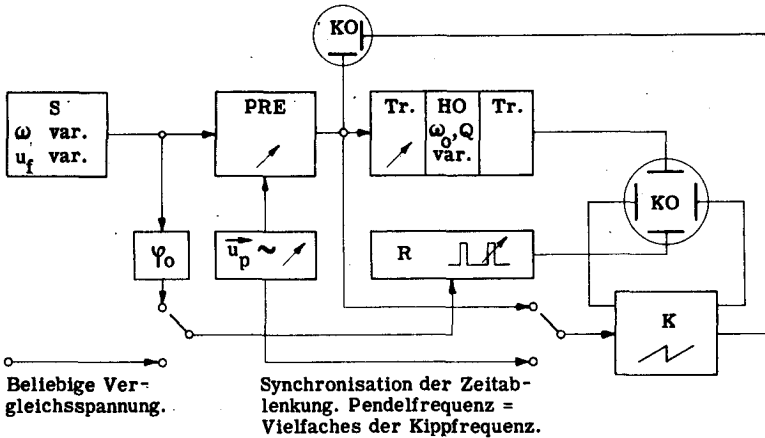
-4. Der prinzipielle Versuchsaufbau.

Abb. 4.3-12. Das Blockschaema der Versuchsanordnung.

In Abb. 4.3-12 ergeben sich für die einzelnen Bestandteile die nachstehend verzeichneten Funktionen :

- S : Signalgenerator, moduliert oder unmoduliert, Amplitude und Frequenz einstellbar;
 PRE : Pendelrückkopplungsempfänger als Lieferant des synchronisierenden Signals;
 Tr. : Trennstufen zur Vermeidung der Rückwirkung;
 HO : Hilfsoscillator mit einstellbarer Eigenfrequenz und veränderlicher Synchronisationsbreite entsprechend der Wahl der Kreisgüte;
 KO : Kathodenstrahloscillographen;
 K : Kippgerät zur Erzeugung der Zeitablenkspannung für die Oscillographen;
 R : Rechteckspannungserzeuger für die Phasenvergleichsmessungen (Ziff. 3. 23);
 φ_0 : Phasenschieber für die gewünschte Grundeinstellung (Absolutmessungen und Fehlerkompensation);
 \vec{u}_p : Quelle der sinusförmigen Pendelspannung.

-5. Das qualitative Resultat der experimentellen Untersuchung der Pendelsynchronisierung.-51. Voraussetzungen.

1. Die Schaltelemente des PRE werden in stetiger Weise variiert (allgemein)
2. Die Phase der HO-Schwingung wird mit jener des Fremdsignals verglichen.
3. Die Kreisgüten des HO werden zwischen etwa 40 und 120 variiert.
4. Die Schwingspannung des HO beträgt etwa 10 V eff. Die zur Synchronisation erforderliche Ausgangsspannung des PRE beträgt mindestens 40 μ Volt. Sie wird mittels eines Abschwächers erzeugt.
5. Das Schwingssystem des HO besteht aus einem Anodenschwingkreis mit induktiver Rückkopplung. Das PRE-Signal wird ebenfalls induktiv eingekoppelt.

6. An Stelle der Verwendung modulierter Fremdsignale wurde die Pendelsynchronisation bei entarteten Kohärenzzuständen des PRE oszillographiert.
7. Belichtungszeit und Film gemäss Angaben in Ziff. 3.13.

-52. Beispiele. (Weitere Beispiele unter Ziff. 4.383).

In $1/20$ sec. Belichtungszeit werden n sich überdeckende Oscillographenbilder photographisch aufgenommen: $n = (\text{Pendelfrequenz}/20 \text{ mal Zahl der phot. Pendelzüge})$. Bei 50 Hz Pendelfrequenz und 2 ... 5 sich überdeckenden Bildern muss somit eine stark nachleuchtende Röhre verwendet werden.

Die Anzahl der auf eine Pendelperiode entfallenden Hochfrequenzschwingungen ergibt sich wie folgt:

Pendelfrequenz = 50 Hz : 4000 Schwingungen bei 200 kHz Eigenfrequenz;
 " = 4000 Hz : 50 Schwingungen bei 200 kHz Eigenfrequenz.

Auf die eigentliche Synchronisdauer, welche im besten Falle etwa einen Zehntel einer Pendelperiode t_p umfasst, entfallen demnach

bei einer Pendelfrequenz von 50 Hz höchstens 400, jedoch
 " " " " 4000 Hz nur noch 5 Schwingungen des Hilfsoscillators!

Den in der Nachrichtentechnik üblichen Bedingungen entspricht im Mittel eine experimentelle Kombination von 200 kHz Schwingfrequenz und 50 Hz Pendelfrequenz. Die dabei über 1 kHz gesteigerten Pendelfrequenzen führen zu gänzlich unnatürlichen Zuständen. Dennoch ist es möglich, einen Generator selbst unter derart extrem ungünstigen Bedingungen mittels an sich sehr geringer Signale (Prozente und Promille der Schwingspannung) eindeutig zu synchronisieren. Entsprechende Oscillogramme finden sich in den Abb. 4.3-16 und 4.3-17. Die äusserst instationären Verhältnisse (bezogen auf den jeweils einmaligen Vorgang) bedingen sehr wesentliche Ausgleichsvorgänge, welche zu starken Schwankungen der Schwingungsamplituden führen.

Die nebenstehende Abb. 4.3-13 zeigt einen Momentanzustand der statistischen Phasendifferenz zwischen der Schwingung des Hilfsoscillators und dem den PRE steuernden Fremdsignale. Die den HO synchronisierende Spannung wurde entfernt.

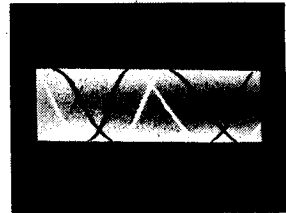
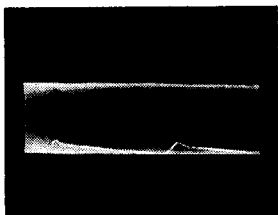
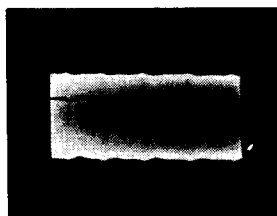


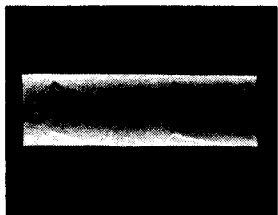
Abb. 4.3-13. Unsynchronisierter Schwingungszustand des Hilfsoscillators.



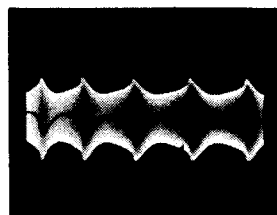
a). $(\bar{\omega}_{oH0} - \bar{\omega}) \approx p/6$. Synchr.-amplitude schwach (ca. $70 \mu V$). Keine Einsattelung. Geringer Aussynchr.fehler. Keine Begr.



a). $(\bar{\omega}_{oH0} - \bar{\omega}) \approx 0$. Erhöhte Synchr.amplitude. Einsattelung der H0-Envelope. Deutliche Einphasungsbezirke.

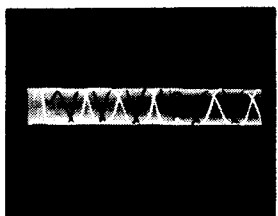


b). $(\bar{\omega}_{oH0} - \bar{\omega}) \approx p/4$. Wie a), jedoch erhöhte Verstimmung. Eigenfrequenz des PRE irgendwie benachbart. Fremdsignal des PRE leicht moduliert.

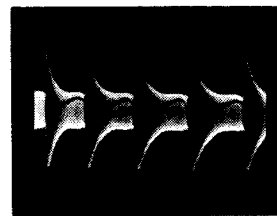


b). $(\bar{\omega}_{oH0} - \bar{\omega}) \approx 0$. Hohe Syn-chronisierspanng. Einsattelung.

Abb. 4.3- 15. $f_p = 50$ Hz.
Ungünstige Synchronisationsbedingungen.



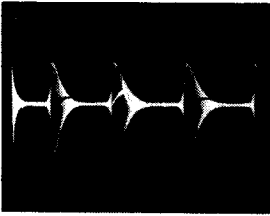
c). $(\bar{\omega}_{oH0} - \bar{\omega}) \approx 3p$. Wie a) Analoge Pendelsynchr. bis zu Verstimmg. $> 50.p$ beobachtet.



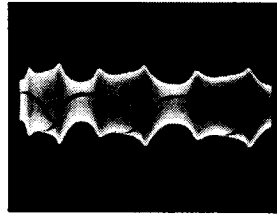
$(\bar{\omega}_{oH0} - \bar{\omega}) \approx 0$. $f_p = 4$ kHz. Zu hohe Pendelfrequenz (relat.). Einschwingvorgänge, Einsattelg.

Abb. 4.3- 14. $f_p = 50$ Hz.
Synchronisation eines Hilfsosc. unter geeigneten Bedingungen.

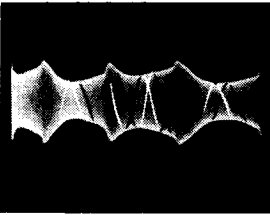
Abb. 4.3- 16. $f_p = 4$ kHz.
Synchronisation eines Hilfsosc. bei zu hoher relativer Pendelfr.



a). Synchronisierendes Signal:
Subperiodische Zweierfolge



b). $(\bar{\omega}_{oHO} - \bar{\omega}) \approx 0$.
Schwing. des Hilfsosill.;
Ampl. der synchr. Spg.
ca. $200\mu V$.



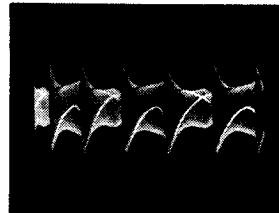
c). $(\bar{\omega}_{oHO} - \bar{\omega}) \approx 2p$.
Synchr. Spg. wie bei b).

Anmerkung:

Die Anzahl der Pendelperioden pro Bild musste aus Gründen der schlechten Synchronisierung des Oscillographen verschieden gewählt werden.



d). $(\bar{\omega}_{oHO} - \bar{\omega}) \approx p/2$.
Synchr. spannung gegenüber
b) erhöht.



e). Etwas gegenüber d) verstimmt. Gleiche synchr. Spannung.

Abb. 4.3-17.

Synchronisierung eines Oscillators durch eine subperiodische Zweierfolge.

Starke Beeinflussung der Oscillatorschwingung infolge zu niedriger Frequenz

(220 kHz bei $f_p = 4$ kHz). Nur 55 Schwingungen pro Pendelperiode. Q des Oscillators ca. 50.

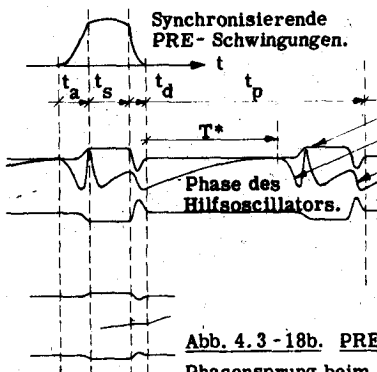
-53. Ergebnis der Experimente.

Aus den wiedergegebenen Versuchsergebnissen können die nachstehend erwähnten Schlussfolgerungen gezogen werden :

1. Die resultierenden Schwingungen eines PRE vermögen in den Zeiten höchster Amplituden trotz sehr geringer Stärke die Phasenlagen der Schwingungen eines freien Generators zu bestimmen (nichtlineare Einwirkung und u. U. quasiperiodische Synchronisierung).
2. Es synchronisiert ein jeder Pendelzug
 - a) bei nicht entarteten Schwingungsformen in unter sich gleicher Weise, und
 - b) bei entarteten Schwingungsformen nach Massgabe der jeweiligen Einphasungsbedingungen.
3. Die quasiperiodische Synchronisation bleibt über ein grosses Intervall der gegenseitigen Verstimmungen der Fremdfrequenz gegenüber den Eigenfrequenzen des PRE und des Hilfsoscillators hinweg bestehen.

Die Synchronisationsbreite wächst mit zunehmender Amplitude der synchronisierenden PRE-Schwingung, sowie mit der zunehmenden Anzahl der Generatorschwingungen innerhalb einer Synchronisationsdauer.

4. Zu grosse Synchronisationsspannungen ergeben Beeinflussungen der Amplituden.
5. Je weniger Generatorschwingungen auf den Einphasungsprozess entfallen können, umso beachtlicher werden die Einschwingverzerrungen des Generatorsignales.
6. Diese Beeinflussungen hängen noch wesentlich von der Kreisgüte (Rückkopplungsbedingungen), sowie von den Aussteuerungsverhältnissen des Generatorsystems ab. Durch diese wird auch die Synchronisierbreite mitbestimmt.
7. Sobald die Einsynchronisierungsfehler die Werte $\approx \pm \pi$ erreichen, tritt ein "Flattern" oder "Umspringen" der Schwingungen auf (vgl. die Abb. 4.3-22 und 4.3-24 c).
8. Sofern die synchronisierende PRE-Schwingung eine gewisse Stärke überschreitet, können bei langandauernder Begrenzung derselben innerhalb der Zeitspanne der Sättigung undurchsichtige Verhältnisse auftreten. Die Phasendifferenzen bei der Aussynchronisierung wachsen dabei an. Abb. 4.3-18a veranschaulicht ein dem Oscillographenbilde nachgezeichnetes Beispiel. Frequenzen: $f/f_p = 220 \text{ kHz}/50 \text{ Hz}$.



Phasenvergleich der Schwingungen des Hilfsosc. gegenüber dem Fremdsignal.

Ev. Schwebungen mit den PRE-Schwg. Einsynchronisieren.

Aussynchronisieren.

Abb. 4.3-18a. PRE-Schwingung stark. Einsattelung und Phasensprung beim Aussynchronisieren gross.

(U.U. Einsattelung bis Amplitude Null).

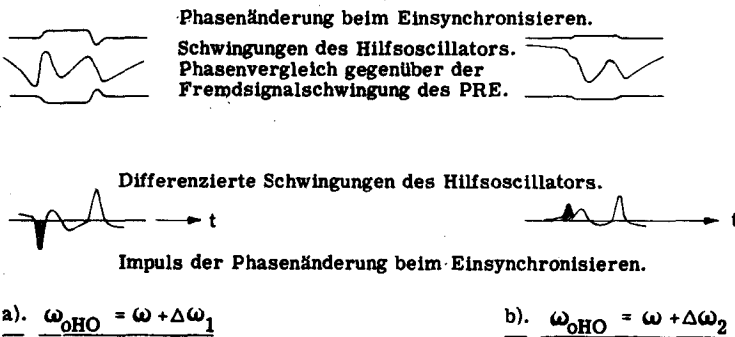
Abb. 4.3-18b. PRE-Schwingung schwach. Einsattelung und Phasensprung beim Aussynchronisieren unmerklich.

4. 38. Die Rückgewinnung der Fremdsignalmodulation aus der Hilfsoscillatorschwingung.4. 381. Die Verwertung des Spektrums.

Gemäss den Ausführungen in Ziff. 4. 371 und auf Grund der experimentellen Feststellungen (z. B. Abb. 4.3-14) ergibt sich in eindeutiger Weise, dass der Charakter des Spektrums eines pendelsynchronisierten Generators im Wesentlichen demjenigen des Frequenzspektrums der PRE-Schwingungen entspricht (Abb. 1.6-10 und 4.3-2). Die sicherste und zweckmässigste Methode der Rückgewinnung der Modulation des ursprünglichen Fremdsignals liegt wohl in der bereits erwähnten Verwertung der Frequenzgruppen (vgl. Ziff. 4.33). Voraussetzungs-gemäss darf dabei der störende Einfluss der "Umspringvorgänge" nicht übermässig in Erscheinung treten (vgl. die Abb. 4.3-22 und 4.3-24 c, sowie die Ziff. 4.373-3 und 4.39).

4. 382. Die allfällige Verwertung der Phasenänderungen beim Einsynchronisieren.-1. Allgemeines.

Um die unerwünschten Veränderungen der Schwingungsamplitude unwirksam werden zu lassen, werden die Hilfsoscillatorschwingungen, soweit notwendig, erst begrenzt. Eine Differenzierung der Schwingungen ergibt eine Folge von Impulsen, welche die jeweiligen zeitlichen Aenderungen der Phase, also die momentanen Frequenzen, wiedergeben. Herrscht Proportionalität zwischen der Impulshöhe und der hiezu erforderlichen Abweichung der Momentanfrequenz vom Mittelwert, so werden die für die Modulation des Fremdsignals charakteristischen Einsynchronisierfehler (Abb.4.3-11), resp. die Phasensprünge (Abb. 4.1-3b) als zeitliche Integrale der Frequenzabweichungen durch die Impulsflächen dargestellt (vgl. die Abb. 4.3-19 und 4.3-24 ... -26).

Abb. 4.3-19. Die Differentiationsprodukte der Hilfsoscillatorschwingung.

Lediglich die schraffierten Impulsflächen der Einsynchronisierungen sind verwertbar. Die übrigen Impulse sind parasitärer Natur und daher durch Wahl geringer synchronisierender PRE-Spannungen zu vermeiden (vgl. Abb. 4.3-18 b).

Abb. 4.3-20. $f/f_p = 220/3 \text{ kHz}$.

Beispiel einer Impulsfolge bei der Differenzierung der Schwingungen eines mit nichtentarteten PRE-Schwingungen pendelsynchronisierten Hilfsoscillators.

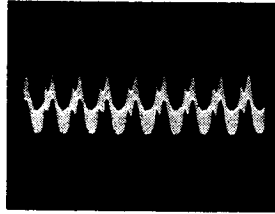


Abb. 4.3-20 stellt ein erstes Oscillogramm in der Bilderserie der nachfolgenden Abb. 4.3-24 dar. Es sind lediglich die Konturen zu beachten, da bewusst auf eine genügende Ausfilterung der restlichen hochfrequenten Schwingungen verzichtet wurde, um den zeitlichen Verlauf der Impulse nicht zu verfälschen.

Zur Verwertung geeignet sind die Wechselkomponenten der Impulsflächen anlässlich der Einsynchronisierungen. An Störungen treten demnach auf:

- Die Phasenänderungen innerhalb der Synchronisierbereiche und
- beim Aussynchronisieren.

Diese letzteren sind von der resultierenden Kreisgüte und der mittleren Eigenfrequenz des Hilfsoscillators weitgehend unabhängig. Sie werden vermindert durch:

- geringe Amplitude des synchronisierenden PRE-Signals. Diese Verminderung setzt aber gleichzeitig die wirksame Frequenzbandbreite der Synchronisierung herab. Die Phasenänderungen beim Aussynchronisieren können demnach in vorteilhafter Weise unterdrückt werden durch
- eine Amplitudenregelung des PRE, derart, dass die Schwingungen höchstens während kurzer Zeit einer nichtlinearen Begrenzung unterliegen. Dadurch wird auch die Selektivität der Anordnung gehoben;
- ein anfänglich nur allmählich einsetzendes Abschwingen der PRE-Schwingungen.

Auf Grund der Abb. 4.3-11c und d ergeben sich die Phasenänderungen beim Einsynchronisieren zu

$$\bar{A} \approx \left\{ \varphi_1(t) + \varphi_{o_{PRE}}(\omega) + \Phi_{HO \text{ Aussynchr.}}(\omega) + (\bar{\omega} - \bar{\omega}_{o_{HO}}) \cdot (T^* < t_p) \right\} - \Phi_{HO \text{ Einsynchr. zu Beginn des Sättigungsintervalls}}(\omega) \quad (4.3/11).$$

Die Bedeutung der Intervalldauer T^* kann der Abb. 4.3-18 a entnommen werden.

Die beiden Frequenzen ω resp. $\omega_{o_{HO}}$ sind voneinander gänzlich unabhängig, solange die nichtlineare Beeinflussung des Hilfsoscillators durch die PRE-Schwingungen unterbleibt. Sie unterliegen individuellen statistischen Schwankungen. Der Hauptanteil des obigen Ausdrucks wird deshalb durch den Laufzeitwinkel $(\bar{\omega} - \bar{\omega}_{o_{HO}}) \cdot (T^* < t_p)$ des Intervalls verschwindender Beeinflussung geliefert.

Die zu Ende der Ziff. 4.373-3 aufgestellte Eindeutigkeitsforderung führt unter Berücksichtigung der Tatsache der "Umspringmöglichkeiten" auf die Beziehung

$$\left(\bar{A} - \text{ganzes Vielfaches von } 2\pi \right) < \pm \pi. \quad (4.3/12).$$

Sofern die "Umspringzonen" der Verstimmungsskala unbedingt gemieden werden müssen, sind dem totalen Phasenhube pro Pendelperiode und der höchstmöglichen Verstimmungsänderung extrem enge Grenzen gesetzt, welche besonders bei grösseren Frequenzdifferenzen ohne besondere Regeleinrichtungen kaum eingehalten werden können.

-2. Zur statischen Frequenzabhängigkeit des Phasenfehlers beim Einsynchronisieren und zum zeitlichen Verlaufe der Phase in der Umgebung einer "Umspringzone".

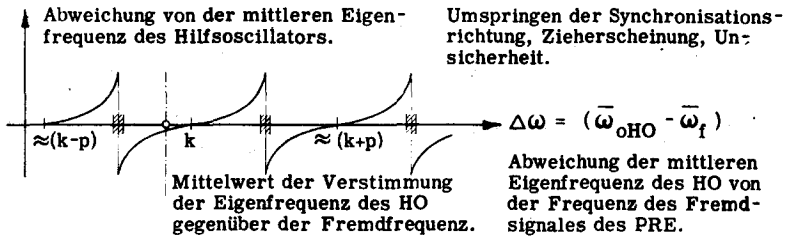


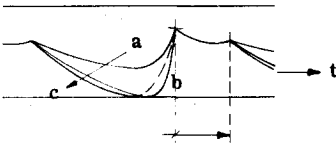
Abb. 4.3-21. Die Höchstwerte der momentanen Abweichungen der Eigenfrequenz eines pendelsynchronisierten Oscillators vom Mittelwert der Eigenfrequenz, ausgedrückt durch die Impulshöhe der differenzierten Schwingung und in Abhängigkeit von der Verstimmung gegenüber der Fremdsignalfrequenz.

In Abb. 4.3-21 bezeichne k eine nahezu ganze Zahl. Nach der experimentellen Feststellung wird die theoretisch begründete Erwartung bestätigt, dass sich die Vorgänge nur in angenähert periodischer Weise mit der Verstimmung wiederholen. Bei grossen Verstimmungen und beträchtlichen Synchronisationsintervallen können die Orte verschwindender Einsynchronisierungsfehler unter Umständen in erheblichem Masse von den entsprechenden ganzen Vielfachen der Pendelfrequenz abweichen.

Der Hilfsoscillator zeichnet sich durch sein Bestreben aus, sich in der Richtung nach der geringeren notwendigen Phasenänderung einsynchronisieren zu lassen. Bei gegenläufiger Variation der Verstimmung treten dabei Hystereseeffekte oder Zieherscheinungen des "Umspringens" auf. Innerhalb der dadurch begrenzten "Umspringzonen" ist die Generatorschwingung einer gewissen Unsicherheit des Zustandes unterworfen. Die das Umspringen einleitenden Fehlwinkel der Einsynchronisierungsphasen weichen dabei selbst bei unveränderten Parametern (statische Bedingungen) etwas von den Werten $\pm\pi$ ab.

Die Zeitdauer des Umwechsels muss, besonders unter den Bedingungen stetig veränderlicher Parameter (z.B. der Verstimmungen), noch gesondert untersucht werden (vgl. Abb. 4.3-24 c und Ziff. 4.39).

In Abb. 4.3-24 sind die Phasenänderungen des Oscillators an den beidseitigen Grenzen einer "Umspringzone" festgehalten. Das Wesentliche werde durch die Abb. 4.3-22 veranschaulicht.

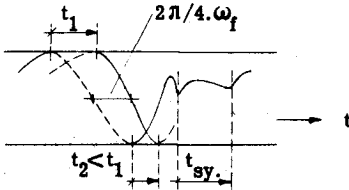


- a: Vor dem "Umspringen", Phasenfehler $\lt \pi$;
 b: Vor dem "Umspringen", Phasenfehler $\approx \pi$;
 c: Nach dem Umspringen, Phasenfehler $\lt (\pi)$.

Intervall möglicher Synchronisation.

Abb. 4.3-22. Die Phasenvergleichslinien bei der Variation der Verstimmung gegenüber dem Fremdsignal in der Umgebung der "Umspringzone".

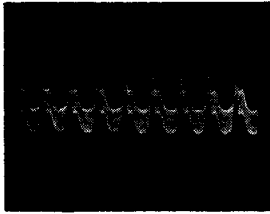
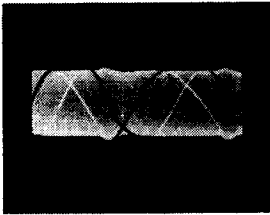
Der zeitliche Verlauf der Hilfsoscillatorschwingung ist umso weniger sinusförmig, je betonter die PRE-Schwingung als synchronisierendes Signal in Erscheinung tritt. Dies kann aus dem gegenseitigen Verhalten zweier um $\pi/2$ versetzter Phasenlinien eindeutig ersehen werden (Abb. 4.3-23, 4.3-14 c und 4.3-24). Da die nichtlineare Begrenzung der Oscillatorschwingung die Kurvenform nur sehr wenig beeinflusst, so handelt es sich um das Analogon zur Verzerrung von Schwingungen wenig ausserhalb der Grenzen statischer Synchronisation (vgl. z.B. (5)). Die Verzerrungen innerhalb der Intervalle quasistationärer Synchronisierung sind sehr gering.



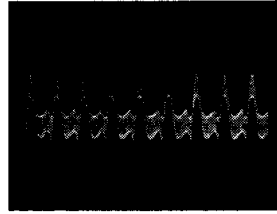
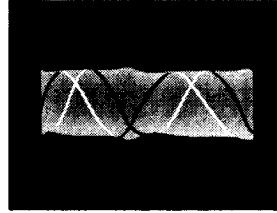
t_{sy} = Synchronisationszeit.

Abb. 4.3-23. Die Verzerrung der Kurvenform der Oscillatorschwingung infolge der nichtlinearen Beeinflussung durch die synchronisierende PRE-Schwingung in den Intervallen unmöglicher Synchronisationen.

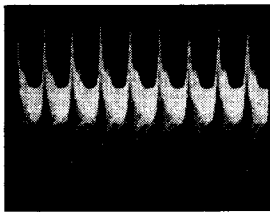
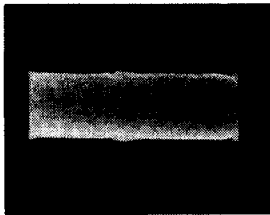
4. 383. Synchronisierung eines Oscillators beidseitig der Umspringzonen durch nicht-entartete Pendelrückkopplungsschwingungen, inkl. differenzierte Phasen.



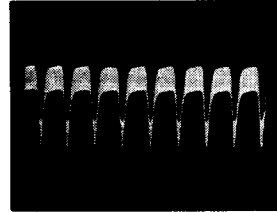
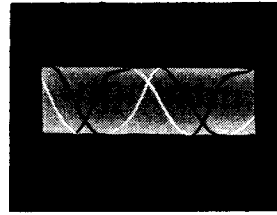
a). Phasenfehler beim Einsynchronisieren etwa $2\pi/3$.



b). Phasenfehler beim Einsynchronisieren etwa π .



c). Phasenfehler beim Einsynchronisieren beinahe π .
"Umspringen" eingeleitet.
Stetiger Vorgang.



d). "Umspringen" beendet. Phasenfehler beinahe $-\pi$.
Umkehrung der Impulsrichtung.

Abb. 4. 3 - 24. Fremdfrequenz $f \approx 222$ kHz, Pendelfrequenz $f_p = 3$ kHz.

4.384. Beispiele von Synchronisationen durch subperiodisch entartete Pendelrückkopplungsschwingungen. Beigefügt sind die differenzierten Schwing. des Osc. Diese Beispiele illustrieren die mögliche Uebertragung einer Phasenmodulation der PRE-Schwingungen auf den Hilfsoscillator. Die Schwankungen der Amplituden würden unter normalen Bedingungen verschwinden. $f/f_p = 222/4$ kHz.

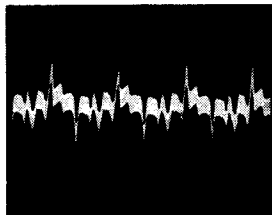
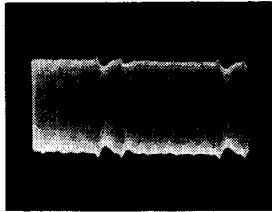
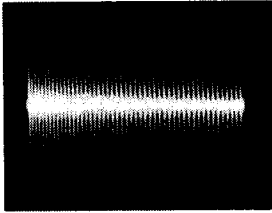


Abb. 4.3-25. Synchronisierung durch subperiodischen 5er-Zyklus.

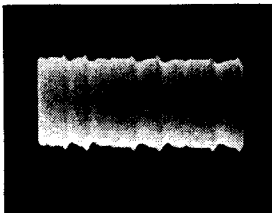


Abb. 4.3-26b. Synchronisierung durch subperiodischen 3er-Zyklus.

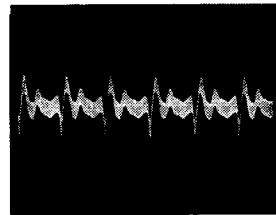
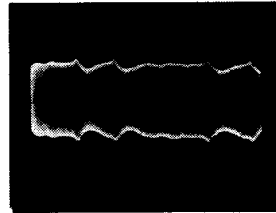
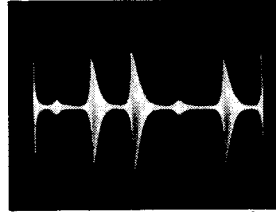


Abb. 4.3-26a. Synchronisierung durch subperiodischen 3er-Zyklus.

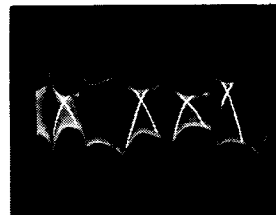


Abb. 4.3-26c. Synchronisierung durch subperiodischen 3er-Zykl.

4. 39. Die zur Abklärung der Verwertungsmöglichkeiten der Pendelsynchronisierung noch durchzuführenden Versuche.

Zur Erörterung der Möglichkeiten der Rückgewinnung der ursprünglichen Modulationsfunktionen erregender Signale aus den pendelsynchronisierten Schwingungen eines Oscillators bedürfen die nachstehend erwähnten Fragen einer eingehenden Ueberprüfung durch gewissenhaft ausgeführte Experimente :

1. Mittlere Häufigkeit der "Umspringprozesse" innerhalb eines bezüglich der modulationsbedingten Schwankungen genügend grossen Zeitintervalles.
2. Zeitliche Verteilung der Häufigkeit durch Erfassung des statistischen Auftretens der "Umspringprozesse" bei
 - a) unmoduliertem Fremdsignal, und bei
 - b) moduliertem Fremdsignal.
 Diese Messungen lassen sich unter Heranziehung eines elektronisch gesteuerten Impulsschreibers ausführen.
3. Mittlere Zeitdauer eines "Umspringprozesses", bezogen auf die Periodendauern der Pendelung und der Modulation.
4. Verteilung der einzelnen Zeitdauern (Häufigkeitskurve der Dauern).
5. Zeitliche Verteilung der Häufigkeiten der Dauern.
6. Zusammenhänge der Ergebnisse unter 2), 4) und 5).
7. Erfassung der parametrischen Abhängigkeiten der störenden Einflüsse auf die Uebertragungstreue und die Wiedergabequalität der in der Fremdsignalmodulation steckenden Information.
8. Uebertragung der "Rausch"-Modulation des PRE auf die Schwingungen des Hilfsoscillators, sowie die dadurch verursachte Steigerung der resultierenden Störenergie.
9. An Parametern und Parameterfunktionen sind zu verzeichnen :
 - a) Verstimmung des PRE gegenüber dem Hilfsoscillator, Mittel und statistische Schwankungen;
 - b) Verstimmung des PRE gegenüber dem Fremdsignal, Mittel und statistische Schwankungen;
 - c) Synchronisationsbreite des Hilfsoscillators, variiert durch Aenderung der Kreisgüte;
 - d) dito, aber variiert durch Aenderung der synchronisierenden PRE-Spannung;
 - e) Selektivitätseigenschaften des PRE;
 - f) Intervallverhältnisse, insbesondere Begrenzungsdauer des PRE;
 - h) Verhältnis der Pendelfrequenz zur Eigenfrequenz.

**5. Teil. Versuchsapparatur, PRE-Probleme bei hohen Frequenzen, Anwendungsmöglichkeiten

und Verschiedenes.

5.1. Die Versuchsapparatur.

5.11. Allgemeines.

Das Prinzipielle der Messanordnungen wurde bereits in den Ziff. 3.2 und 4.373-4 erläutert. Im Nachstehenden werden deshalb lediglich Einzelheiten über die verwendeten Apparaturen angeführt.

Die Versuche dienten zur Erlangung einer experimentellen Bestätigung der in überlegungs-mässiger Weise aufgefundenen Vorgänge grundsätzlicher Art (vgl. z.B. Ziff. 3.11). Um oscillographische Phasenvergleiche zu ermöglichen, wurde die Frequenz von 5 MHz nur in besonde- ren Fällen überschritten. Bezüglich der Voraussetzungen und gewisser Schwierigkeiten sei auf die Ziff 3.12 und 3.13 verwiesen.

5.12. Der Pendelrückkopplungsempfänger.

5.121. Allgemeines.

Im Gegensatz zu einfachen und zweckgebundenen Empfangsanordnungen (vgl. Abb. 5.1-2) weist die Versuchsapparatur gemäss Abb. 5.1-1 naturgemäss einen bedeutend grösseren Umfang auf, da sie eine möglichst eindeutige Auftrennung der in Erscheinung tretenden Ein- zeleffekte erlauben soll. Die getroffene Lösung ergab sich als ein brauchbarer Kompromiss zur bestmöglichen Erfüllung der nachstehend erwähnten Anforderungen.

Die Eigenfrequenz des Schwingensystems musste von anfänglich 1 MHz infolge der Einwirkung starker, örtlich bedingter Störungen nachträglich auf ca. 220 kHz hinuntergesetzt werden. Die zu diesem Zweck gänzlich neu aufgebaute Apparatur weicht von der beschriebenen vor- nehmlich durch die Verlagerung des Schwingungskreises auf die Gitterseite der Röhre ab. Der gegenseitigen Unabhängigkeit der Speisespannungen und der äusserst sorgfältigen Glättung derselben wurde ganz besondere Aufmerksamkeit geschenkt.

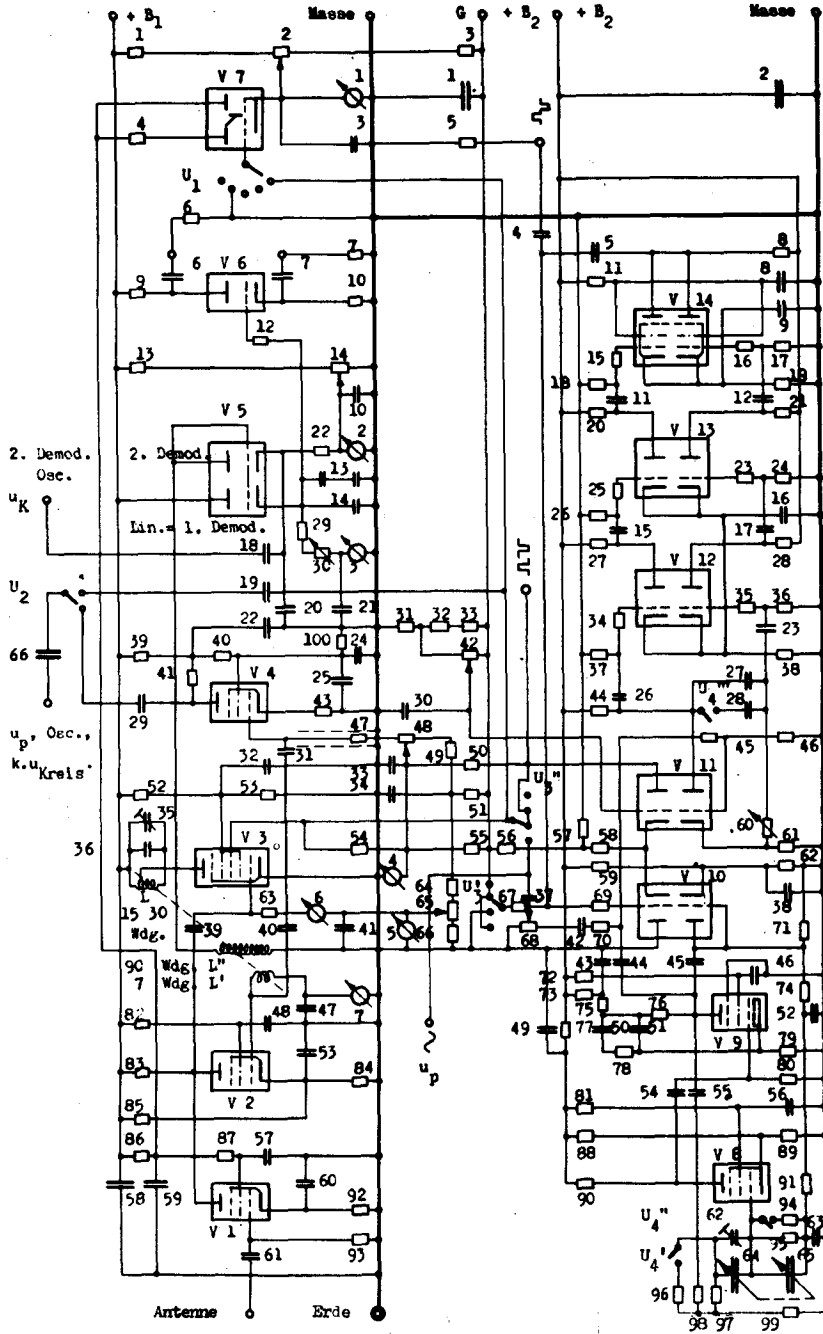
5. 122. Das Schaltungsschema der ersten PRE- Versuchsanlage für $\omega = 1$ MHz.

Abb. 5. 1-1. Das Schaltungsschema der ersten Versuchsanlage mit Anodenschwingungskreis. Empfangsfrequenz ca. 1 MHz.

Einzelteilliste zum Schaltungsschema I.Widerstände.

Pos. No.	kohm	Megohm	Pos. No.	kohm	Megohm	Pos. No.	kohm	Megohm
1	75	(25 + 50)	36	100		71		1
2	20		37	50		72	40	
3	40		38	0,5		73	2,5	
4	im Sockel eingeb.		39	5		74		1
5		0,5	40	30		75	0,75	
6		0,5	41	10		76	10	
7		0,5	42	25		77	20	
8	2,5		43	0,5		78	23	
9	80		44	9		79	0,7	
10	50		45	250		80	250	
11	20		46	15		81	50	
12	5		47	750		82	100	
13	30		48	5		83	2,5	
14	5		49	4		84	0,4	
15	50		50	8		85	125	
16	50		51	1		86	10	
17	50		52	30		87	100	
18	50		53	10		88	50	
19	0,1		54	250		89	0,5	
20	100		55	8		90	30	
21	100		56	1		91	250	
22	250		57	3		92	0,4	
23	500		58	0,6		93	3	
24	125		59	ca. 80		94	150	
25	500		60	50		95		1,5
26	125		61	7 bis 10		96	160	
27	50		62	ca. 15		97		1,5
28	50		63	100		98	80	
29	100		64	20		99	7,5	
30		1	65	20		100	50	
31	7		66	1				
32	0,5		67	10				
33	0,5		68	25				
34	100		69	15				
35	100		70	7,5				

Kapazitäten.

El. = Elektrolytkondensatoren.

Tr. = Trimmerkondensatoren.

Pos. No.	pF	Pos. No.	pF	Pos. No.	pF	Pos. No.	pF
1	El. 4 + 8	26	50000	51	10000		
2	El. 16	27	500	52			0,1
3	0,5	28	5000	53			0,1
4	0,1	29	10000	54	10000		
5	El. 4	30		55			0,1
6	20000	31	5	56			0,1
7	20000	32		57			0,1
8	El. 4	33	El. 250	58	5000 + 0,1 + El. 4 + El. 4		
9	El. 25	34	El. 4		(5000 direkt am Kreis).		
10	20000	35	Tr. 5 bis 25	59	50000 + El. 4		
11	0,1	36	200	60			0,1
12	0,1	37		61	100		
13	je 200	38		62	Tr. 20		
14	100	39	2000	63			0,25
15	0,1	40	5000	64	20 bis 500 var.		
16	El. 25	41		65	wie 64, gekuppelt.		
17	0,1	42					
18	50000	43	0,25				
19	Kurzschluss	44	El. 4				
20	500	45	0,25				
21	500	46	0,1				
22	El. 4	47	20000				
23	10000	48					0,1 + El. 4
24	El. 4	49	El. 8				
25	20000	50	10000				

Einzeilliste zum Schaltungsschema II.Röhren.

Pos. No.	Type	Pos. No.	Type
V 1	6SJ7	V 8	6SK7
V 2	6SJ7	V 9	6B8, Dioden an K.
V 3	6L7	V 10	6SL7GT
V 4	6SK7	V 11	6C8
V 5	6SL7GT	V 12	6C8
V 6	6C5	V 13	6C8
V 7	6E5	V 14	6EF50

Umschalter.

U_1 :	1 x 5 Kontakte, davon 3 blind.
U_2 :	1 x 3 Kontakte, davon 1 blind.
U_3 : U_3' :	1 x 4 Kontakte.
U_3'' :	1 x 4 Kontakte, davon 1 blind. Mit U_3' gekuppelt.
U_4 : U_4' , U_4'' :	Je 1 - poliger Schalter, gekuppelt.
U_4''' :	1 - poliger Schalter, offen, wenn U_4' und U_4'' geschlossen. Gekuppelt.

Drehspulinstrumente.

Pos. No.	Misst:	Bereich:
1	U_K Indikator.	30 V
2	U_2 Demodulator.	30 V
3	\bar{I}_K 1. Demod. = Lin. Demod.	60 bis 300 mikroamp.
4	U_{g3o} Modulator (V3).	6 bis 30 Volt.
5	U_{g1o} Modulator (V3).	6 bis 30 Volt.
6	I_{g1} Modulator (V3).	60 bis 120 mikroamp.
7	I_g RK (Rückkopplungsröhre V2)	100 bis 300 mikroamp.

Der Innenwiderstand der Voltmeter soll 1000 ohm/Volt nicht unterschreiten.

Regulierwiderstände, Potentiometer, Drehkondensatoren.

Pos. No.	Zweck:
2	Regelung der Kathodenspannung für Magisches Auge, Messung von u_p .
14	Regelung der Kathodenspannung für 2. Demodulator (Diode). Messung der maximalen Amplitude durch Kompensation.
30	Regelung der Zeitkonstanten des 1. Demodulators.
42	Regelung der Amplitude der Rechteck-Pendelspannung.
48	U_{g3o} Modulator.
60	Impuls-Zeitverhältnis der Rechteck-Pendelspannung.
65	U_{g1o} Modulator.
68	Amplitude der sinusförmigen Pendelspannung.
64,65	Pendelfrequenz.

Spule : (15 + 30)/90/7 Windungen. Haspelkern Sirufer ohne Drehkern,
Cu, 2 x Seide, 0,1 mm ϕ .

Bei voller Durchsteuerung der veränderlichen Rückkopplung variiert die Eigenfrequenz des Schwingsystems zwischen 1001 und 1004 kHz. Die Pendelfrequenz lässt sich innerhalb des Bereichs von 330 Hz ... 35 kHz beliebig wählen. Die Pendelspannungen zu 50 Hz wurden dem Wechselstromnetz entnommen. Die Amplituden der Pendelspannung betragen

- a) max. 40 Volt bei sinusförmiger, und
- b) max. 10 Volt bei sprunghafter Variation der Rückkopplung.

Die funktionelle Aufteilung der Apparatur ergibt sich wie folgt (Laboranleitung):

V2, V3 : Messeinrichtungen V1, V4 : Aperiodische Trennstufen;
 V5 ...V7 : Messeinrichtungen; V8, V9 : Sinusgenerator für Pendelspannung;
 V10..V14: Erzeugung rechteckförmiger Pendelspannung beliebiger Impulsbreite.

5.123. Einige der an die Versuchsapparatur zu stellenden Anforderungen.

1. Eindeutige, regelbare, möglichst phasenreine Rückkopplung.
2. Weitgehende Unveränderlichkeit der Rückkopplungs- und Schwingkreiselemente bei Veränderung des Rückkopplungsmasses (Variation der elektronischen Impedanzanteile der Röhren), geringe Aenderung der Eigenfrequenz.
3. Trennung der Regelspannung (Pendelspannung) und der Fremdsignalspannung unter sich und vom Schwingsystem.
4. Möglichst lineare Regelung der Rückkopplung bei sanftem oder hartem Schwingungseinsatz. Gute Einstellbarkeit kritischer Dämpfung.
5. Linearer Rückkopplungszeit, jedoch veränderliche Nichtlinearität der Schwingröhre (V3 in Abb. 5.1-1).
6. Nichtlineare Begrenzung der Schwingungsamplitude wahlweise einstellbar,
 - a) ohne dämpfende Wirkung auf den Schwingungskreis,
 - b) mit direkter dämpfender Einwirkung auf den Schwingungskreis (Gitterstrom).
7. Begrenzungseffekte derart, dass der Beginn der Sättigung mittels der vorhandenen Instrumente sofort festgestellt werden kann.
8. Geringe Schwankungen der Gleichstromanteile der Elektronenröhrenströme, insbesondere ev. Verhütung der Folgen rascher Aenderungen (Ziff. 2.217).
9. Geringe Veränderlichkeit der Eigenfrequenz bei Eintritt der nichtlinearen Amplitudenbegrenzung.
10. Eindeutige Spannungsverhältnisse zwecks Messungen mittels Demodulatoren und angeschalteter Verstärker. Geringe Rückwirkungen derselben bei Belastungsänderungen.
11. Hohe Unempfindlichkeit des Schwingsystems gegenüber Schwankungen der Speisepotentialen und der Temperatur, sowie gegenüber Störspannungen (ungenügend ausgeglättete Gleichspannungen).
12. Reflexionsarmut und verschwindende Reflexionszeiten der an den Schwingungskreis angeschalteten Aggregate.

5.124. Beispiele praktischer Pendelrückkopplungsempfänger.

Pendelrückkopplungsempfänger eignen sich vornehmlich zum Gebrauch im Gebiet der Meterwellen (Ziff. 2. 215- 4). Der Aufwand an unbedingt Notwendigem ist dabei sehr gering. Dies ist auch aus den Beispielen in Abb. 5.1- 2 zu erkennen, welche dem mehrfach erwähnten Buch von J.R. Whitehead (3) entnommen sind. Fig. 1 zeigt einen Empfänger mit selbständigen Organen zur Erzeugung der Pendelspannung und zur Demodulation der Schwingungen. In der Anordnung gemäss Fig. 2 hingegen dient die Widerstands- Kondensator- Kombination des Gitternetzwerkes zur Erzeugung der veränderlichen Rückkopplung, währenddem die modulationsfrequenten Schwankungen aus der Variation des Mittelwertes des Röhrenstromes gewonnen werden. Die pendelfrequenten Anteile ergeben infolge der Zuschaltung eines geeigneten Kondensators keinen nennenswerten Spannungsabfall über dem Koppeltransformator.

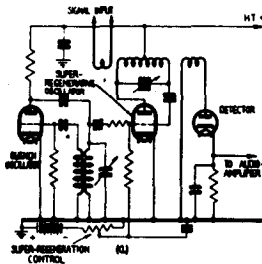


Fig. 1. Erzeugung der Pendelspannung und Rückgewinnung der Modulation durch selbständige Organe.

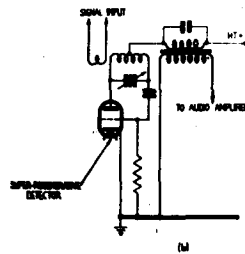


Fig. 2. Erzeugung der Pendelspannung und Rückgewinnung der Modulation durch Ausnutzung der Röhrenströme (Self-Quenching).

Abb. 5.1- 2. Beispiele praktischer Pendelrückkopplungsempfänger.

5.13. Der Hilfsoscillator und der Diskriminator.

5.131. Der Hilfsoscillator.

Die zur Synchronisierung dienende Schwingspannung des PRE wird der Kathode der Verstärkerröhre V4 (Abb. 5.1-1) entnommen und über eine Trennstufe in den Schwingungskreis des Oscillators eingespeisen (Abb. 5.1-3). Durch Variation der Grunddämpfung desselben kann sowohl die Selektivität, als auch die Synchronisationsbreite verändert werden. Gleichzeitig erfahren die Schwingbedingungen ebenfalls eine Beeinflussung. Die Grundeinstellung der Anschwing- und der Begrenzungskennlinie erfolgt durch die Wahl der Gittervorspannung. Eine Modulation des Generators durch die Wechselstromreste der Speisespannungen muss durch sorgfältige Filterung vermieden werden. Daraus ergeben sich hohe Zeitkonstanten im Gitterkreis des Schwingensystems, welchen zufolge sich der Oscillator bei Einstellung wenig überkritischer Rückkopplung in einen PRE mit selbsterzeugter Pendelspannung verwandelt.

Der Oscillator ist auch auf der Belastungsseite rückwirkungsarm abgeschlossen. Eine ausreichende Abschirmung zur Vermeidung der Rückstrahlung von Energie in das Schwingensystem des PRE erweist sich als besonders wichtig.

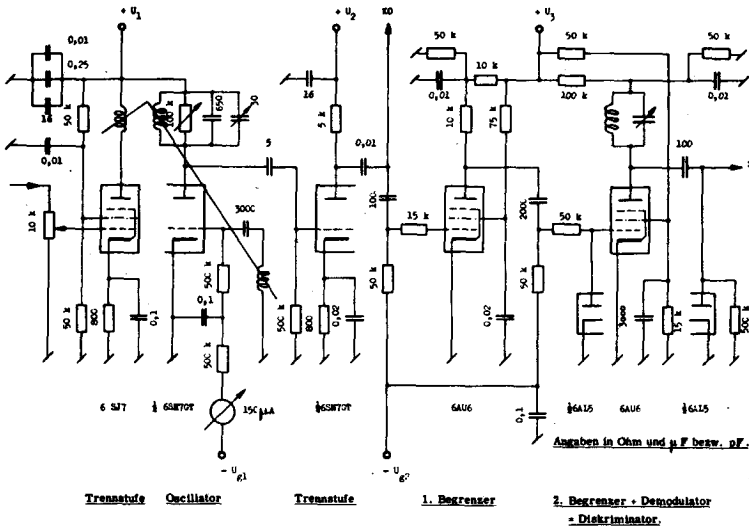


Abb. 5.1-3. Hilfsoscillator und Diskriminator (Schwingkreisflanke).

Der Ausgang "S" führt zu den Filtergliedern zur Reduktion der hochfrequenten Spannung.

5.132. Begrenzerstufen und Diskriminator.

Die parasitären Amplitudenschwankungen (Ziff. 4.373- 53 und 4.382) werden beim Durchlaufen der zwei Begrenzerstufen geeigneter Zeitkonstanten ausgeschaltet. Der Diskriminator besteht der Einfachheit halber aus einem gewöhnlichen Schwingungskreis genügender Bandbreite. Durch entsprechendes Verstimmen gegenüber dem Mittelwert der Eigenfrequenz des Oscillators kann das Band der auftretenden Schwingfrequenzen in den linearsten Abschnitt der einen Flanke verschoben werden. Die Ausgangsspannung wird dann der jeweiligen Frequenz etwa proportional verlaufen. Die geringe Ausbeute wird durch die einfache Nachstellbarkeit im Betriebe mehr als wettgeschlagen.

Der Diskriminatorschwingkreis kann den Schwankungen der Oscillatorfrequenz nicht beliebig unmittelbar folgen. Die Einschwingfehler dürfen annehmbare Grenzen nicht überschreiten. Die dem mit "S" bezeichneten Ausgang nachgeschalteten Filterglieder wurden den jeweiligen Versuchsbedingungen angepasst. Sie sind deshalb nicht in das Schema aufgenommen worden. Ihnen liegt die Aufgabe ob, dem Anzeigeteil (Oscillograph oder Tonverstärker) nur die modulationsfrequenten Anteile des Spektrums zuzuführen. Sie verursachen ebenfalls lineare Einschwingverzerrungen. Um solche zu vermeiden, ist bei der photographischen Auf-

nahme der Oscillogramme weitgehend auf eine genügende Filterung verzichtet worden (vgl. die Abb. 4.3-20, 4.3-24, 4.3-25 und 4.3-26 a). Die Filterelemente sind durch die Einfügung von Trennstufen beidseitig rückwirkungsfrei abgeschlossen.

5.14. Die Hilfsaggregate zur Herstellung der Phasenlinien.

5.141. Allgemeines.

Das Prinzip der Erzeugung der sog. Phasenlinien zu Vergleichszwecken innerhalb des Oscillographenbildes selbst wurde in Ziff. 3.23 erläutert. Die prinzipielle Messanordnung ist in Abb. 3.2-1 festgehalten.

5.142. Der Phasenschieber.

Um die gegenseitige Ausgangsphasenlage zwischen zwei unter sich zu vergleichenden Schwingungen innerhalb gewisser Grenzen frei wählen zu können, ist ein Phasenschieber unentbehrlich.

Die in einer Gegentaktanordnung unverzerrt verstärkte Vergleichsspannung wird an eine Impedanzkombination $R_{\varphi} - C_{\varphi}$ gelegt (Abb. 5.1-4). Bei einer Variation des Widerstandes beschreibt der Vektor der Steuergitterspannung der nachfolgenden Verstärkerstufe unter der Einwirkung der Eingangsimpedanz dieser Röhre, sowie der unvermeidlichen Schaltkapazitäten, eine ellipsenähnliche Kurve. Neben einer nicht zu vermeidenden Aenderung der Amplitude wird dadurch der Bereich der möglichen Phasenänderungen eingeengt. Durch geeignete Dimensionierung konnte ein befriedigender Betrieb der Anordnung zur Rechteckspannungserzeugung innerhalb eines grösseren Frequenzbereichs erzielt werden. Die Amplitude der Eingangsspannung kann dabei im Verhältnis von grösser als 1 : 300 schwanken.

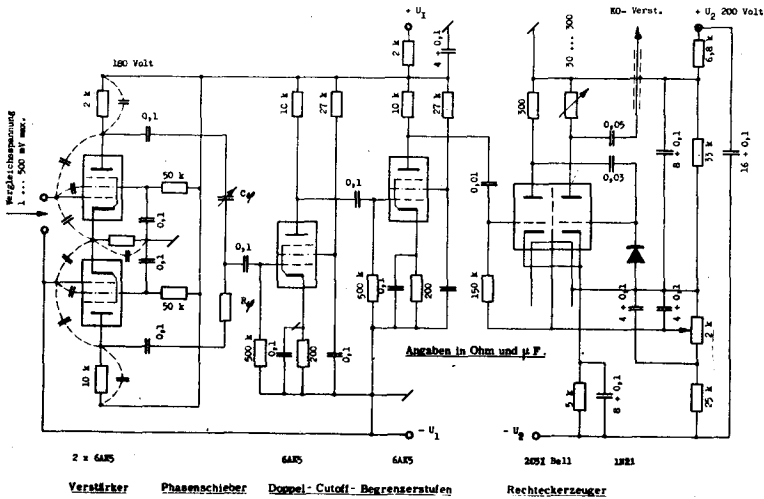


Abb. 5.1-4. Phasenschieber und Erzeuger der Rechteckspannung zur Phasenmessung.

5. 143. Spannungsbegrenzer und Rechteckerzeuger.

Die Vorspannungen der beiden Begrenzerröhren werden derart eingestellt, dass die auf einen konstanten Amplitudenwert zu bringenden Spannungen durch das Anlaufstromgebiet einer jeden Stufe abgeschnitten werden. Die erzeugten Trapeze weisen bereits eine beachtliche Flankensteilheit auf.

Zur Erzeugung sauberer Phasenlinien sind ausserordentlich steile Anstiege der Rechteckspannungen erforderlich. Die Anstiegszeiten sollten wenn irgendwie möglich $1/300 \dots 1/500$ der Periodendauer nicht übersteigen. Bei einer Frequenz von ca. 200 kHz ergibt sich somit eine höchstzulässige Schaltzeit von etwa $1/100 \mu\text{sec}$.

Nach längeren Bemühungen konnten derartige Flankensteilheiten mittels eines bistabilen Multivibrators erreicht werden, welcher mit der damals soeben auf dem Markt erschienenen Bell-Spezialtriode 2051 ausgestattet war. Diese Röhre zeichnet sich durch ihre grosse Kapazitätsarmut trotz ausserordentlicher Steilheit aus. Die erzielbaren Ausgangsspannungen sind ganz beträchtlich. Der Ausgangswiderstand wurde veränderlich gestaltet.

Das Impulszeitverhältnis der Rechteckspannung lässt sich innert gewisser Grenzen variieren. Es ist von der Stärke und der Frequenz der Vergleichsspannung weitgehend unabhängig. Durch Einfügen einer weiteren Diode liess sich das restliche Ueberschwingen noch bedeutend reduzieren. Die Nachteile der Kathoden-Heizfaden-Kapazitäten sind durch geeignete Massnahmen auszuschalten.

5. 144. Die zusätzliche Steuerung des Oscillographen.

Die rechteckförmige Vergleichsspannung muss der zu oscillographierenden Messspannung überlagert werden, was sich bei asymmetrischer Steuerung der Ablenkplatten in einfacher Weise bewerkstelligen lässt. Beim vorliegenden Du Mont-Oscillographen werden die Platten symmetrisch gesplesen. Die zusätzliche Beeinflussung des Gegentakt-Endverstärkers ist in der Abb. 5.1-5 veranschaulicht.

Es ist unbedingt dafür zu sorgen, dass die Rechteckform dank breitbandiger Dimensionierung der Kopplungsglieder keinen wesentlichen Verzerrungen unterworfen wird.

Prinzipiell kann die Vergleichsspannung auch der Zeitablenkspannung überlagert werden, doch wurden auf diese Weise keine befriedigenden Ergebnisse erzielt.

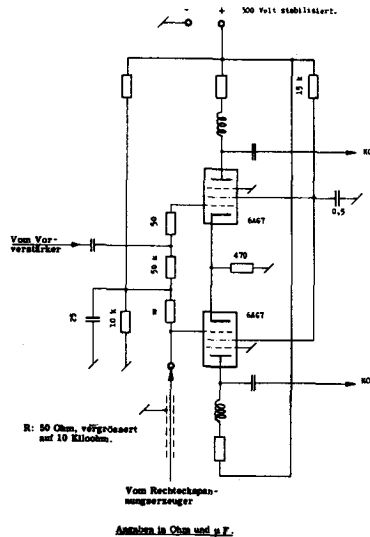


Abb. 5.1-5. Die Zusatzsteuerung des Oscillographen zur Erzeugung der "Phasenlinien".

5. 2. Die besonderen Voraussetzungen zur Anwendung des Pendelrückkopplungsprinzips bei sehr hohen Frequenzen.

5. 21. Allgemeines.

Eine optimale Ausnutzung der konventionellen Pendelrückkopplungsanordnungen ist nur im Bereich der Frequenzen von etwa 100 bis 1000 MHz möglich (vgl. Ziff. 2. 215-4). Besonders bei sehr hohen Frequenzen (Mikrowellen) sind die einzelnen elektromagnetischen Felder der Schwingungsanordnung oftmals unter sich und mit den Raumladungen der Elektronenstrahlen sehr eng verkoppelt. Die Ergebnisse der in den Teilen 1 ... 4 angestellten Untersuchungen lassen sich deshalb nur bedingt auf die bedeutend allgemeineren Verhältnisse übertragen. Insbesondere ist die wünschbare Voraussetzung einkreisiger Schwingsysteme nicht mehr aufrechtzuerhalten.

Geeignete Konstruktionen der Schwingungskreise (Hohlraumresonatoren) erfüllen die natürliche Forderung nach möglichst geringer Abstrahlung von Feldenergie. Das Mass der Verluste und die verhältnismässige Aufteilung derselben auf die einzelnen Energiespeicher weichen von den entsprechenden Gegebenheiten bei tieferen Frequenzen u. U. merklich ab. Damit ändert sich aber auch die ersatzmässige Anordnung der bezüglich des erwünschten Geschehens parasitären Schaltelemente. Dies beeinflusst wiederum die Gestalt der das System beschreibenden Differentialgleichung.

Nichtlineare passive Schaltelemente, wie z.B. Glimmladungsröhren und gesteuerte Dielektrika, finden nur ausnahmsweise Verwendung.

Als von überwiegender Bedeutung hingegen erweist sich eine Beeinflussung der Systemparameter durch die als aktive Elemente verwendeten Elektronenröhren. Deren innere Leitwerte treten als wesentliche Bestandteile des gesamten Netzwerkes auf. Sie wirken dämpfend oder entdämpfend (Laufzeiterscheinungen) auf das Schwingsystem ein und verändern dessen Resonanz- und Eigenfrequenzen. Das Mass dieser Beeinflussungen schwankt mit der Veränderung der Rückkopplung und damit im Takt der pendelfrequenten Variation gewisser Elektrodenpotentiale.

Die Röhrenleitwerte tragen nichtlinearen Charakter

- a) bezüglich der hochfrequenten Steuerspannungen an den Elektroden, und
- b) in bezug auf die pendelfrequenten Potentialvariationen.

Die Kenntnis der nach aussen hin wirksamen Impedanzen der Röhren ist somit von grundsätzlicher Wichtigkeit. Leider finden sich in der Literatur nur wenige charakteristische Angaben, welchen einige Gesetzmässigkeiten bezüglich der Variationseinflüsse entnommen werden könnten (vgl. (45, 46, 47) für konventionelle Röhren unter 100 MHz und (48...51) für Spezialröhren bei ultrahohen Frequenzen).

- * Für konventionelle Trioden ergibt sich im Wesentlichen das folgende Resultat :
- * Mit variierender Steilheit und demzufolge schwankender Anodenstromdichte ändert sich
- * vor allem der komplexe Eingangsleitwert.

Im Bereich der Mikrowellen können vermutlich Magnetronen unter geeigneten Betriebsbedingungen (kürzere Impulszeiten, sowie höhere Repetitionsfrequenz) und bei dementsprechender

Konstruktion wohl als PRE hoher Ausgangsspannung dienen. Die linearen Phasenzuordnungen universeller Natur bleiben erhalten (vgl. Ziff. 1. 641 und 1. 642). Die unumgänglichen Störbeeinflussungen bedürfen allerdings einer gesonderten Betrachtung.

5. 22. Das allgemeine Netzwerk eines Oscillators für hohe Frequenzen und die notwendigerweise weitgehende Vereinfachung desselben zum Zwecke der mathematischen Behandlung.

5. 221. Allgemeines.

Wie in Teil I ausgeführt wurde, stellen sich der mathematischen Behandlung angesichts der vielen, u.a. parasitären, teils nichtlinearen, teils zeitlich veränderlichen Schaltelemente erhebliche Schwierigkeiten entgegen. Eine allgemeine Ersatzschaltung eines selbsterregungsfähigen Gebildes soll deshalb im Nachstehenden schrittweise vereinfacht werden. Es lässt sich dabei sofort ersehen, dass eine Differentialgleichung 2. Ordnung und von niedrigem Grad nur Schwingensysteme beschreiben kann, welche von gänzlich reduzierter Art sind. Unter Umständen können aber die tatsächlichen Beeinflussungen seitens einiger wesentlicher parasitärer Elemente dadurch überhaupt nicht mehr erfasst werden. Die Folgerungen aus der mathematischen Behandlungsweise können sich in diesem Fall naturgemäss nicht mehr unmittelbar auf jene Effekte erstrecken, welche sich beim Vorhandensein der vernachlässigten Netzwerkzweige ergeben würden. Lassen sich die Wirkungen ungewollter Impedanzen nicht durch schaltungstechnische Massnahmen in erwünschtem Masse herabmindern, so führt unter Umständen eine Behandlungsweise anhand experimenteller Grundlagen in Anlehnung an die Ausführungen in Kap. 2.5 zum Ziel.

5. 222. Die Spannungsersatzschaltung der Schwingungsanordnung bei Miteinbezug von Gegeninduktivitäten zwischen den äusseren Ersatzzweipolen.

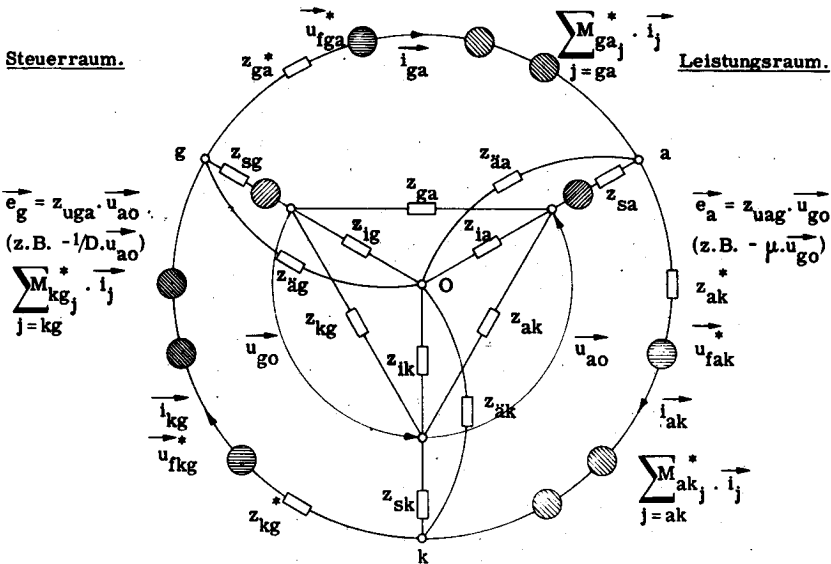




Abb. 5. 2-1. Allgemeines Ersatzschema eines Einrohr-Schwingungserzeugers.

Es bedeuten :

a, k, g	im wirklichen oder übertragenen Sinne Anode, Kathode, Gitter;
z^*	Ersatzzweipole der äusseren Schaltelemente;
M_j^*	resultierende Ersatz- Gegeninduktivitäten zwischen den jten Zweigen;
$z_{ga,ak,kg}$	innere Impedanzen zwischen den Elektroden, wirklich od. elektronisch;
z_i	innere Impedanzen zwischen den Elektroden und der Schirmung O;
z_a	äussere Impedanzen zwischen den Elektroden und der Schirmung O;
z_s	unzugängliche + allfällige äussere Serieimpedanzen der Elektrodenzuführungen;
O	gemeinsame Abschirmung der Schwingungsanordnung;
i	die äusseren Ersatzströme;
$i_{ga,ak,kg}$	die resultierenden Ersatz- Fremdspannungsquellen in den äusseren Ersatz-
u_i^*	Zweipolen. Die Innenimpedanzen sind bei den z^* miteinbezogen;
	die Ersatz- Gegeninduktivitäts- EMK in den äusseren Ersatzzweipolen;
	die aktiven Ersatzspannungen der Elektronenröhre (z.B. Triode);
D, μ	Durchgriff resp. Verstärkungsfaktor einer Triode.

Eine jede beliebige, noch so einfache Schaltungsanordnung lässt sich in das Ersatzschema der Abb. 5. 2-1 einbauen. Dieses ist auf sämtliche Arten von Elektronenröhren anwendbar, sofern eine galvanische Verbindung zwischen Steuer- und Leistungsraum besteht. Ansonst sind die einzelnen Räume durch unter sich gekoppelte Einzelschaltbilder darzustellen.

*** Die Ersatzanordnung einer allgemeinen Einrohr- Schwingschaltung entspricht gemäss
 *** Abb. 5. 2-1 einem Doppelstern- Doppeldreieck- Netzwerk mit zusätzlichen Kopplungen.
 *** Infolge der Reduktion auf Ersatzzweipole werden die Ausdrücke für die Ersatzspannun-
 *** gen und Ersatzimpedanzen im allgemeinen sehr kompliziert. Die Ersatzimpedanzen ent-
 *** stehen rechnerisch aus den Integro-Differentialausdrücken für die entsprechenden Strö-
 *** me. Die Ordnung und der Grad sind dadurch bestimmt. Einige der Impedanzen sind zu-
 *** dem pendelfrequent veränderlich oder spannungsmässig nichtlinear.

5. 223. Die vereinfachte Stromersatzschaltung ohne Gegenadmittanzen.

Solange lediglich zeitlich unveränderliche Schaltelemente Verwendung finden, können die Gl. (2. 5/2) für die stationären und die instationären Zustände in operatorenmässiger Weise auf algebraische Gleichungen gebracht und durch fortgesetzte Eliminationen gelöst werden.

Die Kenntnis des instationären Zustandes bei zeitlich veränderlichen Elementen erfordert jedoch die simultane Lösung des gesamten Systems von Integro-Differentialgleichungen. Die Matrizelemente wirken als Integro-Differentialoperatoren auf die entsprechenden Spannungen und Ströme ein. Sie können nicht von ihnen getrennt werden. Die Ordnung und der Grad eines jeden Operators hängen von den Konfigurationen der miteinzubeziehenden Ersatzzweipole ab. Auf Grund der bei Pendelrückkopplungsempfängern vorauszusetzenden Parameterschwankungen werden auch die Matrizelemente zu Funktionen der Zeit.

Es ist im Besonderen zu untersuchen, welche stark reduzierten Anordnungen mit parameterfrequent veränderlichen Röhrenkenngrossen wenigstens näherungsweise auf eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit variablen Koeffizienten führen (Abb.1.6- 4a, Gl.(1.6/1)).

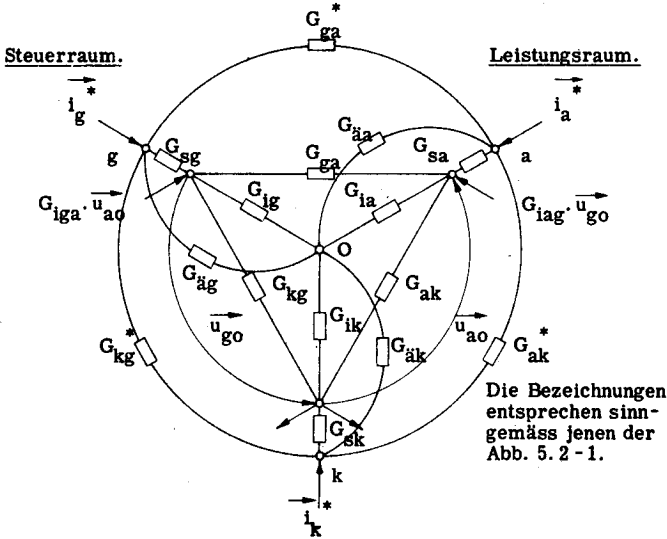


Abb. 5.2-2. Die vereinfachte Stromersatzschaltung ohne Gegenadmittanzen.

Aus den Knoten- und Maschengleichungen des Netzwerkes ergeben sich die beschreibenden Systeme von Differentialgleichungen. Bezeichnen:

im Spannungersatzschema

im Stromersatzschema

E_u	E_i	die Zahl der Elemente,
N_u	N_i	die Zahl der Knoten,
P_u (hier 1)	P_i (hier 1)	die Zahl der voneinander unabhängigen einzelnen Schaltbilder,

so ergibt sich die Zahl der unabhängigen Gleichungen zu

$$n_u = E_u - (N_u - P_u) \quad (5.2/1a) \quad \text{resp.} \quad n_i = E_i - (N_i - P_i) \quad (5.2/1b)$$

Die beiden unter sich gleichwertigen Systeme von Gleichungen lassen sich allgemein in die Form kleiden:

$$\left| \vec{u}_{uj} \right| = \left\| z_{ujq} \right\| \cdot \left| \vec{i}_{uq} \right| \quad \text{resp.} \quad \left| \vec{i}_{ij} \right| = \left\| G_{ijq} \right\| \cdot \left| \vec{u}_{iq} \right|$$

$j, q = 1 \dots n \quad (5.2/2a)$

$$\left| \vec{i}_{ij} \right| = \left\| G_{ijq} \right\| \cdot \left| \vec{u}_{iq} \right|$$

$j, q = 1 \dots n \quad (5.2/2b)$

Im allgemeinen tragen lediglich die äusseren, d.h. die röhrenunabhängigen Schaltelemente einen linearen Charakter. Die Röhrenkennwerte sind hingegen in nichtlinearer Weise zeitlichen Schwankungen unterworfen. Gleichzeitig variiert im allgemeinen auch die Form der nichtlinearen Strom-Spannungscharakteristik (vgl. z.B. Abb. 1.2-1 b und Kap. 1.3).

Die Schaltelemente der Schwingungserzeuger können demnach wie folgt gegliedert werden :

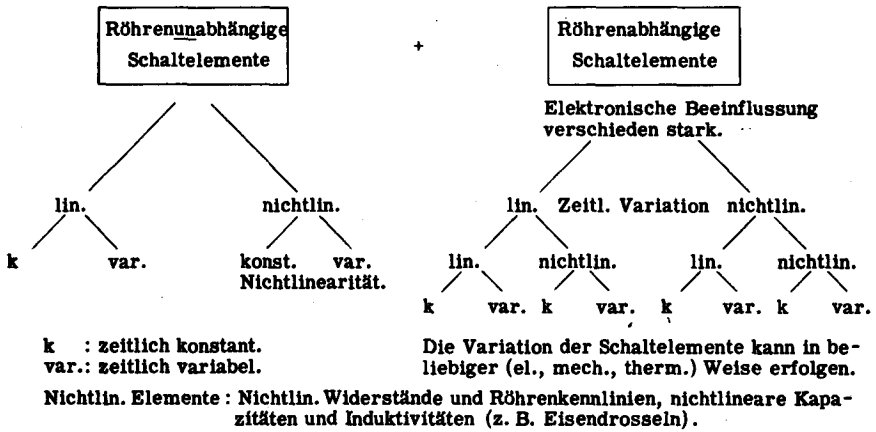


Abb. 5.2-3. Die funktionelle Aufteilung der Schaltelemente.

5. 224. Stark reduzierte lineare Spannungsteilerschaltung mit variablen Elementen.

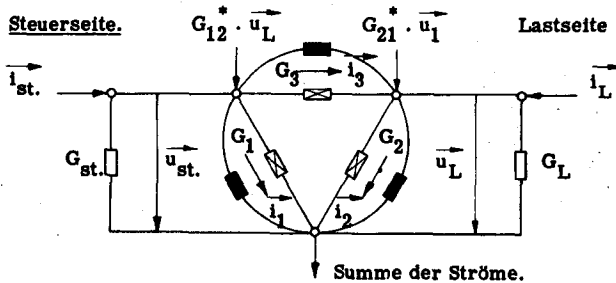




Abb. 5. 2-4. Ersatzschema.

Es bedeuten :

-  Allgemeine, zeitlich veränderliche Röhrenleitwerte;
-  Allgemeine äussere, veränderliche Schaltelemente (z.B. mech. variiert);
- G_{st}, G_L ersatzmässige Leitwerte der Steuerquelle und der Belastung;
- $G_{1,2,3}$ Summe der Röhren- und Schaltungsleitwerte;
- G_{12}^*, G_{21}^* Veränderliche elektronische Transadmittanzen;
- \vec{i}_{st}, \vec{i}_L Steuer- resp. Laststrom;
- $\vec{i}_{1,2,3}$ Summenströme;
- \vec{u}_{st}, \vec{u}_L Spannungen auf der Steuer- bzw. Lastseite. Gesucht ist $u_L(t)$.

Die Ströme und Spannungen eines jeden Netzwerkzweiges sind durch lineare Integro- Differentialausdrücke miteinander verkettet. Im allgemeinen variieren deren Koeffizienten in pendelfrequenter Weise mit der Zeit.

Demnach gilt:
$$\underline{\vec{i}}_q = G_q \cdot \underline{\vec{u}}_q = \underline{D}_q(t) \underline{\vec{u}}_q(t); D = \text{Operator} \quad (2.5/3).$$

Aus dem Ersatzschema der Abb. 5.2-4 leiten sich die Vierpolgleichungen her zu:

$$(G_{12}^* + G_3) \cdot \underline{\vec{u}}_L = (G_1 + G_3 + G_{st.}) \cdot \underline{\vec{u}}_{st.} - \underline{\vec{i}}_{st.} \quad (2.5/4a).$$

$$(G_2 + G_3 + G_L) \cdot \underline{\vec{u}}_L = - (G_{21}^* + G_3) \cdot \underline{\vec{u}}_{st.} - \underline{\vec{i}}_L \quad (2.5/4b).$$

* Aus diesen beiden Integro- Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten kann
 * $\underline{u}_L(t)$ im allgemeinen nur durch Lösen einer jeden der beiden Gleichungen und Elimi-
 * nation von $\underline{u}_{st.}(t)$ aufgefunden werden. Die resultierende Diff.gl. ist meist von höhe-
 * rer als zweiter Ordnung und u. U. nichtlinear.

Soll die resultierende Bestimmungsdifferentialgleichung für $\underline{u}_L(t)$ von lediglich 2. Ordnung sein, so sind die zulässigen Impedanzkombinationen auf wenige Möglichkeiten beschränkt.

5. 3. Anwendungsmöglichkeiten des Pendelrückkopplungsprinzips, Nebenerscheinungen und Verschiedenes.

5. 31. Anwendungsmöglichkeiten und hiezu anzustellende Untersuchungen.

5. 311. Verwendung des PRE zur Uebertragung von Nachrichten.

-1. Betrachtung des PRE im Rahmen der Quantisierungsverfahren.

Zu untersuchen ist die Verwendbarkeit des PRE als Empfänger, sowie allenfalls als Relaisender bei der Uebertragung von Nachrichten mittels

-11. Impulsmodulation (Lage-, Frequenz-, Amplituden- oder Impulsbreitemodulation);

-12. Pulsmodulation (inkl. Codierungs- und Decodierungsfunktion);

-13. irgendwelcher Differenzmodulationen (inkl. Sonderfunktionen).

-2. Der PRE als Relaisstation.

Zu untersuchen sind insbesondere die Anwendbarkeit diverser Modulationsarten, die erforderliche Selbstregulierung der Pendelfrequenz für die sämtlichen Stationen einer Relaiskette, die Güte der Modulationsübertragung, sowie die Interferenzmöglichkeiten verschobener Schwingungsmaxima. In diesem Zusammenhang vergleiche man die Arbeit von Diemer (4).

-3. Der PRE als Gegensprechstation.

Dieses Problem wurde bereits in der Literatur erörtert (52).

-4. Die Stabilisierung von Gleichwellensendern durch Pendelsynchronisierung.

Die Pendelsynchronisierung könnte an die Stelle der üblichen Synchronisationen treten (5). Zu untersuchen ist die Notwendigkeit allfälliger Phasenkorrekturen zwischen den einzelnen Synchronisierintervallen.

5. 312. Der PRE als Kombination von Bandpassfilter und Verzögerungsschaltung.

Bei einer kaskadenförmigen Hintereinanderschaltung mehrerer PRE-Systeme lassen sich selbst bei geringer Stufenzahl erhebliche Verzögerungen erzielen. Die Laufzeiten können durch Variation der unter sich synchronen Pendelfrequenzen und durch Aenderung der Stufenzahl innert mehreren Grössenordnungen verändert werden.

Durch geeignete Massnahmen ist eine gleichzeitige Beeinflussung der Uebertragungseigenschaften der Modulation, der Verstärkung und der Filtercharakteristik auszuschliessen. Andererseits können Bandbreite und Verstärkung in eine Abhängigkeit von der Verzögerung gebracht werden.

5. 313. Der PRE als Messgerät.

Besonders im Bereich geringer Schwingungsamplituden kann der PRE in vorteilhafter Weise Verwendung finden. Im Folgenden seien einige Möglichkeiten angedeutet.

-1. Messung geringer Spannungsbeträge, insbesondere von "Momentan"-Werten.

Die einzelnen Messintervalle sind von beschränkter, jedoch endlicher Dauer.

-2. Periodische Phasenvergleiche zwischen Schwingungen geringer Amplituden und irgendwelchen Vergleichsschwingungen (vgl. Ziff. 3. 23).

-3. Untersuchungen der Amplituden- und Phasenstatistiken irgendwelcher unorganisierter Signale (z. B. des "Elektronenrauschens") durch kohärente Filmaufnahmen der phasenmässig festgelegten Pendelzyklen.

-4. Verwendung des PRE zu Korrelationszwecken (Spektraluntersuchungen).

Das zu untersuchende Signal werde in irgendwelcher Weise einer hochfrequenten Schwingung aufmoduliert. Der PRE übernimmt die Aufgabe, die einzelnen Spektralanteile der Modulation festzustellen. Zu diesem Zwecke werde eine Vielzahl von Pendelzyklen betrachtet. Bei betont kohärenter Empfängereinstellung ohne nichtlineare Amplitudenbegrenzung (Ziff. 2. 32) treten nur dann dauernde Folgen unter sich beinahe gleichartiger Pendelzüge auf, wenn die Pendelfrequenz zur Frequenz einer der wesentlichen Modulationskomponenten in einem rationalen Verhältnis steht. Bei stark kohärenter Einstellung wird der Einfluss der übrigen Modulationsanteile durch die dann sehr langsamen Einschwingvorgänge in ausserordentlichem Masse herabgemindert (vgl. Ziff. 2. 32/10). Gleichzeitig treten die hohen Resonanzschärfen bei ungesättigter Kohärenz voll in Erscheinung.

Durch Variation der Pendelfrequenz kann somit das gesamte Spektrum der Modulation aufgenommen werden. Dabei ändert sich jedoch die Empfindlichkeit der Empfangsanordnung, so dass eine Regulierung vorgesehen werden muss.

Bei relativ geringem Verhältnis der Pendelfrequenz zur höchsten Modulationsfrequenz kann das Spektrum auch durch eine reine Verstimmung des Empfängers aufgenommen werden. Die Kohärenzstärke hat sich nach der Stabilität der Anordnung zu richten. Auf die Selektivitätseigenschaften ist ebenfalls Rücksicht zu nehmen.

-5. Laufzeitmessungen und Geschwindigkeitsmessungen (Echolotung, Radar).

Der PRE wird als impulsmodulierter Sender benutzt. Bei geeigneter Wahl der Pendelfrequenz dient das Echo direkt als Empfangssignal (53).

Durch Verwendung mehrerer PRE mit unterschiedlichen Pendelfrequenzen lassen sich damit Distanzen über etliche Grössenordnungen hinweg mit grosser Genauigkeit messen. Die Einwirkung der Echoschwächung bei grösserer Entfernung ist jedoch im Zusammenhang mit der Endlichkeit der Empfindlichkeitsintervalle zu betrachten.

Einer Aenderung der Entfernung entspricht eine notwendige Variation der Pendelfrequenz. Damit kann auch die Radialkomponente der Objektgeschwindigkeit und allenfalls deren Ableitung ebenfalls bestimmt werden. Durch Anordnung einer automatischen Nachlaufsteuerung lässt sich somit eine Zeitmessung auf eine Frequenzmessung zurückführen.

5. 32. Konstruktionsprinzipien und Nebenerscheinungen.

5. 321. Grundsätzliches.

Die Konstruktionsprinzipien sind in Kap. 2. 7 zusammengestellt worden. Die höchstzulässigen Pendelfrequenzen, sowie die dadurch bedingten Kreisgüten können im Wesentlichen aus Ziff. 2. 215 ersehen werden. Der Frequenzhub der allenfalls zu verwertenden frequenzmodu-

lierten Signale ist ebenfalls beschränkt.

5.322. Regulierungen.

Nach Massgabe der Art der erwünschten Verwertung der Eindeutigkeitseigenschaften sind u. U. Regulierungen der Amplituden-, Frequenz- oder gar Phasenwerte erforderlich, sofern die Stabilität der Anordnung ansonst nicht gewährleistet ist. Besondere Aufmerksamkeit ist der Wahl der Zeitkonstanten und der Möglichkeit von Regelschwingungen zuzuwenden. Mit lediglich einer einzigen Diode können bereits sehr gute Verstärkungsregelungen erzielt werden. Bezüglich praktisch ausgeführter Regelschaltungen beim Gebrauch des PRE zum Empfang amplitudenmodulierter Signale beachte man das Buch von Whitehead (3).

5.323. Nebenerscheinungen.

-1. Verzögerung.

Jedes Ausgangsprodukt eines PRE ist grundsätzlich um die ungefähre Anschlagdauer der PRE-Schwingungen gegenüber dem erregenden Momentanzustand des Fremdsignals verschoben.

-2. Rückstrahlung.

Die u. U. beträchtliche Energie der angefachten Schwingungszüge wird über die Antenne und die nicht abgeschirmten Teile der Empfangsanordnung teilweise in den Raum abgestrahlt (zusätzliche Bedämpfung des Schwingungskreises). Der Schwingstufe ist deshalb eine Trennstufe voranzustellen, welche gleichzeitig zur Verbesserung der Selektivität dienen kann.

-3. Nachteile der Vorstufen.

Vorgeschaltete Trennstufen sind nie gänzlich rückwirkungsfrei. Die Schwingkreisspannung wird deshalb nach Massgabe der Impedanzen der Vorröhre und der Schaltelemente geteilt, so dass ein gewisser Betrag ebenfalls als Steuerspannung der Vorstufe erscheint. Wiederum verstärkt, wirkt sie somit als phasen- und zeitverschobenes Fremdsignal auf das Schwingensystem ein. Je nach dem Verhältnis der Laufzeit zur Pendelperiodendauer werden dadurch Echoerscheinungen bewirkt. Bedeutungsvoll werden diese vornehmlich dann, wenn infolge des Vorhandenseins derartiger "Restspannungen" Kohärenzerscheinungen simuliert werden. Bei an sich absolut inkohärenter Empfängereinstellung können auf diese Weise die Erscheinungen der Entartung, sowie der Verschleppung und Veruntreuung der Modulation auftreten.

Das Anbringen von Trenn- oder Vorverstärkerstufen ist deshalb vornehmlich aus diesem Grunde mit einer geschickt gewählten Frequenzumsetzung (Transponierung) zu verbinden (vgl. (20)).

-4. Anderweitige Echoerscheinungen.

Die Impedanzverhältnisse einer PRE-Schwingungsanordnung ändern beständig. Deshalb ist es auch nicht möglich, das eigentliche Schwingensystem nach allen Seiten richtig anzupassen. Die dadurch stets vorhandenen Energiereflexionen sind nicht zu vermeiden. Es kann sich demnach nur darum handeln, diese unschädlich zu gestalten.

5. 324. Die Einflüsse des Elektronenrauschens.

Der Einfluss des "Rauschens" beim Gebrauch des PRE zum Empfang amplitudenmodulierter Signale ist hinreichend abgeklärt (³). Um die Qualitätseigenschaften verschiedener Empfangsarten unter sich vergleichen zu können, sind namentlich die nachstehenden Faktoren einer Betrachtung zu unterziehen:

Energiebandbreiten des PRE bezüglich des Fremdsignals und des Rauschens vor dem Demodulator, Einflüsse des Demodulators, des Niederfrequenzverstärkers und dessen Bandbreite, Einflüsse der Vorverstärkerstufe, des sehr beschränkten Empfindlichkeitsintervalles des PRE und der Gleichstromschwankungen, sowie die Vergrößerung der Rauschleistung infolge der eintretenden Kreuzmodulation bei Vorhandensein wesentlicher Nichtlinearitäten.

Ueber die Rauscheinflüsse bei der Verwendung des PRE zum Empfang anderswie modulierter Signale sind besondere Untersuchungen anzustellen (vgl. auch Ziff. 4.39).

5. 325. Zur Verbesserung der Selektivität.

Das Schwingsystem kann zu einem mehrkreisigen Bandfilter ausgestaltet werden, wobei jedoch Zieheffekte auftreten können. Der Anordnung kann indessen unter Verwendung einer Trennröhre ein passives Filter beliebiger Form vorgeschaltet werden. Die Frequenzabhängigkeiten der Amplituden und der Phasen lassen sich somit nach Wunsch gestalten. Die möglichen Störeffekte gemäss Ziff. 5. 323 sind aber in Betracht zu ziehen.

Anhang I zu Ziff. 1.842- 1 betr. die allgemeine Lösung der linearen, inhomogenen
Diffgl. 2. Ordnung mit periodisch und synchron variierenden Koeffizienten.

Die periodisch variierenden Funktionen $r(t)$ und $(\Phi + \Delta^*) = (\chi(t) + \Delta(t))$ können in deren Mittelwerte \bar{r} resp. $(\bar{\Phi} + \Delta^*)$ und in die diesen überlagerten Schwankungen $r^*(t)$ resp. $\chi_{\Delta}^*(t)$ aufgespalten werden wie folgt:

$$\bar{r}(t) = \bar{r} + r^*(t) \quad (1.6/75) \quad \text{und} \quad (\chi + \Delta) = \bar{\chi}_{\Delta} + \chi_{\Delta}^*(t) \quad (1.6/76).$$

δ ist gemäss Ziff. 1.834- 1, sowie den Gl. (1.6/31) und (1.6/51) ohnehin gleich Null. Für das partikuläre Integral (1.6/74) ergibt sich demnach:

$$y_p(t) = \frac{1}{C} y_2(t) \int_s^t S(\tau) e^{\frac{\bar{r}}{2}\tau} e^{\int_s^{\tau} (\frac{r^*}{2} - \delta) dx} \cdot \cos(\int_s^{\tau} (\bar{\chi}_{\Delta} + \chi_{\Delta}^*) dx) \cdot d\tau - \frac{1}{C} y_1(t) \cdot \dots \cdot \sin(\dots) \cdot d\tau \quad (1.6/77).$$

Goniometrische Zerlegungen bringen diesen Ausdruck auf die Form

$$y_p(t) = \frac{1}{C} y_2(t) \int_s^t S(\tau) e^{\frac{\bar{r}}{2}\tau} e^{\int_s^{\tau} (\frac{r^*}{2} - \delta) dx} \cdot \{ \cos I \cdot \cos I^* - \sin I \cdot \sin I^* \} \cdot d\tau - \frac{1}{C} y_1(t) \int_s^t \dots \cdot \{ \sin I \cdot \cos I^* + \cos I \cdot \sin I^* \} \cdot d\tau \quad (1.6/78a),$$

$$\text{mit } I = (\bar{\chi}_{\Delta} \cdot \tau) \quad (1.6/78b) \quad \text{und} \quad I^* = \int_s^{\tau} \chi_{\Delta}^* \cdot dx \quad (1.6/78c).$$

$$\text{Bezeichnet } \alpha(t) = (r^*/2 - \delta), \quad \bar{\alpha} \equiv 0 \quad (1.6/79)$$

die Wechselkomponente der dynamischen Dämpfung, so können die Funktionen

$e^{\int_s^t \alpha(\tau) d\tau}$ und $\frac{\sin}{\cos} \int_s^t \chi_{\Delta}^* d\tau$ zusammengefasst werden, da sie ja dieselbe Periodendauer aufweisen sollen. Es werde somit definiert:

$$P_c(t) = e^{\int_s^t \alpha d\tau} \cdot \cos \int_s^t \chi_{\Delta}^* d\tau \quad (1.6/80),$$

$$P_s(t) = \dots \cdot \sin \dots \quad (1.6/81).$$

Die Mittelwerte dieser Funktionen existieren im allgemeinen: $\bar{P}_c \neq 0, \bar{P}_s \neq 0$.

Da das Produkt gleichperiodischer Funktionen wiederum einen periodischen Charakter aufweist, so können $P_c(t)$ resp. $P_s(t)$ als Real- bzw. Imaginärteil einer komplexen Fourierreihe dargestellt werden. Es lässt sich schreiben:

$$P_c(t) = \text{Re} \left\{ \bar{P}(t) \right\} = \text{Re} \left\{ e^{\int_s^t (\alpha + j \chi_{\Delta}^*) d\tau} \right\} = \text{Re} \left\{ \sum_{-\infty}^{\infty} \bar{a}_{\nu} \cdot e^{j \nu p t} \right\} \quad \text{bzw.}$$

$$P_s(t) = \text{Im} \left\{ \bar{P}(t) \right\} = \sum_{-\infty}^{\infty} \dots$$

$$\text{oder also} \quad P_c = \sum_{-\infty}^{\infty} a_{\nu} \cdot \cos(\nu p t + \varphi_{\nu}), \quad P_s = \sum_{-\infty}^{\infty} a_{\nu} \cdot \sin(\nu p t + \varphi_{\nu}). \quad (1.6/82), \quad (1.6/83).$$

Es sei $\bar{a}_\nu = a_\nu \cdot e^{j\varphi_\nu}$ allgemein komplex, $a_\nu = \bar{a}_\nu$ (1.6/84).

Diese Koeffizienten bestimmen sich in allgemein bekannter Weise zu

$$\bar{a}_\nu = \frac{p}{2\pi} \int_c^{c+2\pi/p} \frac{1}{\bar{P}(t)} \cdot e^{-j \cdot p\tau} \cdot d\tau, \text{ wobei } \bar{a} = \pm a_-^*, \text{ da } \bar{P} \text{ komplex} \quad (1.6/85)$$

p ist die Grundkreisfrequenz der synchronen Variationen von r(t) und $\chi_\Delta(t)$.

Mit den vorstehenden Beziehungen vereinfacht sich die Gl. (1.6/78a) zu

$$y_p(t) = \frac{1}{C} y_2(t) \cdot \int_0^t S(\tau) e^{\frac{\bar{r}}{2} \cdot \tau} \left\{ P_c(\tau) \cdot \cos \bar{1} - P_s(\tau) \cdot \sin \bar{1} \right\} d\tau - \frac{1}{C} y_1(t) \cdot \int_0^t \dots \left\{ P_c(\tau) \cdot \sin \bar{1} + P_s(\tau) \cdot \cos \bar{1} \right\} d\tau \quad (1.6/86)$$

Nun werde die Erregung $S(t) = S_0 \cdot \sin(\omega t + \chi)$ (1.6/66) eingeführt.

Mit den Abkürzungen

$$(\omega t + \chi) = \sigma \quad (1.6/87), \quad (\bar{\chi}_\Delta \cdot t) = \varepsilon \quad (1.6/88), \text{ sowie } (\nu \cdot p t + \varphi_\nu) = p_\nu \quad (1.6/89)$$

formt sich die Beziehung (1.6/86) unter der Annahme der Vertauschbarkeit von Summation und Integration (gleichmässige Konvergenz der Reihendarstellungen) um in den Ausdruck

$$y_p(t) = \frac{S_0}{C} \cdot y_2(t) \cdot (J_{ss} - J_{cs}) - \frac{S_0}{C} \cdot y_1(t) \cdot (J_{sc} + J_{ss}) \quad (1.6/90)$$

Es bedeuten:

$$J_{sc} = J(t) \cdot \begin{pmatrix} -\cos(\sigma + \varepsilon - p_\nu) & + \cos(\varepsilon + p_\nu - \sigma) \\ +\cos(p_\nu + \sigma - \varepsilon) & - \cos(\varepsilon + p_\nu + \sigma) \end{pmatrix} \quad (1.6/90a)$$

$$J_{ss} = J(t) \cdot \begin{pmatrix} +\cos & + \cos \\ -\cos & - \cos \end{pmatrix} \quad (1.6/90b)$$

$$J_{cc} = J(t) \cdot \begin{pmatrix} +\sin & - \sin \\ +\sin & + \sin \end{pmatrix} \quad (1.6/90c)$$

$$J_{cs} = J(t) \cdot \begin{pmatrix} +\sin & + \sin \\ +\sin & - \sin \end{pmatrix} \quad (1.6/90d)$$

mit $J(t) = \frac{1}{4} \sum_{-\infty}^{\infty} a_\nu \int_0^t e^{\frac{\bar{r}}{2} \cdot \tau} \cdot d\tau \quad (1.6/90e)$

Die Integrationen der Einzelkomponenten ergeben mit dem allgemeinen Argument λ :

$$\int_0^t e^{\frac{\bar{r}}{2} \cdot \tau} \cdot \sin \lambda \tau \cdot d\tau = \frac{e^{\frac{\bar{r}}{2} \cdot t}}{\left(\frac{\bar{r}}{2}\right)^2 + \lambda^2} \cdot \left(\frac{\bar{r}}{2} \sin \lambda t - \lambda \cdot \cos \lambda t\right) \quad (1.6/91a),$$

$$\dots \cos \dots = \dots \left(\frac{\bar{r}}{2} \cos \lambda t + \lambda \cdot \sin \lambda t\right) \quad (1.6/91b).$$

Es sei ferner $J_c = J_{cc} - J_{cs}$ (1.6/92a) und $J_s = J_{sc} + J_{ss}$ (1.6/92b).

Bei der Ausführung der Integrationen fallen bei der Bildung der Ausdrücke

J_c und J_s (vgl. auch Gl. (1.6/90)) die sämtlichen Summanden der linken Kolonne in den Beziehungen (1.6/90 a ... d) weg. Werden nun die Einzellösungen

$y_1(t)$ und $y_2(t)$ gemäss den Gleichungen (1.6/23) und (1.6/24) ebenfalls in die Beziehung (1.6/90) eingesetzt, so ergibt sich mit $\gamma = \int^t \chi_{\Delta}^* d\tau$ (1.6/93) durch goniometrisches Zusammenfassen der Summanden das Partikulärintegral

zu

$$y_p(t) = \frac{S_0}{C} \cdot e^{-\frac{r}{2}t} \cdot e^{-\int^t (\frac{r}{2} + \delta) d\tau} \cdot (\sin(\varepsilon + \gamma) \cdot J_c - \cos(\varepsilon + \gamma) \cdot J_s) \quad (1.6/94)$$

Mit den an dieser Stelle nicht explizite berechneten Ausdrücken für $J_c(t)$ und $J_s(t)$ ergibt sich unmittelbar die Beziehung (1.6/96) der Ziff. 1.642- 1 als das gesuchte partikuläre Integral bei periodischer Erregung $S(t)$.

Anhang II über die verschiedenen Möglichkeiten zur Erlangung kontinuierlicher Näherungs-
lösungen der linearen, inhomogenen Diff.gl. 2. Ordnung gemäss Ziff. 1.652.

1. Die Möglichkeiten des direkten Ansatzes.

11. Die allgemeine Beziehung $y(t) = A(t) \cdot \sin(\int^t \omega d\tau + \Theta(t))$ (1.6/105) für das partikuläre Integral der inhomogenen Gleichung führt nach dem Einsetzen in den ursprünglichen Ausdruck (1.6/1) zu zwei nichtlinearen Differentialgleichungen, welche nicht in befriedigender Weise iteriert werden können.

12. Mit $S(t) = \exp(\int^t f d\tau)$ (1.6/106) führt der Ansatz

$$y(t) = S(t) \cdot \left\{ A(t) \cdot \sin(\int^t \omega d\tau + \chi) + B(t) \cdot \cos(\int^t \omega d\tau + \chi) \right\} \quad (1.6/107)$$

auf die beiden linearen Gleichungen

$$(1) \quad (A'' + w \cdot A' + u \cdot A) - (2 \cdot w \cdot B' + v \cdot B) = 1 \quad (1.6/108a),$$

$$(2) \quad (B'' + w \cdot B' + u \cdot B) + (2 \cdot w \cdot A' + v \cdot B) = 0 \quad (1.6/108b).$$

Hierin bedeuten:

$$w(t) = (2 \cdot f + r) \quad (1.6/109a), \quad v(t) = (\omega' + 2 \cdot f \cdot \omega + f \cdot \omega) \quad (1.6/109b),$$

$$u(t) = (f^2 + f' + f \cdot r + \omega_0^2 - \omega^2) \quad (1.6/109c).$$

Das Gleichungssystem (1.6/109)' führt somit auf den Typus der Beziehung (1.6/104) und kann daher nicht über beliebige Verstimmungsbereiche hinweg iteriert werden.

2. Die Umformung auf eine nichtlineare Differentialgleichung 1. Ordnung.

Die Normalform (1.6/8) kann durch Vergleich übergeführt werden in die Gleichung

$$z' + a(t) \cdot z = Q(t) \quad (1.6/110),$$

wobei 1) $a(t)$ eine Näherungslösung von $a' - a^2 = \Phi^2$ darstellt (1.6/111a),

2) $Q(t)$ hierauf als exakte Lösung von $Q' - a \cdot Q = F(t)$ (1.6/111b)

mit $F(t) = S(t) \cdot \exp(\int^t \frac{r}{2} d\tau)$ gewonnen wird. (1.6/111c).

Das Resultat lautet damit in der allgemeinsten Form :

$$z(t) = e^{-\int^t a d\tau} \cdot \left\{ C_1 + \int^t 2 \int^{\tau} a dx \cdot \left(C_2 + \int^{\tau} F(x) \cdot e^{-\int^x a dz} \cdot dx \right) \right\} \quad (1.6/112).$$

Die dabei auftretenden Integrale führen auf die gleichen Grundtypen, wie das nachstehend beschriebene Verfahren. $a(t)$ ist meistens komplexer Natur.

3. Lösungsversuch durch Näherungsrechnungen für die Teilintegrale.

Das Partikulärintegral (1.6/74) baut sich aus den Einzellösungen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ der homogenen Gleichung auf. Das irgendwie modulierte Fremdsignal sei dargestellt durch

die Beziehung $S(t) = F(t) \cdot \sin \left(\int^t \omega \cdot d\tau + \chi \right)$ (1.6/113).

Mit $\alpha(t)$ aus (1.6/79) ergibt sich nach einer goniometrischen Zerlegung :

$$y_p(t) = \frac{1}{2C} e^{-\int^t \left(\frac{r}{2} + \delta \right) d\tau} \cdot \left\{ \sin H \int^t R(\tau) \cdot \left(\sin N + \frac{\sin M}{\dots} \right) \cdot d\tau + \cos H \int^t R(\tau) \cdot \left(\cos N - \frac{\cos M}{\dots} \right) \cdot d\tau \right\} \quad (1.6/114).$$

Es bedeuten: $N(\tau) = \int^{\tau} (\omega + \chi_{\Delta}) dx$ (1.6/115a), $M(\tau) = \int^{\tau} (\omega - \chi_{\Delta}) dx$ (1.6/115b),

$$R(\tau) = F(\tau) \cdot e^{\frac{r}{2} \tau} \cdot e^{\int^{\tau} \alpha dx} \quad (1.6/115c), \quad H(t) = \int^t \chi_{\Delta} \cdot d\tau \quad (1.6/115d).$$

Die trigonometrischen Ausdrücke der Frequenzsumme N führen zu einem sehr rasch konvergierenden Näherungsverfahren, welches bei den Gl. (1.6/91) den Ausgang nimmt. Den Hauptanteil liefern aber die Summanden mit den Frequenzdifferenzen M in den Argumenten.

Es liegt somit das Problem vor, für die Integrale

$$I_{\frac{S}{C}} = \int^t G(\tau) \cdot \frac{\sin \left(\int^{\tau} \Omega dx \right)}{\cos \left(\int^{\tau} \Omega dx \right)} \cdot d\tau = \int^t \int^{\tau} g \cdot dx \cdot \frac{\sin \left(\int^{\tau} \Omega dx \right)}{\cos \left(\int^{\tau} \Omega dx \right)} \cdot d\tau, \quad \bar{\Omega} \approx 0 \quad (1.6/116)$$

geeignete Näherungslösung zu finden. Aus physikalischen Erwägungen heraus ergibt sich der Ansatz :

$$I_S = A_S(t) \cdot \sin \int^t \Omega d\tau + B_S(t) \cdot \cos \int^t \Omega d\tau, \quad \text{sowie} \quad (1.6/117a)$$

$$I_C = A_C(t) \cdot \sin \int^t \Omega d\tau + B_C(t) \cdot \cos \int^t \Omega d\tau \quad (1.6/117b).$$

Durch Einsetzen in (1.6/116) und Vergleich ergibt sich unmittelbar :

$$B_C = A_S, \quad A_C = -B_S \quad (1.6/118).$$

All dies kann durch zweimalige partielle Integration der Gleichung (1.6/116) exakt bewiesen werden, indem sich ergibt :

$$\int^t (P + Q \cdot \Omega) \cdot \left(\sin \int^{\tau} \Omega dx \right) \cdot d\tau = p \cdot \sin \int^t \Omega d\tau - Q \cdot \cos \int^t \Omega d\tau \quad (1.6/119a),$$

$$\dots \dots \dots \cos \dots \dots \dots d\tau = Q \cdot \dots \dots \dots + p \cdot \dots \dots \dots \quad (1.6/119b).$$

$$\text{Es bedeuten: } p = \int_0^t P \cdot d\tau \quad (1.6/120a) \quad \text{und} \quad Q = \int_0^t p \cdot \Omega \cdot d\tau \quad (1.6/120b).$$

Aus den Beziehungen (1.6/116, 118 und 120) folgen unmittelbar die Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten $A_e \equiv A$, $B_s \equiv B$ (1.6/121)

$$\text{zu } 1) A' - \Omega \cdot B = G(t) \quad (1.6/122a), \quad B' + \Omega \cdot A = 0 \quad (1.6/122b),$$

$$\text{resp. } 2) B'' - (\Omega'/\Omega) \cdot B' + \Omega^2 \cdot B = \Omega \cdot G(t), \quad (1.6/123a); \quad A = -\frac{B'}{\Omega} \quad (1.6/123b).$$

Für das Partikulärintegral $y_p(t)$ ergibt sich wiederum ein stationärer Ausdruck ohne flüchtige Bestandteile.

$$\text{Mit } B = b \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \int_0^t \left(-\frac{\Omega'}{\Omega} \right) \cdot d\tau} = b \cdot \sqrt{c} \cdot \sqrt{\Omega}, \quad c = \text{Integrationskonst.}, \quad (1.6/124)$$

reduziert sich die Gleichung (1.6/123a) auf die Normalform

$$b'' + \left\{ \Omega^2 - (\Omega'/2\Omega)^2 + (\Omega'/2\Omega)' \right\} \cdot b = \frac{\sqrt{\Omega}}{\sqrt{c}} \cdot G(t) \quad (1.6/125).$$

Eine jede Näherung durch Ansätze, welche den Beziehungen (1.6/117) irgendwie verwandt sind, führt stets auf Bestimmungsgleichungen (1.6/123) resp. (1.6/125).

Die Frequenz $\omega(t)$ des Fremdsignals ist modulationsfrequent, die Eigenfrequenz $\chi_{\Delta}(t)$ pendelfrequent veränderlich. Die Ersatzfrequenz $\Omega(t)$ stellt vornehmlich die Frequenzdifferenz ($\omega - \chi_{\Delta}$) dar (Gl. (1.6/114 und 115b)). Die Bestimmungsgleichungen tragen im Wesentlichen den Charakter der bisweilen nicht in stetiger Weise lösbarer Gleichung (1.6/104).

*** Aus der Beziehung (1.6/114) ist immerhin zu ersehen, welch bedeutenden Einfluss die besonders im Mikrowellenbereich unvermeidliche Variation der Eigenfrequenz auf den zeitlichen Verlauf der Schwingungsamplitude auszuüben vermag.

*** Grundsätzlich können sich ja die Pendelungen der Dämpfung und der Eigenfrequenz des Schwingsystems in geeigneter Weise ergänzen (Gl. 1.6/9). Das Pendelrückkopplungsverfahren kann somit prinzipiell auch mittels einer Variation der Frequenz allein durchgeführt werden (Änderung der Schwingbedingungen durch eine Variation der Energiespeicher).

Anhang III über den näheren Verlauf der Ueberhöhungsfunktion $\eta(v)$, Ziff. 2.216-3.

Die zum Verhältnis $\eta = 1$ gehörenden Verstimmungen ergeben sich zu

$$v_0^2 = -2/Q_a \cdot Q_d, \quad v_0 \text{ reell für } Q_a < 0, \quad \text{existiert nicht für } Q_a > 0 \quad (2.2/44).$$

Wird v_0 als ein Mass der Bandbreite benutzt, so ergibt sich

$$u_0(v=0)/u_0(v_0) = \sqrt{5 - 2 \cdot (Q_d^2 - Q_a^2)/Q_d \cdot Q_a} \quad (2.2/45).$$

$\eta(v)$ strebt mit $Q_a = -Q_d$ am raschesten gegen Null, wenn $|v| > |v_0|$ zunimmt.

Die Konstruktion der zu v_0 gehörenden Vektoren kann in einfacher Weise auf graphischem Wege erfolgen.

$$\text{Mit den Abkürzungen } p_a = -Q_a \cdot v, \quad h = -Q_d/Q_a \quad (2.2/47)$$

folgt:

$$p_a(l/h) = h \cdot p_a(h) \quad (2.2/48); \quad \eta^2 = (1 + p_a^2(1+h)^2)/(p_a^2 + 1) \cdot (h^2 p_a^2 + 1) \quad (2.2/49).$$

Extremalwerte der Funktion $\eta^2(h)$:

1. $p_a = 0$: Resonanz, Lokales Minimum $\eta = 1$. $Q_a = 0$ uninteressant.

2. $p_a^2 = 1/h \cdot (h+1)$ (2.2/50): Maximum, Gleichung der Projektion des geometrischen Ortes $\partial\eta^2/\partial h = 0$ auf die $h-p_a$ -Ebene. Die maximale Ueberhöhung ist daher von p_a allein abhängig.

3. $p_a = \infty$: $\eta = 0$, Minimum. $v = \infty$, $Q = \infty$: Uninteressant.

4. $h = \infty$: Uninteressant.

$$\text{Zu 2) gehören die Funktionswerte } \eta_{\max.}^2 = (h+1)^2/(1+h+h^2) \quad (2.2/51).$$

Es ist dies die Projektion der Raumkurve $\eta_{\max.}^2(h, p_a)$ auf die η^2 -h-Tafel.

Die Extrema der Maximumskurve gehorchen ihrerseits der Bedingung $\partial\eta_{\max.}^2/\partial h = 0$

$$\text{und somit der Funktion } (1-h^2)/(h^2+h+1) = 0 \quad (2.2/52).$$

Erfüllen lässt sich diese Bedingung für

1. $h = \infty$: Uninteressant.

$$2. (1-h^2) = 0: \text{ Nur } h = +1 \text{ interessant: } Q_a = -Q_d \quad (2.2/53a).$$

Der maximale Wert der Ueberhöhung beträgt somit im besten Falle

$$\eta_{\max.\max.} = \sqrt{4/3} = 1,155 \text{ mit } h = +1, p_a = \frac{1}{\sqrt{2}}, (Q_a \cdot v)^2 = 1/2 \quad (2.2/53b).$$

Es lauten die Spuren in der $h-p_a$ -Ebene der Reliefkurven:

$$1. \text{ für } \partial\eta^2/\partial h = 0 : h(\eta_{\max.}) = \frac{1}{2} \cdot (-1 + \sqrt{(1+4/p_a^2)}) \quad (2.2/54),$$

$$2. \text{ für } \partial\eta^2/\partial p_a = 0 : p_a^2(\eta_{\max.}) = \frac{-1 + \sqrt{1+2 \cdot (h+1)^2/h}}{(h+1)^2} \quad (2.2/55).$$

Gl. (2.2/55) liefert z.B. an numerischen Werten:

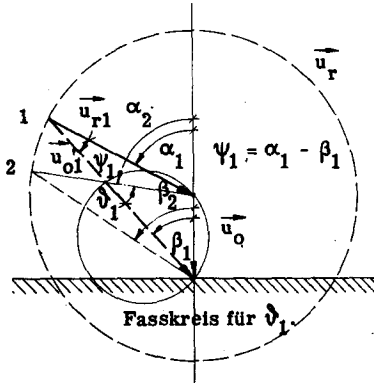
$$h = 0,1 \quad 0,5 \quad 1 \quad 2 \quad 5 \quad 10$$

$$p_a = 1,83 \quad 0,97 \quad 0,71 \quad 0,49 \quad 0,29 \quad 0,183.$$

Die qualitativen Resultate sind in Abb. 2.2-8 veranschaulicht.

Anhang IV zu Ziff 2. 424 über die rechnerisch-graphische Ermittlung der Entartungszonen für subperiodische Folgen bei steter, idealer Amplitudenbegrenzung.

1. Das Aufsuchen der Entartungszustände 1. Art.



Aus der nebenstehenden Fig. folgt unmittelbar :

$$\alpha_2 = \beta_1 + \vartheta_1(u_{o1}') \quad (2.4/8a),$$

$$\sin \beta_1 = \frac{u_r}{u_o} \cdot \sin(\alpha_1 - \beta_1) \quad (2.4/8b).$$

Für den Phasenwinkel α_2 der Restspannung ergibt sich hieraus:

$$\sin(\alpha_2 - \vartheta_1) = \frac{u_r}{u_o} \cdot \sin(\alpha_1 + \vartheta_1 - \alpha_2) \quad (2.4/8c),$$

bezw.

$$\sin(\alpha_\gamma - \vartheta_{\gamma-1}) = \frac{u_r}{u_o} \cdot \sin(\alpha_{\gamma-1} + \vartheta_{\gamma-1} - \alpha_\gamma) \quad (2.4/8d).$$

Abb. 2.4-4. Zur Herleitung der Vektorschritte ideal subperiodischer Folgen.

Bei n Pendelzügen pro submultiple Folge ist $\alpha_n = \alpha_n(\alpha_1, \vartheta_1, \vartheta_2 \dots \vartheta_{n-1}) \quad (2.4/9a)$

Schliesst sich die Figur in subperiodischer Weise, so gilt $\alpha_{n+1} = \alpha_1 + 2.m.\pi \quad (2.4/9b)$

Schliessung in einem einzigen Umlauf erfordert somit, dass $\alpha_{n+1} = \alpha_1 + 2.\pi \quad (2.4/9c)$

Die vorstehenden Beziehungen liefern äusserst unübersichtliche, transzendente Beziehungen. Eine Lösung kann nur auf graphischem Wege erfolgen. Von der Herstellung eines geeigneten mechanischen Modelles musste Abstand genommen werden. Die Bestimmung der Folgeschritte für die einzelnen Zustandsformen wurde auf dem nachstehend bezeichneten Wege versucht.

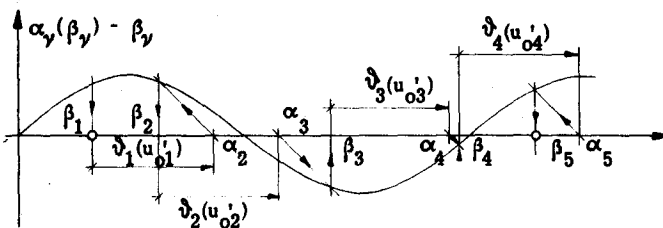


Abb. 2.4-5. Die graphische Ermittlung der Folgeschritte.

Parameter: u_r/u_o .

In Abb. 2.4-5 wird der aus Gleichung (2.4/8b) erhältliche Sprungwinkel $\psi_y = (\alpha_y - \beta_y)$ über dem Phasenwinkel β_y des Anfangsspannungsvektors u_0' aufgetragen. Aus der Funktion $(\alpha_y(\beta_y) - \beta_y)$ ergibt sich der Winkel β_y selbst zu

$$\beta_y = \alpha_y(\beta_y) - \left\{ \alpha_y(\beta_y) - \beta_y \right\} \quad (2.4/10).$$

Die Subtraktion erfolgt durch schiefe Linien, deren Neigung dem Verhältnis der Masstäbe der Abszissen- und Ordinatenkalen anzupassen ist. Unter Annahme eines irgendwelchen Anfangszustandes ergeben sich die Folgeschritte in der in der Abb.2.4-5 skizzierten Weise. Soll das Phasenbild eines subperiodischen Zustandes aufgesucht werden, so ist der Anfangszustand so lange zu verschieben, bis die Bedingungen (2.4/9b resp. 9c) erfüllt sind. Als Kurvenparameter variiert das Verhältnis u_r/u_0 bei Entartungen 1. Art. (asymptotische Instabilität) von (1) ... Unendlich.

Abb. 2.4-6 veranschaulicht eine sehr genau eingestochene Schar derartiger Funktionen (Stark verkleinerter Masstab).

Die Auswertung wurde mittels eines eigens konstruierten Schiebers vorgenommen. Die Methode erweist sich jedoch als zur Bestimmung der extremal möglichen Grenzen der einzelnen Verstimmungsbereiche ungeeignet, da schleifende Schnitte nicht zu vermeiden sind.

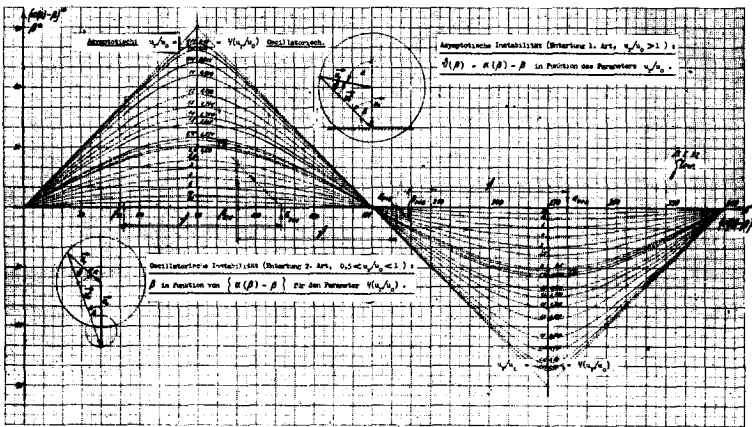


Abb. 2.4-6. Verkleinerte Wiedergabe der zur graphischen Auswertung verwendeten Kurvenschar.

2. Das Aufsuchen der Entartungszustände 2. Art (Oscillatorische Instabilität).

Aus dem Vektorbilde der Abb. 2.4-3b folgt die Beziehung

$$\sin(\alpha_{\nu} - \beta_{\nu}) = \frac{u_0}{u_r} \cdot \sin \beta_{\nu} \quad (2.4/11),$$

welche mit der Gleichung (2.4/8b) naturgemäss völlig identisch ist.

Die zur Auswertung der Entartungen 1. Art dienende Kurvenschar (Abb. 2.4-6) kann weiterhin Verwendung finden, sofern

a) β über $(\alpha(\beta) - \beta)$ aufgetragen wird (Vertauschung der Achsen), und

b) der asymptotische Parameter (u_r/u_0) durch den Reziprokwert (u_0/u_r) ersetzt wird.

Der in Abb. 2.4-6 angedeutete Entwicklungsprozess bleibt somit erhalten.

Literaturverzeichnis

1. Armstrong, E. H. Some recent developments in regenerative circuits, Proc. IRE, Vol. 10, 1922, No. 8, S. 244.
Engl. Patent No. 156.330, franz. Patent No. 553.079.
La Super-réaction, Onde électrique, Nov. 1922.
2. Flewelling Vgl. Lübben C., Empfangsschaltungen, Meusser Berlin 1925, S. 190.
3. Whitehead, J. R. Super-Regenerative Receivers, Cambridge University Press, 1950.
Enthält Literaturangaben.
4. Diemer Fritz Ueber Synchronisierung von Röhrengeneratoren durch modulierte Signale, Diss. ETH, Verlag Leemann, Zürich, 1947.
5. Schlicke Heinz Ueber die Synchronisierung selbsterregter Röhrensender, Diss. T.H.Dresden, Verlag Robert Noske, Borna-Leipzig, 1938.
6. Samulon Heinz Ueber die Synchronisierung von Röhrengeneratoren, Helv. Phys. Acta 14, 1941.
7. Adler Robert A Study of Locking Phenomena in Oscillators, Proc. IRE, Vol. 34, 1946, No. 6, S. 351.
8. Diemer Fritz Die Schwingungsanfachung im nichtlinearen Zwischenkreisgenerator. Unveröffentlichte Arbeit am Inst. für Hochfrequenztechnik der ETH, Zürich, 1945.
9. Minorsky, N. Introduction to nonlinear mechanics, Edwards Brothers, Inc., Ann Arbor, Michigan, USA, 1947.
10. Andronow A. A. und Chaikin C. E. Theory of oscillations, Moskau 1937 und Princeton University Press, New Jersey, USA, 1949.
11. Kryloff N. und Bogoliuboff N. Introduction to nonlinear mechanics, Princeton University Press, New Jersey, USA, 1943, 1947 und 1952.
12. Stocker J. J. Nonlinear Vibrations in mechanical and electrical systems, Interscience publishers, Inc., N.Y., 1950.
13. Lefschetz S. Contributions to the theory of nonlinear oscillations, I und II, Princeton University Press, New Jersey, USA, 1950 und 1952.
14. Timoschenko S. Vibration Problems in Engineering, De van Nostrand Co., N.Y., 1937.
15. Verschiedene. Literaturverzeichnisse in den vorstehend angeführten Werken; Veröffentlichungen der Russischen Akademie der Wissenschaften, Mathematische Physik, Moskau und Kiew; Franz., engl. und amerikan. Literatur über nichtlineare Mechanik. und Appleton, E. V. On a type of oscillation hysteresis in a simple triode generator, Phil. Mag., Vol. 42, 1921, S. 201.
On oscillation hysteresis in an triode generator, Phil. Mag., Vol. 43, 1922.
On relaxation oscillations, Phil. Mag., 7th series, Vol. 2, Nov. 26.
Ueber Relaxationsschwingungen, Z. f. Hochfrequenztechnik, Vol. 28, 1926, und Vol. 29, 1927.
Forced oscillations in a system with non-linear resistance, Phil. Mag., 1927.
16. van der Pol, B.

- The nonlinear theory of electrical oscillations,
Proc. IRE, Vol. 22, 1934, S. 1051.
17. Duffing, G. Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz,
F. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1918.
 18. Rayleigh, Lord The theory of sound, London 1894 und Dover Publications, 1945.
 19. Hall G. O. MIT Radiation Laboratory Series, Vol. 23, Microwave receivers,
S. 555.
 20. Kalmus H. P. Some Notes on Superregeneration, Proc. IRE, Vol. 32, No. 10, 1944.
 21. Whitehead J. R. Siehe Referenz 3, S. 154.
 22. Pipes L. A. The Reversion Method for solving nonlinear Differential Equations,
J. of appl. Phys., Vol. 23, 1952, No. 2, S. 202.
 23. Cohn G. I. und Saltzberg B. Solution of nonlinear Differential Equations by the Re-
version Method, J. of appl. Phys., Vol. 24, No. 2, S. 180, 1953.
 24. Cunningham W. J. A Limitation of the Reversion Method, J. of appl. Phys.,
Vol. 24, 1953, No. 7, S. 952.
 25. Kamke E. Differentialgleichungen, Band I. Becker und Erler, Leipzig, 1943.
 26. Kingston R. H. Resonant Circuits with time varying parameters,
Proc. IRE, Vol. 37, 1949, No. 12, S. 1478.
 27. Whitehead J. R. and MacFarlane, G. G. The super-regenerative receiver in the linear mode,
J. IEE, Vol. 93, 1946, Part III A, March-May, S. 284.
The theory of the superregenerative receiver operated in the linear
mode, J. IEE, Vol. 95, 1948, Part III, May, S. 143.
 28. Hill G. W. On the part of the motion of the lunar perigee, Acta Math. 8, 1886.
 29. Floquet G. Annales Ecole Normale (2), Vol. 12, 1883, S. 47.
Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques.
 30. Haupt O. Ueber lineare homogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung
mit periodischen Koeffizienten. Math. Ann., Bd. 79, 1919, S. 278.
 31. Strutt M. J. O. Lamé'sche-, Mathieu'sche- und verwandte Funktionen in Physik und
Technik, Springer, Berlin, 1932. Umfassendes Literaturverzeichnis.
 32. Mathieu E. Mémoire sur le mouvement vibratoire d'une membrane de forme
elliptique. J. Math. (Liouville) (2), Bd. 13, 1868, S. 137.
Cours de physique mathématique, Gauthier-Villars, Paris, 1873.
 33. Erdélyi A. Ueber freie Schwingungen in Kondensatorkreisen mit veränderlicher
Kapazität, Annalen der Physik, Bd. 19, 1934.
Ueber freie Schwingungen in Schwingungskreisen mit periodisch ver-
änderlicher Selbstinduktivität, HF. Tech. und El. Ak., Bd. 46, 1935.
 34. Erdélyi A. Ueber Schwingungskreise mit langsam pulsierender Dämpfung,
Annalen der Physik, Bd. 23, 1935.
Ueber die rechnerische Ermittlung von Schwingungsvorgängen in
Kreisen mit periodisch schwankendem Parameter,
Arch. El. Tech., Bd. 29, 1935.
 35. Schwerin E. Ueber Schüttelschwingungen gekoppelter Systeme,
Z. Techn. Physik, Bd. 10, 1929, S. 37.

36. Meissner E. Ueber Schüttelerscheinungen in Systemen mit periodisch veränderlicher Elastizität, Schweiz. Bauzeitung, Bd. 72, 1918.
37. Ince E. L. Ordinary Differential Equations, Dover Publications, N.Y., 1944.
38. Bieberbach L. Theorie der Differentialgleichungen, Springer, Berlin, 1930.
39. Whittaker E. T. and Watson G.N. Modern Analysis, Cambridge University Press, 1946.
40. Hund A. Frequency Modulation, McGraw-Hill, N.Y., 1942, S. 31.
41. Hässler G. Grundsätze für die Anwendung des Pendelrückkopplungsempfängers, Diss. T.H. Dresden, 1934.
42. Groszkowsky Constant frequency oscillators, Proc. IRE, Vol. 21, 1933, No. 7, S. 958.
43. Wagner K.W. Einführung in die Schwingungslehre, Anhang.
44. David E.E. Radio frequency phase control in pulsed magnetrons, Proc. IRE, Vol. 40, 1952, No. 6, S. 669.
45. Strutt M.J.O. Moderne Kurzwellen-Empfangstechnik, Springer, Berlin, 1939.
46. Strutt M.J.O. Moderne Mehrgitter-Elektronenröhren, Springer, Berlin, 1940.
47. Strutt M.J.O. Verstärker und Empfänger, Springer, Berlin, 1943.
48. Robertson S.D. Electronic admittances of parallel-plane electron tubes at 4000 megacycles, Bell Syst. T.J., Vol. 28, 1949, No. 4, S. 619.
49. Peterson L.C. Equivalent circuits of linear active four-terminal networks, Bell Syst. T.J., Vol. 27, 1949, No. 4, S. 593.
50. Murakami T. A study of grounded-grid, ultra-high-frequency amplifiers, RCA-Review, Vol. 12, 1951, No. 4, S. 682.
51. Derfler Heinz Zur Theorie der Elektronenstrahlröhren mit periodischem Aufbau, Diss. ETH, Leemann, Zürich, 1954.
52. Lewis W.B. und Milner C.J. A portable duplex radio telephone, Wireless Eng., Vol. 13, 1936, No. 156, Sept., S. 475.
53. Strafford F.R.W. und Cossor Ltd., Super-regenerative circuit for radar, Wireless World, Vol. 53, 1947, No. 11, S. 452.
Engl. Patent No. 581 982 vom 30. Dezember 1942.
54. David Pierre Thèse, Contribution à l'étude de l'amplification des Ondes radio-électriques courtes, Chiron, Paris, 1928.

Zusammenfassung

Ein nichtlineares Schwingsystem mit Fremderregung und zeitlich veränderlichen Elementen wird am Beispiel des Pendelrückkopplungsempfängers behandelt. Dabei werden einige u. W. bisher nicht bekannte, ausserordentlich störende Erscheinungen aufgezeigt und experimentell belegt. Für eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung, welche allerdings lediglich eine stark reduzierte Anordnung zu beschreiben vermag, wird eine gute, einfache und physikalisch sinnvolle Näherungslösung angegeben. Diese stützt sich auf den exakten mathematischen Zusammenhang zwischen den zeitlichen Variationen der Amplitude und der Phase der Schwingungen. Auf die eindeutige Zuordnung zum erregenden Signal, wie auch auf die im Wesentlichen lineare Ursache wird besonders hingewiesen. Die beschränkte Zulässigkeit irgendwelcher Vernachlässigungen wird durch kurzgefasste Betrachtungen über die besonderen Verhältnisse bei sehr hohen Frequenzen veranschaulicht.

Im Hinblick auf die wünschbare Möglichkeit des Empfanges frequenz- und phasenmodulierter Signale werden einige der vorhandenen Eindeutigkeitsbeziehungen auf deren Verwertbarkeit hin untersucht. Dabei gelangen neue Möglichkeiten zur Diskussion. Um Vergleiche zwischen den zeitlichen Verläufen der Phasen verschiedener Schwingungen innerhalb eines Oscillogrammbildes selbst anstellen zu können, ist ein entsprechendes Verfahren entwickelt worden.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. F. Tank, möchte ich für sein stetes Interesse an dieser Arbeit, sowie für die Förderung derselben auf das Herzlichste danken. Die Studienkommission für Luftfahrt hat die vorliegenden Untersuchungen durch die grosszügige Bereitstellung der Mittel ermöglicht, wofür ich ihren Präsidenten, den Herren Prof. Amstutz und Prof. Rauscher, meinen verbindlichsten Dank ausspreche. In aufrichtiger Dankbarkeit und Anerkennung bin ich weiterhin verbunden Herrn Prof. Dr. Beno Eckmann, ETH, für eine mir gewährte mathematische Diskussion zu Ziff. 1. 65, Herrn Alexander Morton vom Paisley Technical College in Schottland für seine seinerzeitige Anteilnahme an den Spektraluntersuchungen, den Herren Dipl. Ing. Peter Escher (Santa Monica, Calif., USA) und Dr. Ing. Max Bodmer (Millington, New Jersey, USA) für ihre damalige Mithilfe bei der Entwicklung der Niederfrequenzteile der Apparatur, Herrn Dr. sc.nat. Tobias Haffter (Brown, Boveri & Co. in Baden) für seine selbstlosen Bemühungen um die Herstellung der Oscillogrammphotographien, Herrn Dipl. Ing. Hans Spiess (Maschinenfabrik Oerlikon) für seine tatkräftige Unterstützung beim Lesen der Korrekturen, Herrn O. Berbig in Zürich für die gewissenhafte Besorgung der graphischen Arbeiten, der Firma L. Speich in Zürich für die speditive Erledigung der drucktechnischen Angelegenheiten, den Herren der Institutswerkstatt für ihre jederzeit ausgezeichneten feinmechanischen Leistungen, sowie insbesondere auch Herrn Hans Baumann, Gemeinderatsschreiber in Volketswil, welcher mich zur Ermöglichung der Niederschrift dieser Arbeit in freundschaftlichster Weise von der zeitraubenden Besorgung der Verwaltung des Politischen Gemeindegutes entlastet und die Vervielfältigung des Manuskriptes an die Hand genommen hat.

Zürich und Hegnau - Volketswil ZH, 24.4.54/1.9.55.

B. Gloor.

Lebenslauf.

Geboren am 1. April 1921 zu Winterthur, besuchte ich die Primar- und während zwei Jahren die Sekundarschule in Oberwinterthur. Anschliessend trat ich an die Technische Abteilung der Oberrealschule in der Vaterstadt über, welche ich 1939 mit der Maturitätsprüfung abschloss. Das nach längerem Militärdienst im Winter 1940/41 aufgenommene reguläre Studium an der Abt. für Elektrotechnik der Eidg. Technischen Hochschule zu Zürich beendigte ich nach etlichen, wiederum dienstbedingten Unterbrüchen im Frühjahr 1946 mit dem Diplom. Hernach verblieb ich als Assistent und seit 1947 als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Hochfrequenztechnik der ETH unter der Leitung des Herrn Prof. Tank. Mein Pflichtenkreis umfasste u.a. auch die selbständige Entwicklung und den Aufbau von Mikrowellen-Messapparaturen, sowie umfangreiche, grundsätzliche Arbeiten für die Kriegstechnische Abteilung des Eidg. Militärdepartementes. Diese Letzteren sind nicht zur Veröffentlichung bestimmt. Seit dem Jahre 1951 beschäftigte ich mich mit hochfrequenztechnischen Aufgaben im Rahmen der Studienkommission für Luftfahrt, woraus, unter Heranziehung einiger Ergebnisse aus dem Jahre 1947, die vorliegende Promotionsarbeit hervorging.

In der ursprünglichen Absicht, mich dem Elektromaschinenbau zuzuwenden, verwandte ich einen Grossteil der verfügbaren Zeit auf eine gute Werkstattpraxis. Sofern ich mich nicht im französischsprechenden Landesteil aufhielt, arbeitete ich während verschiedenen Ferien in einem Bahndepot, 1939 in einer Grossglesserei, während Studienunterbrüchen bei verschiedenen Firmen, sowie oft in der eigenen Werkstätte.

Bei meiner Verheiratung im Jahre 1949 stiedelte ich nach Hegnau-Volketswil über. Ich bin daselbst Mitglied der Gemeindebehörde, und seit 1. 1. 50 führe ich eine Artillerie - Einheit. Am 1. 2. 54 bin ich in die Maschinenfabrik Oerlikon eingetreten.

Hegnau - Volketswil ZH, 24. 4. 54.

B. Gloor.